

TD 1 : Espace vectoriel

Mathématiques

Master ET 1^{ère} année

Exercice 1 : SEV

1. \mathbb{R}^2 (+, .) est un R-EV. Montrer que $\mathbb{R} \times \{0\}$ est un SEV de $(\mathbb{R}^2, +, .)$
2. Soit $K[x]$ l'ensemble des polynômes en x à coefficients dans K . $P(x) \in K[x]$ s'écrit :

$$P(x) = \sum a_i x^i$$
 On appelle $K_n[x] \subset K[x]$, l'ensemble des polynômes de degré n .
 Montrer que $K_n[x]$ est un SEV de $(K[x], +, .)$

Exercice 2 : Famille libre/ famille liée

1. Les familles suivantes sont-elles libres ou liées ?
 - 1.1. Soient $x_1(3,2)$, $x_2(1,-1)$ et $x_3(2,0)$.
 - 1.2. Soient $x_1(1, 0, 1, 0)$ et $x_2(2,-1,1,1)$
2. Soient E un R-EV, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$, une famille libre et

$$\begin{aligned} u &= x + y \\ v &= y+z \\ w &= z + x \end{aligned}$$
 Montrer que la famille (u, v, w) est libre.

Exercice 3

Montrer que l'ensemble F défini par

$$F = \{ (x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \text{ tels que } x + y + z = 0 \text{ et } x + iy - z = 0 \}$$

Est un SEV de \mathbb{C}^3 et en déterminer une base et la dimension.

Exercice 4

Dans \mathbb{R}^4 , soient :

$$u(1, 0, 1, 0), v(0, 1, -1, 0), w(1, 1, 1, 1), x(0, 0, 1, 0) \text{ et } y(1, 1, 0, -1)$$

$$F = \text{Vect}(u, v, w)$$

$$G = \text{Vect}(x, y)$$

Quelles sont les dimensions de $F, G, F + G, F \cap G$?