

UNIVERSITÉ LOUIS PASTEUR – STRASBOURG I

THÈSE

Présentée pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Louis Pasteur
Spécialité Physique des Particules

par

Guillaume GOUGE

**Étude de la désintégration $K_S \rightarrow 3\pi^0$
auprès de l'expérience NA48 du CERN**

Soutenue le 24 septembre 2003 devant la commission d'examen composée de :

Pierre	Binetruy
Gabriel	Chardin (rapporteur)
Jean-Pierre	Engel
Daniel	Huss (rapporteur interne)
Italo	Mannelli
Edoardo	Mazzucato
François	Montanet (rapporteur)

Thèse préparée au sein du Service de Physique des Particules
du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA/Saclay, DAPNIA/SPP)
sous la direction d'Edoardo Mazzucato

*La vie est complexe,
puisqu'elle a une partie réelle et une partie imaginaire.*

Anonyme.

Table des matières

Table des matières	5
Liste des figures	9
Liste des tableaux	12
Introduction	13
1 Physique des kaons neutres et violation de \mathcal{CP}	17
1.1 Les symétries discrètes	17
1.1.1 Définition de \mathcal{C} , \mathcal{P} et \mathcal{T}	17
1.1.2 Violation de \mathcal{C} et \mathcal{P}	18
1.1.3 Violation de \mathcal{CP}	19
1.1.4 Le théorème \mathcal{CPT}	20
1.1.5 Violation de \mathcal{T}	21
1.1.6 Baryogénèse et violation de \mathcal{CP}	22
1.2 Le système des kaons neutres	22
1.2.1 Présentation	22
1.2.2 Le formalisme effectif	23
1.2.3 Action des opérateurs et conventions de phase	24
1.2.4 Les symétries et leurs contraintes	24
1.2.5 États propres de \mathcal{CP}	26
1.2.6 États propres de propagation	26
1.2.7 Évolution temporelle	26
1.2.8 Remarque sur la régénération	28
1.3 Mécanismes et signatures de la violation de \mathcal{CP} dans le système des kaons neutres	28
1.3.1 La violation dans le mélange	28
1.3.2 La violation directe	29
1.4 Le modèle standard électrofaible	32
1.4.1 Introduction	32
1.4.2 Les états propres de masse	33
1.4.3 La matrice CKM	34
1.4.4 Conditions sur la masse des quarks	36
1.4.5 Le triangle d'unitarité	36
1.5 Violation de \mathcal{CP} et interaction forte	39
1.5.1 Introduction	39
1.5.2 L'angle du vide	39
1.5.3 Le problème de la violation de \mathcal{CP} dans l'interaction forte	39

2	La désintégration $K_S \rightarrow 3\pi^0$	41
2.1	Le paramètre η_{000}	41
2.1.1	Définition	41
2.1.2	Le rapport de branchement $K_S \rightarrow 3\pi^0$	42
2.2	De la violation de \mathcal{CP} au test de l'invariance \mathcal{CPT} : la relation de Bell-Steinberger	42
2.2.1	Préliminaires	42
2.2.2	Conséquence de l'invariance \mathcal{CPT} sur les désintégrations en trois pions	43
2.2.3	La relation de Bell-Steinberger	45
2.2.4	Signification de la phase super-faible	45
2.2.5	Les coefficients $\alpha_{2\pi}$ et $\alpha_{3\pi}$	46
2.2.6	Paramétrisation de la contribution des modes semi-leptoniques à la relation BS	48
2.2.7	Test expérimental de la symétrie \mathcal{CPT}	49
2.3	Études expérimentales du canal $K_S \rightarrow 3\pi^0$	53
2.3.1	L'interférence K_S/K_L	53
2.3.2	L'étiquetage K_S	57
2.3.3	Résumé des résultats	59
3	Le dispositif expérimental de NA48	63
3.1	Les lignes de faisceaux	63
3.1.1	Le faisceau primaire de protons	65
3.1.2	Le faisceau K_L	66
3.1.3	Le faisceau secondaire de protons	66
3.1.4	Le faisceau K_S	67
3.1.5	La zone fiducielle	67
3.1.6	Le monitoring des faisceaux	67
3.1.7	La station d'étiquetage	68
3.1.8	L'anti-compteur de K_S	68
3.1.9	L'anti-compteur de K_L	69
3.2	La détection des modes chargés	69
3.2.1	Le spectromètre magnétique	69
3.2.2	L'hodoscope chargé	71
3.2.3	Le calorimètre hadronique	71
3.2.4	Les compteurs à muons	72
3.3	La détection des modes neutres	72
3.3.1	Le calorimètre électromagnétique	72
3.3.2	L'hodoscope neutre	81
3.4	Les systèmes de déclenchement	81
3.4.1	Le déclenchement chargé	81
3.4.2	Le déclenchement neutre	83
3.5	Acquisition des données	86
4	La prise de données 2000	89
4.1	Les conditions expérimentales en 2000	89
4.1.1	Acquisition des données	89
4.1.2	Obtention d'un faisceau K_S intense	89
4.1.3	Le run «dilution»	90
4.1.4	Le run « η »	90
4.1.5	Énergie de faisceau	90
4.1.6	Le déclenchement	90
4.2	Mesurer η_{000}	92

4.2.1	Une manifestation physique de η_{000} : l'interférence $K_{S,L} \rightarrow 3\pi^0$	92
4.2.2	Corriger le run haute intensité	93
4.2.3	Sensibilité	93
4.2.4	Étude analytique du taux de décroissance	94
4.3	Déroulement de la prise de données	95
5	Outils d'analyse et sélection des données	99
5.1	La reconstruction des signaux dans le calorimètre électromagnétique	99
5.1.1	La recherche des amas	99
5.1.2	Mesure de l'énergie des photons	99
5.1.3	Mesure de la position des photons	100
5.1.4	Mesure du temps des photons	100
5.1.5	Corrections	100
5.1.6	Le niveau 3	100
5.2	Le format des données	101
5.3	Simulation de l'expérience NA48	101
5.3.1	La méthode Monte-Carlo	101
5.3.2	Fonctionnement de NASIM	101
5.3.3	MiniSIM: vers une simulation simplifiée	103
5.3.4	Les lots d'événements simulés	104
5.4	La sélection des événements $2\pi^0$ et $3\pi^0$	105
5.4.1	Présélection des gerbes	105
5.4.2	Analyse combinatoire des gerbes	108
6	La mesure de η_{000}	119
6.1	Corrections	119
6.1.1	Le coefficient de dilution	119
6.1.2	Correction du coefficient de dilution	121
6.1.3	Correction du spectre en énergie des kaons	122
6.2	Échantillonnage des événements	124
6.3	Délimitation de la zone de signal	126
6.3.1	Coupures à bas $c\tau$: l'effet du collimateur final	126
6.3.2	Coupures à haut $c\tau$: efficacité du système de déclenchement	128
6.3.3	Comportement qualitatif de l'efficacité	130
6.3.4	Efficacité en mode $K_S \rightarrow 2\pi^0$	130
6.3.5	Délimitation de la zone d'efficacité	131
6.3.6	Résumé des critères de sélection	131
6.4	Correction des données du run haute intensité par celles du run dilution	133
6.4.1	Le profil des distributions	133
6.4.2	Une première correction d'acceptance	134
6.5	Seconde correction d'acceptance: l'effet de la géométrie des faisceaux	135
6.5.1	Principe	135
6.5.2	Profil de la correction d'acceptance	135
6.6	Les désintégrations Dalitz	139
6.6.1	Position du problème	139
6.6.2	Les désintégrations Dalitz lors du run haute intensité	139
6.6.3	Les désintégrations Dalitz lors du run dilution	142
6.6.4	Effet des désintégrations Dalitz sur la détermination de η_{000}	143
6.7	Comparaison des données expérimentales à la simulation	144
6.7.1	Énergie des photons	144

6.7.2	Masse des pions neutres	145
6.7.3	Distribution en x des photons	145
6.7.4	Distribution en y des photons	146
6.7.5	Illumination du détecteur par les kaons	146
6.7.6	Temps de vie propre des kaons	149
6.8	Ajustement de η_{000}	150
6.8.1	Principe	150
6.8.2	Tests de la méthode	151
6.8.3	Résultats	152
6.8.4	Remarques	154
7	Les effets systématiques	157
7.1	L'échelle en énergie	157
7.1.1	Motivations	157
7.1.2	Influence de l'échelle en énergie sur les observables physiques	157
7.1.3	Méthode du calcul de l'échelle en énergie	158
7.1.4	Étude de la stabilité de la prise de données	161
7.1.5	Incidence de l'échelle en énergie sur l'ajustement de η_{000}	164
7.2	Effets non-linéaires du LKr	165
7.2.1	Paramétrisation des non-linéarités	165
7.2.2	Effets systématiques	166
7.3	Le coefficient de dilution	167
7.3.1	Les désintégrations en deux pions neutres	167
7.3.2	Mesure de la dilution	168
7.3.3	Sensibilité à la dilution	169
7.3.4	Résultats	172
7.3.5	Incertitude systématique	174
7.4	Activité accidentelle	174
7.4.1	Principe	174
7.4.2	Méthode	176
7.4.3	Remarque	177
7.5	Autres effets	177
7.5.1	Échantillonnage	177
7.5.2	Coupure $r_{ellipse}$	177
7.5.3	Coupure r_{COG}	178
7.5.4	Coupure $c\tau_{<}$	178
7.5.5	Queues non-gaussiennes	178
7.6	Résumé des effets systématiques	178
8	Discussion	179
8.1	Une nouvelle mesure de η_{000}	179
8.2	Les conséquences physiques	180
8.2.1	Le rapport de branchement $K_S \rightarrow 3\pi^0$	180
8.2.2	Test de l'invariance \mathcal{CPT}	181
8.2.3	Différence de masse et de durée de vie K^0/\bar{K}^0	181
8.3	Résumé	183
9	Conclusion	185
	Annexe	189

A	Obtention de la formule d'interférence K_S/K_L dans la décroissance en $3\pi^0$	189
A.1	Expression dans la base des états physiques	189
A.2	Amplitudes de désintégration des états propres de production	189
A.3	Calcul du taux de décroissance	190
B	Compléments sur la démonstration de la relation de Bell-Steinberger	193
B.1	Des éléments de matrice de l'Hamiltonien aux expressions de ϵ et Δ	193
B.2	Paramétrisation de $\langle K_S K_L\rangle$	194
B.3	Équation d'évolution	195
	Bibliographie	197
	Remerciements	203

Table des figures

1.1	Hélicités neutrino-muon lors de la décroissance d'un pion	19
1.2	Dispositif de l'expérience ayant découvert la violation de \mathcal{CP}	20
1.3	Octet $SU(3)$ des mésons pseudo-scalaires	23
1.4	Diagrammes en boîte engendrant la violation de \mathcal{CP} par mélange dans le SM	29
1.5	Diagrammes «pingouin» responsables de la violation directe de \mathcal{CP} dans le SM	30
1.6	Mesures du paramètre $Re(\epsilon'/\epsilon)$	31
1.7	Vertex élémentaires électrofaibles	32
1.8	Contraintes expérimentales sur le triangle d'unitarité	38
1.9	Triangle d'unitarité dans le plan $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$	38
2.1	Diagramme de Feynman de la désintégration $K^0 \rightarrow 3\pi^0$	41
2.2	Projections longitudinale et transverse de Δ	46
2.3	Incertitudes sur $Re(\alpha)$ et $Im(\alpha)$	50
2.4	Incertitude sur $Im(\Delta)$ et $Re(\epsilon)$	51
2.5	Distribution des 632 vertex $3\pi^0$ de l'expérience ITEP	54
2.6	Dispositif expérimental de l'expérience CPLEAR	55
2.7	Distribution des temps de vie des kaons (CPLEAR)	56
2.8	Dispositif expérimental de l'expérience SND	57
2.9	Dispositif expérimental de l'expérience KLOE	58
3.1	Lignes de faisceaux NA48	64
3.2	Vue d'ensemble des détecteurs NA48	65
3.3	Production de kaons par interaction des protons sur une cible en béryllium	66
3.4	Zone de production des kaons au niveau de la cible K_S	68
3.5	L'anti-compteur de K_S	69
3.6	Coupe du spectromètre magnétique	70
3.7	Calorimètre hadronique	71
3.8	Photographie du calorimètre à krypton liquide	73
3.9	Cellule et électrode du calorimètre	74
3.10	Détail des cinq guides parcourus par les électrodes	75
3.11	Structure projective et en accordéon des cellules	75
3.12	Profil du développement d'une gerbe	76
3.13	Schéma de l'électronique de lecture du calorimètre	78
3.14	Résolution en énergie du calorimètre	79
3.15	Résolution en x et y du calorimètre	80
3.16	Résolution sur la masse reconstruite du π^0	80
3.17	Les fibres scintillantes de l'hodoscope neutre	81
3.18	Résolution en temps de l'hodoscope neutre	82
3.19	Principe du déclenchement pour les événements $\pi^+\pi^-$	83
3.20	Décomposition des cellules du calorimètre en super-cellules	84
3.21	Principe de fonctionnement du déclencheur neutre	85

3.22	Résolution du système de déclenchement neutre sur la position du vertex	86
3.23	Résolution énergétique relative du système de déclenchement neutre	86
3.24	Système d'acquisition des événements	87
4.1	Spectre énergétique des kaons (run haute intensité)	91
4.2	Maximum du spectre énergétique des kaons en fonction de l'angle de production	91
4.3	Variation de $I_{3\pi^0}(\tau)$ en fonction de $ \eta_{000} $ et ϕ_{000}	93
4.4	Profil de l'interférence avec la contribution $K_L \rightarrow 3\pi^0$	94
4.5	Sensibilité sur $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$	95
5.1	Résolutions en x , y et E pour les photons	103
5.2	Distribution de la distance à la cellule «morte» la plus proche	106
5.3	Distribution du rayon d'impact des photons	106
5.4	Distribution de l'énergie des photons	107
5.5	Distribution de l'impact des photons sur la surface du calorimètre	107
5.6	Spectre énergétique des kaons	108
5.7	Cohérence temporelle des gerbes	109
5.8	Distribution de la distance minimale entre les $2n$ photons	109
5.9	Événement $2\pi^0$ vu par le LKr	110
5.10	Distribution en z des désintégrations $2/3\pi^0$	111
5.11	Distribution en $c\tau$ des désintégrations $2/3\pi^0$	112
5.12	Résolution sur le temps de vie propre du kaon	112
5.13	Résolution sur la position longitudinale du vertex de désintégration	113
5.14	Anti-corrélation des masses reconstruites des pions neutres	114
5.15	Distribution de la variable $R_{ellipse}$	115
5.16	Illumination du détecteur en run haute intensité	116
5.17	Illumination du détecteur en run dilution	116
6.1	Coefficient de dilution évalué par NA31, NA48 et le modèle des partons	121
6.2	Correction du coefficient de dilution	122
6.3	Dilution avant et après correction	123
6.4	Spectres des kaons produits sur cible K_S	123
6.5	Spectres des kaons produits sur cible K_L	124
6.6	Répartition des événements $3\pi^0$ dans le plan $(c\tau, E_K)$ pour le run haute intensité	125
6.7	Répartition des événements $3\pi^0$ dans le plan $(c\tau, E_K)$ pour le run dilution	125
6.8	Coupe à bas $c\tau$ conditionnée par le collimateur final	127
6.9	Contour d'exclusion des événements $3\pi^0$ à bas $c\tau$	127
6.10	Comparaison données / MC des distributions en temps de vie propre	128
6.11	Efficacité du système de déclenchement par tranche en énergie	129
6.12	Efficacité du déclenchement pour les désintégrations $2/3\pi^0$	130
6.13	Critère de réjection engendré par l'efficacité du déclenchement	131
6.14	Événements $3\pi^0$ sélectionnés après les coupures en $c\tau$ (run haute intensité)	132
6.15	Événements $3\pi^0$ sélectionnés après les coupures en $c\tau$ (run dilution)	132
6.16	Distributions en $c\tau$ des événements du run dilution	133
6.17	Comparaison des distributions en $c\tau$ pour les deux types de runs	134
6.18	Profil de la correction d'acceptance	136
6.19	Distributions en r_{COG} pour les deux types de faisceaux	137
6.20	Distribution du rayon minimum des six photons pour les régions 1 à 4	138
6.21	Rapport des distributions en r_{min} pour $r_{COG} > 3.5\text{ cm}$ et $r_{COG} < 3.5\text{ cm}$	138
6.22	Distribution des événements $2\pi^0\pi_D^0$ avec toutes les particules dans l'acceptance	140
6.23	Séparation de la paire $e^+ e^-$ au niveau du LKr pour les événements de la zone 2	141

6.24	Séparation de la paire $e^+ e^-$ au niveau du LKr pour les événements de la zone 1 . . .	141
6.25	Comparaison $3\pi^0$ et $2\pi^0\pi_D^0$ en l'absence de champ magnétique	142
6.26	Comparaison $3\pi^0$ et $2\pi^0\pi_D^0$ en présence de champ magnétique	143
6.27	Comparaison données / simulation de l'énergie des photons	144
6.28	Comparaison données / simulation de la masse des pions	145
6.29	Comparaison données / simulation de la position en x des photons	145
6.30	Comparaison données / simulation de la position en y des photons	146
6.31	Comparaison données / simulation des distributions du COG	147
6.32	Coefficients de pondération obtenus pour la tranche 100 – 110 GeV	148
6.33	Rapport des coefficients de pondération pour les tranches 160 – 170 et 70 – 80 GeV	148
6.34	Run haute intensité : comparaison données / simulation pour les distributions en $c\tau$	149
6.35	Run dilution : comparaison données / simulation pour les distributions en $c\tau$	150
6.36	Exemple de distribution de $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$	151
6.37	Ajustement du double rapport pour tous les intervalles en énergie	153
6.38	Ajustement de η_{000} avec et sans l'hypothèse \mathcal{CPT}	154
7.1	Échelle en énergie avant le run haute intensité	160
7.2	Échelle en énergie après le run haute intensité	160
7.3	χ^2 de la différence des distributions en $c\tau$ du run de référence et du run courant	161
7.4	Ajustement parabolique de l'échelle en énergie	162
7.5	Fluctuations de l'échelle en énergie pendant le run haute intensité	163
7.6	Fluctuations de l'échelle en énergie pendant le run dilution	164
7.7	Non-linéarités dans le mesure de l'énergie des électrons des désintégrations K_{e3}	166
7.8	Contributions des composantes de l'expression 7.19 (cible K_L)	170
7.9	Contributions des composantes de l'expression 7.19 (cible K_S)	171
7.10	Les différentes contributions au taux de décroissance en $3\pi^0$	172
7.11	Ajustement du coefficient de dilution sur les distributions en $c\tau$	173
7.12	Comparaison de la nouvelle mesure de D à celle de NA31	173
7.13	Résumé des évaluations du coefficient de dilution par NA48	174
7.14	Distribution en $c\tau$ des pertes et gains du fait de l'activité accidentelle	175
7.15	Distribution en $c\tau$ avant et après superposition de l'activité accidentelle	175
7.16	Variation du temps de vie propre après la procédure de superposition	176
7.17	Valeur moyenne de la différence des pentes	177
8.1	Ajustement de η_{000} avec et sans l'hypothèse \mathcal{CPT}	180

Liste des tableaux

1.1	États pioniques accessibles lors de la désintégration d'un kaon neutre	20
1.2	Contraintes des symétries discrètes sur les éléments de matrice de l'Hamiltonien . . .	25
1.3	Contraintes imposées par les symétries discrètes en coordonnées polaires	25
1.4	Principaux modes de désintégration du K_S et du K_L	27
1.5	Résumé des mesures récentes de $Re(\epsilon'/\epsilon)$	31
1.6	Caractéristiques des fermions «élémentaires» du modèle standard	33
2.1	Configurations de l'état final dans une désintégration $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	44
2.2	Ensemble des grandeurs physiques nécessaires au calcul des α_f	52
2.3	Valeurs des paramètres α_f	52
2.4	Résumé des résultats expérimentaux concernant le mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$	59
3.1	Caractéristiques des faisceaux K_S et K_L	67
3.2	Performances du spectromètre magnétique	70
3.3	Propriétés physiques du krypton liquide	74
3.4	Coupures effectuées par le système de déclenchement neutre	85
3.5	Les runs $Re(\epsilon'/\epsilon)$ en quelques chiffres	88
4.1	Coupures effectuées par le système de déclenchement neutre en 2000	92
4.2	Les principales périodes de la prise de données 2000	95
4.3	Nombre de déversements et d'événements enregistrés en 2000	96
4.4	Taux de comptage par déversement des principaux systèmes de déclenchement . . .	96
5.1	Coupures appliquées par le L3	100
5.2	Statistique des lots produits avec NASIM	104
5.3	Statistique des lots produits avec MiniSIM	105
5.4	Résumé des coupures d'analyse	117
5.5	Pourcentages de réjection des différentes coupures	117
5.6	Statistiques des lots expérimentaux	118
6.1	Paramètres des taux de production K^-/K^+	121
6.2	Statistiques obtenues après application des coupures en $c\tau$	131
6.3	Principaux rapports de branchement pour la désintégration du pion neutre	139
6.4	Effet des corrections sur les composantes de η_{000}	154
7.1	Valeurs de l'échelle en énergie avant et après le run haute intensité	159
7.2	Incertitudes sur les paramètres de non-linéarité	166
7.3	Incertitudes systématiques induites par les non-linéarités	167
7.4	Nombre d'événements $2\pi^0$ reconstruits	169
7.5	Valeur de $D(E_K)$ avec correction d'acceptance	172
7.6	Résumé des erreurs systématiques sur la mesure de η_{000}	178

8.1	Quantités intervenant dans le calcul de $M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}$ et de $\Gamma_{K^0} - \Gamma_{\bar{K}^0}$	182
8.2	Résumé des résultats déduits de la nouvelle mesure de η_{000}	183

Introduction

Les principes de symétrie constituent les principaux piliers de la compréhension des interactions élémentaires, notamment en permettant la classification des particules par les représentations du groupe de symétrie de l'interaction. Leur violation fournit aussi des informations de premier ordre sur la structure des théories sous-jacentes.

Les symétries qui seront évoquées dans cette thèse sont essentiellement celles liées aux trois transformations discrètes \mathcal{C} , \mathcal{P} et \mathcal{T} , qui agissent respectivement en opposant toutes les charges, en renversant les coordonnées spatiales, et en renversant la coordonnée temporelle. Il s'est avéré que les interactions électromagnétique et forte respectent \mathcal{C} , \mathcal{P} et \mathcal{T} , contrairement au cas de l'interaction faible, où aucune des trois transformations ne laisse la physique invariante. Bien qu'aucune raison particulière n'impose une nature invariante sous \mathcal{CP} , le respect de la combinaison \mathcal{CPT} par les lois de la physique est assise sur des hypothèses profondes et générales. La violation de \mathcal{CPT} , qui peut être prédite par des théories *au-delà du modèle standard*, est un volet important dans l'étude des symétries discrètes.

Le système des kaons neutres, dont la sensibilité à la violation de \mathcal{CP} est déjà fermement établie, est un terrain idéal pour tester l'invariance \mathcal{CPT} . Ce programme requiert la mesure fine de nombreuses grandeurs kaoniques. Une des moins connues est le paramètre η_{000} , caractéristique de la violation de \mathcal{CP} dans la désintégration du K_S en trois pions neutres. L'objectif de cette thèse est d'effectuer une mesure plus précise de ce paramètre, et d'en déduire l'impact de ce nouveau résultat sur un test d'invariance \mathcal{CPT} . Cette étude est rendue possible grâce au dispositif de l'expérience NA48 du CERN, consacrée au mécanisme de *violation directe* de \mathcal{CP} par la mesure de $Re(\epsilon'/\epsilon)$, et dont les conditions particulières de fonctionnement en 2000 étaient propices à la mesure de η_{000} .

J'ai rejoint le groupe NA48 en mars 2000, à l'occasion d'un stage dont la finalité était déjà la mesure de η_{000} , mais à partir de données acquises lors d'un run haute intensité d'une durée de 3 jours en 1999. L'implosion du tube à vide en novembre de la même année, accompagnée par la détérioration du spectromètre magnétique, orientait le programme d'étude 2000 vers l'analyse de modes neutres. Les simulations montraient que la répétition d'un run haute intensité sur une période plus étendue (40 jours) permettrait d'abaisser l'incertitude statistique de η_{000} au niveau de 10^{-2} , ce qui représente une amélioration d'un ordre de grandeur par rapport au résultat publié.

Mon travail de thèse débuta dans la continuité de la prise de données 2000, à laquelle j'ai pu participer. Après m'être impliqué dans la procédure de test et de validation des performances de la première chambre reconstruite du spectromètre, je me suis consacré à l'ensemble des aspects de l'extraction de η_{000} à partir des données 2000.

La première partie de cette thèse aborde les aspects théoriques de la violation de \mathcal{CP} , en toute généralité dans le premier chapitre, dont l'objectif est de la recadrer dans le modèle standard. Le second chapitre propose une étude détaillée du paramètre η_{000} , et son lien avec l'invariance \mathcal{CPT} au travers de la relation d'unitarité de Bell-Steinberger. Les quatre chapitres qui suivent entrent dans le coeur de la mesure de η_{000} . Après une présentation du dispositif expérimental de NA48 (chapitre 3) et de sa configuration pour la prise de données 2000 (chapitre 4), l'algorithme de sélection des désintégrations $3\pi^0$ est explicité (chapitre 5). L'exposé de la stratégie de mesure de η_{000} (chapitre 6) est suivi, au chapitre 7, par l'étude des effets systématiques. Le résultat final de η_{000} et ses conséquences physiques font l'objet du chapitre final.

Première partie
Considérations théoriques

Chapitre 1

Physique des kaons neutres et violation de \mathcal{CP}

En engageant deux composantes apparemment contradictoires — invariance et transformation — les symétries, qu'elles soient continues ou discrètes, spatio-temporelles ou internes, globales ou locales, mais qu'elles soient aussi respectées ou non (brisures explicite ou spontanée, anomalie), constituent le guide le plus précieux dans l'élaboration d'une théorie des champs. Passées d'un simple statut descriptif à celui de constructif, les symétries permettent de sélectionner un ensemble réduit de théories pour décrire une interaction en prescrivant la forme de ses équations. Finalement, l'étude des interactions entre particules se ramène bien souvent à la détermination des symétries sous-jacentes.

Pour ne citer que ces quelques exemples, les lois de conservation dites *noethériennes* découlent du respect de symétries continues (par exemple, les conservations de l'énergie, de l'impulsion et du moment angulaire sont respectivement associées aux symétries d'invariance temporelle, spatiale et rotationnelle), tandis que les interactions forte et électrofaible sont conséquences de symétries de jauge locales.

Dans le présent chapitre, il sera essentiellement question des symétries discrètes \mathcal{C} , \mathcal{P} et \mathcal{T} ainsi que de certaines de leurs combinaisons (\mathcal{CP} et \mathcal{CPT}) en connexion avec la phénoménologie des kaons neutres. Elles seront définies au paragraphe 1.1.1 par leur action sur une fonction d'onde, et permettront l'introduction dans le chapitre suivant de la grandeur η_{000} , laquelle caractérise la violation de \mathcal{CP} dans la désintégration $K_S \rightarrow 3\pi^0$, et dont la détermination expérimentale constitue l'objet de cette thèse. À la section 1.4 sera montré comment le modèle standard peut s'accommoder de la violation de \mathcal{CP} dans le secteur électrofaible, en faisant intervenir une phase irréductible dans la matrice de mélange des quarks. Le problème que la violation de \mathcal{CP} continue à soulever dans le domaine de l'interaction forte sera brièvement abordé en section 1.5.

1.1 Les symétries discrètes

1.1.1 Définition de \mathcal{C} , \mathcal{P} et \mathcal{T}

La conjugaison de charge \mathcal{C}

On observe dans la nature l'existence de paires particule/antiparticule qui ont mêmes masse et spin, les autres attributs étant opposés (charge électrique, étrangeté, couleur ...). Cette observation est l'expression d'une symétrie discrète qui opère dans l'espace des nombres quantiques internes : c'est la conjugaison de charge, à laquelle correspond un opérateur unitaire \mathcal{C} qui change l'état d'une particule $\psi(\vec{p}, \vec{s})$, d'impulsion \vec{p} et de spin \vec{s} , en celui de son antiparticule $\bar{\psi}(\vec{p}, \vec{s})$:

$$\mathcal{C}\psi(\vec{p}, \vec{s}) = e^{i\phi_C}\bar{\psi}(\vec{p}, \vec{s}) \quad (1.1)$$

où la phase ϕ_C (ainsi que les phases ϕ_P et ϕ_T introduites dans les deux paragraphes suivants) n'est arbitraire que pour des particules libres (les interactions fixent en effet les phases relatives entre les différents champs).

La parité \mathcal{P}

La transformation par parité consiste à changer le signe de toutes les coordonnées spatiales (point de vue actif), ou l'orientation des axes (point de vue passif). On distingue dans l'opération de parité les *vrais* vecteurs, dits polaires, qui sont renversés (comme la position \vec{r} ou l'impulsion \vec{p}), des *pseudo-vecteurs*, dits axiaux, qui restent invariants comme les moments angulaires orbital \vec{l} et de spin \vec{s} . La parité est représentée par un opérateur unitaire \mathcal{P} qui agit sur un état $\psi(\vec{p}, \vec{s})$ de la manière suivante :

$$\mathcal{P}\psi(\vec{p}, \vec{s}) = e^{i\phi_P}\psi(-\vec{p}, \vec{s}) \quad (1.2)$$

On peut associer aux particules une parité intrinsèque qui est leur valeur propre sous \mathcal{P} . Les parités sont opposées pour un couple fermion / anti-fermion, tandis qu'elles sont identiques pour un couple boson / anti-boson. L'expérience montre que pions et kaons ont une parité -1 .

Le renversement du temps \mathcal{T}

Cette dernière symétrie renverse la coordonnée temporelle ($t \rightarrow -t$), de sorte que \vec{p} , \vec{s} et \vec{l} sont renversés mais pas \vec{r} . Cette fois-ci l'opérateur \mathcal{T} , qui décrit le renversement du temps, est anti-unitaire ($\mathcal{T}i\mathcal{T}^{-1} = -i$) afin d'assurer notamment l'invariance des relations de commutation canoniques $[X_i, P_j] = i\hbar\delta_{ij}$. Ainsi :

$$\mathcal{T}\psi(\vec{p}, \vec{s}) = e^{i\phi_T}\psi^*(-\vec{p}, -\vec{s}) \quad (1.3)$$

Symétrie, invariance et l'inobservable

Pendant longtemps ces trois symétries furent considérées comme respectées par la nature. Il est en effet intuitif que si un événement est réalisable, alors on en obtiendrait un autre également possible en remplaçant chaque particule par son antiparticule, en observant l'expérience dans un miroir ou en envisageant le processus inverse dans le temps. Chacune des symétries \mathcal{C} , \mathcal{P} et \mathcal{T} est respectivement associée à une des quantités inobservables suivantes : charge absolue, distinction gauche/droite, sens d'écoulement du temps. Les prochaines sections montrent que c'est en rendant observable « l'inobservable » que certaines interactions s'accompagnent d'une violation de la symétrie associée.

1.1.2 Violation de \mathcal{C} et \mathcal{P}

C'est pour résoudre le « puzzle θ - τ » qu'en 1956 Lee et Yang [54] ont suggéré la non-conservation de la parité par l'interaction faible. Le problème est le suivant : comment se fait-il que deux particules ayant des caractéristiques aussi proches que le θ^+ et le τ^+ (mêmes masse et durée de vie), puissent admettre des modes de décroissance de parités opposées ?

$$\begin{aligned} \theta^+ &\rightarrow \pi^+\pi^0 & (P = +1) \\ \tau^+ &\rightarrow \pi^+\pi^+\pi^- & (P = -1) \end{aligned} \quad (1.4)$$

L'identification de ces deux particules – il s'agit en fait du K^+ – remettait en cause l'hypothèse d'invariance par parité. La violation de \mathcal{P} est confirmée l'année suivante par Wu et al. lors de l'étude de la désintégration β de noyaux de cobalt 60 polarisés [68]. L'observable $\vec{p}_e \cdot \vec{s}_N$ (projection de l'impulsion \vec{p}_e des électrons sur le spin \vec{s}_N du noyau) change de signe par parité, et une asymétrie

autour de 0 de cette grandeur est une manifestation non ambiguë de la violation de \mathcal{P} . C'est effectivement ce qui a été observé : les électrons sont émis préférentiellement dans la direction opposée à celle du spin du noyau.

L'étude de la polarisation des anti-muons émis lors du processus $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ révèle que la violation des symétries \mathcal{C} et \mathcal{P} est maximale [41]. L'expérience montre qu'un anti-muon a son spin anti-aligné avec son impulsion (hélicité gauche). Combiné avec la nullité du spin du π^+ , ce résultat montre que le ν_μ a aussi une hélicité gauche. Que se passe-t-il lorsque l'on s'intéresse à cette réaction vue au travers des opérateurs \mathcal{C} et \mathcal{P} ? L'action de la conjugaison de charge fait apparaître un anti-neutrino gauche, et celle de la parité un neutrino droit, qui n'ont jamais été observés (voir figure 1.1) : l'interaction faible n'agit que sur les leptons gauches et les anti-leptons droits (voir section 1.4.1).

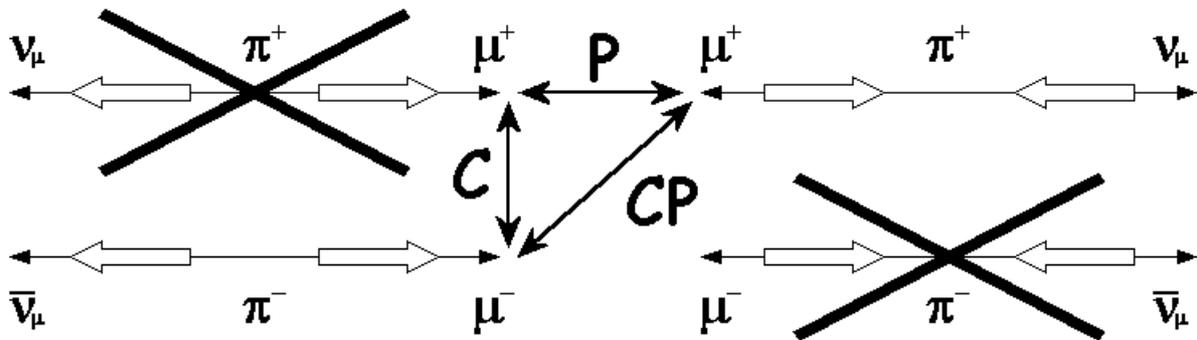


FIG. 1.1 – Hélicités neutrino-muon lors de la décroissance d'un pion : les configurations expérimentalement observées, en bas à gauche et en haut à droite, vues au travers des opérateurs \mathcal{C} et \mathcal{P} , ne sont pas réalisées dans la nature.

1.1.3 Violation de \mathcal{CP}

Les symétries \mathcal{C} et \mathcal{P} n'étant pas individuellement respectées, Landau [52] suggéra que c'était l'opérateur \mathcal{CP} qui constituait la véritable symétrie. Mais en 1964 un nouveau bouleversement survint avec la publication par Christenson, Cronin, Fitch et Turlay [20] d'un résultat expérimental remarquable : la décroissance en deux pions du kaon à durée de vie longue (K_2^0), interdite par \mathcal{CP} . Le dispositif expérimental (voir figure 1.2) comprend un spectromètre à deux bras, chacun équipé d'un aimant et de deux chambres à étincelles pour la reconstruction des produits de désintégration issus du faisceau de K_2^0 . Deux particules observées en coïncidence ont leurs impulsions sommées, et s'il s'agit d'une décroissance à trois corps, l'impulsion manquante empêche l'alignement de l'impulsion résultante avec l'axe du faisceau, contrairement au cas à deux corps. L'observation d'un excès de ce dernier type d'événements à la masse du kaon a établi la possibilité de la désintégration du K_2^0 en $\pi^+ \pi^-$, donc l'existence de la violation de \mathcal{CP} , dont il sera largement question par la suite.

Le tableau 1.1 indique les états exclusivement pioniques accessibles lors de la désintégration de kaons neutres dans l'hypothèse où \mathcal{CP} est conservée. L'action de \mathcal{C} sur un π^0 (qui est sa propre antiparticule) est triviale, tandis que sur un π^\pm elle fournit un π^\mp . L'opérateur \mathcal{P} fait intervenir les parités intrinsèques d'une part, et les moments angulaires d'autre part (l est le moment d'une paire de particules, et L celui de la troisième particule, le cas échéant, par rapport à cette paire). Le spin total devant être nul, une contrainte sur les moments angulaires est obtenue.

Etat $ A\rangle$	$\mathcal{C} A\rangle$	$\mathcal{CP} A\rangle$	Spin = 0	\mathcal{CP}	Accessible à
$ \pi^0\pi^0\rangle$	$ \pi^0\pi^0\rangle$	$(-1)^2(-1)^l \pi^0\pi^0\rangle$	$l = 0$	+	K_1^0
$ \pi^+\pi^-\rangle$	$(-1)^l \pi^-\pi^+\rangle$	$(-1)^2(-1)^{2l} \pi^+\pi^-\rangle$	$l = 0$	+	K_1^0
$ \pi^0\pi^0\pi^0\rangle$	$ \pi^0\pi^0\pi^0\rangle$	$(-1)^3(-1)^{L+l} \pi^0\pi^0\pi^0\rangle$	$L = l$	-	K_2^0
$ \pi^+\pi^-\pi^0\rangle$	$(-1)^l \pi^-\pi^+\pi^0\rangle$	$(-1)^3(-1)^{L+2l} \pi^+\pi^-\pi^0\rangle$	$L = l$	$(-1)^{l+1}$	K_1^0/K_2^0

TAB. 1.1 – États pioniques accessibles lors de la désintégration d'un kaon neutre.

Remarquons que la valeur propre sous \mathcal{CP} de l'état $|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle$ est dépendante du moment angulaire l , et que cet état est donc accessible aussi bien par le K_1^0 que le K_2^0 , ce qui n'est pas le cas pour l'état $|\pi^0\pi^0\pi^0\rangle$. On reviendra sur ce point au chapitre suivant.

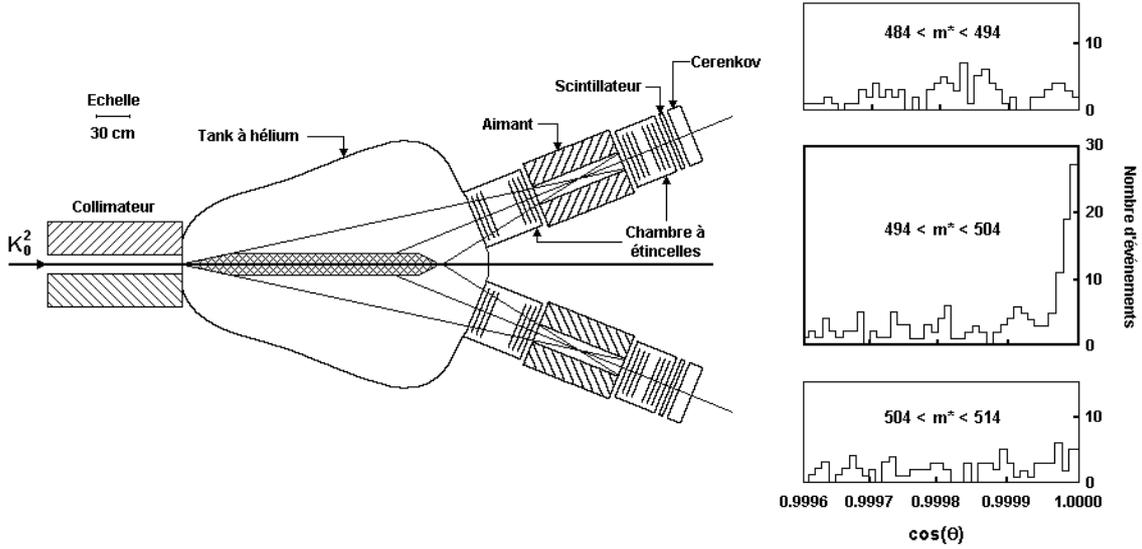


FIG. 1.2 – À gauche : dispositif de l'expérience de Brookhaven ayant mis en évidence pour la première fois la violation de \mathcal{CP} . À droite : distribution du cosinus de l'angle entre l'impulsion sommée des deux produits de désintégration et l'axe du faisceau. Sur les trois régions de masse invariante qui sont représentées, un excès est observé à celle correspondant à la masse du kaon.

1.1.4 Le théorème \mathcal{CPT}

Un des succès de la physique moderne est la démonstration du théorème \mathcal{CPT} [53], qui énonce que toute théorie quantique des champs est invariante sous l'action combinée de \mathcal{C} , \mathcal{P} et \mathcal{T} , pris dans n'importe quel ordre, à condition d'être invariante par transformation de Lorentz, d'être locale¹ et micro-causale². Cela revient à dire que tout Lagrangien local d'un système de champs est invariant sous \mathcal{CPT} :

$$\mathcal{L}_{\mathcal{CPT}}(t', \vec{r}') = (\mathcal{CPT})\mathcal{L}(t, \vec{r})(\mathcal{CPT})^{-1} = \mathcal{L}(t, \vec{r}) \quad (1.6)$$

1. La propriété de localité [59] signifie que le Lagrangien du système ne dépend que des champs et de leurs dérivées spatio-temporelles premières.

