

TRANSPORT DU RAYONNEMENT

Guy Schurtz

Centre d'Etude des Lasers Intenses et Applications

UMR 2107 UB1-CNRS-CEA

351 Cours de la Libération

330405 TALENCE

schurtz@celia.u-bordeaux1.fr

PLAN

- I - Photonique
 - I-1 Mécanique statistique du gaz de photons
 - Nombre d'occupation et densité d'états
 - Distribution de Planck et lois du corps noir
 - Thermodynamique
 - I-2 L'intensité radiative et ses moments angulaires
 - Densité d'énergie et de flux radiatif
 - Tenseur des pressions radiatives
 - Lois de Lambert et de Stefan
 - I-3 Interaction rayonnement matière
 - L'atome à deux niveaux : coefficients d'Einstein et émission stimulée
 - Diffusion Compton
 - Loi de Kirchoff

PLAN PLAN

- II - L'équation de transfert
 - II .1 L'équation de transfert
 - II-1 Equation de transfert
 - II-2 Coefficients de transport
 - II .2 Approximations de l'équation de transfert
 - Équations des moments
 - Equation de diffusion
 - Tenseur d'Eddington
 - L'approximation de Rosseland
 - Conditions aux limites
 - II.3 Solutions formelles
 - La loi d'Eddington Barbier
 - Applications

PLANPLANPLAN

- III L'Hydrodynamique Radiative
 - III-1 Equations de conservation
 - Bilans d'énergie et d'impulsion
 - Diffusion multigroupe et conduction radiative
 - III-2 Avec mouvement fluide
 - Equations d'Euler
 - Effet Doppler
 - Tenseur d'Energie Impulsion du champ radiatif
 - Equations comobiles
 - III-3 Principaux régimes de l'hydrodynamique radiative
 - Onde thermique auto semblable
 - Séparation hydrodynamique

PARTIE I : Photonique

Références utiles

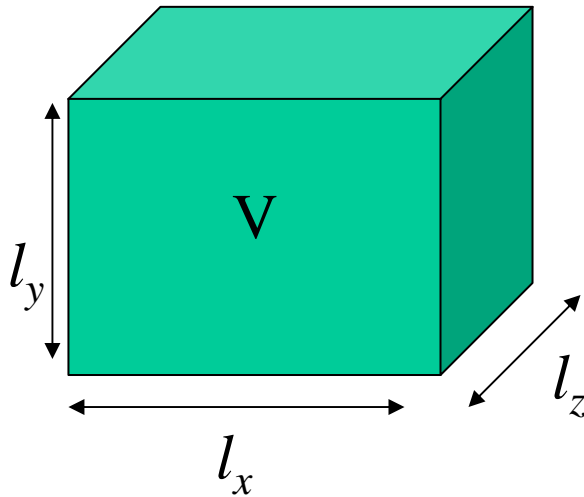
- N'importe quel ouvrage de mécanique statistique
- Landau & Lifschitz : relativistic quantum theory

***Le Photon en tant que particule
de fréquence ν
de vitesse $c\Omega$***

- 4 Vecteur d'énergie impulsion de longueur nulle $p_\alpha p^\alpha = 0$
- Composantes spatiales : quantité de mouvement $\vec{p} = \frac{h\nu}{c} \vec{\Omega}$
- Composante temporelle : énergie $e = h\nu$
- Spin = 1 , mais $s_z=0$ interdit \rightarrow 2 états de polarisation

Les modes propres du champ électromagnétique

- Développe le champ EM en Fourier : $A = \int a_k e^{ikr} d^3k$
- Modes propres : vecteurs d'onde k



$$k = \begin{pmatrix} \frac{n_x \pi}{l_x} \\ \frac{n_y \pi}{l_y} \\ \frac{n_z \pi}{l_z} \end{pmatrix}$$

- Maxwell \rightarrow dépendance temporelle en $\exp(2i\pi\nu t)$, $k \cdot k^{1/2} = 2\pi\nu / c$
- \rightarrow Assemblée d'oscillateurs harmoniques
- \rightarrow Quantification : $E_n = (n+1/2) h \nu$ états à $0, 1, \dots, n$ photons

Dénombrement des oscillateurs : densité d'états

- Nombre d'oscillateurs de fréquence $< \nu$

- ν est constant sur l'ellipsoïde
$$\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2 = \frac{4\nu^2}{c^2}$$

- , de volume
$$\Omega = \frac{32\pi\nu^3}{3c^3} V$$

- Nombre d'oscillateurs dans la boîte =
$$\frac{2\Omega}{8} = \frac{8\pi\nu^3}{3c^3} V$$

- D'où le nombre d'oscillateurs par unité de volume, par unité de fréquence

$$\rho_\nu = \frac{1}{4V} \frac{d\Omega}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \quad : \text{densité d'états}$$

Le gaz de Photons

- Nombre de photons = Nombre d'oscillateurs X nombre de photons dans chaque oscillateur

$$n_\nu = \rho_\nu \times n_\nu^{occ}$$

- A l'équilibre thermodynamique, chaque oscillateur est occupé comme

$$e^{-\frac{h\nu}{kT}} \text{ (Boltzmann)} \Rightarrow n_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad \text{Loi de WIEN}$$

$$\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \text{ (Bose Einstein)} \Rightarrow n_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \text{Loi de PLANCK}$$

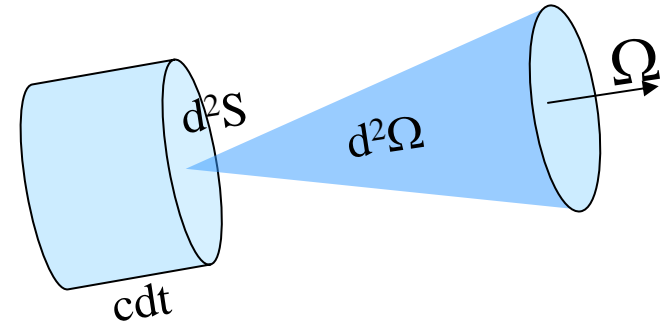
(Par unité d'angle solide , $n_\nu/4\pi$)

La principale grandeur photométrique est l'Intensité radiative $I = c n h \nu$

- Nombre de photons dN traversant une surface d^2s , pendant un temps dt , dans l'angle solide $d\Omega$, dans l'intervalle de fréquence $d\nu$.

$$dN = n(\nu, r, t, \Omega) d^3r d\nu d^2\Omega$$

$$= n(\nu, r, t, \Omega) d^2S c dt d\nu d^2\Omega$$



- Energie $dE_\nu = dN_\nu h\nu$
 $= n(\nu, r, t, \Omega) c h \nu d\nu dt d^2s d^2\Omega$
 $= I_\nu (r, t, \Omega) d\nu dt d^2s d^2\Omega$

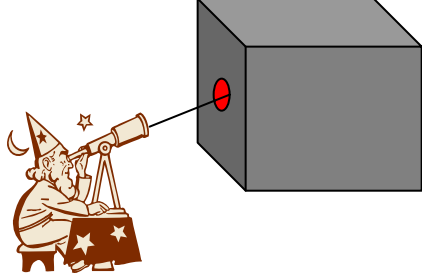
- Intensité radiative à la fréquence ν : $I_\nu = c n_\nu h\nu$

- Si on connaît I , on remonte au nombre d'occupation $n_\nu^{occ} = \frac{c^2}{2h\nu^3} I_\nu$

