

TD 6

Mathématiques

Master ETG 1^{ère} année

Exercice 1 : Diagonalisation, trigonalisation

Pour chacune des matrices suivantes :

1. Calculer le polynôme caractéristique
2. Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres associés
3. Diagonaliser la matrice si c'est possible
4. Trigonaliser la matrice si c'est possible

$$1 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2 \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 10 \\ -9 & -22 & -22 \\ 9 & 18 & 17 \end{pmatrix}$$

$$3 \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -17 & 25 \\ 2 & -9 & 16 \\ 1 & -5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$4 \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$5 \quad E = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$6 \quad F = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 2

Soient $A, B \in M_n(\mathbb{R})^2$ telles que $A \sim B$.

1. Montrer que leurs polynômes caractéristiques sont égaux
2. Soient $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
 - a. Ces matrices sont-elles semblables ?

- b. Quels est leur polynôme caractéristique ?
- c. Conclure

Exercice 4

Soit $E = \mathbb{R}^2$ muni de sa base canonique $B(e_1, e_2)$

$$\varphi((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = \alpha x_1 y_1 + \beta(x_1 y_2 + x_2 y_1) + \gamma x_2 y_2$$

1. Montrer que φ est une forme bilinéaire symétrique
2. Déterminer la matrice de φ dans la base B