2. La causalité microscopique [59] impose que les opérateurs de champ commutent lorsqu'ils sont pris en deux points séparés par un intervalle du genre espace, c'est-à-dire :

$$(x - y)^2 < 0 \Rightarrow [\phi(x), \phi(y)] = 0 \quad (1.5)$$

conformément à l'intuition selon laquelle on ne peut avoir de corrélation entre x et y si ces deux points de l'espace-temps n'ont pas de lien causal.

avec $t' = -t$ et $\vec{r}' = -\vec{r}$.

Les plus importantes conséquences de ce théorème concernent le lien entre les grandeurs caractérisant une particule et son antiparticule.

- Une particule P et son antiparticule \bar{P} ont même masse

$$\begin{aligned}
 M(P) &= \langle P|H|P\rangle \\
 &= \langle P|(\mathcal{CPT})^\dagger(\mathcal{CPT})H(\mathcal{CPT})^{-1}(\mathcal{CPT})|P\rangle^* \\
 &= \langle \bar{P}|(\mathcal{CPT})H(\mathcal{CPT})^{-1}|\bar{P}\rangle^* \\
 &= \langle \bar{P}|H|\bar{P}\rangle^* = M(\bar{P})
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

- Une particule P et son antiparticule \bar{P} ont même durée de vie

$$\begin{aligned}
 \Gamma(P) &= 2\pi \sum_f \delta(M_P - E_f) |\langle f|H_{decay}|P\rangle|^2 \\
 &= 2\pi \sum_f \delta(M_P - E_f) |\langle f|(\mathcal{CPT})^\dagger(\mathcal{CPT})H_{decay}(\mathcal{CPT})^{-1}(\mathcal{CPT})|P\rangle^*|^2 \\
 &= 2\pi \sum_f \delta(M_P - E_f) |\langle \bar{f}|H_{decay}|\bar{P}\rangle|^2 = \Gamma(\bar{P})
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Il est de même possible de démontrer qu'une particule et son antiparticule ont des propriétés électromagnétiques opposées, à savoir la charge :

$$\begin{aligned}
 Q_P &= \langle P|\int d^3r \rho|P\rangle \\
 &= \langle P|(\mathcal{CPT})^\dagger(\mathcal{CPT})\int d^3r \rho(\mathcal{CPT})^{-1}(\mathcal{CPT})|P\rangle^* \\
 &= -\langle \bar{P}|\int d^3r \rho|\bar{P}\rangle = -Q_{\bar{P}}
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

et le moment magnétique :

$$\begin{aligned}
 \vec{\mu}_m(P) &= \langle P|\vec{\sigma}|P\rangle \\
 &= \langle P|(\mathcal{CPT})^\dagger(\mathcal{CPT})\vec{\sigma}(\mathcal{CPT})^{-1}(\mathcal{CPT})|P\rangle^* \\
 &= -\langle \bar{P}|\vec{\sigma}|\bar{P}\rangle^* = -\vec{\mu}_m(\bar{P})
 \end{aligned} \tag{1.10}$$

Mais ce sont les deux identités $M(P) = M(\bar{P})$ et $\Gamma(P) = \Gamma(\bar{P})$ qui interviennent principalement en physique des kaons neutres, lorsqu'il s'agit de mettre à l'épreuve l'invariance \mathcal{CPT} .

1.1.5 Violation de \mathcal{T}

En admettant la validité du théorème \mathcal{CPT} , la violation de \mathcal{CP} entraîne inévitablement celle de \mathcal{T} . Mais la mise en évidence directe de la violation de \mathcal{T} est plus délicate. En effet, l'évolution temporelle d'un système n'est pas uniquement contrôlée par les équations du mouvement, mais aussi par les conditions initiales. Si \mathcal{T} était une symétrie exacte, alors les taux des réactions $a \rightarrow b$ et $b \rightarrow a$ devraient être identiques, à condition que la transformation par \mathcal{T} de l'état final de la première réaction coïncide rigoureusement avec l'état initial de la seconde. Dans la pratique, pour des réactions à plusieurs corps, la préparation de tels états est quasiment irréalisable, du fait notamment de la non-contrôlabilité des phases relatives entre tous les constituants de b . Ce n'est qu'en 1998 que l'expérience CPLEAR [31] a établi de manière directe la violation de \mathcal{T} , grâce à la mesure de la différence des probabilités d'oscillation du K^0 en \bar{K}^0 et du \bar{K}^0 en K^0 , qui se manifeste

en moyennant sur le temps de vie propre τ du kaon l'asymétrie des taux de décroissance vers les modes semi-leptoniques :

$$\left\langle \frac{R(\bar{K}^0_{t=0} \rightarrow e^+ \pi^- \nu_{t=\tau}) - R(K^0_{t=0} \rightarrow e^- \pi^+ \bar{\nu}_{t=\tau})}{R(\bar{K}^0_{t=0} \rightarrow e^+ \pi^- \nu_{t=\tau}) + R(K^0_{t=0} \rightarrow e^- \pi^+ \bar{\nu}_{t=\tau})} \right\rangle_\tau = (6.6 \pm 1.3_{stat} \pm 1.0_{syst}) \times 10^{-3} \quad (1.11)$$

(l'étrangeté du kaon est étiquetée à la production par la charge d'un second kaon émis simultanément, et à la décroissance par la charge du lepton).

1.1.6 Baryogénèse et violation de \mathcal{CP}

Très peu de temps après sa découverte, la violation de \mathcal{CP} a suscité un vif intérêt en astrophysique. La nucléosynthèse permet d'interpréter l'abondance des noyaux comme résultant d'un processus dynamique et non d'une condition initiale, aussi est-il naturel de se demander si ce raisonnement peut s'étendre à la densité de baryons dans l'Univers, qui se définit comme la différence entre le nombre de baryons (n_B) et d'antibaryons ($n_{\bar{B}}$) :

$$\Delta n_B \equiv n_B - n_{\bar{B}} \quad (1.12)$$

Comme aucune théorie dans le cadre du Big-Bang ne peut expliquer la formation de régions dans l'Univers à dominante matière ou antimatière avec globalement $\Delta n_B = 0$, est on amené à se demander s'il peut exister un mécanisme pour lequel une densité baryonique nulle à l'instant «initial» pourrait devenir différente de 0 par la suite.

En 1967, A. Sakharov [61] a énuméré les trois ingrédients indispensables à un tel processus [50] :

1. Puisque les nombres baryoniques initial et final diffèrent, il doit y avoir des transitions qui ne conservent pas cette grandeur (les théories de grande unification fournissent de tels mécanismes).
2. La symétrie \mathcal{CP} ne doit pas être respectée. Sinon, pour chaque transition $N \rightarrow f$ qui changerait le nombre baryonique, il y aurait son conjugué sous \mathcal{CP} , $\bar{N} \rightarrow \bar{f}$, d'où un bilan nul.
3. Les deux processus précédemment évoqués doivent se dérouler hors équilibre thermique afin de créer une différence dans les densités de quarks et d'anti-quarks.

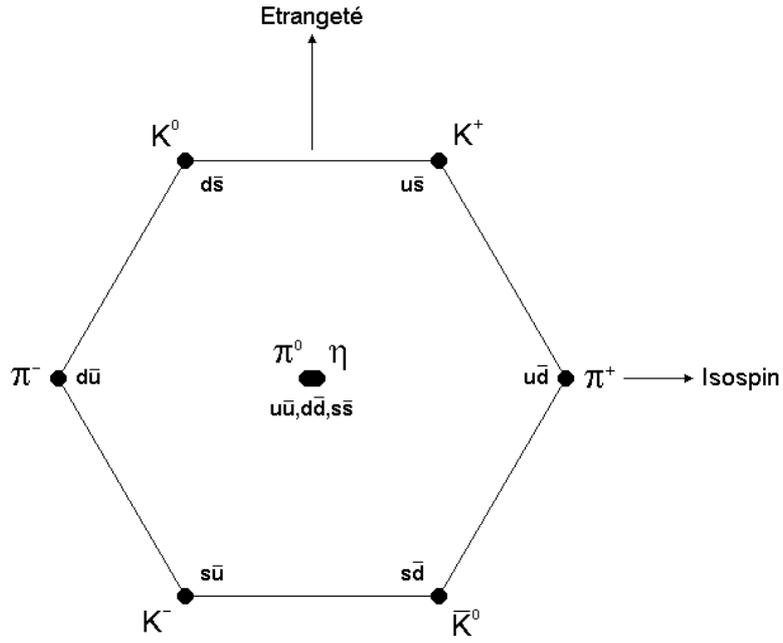
Bien que toutes les manifestations observées de la violation de \mathcal{CP} ne soient pas suffisantes pour expliquer l'ampleur de l'asymétrie matière / antimatière, elle en constitue cependant un des aspects incontournables.

1.2 Le système des kaons neutres

Dans cette section sera introduit le formalisme dit «effectif» [21] [38] [42] qui permet de rendre compte de la violation de \mathcal{CP} dans le secteur des kaons neutres, sans émettre pour l'instant d'hypothèse quant au modèle qui en est responsable. Cette approche, très générale, est transposable à d'autres systèmes de mésons tels que les B^0/\bar{B}^0 et D^0/\bar{D}^0 .

1.2.1 Présentation

Pour rendre compte des propriétés des particules dites «étranges» — production par paire et longue durée de vie — Gell-Mann [39] a introduit un nouveau nombre quantique, à savoir l'étrangeté, qui est conservé par les interactions électromagnétique et forte. Dans le cadre de la classification des hadrons par les représentations irréductibles du groupe $SU(3)$ de saveur des quarks légers u , d et s (ce dernier étant le *support* de l'étrangeté), pions et kaons sont membres de l'octet de mésons pseudo-scalaires ($J^P = 0^-$, voir figure 1.3). Le K^0 , d'étrangeté +1, a un contenu en quark $d\bar{s}$, tandis que son antiparticule, le \bar{K}^0 , est un état lié $\bar{d}s$ d'étrangeté -1.


 FIG. 1.3 – Octet $SU(3)$ des mésons pseudo-scalaires.

1.2.2 Le formalisme effectif

On considère l'évolution temporelle d'un système composé des kaons neutres K^0 et \bar{K}^0 , ainsi que de leurs modes de désintégration n_i , sous l'influence des interactions électromagnétique, forte et faible (d'Hamiltoniens respectifs \mathcal{H}_{EM} , \mathcal{H}_S , et \mathcal{H}_W). Si seules agissaient les deux premières interactions, les états $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$ formeraient un couple particule / antiparticule stable en tant qu'états propres de $\mathcal{H}_{EM} + \mathcal{H}_S$:

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}_{EM} + \mathcal{H}_S) |K^0\rangle &= M_{K^0} |K^0\rangle \\ (\mathcal{H}_{EM} + \mathcal{H}_S) |\bar{K}^0\rangle &= M_{\bar{K}^0} |\bar{K}^0\rangle \end{aligned} \quad (1.13)$$

Cependant, l'interaction faible autorise des transitions $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, et l'état le plus général s'écrit comme une superposition linéaire des états $|K^0\rangle$, $|\bar{K}^0\rangle$, et des modes de désintégration $|n_i\rangle$:

$$|\psi(t)\rangle = \alpha(t) |K^0\rangle + \beta(t) |\bar{K}^0\rangle + \sum_i \gamma_i(t) |n_i\rangle \quad (1.14)$$

qui satisfait l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \mathcal{H} |\psi(t)\rangle \quad (1.15)$$

où $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{EM} + \mathcal{H}_S + \mathcal{H}_W$ est l'Hamiltonien effectif total.

Intervient alors une approximation, qui consiste à se restreindre au sous-espace engendré par les états $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$ (approximation dite de Wigner-Weisskopf). Désormais le vecteur d'état 1.14 et l'Hamiltonien effectif total s'expriment dans un formalisme bidimensionnel :

$$|\psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

$$\mathcal{H} = M - i\frac{\Gamma}{2} = \begin{pmatrix} M_{11} - i\frac{\Gamma_{11}}{2} & M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2} \\ M_{21} - i\frac{\Gamma_{21}}{2} & M_{22} - i\frac{\Gamma_{22}}{2} \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

\mathcal{H} ne peut plus être hermitique car les états $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$ sont autorisés à décroître à l'extérieur du sous-espace dont ils constituent la base. La relation 1.17 est donc la décomposition de \mathcal{H} en une partie hermitique M (matrice de masse), et anti-hermitique $-i\Gamma/2$ (où Γ est la matrice de décroissance).

La théorie des perturbations au deuxième ordre permet d'exprimer les éléments de matrice M_{ij} et Γ_{ij} en fonction de ceux de l'Hamiltonien faible (\mathcal{P} représente la partie principale) :

$$M_{ij} = m_0\delta_{ij} + \langle i|\mathcal{H}_W|j\rangle + \sum_k \mathcal{P} \frac{\langle i|\mathcal{H}_W|k\rangle\langle k|\mathcal{H}_W|j\rangle}{m_0 - E_k} \quad (1.18)$$

$$\Gamma_{ij} = 2\pi \sum_k \langle i|\mathcal{H}_W|k\rangle\langle k|\mathcal{H}_W|j\rangle\delta(m_0 - E_k) \quad (1.19)$$

Le premier terme de l'équation 1.18 correspond à la masse des états propres de l'interaction forte, les deux derniers rendant compte d'oscillations $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ avec, respectivement, une transition $\Delta S = 2$ ou passage par un état virtuel $|k\rangle$ (partie dispersive). Les états intermédiaires $|k\rangle$ apparaissant dans l'expression des Γ_{ij} sont, quant à eux, réels (partie absorptive).

1.2.3 Action des opérateurs et conventions de phase

Ayant introduit la représentation 1.17 de l'Hamiltonien dans la base $\{|K^0\rangle, |\bar{K}^0\rangle\}$, reste à déterminer l'action des opérateurs associés à certaines des symétries discrètes. Ces transformations s'écrivent [7][21] :

$$\begin{aligned} \mathcal{CP}|K^0\rangle &= e^{i\phi_{\mathcal{CP}}}\bar{K}^0 & \mathcal{CP}|\bar{K}^0\rangle &= e^{-i\phi_{\mathcal{CP}}}|K^0\rangle \\ \mathcal{T}|K^0\rangle &= e^{i\phi_{\mathcal{T}}}|K^0\rangle & \mathcal{T}|\bar{K}^0\rangle &= e^{i\phi_{\mathcal{T}}}\bar{K}^0 \end{aligned} \quad (1.20)$$

En demandant que \mathcal{CPT} soit invariant par permutations circulaires, c'est-à-dire $\mathcal{CPT} = \mathcal{TCP}$, les phases sont contraintes par la relation :

$$2\phi_{\mathcal{CP}} = \phi_{\mathcal{T}} - \bar{\phi}_{\mathcal{T}} \quad (1.21)$$

La convention de phase $\phi_{\mathcal{CP}} = 0$, qui sera supposée par la suite, implique $\phi_{\mathcal{T}} = \bar{\phi}_{\mathcal{T}}$ et :

$$\begin{aligned} \mathcal{CP}|K^0\rangle &= |\bar{K}^0\rangle \\ \mathcal{CP}|\bar{K}^0\rangle &= |K^0\rangle \end{aligned} \quad (1.22)$$

ce qui signifie que \mathcal{CP} est représenté, dans la base $\{|K^0\rangle, |\bar{K}^0\rangle\}$, par la première matrice de Pauli :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

1.2.4 Les symétries et leurs contraintes

De l'action des opérateurs \mathcal{CP} , \mathcal{T} et \mathcal{CPT} les contraintes suivantes sur les éléments de matrice de l'Hamiltonien \mathcal{H} sont déduites dans le cas où les symétries associées sont respectées :

Symétrie	Contraintes
\mathcal{CP}	$M_{ij} = M_{ji} \quad \Gamma_{ij} = \Gamma_{ji} \quad \forall i, j \in \{1, 2\}$
\mathcal{T}	$M_{12} = M_{21} \quad \Gamma_{12} = \Gamma_{21}$
\mathcal{CPT}	$M_{11} = M_{22} \quad \Gamma_{11} = \Gamma_{22}$

TAB. 1.2 – Contraintes des symétries discrètes sur les éléments de matrice de l'Hamiltonien.

Deux remarques peuvent être faites à propos de ce tableau. La première est que le respect de \mathcal{CP} s'accompagne automatiquement de celui de \mathcal{T} et \mathcal{CPT} . La seconde est que la violation de \mathcal{CP} entraîne celle de \mathcal{T} ou de \mathcal{CPT} , ou des deux.

Une autre paramétrisation courante de ces contraintes, et qui sera utilisée par la suite lors de la diagonalisation de \mathcal{H} , consiste à introduire un analogue de la décomposition en coordonnées sphériques [17] dans l'espace des matrices 2×2 . En effet, toute matrice de cette taille peut être décomposée sur la base $\{1_2, \sigma_i\}$, où 1_2 désigne la matrice unité 2×2 et σ_i ($i = 1, 2, 3$) les matrices de spin de Pauli :

$$M - i\frac{\Gamma}{2} = -iE_0 1_2 + \sum_{i=1}^3 E_i \sigma_i = \begin{pmatrix} E_3 - iE_0 & E_1 - iE_2 \\ E_1 + iE_2 & -E_3 - iE_0 \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

Après avoir identifié terme à terme :

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{i}{2}(M_{11} + M_{22}) + \frac{1}{4}(\Gamma_{11} + \Gamma_{22}) \\ E_1 &= \text{Re}(M_{12}) - \frac{i}{2}\text{Re}(\Gamma_{12}) \\ E_2 &= -\text{Im}(M_{12}) + \frac{i}{2}\text{Im}(\Gamma_{12}) \\ E_3 &= \frac{1}{2}(M_{11} - M_{22}) - \frac{i}{4}(\Gamma_{11} - \Gamma_{22}) \end{aligned} \quad (1.25)$$

on définit les coordonnées «sphériques» (E, θ, ϕ) , a priori complexes, par :

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2} \\ E_1 &= E \sin(\theta) \cos(\phi) \\ E_2 &= E \sin(\theta) \sin(\phi) \\ E_3 &= E \cos(\theta) \end{aligned} \quad (1.26)$$

Le tableau précédent peut être réexprimé de manière plus concise en fonction de cette nouvelle paramétrisation :

Symétrie	Contraintes
\mathcal{CP}	$\cos(\theta) = 0, \phi = 0$
\mathcal{T}	$\phi = 0$
\mathcal{CPT}	$\cos(\theta) = 0$

TAB. 1.3 – Expression en coordonnées polaires des contraintes imposées par les symétries discrètes.

1.2.5 États propres de \mathcal{CP}

Il est évident à partir de la relation 1.22 que les états $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$ ne diagonalisent pas \mathcal{CP} , mais on peut introduire les deux combinaisons linéaires suivantes :

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad |K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad (1.27)$$

qui sont états propres de \mathcal{CP} avec les valeurs propres respectives $+1$ et -1 .

Si la symétrie \mathcal{CP} était respectée, alors $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$ seraient les états physiques de propagation, et ne pourraient aboutir qu'à des états finals de même valeur propre après désintégration. Dans ce cadre, le K_2 peut se désintégrer, par exemple, en trois pions neutres ($\mathcal{CP} = -1$) et non en deux pions neutres ($\mathcal{CP} = +1$).

1.2.6 États propres de propagation

Les états propres de propagation sont ceux qui diagonalisent l'Hamiltonien \mathcal{H} . Dans le cadre du formalisme précédemment introduit, on peut les exprimer sous la forme :

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &= p_1|K^0\rangle + q_1|\bar{K}^0\rangle \\ |K_L\rangle &= p_2|K^0\rangle + q_2|\bar{K}^0\rangle \end{aligned} \quad (1.28)$$

où les coefficients p_i et q_i sont définis par :

$$\begin{aligned} p_1 &\equiv N_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) & q_1 &\equiv N_1 e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ p_2 &\equiv N_2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) & q_2 &\equiv N_2 e^{i\phi} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{aligned} \quad (1.29)$$

avec N_1 et N_2 comme coefficients de normalisation. En requérant l'invariance sous \mathcal{CPT} (c'est-à-dire $\cos(\theta) = 0$), ces expressions se simplifient, car $p_1 = p_2 \equiv p$ et $q_1 = q_2 \equiv q$:

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\alpha|^2}} [|K^0\rangle + \alpha|\bar{K}^0\rangle] \\ |K_L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\alpha|^2}} [|K^0\rangle - \alpha|\bar{K}^0\rangle] \end{aligned} \quad (1.30)$$

avec α défini par :

$$\alpha \equiv q/p = \sqrt{\frac{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}} \quad (1.31)$$

Il est immédiat à partir des équations 1.29 que la conservation de \mathcal{CP} impose aux états $|K_S\rangle$ et $|K_L\rangle$ de s'identifier respectivement à $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$, car dans ce cas $\alpha = 1$.

1.2.7 Évolution temporelle

L'évolution d'un kaon neutre est dictée par son équation de Schrödinger 1.15, où l'Hamiltonien \mathcal{H} admet pour états propres les états physiques de propagation, c'est-à-dire les états $|K_S\rangle$ et $|K_L\rangle$: $\mathcal{H}|K_{S,L}\rangle = \lambda_{S,L}|K_{S,L}\rangle$. Les valeurs propres s'écrivent alors $\lambda_{S,L} = m_{S,L} - i\Gamma_{S,L}/2$.

Partant d'un faisceau pur de K^0 , état propre de production, il est possible d'en déterminer l'évolution temporelle en décomposant cet état sur la base $\{|K_S\rangle, |K_L\rangle\}$ (voir équation 1.30) :

$$|K^0\rangle = \frac{\sqrt{1+|\alpha|^2}}{2} [|K_S\rangle + |K_L\rangle] \quad (1.32)$$

Si $|K^0(\tau)\rangle$ désigne l'état à l'instant τ d'un kaon initialement dans l'état K^0 , alors :

$$\begin{aligned} |K^0(\tau)\rangle &= \frac{\sqrt{1+|\alpha|^2}}{2} \left[e^{-i(m_S - i\frac{\Gamma_S}{2})\tau} |K_S\rangle + e^{-i(m_L - i\frac{\Gamma_L}{2})\tau} |K_L\rangle \right] \\ &= \frac{\sqrt{1+|\alpha|^2}}{2} \left[e^{-i(m_S - i\frac{\Gamma_S}{2})\tau} (p|K^0\rangle + q|\bar{K}^0\rangle) + e^{-i(m_L - i\frac{\Gamma_L}{2})\tau} (p|K^0\rangle - q|\bar{K}^0\rangle) \right] \\ &= p f_+(\tau) |K^0\rangle + q f_-(\tau) |\bar{K}^0\rangle \end{aligned} \quad (1.33)$$

Avec :

$$f_{\pm}(\tau) \equiv \frac{\sqrt{1+|\alpha|^2}}{2} \left[e^{-i(m_S - i\frac{\Gamma_S}{2})\tau} \pm e^{-i(m_L - i\frac{\Gamma_L}{2})\tau} \right] \quad (1.34)$$

La dernière formulation dans l'expression 1.33 permet d'extraire aisément la probabilité de trouver un K^0 à l'instant τ :

$$\mathcal{P}_{K^0}(\tau) = \frac{|p|^2(1+|\alpha|^2)}{4} \left[e^{-\Gamma_S\tau} + e^{-\Gamma_L\tau} + 2e^{-\frac{\Gamma_S+\Gamma_L}{2}\tau} \cos(\Delta m\tau) \right] \quad (1.35)$$

et de déterminer celle d'obtenir un \bar{K}^0 :

$$\mathcal{P}_{\bar{K}^0}(\tau) = \frac{|q|^2(1+|\alpha|^2)}{4} \left[e^{-\Gamma_S\tau} + e^{-\Gamma_L\tau} - 2e^{-\frac{\Gamma_S+\Gamma_L}{2}\tau} \cos(\Delta m\tau) \right] \quad (1.36)$$

La formule 1.36 montre que même en partant d'un faisceau initialement pur en K^0 , il existe une probabilité non nulle de trouver des \bar{K}^0 à un instant ultérieur (le même raisonnement est bien sûr applicable à un faisceau initialement pur en \bar{K}^0 , qui pourra contenir une composante K^0 après l'instant de la production). On retrouve alors le phénomène d'oscillation des kaons neutres évoqué à la section précédente: la non-conservation de l'étrangeté dans les processus faibles induit des transitions entre les états propres K^0 et \bar{K}^0 de l'interaction forte.

Si on part à présent d'un faisceau pur K_S (resp. K_L), il n'est pas possible que l'évolution dans le vide engendre une composante K_L (resp. K_S), car les états du kaon à deux instants distincts diffèrent par un facteur multiplicatif. Cependant, une composante K_L (resp. K_S) peut apparaître dans un faisceau pur de K_S (resp. K_L) lorsque celui-ci traverse la matière: on parle alors du phénomène de régénération (voir section suivante).

Dans le tableau 1.4 sont rassemblés les principaux modes de désintégration du K_S et du K_L , avec les rapports de branchement respectifs, tels que consignés dans la référence [37] :

Etat final	K_S	K_L
$\pi^+\pi^-$	$68.61 \pm 0.28 \%$	$(2.067 \pm 0.035) \times 10^{-3}$
$\pi^0\pi^0$	$31.39 \pm 0.28 \%$	$(0.936 \pm 0.020) \times 10^3$
$\pi^+\pi^-\pi^0$	$(3.4_{-0.9}^{+1.1}) \times 10^{-7}$	$12.56 \pm 0.20 \%$
$\pi^0\pi^0\pi^0$	$< 3.7 \times 10^{-5}$	$21.12 \pm 0.27 \%$
$\pi e\nu(K_{e3})$	$(6.70 \pm 0.07) \times 10^{-4}$	$27.17 \pm 0.25 \%$
$\pi \mu\nu(K_{\mu3})$	$(4.69 \pm 0.06) \times 10^{-4}$	$38.78 \pm 0.27 \%$
$\pi^+\pi^-\gamma$	$(1.78 \pm 0.05) \times 10^{-3}$	$(4.61 \pm 0.14) \times 10^{-5}$

TAB. 1.4 – Principaux modes de désintégration du K_S et du K_L , avec les rapports de branchement associés.

1.2.8 Remarque sur la régénération

Le phénomène de régénération tient son origine dans la différence entre les sections efficaces d'interaction d'un K^0 et d'un \bar{K}^0 avec la matière. Du fait de la conservation de l'étrangeté par l'interaction forte, des processus qui sont accessibles au \bar{K}^0 ne le sont pas pour le K^0 , comme dans l'exemple de la réaction $\bar{K}^0 + p \rightarrow \Lambda + \pi^+$.

En désignant par $f(\theta)$ (resp. $\bar{f}(\theta)$) l'amplitude de diffusion d'un K^0 (resp. \bar{K}^0) selon un angle θ , et en négligeant la violation de \mathcal{CP} (on assimilera $|K_S\rangle$ à $|K_1\rangle$ et $|K_L\rangle$ à $|K_2\rangle$), l'état de diffusion $|\phi_d\rangle$ s'écrit :

$$\begin{aligned} |\phi_d\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [f(\theta)|K^0\rangle - \bar{f}(\theta)|\bar{K}^0\rangle] \frac{e^{ikr}}{r} \\ &= \left[\frac{f(\theta) + \bar{f}(\theta)}{2} |K_L\rangle + \frac{f(\theta) - \bar{f}(\theta)}{2} |K_S\rangle \right] \frac{e^{ikr}}{r} \end{aligned} \quad (1.37)$$

Il est alors manifeste sur l'expression précédente que $f(\theta) \neq \bar{f}(\theta)$ entraîne l'émergence d'une composante K_S dans un faisceau initialement pur en K_L .

La régénération peut être expérimentalement mise à profit pour l'obtention d'un faisceau K_S à partir d'un faisceau K_L (l'expérience E731 de Fermilab [60], par exemple).

1.3 Mécanismes et signatures de la violation de \mathcal{CP} dans le système des kaons neutres

Cette section introduit les deux aspects que peut prendre la violation de \mathcal{CP} , à savoir le mélange et le processus direct. Ces mécanismes, qui sont communs à la physique des mésons B et D , seront discutés dans le contexte exclusif des kaons neutres.

1.3.1 La violation dans le mélange

C'est le mécanisme de violation dans le mélange qui a été découvert en premier, lors de l'expérience de 1964 décrite dans la section 1.1.3. La violation de \mathcal{CP} se manifeste par $\alpha \neq 1$, ce qui permet d'introduire le paramètre ϵ_K :

$$\epsilon_K = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \quad (1.38)$$

dont la valeur expérimentale reportée à cette époque est $\simeq 2.3 \times 10^{-3}$.

Dès lors, les états propres de propagation ne s'identifient plus aux états propres de \mathcal{CP} :

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1 + |\epsilon_K|^2}} [|K_1\rangle + \epsilon_K |K_2\rangle] \\ |K_L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1 + |\epsilon_K|^2}} [|K_2\rangle + \epsilon_K |K_1\rangle] \end{aligned} \quad (1.39)$$

La signification physique de ces expressions est la suivante : l'état $|K_S\rangle$ (resp. $|K_L\rangle$) est une combinaison linéaire de deux états propres de \mathcal{CP} , avec la composante $|K_1\rangle$ (resp. $|K_2\rangle$) à durée de vie courte (resp. longue) comme contribution majoritaire, et une faible «contamination» par un état $|K_2\rangle$ (resp. $|K_1\rangle$) à durée de vie longue (resp. courte). Ceci justifie l'appellation K_S pour « K short» et K_L pour « K long».

De masses très voisines, K_S et K_L ont cependant des temps de vie très différents, du fait d'un espace de phase plus réduit pour la désintégration du K_L , dont les modes en deux pions sont

fortement supprimés par \mathcal{CP} . Voici quelques-unes de leurs grandeurs caractéristiques [57] :

$$\begin{aligned}\tau_{K_S} &= (0.8935 \pm 0.0008) \times 10^{-10} \text{ s} \\ \tau_{K_L} &= (517 \pm 4) \times 10^{-10} \text{ s} \\ \Delta m &= m_{K_L} - m_{K_S} = (3.489 \pm 0.008) \times 10^{-12} \text{ MeV}/c^2\end{aligned}\quad (1.40)$$

L'ampleur de la violation de \mathcal{CP} dans les désintégrations en deux pions peut être quantifiée par les deux paramètres :

$$\eta_{00} = \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} \quad \eta_{+-} = \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \quad (1.41)$$

qui peuvent se réexprimer en fonction de ϵ_K à l'aide de l'équation 1.39 :

$$\eta_{ij} = \frac{\mathcal{A}(K_2 \rightarrow \pi^i \pi^j) + \epsilon_K \mathcal{A}(K_1 \rightarrow \pi^i \pi^j)}{\mathcal{A}(K_1 \rightarrow \pi^i \pi^j) + \epsilon_K \mathcal{A}(K_2 \rightarrow \pi^i \pi^j)} \quad (1.42)$$

Si les amplitudes de désintégration du K_2 conservent \mathcal{CP} , alors $\mathcal{A}(K_2 \rightarrow \pi\pi) = 0$ et on en déduit $\eta_{+-} = \eta_{00} = \epsilon_K$. Ce sont les diagrammes dits «en boîte» de la figure 1.4 qui génèrent, dans le modèle standard, la violation de \mathcal{CP} dans le mélange.

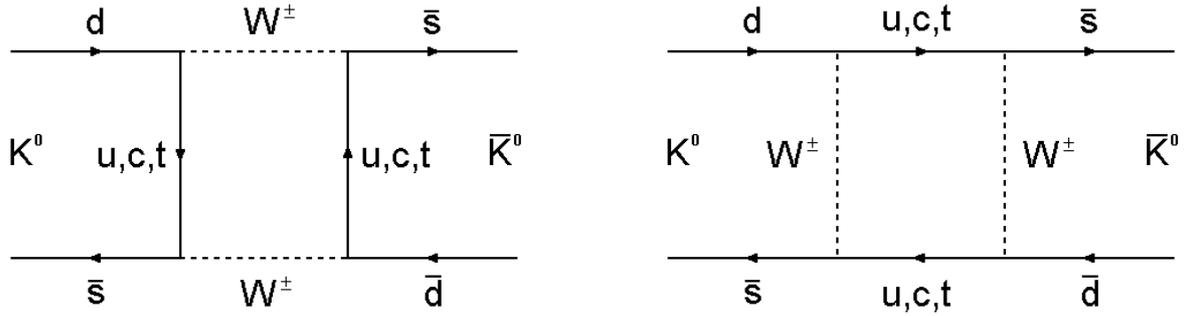


FIG. 1.4 – Diagrammes en boîte engendrant la violation de \mathcal{CP} par mélange dans le modèle standard.

1.3.2 La violation directe

Le mécanisme dit «direct» reprend ce dernier argument en supposant qu'il existe une amplitude $\mathcal{A}(K_2 \rightarrow \pi\pi)$ non nulle, ce qui signifie, d'après l'équation 1.27, que $\mathcal{A}(K^0 \rightarrow \pi\pi) \neq \mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow \pi\pi)$. En exprimant les états $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$ en fonction de $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$, on montre que la violation directe de \mathcal{CP} se manifeste par $\eta_{+-} \neq \eta_{00}$.

Le formalisme approprié pour l'étude de ce phénomène est celui de la décomposition des états finals $|\pi\pi\rangle$ sur ceux d'isospin bien défini [34]. Les pions étant des bosons, la fonction d'onde totale doit être symétrique par permutation des particules et seuls les états d'isospin $I = 0$ et $I = 2$ sont accessibles. À l'aide des coefficients de Clebsh-Gordan, les états $|\pi^0 \pi^0\rangle$ et $|\pi^+ \pi^-\rangle$ admettent la décomposition suivante :

$$\begin{aligned}|\pi^0 \pi^0\rangle &= -\sqrt{\frac{1}{3}}|\pi\pi(I=0)\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|\pi\pi(I=2)\rangle \\ |\pi^+ \pi^-\rangle &= +\sqrt{\frac{2}{3}}|\pi\pi(I=0)\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|\pi\pi(I=2)\rangle\end{aligned}\quad (1.43)$$

Les paramètres η_{00} et η_{+-} , définis par 1.41, ont pour expression :

$$\begin{aligned}\eta_{00} &= \frac{-\sqrt{\frac{1}{3}}\langle\pi\pi(I=0)|\mathcal{H}_W|K_L\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\langle\pi\pi(I=2)|\mathcal{H}_W|K_L\rangle}{-\sqrt{\frac{1}{3}}\langle\pi\pi(I=0)|\mathcal{H}_W|K_S\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\langle\pi\pi(I=2)|\mathcal{H}_W|K_S\rangle} \\ \eta_{+-} &= \frac{+\sqrt{\frac{2}{3}}\langle\pi\pi(I=0)|\mathcal{H}_W|K_L\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\langle\pi\pi(I=2)|\mathcal{H}_W|K_L\rangle}{+\sqrt{\frac{2}{3}}\langle\pi\pi(I=0)|\mathcal{H}_W|K_S\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\langle\pi\pi(I=2)|\mathcal{H}_W|K_S\rangle}\end{aligned}\quad (1.44)$$

En posant :

$$\begin{aligned}\epsilon &\equiv \frac{\langle\pi\pi(I=0)|\mathcal{H}_W|K_L\rangle}{\langle\pi\pi(I=0)|\mathcal{H}_W|K_S\rangle} \\ \epsilon' &\equiv \frac{\epsilon}{\sqrt{2}} \left(\frac{\langle\pi\pi(I=2)|\mathcal{H}_W|K_L\rangle}{\langle\pi\pi(I=0)|\mathcal{H}_W|K_L\rangle} - \frac{\langle\pi\pi(I=2)|\mathcal{H}_W|K_S\rangle}{\langle\pi\pi(I=0)|\mathcal{H}_W|K_S\rangle} \right) \\ \omega &\equiv \frac{\langle\pi\pi(I=2)|\mathcal{H}_W|K_S\rangle}{\langle\pi\pi(I=0)|\mathcal{H}_W|K_S\rangle}\end{aligned}\quad (1.45)$$

les paramètres η_{00} et η_{+-} se réécrivent :

$$\begin{aligned}\eta_{00} &= \epsilon - \frac{2\epsilon'}{1 - \sqrt{2}\omega} \\ \eta_{+-} &= \epsilon + \frac{\epsilon'}{1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}}}\end{aligned}\quad (1.46)$$

En négligeant $\omega \simeq 1/22$, terme à l'origine de la fameuse règle « $\Delta I = 1/2$ », qui énonce que les désintégrations de kaons ($I = 1/2$) dans les états d'isospin nul sont favorisées par rapport à celles dans des états d'isospin $I = 2$, on obtient finalement :

$$\begin{aligned}\eta_{00} &\simeq \epsilon - 2\epsilon' \\ \eta_{+-} &\simeq \epsilon + \epsilon'\end{aligned}\quad (1.47)$$

Dans ces dernières expressions, ϵ' apparaît clairement comme un paramètre de violation directe de \mathcal{CP} , puisque sa non-nullité implique $\eta_{00} \neq \eta_{+-}$. Le paramètre ϵ' surgit dans la différence K_S/K_L des rapports d'amplitude de désintégration dans les états d'isospin 0 et 2. Dans le modèle standard, ce sont les diagrammes «pingouin» de la figure 1.5 qui en sont responsables.

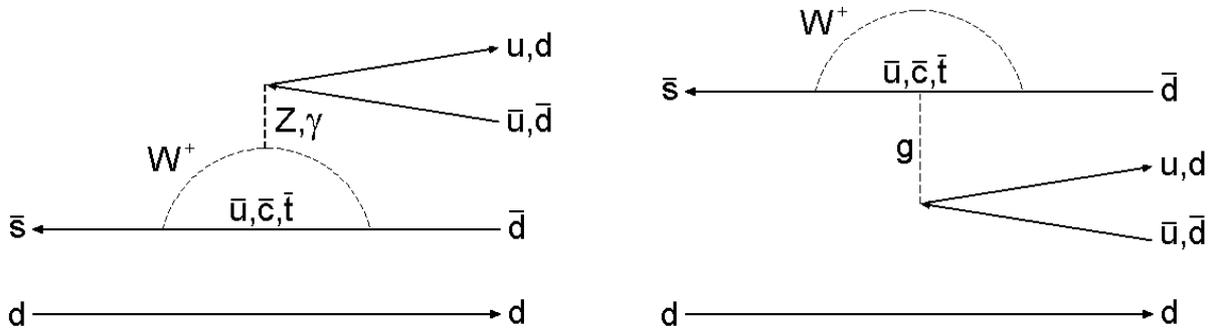


FIG. 1.5 – Diagrammes «pingouin» responsables de la violation directe de \mathcal{CP} dans le modèle standard.

Le double rapport

Une identité particulièrement importante est obtenue en calculant le *double rapport* :

$$R = \left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right|^2 = \left| \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow 2\pi^0)}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow 2\pi^0)} / \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} \right|^2 \quad (1.48)$$

qui, avec les expressions 1.47 de η_{00} et η_{+-} donne :

$$R \simeq 1 - 6 \operatorname{Re} \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right) \quad (1.49)$$

C'est au travers de cette dernière expression que l'expérience NA48, notamment, a effectué une mesure de la violation directe de \mathcal{CP} en montrant la non-compatibilité de $\operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon)$ avec 0. Le tableau 1.5 en résume les différentes mesures, avec la valeur moyenne mondiale actuelle :

Expérience	$\operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon) \times 10^{-4}$	Référence
NA31	23.0 ± 6.5	[10]
E731	7.4 ± 5.9	[40]
KTeV (96-97)	28.0 ± 4.1	[2]
KTeV (96-97)	20.7 ± 2.8	[3]
NA48	14.7 ± 2.2	[12]
Moyenne	16.6 ± 1.6	

Tab. 1.5 – Résumé des mesures récentes de $\operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon)$.

L'existence de la violation directe de \mathcal{CP} est donc fermement établie, ce qui a notamment permis d'infirmer la théorie super-faible, qui prédisait une valeur nulle pour ϵ' . La figure 1.6 rassemble les résultats du tableau 1.5, ainsi que les valeurs mesurées par NA48 au cours des différentes périodes de prise de données.