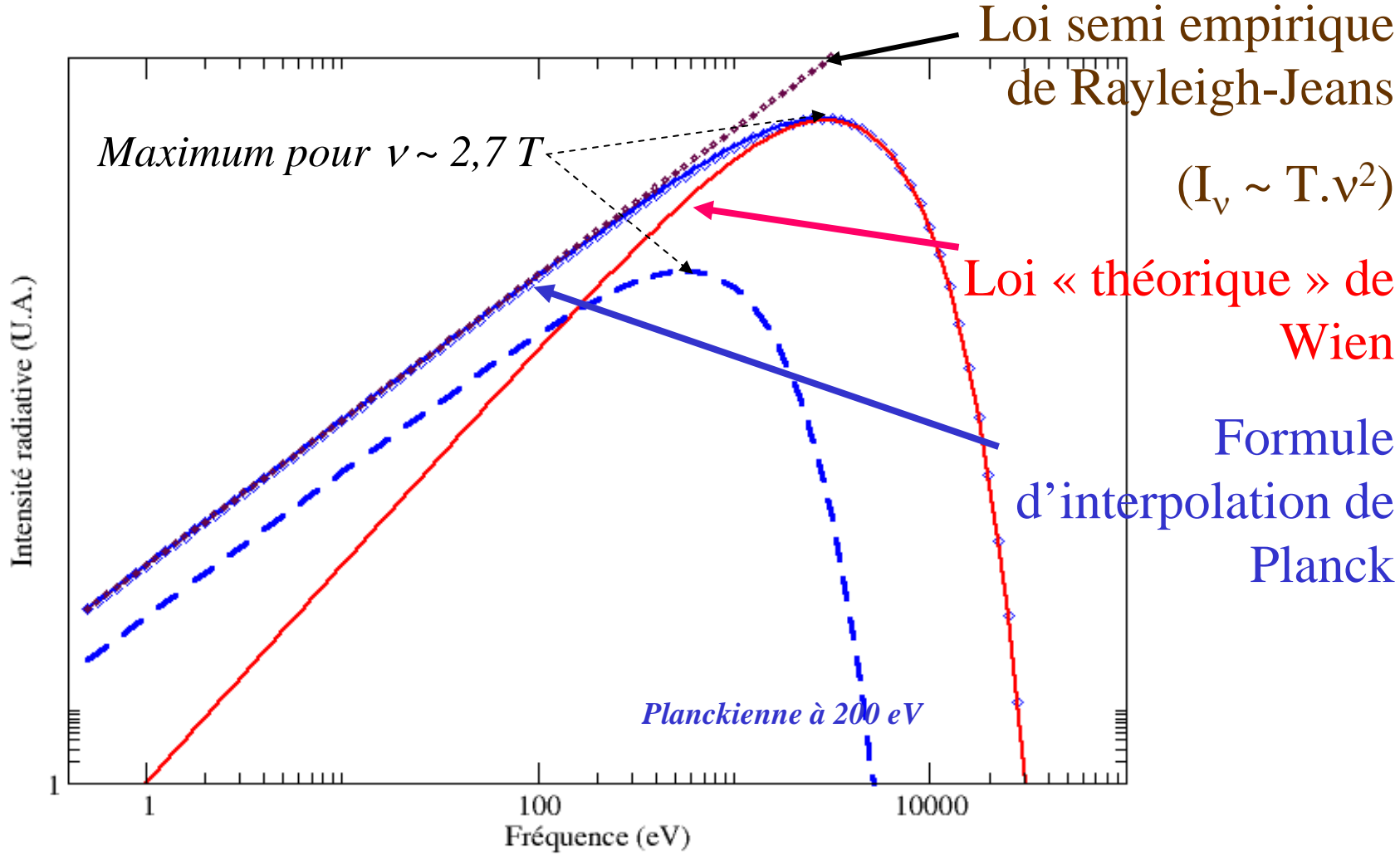
n^{occ} est un invariant relativiste

NB : on s'est débarrassé du bien gênant $(n+1/2) h\nu$ au profit de $n h\nu$

Intensité lumineuse du corps noir : $I_\nu = c N_\nu h \nu$



T = 1 keV



Moments angulaires de l'intensité radiative

- On forme les moments angulaires successifs

- Ordre 0 : **densité d'énergie**

$$E_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) d^2\Omega$$

- Ordre 1 : **flux radiatif**

$$\vec{F}_\nu = \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) \vec{\Omega} d^2\Omega$$

- Flux scalaire : puissance radiative au travers de ds

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{n} dS = F_{net} dS \quad , \text{avec } F_{net} = \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) \vec{\Omega} \cdot \vec{n} d^2\Omega$$

- Flux « sortant » de ds

$$F^+ = \int_{\Omega \cdot \vec{n} > 0} I_\nu(\Omega) \vec{\Omega} \cdot \vec{n} d^2\Omega \quad , F_{net} = F^+ - F^-$$

- Ordre 2

$$\overline{\overline{P}}_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) \overline{\overline{\Omega \Omega}} d^2\Omega$$

$d\vec{p} = \overline{\overline{P}} \cdot \vec{n} ds$ est la quantité de mouvement traversant ds par unité de temps : **P est le tenseur des pressions radiatives**

Intégrales en fréquence

densité totale d'énergie radiative

$$E = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} d\nu \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) d^2\Omega$$

flux radiatif

$$\vec{F} = \int_0^{\infty} d\nu \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) \vec{\Omega} d^2\Omega$$

Pression radiative

$$\overline{\overline{P}} = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} d\nu \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) \overline{\overline{\Omega\Omega}} d^2\Omega$$

Cas d'un champ de rayonnement isotrope

I ne dépend pas de la direction Ω

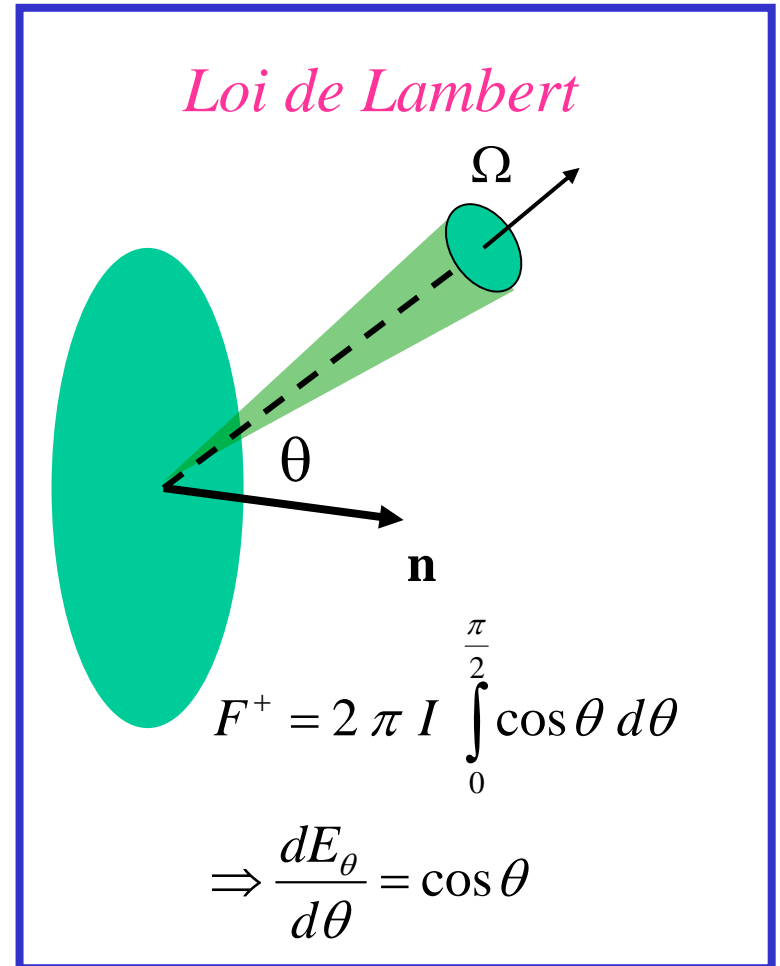
$$\rightarrow E = 4\pi I / c$$

$$\rightarrow F = 0$$

$$\rightarrow F^+ = F^- = cE/4$$

$$\rightarrow P = p I_d, \text{ avec } p = E/3$$

\rightarrow Loi de Lambert



Limite free-streaming

- Cas d'une distribution monodirectionnelle : $I_\nu(\Omega) = I_\nu \delta(\Omega - \Omega_0)$
 - Densité d'énergie : $cE = I$
 - Flux $F = I \Omega_0 = cE \Omega_0$
 - Pression $P = E \Omega_0 \Omega_0$
- De manière générale, le flux réduit $f = \frac{|F|}{cE}$ caractérise l'anisotropie du rayonnement.
- La causalité s'écrit : $0 < f < 1$

A l'équilibre thermodynamique

- Intensité ISOTROPE, PLANCKIENNE $I_\nu = B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$
- Densité spectrale d'énergie radiative $E_\nu = \frac{4\pi B_\nu}{c} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$
- Densité totale d'énergie radiative $E_r = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty B_\nu d\nu = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4 = aT^4$ *Loi du Corps Noir*
($a = 7.5610^{-15} \text{ (erg.cm}^{-3} \cdot \text{°K}^{-4})$)
- Flux sortant $F_r^+ = F_r^- = \frac{cE_r}{4} = \sigma T^4$ *Loi de Stefan*
($\sigma = 5.6710^{-5} \text{ (cgs)}$)

Quelques définitions de la « température » radiative

- Température thermodynamique : la seule qui vaille
- Températures apparentes : *on fait comme si c'était un corps noir*
 - Température de couleur : associe une température à la fréquence du maximum d'un spectre.

$$\Theta_{\text{coul}} \approx 2.7 \frac{h\nu_{\text{max}}}{k}$$

- Température de brillance d'un objet émettant le flux F^+

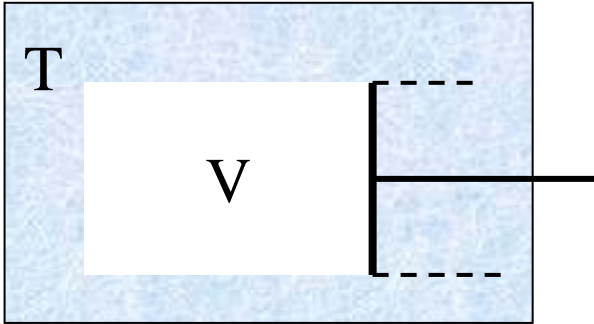
$$\Theta_b = \left(\frac{F^+}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}$$

- « Température radiative » : température du corps noir qui à la même densité d'énergie

$$T_r = \left(\frac{E_r}{a} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Thermodynamique du gaz de photons à l'équilibre

- Hypothèses
 - Potentiel chimique nul (le nb de particules varie librement → 1 seul multiplicateur de Lagrange, T)
 - Energie interne $U = V.E$
 - E fonction de T uniquement
 - pression $P=E/3$



- Relations thermodynamiques

$$\left\{ \begin{array}{l} P = -\frac{\partial F}{\partial V} \\ S = -\frac{\partial F}{\partial T} \\ F = EV - TS \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F = -EV / 3 \\ S = \frac{1}{3}V \frac{dE}{dT} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{dE}{dT} = \frac{4E}{T} \Rightarrow E \propto T^4$$

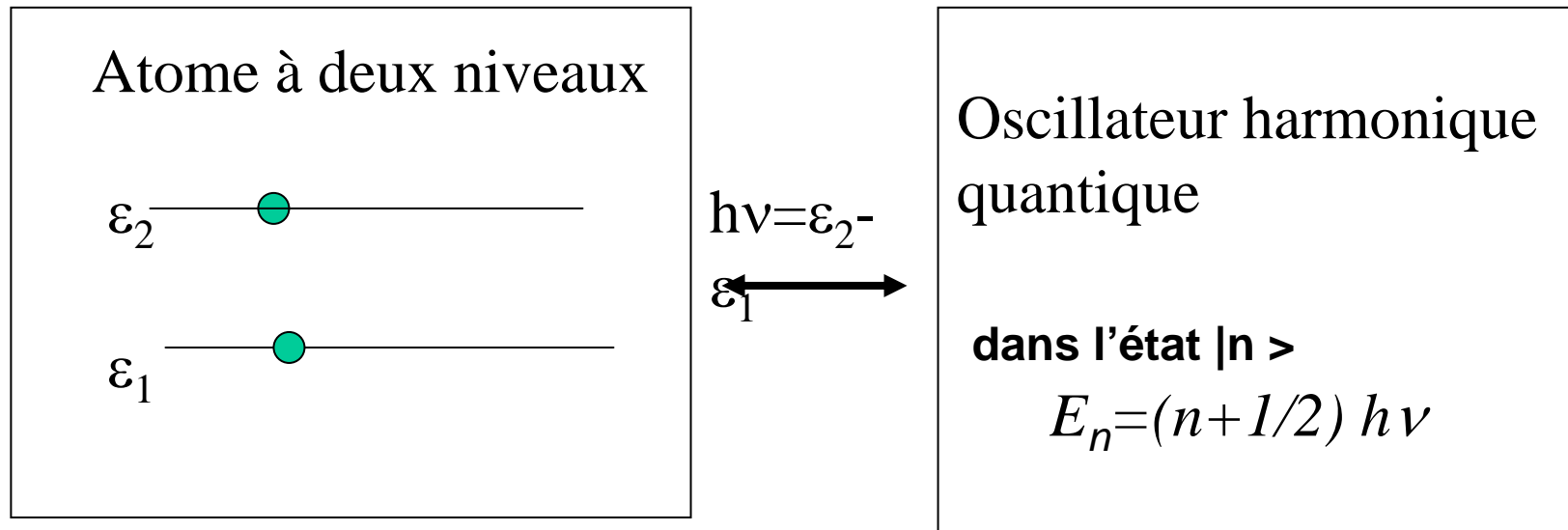
- Fonctions thermodynamiques $E = aT^4$, $P = \frac{1}{3}aT^4$, $S = \frac{4}{3}VaT^3$

- Compression isentropique du gaz de photons : $PV^{4/3} = \text{cste}$

Interaction du rayonnement avec la matière

L'électrodynamique quantique pour les piétons

- Modèle



Transitions entre les états $|1\rangle$ et $|2\rangle$

$$D|1\rangle = d|2\rangle, \quad D|2\rangle = d^*|1\rangle$$

(D:opérateur dipolaire électrique)

Création de photon :

$$a^*|n\rangle = (n+1)^{1/2} |n+1\rangle$$

Annihilation :

$$a|n+1\rangle = n^{1/2} |n\rangle$$

Probabilités

- N_2 atomes dans l'état $|2\rangle$, N_1 atomes dans l'état $|1\rangle$, placés dans un thermostat à température T
- Oscillateur harmonique dans l'état $|n\rangle$

- Probabilités d'absorption ou d'émission d'un photon

$$P_a = N_1 \cdot |\langle 2|D|1\rangle|^2 \cdot |\langle n-1|a|n\rangle|^2 = N_1 n d^2$$

$$P_e = N_2 \cdot |\langle 1|D|2\rangle|^2 \cdot |\langle n+1|a^*|n\rangle|^2 = N_2 (n+1) d^2$$

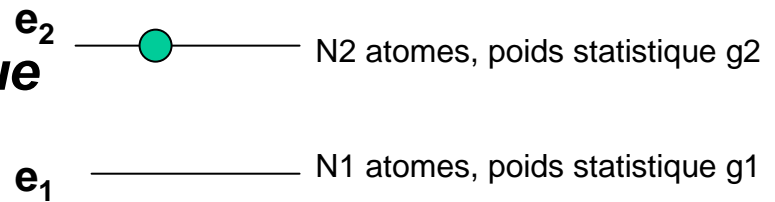
$$= N_2 d^2 + n N_2 d^2 : \textit{émission spontanée + émission induite}$$

- A l'équilibre, $P_a = P_e$, Boltzmann dit : $N_1 \propto e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}}$, $N_2 \propto e^{-\frac{\varepsilon_2}{kT}}$, $\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{h\nu}{kT}}$
- D'où le nombre moyen de photons dans l'oscillateur

$$\bar{n} = \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} : \textit{Nombre d'occupation de Bose}$$

Approche équivalente mais plus classique

Les coefficients d'Einstein



- E_r : densité d'énergie radiative, $h\nu = e_2 - e_1$
- Einstein définit 3 coefficients
 - A_{21} : probabilité de transition ($2 \rightarrow 1$) par unité de temps
= probabilité d'émission spontanée
 - B_{12} : tel que la probabilité d'absorption soit : $p_a = B_{12} \cdot E_r$
 - B_{21} , tel que la probabilité d'émission stimulée soit $p_e = B_{21} \cdot E_r$

- Principe du bilan détaillé + Boltzmann :

$$\begin{cases} N_1 B_{12} E_r = N_2 A_{21} + N_2 B_{21} E_r \\ \frac{N_1}{N_2} = \frac{g_1}{g_2} e^{\frac{h\nu}{kT}} \end{cases} \Rightarrow E_r = \frac{\frac{A_{21}}{B_{21}}}{\frac{g_1 B_{12}}{g_2 B_{21}} e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

- Pour avoir $E = 4\pi/c B\nu$, il faut vérifier les relations d'Einstein :

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$$

$$A_{21} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} B_{21}$$



*Un seul coefficient est nécessaire
Pour décrire les 3 processus*

PARTIE II : le transfert radiatif

- Références utiles
 - *The Equations of Radiation Hydrodynamics*
G.C. Pomraning (Pergamon Press)
 - *The Foundations of Radiation Hydrodynamics*
Mihalas & Mihalas
 - *Physics of Shock Waves and High Temperature Phenomenae*
Ya.B. Zel'dovitch & Yu.P.Raizer (Academic Press)

Photons hors équilibre thermodynamique

- On s'intéresse à l'évolution spatio temporelle du champ radiatif
 - on est par hypothèse, hors équilibre thermodynamique : l'intensité radiative diffère de la fonction de Planck
 - Dans la plupart des cas, on considèrera que la matière est, localement, à l'équilibre thermodynamique : ses propriétés, notamment d'émission et d'absorption de rayonnement, ne dépendent que de sa température T et de sa masse volumique ρ : c'est l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local partiel : ETLP
 - Dans un matériau absorbant, loin des parois, le rayonnement est quasiment à l'équilibre thermodynamique avec la matière et l'intensité radiative est proche de la planckienne : c'est l'équilibre thermodynamique local : ETL

L'Equation de transfert

- Pour une direction Ω fixée :

$$dI = \frac{\partial I}{\partial t} dt + \frac{\partial I}{\partial r} .dr$$

- s = abscisse curviligne
le long de Ω : $dr = \Omega ds$, $cdt = ds$

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \Omega \cdot \nabla I_\nu$$

- Extinction par absorption

$$\Delta I_{abs} = -\kappa_{av} I$$

proportionnelle au nb de photons

κ_{av} est le coefficient d'absorption (« opacité ») = $\sigma_\nu \cdot N_{at}$

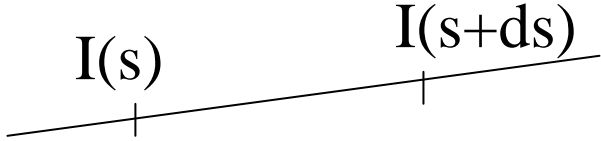
$\lambda_\nu = 1./\kappa_{av}$ est le libre parcours d'absorption

- Emission de photons : émissivité j_ν

$$\Rightarrow \text{Equation de transfert : } \frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} I_\nu = j_\nu - \kappa_{av} I_\nu$$

Emissivité et Opacité : la loi de Kirchoff

- Bilan le long d'une direction



$$\frac{dI_\nu}{ds} = j_\nu^{spont} + j_\nu^{induite} - k_{av} I_\nu$$

$$j_\nu^{ind} = n_\nu^{occ} j_\nu^{sp} = \frac{c^2 I_\nu}{2h\nu^3} j_\nu^{spont}$$

- Si la matière est à l'équilibre (ETLP), j_ν^{spont} ne dépend pas de I . j_ν^{spont} est donc égale à sa valeur à l'ET

$$\begin{cases} dI_\nu = 0 \\ I_\nu = B_\nu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} j_\nu^{sp} = (1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}) \kappa_{av} B_\nu \\ j_\nu^{ind} = e^{-\frac{h\nu}{kT}} \kappa_{av} I_\nu \end{cases}$$

On pose $k' = k (1 - \exp(-h\nu/kt))$: Opacité corrigée de l'émission induite .