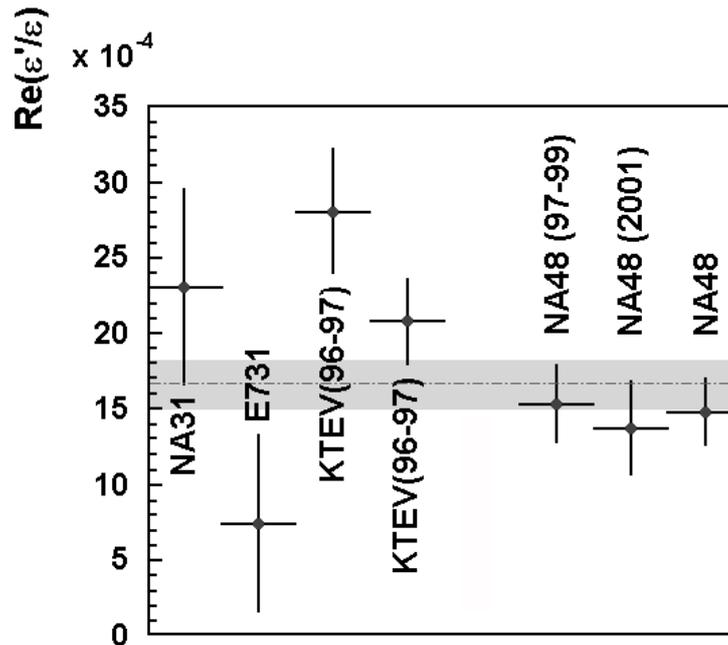


FIG. 1.6 – Mesures du paramètre $\operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon)$. La valeur moyenne apparaît en traits pointillés.

Les prédictions théoriques concernant $Re(\epsilon'/\epsilon)$ seront brièvement abordées en section 1.4.5, après avoir introduit la manière dont le modèle standard s'accommode de la violation de \mathcal{CP} .

1.4 Le modèle standard électrofaible

1.4.1 Introduction

Le modèle standard fournit un cadre théorique pour aborder la violation de \mathcal{CP} . Il est bâti sur le groupe de jauge $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ qui rassemble deux termes: $SU(3)$ pour l'interaction forte, et $SU(2) \times U(1)$ pour le secteur électrofaible (théorie de Glashow, Salam et Weinberg). Le modèle standard permet d'interpréter la violation de \mathcal{CP} à l'aide d'une phase irréductible dans la matrice de CKM (Cabibbo, Kobayashi et Maskawa), laquelle introduit un mélange des quarks pour passer des états propres de la saveur aux états physiques, c'est-à-dire de masse bien définie.

Cette section est essentiellement dédiée à l'origine électrofaible de la violation de \mathcal{CP} , et sera suivie à la section 1.5 par le problème qu'elle soulève dans le domaine de l'interaction forte, connu dans la littérature sous le nom de «strong \mathcal{CP} problem».

Les acteurs du modèle standard

Une des caractéristiques essentielles de ce modèle est l'appariement de leptons gauches en des doublets du groupe $SU(2)$ d'isospin faible [24] [45]:

$$\begin{aligned}
 T = \frac{1}{2} & \begin{cases} t_3 = +\frac{1}{2} \\ t_3 = -\frac{1}{2} \end{cases} \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L \\
 T = \frac{1}{2} & \begin{cases} t_3 = +\frac{1}{2} \\ t_3 = -\frac{1}{2} \end{cases} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L
 \end{aligned} \tag{1.50}$$

Cependant, la violation de la parité étant maximale, leptons et quarks droits se transforment comme des singulets de $SU(2)$:

$$T = 0 \quad \begin{pmatrix} (e^-)_R & (\mu^-)_R & (\tau^-)_R \\ (u)_R & (c)_R & (t)_R \\ (d)_R & (s)_R & (b)_R \end{pmatrix} \tag{1.51}$$

Le groupe $SU(N)$ possédant $N^2 - 1$ générateurs, la symétrie $SU(2)$ engendre trois champs de jauge (deux chargés et un neutre) qui se transforment selon la représentation adjointe: les W^+ , W^- et Z^0 . Ainsi, un quark peut se transformer en son partenaire d'isospin suite à l'émission d'un boson chargé. On voit apparaître sur la figure 1.7 les vertex fondamentaux du modèle électrofaible.

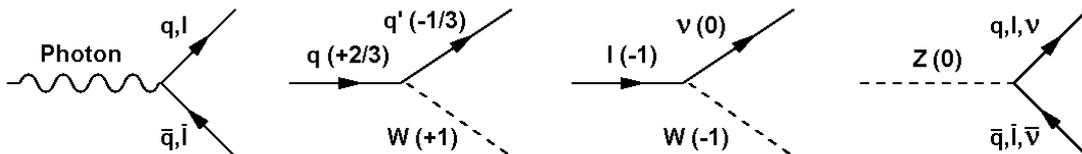


FIG. 1.7 – Vertex élémentaires électrofaibles.

Le tableau 1.6 classe les fermions «élémentaires» par génération (1, 2 et 3), en précisant leur charge (q) et masse (m):

Type	q	1	$m(MeV)$	2	$m(MeV)$	3	$m(MeV)$
Quark	$+\frac{2}{3}$	u	$1.5 \rightarrow 5$	c	$(1.1 \rightarrow 1.4) \times 10^3$	t	$(173.8 \pm 5.2) \times 10^3$
Quark	$-\frac{1}{3}$	d	$3 \rightarrow 9$	s	$60 \rightarrow 170$	b	$(4.1 \rightarrow 4.4) \times 10^3$
Lepton	-1	e	0.511	μ	105.6	τ	1777
Lepton	0	ν_e	$< 15 \times 10^{-6}$	ν_μ	< 0.17	ν_τ	< 18.2

TAB. 1.6 – *Caractéristiques des fermions «élémentaires» du modèle standard.*

Densité de Lagrangien

La densité de Lagrangien \mathcal{L}_{SM} du modèle standard se développe en cinq termes [47]:

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{f-G} + \mathcal{L}_{f-H} + \mathcal{L}_{G-H} + \mathcal{L}_G - V_H \quad (1.52)$$

dont voici la signification :

- \mathcal{L}_{f-G} : couplage des fermions aux champs de jauge
- \mathcal{L}_{f-H} : couplage des fermions au champ de Higgs
- \mathcal{L}_{G-H} : interaction des bosons de jauge avec le champ de Higgs
- \mathcal{L}_G : champs de jauge
- V_H : potentiel de Higgs

1.4.2 Les états propres de masse

La violation de \mathcal{CP} dans le modèle standard électrofaible est contenue dans le terme \mathcal{L}_{f-H} qui décrit l'interaction des fermions avec le doublet de Higgs, dont la partie hadronique s'écrit :

$$\mathcal{L}_Y = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left\{ (\bar{u}^0_L \bar{d}^0_L)_j \Delta_{jk} \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} (u^0_R)_k + (\bar{u}^0_L \bar{d}^0_L)_j \Delta'_{j,k} \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} (d^0_R)_k + HC \right\} \quad (1.53)$$

où les nombres complexes Δ_{jk} et $\Delta'_{j,k}$ sont des constantes de couplage dites de Yukawa, N est le nombre de familles de quarks, $(u^0_{L/R})_j$ et $(d^0_{L/R})_j$ sont respectivement les champs des quarks (spineurs) de charge $+\frac{2}{3}$ et $-\frac{1}{3}$ (l'exposant «0» signifie qu'il s'agit des états propres de la saveur), et HC désigne le conjugué hermitique des termes qui précèdent. Le doublet de Higgs contient quatre champs réels ϕ_i pour $i = 0, 1, 2, 3$, qui se combinent en $\phi^+ = (1/\sqrt{2})(\phi_1 + i\phi_2)$ et $\phi^0 = (1/\sqrt{2})(\phi_0 + i\phi_3)$. Après brisure spontanée de la symétrie $SU(2) \times U(1)$, le champ ϕ^0 acquiert une valeur moyenne dans le vide v non nulle ($\phi^0 \rightarrow \phi^0 + v$) et les champs ϕ_i ($i = 1, 2, 3$) sont absorbés dans la polarisation longitudinale des bosons W^\pm et Z^0 , devenus massifs. Le Lagrangien 1.53 devient alors :

$$\mathcal{L}_Y \rightarrow \left(1 + \frac{\phi^0}{v}\right) \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left\{ (\bar{u}^0_L)_j m_{jk} (u^0_R)_k + (\bar{d}^0_L)_j m'_{jk} (d^0_R)_k + HC \right\} \quad (1.54)$$

Les grandeurs :

$$m_{jk} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \Delta_{jk} \quad m'_{jk} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \Delta'_{jk} \quad (1.55)$$

sont les éléments des matrices de masse des quarks. Afin d'obtenir les champs physiques, celles-ci doivent être diagonalisées, ce qui se fait à l'aide des quatre matrices unitaires U_L , U_R , U'_L et U'_R définies par :

$$\begin{aligned} U_L m U_R^\dagger &= \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \\ U'_L m' U_R'^\dagger &= \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.56)$$

En insérant ces relations dans l'expression 1.54 :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &\propto \bar{u}_L m u_R + \bar{d}_L m' d_R \\ &\propto \bar{u}_L U_L^\dagger U_L m U_R^\dagger U_R u_R + \bar{d}_L U_L'^\dagger U_L' m' U_R'^\dagger U_R' u_R \\ &\propto \overline{U_L u_L} \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} U_R u_R + \overline{U_L' d_L} \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} U_R' d_R \end{aligned} \quad (1.57)$$

Les champs physiques sont définis dans la représentation où les matrices de masse sont diagonales. Ils sont alors donnés par :

$$u_{L/R}^p = U_{L/R} u_{L/R}^0 \quad d_{L/R}^p = U_{L/R}' d_{L/R}^0 \quad (1.58)$$

1.4.3 La matrice CKM

Ayant exprimé les champs physiques en fonction des états propres de saveur, la transformation associée doit être reportée dans les différents termes du Lagrangien. Le passage aux états physiques a un effet non trivial sur le terme «courant chargé», dont voici l'expression :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} &\propto \overline{u_L^0} \gamma^\mu d_L^0 W^+ + HC \\ &\propto \overline{u_L^p} U_L \gamma^\mu U_L'^\dagger d_L^p W^+ + HC \\ &\propto \overline{u_L^p} \gamma^\mu V_{CKM} d_L^p W^+ + HC \end{aligned} \quad (1.59)$$

où $V_{CKM} \equiv U_L U_L'^\dagger$ est appelée matrice de Cabibbo, Kobayashi, Maskawa, et c'est à travers elle, comme le montre la prochaine section, que la violation de \mathcal{CP} peut être introduite dans le modèle standard. On l'exprime généralement de la manière suivante :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (1.60)$$

dont l'ordre de grandeur des éléments de matrice est :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.9745 \rightarrow 0.9760 & 0.217 \rightarrow 0.224 & 0.0018 \rightarrow 0.0045 \\ 0.217 \rightarrow 0.224 & 0.9737 \rightarrow 0.9753 & 0.036 \rightarrow 0.042 \\ 0.004 \rightarrow 0.013 & 0.035 \rightarrow 0.042 & 0.9991 \rightarrow 0.9994 \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

Il apparaît que la diagonale de cette matrice est dominante, ce qui signifie que chaque saveur se couple principalement à l'autre saveur appartenant à la même génération (voir tableau 1.6). On remarque aussi que le couplage des familles 1 et 2 est plus important que celui des familles 2 et 3, qui à son tour est plus important que celui des familles 1 et 3.

Implémentation de la violation de CP dans la matrice CKM

Quelles conditions sont imposées par le respect de la symétrie \mathcal{CP} sur la matrice V_{CKM} ? Observons le comportement de \mathcal{L}_{CC} sous l'action de cette opération :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} &\propto \overline{u_L^p} \gamma^\mu V_{CKM} d_L^p W^+ + \overline{d_L^p} \gamma^\mu V_{CKM}^* u_L^p W^- \\ &\rightarrow \overline{d_L^p} \gamma^\mu V_{CKM} u_L^p W^- + \overline{u_L^p} \gamma^\mu V_{CKM}^* d_L^p W^+ \end{aligned} \quad (1.62)$$

Il apparaît clairement sur cette équation que la conservation de \mathcal{CP} impose à V_{CKM} d'être réelle, aux phases non mesurables près. En effet, la mécanique quantique nous apprend que les états physiques sont des vecteurs, ou plutôt des rayons, dans un espace de Hilbert qui a une structure projective : les vecteurs ψ et $e^{i\alpha}\psi$ représentent le même état physique. Dans le cas présent, cela veut dire que l'on peut redéfinir les champs de quark à une phase près :

$$\begin{aligned} u_{L/R} &\rightarrow e^{i\phi_u} u_{L/R} & c_{L/R} &\rightarrow e^{i\phi_c} c_{L/R} & t_{L/R} &\rightarrow e^{i\phi_t} t_{L/R} \\ d_{L/R} &\rightarrow e^{i\phi_d} d_{L/R} & s_{L/R} &\rightarrow e^{i\phi_s} s_{L/R} & b_{L/R} &\rightarrow e^{i\phi_b} b_{L/R} \end{aligned} \quad (1.63)$$

dont la transformation induite sur V_{CKM} est :

$$V_{CKM} \rightarrow \begin{pmatrix} e^{-i\phi_u} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_c} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\phi_t} \end{pmatrix} V_{CKM} \begin{pmatrix} e^{i\phi_d} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\phi_s} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\phi_b} \end{pmatrix} \quad (1.64)$$

c'est-à-dire que les éléments de matrice V_{ij} se transforment comme :

$$V_{ij} \rightarrow e^{-i(\phi_i - \phi_j)} V_{ij} \quad (1.65)$$

avec $i = u, c, t$ et $j = d, s, b$.

Comptage des paramètres

Sachant dorénavant que la conservation de \mathcal{CP} se manifeste par la réalité de la matrice V_{CKM} (aux phases irrelevantes près), quelles sont les conditions à réunir pour que ce ne soit justement pas le cas ?

Tout d'abord, d'une manière générale, toute matrice $M \in \mathcal{M}_{N \times N}(\mathbb{C})$ possède $2N^2$ paramètres réels. La condition d'unitarité de V_{CKM} impose :

$$\sum_{i=1}^N V_{ij} V_{ik}^* = \delta_{jk} = \sum_{i=1}^N V_{ji} V_{ki}^* \quad (1.66)$$

fournissant N^2 contraintes. Comme évoqué dans la section précédente, l'arbitraire de phase permet de s'affranchir de $2N - 1$ paramètres supplémentaires (voir équation 1.65). En soustrayant ensuite $\frac{1}{2}N(N - 1)$ quantités assimilées à des angles d'Euler (en dimension N , il existe $N(N - 1)$ appariements d'axes, mais avec un double comptage), il reste finalement :

$$\begin{aligned} N_\phi &= 2N^2 - N^2 - (2N - 1) - \frac{1}{2}N(N - 1) \\ &= \frac{1}{2}(N - 1)(N - 2) \end{aligned} \quad (1.67)$$

phases irréductibles.

Le résultat essentiel de ce comptage est que pour $N = 2$ familles de quarks, il n'y a pas de phase irréductible, donc la matrice V_{CKM} ne peut fournir de mécanisme de violation de \mathcal{CP} . On constate que 3 est la plus petite valeur de N qui permette d'implanter un tel mécanisme dans le modèle standard électrofaible.

1.4.4 Conditions sur la masse des quarks

On peut démontrer que dans le cas où deux quarks de même charge sont dégénérés en masse la phase irréductible peut être éliminée. Pour conserver cette phase, et la violation de \mathcal{CP} qui l'accompagne, la condition suivante est donc nécessaire :

$$(m_u^2 - m_c^2) \times (m_u^2 - m_t^2) \times (m_c^2 - m_t^2) \times (m_d^2 - m_s^2) \times (m_d^2 - m_b^2) \times (m_s^2 - m_b^2) \neq 0 \quad (1.68)$$

1.4.5 Le triangle d'unitarité

Paramétrisation standard de la matrice V_{CKM}

La matrice V_{CKM} peut être paramétrisée par trois angles d'Euler θ_{12} , θ_{13} et θ_{23} (car elle est de dimension 3×3) et une phase complexe δ , dont une des représentations standards est :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.69)$$

où par commodité ont été employées les abréviations suivantes : $c_{ij} \equiv \cos(\theta_{ij})$, $s_{ij} \equiv \sin(\theta_{ij})$. Il ressort de cette paramétrisation que pour conserver la phase irréductible, aucun des préfacteurs des termes en $e^{\pm i\delta_{13}}$ ne doit être nul, ce qui impose des conditions supplémentaires pour avoir un non-respect de la symétrie \mathcal{CP} :

$$\begin{aligned} \theta_{ij} &\neq 0, \frac{\pi}{2} \\ \delta_{13} &\neq 0, \pi \end{aligned} \quad (1.70)$$

On peut résumer ces dernières relations en introduisant la quantité J suivante :

$$J \equiv \sin^2(\theta_{12}) \times \sin(\theta_{13}) \times \sin(\theta_{23}) \times \cos(\theta_{12}) \times \cos(\theta_{13}) \times \cos(\theta_{23}) \times \sin(\delta_{13}) \quad (1.71)$$

et en demandant $J \neq 0$.

La grandeur J jouit d'une propriété intéressante, qui n'est pas manifeste sur l'expression 1.71 : sa valeur ne dépend pas des conventions de phase utilisées. On peut en effet démontrer la relation suivante [47], pour laquelle cette caractéristique est plus manifeste ($\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ est le tenseur complètement antisymétrique) :

$$Im(V_{\alpha i}V_{\beta j}V_{\alpha j}^*V_{\beta i}^*) = J \sum_k \sum_\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{ijk} \quad (1.72)$$

puisque les termes de phases se compensent deux à deux par la présence de termes en $V_{\delta\bullet}$ et $V_{\delta\bullet}^*$, ainsi qu'en $V_{\bullet\lambda}$ et $V_{\bullet\lambda}^*$ (\bullet désignant un indice quelconque).

Interprétation géométrique

Rappelons tout d'abord les contraintes imposées par l'unitarité de la matrice V_{CKM} :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 |V_{ij}|^2 &= 1 \quad j = 1, 2, 3 \\ \sum_{i=1}^3 V_{ij}V_{ik}^* &= 0 \quad j \neq k \\ \sum_{i=1}^3 V_{ji}V_{ki}^* &= 0 \quad j \neq k \end{aligned} \quad (1.73)$$

qui sont au nombre de neuf. Les six contraintes dites «non diagonales» (les deux dernières relations) sont du type $V_{\alpha j}^*V_{\alpha k} + V_{\beta j}^*V_{\beta k} + V_{\gamma j}^*V_{\gamma k} = 0$, et ont une interprétation géométrique simple : traduisant la nullité de la somme de trois nombres complexes, on peut les interpréter en terme de fermeture

d'un triangle dans le plan complexe, dont chaque côté est représenté par un vecteur dont le complexe associé est un des termes de la somme. Ces six triangles ont tous une propriété commune : ils ont même surface. En effet, si $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0$, alors un simple calcul montre que la surface \mathcal{A} du triangle associé est donnée par : $2\mathcal{A} = |\alpha_1\alpha_2|\sin(\phi) = \text{Im}(\alpha_1\alpha_2^*)$, où ϕ est l'angle entre les vecteurs $\vec{\alpha}_1$ et $\vec{\alpha}_2$. Or on sait d'après la formule 1.72 que les termes non diagonaux du type $|\text{Im}(V_{\alpha i}V_{\beta j}V_{\alpha j}^*V_{\beta i}^*)|$ sont tous égaux à J (car dans ce cas la double somme sur les symboles antisymétriques vaut $+1$ ou -1). Finalement, les six triangles ont pour aire $J/2$.

On peut dès lors interpréter la violation de \mathcal{CP} comme la non-nullité de la surface des triangles d'unitarité. Deux de ces triangles ont leurs trois côtés de taille comparable, dont celui concernant les quarks b et d :

$$V_{ub}^*V_{ud} + V_{cb}^*V_{cd} + V_{tb}^*V_{td} = 0 \quad (1.74)$$

On en déduit les valeurs des angles de ce triangle en fonction des éléments de la matrice V_{CKM} , représentés sur la figure 1.9 :

$$\begin{aligned} \alpha &= \arg\left(\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right) \\ \beta &= \arg\left(\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right) \\ \gamma &= \arg\left(\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right) \end{aligned} \quad (1.75)$$

Parenthèse sur le formalisme des commutateurs

Toutes les contraintes évoquées permettant d'implémenter la violation de \mathcal{CP} dans la matrice V_{CKM} peuvent être résumées dans une simple expression [47]. Ces contraintes sont au nombre de 14, et apparaissent dans les équations 1.68 et 1.71. Afin de les unifier, introduisons la matrice C par :

$$C \equiv -i [mm^\dagger, m'm'^\dagger] \quad (1.76)$$

dont le déterminant admet pour expression :

$$\begin{aligned} \det C &= -2J(m_u^2 - m_c^2) \times (m_u^2 - m_t^2) \times (m_c^2 - m_t^2) \times \\ &\quad (m_d^2 - m_s^2) \times (m_d^2 - m_b^2) \times (m_s^2 - m_b^2) \end{aligned} \quad (1.77)$$

Par conséquent, la violation de \mathcal{CP} avec trois familles de quarks est équivalente à la non-nullité de $\det C$!

La paramétrisation de Wolfenstein

Une autre paramétrisation très usitée de V_{CKM} est obtenue en développant les éléments de matrice par rapport au paramètre $\lambda = |V_{us}|$, qui correspond au sinus de l'angle de Cabibbo ($c_{13} \approx 1$). Elle s'écrit :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (1.78)$$

où les paramètres A , ρ et η , voisins de l'unité, sont définis par :

$$\begin{aligned} s_{12} &\equiv \lambda \\ s_{23} &\equiv A\lambda^2 \\ s_{13}e^{-i\delta_{13}} &\equiv A\lambda^3(\rho - i\eta) \end{aligned} \quad (1.79)$$

La situation expérimentale actuelle apparaît sur la figure 1.8, qui inclut les contraintes du mélange des mésons B et de V_{ub} , ainsi que la contrainte hyperbolique en ϵ_K .

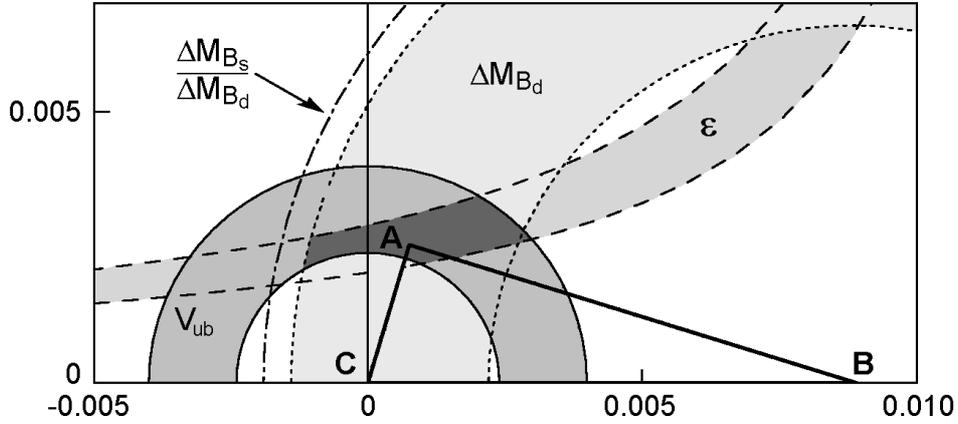


FIG. 1.8 – Contraintes expérimentales sur le triangle d'unitarité.

La paramétrisation 1.78 peut être affinée en $\mathcal{O}(\lambda^5)$ par la substitution :

$$\begin{aligned}\bar{\rho} &\equiv \rho \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \\ \bar{\eta} &\equiv \eta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right)\end{aligned}\tag{1.80}$$

Dans cette paramétrisation, le triangle relatif aux quarks b et d , correctement normalisé, est donné par les points $(0, 0)$, $(1, 0)$ et $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$. La figure 1.9 représente les différentes contraintes issues de la physique du B , mais aussi des modes très rares $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ et $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$, qui permettront dans le futur de contraindre respectivement la hauteur du triangle et la longueur du côté d'extrémités $(1, 0)$ et $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$.

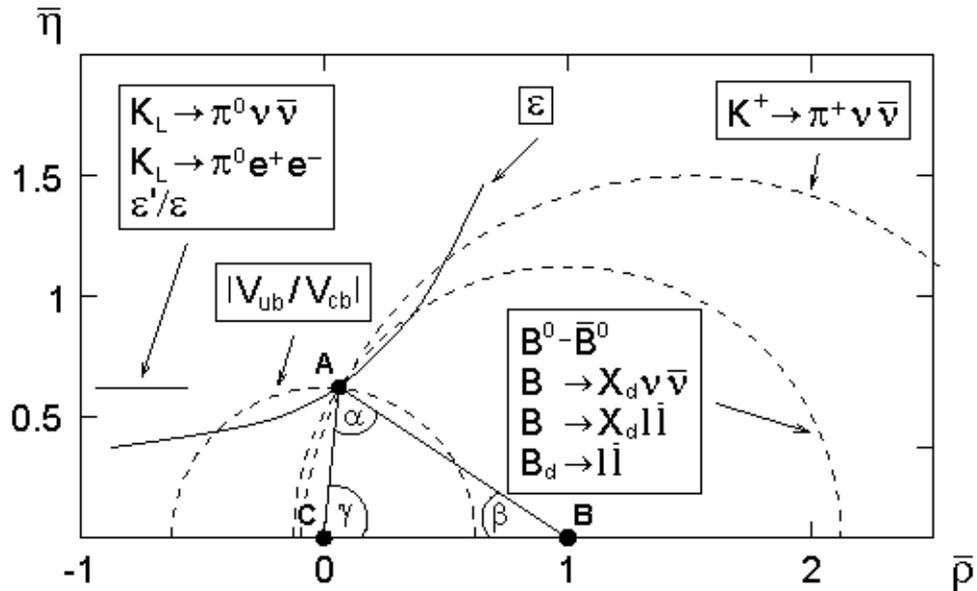


FIG. 1.9 – Triangle d'unitarité dans le plan $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$.

Théoriquement, la valeur de $Re(\epsilon'/\epsilon)$ contraint la hauteur du triangle d'unitarité par la relation approchée [19] :

$$\frac{\epsilon'}{\epsilon} \simeq 13.4 \times Im(\lambda_t) \left(\frac{110 \text{ MeV}}{m_s(2 \text{ GeV})} \right)^2 \left[0.75 B_6 - 0.4 B_8 \left(\frac{m_t}{165 \text{ GeV}} \right)^{\frac{5}{2}} \right] \frac{\Lambda_{MS}^{(4)}}{340 \text{ MeV}} \quad (1.81)$$

car $\lambda_t = V_{ts}^* V_{td} = \eta A^2 \lambda^5$.

Les grandeurs m_s et m_t sont respectivement les masses du quark étrange et top, et $\Lambda_{MS}^{(4)}$ est le paramètre d'échelle effective de la QCD. B_6 et B_8 sont des éléments de matrice des opérateurs effectifs à quatre quarks, normalisés par leur valeur calculée dans le cadre de l'approximation de saturation du vide (VSA), et dont on trouvera une revue plus détaillée dans les références [38] et [42]. B_6 et B_8 souffrent cependant d'incertitudes théoriques conséquentes qui les empêchent à l'heure actuelle de contraindre $Im(\lambda_t)$, donc la hauteur η du triangle d'unitarité.

1.5 Violation de \mathcal{CP} et interaction forte

1.5.1 Introduction

L'exposé de la violation de \mathcal{CP} dans le secteur électrofaible est complété dans cette section par la problématique qu'elle soulève en QCD. Cette théorie de l'interaction forte, dont le groupe de jauge est $SU(3)_C$, incorpore dans son Lagrangien le plus général un terme qui ne respecte pas \mathcal{CP} . Cette contribution est pondérée par l'angle du vide θ , dont l'explication de la petitesse constitue le problème de la violation de \mathcal{CP} dans l'interaction forte [35] («Strong \mathcal{CP} Problem», ou SCPP), qui sera ici abordé succinctement.

1.5.2 L'angle du vide

L'existence de vides dégénérés en QCD conduit à inclure dans le Lagrangien de cette théorie un terme dit «topologique» de la forme :

$$\mathcal{L}_\theta \propto \theta \int d^4x \text{Tr} \left[\tilde{F}^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right] \quad (1.82)$$

où $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - i[A_\mu, A_\nu]$ avec $A_\mu \equiv \frac{\lambda_a}{2} A_\mu^a$ (les λ_a sont les matrices de Gell-Mann), et θ est «l'angle du vide». \tilde{F} est le tenseur dual de F :

$$\tilde{F}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta} \quad (1.83)$$

θ permet d'étiqueter les différents vides de QCD. Il est possible de montrer qu'il n'existe pas d'opérateur reliant deux vides caractérisés par des angles différents. Un terme en $\text{Tr}[\tilde{F}^{\mu\nu} F_{\mu\nu}]$ ne respecte pas \mathcal{CP} . Son analogue électromagnétique serait un terme en $\vec{E} \cdot \vec{B}$, qui n'est pas invariant sous cette symétrie.

1.5.3 Le problème de la violation de \mathcal{CP} dans l'interaction forte

Le secteur électrofaible contribue lui aussi à la valeur effective $\bar{\theta}$ de l'angle du vide, puisque l'on peut montrer que la diagonalisation de la matrice de masse des quarks introduit un terme en $\tilde{F}F$ proportionnel à $\text{Arg}(\det m)$, d'où : $\bar{\theta} = \theta + \text{Arg}(\det m)$.

La grandeur $\bar{\theta}$ confère un moment dipolaire³ au neutron notamment [11], et la limite expérimentale actuelle sur celui-ci, qui est de $d_e < 1.1 \times 10^{-25} e \cdot \text{cm}$, implique pour θ d'être inférieur à 10^{-10} .

3. Un moment dipolaire \vec{D} pour une particule élémentaire est une signature de violation de \mathcal{CP} , dans la mesure où, dans le cas de l'électromagnétisme, il intervient dans un terme en $\vec{D} \cdot \vec{E}$.

C'est sur ce point que surgit le problème de la violation de \mathcal{CP} dans l'interaction forte : θ est un paramètre libre, et doit être finement ajusté pour annuler la contribution du secteur électrofaible, ce qui n'a rien de «naturel».

Y a-t-il un SCPP ?

Deux types de solutions ont été proposés afin de résoudre le SCPP. Le premier consiste à dire tout simplement qu'il n'y a pas de SCPP ! Parmi les différents modèles de cette catégorie, citons-en deux. Il a été montré que dans une théorie avec dimensions supplémentaires où l'espace complémentaire à celui de Minkowski est non compact, les considérations topologiques, et l'angle du vide qui les accompagne, n'ont plus de raison d'être. Une autre alternative suggérée est la nullité d'une des masses de quark [58]. Le quark le plus vraisemblablement concerné serait le quark u , dont la masse «observée», de $5.1 \pm 1.5 \text{ MeV}$, serait une masse effective induite par celles des quarks d et s .

La solution dynamique

Le second type de solution consiste à ajuster $\bar{\theta} = 0$ de manière dynamique (mécanisme de Peccei-Quinn) en imposant une symétrie supplémentaire de type $U(1)$ dont on peut montrer qu'elle doit être spontanément brisée. Le boson de Goldstone associé est l'axion, et sa présence dans le Lagrangien annule le terme topologique. L'axion, qui pourrait avoir des implications cosmologiques de premier plan (notamment dans l'évolution stellaire et comme candidat à la matière sombre [50]) n'a pas été expérimentalement observé, et constitue l'objet d'expériences en cours (CAST [69] par exemple).

Conclusion

Depuis sa première observation en 1964, la violation de \mathcal{CP} a fait l'objet de nombreux travaux, aussi bien théoriques qu'expérimentaux. Confinée pendant plus de 35 ans dans la physique des kaons neutres, elle en a effectuée une sortie remarquable et remarquable lors de l'établissement de la non-nullité de $\sin(2\beta)$ auprès des usines à B . Elle continue cependant à poser des questions profondes, et intrigantes, notamment dans les domaines de la cosmologie et de la QCD, et qui touchent des notions aussi essentielles que celle de la domination de la matière par rapport à l'anti-matière, ou de la structure du vide.

A cette approche de la violation de \mathcal{CP} , qui s'est voulue générale, va maintenant succéder une étude de l'un de ses aspects, à savoir le canal $K_S \rightarrow 3\pi^0$, à partir duquel se définit une observable caractéristique de la violation de \mathcal{CP} , le paramètre η_{000} . Sa mesure à partir de données expérimentales acquises par NA48 sera présentée en troisième partie.

Chapitre 2

La désintégration $K_S \rightarrow 3\pi^0$

Le présent chapitre a pour but de situer les enjeux théoriques d'une étude du mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$ au travers de son paramètre associé η_{000} . En plus de nous renseigner sur la violation de \mathcal{CP} , ce paramètre permet d'affiner un test de l'invariance \mathcal{CP} au travers de la contrainte d'unitarité de Bell-Steinberger (qui sera développée à la section 2.2). Ce chapitre s'achèvera sur une revue des résultats expérimentaux concernant la décroissance $K_S \rightarrow 3\pi^0$. La méthode employée dans cette thèse pour la mesure de η_{000} est reportée au chapitre 4, qui traite du dispositif expérimental de NA48 [66]. Les chapitres 6 et 7 seront dédiés à la mesure elle-même de ce paramètre.

2.1 Le paramètre η_{000}

2.1.1 Définition

La désintégration $K_S \rightarrow 3\pi^0$ ne respectant pas \mathcal{CP} (voir paragraphe 1.1.3), elle permet de définir un paramètre associé à la violation de cette symétrie :

$$\eta_{000} \equiv \frac{\mathcal{A}(K_S \rightarrow 3\pi^0)}{\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0)} \quad (2.1)$$

où \mathcal{A} désigne l'amplitude du processus figurant en argument. Une valeur de η_{000} qui n'est pas compatible avec 0 est donc une signature non ambiguë de la violation de \mathcal{CP} .

La décroissance $K^0 \rightarrow 3\pi^0$, au premier ordre, est représentée par le diagramme de Feynman ci-dessous.

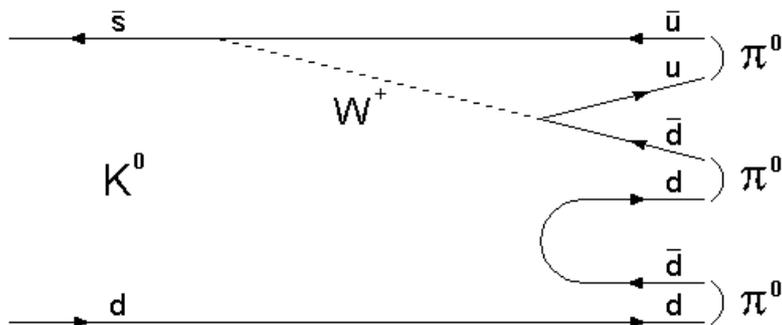


FIG. 2.1 – Diagramme de Feynman de la désintégration $K^0 \rightarrow 3\pi^0$ au premier ordre dans le modèle standard.

2.1.2 Le rapport de branchement $K_S \rightarrow 3\pi^0$

La connaissance de η_{000} permet de déduire la valeur du rapport de branchement du mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$, puisque :

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) &= \frac{|\mathcal{A}(K_S \rightarrow 3\pi^0)|^2}{|\mathcal{A}(K_S \rightarrow \bullet)|^2} \\ &= \frac{|\mathcal{A}(K_S \rightarrow 3\pi^0)|^2}{|\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0)|^2} \times \frac{|\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0)|^2}{|\mathcal{A}(K_L \rightarrow \bullet)|^2} \times \frac{|\mathcal{A}(K_L \rightarrow \bullet)|^2}{|\mathcal{A}(K_S \rightarrow \bullet)|^2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

avec $\mathcal{A}(K_{S/L} \rightarrow \bullet)$ pour désigner l'amplitude totale de désintégration du $K_{S/L}$.

Après réécriture, en introduisant les durées de vie :

$$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) = \frac{\tau_S}{\tau_L} \mathcal{B}(K_L \rightarrow 3\pi^0) |\eta_{000}|^2 \quad (2.3)$$

où τ_S , τ_L et $\mathcal{B}(K_L \rightarrow 3\pi^0)$ sont des quantités bien connues (voir tableau 2.2).

Le rapport de branchement, qui est sensible à $|\eta_{000}|$, pourra donc bénéficier de la nouvelle mesure de η_{000} présentée dans cette thèse (pour $\eta_{000} = \epsilon$, $\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) \simeq 2 \times 10^{-9}$). La section suivante va introduire la relation de Bell-Steinberger, dont le lien avec η_{000} sera étudié à la section 2.2.7.

2.2 De la violation de \mathcal{CP} au test de l'invariance \mathcal{CPT} : la relation de Bell-Steinberger

Selon la relation 1.27, les états $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$ sont orthogonaux (du fait de l'orthogonalité de $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$). Mais qu'en est-il de $|K_S\rangle$ et $|K_L\rangle$? A-t-on aussi $\langle K_S|K_L\rangle = 0$?

La réponse, qui est négative, peut être appréhendée qualitativement par l'argument que voici. L'action de \mathcal{CP} étant représentée par un opérateur hermitique (matrice de Pauli σ_x), deux états propres dudit opérateur sont orthogonaux lorsqu'ils ont des valeurs propres distinctes. Les états $|K_S\rangle$ et $|K_L\rangle$ étant des combinaisons linéaires non triviales d'états propres de \mathcal{CP} ayant des valeurs propres différentes, on peut s'attendre à ce que la violation de \mathcal{CP} engendre une valeur non nulle de $\langle K_S|K_L\rangle$. Cette section se propose de montrer que la sensibilité de $\langle K_S|K_L\rangle$ s'étend jusqu'à une éventuelle violation de \mathcal{CPT} .

Lorsque l'on a un produit scalaire, il est naturel d'introduire une relation de fermeture entre bra et ket. Appliqué à $\langle K_S|K_L\rangle$, on obtient la relation de Bell-Steinberger [14] [62] (appelée «relation BS» par la suite). C'est-à-dire qu'en supposant l'unitarité de la théorie qui décrit les interactions, la relation BS relie des termes de violation de \mathcal{CP} (dont η_{000}) et \mathcal{CPT} (le paramètre Δ introduit au paragraphe suivant) à un ensemble d'observables physiques (durées de vie, rapports de branchement ...).

2.2.1 Préliminaires

Sans présupposition quant à l'invariance \mathcal{CPT} , l'expression la plus générale des états propres de propagation est :

$$\begin{cases} |K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_S|^2)}} [(1+\epsilon_S)|K^0\rangle + (1-\epsilon_S)|\bar{K}^0\rangle] \\ |K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_L|^2)}} [(1+\epsilon_L)|K^0\rangle - (1-\epsilon_L)|\bar{K}^0\rangle] \end{cases} \quad (2.4)$$

avec, a priori, $\epsilon_S \neq \epsilon_L$ (comme il sera vu par la suite, le respect de la symétrie \mathcal{CPT} implique justement l'égalité de ces grandeurs). Il est plus commode d'introduire deux nouvelles quantités, ϵ

et Δ , telles que :

$$\begin{cases} \epsilon_S \equiv \epsilon + \Delta \\ \epsilon_L \equiv \epsilon - \Delta \end{cases} \quad (2.5)$$

Les quatre grandeurs ϵ_S , ϵ_L , λ_S et λ_L sont déterminées à partir des équations aux valeurs propres $\mathcal{H}|K_{S,L}\rangle = \lambda_{S,L}|K_{S,L}\rangle$. Avec les notations déjà introduites au 1.2.2, au premier ordre en ϵ et Δ , dans la base $\{|K^0\rangle, |\bar{K}^0\rangle\}$ (se référer à l'appendice pour une démonstration détaillée) :

$$\begin{aligned} \lambda_S + \lambda_L &\simeq M_{11} + M_{22} - i \frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{22}}{2} \\ \lambda_S - \lambda_L &\simeq M_{12} + M_{21} - i \frac{\Gamma_{12} + \Gamma_{21}}{2} \\ \epsilon &\simeq \frac{1}{2} \frac{i(M_{12} - M_{21}) + (\Gamma_{12} - \Gamma_{21})/2}{(\Gamma_S - \Gamma_L)/2 - i(m_L - m_S)} \\ \Delta &\simeq \frac{1}{2} \frac{i(M_{11} - M_{22}) + (\Gamma_{11} - \Gamma_{22})/2}{(\Gamma_S - \Gamma_L)/2 - i(m_L - m_S)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Sur cette dernière expression, nous voyons explicitement que Δ est un paramètre traduisant la violation de \mathcal{CPT} . En effet, le théorème \mathcal{CPT} a permis d'établir qu'une particule et son antiparticule ont mêmes masse et durée de vie (voir paragraphe 1.1.4). Or M_{11} (resp. M_{22}) correspond à la «masse» du K^0 (resp. \bar{K}^0), et Γ_{11} (resp. Γ_{22}) correspond à la «largeur» du K^0 (resp. \bar{K}^0).

2.2.2 Conséquence de l'invariance \mathcal{CPT} sur les désintégrations en trois pions

L'introduction de Δ permet de discuter l'influence de l'invariance \mathcal{CPT} sur la valeur de η_{000} . Ce paragraphe ne traite pas du test d'invariance \mathcal{CPT} , lui aussi fondé sur Δ , et qui sera introduit au 2.2.3 par la relation de Bell-Steinberger, mais il permet de mieux comprendre la nature des liens que ce paramètre de violation de \mathcal{CPT} entretient avec η_{000} et η_{+-0} .

Remarques sur le mode $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

Comme il est consigné dans le tableau 1.1, le ket $|\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle$ est état propre de \mathcal{CP} avec la valeur propre $(-1)^{l_{\pi^+ \pi^-} + 1}$:

$$\mathcal{CP}|\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle = (-1)^{l_{\pi^+ \pi^-} + 1} |\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle \quad (2.7)$$

où $l_{\pi^+ \pi^-}$ est le moment angulaire de la paire $\pi^+ \pi^-$.

Le facteur multiplicatif de la fonction d'onde obtenu à l'issue de la permutation des pions chargés est $\Lambda = (-1)^{l_{\pi^+ \pi^-} + I_{\pi^+ \pi^-}}$, où $I_{\pi^+ \pi^-}$ est l'isospin de la paire $\pi^+ \pi^-$, qui peut prendre des valeurs allant de 0 à 2 (règle d'addition des moments angulaires).

Puisque la fonction d'onde doit être symétrique lors de la permutation $\pi^+ \leftrightarrow \pi^-$, Λ doit être égal à l'unité, donc $l_{\pi^+ \pi^-}$ et $I_{\pi^+ \pi^-}$ doivent avoir la même parité. Lorsque $I_{\pi^+ \pi^-} = 0$ (resp. $I_{\pi^+ \pi^-} = 2$), alors $I_{\pi^+ \pi^- \pi^0} = 1$ (resp. $I_{\pi^+ \pi^- \pi^0} = 1, 3$) et $l_{\pi^+ \pi^-}$ est pair, donc $\mathcal{CP}|\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle = -|\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle$. Dans ces cas, l'observation de la désintégration $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ est une signature de la violation de \mathcal{CP} .

Lorsque $I_{\pi^+ \pi^-} = 1$, alors $I_{\pi^+ \pi^- \pi^0} = 0, 2$ et $l_{\pi^+ \pi^-}$ est impair, donc $\mathcal{CP}|\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle = +|\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle$. La désintégration $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ respecte alors \mathcal{CP} .

Ces remarques sont résumées dans le tableau 2.1 [17] :

$I_{\pi^+\pi^-}$	0	1	2
$l_{\pi^+\pi^-}$	pair	impair	pair
$I_{\pi^+\pi^-\pi^0}$	1	0,2	1,3
\mathcal{CP}	impair	pair	impair

TAB. 2.1 – Les différentes configurations de l'état final dans une désintégration $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$.

Définition de η_{+-0}

Seules les désintégrations en trois pions pour lesquelles $I_{3\pi} = 1, 3$ vont à l'encontre de \mathcal{CP} . Or la fonction d'onde associée au moment angulaire est symétrique (resp. antisymétrique) pour les états $I_{3\pi} = 1, 3$ (resp. $I_{3\pi} = 0, 2$). La contribution conservant \mathcal{CP} peut donc être éliminée après intégration sur l'espace des phases, et conduit à une définition de η_{+-0} qui en fait une signature de la violation de \mathcal{CP} :

$$\eta_{+-0} = \frac{\int d\Omega \langle \pi^+\pi^-\pi^0 | \mathcal{H}_W | K_S \rangle \langle \pi^+\pi^-\pi^0 | \mathcal{H}_W | K_L \rangle^*}{\int d\Omega |\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | \mathcal{H}_W | K_L \rangle|^2} \quad (2.8)$$

Remarque sur le mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$

Dans le cas du mode $3\pi^0$, la fonction d'onde d'isospin doit être symétrique dans l'échange de deux des pions, d'où $I_{\pi^0\pi^0} = 0, 2$, donc $I_{3\pi^0} = 1, 3$. L'absence d'état final d'isospin 0 ou 2 vient confirmer que η_{000} est un paramètre caractéristique de la violation de \mathcal{CP} .

La contrainte \mathcal{CPT}

La non-observation d'états d'isospin $I = 3$ amène à ne considérer que ceux d'isospin 1 (règle « $\Delta I = 1/2$ » pour un état final à trois pions). Notons dès à présent que la prise en compte exclusive des états $I = 1$ ne pourra rendre compte du mécanisme de violation directe dans les désintégrations en trois pions (voir paragraphe 1.3.2), car ce phénomène puise son origine dans une différence de comportement entre états d'isospins distincts.

Écrivons les amplitudes de désintégration dans un état trois pions d'isospin $I = 1$ sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(K^0 \rightarrow 3\pi(I=1)) &= (a_1 + b_1)e^{i\delta_1} \\ \mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow 3\pi(I=1)) &= -(a_1^* - b_1^*)e^{i\delta_1} \end{aligned} \quad (2.9)$$

où le signe négatif qui apparaît dans la seconde expression provient de la valeur propre négative sous \mathcal{CP} de l'état $|3\pi(I=1)\rangle$, le paramètre b_1 caractérise la violation de \mathcal{CPT} , et δ_1 décrit le déphasage provenant de l'interaction forte des pions dans l'état final.

Grâce au développement des états $|K_S\rangle$ et $|K_L\rangle$ sur la base $\{|K^0\rangle, |\bar{K}^0\rangle\}$ (formules A.1), $\eta_{3\pi}$ peut être réécrit sous la forme :

$$\eta_{3\pi} = \frac{(1 + \epsilon + \Delta)\mathcal{A}(K^0 \rightarrow 3\pi(I=1)) + (1 - \epsilon - \Delta)\mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow 3\pi(I=1))}{(1 + \epsilon - \Delta)\mathcal{A}(K^0 \rightarrow 3\pi(I=1)) - (1 - \epsilon + \Delta)\mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow 3\pi(I=1))} \quad (2.10)$$

qui donne, après approximation :

$$\eta_{3\pi} \simeq \epsilon + \Delta + \frac{\mathcal{A}(K^0 \rightarrow 3\pi(I=1)) + \mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow 3\pi(I=1))}{\mathcal{A}(K^0 \rightarrow 3\pi(I=1)) - \mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow 3\pi(I=1))} \quad (2.11)$$

En incluant la paramétrisation 2.9 dans la relation précédente, $\eta_{3\pi}$ s'écrit :

$$\eta_{3\pi} \simeq \epsilon + \left[\Delta + \frac{Re(a_1 b_1^*)}{(Re(a_1))^2} \right] + i \frac{Im(a_1)}{Re(a_1)} \quad (2.12)$$

De cette formule on déduit que le respect de la symétrie \mathcal{CPT} ($\Delta = 0, b_1 = 0$) impose $Re(\eta_{3\pi}) = Re(\epsilon)$. Cette relation pourra être prise comme contrainte afin de mesurer $Im(\eta_{000})$ dans l'hypothèse où la symétrie \mathcal{CPT} est conservée.

2.2.3 La relation de Bell-Steinberger

Voyons à présent les grandes lignes menant à l'obtention de la relation BS. D'après les équations 2.4 et 2.5, en se limitant au premier ordre en ϵ_S et ϵ_L :

$$\langle K_S | K_L \rangle \simeq \epsilon_S^* + \epsilon_L = 2[Re(\epsilon) - i Im(\Delta)] \quad (2.13)$$

qui traduit la non-orthogonalité, a priori, des états $|K_S\rangle$ et $|K_L\rangle$.

En tenant compte de la conservation de la probabilité :

$$-\frac{d}{dt} \langle \Psi(t) | \Psi(t) \rangle = \sum_f |\langle f | \Psi(t) \rangle|^2 \quad (2.14)$$

où f parcourt l'ensemble des états finals accessibles, l'équation d'évolution :

$$|\Psi(t=0)\rangle = a_S |K_S\rangle + a_L |K_L\rangle \implies |\Psi(t)\rangle = a_S e^{-i\lambda_S t} |K_S\rangle + a_L e^{-i\lambda_L t} |K_L\rangle \quad (2.15)$$

donne, après simplification :

$$i(\lambda_L - \lambda_S^*) \langle K_S | K_L \rangle = \sum_f \mathcal{A}^*(K_S \rightarrow f) \mathcal{A}(K_L \rightarrow f) \quad (2.16)$$

D'après l'équation 2.13, ainsi que les expressions de λ_S et λ_L , on obtient la relation de Bell-Steinberger :

$$(1 + i \tan \phi_{SW})(Re(\epsilon) - i Im(\Delta)) = \sum_f \alpha_f \quad (2.17)$$

avec les notations :

$$\begin{aligned} \tan \phi_{SW} &\equiv \frac{2\Delta m}{\Delta\Gamma} \\ \alpha_f &\equiv \frac{1}{\Gamma_S} \mathcal{A}^*(K_S \rightarrow f) \mathcal{A}(K_L \rightarrow f) \end{aligned} \quad (2.18)$$

où ϕ_{SW} est la phase dite super-faible, dont l'interprétation est donnée à la section suivante, et $\Delta\Gamma \equiv \Gamma_S - \Gamma_L$. Les grandeurs α_f feront l'objet du paragraphe 2.2.5.

2.2.4 Signification de la phase super-faible

La phase super-faible a été introduite par L. Wolfenstein [67] dans le cadre de la théorie super-faible, pour laquelle ϕ_{SW} coïncide précisément avec la phase de ϵ . Notons que même avec la mise en évidence de la violation directe de \mathcal{CP} , qui n'était pas prédite dans le cadre de cette théorie, $\phi(\epsilon) = \phi_{SW}$ reste une excellente approximation.

L'angle ϕ_{SW} permet en outre de définir dans le plan complexe une direction par rapport à laquelle il est commode de décomposer Δ en ses parties transverse et longitudinale [18] :

$$\Delta = \Delta_{\perp} e^{i(\phi_{SW} + \frac{\pi}{2})} + \Delta_{\parallel} e^{i\phi_{SW}} \quad (2.19)$$

Ces projections sont directement reliées à la différence de masse et de temps de vie du K^0 et du \bar{K}^0 par les relations (voir figure 2.2) :

$$\begin{aligned} \Delta_{\perp} &= \frac{1}{2} \frac{M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}}{\sqrt{(\Delta m)^2 + (\frac{\Delta \Gamma}{2})^2}} \\ \Delta_{\parallel} &= \frac{1}{4} \frac{\Gamma_{K^0} - \Gamma_{\bar{K}^0}}{\sqrt{(\Delta m)^2 + (\frac{\Delta \Gamma}{2})^2}} \end{aligned} \quad (2.20)$$

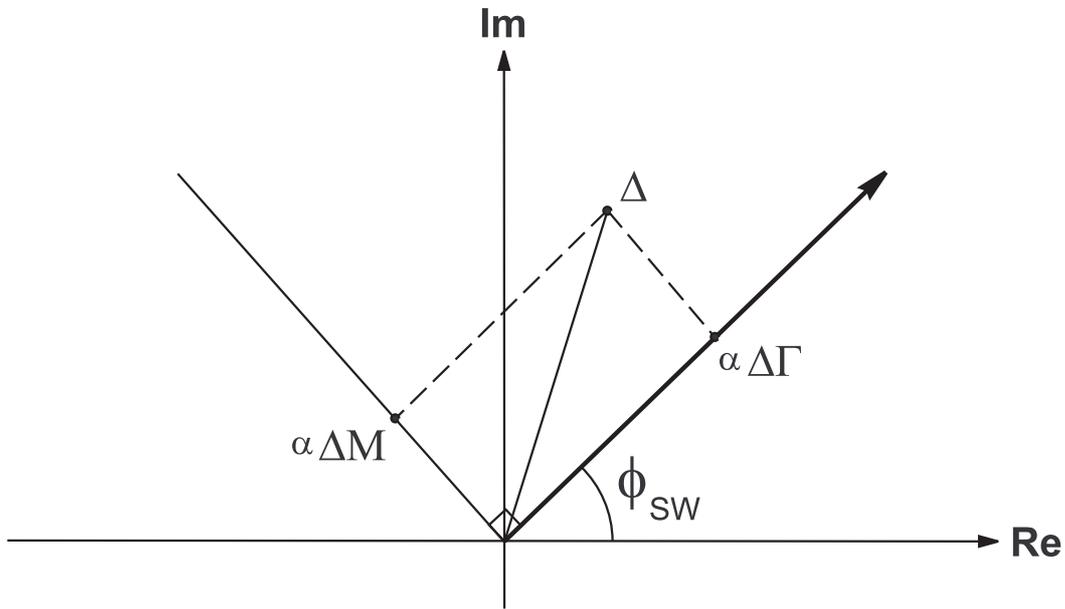


FIG. 2.2 – La projection de Δ le long de la direction définie par la phase super-faible est proportionnelle à la différence de largeur K^0/\bar{K}^0 , tandis que la composante de Δ le long de l'axe perpendiculaire est proportionnelle à la différence de masse K^0/\bar{K}^0 .

L'expression 2.19, une fois inversée de manière à obtenir Δ_{\perp} et Δ_{\parallel} en fonction de $Re(\Delta)$, $Im(\Delta)$ et ϕ_{SW} , donne :

$$\begin{aligned} \Delta_{\perp} &= -Re(\Delta) \sin(\phi_{SW}) + Im(\Delta) \cos(\phi_{SW}) \\ \Delta_{\parallel} &= Re(\Delta) \cos(\phi_{SW}) + Im(\Delta) \sin(\phi_{SW}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Cette relation sera réintroduite dans le chapitre final, afin de déduire une nouvelle limite sur $M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}$ grâce à l'amélioration de la précision sur Δ , elle-même conséquence d'une meilleure connaissance de η_{000} (voir paragraphe 2.2.7).

2.2.5 Les coefficients $\alpha_{2\pi}$ et $\alpha_{3\pi}$

Les coefficients α_f peuvent être réexprimés à l'aide de grandeurs physiquement mesurables. Dans le cas où les états finaux f sont composés exclusivement de pions, l'expression des α_f est

particulièrement simple. Le cas spécifique des termes associés aux modes semi-leptoniques sera discuté à la section suivante.

On distinguera les états finals selon le nombre de pions qui y figurent. Les paramètres η_{+-} et η_{00} , introduits au premier chapitre, peuvent s'écrire sous la forme générique :

$$\eta_{2\pi} \equiv \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow 2\pi)}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow 2\pi)} \quad (2.22)$$

tandis que η_{000} et η_{+-0} (associé au mode $\pi^+\pi^-\pi^0$) peuvent se résumer par l'expression :

$$\eta_{3\pi} \equiv \frac{\mathcal{A}(K_S \rightarrow 3\pi)}{\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi)} \quad (2.23)$$

Toutes les grandeurs η sont des signatures de la violation de \mathcal{CP} , par la présence au numérateur d'une amplitude qui ne respecte pas cette symétrie (après intégration sur l'espace des phases si nécessaire).

Calcul de $\alpha_{2\pi}$

En partant de l'expression 2.18 de α_f :

$$\begin{aligned} \alpha_{2\pi} &= \frac{1}{\Gamma_S} |\mathcal{A}(K_S \rightarrow 2\pi)|^2 \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow 2\pi)}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow 2\pi)} \\ &= \frac{1}{\Gamma_S} \frac{|\mathcal{A}(K_S \rightarrow 2\pi)|^2}{|\mathcal{A}(K_S \rightarrow \bullet)|^2} |\mathcal{A}(K_S \rightarrow \bullet)|^2 \eta_{2\pi} \end{aligned} \quad (2.24)$$

où la définition de $\eta_{2\pi}$ a été employée. Avec la signification de $\mathcal{A}(K_S \rightarrow \bullet)$ donnée au paragraphe 2.1.2, le deuxième facteur du membre de droite de l'expression 2.24 s'identifie au rapport de branchement $\mathcal{B}(K_S \rightarrow 2\pi)$, et $|\mathcal{A}(K_S \rightarrow \bullet)|^2$ s'identifie à Γ_S .

Finalement, $\alpha_{2\pi}$ s'écrit :

$$\alpha_{2\pi} = \mathcal{B}(K_S \rightarrow 2\pi) \eta_{2\pi} \quad (2.25)$$

Calcul de $\alpha_{3\pi}$

De manière analogue :

$$\begin{aligned} \alpha_{3\pi} &= \frac{1}{\Gamma_S} |\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi)|^2 \frac{\mathcal{A}^*(K_S \rightarrow 3\pi)}{\mathcal{A}^*(K_L \rightarrow 3\pi)} \\ &= \frac{1}{\Gamma_S} \frac{|\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi)|^2}{|\mathcal{A}(K_L \rightarrow \bullet)|^2} |\mathcal{A}(K_L \rightarrow \bullet)|^2 \eta_{3\pi}^* \end{aligned} \quad (2.26)$$

avec cette fois-ci un deuxième facteur égal à $\mathcal{B}(K_L \rightarrow 3\pi)$, et un troisième qui vaut Γ_L . Le coefficient $\alpha_{3\pi}$ s'exprime alors de la manière suivante :

$$\alpha_{3\pi} = \frac{\tau_S}{\tau_L} \mathcal{B}(K_L \rightarrow 3\pi) \eta_{3\pi}^* \quad (2.27)$$

Commentaires

La première remarque concernant les expressions 2.25 et 2.27 est que $\alpha_{2\pi}$ est proportionnel à $\eta_{2\pi}$, tandis que $\alpha_{3\pi}$ est proportionnel au complexe conjugué de $\eta_{3\pi}$.

La somme $\sum_f \alpha_f$ qui apparaît dans 2.17 est dominée par α_{+-} et α_{00} . Le terme $\alpha_{+-\gamma}$ est atténué à cause d'un rapport de branchement plus faible, tandis que α_{+-0} et α_{000} sont diminués par le facteur $\tau_S/\tau_L \approx 1/580$.

2.2.6 Paramétrisation de la contribution des modes semi-leptoniques à la relation BS

La forme standard 2.17 de la relation BS doit encore être modifiée de manière à en extraire toute la dépendance en $Re(\epsilon)$ et $Im(\Delta)$, puisque la paramétrisation de la contribution semi-leptonique dans la somme 2.16, comme on va le voir, fait justement intervenir ces deux termes [28].

Il est commode d'introduire les quatre grandeurs a, b, c et d par les relations :

$$\begin{aligned} \langle e^+ \pi^- \nu_e | \mathcal{H}_W | K^0 \rangle &\equiv a + b & \langle e^- \pi^+ \bar{\nu}_e | \mathcal{H}_W | \bar{K}^0 \rangle &\equiv a^* - b^* \\ \langle e^- \pi^+ \bar{\nu}_e | \mathcal{H}_W | K^0 \rangle &\equiv c + d & \langle e^+ \pi^- \nu_e | \mathcal{H}_W | \bar{K}^0 \rangle &\equiv c^* - d^* \end{aligned} \quad (2.28)$$

qui correspondent à la décomposition des amplitudes de désintégration semi-leptoniques en une partie qui conserve la symétrie \mathcal{CPT} (a et c), et une autre qui ne la conserve pas (b et d). En effet, le respect de l'invariance \mathcal{CPT} requiert :

$$\langle l^\pm \pi^\mp \nu_l(\bar{\nu}_l) | \mathcal{H}_W | K^0 \rangle = \langle l^\mp \pi^\pm \bar{\nu}_l(\nu_l) | \mathcal{H}_W | \bar{K}^0 \rangle^* \quad (2.29)$$

ce qui implique la nullité de b et d .

Il est aussi apparent sur ces expressions que c et d décrivent d'éventuelles violations de la règle $\Delta S = \Delta Q$. Dans le cas du K^0 , les bilans d'étrangeté S et de charge leptonique Q s'écrivent :

$$\begin{array}{ccc} K^0 & \rightarrow & e^+ \pi^- \nu_e \\ S & = & -1 \quad S = 0 \\ Q & = & 0 \quad Q = 1 \\ \Delta S = \Delta Q = 1 & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} K^0 & \rightarrow & e^- \pi^+ \bar{\nu}_e \\ S & = & -1 \quad S = 0 \\ Q & = & 0 \quad Q = -1 \\ \Delta S = -\Delta Q = 1 & & \end{array} \quad (2.30)$$

où la variation de S équilibre celle de Q dans la première équation, mais pas dans la seconde. Des relations analogues peuvent être écrites pour le \bar{K}^0 :

$$\begin{array}{ccc} \bar{K}^0 & \rightarrow & e^- \pi^+ \bar{\nu}_e \\ S & = & 1 \quad S = 0 \\ Q & = & 0 \quad Q = -1 \\ \Delta S = \Delta Q = -1 & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \bar{K}^0 & \rightarrow & e^+ \pi^- \nu_e \\ S & = & 1 \quad S = 0 \\ Q & = & 0 \quad Q = 1 \\ \Delta S = -\Delta Q = -1 & & \end{array} \quad (2.31)$$

Les grandeurs :

$$x \equiv \frac{c^* - d^*}{a + b} \quad \bar{x} \equiv \frac{c^* + d^*}{a - b} \quad (2.32)$$

non nulles caractérisent le non-respect de $\Delta S = \Delta Q$ pour des leptons respectivement positifs et négatifs, tandis que $y = -b/a$ non nul traduit la violation de \mathcal{CPT} en accord avec $\Delta S = \Delta Q$.

Enfin, posons :

$$x_+ \equiv \frac{x + \bar{x}}{2} \quad x_- \equiv \frac{x - \bar{x}}{2} \quad (2.33)$$

qui sont des quantités respectivement caractéristiques, lorsque non nulles, du respect et de la non-conservation de la symétrie \mathcal{CPT} lorsque la règle $\Delta S = \Delta Q$ n'est pas vérifiée. Le développement

de l'expression de x_+ fait en effet apparaître un terme dominant proportionnel à ac^* , tandis que la contribution prépondérante à x_- se comporte comme ad^* .

L'introduction des grandeurs x_+ et y est particulièrement commode pour exprimer la contribution semi-leptonique dans la somme apparaissant dans la relation BS [27] (le rapport de branchement $\mathcal{B}(K_{S/L} \rightarrow f)$ sera désormais noté $\mathcal{B}_f^{(S/L)}$):

$$\sum_{f \in \{\pi l \nu\}} \mathcal{A}^*(K_S \rightarrow f) \mathcal{A}(K_L \rightarrow f) = \frac{2}{\tau_L} [Re(\epsilon) - Re(y) - i(Im(x_+) + Im(\Delta))] \times [\mathcal{B}_{\pi e \nu}^{(L)} + \mathcal{B}_{\pi \mu \nu}^{(L)}] \quad (2.34)$$

Le premier terme du second membre de l'équation précédente est obtenu en calculant un produit du type $\mathcal{A}^*(K_S \rightarrow \pi^- l^+ \nu) \mathcal{A}(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu)$ avec les relations :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^*(K_S \rightarrow \pi^- l^+ \nu) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (1 + \epsilon^* + \Delta^*) \langle \pi^- l^+ \nu | \mathcal{H}_W | K^0 \rangle^* + (1 - \epsilon^* - \Delta^*) \langle \pi^- l^+ \nu | \mathcal{H}_W | \bar{K}^0 \rangle^* \} \\ \mathcal{A}(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (1 + \epsilon - \Delta) \langle \pi^- l^+ \nu | \mathcal{H}_W | K^0 \rangle - (1 - \epsilon + \Delta) \langle \pi^- l^+ \nu | \mathcal{H}_W | \bar{K}^0 \rangle \} \end{aligned} \quad (2.35)$$

après avoir exprimé les états $|K_S\rangle$ et $|K_L\rangle$ sur la base des états $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$.

Le cas où le lepton est négativement chargé s'obtient de manière analogue. En insérant les définitions de x , \bar{x} , x_+ et y dans ces deux expressions sommées, on retrouve le facteur du second terme de l'équation 2.34.

La formulation finale de la relation BS s'obtient alors en reportant l'expression 2.34 dans 2.17 :

$$\begin{aligned} &\left(1 + i \tan(\phi_{SW}) - 2 \frac{\tau_S}{\tau_L} [\mathcal{B}_{\pi e \nu}^{(L)} + \mathcal{B}_{\pi \mu \nu}^{(L)}] \right) \times (Re(\epsilon) - iIm(\Delta)) \\ &= \left[\sum_{f \notin \{\pi e \nu, \pi \mu \nu\}} \alpha_f \right] - 2 \frac{\tau_S}{\tau_L} [Re(y) + iIm(x_+)] \times [\mathcal{B}_{\pi e \nu}^{(L)} + \mathcal{B}_{\pi \mu \nu}^{(L)}] \end{aligned} \quad (2.36)$$

L'ensemble des grandeurs physiques qui interviennent dans la relation BS est consigné dans le tableau 2.2. Les valeurs de α_f qui s'en déduisent apparaissent dans le tableau 2.3. Les canaux pour lesquels $\mathcal{B}_f^{(S)}$ (ou $\frac{\tau_S}{\tau_L} \mathcal{B}_f^{(L)}$) est inférieur à 10^{-5} ont une contribution négligeable, et ne seront par conséquent pas pris en compte. La valeur de η_{000} qui apparaît dans le tableau 2.2 est la combinaison des résultats de deux expériences, CPLEAR et SND, qui seront respectivement présentées aux sections 2.3.1 et 2.3.2.

2.2.7 Test expérimental de la symétrie \mathcal{CPT}

L'équation 2.36 constitue un test de la symétrie \mathcal{CPT} . En effet, une fois connues les quantités α_f , les divers paramètres semi-leptoniques, ainsi que leurs incertitudes respectives, il est possible de tester la compatibilité de Δ avec 0. En particulier :

$$\alpha_{000} = \frac{\tau_S}{\tau_L} \mathcal{B}_{000}^{(L)} \eta_{000}^* \quad (2.37)$$

Le tableau 2.2 montre, comme il a été remarqué à la section 2.2.5, que la valeur centrale de η_{000} n'est pas prépondérante dans la somme $\sum_f \alpha_f$, qui est largement dominée par les termes $\alpha_{2\pi}$. Cependant, α_{000} est la contribution ayant la plus grande incertitude (voir figure 2.3).

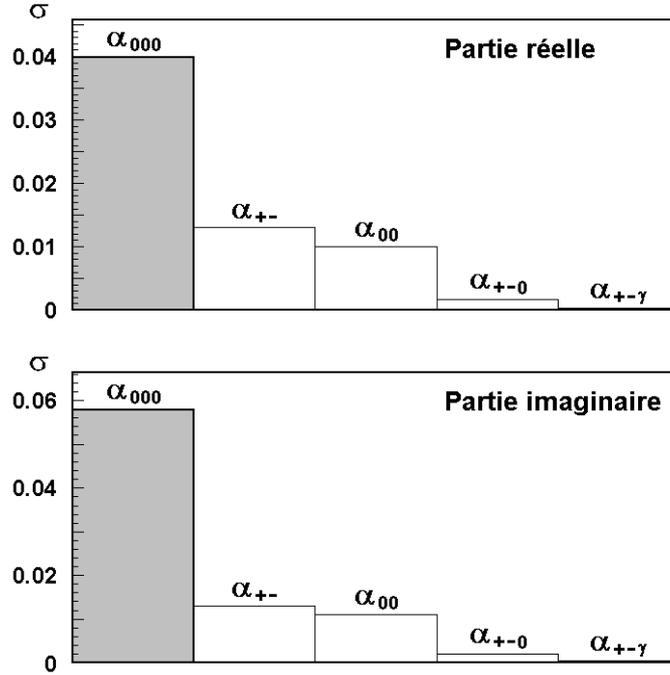


FIG. 2.3 – Incertitudes sur les parties réelle et imaginaire des grandeurs α_f . On remarquera que les erreurs dominantes sont associées à $Re(\alpha_{000})$ et $Im(\alpha_{000})$.

La grandeur η_{000} a donc un double intérêt : elle est par définition sensible à la violation de \mathcal{CP} , et une amélioration de sa limite permet d'affiner un test de \mathcal{CPT} au travers de la relation BS.

Il s'agit donc d'extraire de la formule 2.36 la dépendance de $Im(\Delta)$ par rapport à l'ensemble des observables physiques, dont on peut montrer qu'elle s'écrit :

$$Im(\Delta) = \frac{1}{\left(1 - 2\frac{\tau_S}{\tau_L}\mathcal{B}_{\pi l\nu}^{(L)}\right)^2 + \tan^2(\phi_{SW})} \left\{ \left[Re\left(\sum_{f \notin \{\pi l\nu\}} \alpha_f\right) - 2\frac{\tau_S}{\tau_L} Re(y)\mathcal{B}_{\pi l\nu}^{(L)} \right] \times \tan(\phi_{SW}) - \left[Im\left(\sum_{f \notin \{\pi l\nu\}} \alpha_f\right) - 2\frac{\tau_S}{\tau_L} Im(x_+)\mathcal{B}_{\pi l\nu}^{(L)} \right] \times \left[1 - 2\frac{\tau_S}{\tau_L}\mathcal{B}_{\pi l\nu}^{(L)} \right] \right\} \quad (2.38)$$

Une relation analogue peut être obtenue pour $Re(\epsilon)$:

$$Re(\epsilon) = \frac{1}{\left(1 - 2\frac{\tau_S}{\tau_L}\mathcal{B}_{\pi l\nu}^{(L)}\right)^2 + \tan^2(\phi_{SW})} \left\{ \left[Re\left(\sum_{f \notin \{\pi l\nu\}} \alpha_f\right) - 2\frac{\tau_S}{\tau_L} Re(y)\mathcal{B}_{\pi l\nu}^{(L)} \right] \times \left[1 - 2\frac{\tau_S}{\tau_L}\mathcal{B}_{\pi l\nu}^{(L)} \right] + \left[Im\left(\sum_{f \notin \{\pi l\nu\}} \alpha_f\right) - 2\frac{\tau_S}{\tau_L} Im(x_+)\mathcal{B}_{\pi l\nu}^{(L)} \right] \times \tan(\phi_{SW}) \right\} \quad (2.39)$$

La propagation des erreurs dans les relations 2.38 et 2.39 permet d'obtenir la dépendance fonctionnelle entre $\sigma_{Im(\Delta)}$ et les composantes de η_{000} (avec les erreurs associées). La figure 2.4 montre cette dépendance dans le cas particulier où $Re(\eta_{000}) = Im(\eta_{000}) = \sigma_{Re(\eta_{000})} = \sigma_{Im(\eta_{000})}$ (axe des abscisses), pour la commodité de la représentation. La valeur actuelle de $\sigma_{Im(\Delta)}$, qui est de 5×10^{-5} [27], pourrait donc être abaissée au niveau de 1.5×10^{-5} si η_{000} n'en était plus le contributeur principal (l'incertitude sur $Re(\epsilon)$ pourrait, par la même occasion, passer de 2.5×10^{-5} à 1.3×10^{-5}).

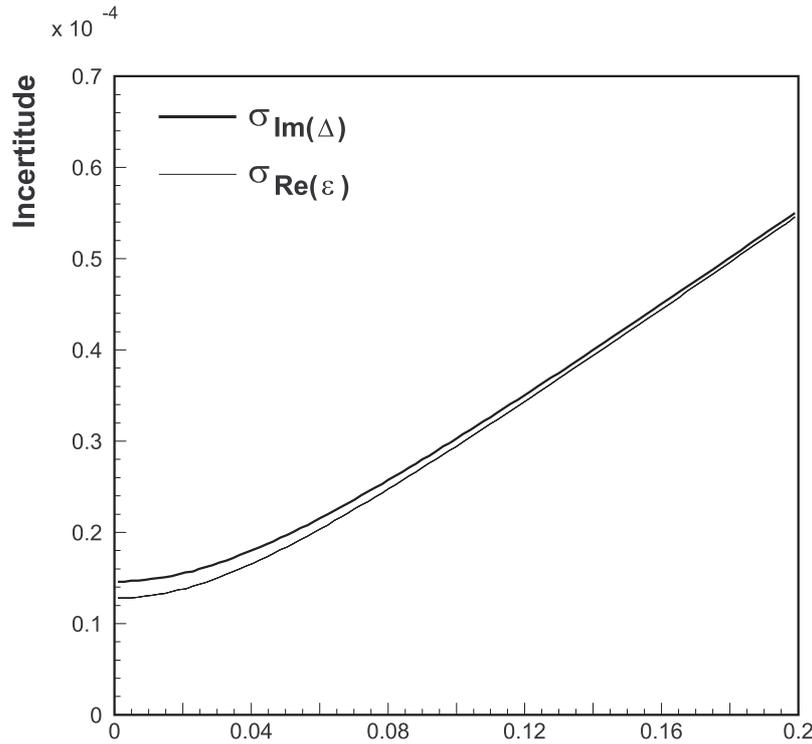


FIG. 2.4 – Évolution de l'incertitude sur $Im(\Delta)$ et $Re(\epsilon)$ en fonction de $Re(\eta_{000}) = Im(\eta_{000}) = \sigma_{Re(\eta_{000})} = \sigma_{Im(\eta_{000})}$: en dessous de 0.04 environ, $\sigma_{Im(\Delta)}$ et $\sigma_{Re(\epsilon)}$ ne sont plus dominés par l'incertitude sur η_{000} .

Remarques

Dans le tableau 2.2, concernant le mode $\pi^+\pi^-\pi^0$, n'apparaît que η_{+-0} . Sa définition (relation 2.8) ne le rend sensible qu'à la violation de \mathcal{CP} . L'amplitude de la décroissance $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ qui conserve \mathcal{CP} permet elle aussi de définir un paramètre analogue à η_{+-0} (souvent noté λ), mais le faible rapport de branchement du mode $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ ($CP = +1$), qui est à la fois supprimé par \mathcal{CP} et par l'effet de barrière centrifuge ($l \neq 0$), confère au paramètre α correspondant une valeur totalement négligeable.

Mode	Paramètre	Valeur	Référence
	Δm	$(0.5295 \pm 0.0020) \times 10^{10} \text{ } \hbar/s$	[29]
	τ_S	$(0.8935 \pm 0.0008) \times 10^{-10} \text{ } s$	[57]
	τ_L	$(517 \pm 4) \times 10^{-10} \text{ } s$	[57]
	$\tan \phi_{SW}$	0.948 ± 0.007	
$K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$ \eta_{+-} $	$(2.276 \pm 0.017) \times 10^{-3}$	[57]
	ϕ_{+-}	(43.3 ± 0.5)	[57]
	$\mathcal{B}_{+-}^{(S)}$	$(68.61 \pm 0.28) \%$	[57]
$K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0$	$ \eta_{00} $	$(2.262 \pm 0.017) \times 10^{-3}$	[57]
	ϕ_{00}	(43.2 ± 1.0)	[57]
	$\mathcal{B}_{00}^{(S)}$	$(31.39 \pm 0.28) \%$	[57]
$K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$	$ \eta_{+-\gamma} $	$(2.35 \pm 0.07) \times 10^{-3}$	[57]
	$\phi_{+-\gamma}$	(44.0 ± 4.0)	[57]
	$\mathcal{B}_{+-\gamma}^{(S)}$	$(1.78 \pm 0.05) \times 10^{-3}$	[57]
$K_L \rightarrow \pi l \nu$	$Re(y)$	$(0.3 \pm 3.0) \times 10^{-3}$	[27]
	$Im(x_+)$	$(-2.0 \pm 2.7) \times 10^{-3}$	[27]
	$\mathcal{B}_{\pi e \nu}^{(L)}$	$(38.18 \pm 0.28) \%$	[57]
	$\mathcal{B}_{\pi \mu \nu}^{(L)}$	$(27.18 \pm 0.25) \%$	[57]
$K_S \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	$Re(\eta_{+-0})$	$(-2 \pm 8) \times 10^{-3}$	[30]
	$Im(\eta_{+-0})$	$(-2 \pm 9) \times 10^{-3}$	[30]
	$\mathcal{B}_{+-0}^{(S)}$	$(12.55 \pm 0.20) \%$	[30]
$K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$	$Re(\eta_{000})$	$(-2.2 \pm 1.4) \times 10^{-2}$	[26]
	$Im(\eta_{000})$	$(-3.0 \pm 1.7) \times 10^{-2}$	[26]
	$\mathcal{B}_{000}^{(L)}$	$(21.13 \pm 0.27) \%$	[26]

 TAB. 2.2 – Ensemble des grandeurs physiques nécessaires au calcul des α_f .

Mode	α_f	$10^3 \times Re(\alpha_f)$	$10^3 \times Im(\alpha_f)$
$K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$\alpha_{+-} = \mathcal{B}_{+-}^{(S)} \eta_{+-}$	1.136 ± 0.013	1.071 ± 0.013
$K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0$	$\alpha_{00} = \mathcal{B}_{00}^{(S)} \eta_{00}$	0.518 ± 0.010	0.486 ± 0.011
$K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$	$\alpha_{+-\gamma} = \mathcal{B}_{+-\gamma}^{(S)} \eta_{+-\gamma}$	0.0030 ± 0.0002	0.0029 ± 0.0002
$K_S \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	$\alpha_{+-0} = \frac{\tau_S}{\tau_L} \mathcal{B}_{+-0}^{(L)} \eta_{+-0}^*$	-0.0004 ± 0.0017	0.0004 ± 0.0020
$K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$	$\alpha_{000} = \frac{\tau_S}{\tau_L} \mathcal{B}_{000}^{(L)} \eta_{000}^*$	0.029 ± 0.040	-0.026 ± 0.058

 TAB. 2.3 – Principaux modes contribuant à la relation BS, ainsi que leur paramètre α_f associé.

2.3 Études expérimentales du canal $K_S \rightarrow 3\pi^0$

Les résultats expérimentaux concernant le mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$ sont évoqués dans cette section. Les expériences y sont classifiées par la méthode de mesure employée, qui peut être l'interférence K_S/K_L dans la désintégration en trois pions neutres, ou l'étiquetage K_S .

Cette première approche repose sur l'influence que possède le paramètre η_{000} sur la distribution en temps de vie propre (ou en distance) des vertex de désintégration des kaons. Les contributions K_S et K_L peuvent interférer, et produire une modulation dont l'amplitude est conditionnée par η_{000} . Cette méthode va être décrite plus en détail au prochain chapitre, ainsi que dans l'annexe, car c'est elle qui sera employée dans cette thèse. La seconde méthode utilise l'étiquetage pour l'identification des événements $K_S \rightarrow 3\pi^0$. Une paire K_S/K_L est produite à la résonance du ϕ lors de collisions $e^+ e^-$, et l'origine K_S de la désintégration en $3\pi^0$ est signée par la détection du K_L .

L'avantage de la méthode interférentielle est d'être sensible à $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$, mais elle ne permet pas d'identifier individuellement des événements $K_S \rightarrow 3\pi^0$, ce que permet l'étiquetage. Cependant, cette dernière technique est, comme on le verra, uniquement sensible à $|\eta_{000}|$ au travers du rapport de branchement $\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0)$.

2.3.1 L'interférence K_S/K_L

ITEP (1983)

Le mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$ a été étudié auprès du synchrotron à protons de l'ITEP [9] (Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscou). Celui-ci utilisait comme détecteur principal une chambre à bulles contenant 180 litres de xénon soumis à un faisceau de K^+ de $0.85 \text{ GeV}/c$. Les kaons neutres sont produits par échange de charge entre un K^+ et un noyau de xénon.

La recherche des événements $3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$ admettait pour principal bruit de fond le mécanisme :

$$K^+ + Xe \rightarrow \pi^0 + K_S + Xe' \quad (2.40)$$

suivi des désintégrations du pion neutre en deux photons, et du K_S en deux pions neutres puis quatre photons. Le bruit de fond a pu être réduit par la réjection des événements pour lesquels une combinaison de 4 photons était compatible avec une décroissance $K_S \rightarrow 2\pi^0 \rightarrow 4\gamma$, les deux autres photons étant compatibles avec l'hypothèse d'un π^0 . À l'issue de la sélection, ce sont 632 événements qui ont pu être identifiés comme $3\pi^0$.

Le paramètre η_{000} a été ajusté sur la distribution de la distance séparant les vertex de production et de désintégration des kaons en utilisant la forme fonctionnelle théorique suivante :

$$f(z_i, p_i) = \int dp \int dz \frac{m_K}{cp} e^{-\frac{(p-p_i)^2}{2\sigma_{p_i}^2}} e^{-\frac{z}{\lambda}} e^{-\frac{(z-z_i)^2}{2\sigma_{z_i}^2}} \left\{ [Re^2(\eta_{000}) + Im^2(\eta_{000})] e^{-\frac{m_K z}{pc\tau_S}} + e^{-\frac{m_K z}{pc\tau_L}} + 2 \left[Re(\eta_{000}) \cos\left(\frac{m_K \Delta m}{pc} z\right) - Im(\eta_{000}) \sin\left(\frac{m_K \Delta m}{pc} z\right) \right] e^{-\frac{m_K z}{2pc} \left(\frac{1}{\tau_S} + \frac{1}{\tau_L}\right)} \right\} \quad (2.41)$$

où p_i et z_i sont respectivement l'impulsion et la position longitudinale de décroissance du kaon (σ_{p_i} et σ_{z_i} sont les résolutions sur ces deux grandeurs), m_K est la masse du kaon, Δm la différence de masse K_L/K_S , et λ est la longueur d'absorption des kaons neutres dans le xénon. Les effets de résolutions en position et impulsion ont donc été pris en compte en effectuant une double convolution.

L'ajustement fournit la valeur de η_{000} suivante :

$$\begin{aligned} Re(\eta_{000}) &= -0.08 \pm 0.18 \\ Im(\eta_{000}) &= -0.05 \pm 0.27 \end{aligned} \quad (2.42)$$

qui est compatible avec 0 à moins d'un écart standard.