Le bilan prend la forme simple :

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \kappa'_{av} (B_\nu - I_\nu)$$

La condition d'ETLP s'écrit alors :

$$j_\nu^{tot} = \kappa'_{av} B_\nu \quad : \quad \text{loi de Kirchoff}$$

Hors Equilibre Thermodynamique

- A l'ETLP, opacité et émissivité ne dépendent que de T et ρ
- Hors équilibre, les occupations $\{N_i\}$ des niveaux atomiques sont solution de l'équation cinétique

$$\frac{dN_i}{dt} = \sum_k \left[N_k (R_{ki} + C_{ki}) - N_i (R_{ik} + C_{ik}) \right]$$

- **R : taux de transitions radiatives. Incluent désexcitation et émission spontanées, recombinaison, photo absorption, photo ionisation, etc...**
 - » Les R's dépendent du champ de rayonnement
- **C : taux de transition collisionnels (collisions inélastiques avec e- : calculable à l'ET pour des électrons maxwelliens)**
- Les équations cinétiques doivent être résolues pour les Ni, couplées à l'équation de transfert.
- Rapport R/C donné par Van Regenmorter $\eta \approx 100 \frac{T_{keV}^{\frac{7}{2}}}{Ne_{10^{21}}}$
- **→ condition d'ETLP : I_ν quasi planckienne (ETL !) ou $\eta \ll 1$ ou matériau complètement ionisé**
 - Ex : Cible d'or éclairée par laser. Couronne (3 keV, 10^{21}) → $\eta \sim 5 \cdot 10^3$
 - Paroi (300 eV, 10^{23}) → $\eta \sim 0.015$

Diffusion par les électrons libres (COMPTON)

- Conservation du nombre de photons
 - Photons sortant du faisceau vers (ν', Ω')

$$dn_{\nu}^{pertes} = -n_{\nu}(\Omega) \int_{4\pi} d^2\Omega' \int_0^{\infty} d\nu' k_d(\nu \rightarrow \nu', \Omega, \Omega')$$

- Photons diffusés dans le faisceau

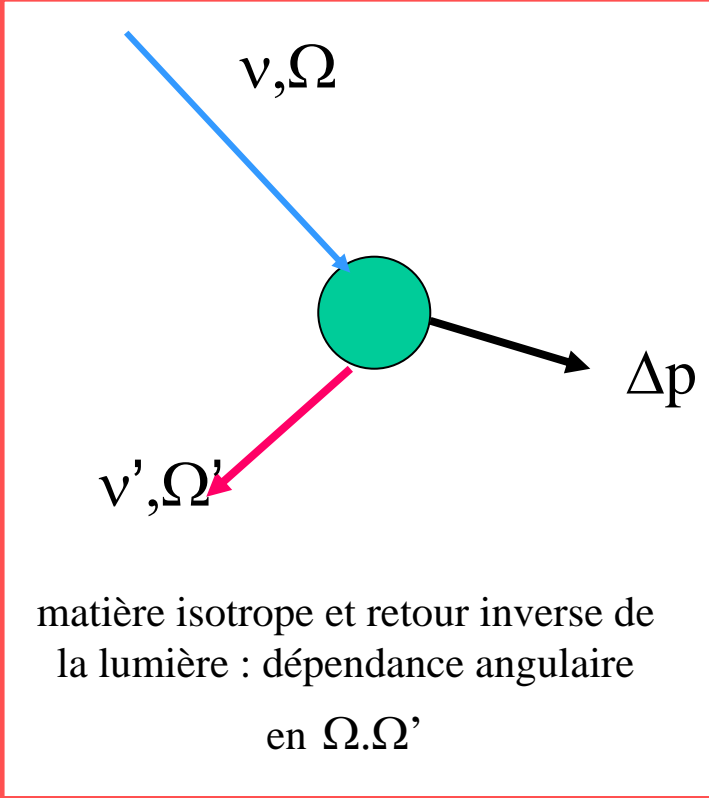
$$dn_{\nu}^{gains} = \iint k_d(\nu' \rightarrow \nu, \Omega, \Omega') n_{\nu'}(\Omega') d\nu' d^2\Omega'$$

- Bilan en intensité radiative

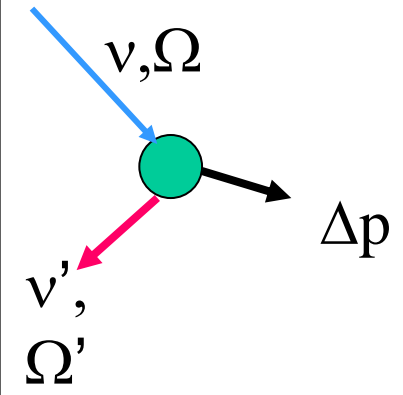
$$\frac{dI_{\nu}(\Omega)}{ds} = \iint \left[k_d(\nu' \rightarrow \nu, \Omega, \Omega') \frac{\nu}{\nu'} I_{\nu'}(\Omega') - k_d(\nu \rightarrow \nu', \Omega, \Omega') I_{\nu'}(\Omega') \right] d\nu' d^2\Omega'$$

- Avec émission induite

$$\frac{dI_{\nu}(\Omega)}{ds} = \iint \left[k_d(\nu' \rightarrow \nu, \Omega, \Omega') \frac{\nu}{\nu'} \left(1 + \frac{c^2 I_{\nu}(\Omega)}{2h\nu^3} \right) I_{\nu'}(\Omega') - k_d(\nu \rightarrow \nu', \Omega, \Omega') \left(1 + \frac{c^2 I_{\nu'}(\Omega')}{2h\nu'^3} \right) I_{\nu'}(\Omega') \right] d\nu' d^2\Omega'$$



Section efficace Thomson



- Approximation Thomson :: diffusion élastique sur e^-
 - Coefficient de diffusion

$$k_d(v \rightarrow v', \Omega, \Omega') = \Sigma \frac{3}{16 \pi} (1 + \Omega \cdot \Omega') \delta(v - v')$$

$$\Sigma = \frac{8 \pi}{3} \frac{e^4}{m_0^2 c^4} N_e = \sigma_{th} N_e = 6.65 \cdot 10^{-25} N_e \quad (c.g.s)$$

– *Toute distribution isotrope annule l'opérateur Thomson*

- Validité : $h\nu \ll m_e c^2, kT \ll m_e c^2 \quad (=511 \text{ keV})$
 - COMPTON : $h\nu$ n'est plus négligeable devant 511 keV : diffusion inélastique avec perte d'énergie → Section efficace de Klein-Nishina
 - Si kT n'est plus négligeable devant 511 keV, il faut prendre en compte le COMPTON INVERSE et les effets induits.

A cette condition seulement, la planckienne annule l'opérateur COMPTON

+ de détails : lire Pomraning

A haute énergie : formule de Klein – Nishina

$$\vec{a} = \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' \quad , \quad \gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

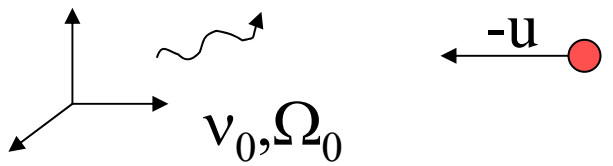
- Diffusion de photons de haute énergie sur des électrons au repos

$$k_d(\nu \rightarrow \nu', \xi) = \frac{3\Sigma}{16\pi} \frac{1}{\gamma \nu} \left[1 + \xi^2 + \gamma \gamma' (1 - \xi^2) \right] \delta \left(\xi - 1 + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma'} \right)$$

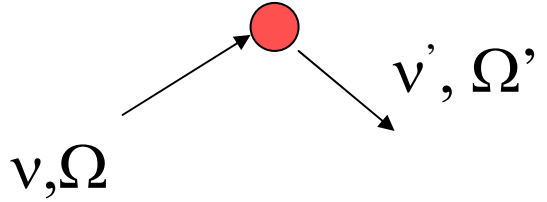
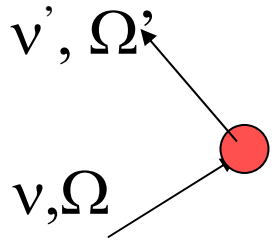
- Le photon ne peut que perdre de l'énergie dans l'opération : effet Compton
- Si l'électron a une vitesse initiale $-u$
 - Transformer (ν_0, Ω_0) dans le référentiel de l'électron
 - Diffuser l'électron en (ν', Ω') à l'aide de K.N.
 - Revenir au laboratoire
 - ➔ selon le signe de $\Omega' \cdot u$, le photon peut perdre ou gagner de l'énergie : effet Compton et Compton inverse

Electrons mobiles : effet Compton inverse

- L'électron voit (ν_0, Ω_0) comme (ν, Ω) : $\nu \sim \nu_0 (1 + \Omega_0 \cdot u/c)$



- Diffusion Compton ds le réf de l'électron



- Retour au laboratoire
 $\nu'_0 \sim \nu' (1 + \Omega' \cdot u/c)$

$$\nu'_0 \sim \nu' (1 - \Omega' \cdot u/c)$$

Pour établir la formule correcte

- T.Lorentz + Klein Nishina
- moyenner sur une maxwellienne
- prendre en compte les effets induits

Approximations de l'équation de transfert

*Equation de transfert dans la
limite Thomson, sous
l'hypothèse d'ETLP*

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu(\Omega)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} I_\nu(\Omega) = \kappa'_{av} (B_\nu - I_\nu(\Omega)) - \Sigma (I_\nu(\Omega) + \frac{3}{16\pi} \int_{4\pi} (1 + (\Omega \cdot \Omega')^2) I_\nu(\Omega') d^2\Omega')$$

Moments angulaires de

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu(\Omega)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} I_\nu(\Omega) = \kappa'_{av} (B_\nu - I_\nu(\Omega)) - \Sigma (I_\nu(\Omega) + \frac{3}{16\pi} \int_{4\pi} (1 + \Omega \cdot \Omega') I_\nu(\Omega') d^2\Omega')$$

- Moments angulaires de l'Intensité radiative

$$E_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) d^2\Omega, \quad \vec{F}_\nu = \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) \vec{\Omega} d^2\Omega, \quad \overline{\overline{P}}_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu(\Omega) \vec{\Omega} \vec{\Omega} d^2\Omega$$

- Multiplie eq.tr. par $d\Omega$ et intègre sur la sphère unité

$$\frac{dE_\nu}{dt} + \nabla \cdot \vec{F}_\nu = \kappa'_{av} (4\pi B_\nu - cE_\nu)$$

- Multiplie par $\Omega d^2\Omega$ et intègre :

$$\frac{d\vec{F}_\nu}{cdt} + c \nabla \cdot \overline{\overline{P}}_\nu = -(\Sigma + \kappa'_{av}) \vec{F}_\nu$$

et ainsi de suite :

$$\frac{d\overline{\overline{P}}_\nu}{dt} + \nabla \cdot \overline{\overline{\overline{Q}}}_\nu = \dots$$

Fermeture d'Eddington : équation de diffusion

- La Fermeture à l'ordre 1 : $\overline{\overline{P}} = \frac{E}{3} \overline{\overline{I}}_d$