La figure 2.5 montre la distribution en $c\tau$ des événements superposée au résultat de l'ajustement. Celui-ci a été aussi réalisé dans l'hypothèse de conservation de $\mathcal{CP}\mathcal{T}$ ($Re(\eta_{000}) = Re(\epsilon)$ – voir section 2.2.2), et donne :

$$Im(\eta_{000})_{\mathcal{CP}\mathcal{T}} = -0.02 \pm 0.18 \quad (2.43)$$

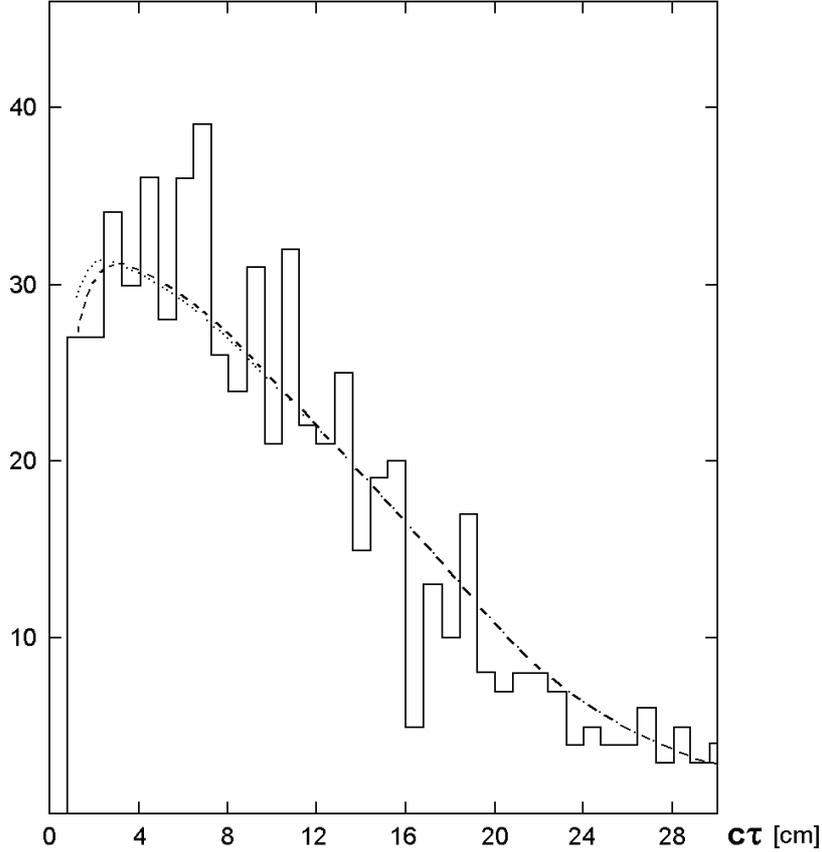


FIG. 2.5 – Distribution en $c\tau$ des vertex de désintégration des 632 événements identifiés $3\pi^0$. Les tirets montrent le résultat de l'ajustement de la forme fonctionnelle 2.41 sur les données. Les pointillés sont obtenus à partir de la même formule, mais en imposant $\eta_{000} = 0$.

La valeur de l'expression 2.43 de $Im(\eta_{000})$ se traduit en terme de limite sur le rapport de branchement $\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0)$ à 90 % de niveau de confiance :

$$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0)_{\mathcal{CP}\mathcal{T}} < 0.37 \times 10^{-4} \quad (2.44)$$

Remarque

ITEP avait publié en 1973 un premier résultat concernant η_{000} [8], en utilisant la même méthode, avec une statistique de 22 événements :

$$\begin{aligned} Re(\eta_{000}) &= -0.04 \pm 0.45 \\ Im(\eta_{000}) &= -0.45 \begin{matrix} + & 0.50 \\ - & 0.65 \end{matrix} \end{aligned} \quad (2.45)$$

L'hypothèse de l'invariance \mathcal{CPT} a établi la limite suivante sur la partie imaginaire de η_{000} :

$$Im(\eta_{000})_{\mathcal{CPT}} < 1.1 \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (2.46)$$

et une limite sur le rapport de branchement $K_S \rightarrow 3\pi^0$:

$$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0)_{\mathcal{CPT}} < 4.3 \times 10^{-4} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (2.47)$$

CPLEAR (1998)

L'expérience CPLEAR au CERN exploitait un faisceau d'antiprotons fourni par le LEAR (*Low Energy Antiproton Ring*) afin de produire des kaons par interaction avec une cible d'hydrogène à haute pression, selon les processus :



Le détecteur comprenait un système de reconstruction d'événements chargés (solénoïde et chambres à dérive) de manière à identifier la charge du K^\pm , pour ensuite en déduire l'étrangeté du kaon neutre. La détection des photons y était assurée par un calorimètre électromagnétique (voir dispositif figure 2.6).

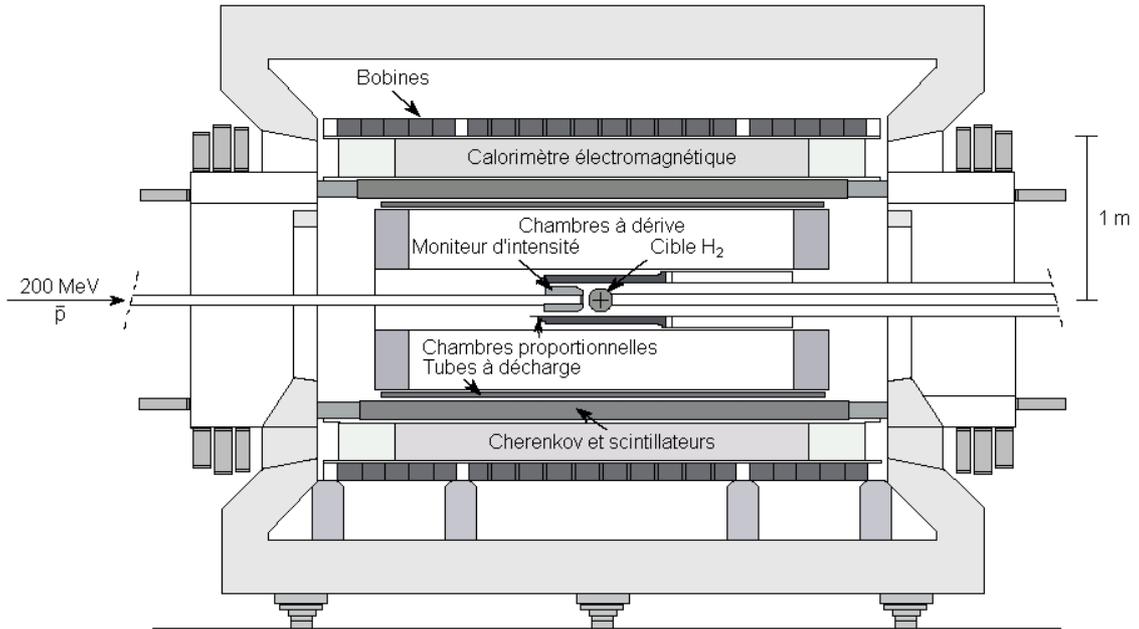


FIG. 2.6 – Dispositif expérimental de l'expérience CPLEAR.

L'étrangeté étant étiquetée, il est possible de mesurer expérimentalement, en fonction du temps de vie propre τ , la différence des taux de désintégration $R(K^0 \rightarrow 3\pi^0)(\tau)$ et $R(\bar{K}^0 \rightarrow 3\pi^0)(\tau)$ au travers de l'asymétrie [26] :

$$A_{000}(\tau) = \frac{R(\bar{K}^0 \rightarrow 3\pi^0)(\tau) - R(K^0 \rightarrow 3\pi^0)(\tau)}{R(\bar{K}^0 \rightarrow 3\pi^0)(\tau) + R(K^0 \rightarrow 3\pi^0)(\tau)} \quad (2.49)$$

qui est sensible à l'interférence K_L/K_S . Sa paramétrisation en fonction de η_{000} donne :

$$A_{000}(\tau) = 2Re(\epsilon) - 2[Re(\eta_{000})\cos(\Delta m\tau) - Im(\eta_{000})\sin(\Delta m\tau)]e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_S} + \frac{1}{\tau_L}\right)\tau} \quad (2.50)$$

qui est analogue à la relation 2.41.

La méthode consistait donc à ajuster cette forme fonctionnelle sur la distribution expérimentalement reconstruite de l'asymétrie $A_{000}(\tau)$. La désintégration $K^0(K^{\bar{0}}) \rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$ était sélectionnée en demandant deux traces chargées (pion et kaon) en temps avec six gerbes électromagnétiques.

Le temps de vie propre du kaon était extrait à partir d'un ajustement contraint sur les grandeurs cinématiques et géométriques relatives au vertex d'annihilation ($p\bar{p} \rightarrow \bar{K}^0(K^0)K^\pm\pi^\mp$) et de décroissance ($K^0 \rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$). Les principales sources de bruit de fond provenaient du mode $p\bar{p} \rightarrow \bar{K}^0(K^0)K^\pm\pi^\mp + \pi^0$ (surévaluation de l'énergie manquante au vertex d'annihilation) et $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^- + n\pi^0$, dont les contributions ont été évaluées par simulation.

L'expérience a collecté 17300 événements $\bar{K}^0(K^0) \rightarrow 3\pi^0$ dans un intervalle en durée de vie propre compris entre -1 et $20\tau_S$, à partir desquels $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$ ont pu être extraits par la méthode du maximum de vraisemblance (figure 2.7).

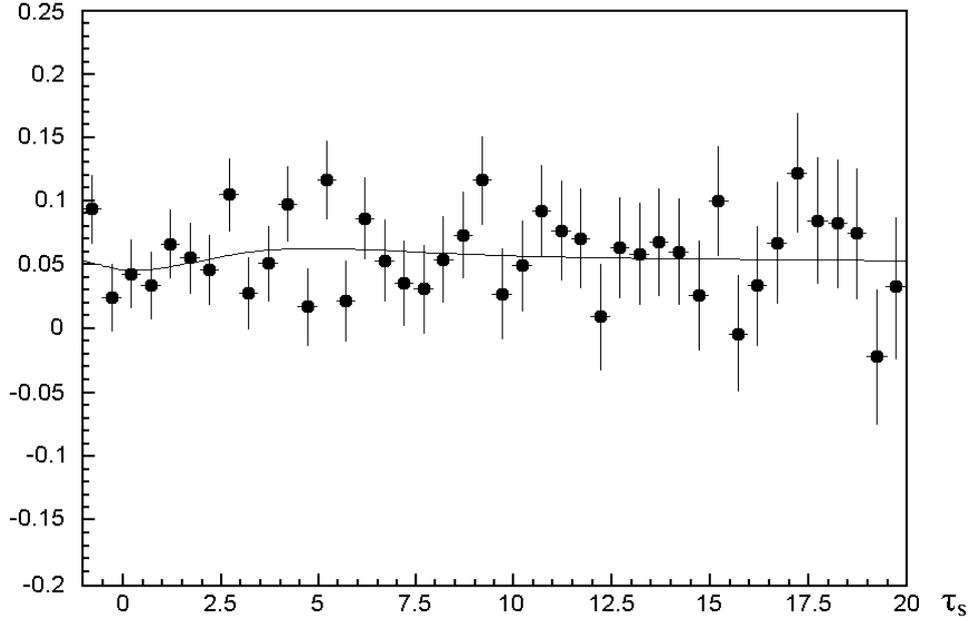


FIG. 2.7 – Distribution des temps de vie des kaons, avec ajustement de la fonction d'interférence.

Le résultat obtenu est :

$$\begin{aligned} Re(\eta_{000}) &= 0.18 \pm 0.14_{stat.} \pm 0.06_{syst.} \\ Im(\eta_{000}) &= 0.15 \pm 0.20_{stat.} \pm 0.03_{syst.} \end{aligned} \quad (2.51)$$

ce qui se traduit en la limite suivante pour le rapport de branchement :

$$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) < 1.8 \times 10^{-5} \quad (90\% C.L.) \quad (2.52)$$

qui améliore d'un facteur 2 le précédent résultat d'ITEP.

2.3.2 L'étiquetage K_S

SND (1999)

Situé auprès du collisionneur e^+e^- VEPP-2M, le détecteur SND (Spherical Neutral Detector) a pour composant principal un calorimètre électromagnétique à géométrie sphérique, composé de cristaux de NaI(Tl), avec une couverture d'angle solide $\frac{9}{10} 4\pi$ stéradians.

La prise de données qui a alimenté l'analyse $K_S \rightarrow 3\pi^0$ [1] s'est effectuée à une énergie dans le centre de masse proche de la masse du $\phi(1020)$. Les kaons ont donc été produits par le processus :

$$e^+e^- \rightarrow \phi(1020) \rightarrow K_S K_L \quad (2.53)$$

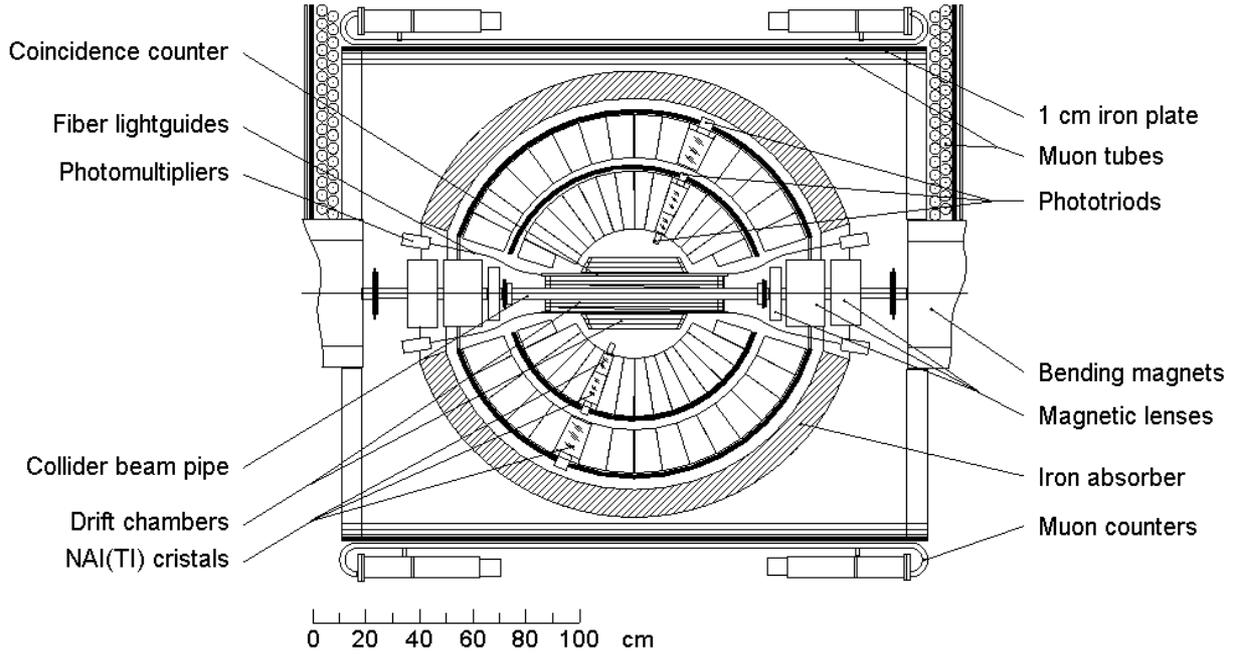


FIG. 2.8 – Dispositif expérimental de l'expérience SND.

Les K_L étant produits à une énergie typique de 110 MeV , ils ont un parcours moyen de 3.4 m . Cette longueur étant divisée par environ 600 pour les K_S , ceux-ci sont donc totalement contenus dans le volume du calorimètre.

Après la création d'une paire K_S/K_L , si le K_L ne se désintègre pas à l'intérieur du détecteur, il peut ou non être détecté. Dans ces deux derniers cas, la signature du mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$ est la présence de 6 ou 7 gerbes reconstruites (les 6 photons issus du processus $3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$ avec la détection (ou l'absence de détection) du K_L).

Les principaux bruits de fond sont la production multiple de photons lors de l'interaction du K_L dans le matériau du détecteur, ainsi que la production et désintégration de mésons η selon :

$$\begin{aligned} e^+e^- &\rightarrow \phi(1020) \rightarrow \eta\gamma \\ \eta &\rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma \end{aligned} \quad (2.54)$$

La sélection des événements $K_S \rightarrow 3\pi^0$ n'a fourni aucun candidat. L'analyse combinée des événements à 6 et 7 gerbes a permis d'établir une limite sur le rapport de branchement de :

$$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) < 1.4 \times 10^{-5} \quad (2.55)$$

à 90 % de niveau de confiance, ce qui représente une amélioration de 25 % par rapport au résultat de CPLEAR.

KLOE

L'usine à ϕ DAΦNE, située à Frascati, abrite le détecteur KLOE [49], dont le principe est analogue à celui de SND. Des paires K_S/K_L sont produites lors de la désintégration du $\phi(1020)$, lui-même issu d'une collision $e^+ e^-$ (voir la réaction 2.53), et l'identification du K_L autorise l'étude des modes de désintégration très rares du K_S .

Le détecteur apparaît sur la figure 2.9. Il comprend notamment une chambre à dérive cylindrique entourée d'un calorimètre électromagnétique fait de plomb et de scintillateurs, dont l'angle solide relatif de couverture est de 98 %.

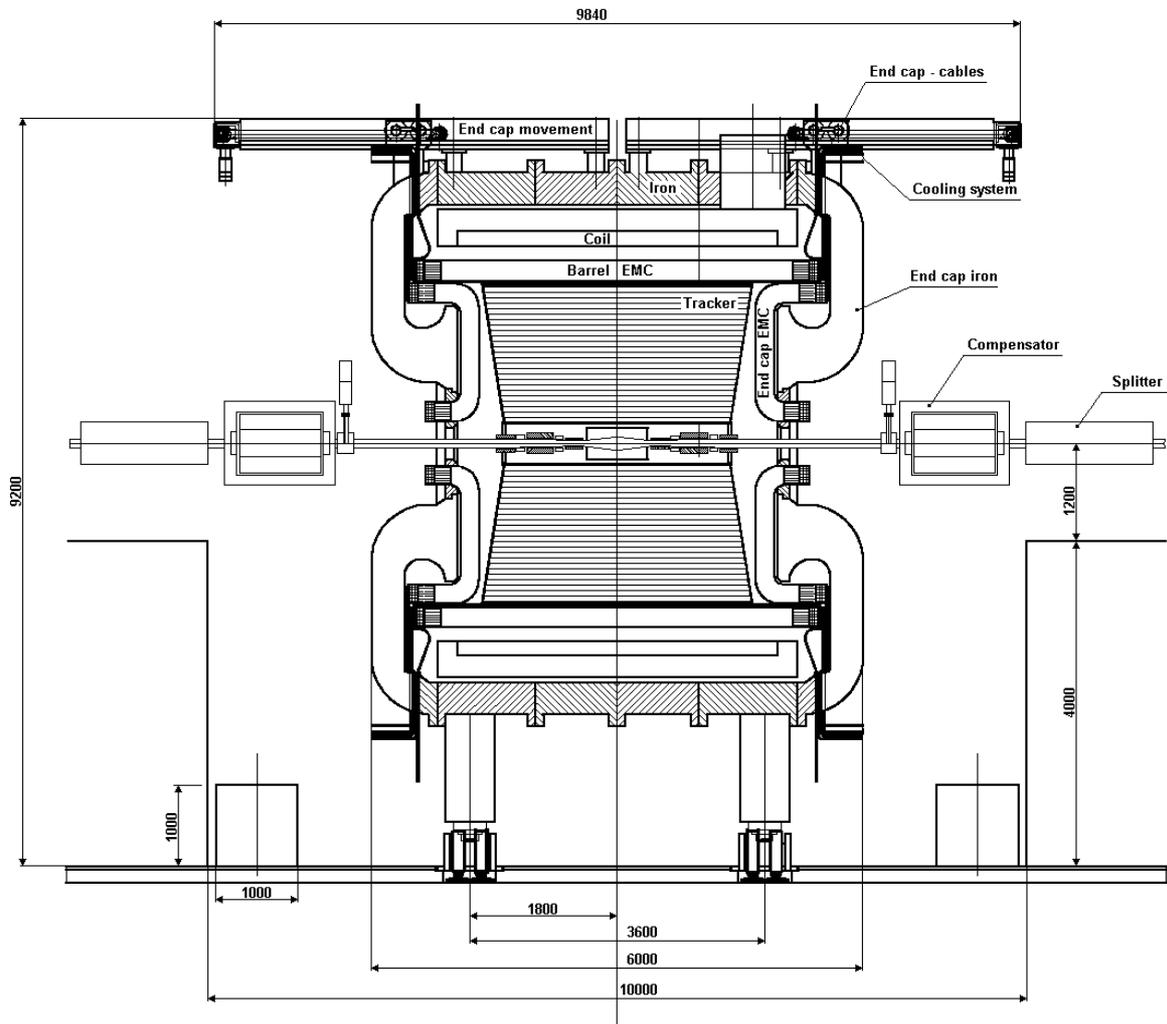


FIG. 2.9 – Dispositif expérimental de l'expérience KLOE.

Environ la moitié des K_L produits dans la désintégration $\phi \rightarrow K_S K_L$ atteignent le calorimètre (avec un β typique de 0.22). Ils y sont identifiés par un dépôt énergétique neutre (pas de trace associée) supérieur à 200 MeV, avec un retard temporel d'environ 30 ns par rapport à une particule avec $\beta \simeq 1$.

KLOE n'a pas encore publié de résultat concernant l'étude du mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$. La statistique

prévisionnelle de 2.2×10^{10} ϕ par an, soit 7.5×10^9 K_S produits, doit permettre la détection de 6 événements $K_S \rightarrow 3\pi^0$. À noter que KLOE a aussi la possibilité d'étudier cette désintégration par la méthode interférentielle [55], au travers de l'asymétrie des amplitudes de désintégration de la paire K_S/K_L en $3\pi^0/K_{l+3}$ et $3\pi^0/K_{l-3}$ (l'ordre des modes dans ces deux dernières expressions n'ayant pas d'importance).

2.3.3 Résumé des résultats

Le tableau 2.4 condense l'ensemble des résultats expérimentaux qui ont été présentés en cette fin de chapitre. Les limites qui y apparaissent correspondent à un niveau de confiance de 90%.

Expérience	Année	$Re(\eta_{000})$	$Im(\eta_{000})$	$Im(\eta_{000})_{CP\tau}$	$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0)$
ITEP	1973	-0.04 ± 0.45	$0.45^{+0.50}_{-0.65}$	< 1.1	$< 4.3 \times 10^{-4}$
ITEP	1983	-0.08 ± 0.18	-0.05 ± 0.27	-0.02 ± 0.18	$< 3.7 \times 10^{-5}$
CPLEAR	1998	$0.18 \pm 0.14 \pm 0.06$	$0.15 \pm 0.20 \pm 0.03$	$-0.05 \pm 0.12 \pm 0.05$	$< 1.9 \times 10^{-5}$
SND	1999				$< 1.4 \times 10^{-5}$

TABLE 2.4 – Résumé des résultats expérimentaux concernant le mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$.

Deuxième partie
Considérations expérimentales

Chapitre 3

Le dispositif expérimental de NA48

L'expérience NA48¹, au CERN, s'organise autour d'une collaboration internationale regroupant 150 physiciens originaires de 16 instituts : Cagliari, Cambridge, CERN, Dubna, Edimbourg, Ferrara, Firenze, Mainz, Orsay, Perugia, Pise, Saclay, Siegen, Turin, Varsovie et Vienne.

Comme évoqué au premier chapitre, l'objectif principal de NA48 est l'étude du mécanisme de violation *directe* de \mathcal{CP} [4] par la mise en évidence de la non-compatibilité avec l'unité du double rapport suivant :

$$\mathcal{R} = \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} / \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \simeq 1 - 6 \operatorname{Re} \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right) \quad (3.1)$$

avec une incertitude sur $\operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon)$ d'environ 2×10^{-4} . La formule 3.1 montre que l'expérience doit être à même de détecter des modes neutres aussi bien que chargés. Les quatre modes figurant dans la définition de \mathcal{R} sont acquis en même temps grâce à l'utilisation simultanée de faisceaux K_S et K_L quasi-colinéaires (l'association d'un événement à son faisceau d'origine étant effectuée par une station d'étiquetage). Cette stratégie permet de diminuer la sensibilité de la mesure de $\operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon)$ par rapport aux variations d'intensité des faisceaux et à l'efficacité de détection. Une statistique abondante pour chacun des modes est indispensable pour parvenir à l'incertitude qui vient d'être citée, ainsi que des détecteurs de haute résolution pour le contrôle des bruits de fond.

L'étude de la violation directe de \mathcal{CP} a été menée à partir de lots acquis entre 1997 et 1999, puis en 2001. Suite à l'implosion du tube à vide fin 1999, les chambres du spectromètre ont été endommagées, et le détecteur NA48 a fonctionné en 2000 dans des conditions particulières. Le programme d'études a été orienté vers les modes neutres, qui ont bénéficié d'un faisceau intense de K_S , ce qui a rendu possible l'étude de η_{000} . L'exposé de la modification du détecteur en 2000 et de la méthode de mesure de η_{000} sont reportés au chapitre suivant.

Dans les prochaines sections, les faisceaux et le détecteur NA48 seront décrits dans leur configuration pour la mesure de $\operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon)$ avant 2000, en mettant un accent particulier sur la détection des modes neutres.

3.1 Les lignes de faisceaux

Pour créer les deux faisceaux, on tire parti de la grande différence de durée de vie des K_S et des K_L ($\tau_L/\tau_S \simeq 580$). En effet, un faisceau de kaons neutres perd sa composante K_S lorsqu'il est observé «loin» de sa cible de production : il en résulte un faisceau constitué essentiellement de K_L . En revanche, si le faisceau de kaons est observé proche de sa cible associée, il contient environ autant de K_S que de K_L . Mais la durée de vie du K_S étant beaucoup plus courte que celle d'un K_L , si une désintégration se produit au voisinage de la cible, grande est la probabilité qu'elle provienne

1. 48^{ème} expérience du hall nord (North Area) du CERN

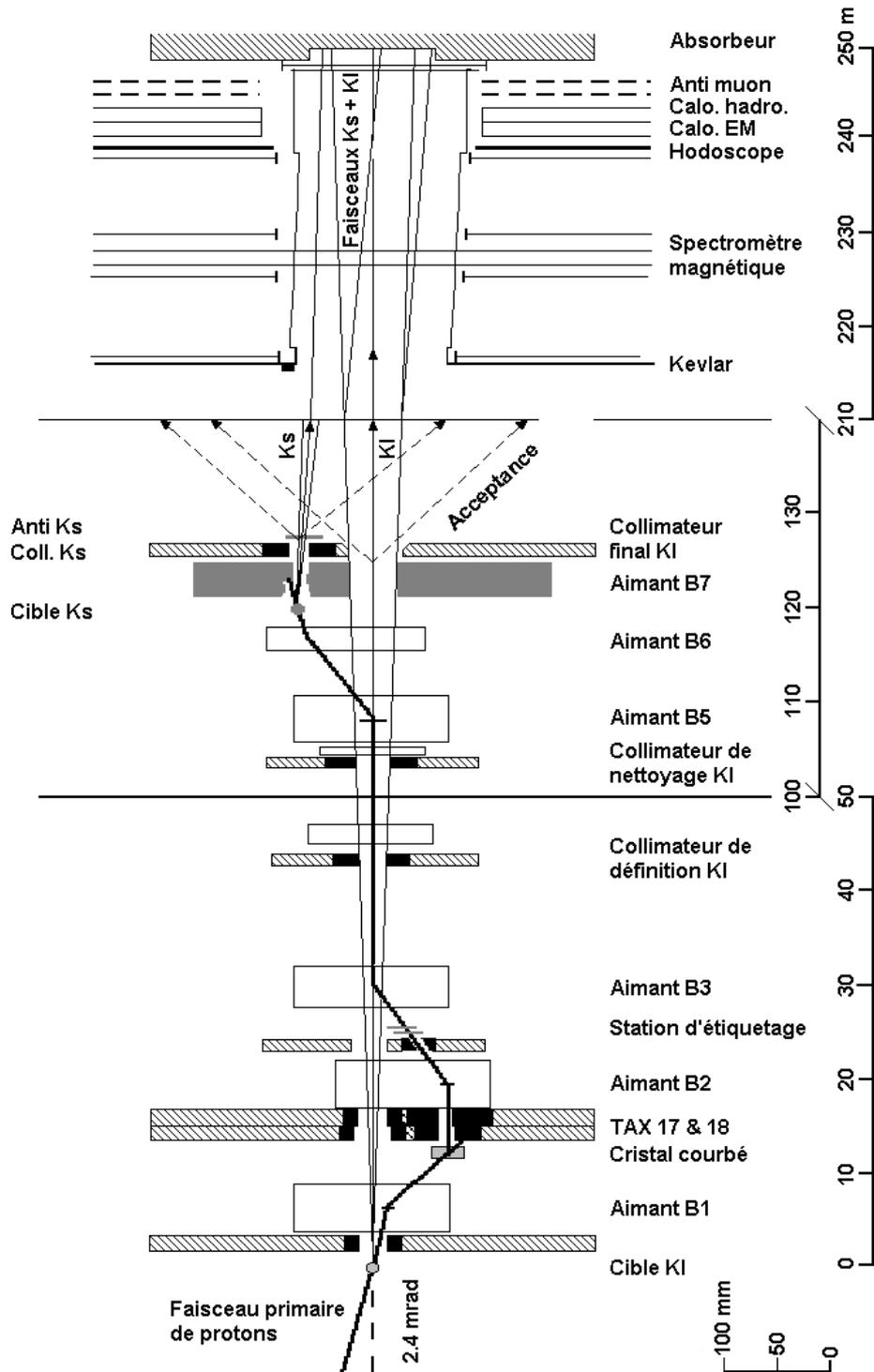


FIG. 3.1 – Lignes de faisceaux NA48. Les cibles K_S et K_L se situent respectivement à 6 m et 126 m du début de la zone de désintégration. Les protons n'interagissant pas avec la cible K_L sont défléchis par canalisation dans un cristal de silicium courbé, avec une réduction de flux d'un facteur $\simeq 10^5$. Après passage par la station d'étiquetage, les protons sont dirigés vers la cible K_S .

d'un K_S . Ainsi la zone de désintégration (ou zone *fiducielle*) devra être éloignée de la cible K_L et proche de la cible K_S (voir dispositif figure 3.1).

Les deux faisceaux de kaons sont produits par interaction de protons sur une cible nucléaire. Les protons rencontrent d'abord la cible K_L , et une fraction de ceux qui n'ont pas interagi sont déviés vers la cible K_S , 120 m plus loin. Comme il faut associer chaque désintégration au bon faisceau d'origine, les protons traversent sur leur chemin entre les deux cibles un étiqueteur, ou *tagger*, qui détecte leur passage. Si un événement est observé en coïncidence avec le signal émis par le tagger, il sera attribué à un K_S , sinon à un K_L .

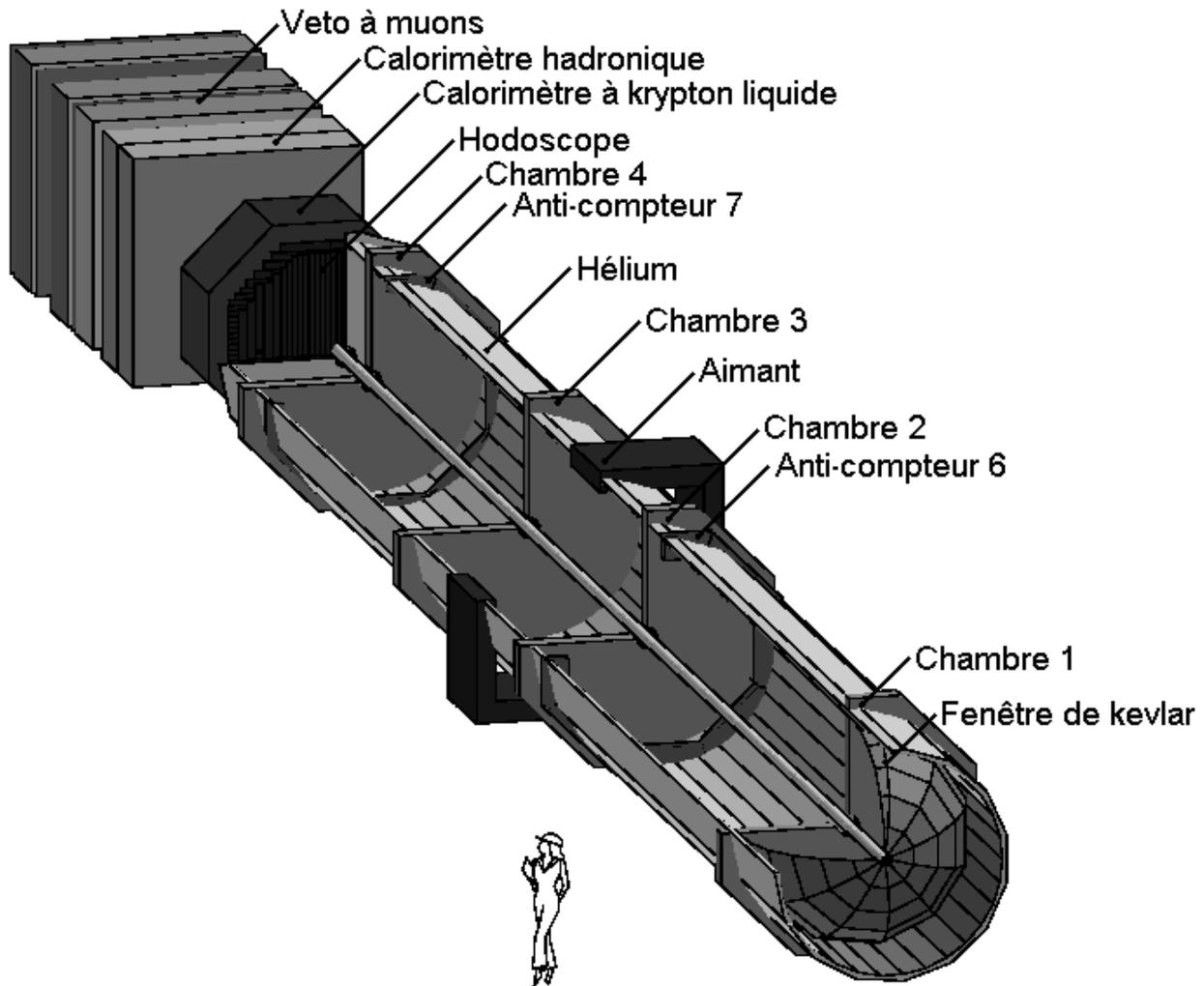


FIG. 3.2 – Vue d'ensemble des détecteurs NA48 (les désintégrations ont lieu en amont de la fenêtre de kevlar).

3.1.1 Le faisceau primaire de protons

L'expérience NA48 est approvisionnée en protons par le SPS (Super Proton Synchrotron). Ceux-ci ont une énergie de 450 GeV, avec un flux de 1.5×10^{12} protons par cycle de l'accélérateur. Les protons sont continuellement déversés pendant 2.4 s chaque 14.4 s (longueur totale d'un cycle). Ces protons, appelés *primaires*, sont ensuite focalisés vers une première cible dite K_L avec un angle d'incidence de $\theta = 2.4 \text{ mrad}$ par rapport à l'axe horizontal. Le choix de cet angle provient de ce que le flux des neutrons créés simultanément est divisé par un facteur $\simeq 4$ par rapport à

$\theta = 0$, tandis que le flux de kaons produits est réduit d'un quart. La cible, en béryllium, a une forme cylindrique de 400 mm de long pour un diamètre de 2 mm (figure 3.3). Comme la région de désintégration débute environ 126 m en aval de la cible K_L , on obtient un «faisceau K_L » car aux énergies considérées la quasi-totalité des K_S se sont déjà désintégrés dans les premières dizaines de mètres qui suivent la cible.

3.1.2 Le faisceau K_L

Le faisceau K_L ainsi produit traverse ensuite trois étages de collimation : collimateur de définition, de nettoyage et final, respectivement situés à 40 m , 100 m et 126 m de la cible K_L (voir figure 3.1). Le premier collimateur définit la divergence du faisceau à $\pm 0.15\text{ mrad}$ grâce à son ouverture de 12.2 mm de diamètre, tandis que les deux derniers permettent de s'affranchir de particules diffusées ou générées sur le bord du collimateur de définition (neutrons, Λ^0), et qui polluent le faisceau avant le début de la région fiducielle. Le faisceau obtenu est essentiellement composé de neutrons et photons, mais aussi de kaons.

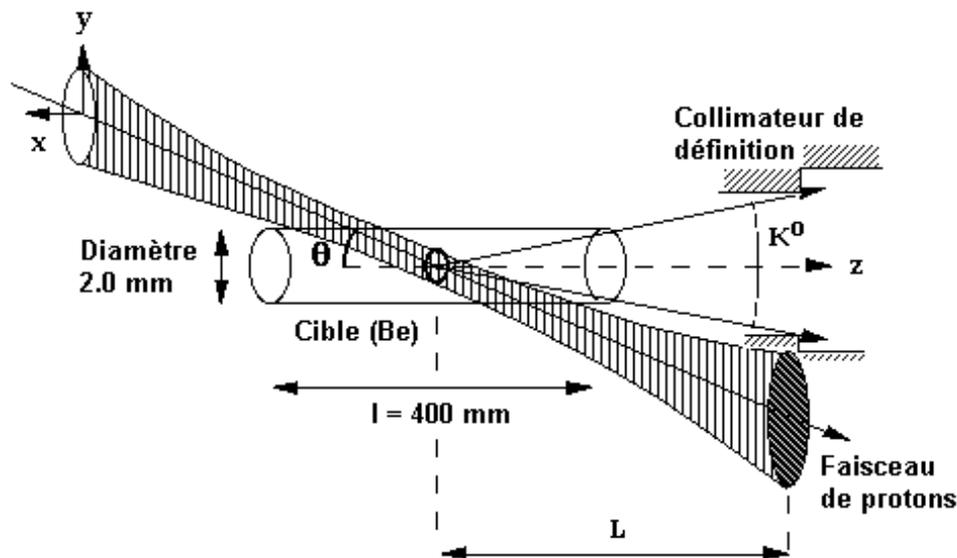


FIG. 3.3 – Production de kaons par interaction des protons sur une cible en béryllium.

3.1.3 Le faisceau secondaire de protons

Une fraction des protons qui n'ont pas interagi avec la cible K_L est acheminée vers une seconde cible pour la production des K_S («cible K_S »), qui est située 120 m en aval de la première. Pour y parvenir, ces protons sont déviés d'un angle de 7.2 mrad par un aimant de balayage (B1) afin d'être dirigés sur un cristal de silicium courbé. Celui-ci, tout en défléchissant les protons par canalisation², en sélectionne une petite fraction ($\simeq 3 \times 10^7$ par déversement), suffisante pour que les modes de désintégration du K_S en deux pions ne soient pas limitants du point de vue de la statistique.

Les protons qui ne sont pas canalisés sont absorbés (TAX 17 et 18), tandis que les autres sont dirigés vers une station d'étiquetage (voir paragraphe 3.1.7) par l'aimant dipolaire B2. Après quoi les protons sont ramenés sur la ligne de faisceau K_L par l'aimant B3 avant d'être acheminés sur

2. Quand des particules positivement chargées pénètrent dans un cristal en étant alignées avec un des axes cristallographiques, les champs coulombiens présents ont tendance à les guider suivant le même axe : on parle de canalisation. Si le cristal est courbé, certaines particules sont défléchies en suivant cette direction incurvée.

la cible K_S qui se trouve à 7.2 cm au-dessus de l'axe du faisceau K_L . Afin que les deux faisceaux aient des spectres énergétiques aussi proches que possible, les K_S sont sélectionnés à un angle de production de 4.2 mrad .

3.1.4 Le faisceau K_S

L'angle de 0.6 mrad que fait le faisceau K_S avec le faisceau K_L permet de les faire converger au niveau de la face d'entrée du calorimètre. Un aimant (B7 sur la figure 3.1) défléchit les particules chargées avant l'entrée dans le collimateur de définition K_S . Celui-ci, d'une épaisseur de 1.2 m , débute 4.8 m après la cible et aboutit sur l'anti-compteur K_S , décrit au paragraphe 3.1.8.

Le faisceau K_S peut être considéré comme «quasi-pur» puisque, dans les quatre premiers $c\tau_S$ qui suivent la cible K_S , la composante K_L qui s'y désintègre est inférieure au pourcent. Si seuls sont considérés les modes qui ne respectent pas \mathcal{CP} ($K_L \rightarrow \pi^0\pi^0$, $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$), cette contribution est encore réduite d'un facteur 1000.

3.1.5 La zone fiducielle

Les désintégrations sont observées dans un volume qui débute 6 m en aval de la cible K_S pour se terminer 89 m plus loin avec une fenêtre de kevlar, qui marque l'entrée du spectromètre magnétique. Le volume de désintégration est compris dans une enceinte cylindrique de diamètre 2.4 m , qui est maintenue sous un vide poussé ($< 10^{-4}\text{ mbar}$) de manière à éviter toute régénération d'une composante K_S dans le faisceau K_L , mais aussi les diffusions multiples et conversions.