, équivalente au développement P1 : $I(\vec{\Omega}) = \frac{c}{4\pi} E + \frac{3}{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \vec{F}$

conduit aux équations P1 : $\frac{dE_\nu}{dt} + \nabla \cdot F_\nu = \kappa'_{\nu} (4\pi B_\nu - cE_\nu)$

$$\frac{d\vec{F}_\nu}{cdt} + \frac{1}{3} \nabla \cdot E_\nu = -(\Sigma + \kappa'_{\nu}) \vec{F}_\nu$$

- L'approximation du flux stationnaire $\frac{d\vec{F}_\nu}{cdt} = 0$.

conduit à l'approximation de la diffusion

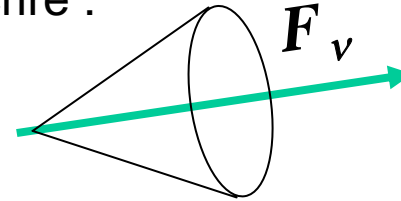
$$\frac{dE_\nu}{dt} - \nabla \cdot \frac{c}{3(\Sigma + \kappa'_{\nu})} \nabla E_\nu = \kappa'_{\nu} (4\pi B_\nu - cE_\nu)$$

Tenseur d'Eddington : équations P'_1

$$\overline{\overline{T}} = \frac{\overline{\overline{P}}}{E}$$

- T : tenseur d'ordre 2, unitaire, symétrique
- Si l'intensité possède la symétrie azimutale autour de la direction du flux, le tenseur d'Eddington peut toujours s'écrire :

$$\overline{\overline{T}}_v = \frac{1 - \gamma_v}{2} \overline{\overline{I}}_d + \frac{3\gamma_v - 1}{2} \frac{\vec{F}_v \vec{F}_v}{F_v^2}$$



- Dans un calcul numérique : calcule T au temps $t^n + \Delta t$ en fonction des grandeurs connues du pas de temps antérieur t^n

– Exemple : « fermeture entropique »

- Définit le facteur d'Eddington en fonction du flux sans dimension

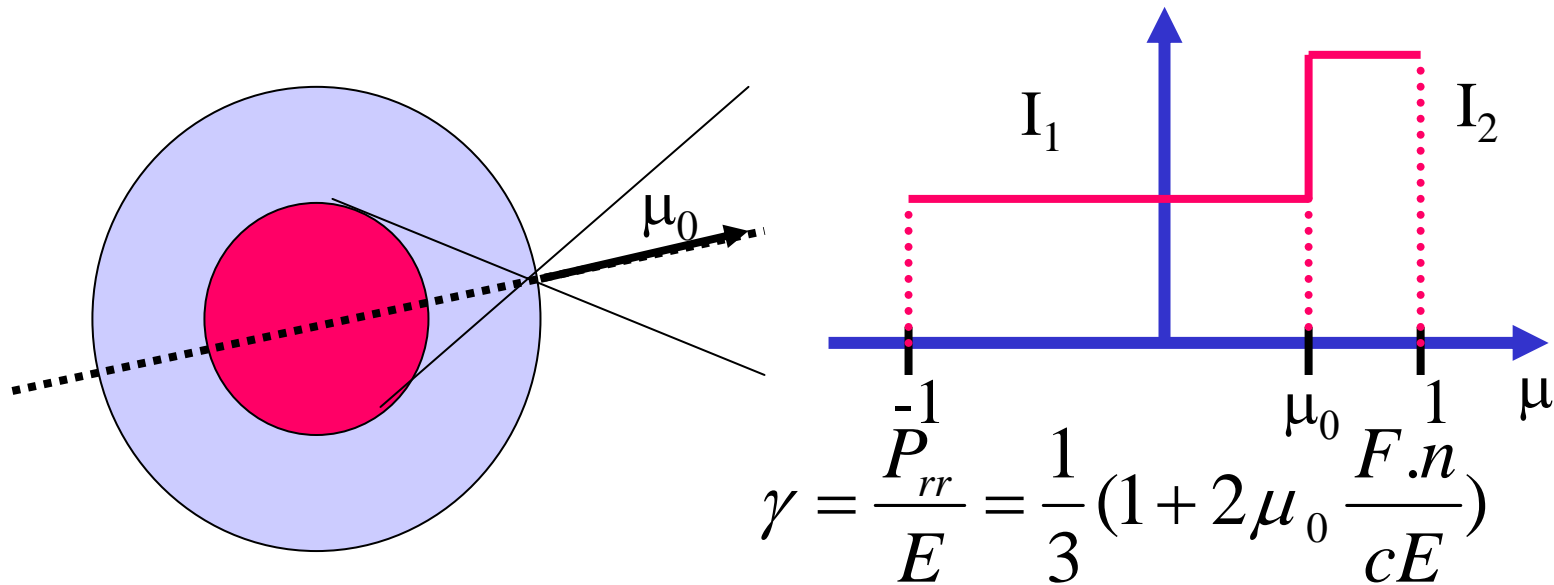
$$\vec{f}_v = \frac{\vec{F}_v}{cE_v}, \quad \gamma_v = \frac{3 + 4 f_v^2}{5 + 2 \sqrt{4 - 3 f_v^2}}$$

- Construit le tenseur d'Eddington
- Résout pour le pas de temps

$$\frac{dE_v}{dt} - \overline{\nabla} \cdot \frac{c}{3(\Sigma + \kappa'_{av})} \overline{\nabla} \cdot (\overline{\overline{T}}_v E_v) = \kappa'_{av} (4\pi B_v - cE_v)$$

facteur d'Eddington VERA (Variable Eddington Radiation ...)

- Exemple en géométrie 1D sphérique



$$\gamma = \frac{P_{rr}}{E} = \frac{1}{3} \left(1 + 2\mu_0 \frac{F \cdot n}{cE} \right)$$

- On en déduit le flux radiatif $F = -\frac{c}{\kappa_a + \kappa_d} \nabla(\gamma E)$

- + de détails dans les oeuvres des époux Mihalas

Au voisinage de l'ETL : Le libre parcours de Rosseland

$$I_\nu \approx B_\nu$$

- On a vu P1 :
$$I_\nu(\vec{\Omega}) = \frac{c}{4\pi} E_\nu + \frac{3}{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \vec{F}_\nu$$
- Plus radical encore :
$$I_\nu(\vec{\Omega}) = B_\nu + \frac{1}{k'_{av} + k_d} \Omega \cdot \nabla B_\nu$$

conduit à
$$F_\nu = -\frac{c}{3(k'_{av} + k_d)} \nabla \frac{4\pi}{c} B_\nu \quad \text{or, } \nabla B_\nu = \frac{dB_\nu}{dT} \nabla T$$

- L'intégration contre la fréquence donne le flux radiatif total

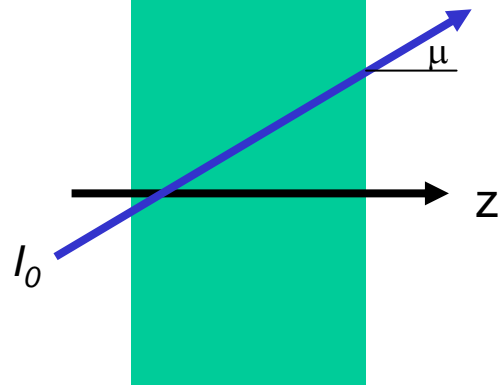
$$F_r = \int_0^\infty F_\nu d\nu = -\frac{c}{3} \int d\nu \frac{\nabla \frac{4\pi}{c} B_\nu}{(k'_{av} + k_d)} = -\frac{c}{3} \frac{\int \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}{\int \frac{dB_\nu}{dT} d\nu} \nabla \int \frac{4\pi}{c} B_\nu d\nu$$

$$F_r = -\frac{c}{3} \lambda_{Rosseland} \nabla aT^4$$

\updownarrow
Libre parcours de Rosseland λ_r

\updownarrow
 aT^4

Solutions formelles de l'équation de transfert



- Milieu plan, stationnaire : $I(r, \Omega, t) = I(z, \mu)$
- Eq.tr. : $\mu \frac{dI}{dz} = \kappa (B - I)$, c.l. : $I(0, \mu) = I_0$

- Solution en *profondeur optique*
 - Si B est constant , $I=B$
 - à grande *profondeur optique*

$$\tau(z) = \int_0^z \kappa(z) dz$$

$$I(\tau) = I_0 e^{-\frac{\tau}{\mu}} + \frac{1}{\mu} \int_0^{\tau} B(\tau') e^{-\frac{\tau'-\tau}{\mu}} d\tau'$$

- Pour $dB/d\tau \ll B$, c.a.d. $|grad B| \gg |I|$, développe B au premier ordre autour de $B(\tau)$:

$$B(\tau') = B(\tau) + (\tau' - \tau) \frac{dB}{d\tau}$$
- A grande profondeur optique, on obtient $I(\tau, \mu) = B(\tau) - \mu \frac{dB}{d\tau} \approx B(\tau - \mu)$