La production de kaons s'accompagne de nombreuses particules secondaires. Lorsqu'elles sont chargées, les aimants de balayage peuvent les extraire des faisceaux, ce qui n'est évidemment pas le cas pour les particules neutres comme le neutron et le photon. Pour être protégés de ces flux, les détecteurs ont donc été conçus pour laisser passer le tube à vide en leur centre.

Faisceau	K_S	K_L
Protons par déversement	3×10^7	1.5×10^{12}
Cycle utile	2.4/14.4 s	
Impulsion des protons	450 GeV/c	
Flux de kaons par déversement au dernier collimateur	2×10^2	2×10^7
Désintégrations avant les détecteurs	2×10^2	1.3×10^6
Faisceau	$K_S + K_L$	
Flux de photons	10^9	
Flux de neutrons	10^8	

TAB. 3.1 – Caractéristiques des faisceaux K_S et K_L .

3.1.6 Le monitoring des faisceaux

Les intensités des deux faisceaux sont en permanence évaluées par les moniteurs d'intensité K_S et K_L [22]. Le moniteur K_L , disposé juste avant l'absorbeur final, mesure en fait l'intensité du faisceau $K_S + K_L$ à l'aide de deux plans constitués chacun de 24 scintillateurs, disposés horizontalement et verticalement, pour une surface totale de $18 \times 18\text{ mm}^2$. Le moniteur K_S est différent dans la mesure où il est placé le long de la cible K_S , et évalue l'intensité en comptant le nombre de particules émises perpendiculairement à l'axe du faisceau.

Ces deux moniteurs sont particulièrement utiles pour l'étude des effets accidentels, c'est-à-dire la superposition d'événements *quelconques* sur de *bonnes* désintégrations : ils permettront de déclencher sur des événements aléatoires, avec une fréquence proportionnelle à l'intensité des faisceaux.

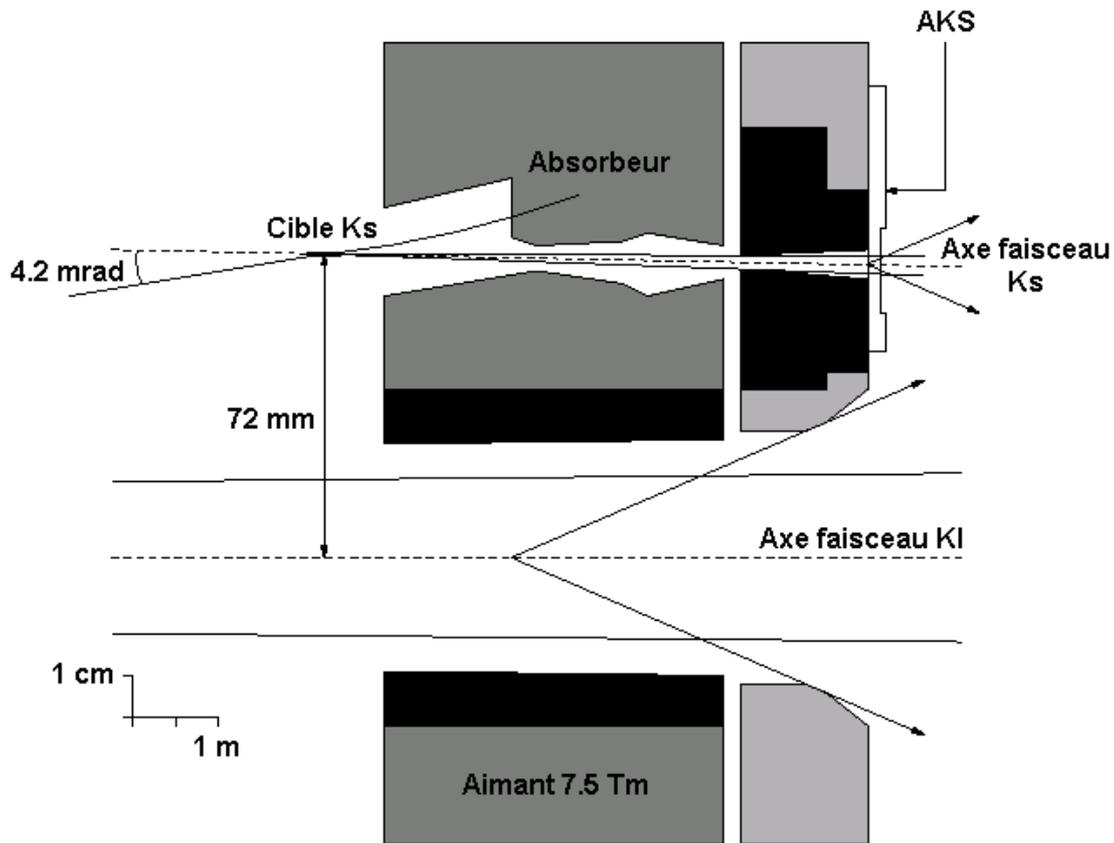


FIG. 3.4 – Détails de la zone de production des kaons au niveau de la cible K_S .

3.1.7 La station d'étiquetage

L'identification du faisceau d'origine d'un kaon, quel que soit le mode de désintégration envisagé (neutre ou chargé) s'effectue en observant si l'événement (détecté au temps t_{ev}) est accompagné d'un proton en coïncidence dans la station d'étiquetage (au temps t_{tag}).

La station d'étiquetage [32], ou *tagger*, est un ensemble de scintillateurs plastiques disposés alternativement horizontalement et verticalement le long de l'axe du faisceau. Son électronique rapide lui permet de résoudre des signaux proches de 4 ns . La résolution temporelle par scintillateur, de 140 ps , assure des queues de distribution très faibles, et abaisse l'inefficacité d'étiquetage au niveau de 10^{-4} (pour une fenêtre de coïncidence de $\pm 2\text{ ns}$).

3.1.8 L'anti-compteur de K_S

L'anti-compteur de K_S (ou AKS) est le dernier composant de la ligne de faisceau, disposé juste avant le début de la région fiducielle, à 6.09 m en aval de la cible K_S . Son utilité, primordiale pour la détermination de $Re(\epsilon'/\epsilon)$, est de définir précisément le début de la zone de désintégration en rejetant les décroissances qui se seraient produites en amont. Il permet aussi de fixer de manière absolue l'échelle en énergie, de manière à ce que la montée reconstruite de la distribution en z des vertex de désintégration corresponde à sa position longitudinale connue.

Les particules diffusées sur les bords du collimateur final sont rejetées par un premier scintillateur annulaire (voir figure 3.5). Un événement possédant au moins une particule chargée laissera un signal dans un des trois scintillateurs qui suivent et sera par conséquent exclu. Afin d'appliquer la

même procédure aux pions neutres, un cristal d'iridium, qui précède les trois scintillateurs, permet de convertir les photons issus des désintégrations $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ en paires e^+e^- , lesquelles laisseront un signal en traversant le système de scintillateurs. L'alignement du faisceau avec un des axes cristallins permet d'augmenter la probabilité de conversion et d'utiliser un cristal plus fin. Ceci permet de limiter les diffusions de kaons, lesquels doivent traverser l'AKS sans laisser de signal.

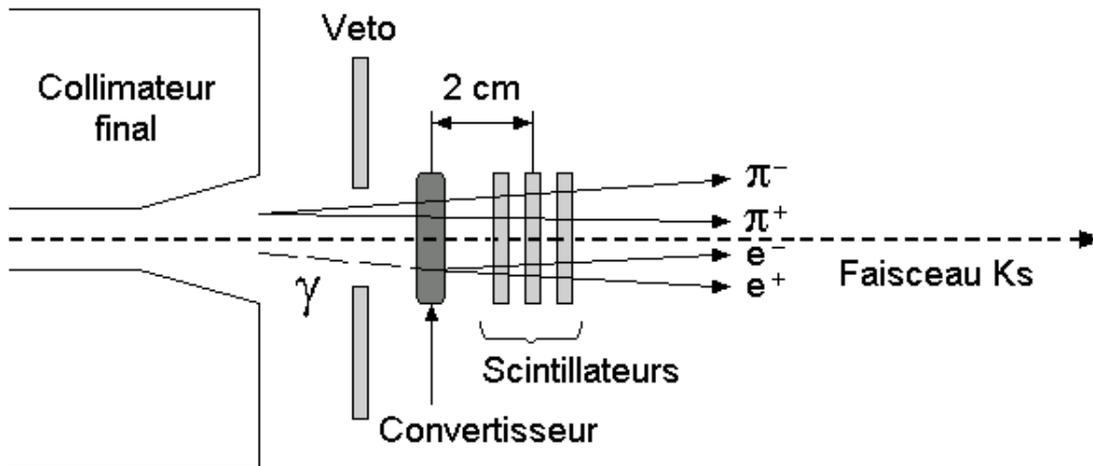


FIG. 3.5 – L'anti-compteur de K_S , avec, de gauche à droite, le scintillateur annulaire, le cristal d'iridium et le système de trois scintillateurs.

3.1.9 L'anti-compteur de K_L

L'anti-compteur de K_L (ou AKL) est un ensemble de scintillateurs répartis en sept endroits autour de la zone de désintégration et du spectromètre. Il permet d'éliminer les désintégrations dont certaines des particules produites sortiraient de l'acceptance géométrique. Chacune de ces lattes, épaisse de 10 mm, est précédée d'un convertisseur en acier d'une épaisseur de 35 mm. Les quatre premiers anneaux comprennent 24 scintillateurs rectangulaires, tandis que les trois derniers en comptent 16. L'AKL peut être utilisé pour réduire le bruit de fond $K_L \rightarrow 3\pi^0$, pour lequel des photons sortent de l'acceptance.

3.2 La détection des modes chargés

Les modes chargés sont principalement étudiés à l'aide du spectromètre magnétique pour la reconstruction des traces et la détermination de l'impulsion des particules, de l'hodoscope chargé pour le temps précis de l'événement, du calorimètre hadronique pour le déclenchement, et du compteur à muons pour le rejet du bruit de fond $K_L \rightarrow \pi\mu\nu$ (le bruit de fond $K_L \rightarrow \pi e\nu$ est soustrait grâce au calorimètre électromagnétique).

3.2.1 Le spectromètre magnétique

Structure

Le spectromètre magnétique se compose de quatre chambres à dérive et d'un aimant intercalé entre les chambres 2 et 3 (la figure 3.6 représente une coupe longitudinale du spectromètre avec les distances séparant les différentes chambres). L'ensemble est contenu dans une enceinte remplie d'hélium, de manière à réduire la diffusion multiple.

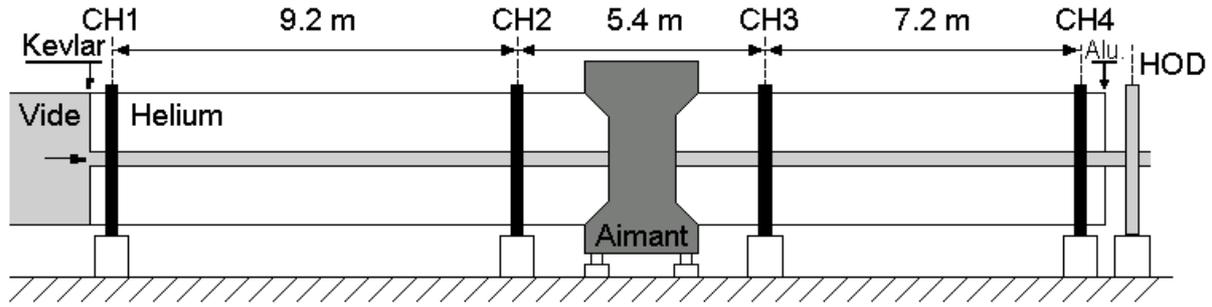


FIG. 3.6 – Coupe du spectromètre magnétique.

L'aimant

Les bobines de l'aimant sont parcourues par un courant de 1200 A, qui produisent un champ magnétique vertical dont l'intégrale est 0.83 Tm (ce qui correspond à une impulsion transverse de 265 MeV/c) et dont la valeur en son centre est de 0.37 T approximativement. Son ouverture centrale, de $2.45 \times 2.40 \text{ m}^2$, laisse passer l'enceinte à hélium, qui est maintenue à la pression atmosphérique.

Les chambres à dérive

Les quatre chambres ont été construites selon le même modèle [13]. Elles ont la forme d'un octogone de 4.5 m^2 de surface, et sont équipées de 8 plans de 256 fils sensibles (tungstène doré, $20 \mu\text{m}$ de diamètre) reliés à la masse. Des feuilles de mylar graphitées, soumises à 1440 V, sont intercalées tous les deux plans de fils sensibles, et entre deux tels plans se trouvent deux autres plans de fils potentiels portés à 2300 V (cuivre et titane doré, $120 \mu\text{m}$ de diamètre). Les plans, contenus entre deux feuilles de mylar successives, ont la même orientation et définissent une vue. Il y a donc quatre vues par chambre: X, Y, U et V qui sont respectivement alignées selon les directions horizontale, verticale, et $+45$ et -45 degrés par rapport à la verticale.

Les performances

Le tableau suivant résume l'ensemble des performances atteintes par le spectromètre magnétique en termes de résolutions et d'efficacité :

Résolution en x et y	$\sigma_{x,y} = 90 \mu\text{m}$
Résolution en impulsion	$\sigma_p/p = (0.5 \oplus 0.009 \times P[\text{GeV}/c]) \%$
Efficacité par plan	$\epsilon_{plan} > 0.99$

TAB. 3.2 – Performances du spectromètre magnétique.

La résolution spatiale sur la position transverse du vertex de désintégration, qui est de 2 mm, permet de déterminer avec précision le faisceau d'origine d'un événement chargé, et la résolution en masse invariante, de $2.5 \text{ MeV}/c^2$, permet de rejeter une part importante des bruits de fond K_{e3} et $K_{\mu 3}$. Les deux termes qui entrent dans la paramétrisation de la résolution en impulsion proviennent, respectivement, de l'incertitude due à la diffusion multiple, et à la résolution spatiale des chambres.

3.2.2 L'hodoscope chargé

Le temps d'un événement chargé est fourni par un hodoscope. Il s'agit d'un ensemble de lattes scintillantes réparties selon deux plans de 64 lattes chacun (d'abord verticales et ensuite horizontales, en suivant l'axe du faisceau) distants de 74 cm , et situés entre l'enceinte à hélium et le calorimètre à krypton liquide. C'est le temps de cet hodoscope qui est utilisé pour les coïncidences en temps avec la station d'étiquetage : une bonne résolution temporelle est donc indispensable, et se trouve être de 150 ps pour des événements comportant deux traces. Le paragraphe 3.4.1, qui aborde succinctement le système de déclenchement chargé, montrera comment les signaux de l'hodoscope peuvent être combinés pour former une composante du signal de déclenchement nommée Q_X .

3.2.3 Le calorimètre hadronique

En aval du calorimètre électromagnétique, qui sera décrit en détail par la suite, un second calorimètre fournit des mesures énergétiques et positionnelles des hadrons. D'une surface de $2.7\text{ m} \times 2.7\text{ m}$, il est composé de deux modules (dits *avant* et *arrière*) comprenant chacun 24 plans alternés de fer et de scintillateur (figure 3.7). Sa longueur totale de 1.2 m (soit 7.2 longueurs d'interaction) lui permet de contenir quasi-totalement les gerbes hadroniques. Les lattes des plans successifs d'un module sont connectées à des photomultiplicateurs par des guides de lumière.

Ce calorimètre est essentiellement utilisé dans la chaîne de déclenchement chargé : les énergies déposées dans les calorimètres électromagnétique et hadronique sont combinées en une énergie «totale» E_{TOT} , laquelle doit être supérieure à 35 GeV pour un événement chargé candidat. Mais il interviendra aussi dans l'analyse η_{000} pour le rejet d'événements possédant des traces hadroniques. Sa résolution en énergie est de $65\%/\sqrt{E(\text{GeV})}$.

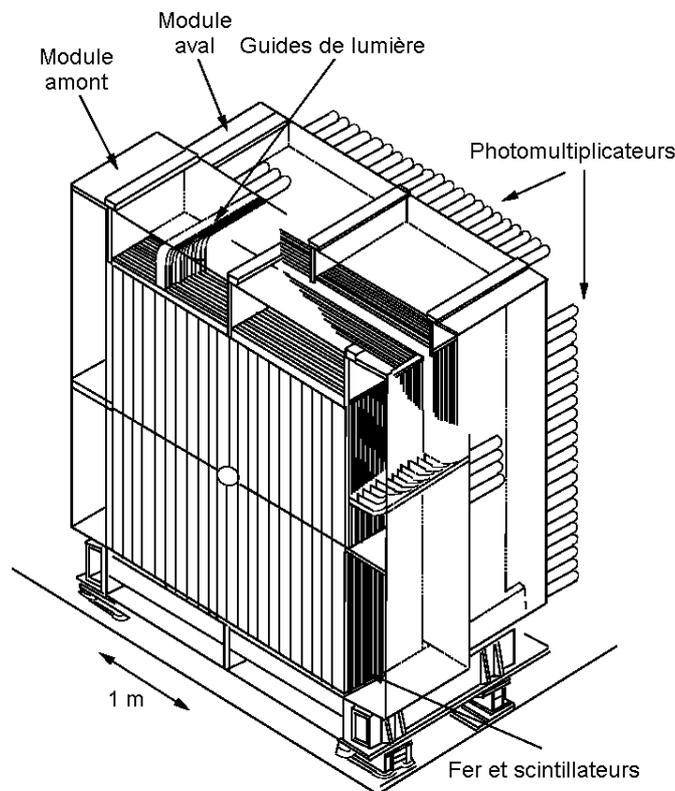


FIG. 3.7 – Calorimètre hadronique de NA48.

3.2.4 Les compteurs à muons

À 130 m en aval de la cible K_S se trouve la dernière composante du détecteur : un système de compteurs à muons. Il est composé de trois plans de scintillateurs de $2.7\text{ m} \times 2.7\text{ m}$, devant chacun desquels se trouve un mur en fer d'une épaisseur de 80 cm, dans le but d'absorber des hadrons résiduels. Ce détecteur est dédié à la réduction de l'important bruit de fond $K_{\mu 3}$ dans l'analyse $Re(\epsilon'/\epsilon)$ par coïncidence temporelle de traces chargées reconstruites dans le spectromètre magnétique et d'une trace muonique. La résolution en temps des compteurs est de 1 ns environ.

3.3 La détection des modes neutres

3.3.1 Le calorimètre électromagnétique

Les photons, principalement issus des désintégrations $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, sont détectés par un calorimètre à krypton liquide (LKr), qui fournit leur énergie et position à partir de la gerbe électromagnétique qu'ils génèrent. Il s'agit donc du détecteur principal pour l'étude des modes neutres, qui est secondé par un hodoscope dit *neutre* pour la mesure du temps d'un événement, ainsi que le contrôle de l'efficacité du déclencheur associé.

Jouant un rôle majeur dans l'étude de la désintégration en deux et trois pions neutres, le calorimètre à krypton liquide sera décrit de manière plus détaillée que les détecteurs précédemment évoqués.

Le choix NA48

Le calorimètre à krypton liquide est situé entre l'hodoscope chargé et le calorimètre hadronique. Avant d'aborder plus amplement ses caractéristiques techniques, voyons quelles sont les exigences que la physique lui impose.

- L'analyse de $Re(\epsilon'/\epsilon)$ requiert un contrôle du bruit de fond $K_L \rightarrow 3\pi^0$ (avec deux photons sortant de l'acceptance) à quelques 10^{-4} , ce qui impose une bonne résolution sur l'énergie des photons dans la gamme considérée (de 3 à 100 GeV). La résolution doit être meilleure que 1 % au-dessus de 20 GeV.
- Une excellente résolution en position et en temps sont indispensables notamment pour minimiser l'effet des événements accidentels, et séparer les événements temporellement proches.
- Afin de réduire les effets systématiques, il est nécessaire d'avoir un détecteur aussi homogène que possible, dont la géométrie est maîtrisée et les non-linéarités les plus minimales possibles. En particulier, pour l'étude de la violation directe de \mathcal{CP} , l'échelle absolue en énergie doit être connue au niveau de 0.01 % afin de définir le début de la région fiducielle avec la précision nécessaire.

Répondre à toutes ces exigences a mené l'expérience NA48 à s'équiper d'un calorimètre homogène à krypton liquide. Le choix d'un liquide «noble» garantit l'absence de vieillissement du milieu actif. L'homogénéité du milieu permet de minimiser le terme d'échantillonnage qui intervient dans la paramétrisation de la résolution en énergie (voir paragraphe 3.3.1).

Le calorimètre est un volume annulaire de rayon interne 8 cm, et celui du cercle circonscrit à l'octogone externe est de 128 cm. Sa profondeur de 125 cm, soit 27 longueurs de radiation dans le krypton liquide ($X_0 = 4.7\text{ cm}$) lui permet de contenir complètement les gerbes électromagnétiques³.

3. Une gerbe électromagnétique est contenue à 95 % dans $24 X_0$.

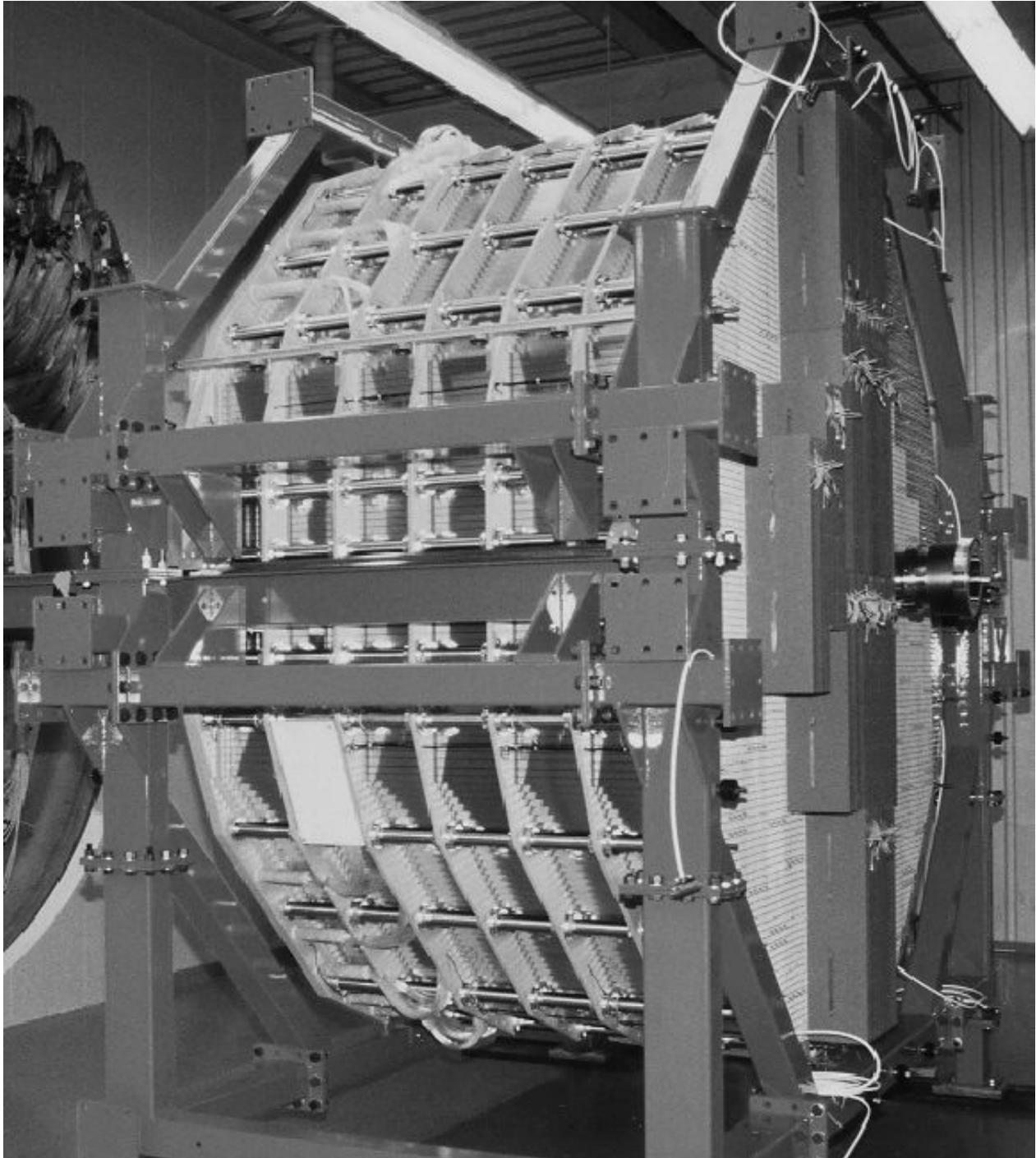


FIG. 3.8 – Photographie du calorimètre à krypton liquide avant son insertion dans le cryostat.

À titre indicatif, le tableau 3.3 énumère les principales caractéristiques du krypton liquide importantes en calorimétrie.

Milieu	Krypton
Numéro atomique	36
Densité (g/cm^3)	2.41
Constante diélectrique	1.72
Radioactivité (Bq/cm^3)	500
Température d'ébullition à 1 bar (K)	119.8
Vitesse de dérive d'un électron à 5 kV/cm ($cm/\mu s$)	0.36
Longueur de radiation X_0 (cm)	4.7
Rayon de Molière R_M (cm)	6.1

TAB. 3.3 – Propriétés physiques du krypton liquide.

Géométrie

Le trou central du calorimètre permet d'y faire passer le tube à vide. Le système de lecture, immergé dans 9 m^3 de krypton liquide à 120 K , est constitué d'un réseau de 26632 électrodes pour un total de 13248 cellules, car chacune d'entre elles se compose de 3 électrodes (alternance cathode / anode / cathode), et que chaque cathode est commune à deux cellules (voir figure 3.9).

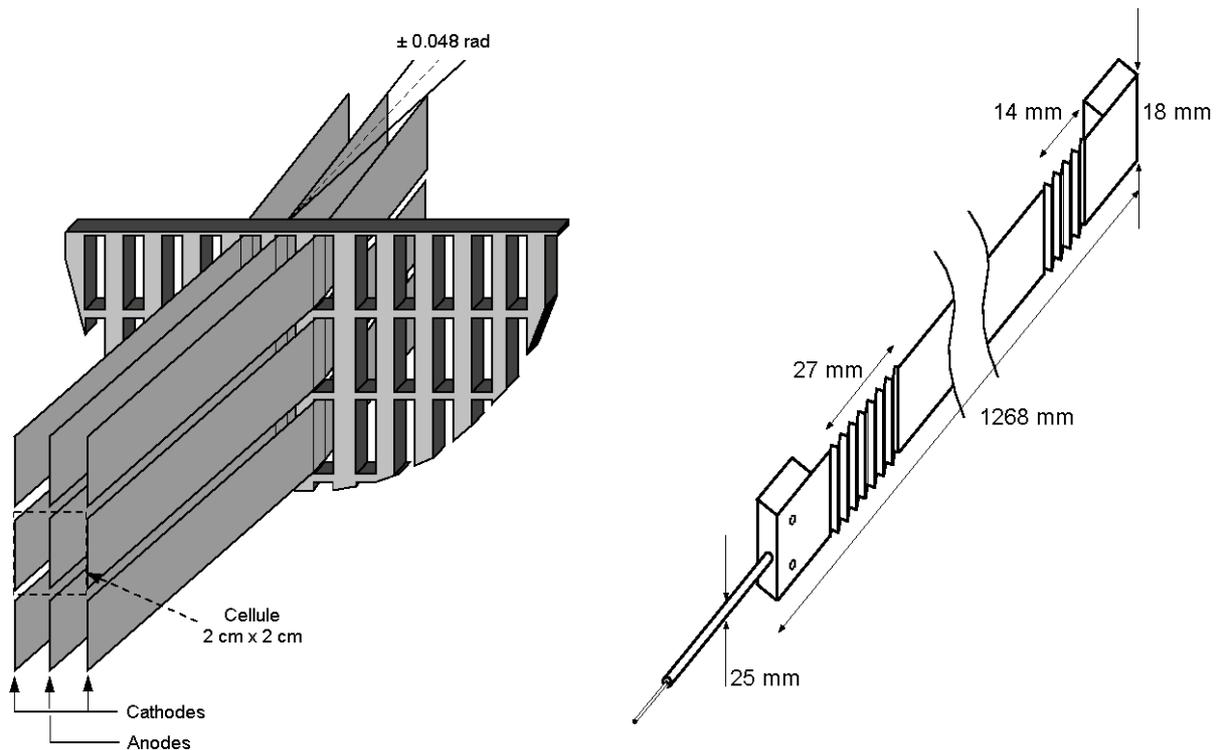


FIG. 3.9 – A gauche : une cellule du calorimètre à krypton liquide. A droite : structure d'une électrode.

Les électrodes sont des rubans métalliques de $40\ \mu m$ d'épaisseur, 18 mm de largeur et 126.8 cm de longueur qui parcourent le calorimètre sur toute sa profondeur. Leur composition comprend

98 % de cuivre, 1.8 % de béryllium (pour le renforcement des propriétés mécaniques) et 0.2 % de cobalt.

L'espacement horizontal des électrodes étant de 1 cm (contre 2 mm d'espacement vertical) les cellules présentent au faisceau une surface de $2 \times 2 \text{ cm}^2$. L'ensemble des électrodes est maintenu par deux plans en fibre de verre et époxy disposés aux deux extrémités du calorimètre, et qui leur imposent une tension de 2 N. Afin de conserver la distance entre électrodes constante, celles-ci sont guidées par 5 plans régulièrement espacés (voir figure 3.10).

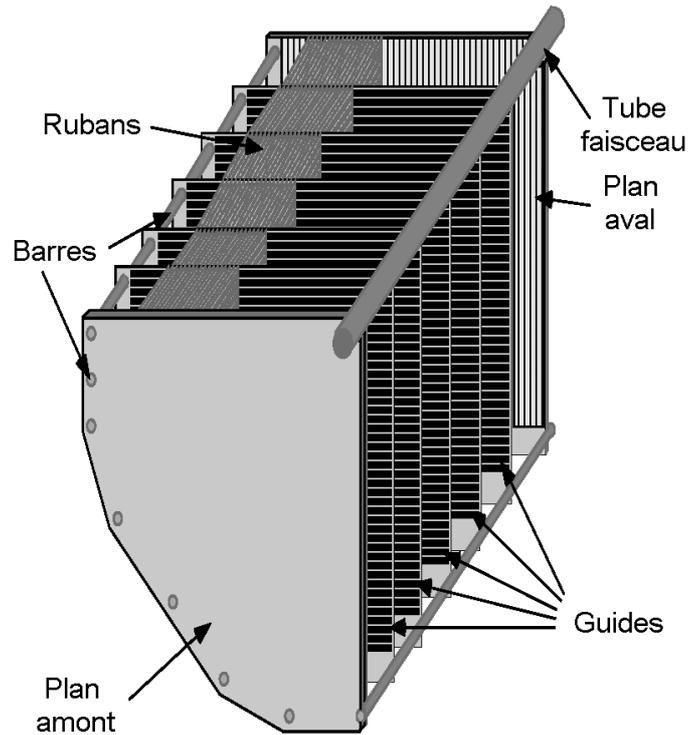


FIG. 3.10 – Détail des cinq guides parcourus par les électrodes.

Afin de compenser les déformations des plans de soutien et les effets de dilatation thermique des barres d'acier entre les différents plans de guidage, les électrodes ont été usinées en forme d'accordéon à leurs extrémités pour favoriser leur élasticité (figure 3.9 à droite).

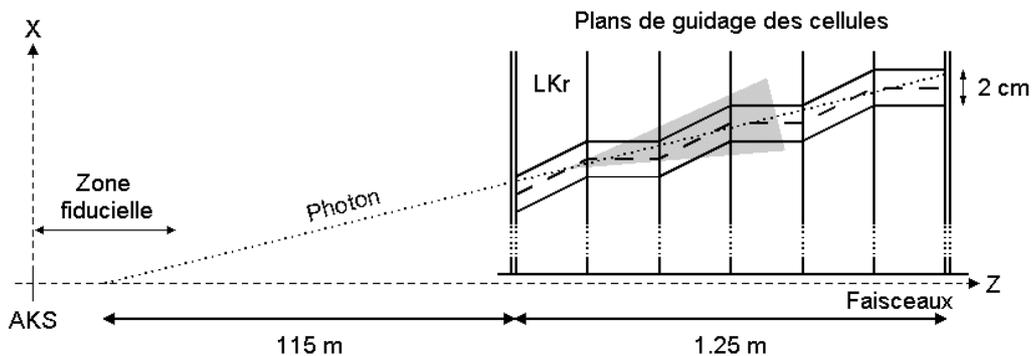


FIG. 3.11 – Structure projective et en accordéon des cellules.

Le but des guides est double. En premier lieu il impose au calorimètre une structure projective vers la zone de désintégration 115 m en amont, de sorte que le barycentre énergétique d'une gerbe reproduise au mieux la position de l'impact du photon au niveau de la face d'entrée. En second lieu, chaque guide dévie les électrodes alternativement de $\pm 48 \text{ mrad}$ pour obtenir une forme en zigzag. Cette configuration permet d'éviter que le développement d'une gerbe ne se fasse selon l'axe d'une électrode, qui constitue un milieu inactif (figure 3.11), et de minimiser l'effet d'anode⁴.

Principes de calorimétrie

Le fonctionnement d'un calorimètre est régi par les interactions des photons et électrons avec un milieu. Plus précisément, le krypton liquide est caractérisé par une énergie dite *critique* au-delà de laquelle les mécanismes de création de paires ($\gamma \rightarrow e^+e^-$) et l'émission de rayonnement de freinage (*bremsstrahlung*) sont dominants, et on assiste donc à une augmentation du nombre de particules, qui constituent une gerbe électromagnétique. Lorsque l'énergie des électrons est en-deçà de l'énergie critique, l'ionisation est prépondérante et les électrons ainsi produits dérivent avec une vitesse v_d sous l'effet du champ électrique vers l'anode, sur laquelle ils induisent un courant I . Le nombre de paires électron / ion d'ionisation est proportionnel à l'énergie déposée dans le krypton liquide.

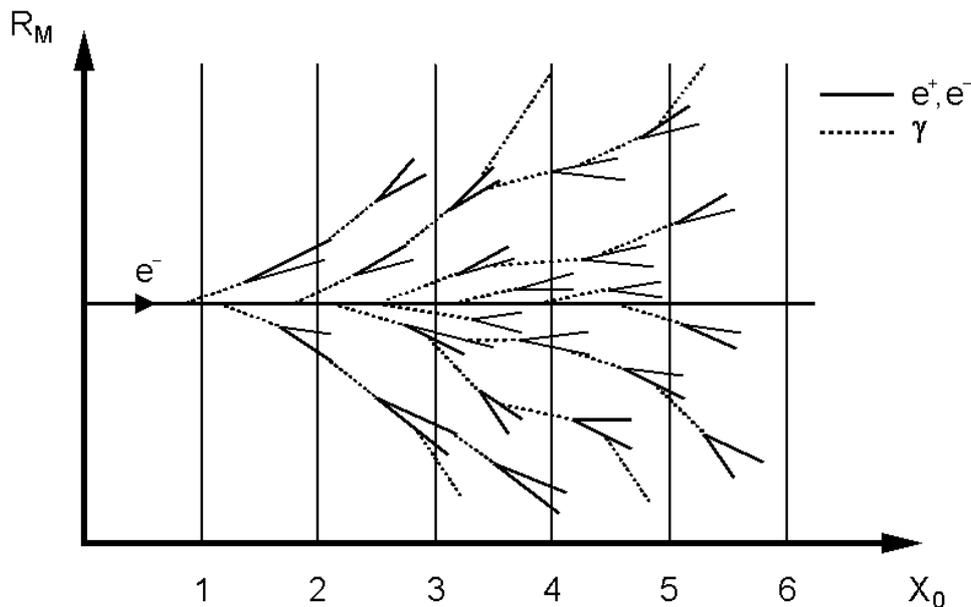


FIG. 3.12 – Profil de développement d'une gerbe.

Le développement des gerbes peut être caractérisé par les deux quantités que voici :

- L'extension longitudinale typique d'une gerbe est quantifiée par la longueur de radiation (X_0), qui correspond à l'échelle caractéristique de distribution de probabilité de rayonnement. Plus précisément, c'est la distance au bout de laquelle l'énergie de l'électron incident est divisée par e :

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{E}{X_0} \quad (3.2)$$

4. Une gerbe déposant environ un tiers de son énergie dans une seule cellule, la répartition des charges n'est pas nécessairement uniforme. Si le coeur de la gerbe est confiné au niveau d'une anode, l'énergie est alors sous-estimée et on parle d'effet d'anode (voir plus loin dans ce paragraphe).

La longueur de radiation dépend des propriétés du milieu traversé (on trouvera dans la référence [56] l'expression de X_0 en fonction des paramètres du milieu).

- L'extension transverse typique de la gerbe, ou rayon de Molière (R_M), est le rapport entre la longueur de radiation et l'énergie critique du milieu. Une bonne approximation en est l'expression :

$$R_M = 0.0265 X_0 (Z + 1.2) \quad (3.3)$$

où Z est le nombre atomique du milieu homogène où la particule engendre la gerbe.

Dans le cas d'une répartition uniforme de N charges de valeur q , le courant induit admet un profil triangulaire d'expression :

$$I(t) = \frac{Nq}{t_d} \left(1 - \frac{t}{t_d} \right) \quad (3.4)$$

avec $t_d = d/v_d$ (d étant la distance anode / cathode).

Seul le courant initial est pris en compte par l'électronique de lecture, car celui-ci a la propriété d'être directement proportionnel à la charge déposée : $I(t = 0) = \frac{Nq}{t_d}$. Cette méthode permet de diminuer la sensibilité à la non-uniformité de la répartition des charges (l'effet d'anode du paragraphe précédent). L'expression du courant initial permet d'insister sur le fait que la géométrie des cellules doit être bien maîtrisée, puisque d intervient dans l'expression de $I(0)$ au travers de t_d . De même, tout effet altérant v_d dégrade les performances du calorimètre, comme la présence de gradients de température ou de charge d'espace.

L'électronique de lecture

Des préamplificateurs sont disposés dans le cryostat même afin d'éviter toute dégradation des signaux initiaux lors du transport dans les câbles (ils sont découplés de la haute tension des anodes par des capacités de blocage de 3 nF). Le schéma de l'électronique de lecture apparaît figure 3.13. Des *transceivers* récupèrent les signaux à l'extérieur du calorimètre, les amplifient de nouveau par étapes successives, et les différencient pour enfin les acheminer vers des modules CPD (Calorimeter Pipelined Digitizer) via une paire torsadée. Les signaux y seront mis en forme, et se verront appliquer un gain en fonction de leur amplitude (*gain switching amplifier*), avant d'être numérisés. Ces opérations sont cadencées à 40 MHz. L'énergie déposée et le temps de l'événement sont associés au maximum du signal, qui est obtenu par interpolation à partir des trois échantillons prépondérants. Des mémoires circulaires de 204.8 μ s de rémanence collectent les données issues du calorimètre, qui sont dès lors disponibles pour l'acquisition si besoin est.

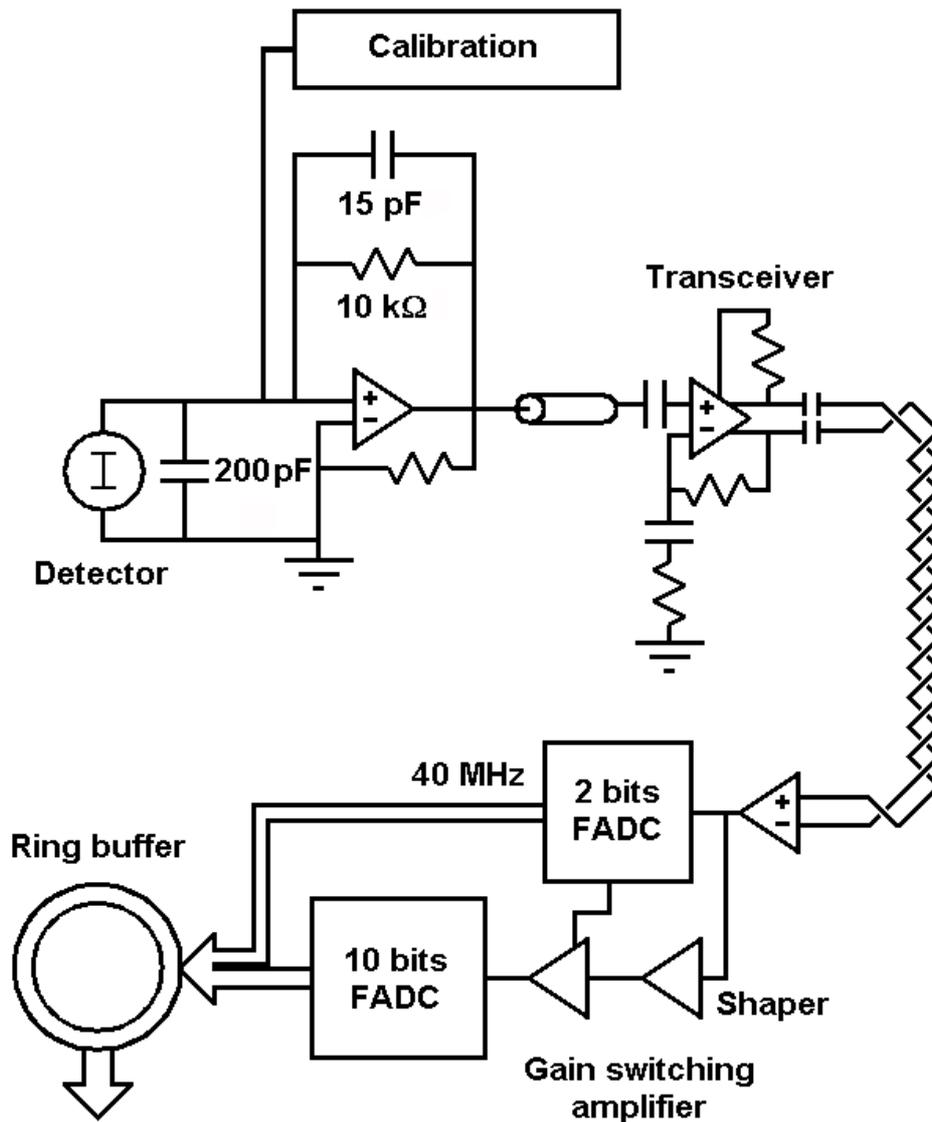


FIG. 3.13 – Schéma de l'électronique de lecture du calorimètre.