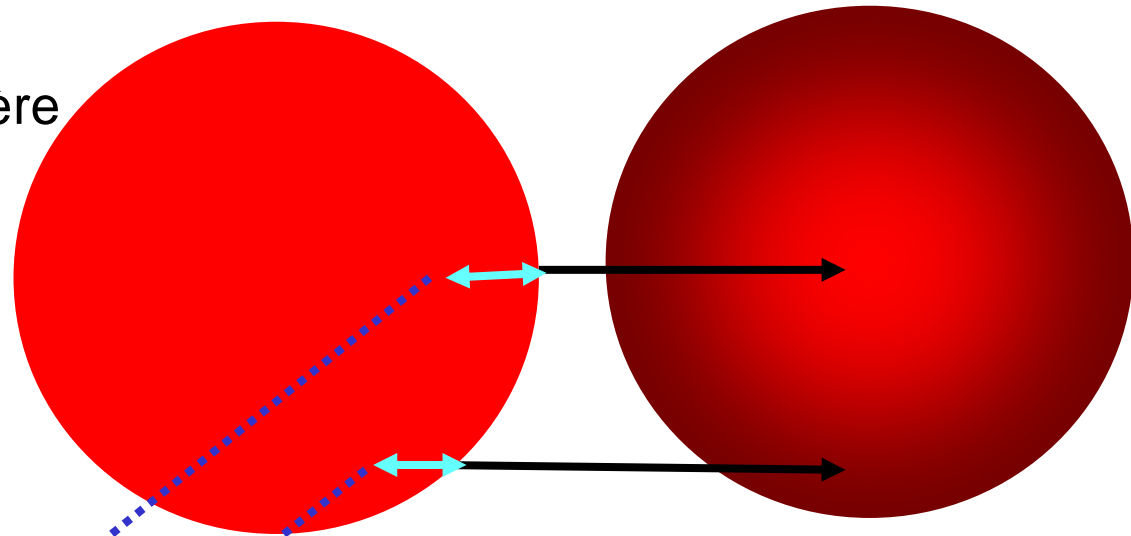
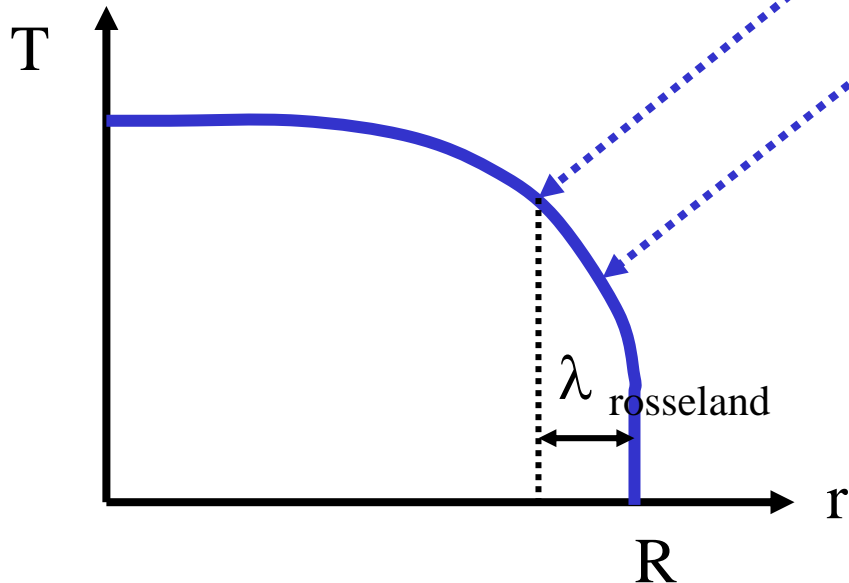
L'intensité émergente d'un milieu opaque est la planckienne à la profondeur optique unité (Loi d'Eddington Barbier)

Application de la loi d'Eddington Barbier

L'assombrissement centre-bord

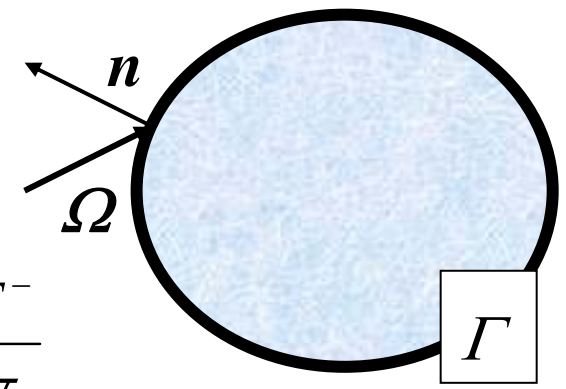
- Observation d'une sphère
Opaque

Profil radial de température



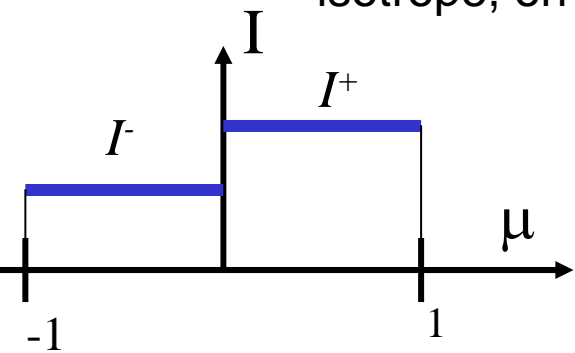
Aspect de l'objet

Conditions aux limites de l'équation de transfert



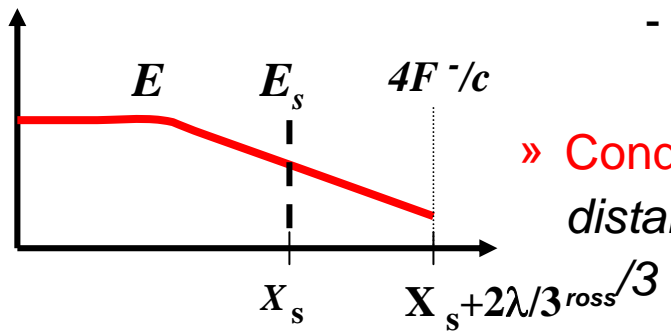
- Intensité entrante: $I_{\nu}(r \in \Gamma, t, \Omega.n < 0)$
- « Flux entrant » F^- sur Γ : $I_{\nu}(r \in \Gamma, \Omega.n < 0) = \frac{F^-}{\pi}$

– **Condition de Marshak** : si l'intensité sortante est également isotrope, on obtient le problème de $\frac{1}{2}$ espace de Marshak :



Moments angulaires de l'intensité à la surface

- Densité d'énergie : $E_s = \frac{2\pi}{c}(I^+ + I^-)$
- Flux radiatif net : $F.n = F^+ - F^- = \pi(I^+ - I^-)$
- D'où la condition de MARSHAK $F.n = \frac{cE_s}{2} - 2F^-$



» **Condition de Milne** : E s'extrapole en $E_0 = 4F^-/c$ à une distance d_{extr} de l'interface. En diffusion, $d_{extr} = 2\lambda$

COUPLAGE AUX EQUATIONS DE CONSERVATION FLUIDES L'HYDRODYNAMIQUE RADIATIVE

- Références utiles
 - Mihalas & Mihalas
 - J.R. Büchler (1979) J. Quant. Spectr. Rad. Transfer,22,293
 - J.R. Büchler (1979) J. Quant. Spectr. Rad. Transfer,22,293
 - A.Munier & Robert Weaver : Radiation transfer in the fluid frame : a covariant formulation. Comp. Phys. Reports(1986),3,vol3. North Holland

Conservation de l'énergie

- Puissance échangée entre rayonnement et matière

$$W_{er} = \int_{4\pi} d^2\Omega \int_0^\infty (j_\nu - k'_{av} I_\nu) d\nu$$

- Ou encore, (à l'ETLP)

$$W_{er} = \int_{4\pi} d^2\Omega \int_0^\infty k'_{av} (B_\nu - I_\nu) d\nu$$

- Ou encore, avec l'énergie radiative,

$$W_{er} = \int_0^\infty k'_{av} (4\pi B_\nu - cE_\nu) d\nu$$

- Dans tous les cas,

$$W_{er} = \frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{F}$$

Conservation de l'énergie (ii)

- En l'absence de mouvement matière, la variation d'énergie interne est :

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} + W_{er} = 0$$

- Le calcul de W_{er} demande la résolution de l'équation de transfert. Comme l'émissivité varie comme T^4 , le problème est non linéaire.
- Le temps de couplage rayonnement_matière est fréquemment court devant les autres constantes de temps du problème.
 - lors d'une résolution numérique, il est nécessaire d'utiliser une *méthode implicite* (résolution simultanée des équations)
 - en plusieurs dimensions d'espace, des formes approchées de l'équation de transfert doivent être utilisées afin d'obtenir des solutions avec des moyens de calcul raisonnables

- Découpe l'axe des fréquences en intervalles de largeur $\Delta\nu_k$
- Définit les grandeurs moyennes par groupe

$$b_k = \frac{4\pi}{c} \frac{\int_{\Delta\nu} B_\nu d\nu}{aT^4} \quad E_k = \int_{\Delta\nu} E_\nu d\nu \quad \sigma_p^k = \frac{\int_{\Delta\nu_k} \kappa_{av} B_\nu d\nu}{\int_{\Delta\nu_k} B_\nu d\nu} \quad \lambda_r^k = \frac{\int_{\Delta\nu_k} \frac{dT}{(k'_{av} + k_d)} d\nu}{\int_{\Delta\nu_k} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}$$

*Planckienne
réduite*

*Densité d'énergie rad.
dans le groupe k*

*Moyenne de Planck de
l'opacité par groupe*

*Libre parcours de Rosseland
par groupe*

- La conservation de l'énergie s'écrit :

$$\begin{cases} \rho \frac{d\varepsilon}{dt} = c \sum_k \sigma_p^k (E_k - b_k aT^4) \\ \frac{\partial E_k}{\partial t} = \nabla \cdot \frac{c}{3} \lambda_r^k \nabla E_k + c \sigma_p^k (b_k aT^4 - E_k), \quad k = 1, k_{\max} \end{cases}$$

$$I_\nu \approx B_\nu$$

- Au voisinage de l'ETL, on somme les équations précédentes pour obtenir une équation de conservation pour l'énergie totale

$$\sum_{k=1, k_{\max}} \begin{cases} \rho \frac{d\varepsilon}{dt} = c \sum_k \sigma_p^k (E_k - b_k aT^4) \\ \frac{\partial E_k}{\partial t} = \nabla \cdot \frac{c}{3} \lambda_r^k \nabla E_k + c \sigma_p^k (b_k aT^4 - E_k) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (\rho\varepsilon + aT^4) = \nabla \cdot \frac{c\lambda_R}{3} \nabla aT^4$$

- Les échanges radiatifs se ramènent à un flux de chaleur de Fourier associé à une conductivité

$$K = \frac{4}{3} ac\lambda_{Ros} T^3$$

**Avec mouvement matière :
coupler TR aux equations
d'Euler**

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u}) + \nabla \cdot (\vec{u} \rho \vec{u}) + \nabla p = \delta \vec{p}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon + \frac{1}{2} \rho u^2) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} h + \frac{1}{2} \rho \vec{u} u^2) = W_{er}$$

- Avec rayonnement, il faut introduire les termes sources

– Échange d'énergie

$$W_{er} = - \int_{4\pi} d^2\Omega \int_0^\infty (j_\nu - k_{av} I_\nu) d\nu = - \frac{\partial E}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{F}$$

– Echange d'impulsion

$$\delta \vec{p} = - \frac{1}{c} \int_{4\pi} \vec{\Omega} d^2\Omega \int_0^\infty (j_\nu - k_{av} I_\nu) d\nu = - \frac{\partial \vec{F}}{c^2 \partial t} - \nabla \cdot \vec{P}$$

- En utilisant les moments de l'équation de transfert, les équations d'Euler se réécrivent :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u} + \frac{\vec{F}}{c^2}) + \nabla \cdot (\vec{u} \rho \vec{u}) + \nabla p + \nabla \cdot \vec{P} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon + \frac{1}{2} \rho u^2 + E) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} h + \frac{1}{2} \rho \vec{u} u^2 + \vec{F}) = 0$$

CES EQUATIONS SONT FAUSSES !!!

Qu'est ce qui cloche là dedans ?

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon + \frac{1}{2} \rho u^2 + E) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} h + \frac{1}{2} \rho \vec{u} u^2 + \vec{F}) = 0$$

- Dissymétrie formelle : pas d'équivalent radiatif au flux d'enthalpie !
 - Pourtant, pour un milieu infiniment opaque, le flux radiatif s'annule , mais la densité d'énergie radiative est néanmoins transportée par le fluide. Où est passé $\text{div}(uE + Pu)$?
 - Le problème provient de ce que l'observateur au repos (qui écrit les équations d'Euler), et l'observateur en mouvement avec le fluide (qui mesure le bilan d'émission et d'absorption) ne sont pas tout à fait d'accord sur la notion d'isotropie, ni sur celle de fréquence, ni sur les mesures de longueur et de temps.
- quelques transformations de Lorentz vont être nécessaires pour les réconcilier !

Transformations de Lorentz du champ radiatif

$$\gamma = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Observateur comobile (indice 0):

associé à la particule fluide

voit un photon de 4-vecteur E-p : $p^\alpha = h\nu_0/c^2 (1, \vec{\Omega}_0 c)$

voit une intensité radiative $I_\nu(0)$

Observateur « du laboratoire »

voit la particule fluide se déplacer à la vitesse u

voit le même photon avec le 4-vecteur énergie impulsion

$$p^\beta = A_\alpha^\beta p^\alpha(0) \quad \text{avec} \quad (A_\alpha^\beta) = \begin{bmatrix} \gamma & \gamma \vec{u}^T / c^2 \\ \gamma \vec{u} & 1 + (\gamma - 1) \vec{u} \vec{u}^T / c^2 \end{bmatrix}$$

→ Au premier ordre en u/c $\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{\vec{\Omega}_0 \cdot \vec{u}}{c}\right)$, et $\vec{\Omega} = \frac{\vec{\Omega}_0 + \vec{u}/c}{1 + \vec{\Omega}_0 \cdot \vec{u}/c}$

Tous voient le même nombre d'occupation $c^2 I / 2h\nu^3 \Rightarrow I_\nu = \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^3 I_\nu^{(0)}$

Forme covariante de l'équation de transfert

$$\text{div}(f) = f_{,\alpha}^{\alpha}$$

Quelques invariants de Lorentz

$$\text{Nombre d'occupation: } n_{\nu} = \frac{c^2 I_{\nu}}{2h\nu^3}$$

$$\text{Emissivité invariante: } e_{\nu} = \frac{c j_{\nu}}{2\nu^2}$$

$$\text{Absorption invariante: } a_{\nu} = \frac{h\nu}{c} \kappa_{a\nu}$$

D'où la forme covariante de l'équation de transfert :

$$(p^{\alpha} n_{\nu})_{,\alpha} = e_{\nu} - a_{\nu} n_{\nu}$$

Tenseur d'Énergie - Impulsion du champ radiatif

$$T^{\alpha\beta} = \int p^\alpha p^\beta \frac{n^{occ}}{E} d^3 p$$

$$T^{\alpha\beta} = \int d\nu d^2\Omega I_\nu \begin{bmatrix} 1/c & \Omega^T \\ \Omega & c\Omega\Omega^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & \bar{F}^T \\ \bar{F} & c^2\bar{P} \end{bmatrix}$$

→ L'échange d'énergie et de quantité de mouvement avec le fluide est la divergence de T : $g^\beta = (W, \Delta\mathbf{p}) = T^{\alpha\beta}_{,\alpha}$

→ Vu du laboratoire : $T^{\alpha\beta} = A_\lambda^\alpha T_{(0)}^{\lambda\mu} A_\mu^\beta$

Au premier ordre en u/c :

$$E = E_0 + \frac{2\vec{u}\cdot\vec{F}}{c^2} \quad ; \quad \vec{F} = \vec{F}_0 + \vec{u}E_0 + \vec{u}\cdot\vec{P}_0 \quad ; \quad \bar{P} = \bar{P}_0 + \frac{1}{c^2}(\vec{u}\vec{F} + \vec{F}\vec{u})$$

En régime de DIFFUSION DYNAMIQUE, F_0 est petit devant cE_0

Si u/c est petit, on peut négliger toutes les corrections, sauf la correction du flux, qui est essentielle

Choix du référentiel

$$v = v_0 \left(1 + \frac{\vec{\Omega}_0 \cdot \vec{u}}{c}\right), \text{ et } \vec{\Omega} = \frac{\vec{\Omega}_0 + \vec{u} / c}{1 + \vec{\Omega}_0 \cdot \vec{u} / c}$$

- A priori, le ref du laboratoire est le mieux adapté
 - L'opérateur de transport est simple : $d/dt + \Omega d/dx$
 - On sait écrire les bilans (par. précédent)
 - On ne sait pas écrire simplement les coefficients de transport puisque ceux ci ne sont définis que dans le référentiel propre de la particule fluide
 - Le mouvement matière introduit une direction privilégiée et les sections efficaces deviennent anisotropes
- Exemples (valables au premier ordre en u/c) :

$$B(v, \Omega) = \left[\frac{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}{(1 - \Omega \cdot u / c)} \right]^3 B_0(v_0) = B_0(v) + \frac{\Omega \cdot u}{c} (3B_0(v) - v \frac{\partial B_0(v)}{\partial v}) + O(u^2 / c^2)$$

$$\kappa_a(v, \Omega) = \frac{(1 - \Omega \cdot u / c)}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} \kappa_a(v_0) = \kappa_{a0}(v) - \frac{\Omega \cdot u}{c} (\kappa_{a0}(v) + v \frac{\partial \kappa_{a0}(v)}{\partial v}) + O(u^2 / c^2)$$

le « référentiel comobile »

Référentiel comobile == ensemble de référentiels liés à chaque instant, en chaque lieu, à la particule fluide

- aucun d'eux n'est un référentiel d'inertie (si accélération)
- Ils ne sont pas en translation uniforme les uns par rapport aux autres : **nécessité d'introduire une métrique**

Equations comobiles

- les bilans et les grandeurs radiatives sont évalués dans le « ref comobile »
- les dérivées partielles (x,t), sont évaluées dans le ref du laboratoire :

→ EQUATIONS APPROCHEES où on néglige tous les termes en

$(u/c)^2$

$$\frac{1}{c} \frac{DI^\circ}{Dt} + \vec{\Omega}_0 \cdot \nabla I^\circ - \frac{1}{c} \vec{\Omega}_0 \cdot \bar{\nabla} \bar{u} \cdot \vec{\Omega}_0 \nu_0 \frac{\partial I^\circ}{\partial \nu_0}$$

$$- \frac{1}{c} \vec{\Omega}_0 \cdot \bar{\nabla} \bar{u} \cdot (\bar{I}_d - \vec{\Omega}_0 \vec{\Omega}_0) \frac{\partial I^\circ}{\partial \vec{\Omega}_0} + \frac{3}{c} \vec{\Omega}_0 \cdot \bar{\nabla} \bar{u} \cdot \vec{\Omega}_0 I^\circ = j^\circ - \kappa^\circ I^\circ$$

Moments monochromatiques dans le formalisme comobile selon Büchler

$$\begin{aligned} \text{Dérivée convective} &\longrightarrow \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \nabla \\ \text{Conservation de la masse} &\longrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \end{aligned}$$

Mt d'ordre 0 : Conservation de l'énergie

$$\frac{\partial E_\nu}{\partial t} + \nabla \cdot (u E_\nu) + \nabla \cdot F_\nu + (\bar{P}_\nu - \frac{\partial (\nu \bar{P}_\nu)}{\partial \nu}) : \bar{\nabla} \bar{u} = 4\pi j_\nu - c \kappa_{av} E_\nu$$

$$\text{ou : } \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{E_\nu}{\rho} \right) + \nabla \cdot F_\nu + (\bar{P}_\nu - \frac{\partial (\nu \bar{P}_\nu)}{\partial \nu}) : \bar{\nabla} \bar{u} = 4\pi j_\nu - c \kappa_{av} E_\nu$$

Moment d'ordre 1 : conservation de la qqté de mouvement

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{\vec{F}_\nu}{\rho c^2} \right) + \bar{\nabla} \cdot \bar{P}_\nu + = \frac{\kappa_{av}}{c} \vec{F}_\nu$$