Les performances

- **La résolution énergétique** du calorimètre est évaluée par comparaison avec l'impulsion d'électrons mesurée dans le spectromètre, suivi d'une procédure de déconvolution des effets de résolution de ce dernier (voir figure 3.14). Elle fait apparaître trois termes :

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{(9 \pm 1) \%}{E(\text{GeV})} \oplus \frac{(3.2 \pm 0.2) \%}{\sqrt{E(\text{GeV})}} \oplus (0.42 \pm 0.05) \% \quad (3.5)$$

Le premier terme, indépendant de l'énergie de la particule, provient de la radioactivité ambiante et du bruit électronique, cette dernière contribution étant prépondérante. Le deuxième est proportionnel à \sqrt{E} , et est caractéristique des fluctuations statistiques des phénomènes à l'origine de la gerbe (on parle de terme d'échantillonnage). Enfin le dernier terme, qui dépend linéairement de l'énergie, provient essentiellement de la présence de matériau absorbant et des erreurs d'intercalibration.

La calorimétrie repose sur des processus stochastiques, comme en témoigne le profil décroissant de la résolution en fonction de l'énergie : plus l'énergie du photon initial est grande, plus le nombre de particules impliquées dans la gerbe est important, et meilleure est la résolution (ce qui se transpose parfaitement au cas de la résolution en position).

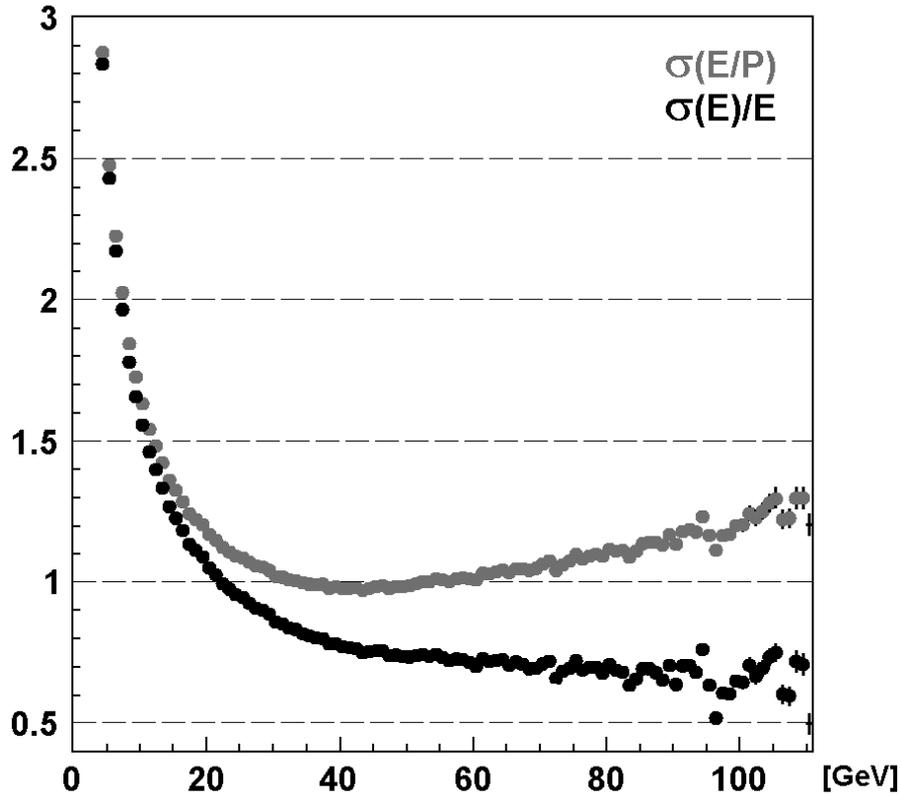


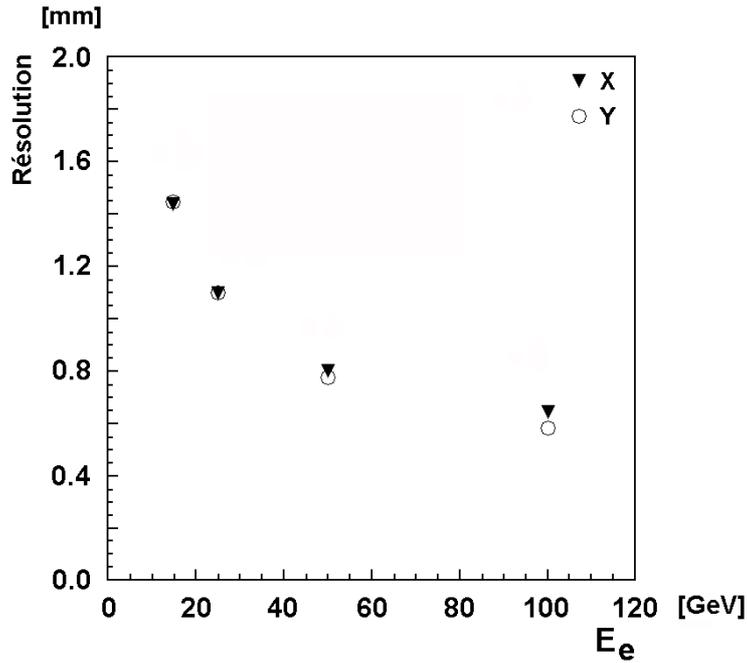
FIG. 3.14 – Résolution en énergie du calorimètre.

- **Les résolutions spatiales** sont déterminées par comparaison de l'extrapolation, au niveau de la face d'entrée du calorimètre, d'une trace d'électron vue par le spectromètre, et le barycentre des cellules constituant les gerbes. Elles s'écrivent :

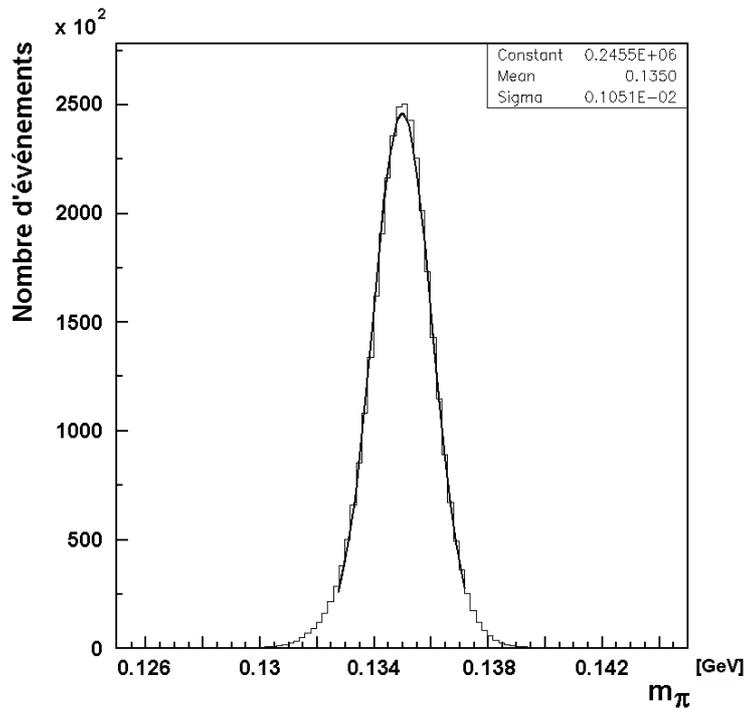
$$\begin{aligned}\sigma_x &= \left(\frac{4.1}{\sqrt{E(\text{GeV})}} \oplus 0.5 \right) \text{ mm} \\ \sigma_y &= \left(\frac{4.4}{\sqrt{E(\text{GeV})}} \oplus 0.5 \right) \text{ mm}\end{aligned}\tag{3.6}$$

Elles sont meilleures que 1 mm pour des énergies au-dessus de 20 GeV.

- **La résolution temporelle** sur un amas est de 500 ps environ, sur la gamme qui s'étend de 3 GeV à 100 GeV. Le temps d'un événement $2\pi^0$ est connu avec une précision de 220 ps. Cette résolution est suffisante pour l'étiquetage des protons par comparaison avec le temps fourni par le «tagger».

FIG. 3.15 – Résolution en x et y du calorimètre.

- Les résolutions sur les grandeurs reconstruites comme la position longitudinale du vertex de désintégration ou la masse invariante des π^0 sont des conséquences de celles en énergie et position au travers des formules 3.5 et 3.6. Elles sont respectivement de $\sigma_z = 50 \text{ cm}$ et $\sigma_{m_{\pi^0}} = 1.0 \text{ MeV}/c^2$ (voir figure 3.16 pour $\sigma_{m_{\pi^0}}$).

FIG. 3.16 – Résolution sur la masse reconstruite du π^0 .

3.3.2 L'hodoscope neutre

Le krypton liquide abrite, en plus du système d'électrodes de lecture, un second détecteur : l'hodoscope neutre (figure 3.17). Il se situe au niveau du deuxième guide et consiste en une collection de 10080 fibres scintillantes de 1 mm de diamètre regroupées en 504 faisceaux. Cet emplacement correspond au dépôt d'énergie maximal de la gerbe (soit une profondeur $\simeq 9 X_0$). Des photomultiplicateurs (au nombre de 32) recueillent les signaux issus des fibres, mais afin de pouvoir répartir l'intensité, chacun d'entre eux ne lit pas le même nombre de faisceaux.

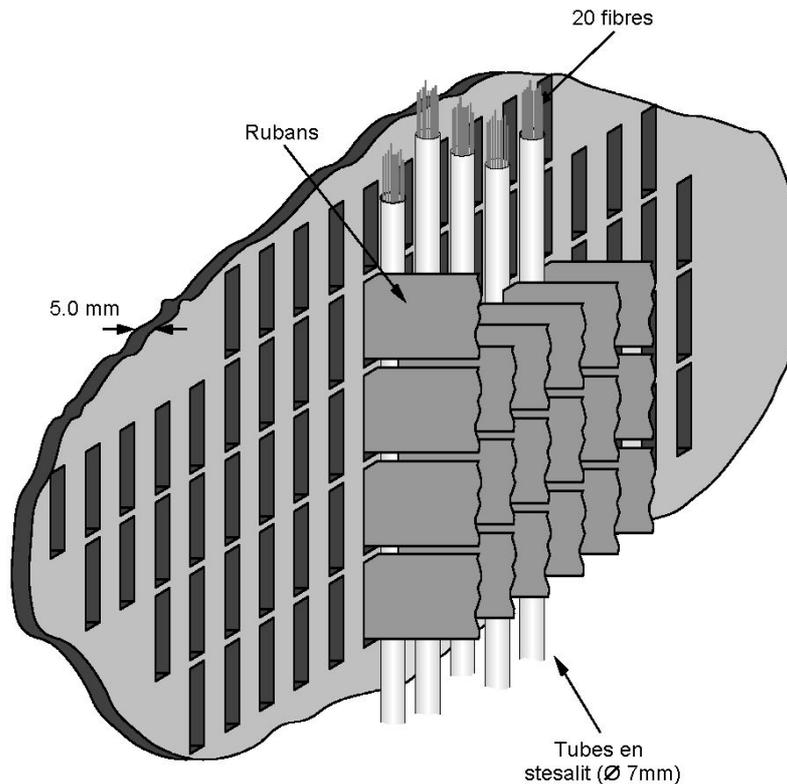


FIG. 3.17 – Les fibres scintillantes de l'hodoscope neutre, situées au niveau du deuxième guide

L'hodoscope neutre fournit une mesure redondante du temps d'un événement neutre, indépendante de celle du calorimètre, avec une résolution meilleure que 250 ps (figure 3.18), et intervient lors des mesures d'efficacité du système de déclenchement neutre en fournissant un déclenchement indépendant et peu biaisé par la topologie de l'événement.

3.4 Les systèmes de déclenchement

3.4.1 Le déclenchement chargé

Ce système de déclenchement est organisé en deux niveaux (voir figure 3.19).

Niveau 1

Le niveau 1 effectue une première sélection rapide à partir de la topologie de l'événement et de l'énergie qu'il dépose. Il produit un signal $Q_x \times 2 \text{ track} \times E_{\text{tot}} + Q_x/D$ dont voici la signification.

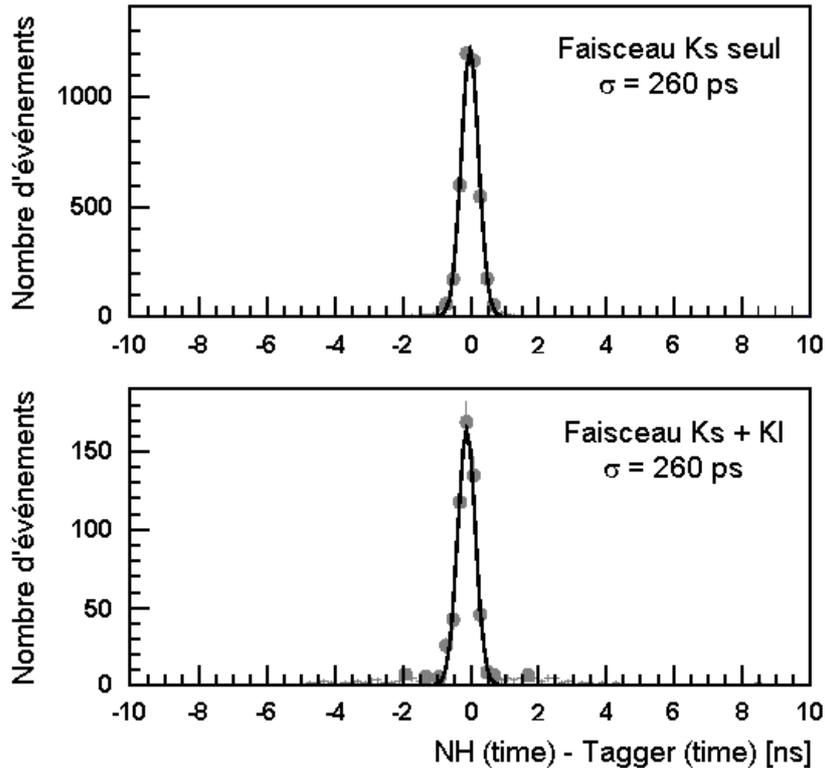


FIG. 3.18 – Résolution en temps de l'hodoscope neutre par rapport au temps du proton dans le tagger.

Q_X , fourni par l'hodoscope chargé, correspond à deux impacts dans des quadrants diamétralement opposés, et permet donc de déclencher sur un événement à deux particules sans impulsion manquante, un quadrant étant défini comme le «ou» logique des lattes horizontales et verticales composant un quart de l'hodoscope. Le taux de comptage du signal Q_X est de 400 kHz pendant le déversement.

Le signal E_{TOT} , qui a été entraperçu au paragraphe 3.2.3, est une combinaison des énergies déposées dans les deux calorimètres : $E_{TOT} = 1.2 \times E_{LKR} + 0.4 \times E_{HAC}$, et doit être supérieur à 35 GeV pour le déclenchement.

Le signal $2\ track$ correspond à la multiplicité des traces dans la chambre 1 du spectromètre : il est construit en requérant au minimum 3 fils touchés dans au moins trois vues.

Le taux de comptage des signaux E_{TOT} et $2\ track$ était d'environ 250 kHz pendant le déversement.

Le L1TS (Level 1 Trigger Supervisor) établit s'il y a coïncidence entre les différents signaux et envoie au niveau 2 la combinaison $Q_x \times 2\ track \times E_{tot} + Q_x / D$ (120 kHz de taux de comptage pendant le déversement). La dernière composante du signal (D est un facteur d'échantillonnage, typiquement de l'ordre de 100) permet d'effectuer des mesures d'efficacité du système de déclenchement.

Niveau 2

À la réception du signal, le niveau 2 envoie un ordre au système de lecture des chambres afin d'en extraire l'information dans une fenêtre autour de l'étiquette temporelle du signal de déclenchement.

Après association des données collectées dans les plans A et B des différentes vues, et après calculs des coordonnées X, Y, U et V, des processeurs reconstruisent la cinématique de l'événement par le calcul de différentes grandeurs, dont les positions en z et $c\tau$ du vertex et la masse invariante

$\pi^+\pi^-$. Si l'événement franchit les coupures associées à ces variables, il est enregistré. Le taux de comptage en sortie du niveau 2 est de 2 kHz .

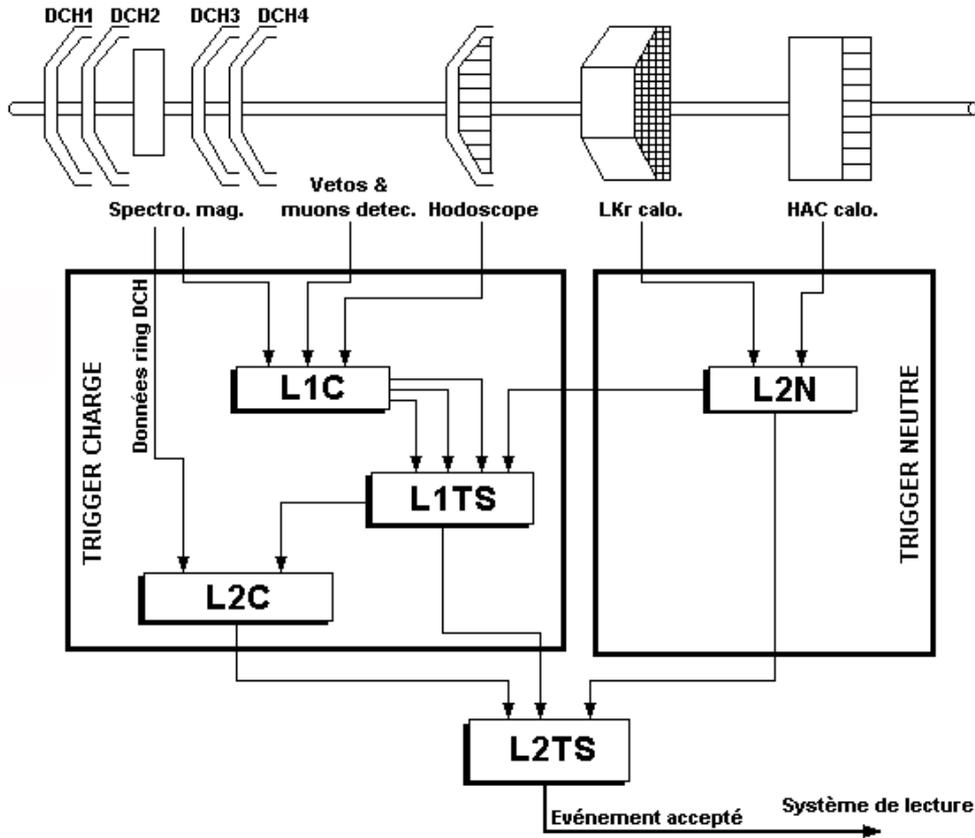


FIG. 3.19 – Principe du déclenchement pour les événements $\pi^+\pi^-$.

3.4.2 Le déclenchement neutre

L'électronique du calorimètre à krypton liquide fournit les données nécessaires à la prise de décision du système de déclenchement neutre (ou NUT), dont le présent paragraphe se propose d'exposer la logique et les performances.

Principe

Le NUT partitionne l'ensemble des cellules du calorimètre en «super-cellules» de 2×8 cellules, et ce horizontalement et verticalement (voir figure 3.20). Le signal associé à une super-cellule est la somme analogique des signaux des cellules constitutives. Des convertisseurs analogique-numérique rapides (FADC) à 10 bits numérisent les signaux ainsi obtenus (voir figure 3.21)

Les projections en énergie suivant les axes x et y sont déterminées par le PSS (Peak Sum System) en sommant les signaux des super-cellules dans la direction considérée. Un circuit ASIC extrait des projections les moments d'ordre 0 à 2 de l'énergie selon les deux directions :

$$\begin{aligned}
 m_{0_x} &= \sum_i E_i^x & m_{0_y} &= \sum_i E_i^y \\
 m_{1_x} &= \sum_i E_i^x x_i & m_{1_y} &= \sum_i E_i^y y_i \\
 m_{2_x} &= \sum_i E_i^x x_i^2 & m_{2_y} &= \sum_i E_i^y y_i^2
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

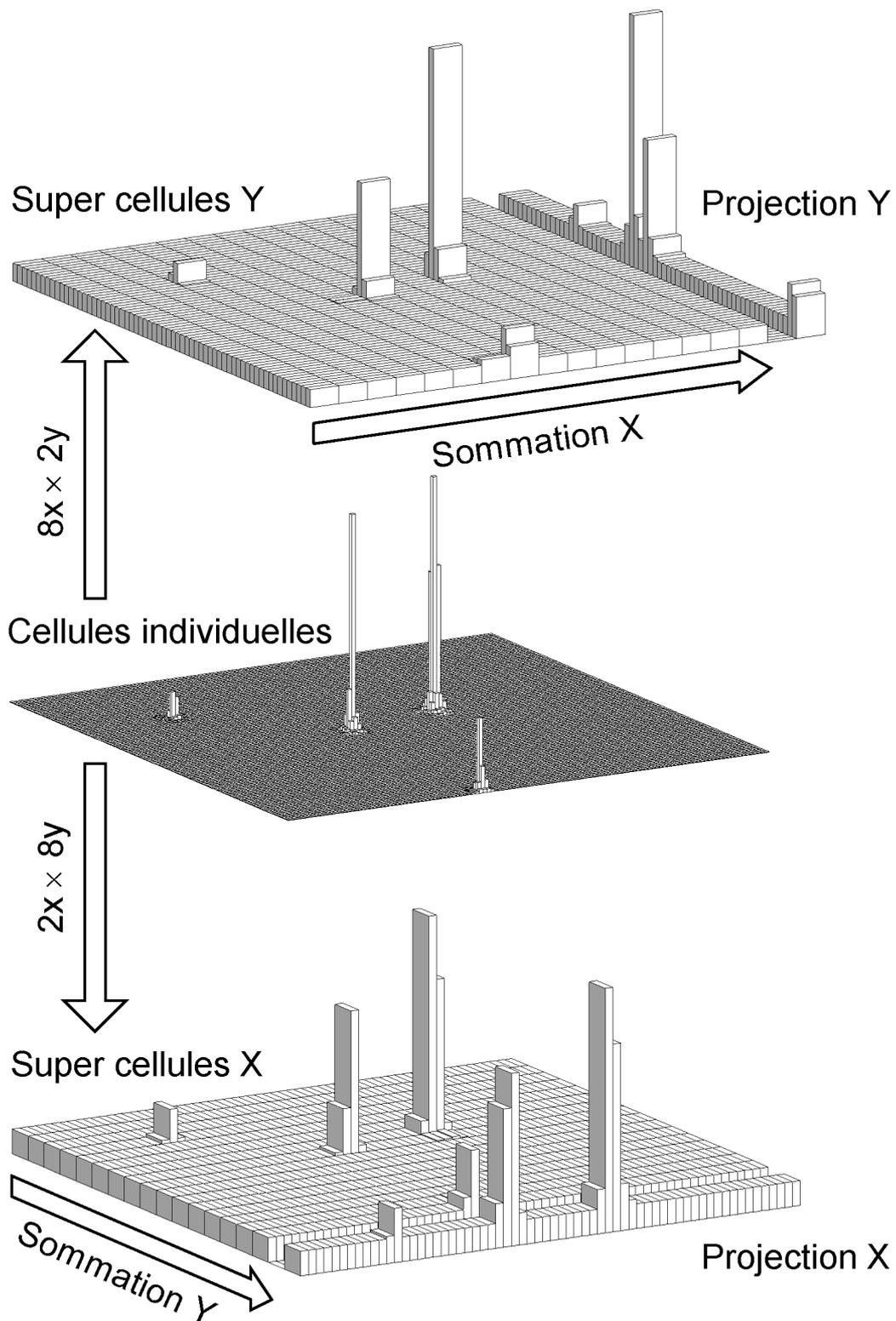


FIG. 3.20 – Décomposition des cellules du calorimètre en super-cellules selon les directions x (en haut) et y (en bas), avec les projections associées.

Le PSS détermine le nombre de pics par projection. Des tables de conversion (LUT — Look-Up Table) récupèrent ces informations pour le calcul de l'énergie totale E_{TOT} déposée dans le LKr :

$$E_{TOT} = \frac{m_{0_x} + m_{0_y}}{2} \quad (3.8)$$

du centre de gravité :

$$r_{COG} = \frac{\sqrt{m_{1_x}^2 + m_{1_y}^2}}{E_{TOT}} \quad (3.9)$$

de la distance séparant le vertex de désintégration de la face d'entrée du calorimètre :

$$D_{v-LKr} = \frac{\sqrt{E_{TOT}(m_{2_x} + m_{2_y}) - (m_{1_x}^2 + m_{1_y}^2)}}{m_K} \quad (3.10)$$

ainsi que du temps de vie propre :

$$c\tau_{global} = \frac{(z_{LKr} - D_{v-LKr})m_K}{E_{TOT}} \quad (3.11)$$

Configuration

L'ordre d'acquisition pour un événement neutre est soumis au respect de certaines coupures, qui sont détaillées dans le tableau 3.4. La coupure sur le nombre de pics par projection permet de réduire le nombre d'événements $3\pi^0$ acquis par le système de déclenchement neutre.

Quantité	Coupure
E_{TOT}	$> 50 \text{ GeV}$
r_{COG}	$< 15 \text{ cm}$
$c\tau_{global}$	$< 5 \text{ c}\tau_S$
Nombre de pics par projection	< 6

TAB. 3.4 – Coupures effectuées par le système de déclenchement neutre.

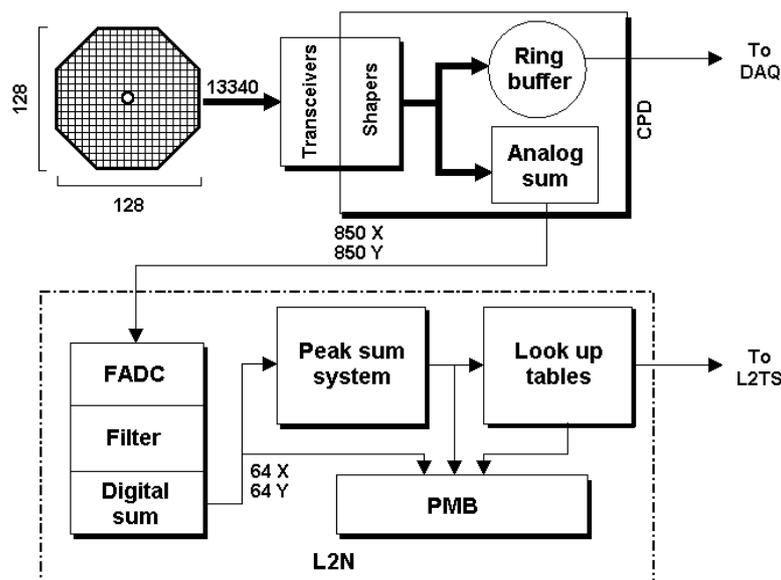


FIG. 3.21 – Principe de fonctionnement du déclencheur neutre.

Performances

Les deux figures 3.22 et 3.23 montrent la résolution en énergie ($\sigma_E/E = 2.7\%$) et en position longitudinale ($\sigma_z \approx 2.8\text{ m}$) du système de déclenchement neutre. La détermination de son efficacité fera l'objet d'une section du chapitre 4, mais on peut dès à présent indiquer son efficacité globale qui est supérieure à 99 %.

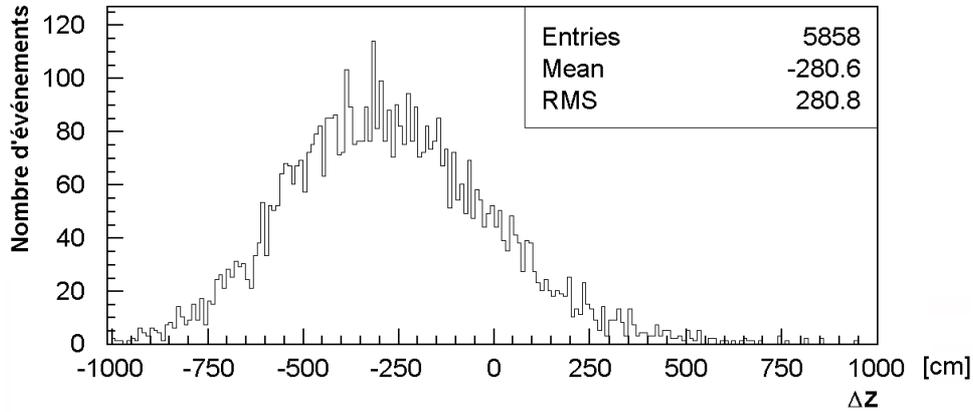


FIG. 3.22 – Résolution du système de déclenchement neutre sur la position du vertex.

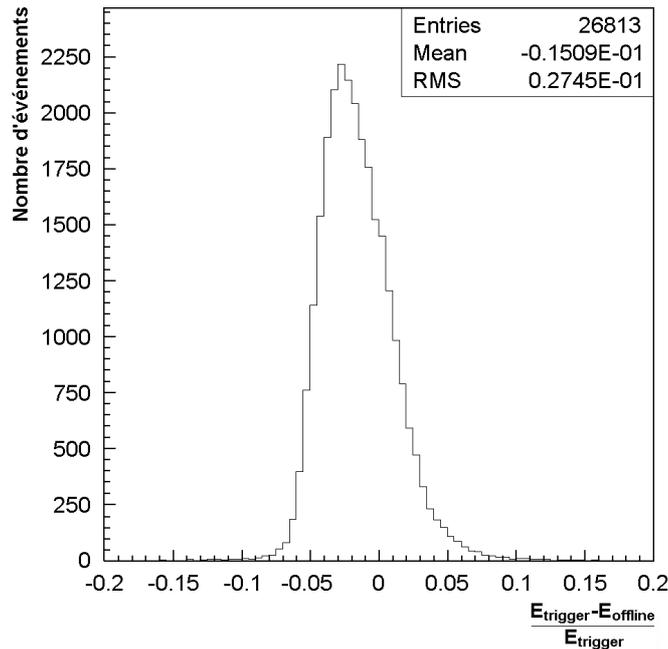


FIG. 3.23 – Résolution énergétique relative du système de déclenchement neutre.

3.5 Acquisition des données

Les informations numérisées dans chaque détecteur sont stockées dans des mémoires circulaires dont la rémanence est de $204.8\ \mu\text{s}$. Une horloge à $40\ \text{MHz}$ permet de référencer un événement par le temps écoulé depuis le début du déversement. Cette étiquette temporelle (*timestamp*) sert aussi pour l'adressage dans les mémoires, qui est faite sur les 13 bits nécessaires pour couvrir

The NA48 central data recording infrastructure

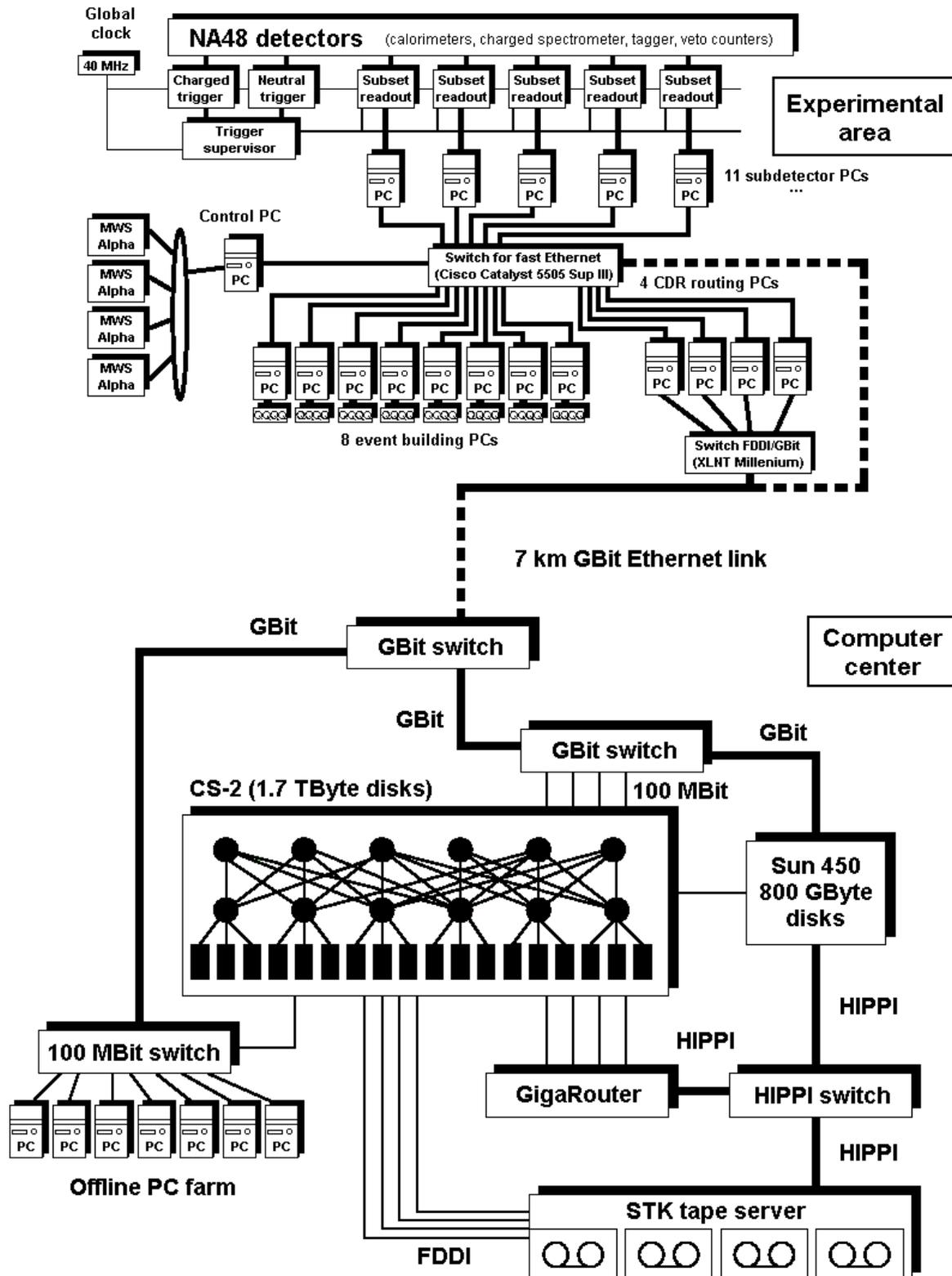


FIG. 3.24 – Système d'acquisition des événements, réparti entre le site expérimental de NA48 et le centre de calcul du CERN.

toute la période de $204.8 \mu s$. Afin de satisfaire les besoins en résolution temporelle de la station d'étiquetage, qui requiert une base temporelle à $960 MHz$, le signal d'horloge est produit par un générateur cadencé à cette dernière fréquence, qui sera ensuite transformé en $40 MHz$ avant d'être distribué aux autres détecteurs.

L'expérience s'est dotée d'une ferme de PC pour l'acquisition et l'assemblage des événements en provenance des différents sous-détecteurs. Chaque détecteur de l'expérience est associé à un PC (SubDetector PC — SDPC) auquel il transmet les données qu'il a récoltées autour de l'étiquette temporelle correspondant à un ordre de déclenchement. Entre deux déversements, chaque SDPC envoie des fragments de déversements à un système de distribution qui les répartira sur les 8 EBPC (Event Building PC). Les données y sont synchronisées et assemblées. Les fichiers obtenus sont ensuite transmis au CDR (Central Data Recording) pour être transférés au centre de calcul du CERN. Les données associées à des fragments du même déversement sont combinées de manière à reproduire la séquence temporelle du déversement. Les événements sont reconstruits et filtrés par le système de déclenchement de niveau 3 (L3) avant d'être enregistrés sur bande. Cette démarche est illustrée sur la figure 3.24.

Année	Taille des données	Nombre de $K_L \rightarrow 2\pi^0$ (millions)	Nombre de jours
1997	25 <i>To</i>	0.5	42
1998	170 <i>To</i>	1.1	100
1999		2.0	120

TAB. 3.5 – Quelques chiffres sur les données acquises par NA48 au cours des runs consacrés à la violation directe de CP .

Chapitre 4

La prise de données 2000

L'introduction du chapitre précédent faisait mention d'un incident, à savoir l'implosion du tube à vide survenu en novembre 1999, dont la principale conséquence a été l'endommagement du spectromètre magnétique. La prise de données en 2000 a donc dû se passer de la pièce maîtresse pour la détection des événements chargés. Le programme NA48 s'est orienté vers une étude des effets accidentels dans l'étiquetage, qui a permis de mieux comprendre l'effet systématique que ce phénomène induit sur la mesure de $Re(\epsilon'/\epsilon)$. L'étude des modes neutres, à l'aide du calorimètre à krypton liquide, a en plus pu bénéficier d'une prise de données en régime haute intensité.

Ce chapitre présente les modifications du détecteur NA48 pour la prise de données 2000, avant d'aborder la méthode employée pour la mesure de η_{000} . La section 4.3 traitera du déroulement de la prise des données, lesquelles alimenteront l'analyse de η_{000} présentée à partir du chapitre 6.

4.1 Les conditions expérimentales en 2000

4.1.1 Acquisition des données

L'acquisition des données est segmentée en «runs», qui est un découpage temporel d'une durée typique de quelques heures. Les runs sont à leur tour divisés en déversements, qui ont été introduits lors de la présentation du système d'acquisition. En 2000, le déversement des protons s'étalait sur 3.2 s toutes les 15.2 s (cycle du SPS), contre 2.4 s et 14.4 s dans les conditions d'étude de $Re(\epsilon'/\epsilon)$. Par abus de langage, le mot «run» désignera aussi une période dont les données acquises ont toutes la même motivation physique.

4.1.2 Obtention d'un faisceau K_S intense

En 2000, certains modes neutres ont pu être étudiés suite à une modification de la ligne de faisceau, qui a permis d'obtenir sur la cible K_S un flux très intense de kaons.

La cible K_L a été remplacée par un aimant de manière à rediriger le faisceau de protons vers la cible K_S . L'intensité du faisceau, de 10^{10} protons pendant les 3.2 s du déversement, équivaut à environ 300 fois l'intensité dans les conditions nominales d'utilisation. Le cristal de silicium courbé et la station d'étiquetage n'étaient donc pas alimentés pendant la prise de données K_S haute intensité. L'anti-compteur de K_S , qui marque le début de la zone de désintégration et permet de fixer l'échelle absolue en énergie, a été lui aussi retiré pour éviter toute détérioration suite à un flux de particules accru.

La fenêtre de kevlar, qui marque la fin de la zone de désintégration, a été retirée. L'enceinte à hélium qui, à l'origine, incluait le spectromètre magnétique, a été mise sous vide pour limiter tout phénomène de diffusion ou de conversion.

Cette période d'acquisition sera désignée par la suite sous le terme de *run haute intensité*.

4.1.3 Le run «dilution»

La procédure d'identification du faisceau d'origine d'un kaon a été décrite brièvement au paragraphe 3.1.7 dédié au système d'étiquetage. Celui-ci détermine le temps de passage de chaque proton, et associe une désintégration au faisceau K_S si un proton a été détecté dans une fenêtre temporelle de $\pm 2 ns$ autour de l'événement, ou au faisceau K_L dans le cas contraire.

Il y a deux sources possibles pour un étiquetage erroné. Le kaon a été produit à la cible K_S , mais la résolution finie des détecteurs place le proton incident en dehors des $\pm 2 ns$ (voire pas de détection du tout). Ou alors le kaon a été produit à la cible K_L et il est en coïncidence fortuite avec un proton. Dans le premier cas on introduit l'inefficacité d'étiquetage, et dans le second on parle de la probabilité de mauvais étiquetage, ou d'effet de «dilution». L'origine de ce vocable provient de l'effet induit sur $Re(\epsilon'/\epsilon)$, qui est de «diluer» cette grandeur en la multipliant par un coefficient proche de l'unité [42].