En diffusion , à l'ETLP :

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{E_\nu}{\rho} \right) - \nabla \cdot \frac{c}{3\kappa_{av}'} \nabla E_\nu + \frac{1}{3} \left(E_\nu - \frac{\partial (\nu E_\nu)}{\partial \nu} \right) \nabla \cdot u = c \kappa_{av}' \left(\frac{4\pi}{c} B_\nu - E_\nu \right)$$

Pour finir, les équations de diffusion sous une forme simplifiée et à peu près correcte au 1er ordre en u/c

$$\lambda_r / L \ll 1$$

$$u/c \ll 1 \quad \text{E.T.L.P.}$$

Diffusion Multigroupe

$$\rho \frac{Du}{Dt} + \nabla \cdot (p + \frac{1}{3} \sum_k E_k) = 0$$

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} + p \nabla \cdot u = c \sum_k \sigma_p^k (E_k - b_k aT^4) + Q$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{E_k}{\rho} \right) + \frac{1}{3} E_k \nabla \cdot u - \nabla \cdot \frac{c}{3} \lambda_r^k \nabla E_k = c \sigma_p^k (b_k aT^4 - E_k)$$

Conduction radiative

$$\rho \frac{Du}{Dt} + \nabla \cdot (p + \frac{1}{3} aT^4) = 0$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\varepsilon + \frac{aT^4}{\rho} \right) + (p + \frac{1}{3} aT^4) \nabla \cdot u - \nabla \cdot \frac{c \lambda_R}{3} \nabla aT^4 = Q$$

Quelques nombres sans dimension qui caractérisent le transfert

κ : Opacité ; $\lambda=1/\kappa$: Libre parcours

L : Echelle spatiale ; u : Vitesse fluide

→ Flux réduit $f=F/cE$; par définition , $F < cE$.

$F/cE \ll 1$: régime diffusif

$F/cE \sim 1$: limite « free streaming »

→ Facteur d'Eddington : $\gamma = P_{rr}/E$ caractérise l'écart à l'isotropie

Faible anisotropie : $\gamma=1/3$

→ Libre parcours réduit $\tau=\lambda/L$

$\tau \ll 1$ le transfert est déterminé par les conditions locales

→ Régime de diffusion, $f \ll 1$

$\tau > \sim 1$ le matériau est transparent : régime de transport

→ Vitesse réduite : u/c détermine l'importance des effets relativistes. Particulièrement important en régime de diffusion, où le flux radiatif, petit, devient comparable au flux d'enthalpie radiative.

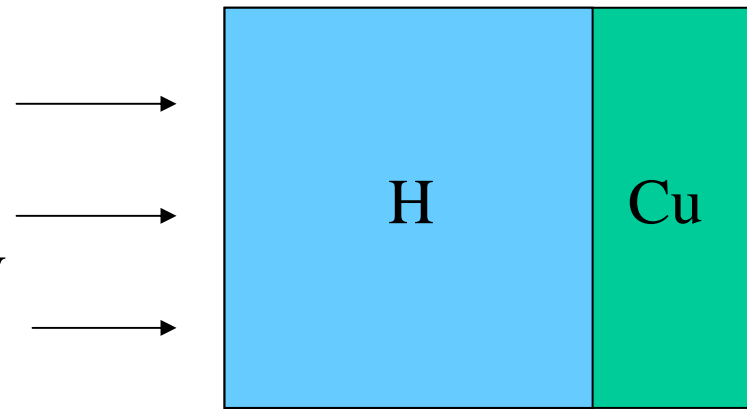
$u/c \ll \lambda/L \ll 1$: régime de diffusion statique

$u/c \sim \lambda/L \ll 1$: régime de la diffusion dynamique

L'onde radiative par l'exemple

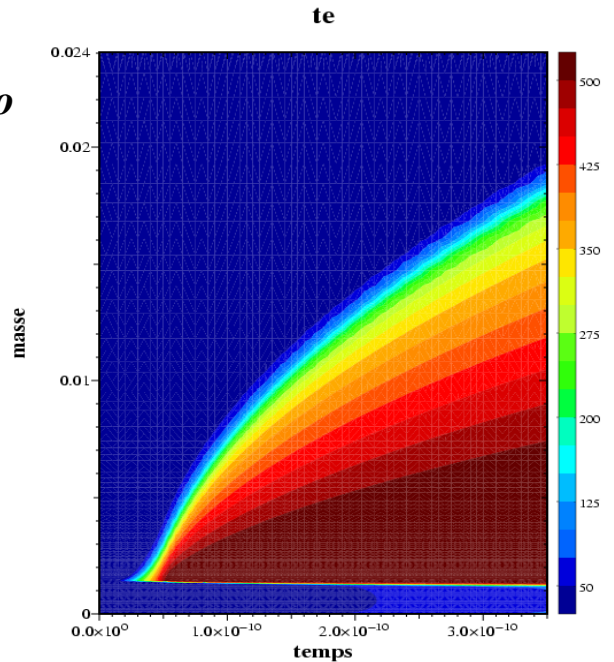
- Système étudié

Rayonnement
Planckien à 500 eV

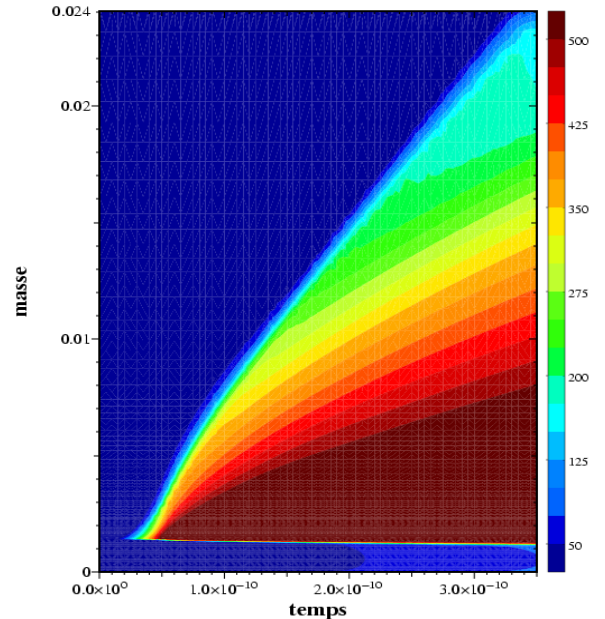


- Résolution numérique au moyen du code *CHIVAS*

Sans hydro



Avec hydro



**Pénétration du rayonnement
dans un milieu opaque
L'onde thermique auto semblable**

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon + aT^4) = \nabla \frac{c\lambda_R}{3} \nabla aT^4$$

● Simplification utile quand $aT^4 \ll \rho \varepsilon$:

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \frac{c\lambda_R}{3} \nabla aT^4$$

● λ_r varie comme βT^m :
ex d'une opacité de Bremsstrahlung

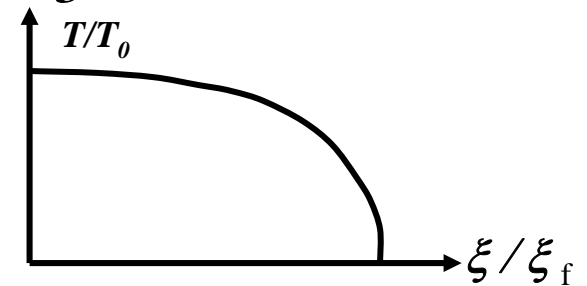
$$\kappa_{av} = \kappa_0 \nu^{-3} T^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \lambda_R = \beta T^{\frac{7}{2}}$$

● L'équation de Rosseland s'écrit alors :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{4ac\beta}{3} \nabla T^{m+3} \nabla T$$

● Solutions autosemblables en $T = T_{ext} f(x)$ avec

$$T = T_{ext} f(\xi), \text{ avec } \xi = \frac{x}{\sqrt{AT^{m+3}t}}$$



● f est singulière en $\xi_0 \rightarrow$ position du front $x_f = \xi_0 \sqrt{AT^{m+3}t}$

● L'onde thermique ne cesse pas de ralentir :

$$V_f \propto \left(\frac{T^{m+3}}{\rho C_v t} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$V_f \propto T_{ext}^{\frac{m+3}{2}} t^{-\frac{1}{2}}, C_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \propto \sqrt{C_V T}$$

Phénoménologie

- pression croissante dans l'onde thermique
 - trains d'ondes acoustiques de vitesses croissantes
 - les ondes coalescent en choc
- La vitesse de l'onde thermique varie comme $t^{-1/2}$
- La vitesse du choc est quasi constante
- Tant que $V_f > C_s$: onde thermique supersonique
 - il existe nécessairement un instant τ_h où le choc se détache devant l'onde thermique :

Séparation hydrodynamique

- temps de séparation hydrodynamique : $\tau_h \propto \frac{T_{ext}^{m+2}}{\rho C_V^2}$

Pression radiative-pression matière

- Rapport de l'énergie interne à l'énergie radiative ~ rapport pression cinétique/pression radiative

$$\text{A l'équilibre : } \chi = \frac{\rho C_V T}{a T^4} \approx 10 \rho T_{keV}^{-3}$$

Application : implosion radiative d'une sphère de plastique
T=300 eV, $\rho=1 \rightarrow$ l'énergie interne > 100 l'énergie radiative !

- nombre de Boltzmann : $\eta = F_{enth}/F_{rad} = \frac{\rho u h}{F_r} \approx \frac{\rho C_p u}{\sigma T^3} \propto \chi \frac{u}{c}$

Dans une cible laser, la densité d'énergie radiative est presque toujours négligeable devant l'énergie interne.

En revanche, le flux radiatif est comparable au flux d'enthalpie. Il dispute à la conduction thermique électronique le rôle de processus majeur de transport d'énergie

***C'est tout pour aujourd'hui
, merci de votre attention.***