Le run *dilution* correspond donc à une période pendant laquelle seule la cible K_L était alimentée en protons, avec le système d'étiquetage opérationnel. Celui-ci est situé en amont de la position de la cible K_S , qui a été ôtée pour les besoins de la mesure. En effet, le phénomène de *dilution* a été étudié en déterminant la probabilité qu'une désintégration de kaon originaire de la cible K_L soit en temps avec un proton dans le *tagger*.

4.1.4 Le run « η »

Deux périodes ont été consacrées à une prise de données « η », au cours de laquelle des mésons η ont été produits par interaction d'un faisceau de π^- ($E_{\pi^-} \simeq 100 GeV$) sur des cibles de polyéthylène. D'une épaisseur de 4 cm, elles étaient disposées sur la ligne de faisceau K_L en deux emplacements éloignés : à 6.53 m de la cible K_S (début de la région fiducielle) et 21.15 m. L'étude des désintégrations $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ et $\eta \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ fournit des mesures redondantes de l'échelle absolue en énergie (puisque la position des cibles est connue) Elle a permis d'effectuer une mesure de précision de la masse du méson η [64][65].

4.1.5 Énergie de faisceau

Le faisceau de protons fourni par le SPS pendant la période haute intensité étant de 400 GeV, à comparer aux 450 GeV du run dilution, le faisceau de K_S a été sélectionné à un angle de production moindre $-3.0 mrad$ – à la place de 4.2 mrad. Cette modification a permis de déplacer le maximum du spectre énergétique des kaons (dont le profil apparaît sur la figure 4.1) vers une plus grande valeur ($\Delta E \approx 3.5 GeV$). Ceci est illustré sur la figure 4.2 où sont représentés les positions des maximums du spectre énergétique en fonction de l'angle de production, pour des énergies de faisceau de 400 et 450 GeV. La diminution de l'angle de production en 2000 a permis de compenser partiellement celle de l'énergie des protons fournis par le SPS.

4.1.6 Le déclenchement

Le déclenchement neutre se présentait sous deux variantes. La première, destinée au mode $2\pi^0$, est analogue à celle décrite au paragraphe 3.3.2. La seconde, pour le mode $3\pi^0$, abandonnait la coupure sur le nombre de pics par projection. La seule différence avec la configuration de déclenchement pour la mesure de $Re(\epsilon'/\epsilon)$ est la coupure en $c\tau$, désormais fixée à $9 c\tau_S$. Les critères de sélection sont rappelés dans le tableau 4.1.

Un système de déclenchement aléatoire permettait de prendre des «clichés» de l'activité accidentelle dans le calorimètre électromagnétique, qui seront utilisés pour quantifier l'effet des événements accidentels sur la mesure de η_{000} . Enfin, un déclenchement de «biais minimum» initié par l'hodoscope neutre a permis d'effectuer une mesure de l'efficacité du système de déclenchement neutre.

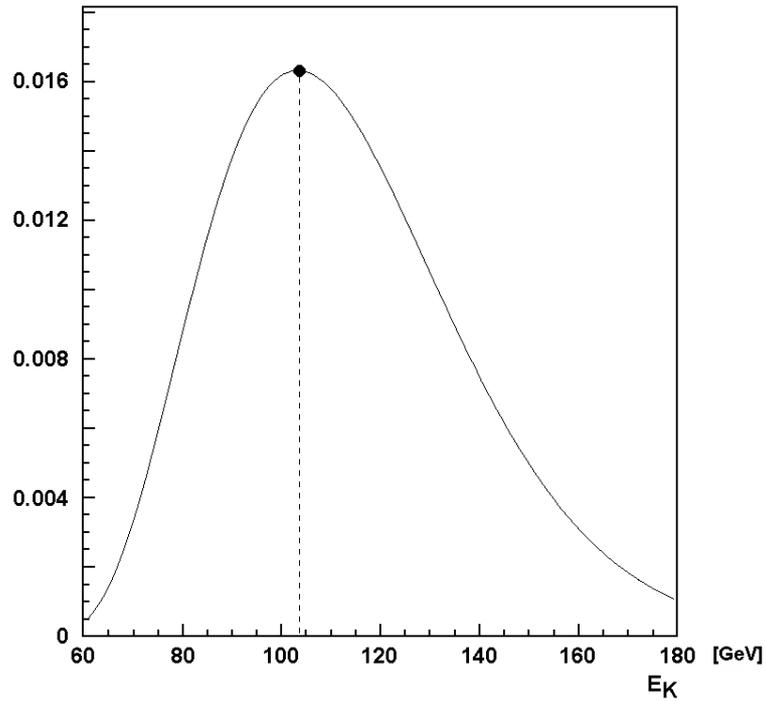


FIG. 4.1 – Allure du spectre énergétique des kaons, dans les conditions de la prise de données K_S haute intensité.

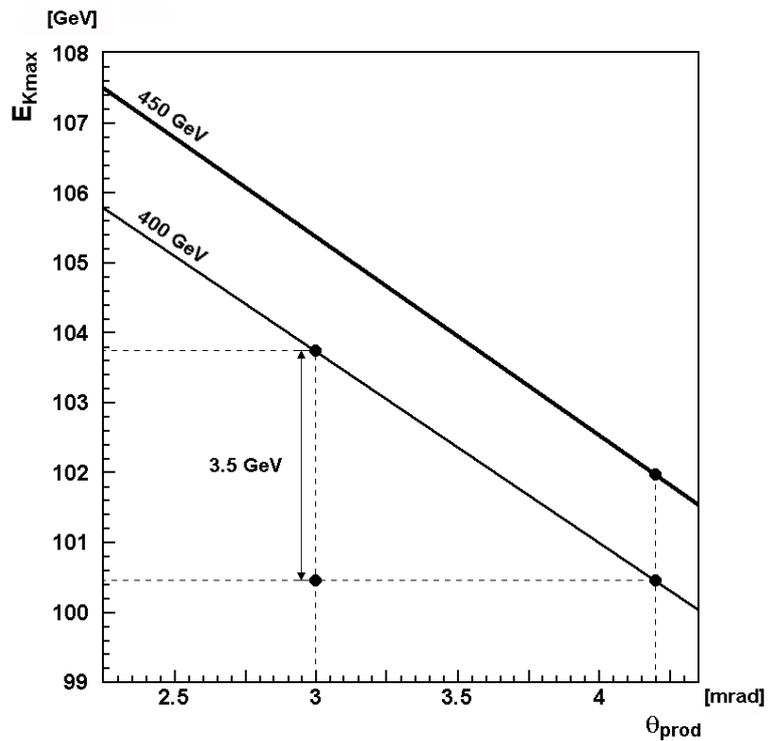


FIG. 4.2 – Position du maximum du spectre énergétique des kaons en fonction de l'angle de production, pour des énergies de protons 400 et 450 GeV.

Quantité	Coupure $2\pi^0$	Coupure $3\pi^0$
E_{TOT}	$> 50 \text{ GeV}$	$> 50 \text{ GeV}$
r_{COG}	$< 15 \text{ cm}$	$< 15 \text{ cm}$
$c\tau_{global}$	$< 9 \text{ } c\tau_S$	$< 9 \text{ } c\tau_S$
Pics par projection	< 6	

TAB. 4.1 – Coupures effectuées par le système de déclenchement neutre en 2000.

4.2 Mesurer η_{000}

Cette section introduit la méthode expérimentale qui permettra d'extraire η_{000} à partir des données du run haute intensité. Le run dilution sera mis à profit pour prendre en compte l'effet d'acceptance du détecteur.

4.2.1 Une manifestation physique de η_{000} : l'interférence $K_{S,L} \rightarrow 3\pi^0$

En appliquant l'équation d'évolution 2.15 aux états $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$, au premier ordre en ϵ , on accède au taux de désintégration d'un kaon en trois pions neutres en fonction de son temps de vie propre τ (une démonstration détaillée de cette formule est fournie en appendice) :

$$\begin{aligned}
I_{3\pi^0}(\tau) = & \frac{1}{2} |\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0)|^2 [N_{K^0} + N_{\bar{K}^0}] \\
& \left[[1 - 2DRe(\epsilon)] [e^{-\frac{\tau}{\tau_L}} + |\eta_{000}|^2 e^{-\frac{\tau}{\tau_S}}] + \right. \\
& \left. 2[D - 2Re(\epsilon)] |\eta_{000}| e^{-\frac{1}{2}(\frac{1}{\tau_L} + \frac{1}{\tau_S})\tau} \cos(\Delta m \tau + \phi_{000}) \right]
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Δm est la différence de masse K_L / K_S , ϕ_{000} est la phase de η_{000} et D est le facteur de dilution, qui traduit l'asymétrie de la production K^0 / \bar{K}^0 :

$$D = \frac{N_{K^0} - N_{\bar{K}^0}}{N_{K^0} + N_{\bar{K}^0}} \tag{4.2}$$

et qui est dépendant de l'énergie du kaon. Le coefficient de dilution pour NA48 est typiquement de l'ordre de 0.3, soit deux ordres de grandeur au-dessus de la valeur de ϵ ($\simeq 2.3 \times 10^{-3}$), qui sera donc négligée dans la formule 4.1. La décomposition de η_{000} en ses parties réelle et imaginaire fournit alors :

$$\begin{aligned}
I_{3\pi^0}(\tau) \propto & e^{-\frac{\tau}{\tau_L}} + \\
& [Re^2(\eta_{000}) + Im^2(\eta_{000})] e^{-\frac{\tau}{\tau_S}} + \\
& 2D [Re(\eta_{000}) \cos(\Delta m \tau) - Im(\eta_{000}) \sin(\Delta m \tau)] e^{-\frac{1}{2}(\frac{1}{\tau_L} + \frac{1}{\tau_S})\tau}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Le taux de désintégration 4.3 regroupe trois termes. Le premier est la contribution K_L , qui respecte \mathcal{CP} , et qui est donc largement favorisé par rapport au deuxième terme (contribution K_S) à cause de la pondération par $|\eta_{000}|^2$ (qui doit être de l'ordre de $|\epsilon|^2 \simeq 5 \times 10^{-6}$). Le troisième terme traduit l'interférence K_S/K_L dans la décroissance en $3\pi^0$, et, étant linéaire en η_{000} , il constitue le seul espoir d'une détermination expérimentale de ce paramètre, ou d'une limite fine sur celui-ci. Il s'agit par conséquent de la formule maîtresse qui sera utilisée sous une forme quelque peu modifiée lorsqu'il s'agira d'extraire ce paramètre des données acquises par NA48 pendant le run 2000, à partir de la reconstruction du temps de vie propre des kaons. En effet, il ne sera pas possible de distinguer une désintégration $K_L \rightarrow 3\pi^0$ d'une désintégration $K_S \rightarrow 3\pi^0$ car on ne peut produire

de faisceau K_S «pur». Ce premier mode sera donc un bruit de fond irréductible, et la méthode interférentielle constitue le seul moyen d'étudier la désintégration en trois pions neutres du K_S , dans le cadre du dispositif expérimental de NA48.

4.2.2 Corriger le run haute intensité

La distribution en temps de vie propre des événements du run haute intensité sont bien entendu distordues par les effets d'acceptance géométrique du détecteur NA48. Les données du run dilution contiennent une statistique importante d'événements $3\pi^0$ (plus de 130 millions ont pu être reconstruits), et acquis dans les mêmes conditions que celles du run haute intensité¹ (même configuration du système de déclenchement). Ces désintégrations seront donc utilisées pour effectuer une première correction d'acceptance pour les données $3\pi^0$ issues du run haute intensité.

Il faut cependant remarquer que ces deux faisceaux ont des géométries légèrement différentes, ce qui peut biaiser la mesure de η_{000} . C'est pourquoi une seconde correction d'acceptance sera introduite à l'aide d'une simulation Monte-Carlo.

4.2.3 Sensibilité

La figure 4.3 représente la contribution du terme d'interférence à la formule 4.3, après normalisation à l'unité des contributions des deux premiers termes. Le premier graphique retrace l'évolution de l'interférence en effectuant des variations de $|\eta_{000}|$ de 0 à 6×10^{-3} , tout en maintenant sa phase à $\pi/4$. Le second est obtenu de manière analogue, mais en fixant cette fois $|\eta_{000}| = 3 \times 10^{-3}$ et en faisant varier la phase. En grisé apparaît la région expérimentalement inaccessible, du fait de la collimation du faisceau K_S , et qui est en même temps la plus sensible à η_{000} . Pour des kaons d'énergie typique 100 GeV, la coupure en $c\tau$ se situe à environ 3 cm. La superposition avec le fond K_L est illustrée sur la figure 4.4, pour $|\eta_{000}| = 0$ (courbe en gras), 0.003, 0.006, 0.009 et 0.030. On remarquera sur les trois graphiques qui viennent d'être présentés la petitesse de l'échelle verticale.

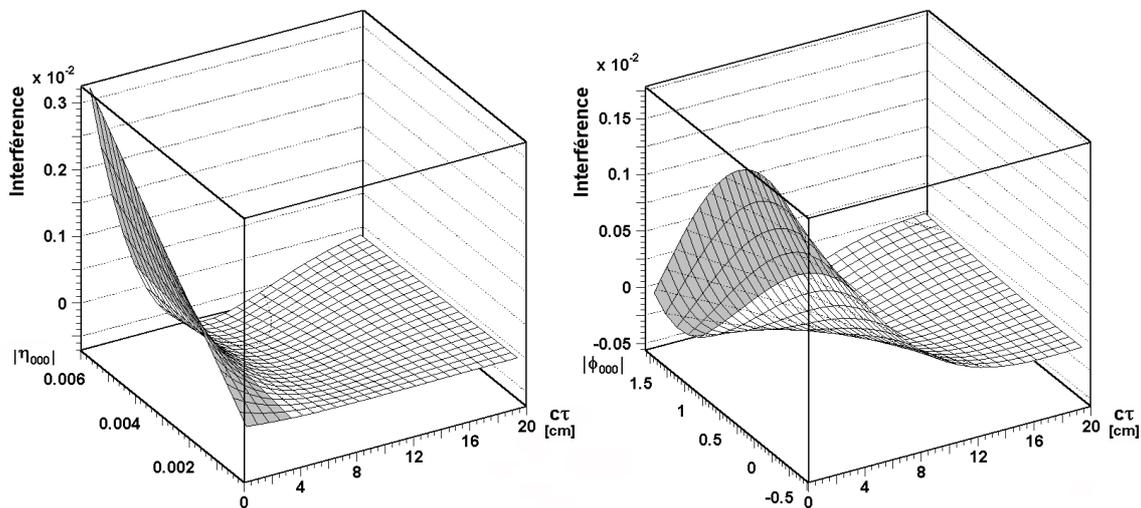


FIG. 4.3 – *A gauche* : variation de $I_{3\pi^0}$ en fonction de $c\tau$ (axe x), en faisant varier $|\eta_{000}|$ (axe y) et en maintenant ϕ_{000} à $\pi/4$. *A droite* : variation de $I_{3\pi^0}$ en fonction de $c\tau$ (axe x), en faisant varier ϕ_{000} (axe y) et en maintenant $|\eta_{000}| = 3 \times 10^{-3}$.

1. La différence essentielle entre les deux runs a été la mise sous tension de l'aimant du spectromètre en run dilution (afin de se rapprocher au mieux des conditions en vigueur pendant les prises de données $Re(\epsilon'/\epsilon)$), et sa mise hors tension pendant le run haute intensité. Cela a une influence sur les désintégrations Dalitz qui sera discutée au chapitre 6.

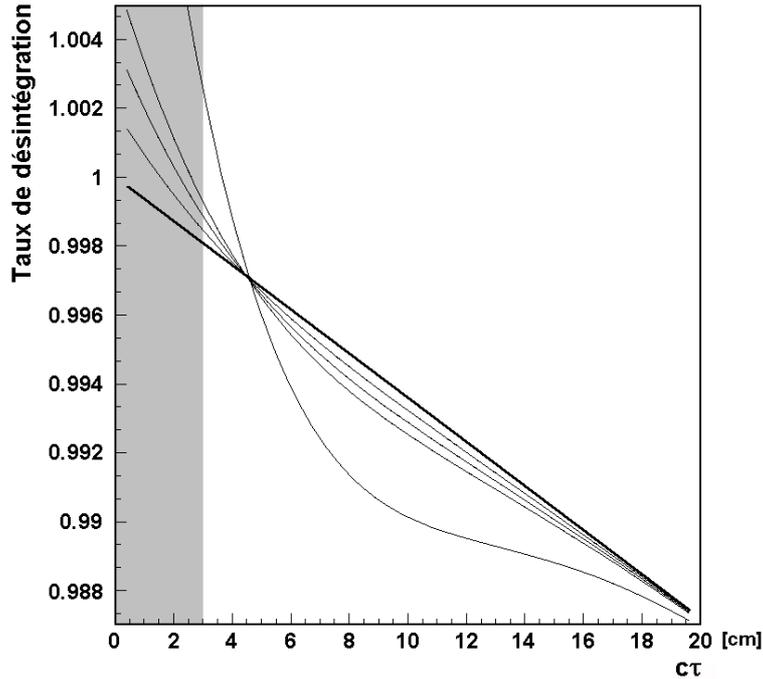


FIG. 4.4 – Profil d'interférence avec la contribution $K_L \rightarrow 3\pi^0$ pour $|\eta_{000}| = 0, 0.003, 0.006, 0.009$ et 0.030 . Plus $|\eta_{000}|$ est élevé, plus la courbe correspondante s'éloigne de la courbe en gras pour laquelle $|\eta_{000}| = 0$.

Remarque

La configuration du faisceau K_S permet de mettre plus de poids statistique sur les énergies élevées (voir figure 4.2), ce qui est favorable car les distributions en temps de vie propre vont débiter plus près du collimateur, et pourront donc «explorer» au mieux la zone de sensibilité à η_{000} .

4.2.4 Étude analytique du taux de décroissance

Avant d'aborder expérimentalement l'étude de la désintégration en $3\pi^0$, il est possible d'extraire de la formule 4.3 des informations utiles quant à la dépendance de la valeur de η_{000} extraite par rapport à des perturbations des paramètres. Cette méthode va être illustrée sur le cas particulier de la sensibilité à la pente. Supposons qu'un effet quelconque agisse sur la distribution à partir de laquelle est extrait η_{000} en en modifiant la pente : comment évolue la valeur mesurée de $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$ en fonction de leur valeur initiale et de cette pente ?

La réponse est obtenue en effectuant la minimisation :

$$Min_{\{\eta'_{000}, \gamma\}} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} |(\alpha\tau + \beta)f_{\eta_{000}}(\tau) - \gamma f_{\eta'_{000}}(\tau)| d\tau \quad (4.4)$$

où α est la pente, η_{000} et η'_{000} sont respectivement les valeurs initiale et extraite, $f_{\eta_{000}}(\tau)$ est la fonction d'interférence correspondant à η_{000} , et γ est un coefficient de normalisation.

Le résultat est représenté figure 4.5, qui montre la dépendance de $Re(\eta'_{000})$ et $Im(\eta'_{000})$ en fonction de α pour trois valeurs d'entrée de $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$. Ce graphique montre explicitement la différence de sensibilité des parties réelle et imaginaire par rapport à tout effet résiduel, et laisse présager des incertitudes systématiques plus importantes pour $Im(\eta_{000})$ que pour $Re(\eta_{000})$.

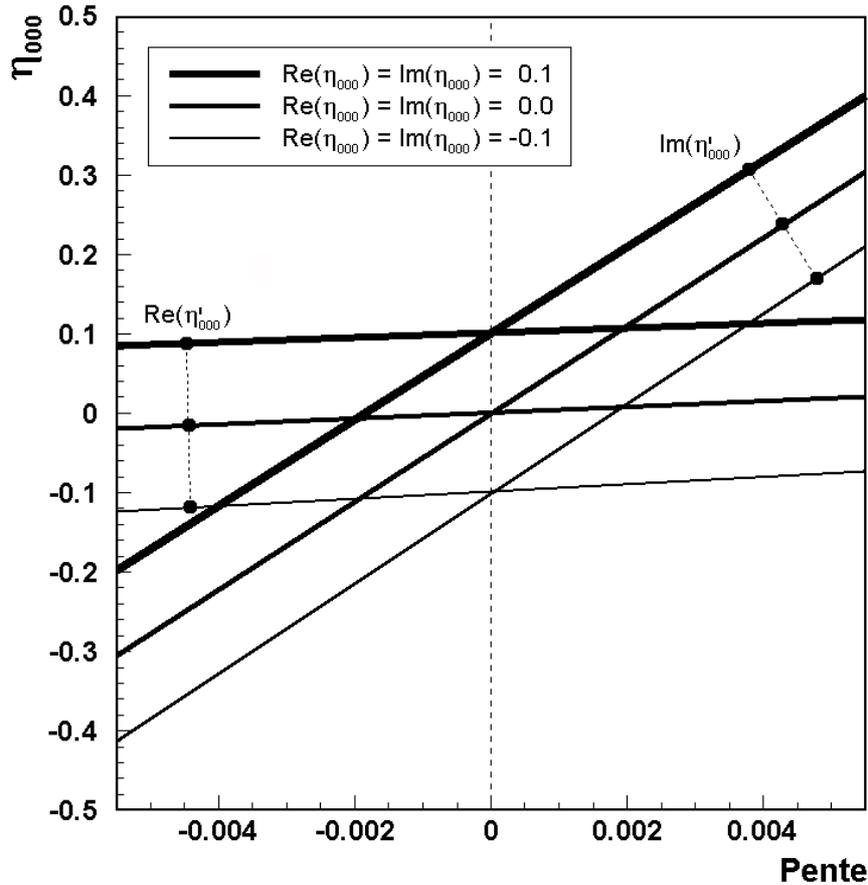


FIG. 4.5 – Dépendance de $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$ par rapport à une pente fictive (axe des abscisse) dans la distribution à partir de laquelle est extrait η_{000} . Différentes valeurs d'entrée sont utilisées : $Re(\eta_{000}) = Im(\eta_{000}) = -0.1, 0.0, 0.1$

4.3 Déroulement de la prise de données

Les différentes périodes de la prise de données 2000, qui ont déjà été évoquées, sont consignées dans le tableau 4.2. Seules les données issues du run η ne seront pas exploitées dans le cadre de cette thèse.

Dates	Runs	Type
31/05 → 01/07	10121 → 10315	Dilution
04/07 → 12/07	10328 → 10392	η
17/07 → 28/08	10448 → 10670	K_S haute intensité
31/08 → 04/09	10687 → 10705	η

TAB. 4.2 – Les principales périodes de la prise de données 2000.

Le tableau 4.3 donne pour chaque type de run le nombre de déversements enregistrés, ainsi que le nombre total d'événements acquis (tous déclenchements confondus).

	Déversements (millions)	Événements (millions)
Dilution	0.115	1510
η	0.052	779
K_S haute intensité	0.193	3300

TAB. 4.3 – Nombre de déversements et d'événements enregistrés au cours de la prise de données 2000.

Le tableau 4.4 fournit les taux de comptage typiques des différents déclenchements, par déversement et pour les différents types de runs :

	K_S haute intensité	Dilution
2pi0	18000	12500
3pi0	18000	14500
Rand	20	20
LKRminbias	200	200

TAB. 4.4 – Taux de comptage des principaux systèmes de déclenchement pour les runs K_S haute intensité et dilution.

Le chapitre suivant présente l'algorithme de réduction des données. La principale finalité de ce dernier est de construire les distributions en temps de vie propre des vertex de désintégration $3\pi^0$, aussi bien pour le run dilution que pour le run haute intensité. Elles sont accessibles à partir des données fournies par le calorimètre concernant la position et l'énergie des photons des désintégrations $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$.

Troisième partie
Traitement des données

Chapitre 5

Outils d'analyse et sélection des données

Ce chapitre a un double objectif. Le premier est d'introduire les outils informatiques sur lesquels repose la mesure de η_{000} , qui sont au nombre de quatre :

- **RAW**, un programme de reconstruction des événements à partir des données «brutes» collectées auprès des différents détecteurs,
- **Compact**, un programme de lecture des grandeurs reconstruites, qui s'appuie sur un format de données du même nom,
- **NASIM**, une simulation détaillée du détecteur,
- **MiniSIM**, une simulation simplifiée du détecteur.

Le second est d'exposer l'algorithme de reconstruction et de sélection des événements, dont la finalité est l'obtention des distributions en temps de vie propre des vertex de désintégration en trois pions neutres, qui permettront par la suite l'extraction de η_{000} .

5.1 La reconstruction des signaux dans le calorimètre électromagnétique

Le programme RAW permet, à partir des signaux enregistrés dans les différentes cellules du calorimètre, de reconstruire l'énergie des photons, leur position au niveau de la surface du calorimètre électromagnétique, ainsi que l'instant de leur détection [32][63].

5.1.1 La recherche des amas

La détection des amas s'effectue en recherchant les maximums locaux de dépôt d'énergie, c'est-à-dire les cellules où l'énergie déposée est supérieure à celle associée à chacune des huit cellules voisines. Afin de s'affranchir des fluctuations liées au bruit, chaque cellule centrale doit avoir un dépôt énergétique à la fois supérieur à 250 MeV et $0.8 \times \bar{E} + 180 \text{ MeV}$, où \bar{E} est la valeur moyenne des énergies déposées dans les huit cellules limitrophes.

5.1.2 Mesure de l'énergie des photons

Après avoir déterminé la cellule centrale de chaque amas, les contributions à cet amas de toutes les cellules se situant dans un rayon de 11 cm sont évaluées à partir des profils attendus des gerbes. Plus précisément, ces derniers permettent d'attribuer à la cellule j un ensemble de poids w_i^j , $i = 1, \dots, n$ (n étant le nombre d'amas), qui sont les pourcentages de sa contribution énergétique

à l'amas i . L'énergie associée à la cellule j est alors ajoutée à l'amas i avec une pondération $w_i^j / \sum_{k=1}^n w_k^j$. Cette technique permet de minimiser les biais sur la mesure de l'énergie due au recouvrement des amas.

5.1.3 Mesure de la position des photons

La position de la gerbe est obtenue en calculant le barycentre énergétique sur un carré de 3×3 cellules, centré sur celle de dépôt maximal. La dispersion de la gerbe est calculée à partir du moment d'ordre 2 de la distribution en énergie, sur un carré 5×5 .

5.1.4 Mesure du temps des photons

Le signal issu d'une cellule est échantillonné toutes les 25 ns , et le temps associé au dépôt énergétique correspond au maximum de ce signal. Comme, dans le cas général, un de ces échantillons ne correspond pas au maximum, celui-ci est interpolé par un ajustement parabolique sur l'échantillon principal et ses deux voisins. Le temps correspond alors à la position du maximum de cette parabole.

5.1.5 Corrections

L'énergie et la position des amas calculées, diverses corrections doivent être appliquées afin d'estimer au mieux ces quantités.

Lorsqu'une gerbe se développe à proximité du tube à vide, son énergie est sous-évaluée. Une correction, déduite de la simulation, est donc appliquée à l'énergie des photons en fonction de leur rayon d'impact. Les non-linéarités en énergie sont corrigées en utilisant le rapport E/p pour les électrons issus des désintégrations K_{e3} , en comparant leur énergie E à leur impulsion p mesurée par le spectromètre (voir section 7.2). D'autres phénomènes sont pris en compte pour la correction de l'énergie des photons, comme la perte d'énergie dans les cellules mortes (voir section 5.4.1), et l'énergie déposée à l'extérieur des cellules considérées pour le calcul de l'énergie totale.

Les coordonnées de l'impact sont aussi corrigées en fonction de la position du barycentre énergétique dans la cellule centrale.

5.1.6 Le niveau 3

Le niveau 3 (L3) est un programme qui s'appuie sur le code de reconstruction RAW pour filtrer les événements «bruts», et les écrire dans un format adéquat pour tout traitement ultérieur (Compact). Le L3 applique un ensemble de coupures larges aux événements reconstruits, qui sont résumées dans le tableau 5.1.

Grandeur	Coupe
Nombre d'amas	≥ 6
Différence entre temps du photon et temps moyen	$\leq 12.5 \text{ ns}$
Énergie totale déposée dans le LKr	$\geq 50 \text{ GeV}$
Rayon du barycentre énergétique	$\leq 15 \text{ cm}$
Temps de vie propre	$\leq 12 \text{ } c\tau_S (\simeq 32 \text{ cm})$
R_{ellipse}	≤ 20

TAB. 5.1 – Coupures appliquées par le L3, pour les runs haute intensité et dilution.

L'ensemble de ces grandeurs sera décrit dans ce chapitre.

5.2 Le format des données

Les données sont enregistrées dans un format dit **Compact** ou **SuperCompact**, spécifique à l'expérience NA48. Lors de l'analyse, le programme **Compact** remplit un ensemble de variables à la lecture de chaque événement (dépôts d'énergie dans le calorimètre, signaux du système de déclenchement, etc ...) qui peuvent ensuite être traitées par des routines d'analyse Fortran personnalisées. L'avantage de ces formats est de diminuer de manière significative le volume des fichiers de données. La statistique cumulée pour les deux runs haute intensité et dilution représente 16.5 *To* de données brutes, 950 *Go* au format Compact, puis 300 *Go* au format SuperCompact.

5.3 Simulation de l'expérience NA48

La stratégie d'analyse, esquissée très brièvement à la section 4.1.3, consiste à corriger les données du run K_S haute intensité par celles du run dilution. Cette méthode requiert une correction additionnelle des données afin de s'affranchir au mieux de l'effet différentiel d'acceptance entre les deux types de runs. La section 5.3.2 décrit le fonctionnement de la simulation NA48 détaillée, nommée NASIM [33]. Les résultats de cette simulation seront confrontés aux données expérimentales dans le chapitre suivant.

5.3.1 La méthode Monte-Carlo

Les grandeurs reconstruites (positions en z et $c\tau$ des vertex de désintégration, notamment) sont des fonctions compliquées des paramètres physiques, mais aussi de la géométrie et des performances des détecteurs. Comme il n'est pas envisageable de les déterminer de manière analytique, il est nécessaire de recourir à une méthode Monte-Carlo. Celle-ci consiste à générer des événements (ici des désintégrations de kaons en π^0 , puis de π^0 en photons) de manière aléatoire, et simuler la réponse des détecteurs qui s'ensuit, de sorte qu'à la limite des grands nombres les distributions reconstruites épousent le plus fidèlement possible les distributions expérimentales.

Ce type de simulation est particulièrement adéquat pour ajuster des coupures de sélection ou quantifier la contribution des bruits de fond aux phénomènes physiques que l'on étudie.

5.3.2 Fonctionnement de NASIM

La simulation de l'expérience repose sur la librairie GEANT [5] (développée au CERN), fréquemment utilisée dans le domaine de la physique des hautes énergies. L'expérience y est modélisée à l'aide d'un assemblage de volumes qui correspondent aux différents éléments de détecteur, chacun de ces volumes se voyant attribué un matériau. Lorsqu'une particule pénètre dans un milieu, GEANT permet de simuler les interactions complexes qui s'y produisent. Il s'agit donc de produire des lots d'événements statistiquement significatifs, et qui seront analysés par un programme identique en tous points à celui utilisé pour la sélection dans le lot expérimental. Chacune des désintégrations est traitée selon les six étapes à présent décrites.

Production des kaons

Les kaons sont générés dans le volume de leur cible associée selon une loi de probabilité bien connue. La distribution de leur impulsion et direction à la sortie de la cible est modélisée par la «formule d'Atherton», dont les coefficients numériques qui y apparaissent sont déduits de mesures effectuées au CERN [6] :

$$\frac{d^2N}{dp d\Omega} = \eta \frac{p^2}{4p_0} \left[1.30 e^{-\left(8.5 \frac{p}{p_0} + 3 p^2 \theta^2\right)} + 4.35 e^{-\left(13 \frac{p}{p_0} + 3.5 p^2 \theta^2\right)} \right] \quad (5.1)$$

où p_0 est l'impulsion des protons incidents, η est un coefficient de normalisation, et θ est l'angle d'émergence des kaons par rapport à la direction du faisceau incident de protons.

Une correction sera apportée à la formule d'Atherton au niveau de la simulation, afin que celle-ci reproduise au mieux les spectres énergétiques expérimentaux des kaons (voir section 6.1.3).

Simulation du système de collimation

Une fois connus le point de production et la direction initiale du kaon, il est vérifié que sa trajectoire rectiligne entre dans l'acceptance des collimateurs (dont une description détaillée pour les deux types de faisceaux apparaît en section 3.1). Dans le cas du faisceau K_S , dont le collimateur de sortie est plus étroit que celui associé à la cible K_L (0.3 cm contre 2.8 cm, respectivement), les interactions élastiques des kaons dans le matériau du collimateur sont prises en compte dans la simulation.

Position du vertex de désintégration

La distribution de la position longitudinale en z des vertex de désintégration satisfait une loi exponentielle d'expression :

$$f(z) = \mathcal{N} e^{-\frac{M_K}{c\tau_{K^p}}(z-z_{min})} \quad (5.2)$$

avec \mathcal{N} comme coefficient de normalisation (qui dépend des bornes z_{min} et z_{max} de la région de désintégration). La grandeur τ_K est la durée de vie moyenne du kaon (qui vaut τ_S ou τ_L). Afin d'éviter tout effet de bord dû à la résolution sur la position reconstruite z du vertex de désintégration, la longueur de cette zone a été élargie dans la simulation.

Sélection du mode de décroissance

La position de la désintégration de la particule primaire ayant été déterminée à l'étape précédente, la direction et l'impulsion de ses produits de décroissance sont générées selon des lois probabilistes connues. Si besoin est, le processus peut être itéré sur les particules secondaires jusqu'à obtenir celles qui seront effectivement détectées dans l'appareillage.

C'est précisément ce qui se produit pour les modes $K \rightarrow 3\pi^0$, où chacun des pions neutres se désintègre majoritairement (à 98.8 %) en deux photons, et à 1.2 % selon le mode *Dalitz* ($\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$).

Évolution des produits de désintégration

Les produits de désintégration sont susceptibles d'interagir avec les matériaux constitutifs du dispositif expérimental. Ces interactions sont elles aussi traitées de manière probabiliste, en se conformant aux sections efficaces connues des différents processus (perte d'énergie dans la matière, conversion des photons ...). Il peut, par exemple, être question de la prise en compte de la déflexion des particules chargées dans le champ magnétique de l'aimant d'analyse du spectromètre.

Réponse des détecteurs

La simulation du développement d'une gerbe dans le krypton liquide est extrêmement gourmande en temps car elle implique le suivi d'un très grand nombre de particules secondaires. Afin d'accélérer significativement le temps de calcul, NASIM utilise une librairie de gerbes créée à l'aide de GEANT, et qui contient des profils pour des photons et des électrons avec des angles d'incidence et des énergies variées. La simulation de la chaîne électronique permet la prise en compte de la formation des signaux.

5.3.3 MiniSIM : vers une simulation simplifiée

Motivation

Le caractère complexe et complet de NASIM admettent comme contre-coup des temps de calculs conséquents, principalement liés à l'utilisation de bibliothèques de gerbes, et requièrent un espace disque important pour la sauvegarde des données au format Compact. Cependant, il peut être avantageux de disposer d'une simulation simplifiée lorsqu'il s'agit d'effectuer des études qualitatives, qui réclament la production de nombreux lots de données avec des conditions qui peuvent varier. Un second code de simulation vient appuyer NASIM, que je nommerai par la suite MiniSIM, et qui permet, dans des temps raisonnables et pour un espace disque modeste, de générer une statistique abondante d'événements $3\pi^0$.

Principe

MiniSIM puise dans NASIM la description géométrique de l'expérience et les algorithmes de génération des particules : existence de deux lignes de faisceau, production des kaons, propagation dans le système de collimation, choix du vertex de désintégration, distribution des impulsions des kaons, pions et photons, etc ... La différence essentielle provient du traitement des photons lors de leur détection dans le krypton liquide. Au lieu d'effectuer des appels aux bibliothèques de gerbes, un tirage aléatoire gaussien autour des grandeurs générées est effectué pour obtenir les quantités reconstruites (position (x, y) et énergie des photons). Les fonctions de résolution sont paramétrisées en fonction de l'énergie vraie des photons, et ont été extraites de NASIM (voir figure 5.1). Ces résolutions sont en bon accord avec celles obtenues expérimentalement (voir section 3.3.1).

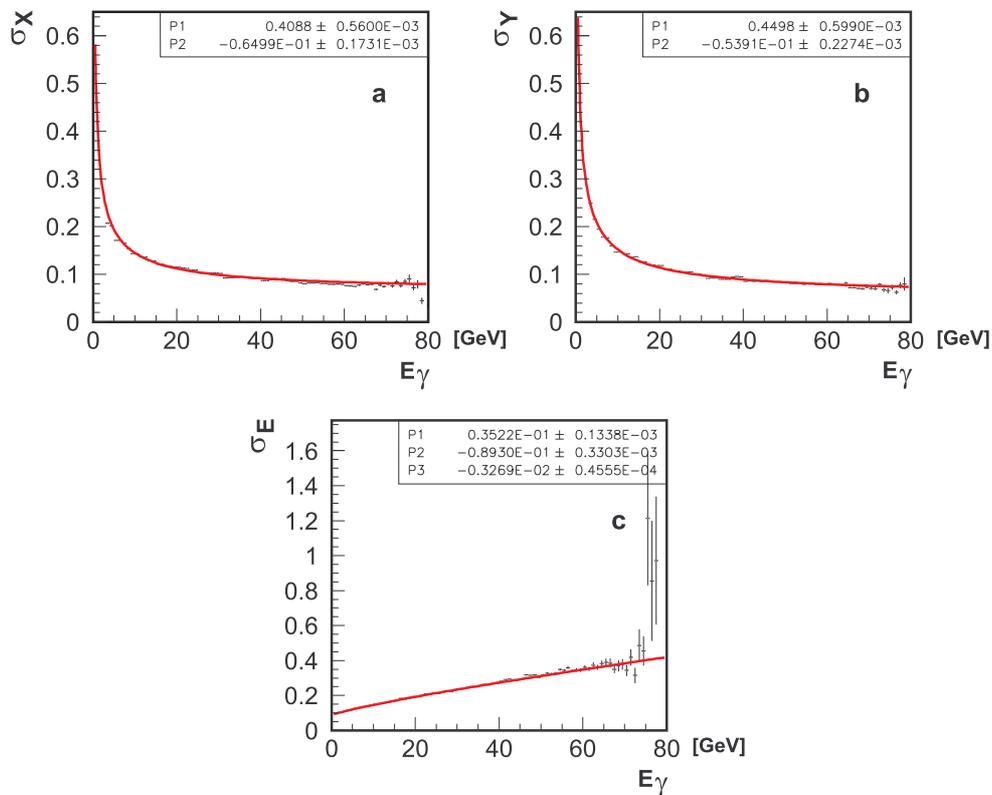


FIG. 5.1 – Résolutions en abscisse (a), ordonnée (b) et énergie (c) des photons, en fonction de l'énergie vraie, à partir de NASIM. La paramétrisation des résolutions en position est de la forme $p_1/\sqrt{E} \oplus p_2$, et celle pour la résolution en énergie s'écrit $p_1\sqrt{E} \oplus p_2 \oplus p_3 E$.

La surface active du calorimètre a été précisément délimitée (contour interne dû à la présence du tube à vide, et profil quasi-octogonal pour la bordure externe) afin de simuler correctement l'acceptance géométrique du détecteur. La simulation des queues non-gaussiennes dans la résolution en énergie a été incluse, ainsi que la correction des spectres d'énergie des kaons pour les deux types de faisceau (décrite au chapitre suivant) et la cartographie précise de l'emplacement des cellules inactives du calorimètre.

Cette simulation tire parti des conditions avantageuses de la prise de données pour l'année 2000, au cours de laquelle le volume du spectromètre a été mis sous vide.

Remarques

Les quantités reconstruites sont alors directement traitées avec des routines de sélection identiques à celles appliquées au niveau **Compact**, mais les données sont exploitées sans avoir à passer par ce format. Les gains en temps et en espace disque sont considérables. Néanmoins, pour les besoins de la correction géométrique, c'est NASIM qui sera utilisé. Il sera d'ailleurs montré que l'erreur statistique sur η_{000} est complètement dominée par le lot expérimental du run haute intensité, et donc que l'obtention d'une statistique de données simulées plus abondante ne se justifie pas.

Des exemples d'utilisation de MiniSIM seront donnés aux paragraphes 6.5.2 (profil de la correction d'acceptance) et 6.8.2 (test de la procédure d'ajustement de η_{000}).

5.3.4 Les lots d'événements simulés

Les deux paragraphes suivants résument les statistiques et intérêts des différents lots produits à l'aide des deux simulations. Le nombre d'événements qui apparaît en dernière colonne est celui avant l'application de la procédure de sélection, qui va être détaillée à la section 5.4.

NASIM

Le calcul du coefficient de dilution à partir des données 2000 suit une procédure analogue à la mesure de η_{000} (voir chapitres 5 et 7) et requiert une correction d'acceptance induite par la différence de géométrie des faisceaux.

Mode	Cible	Motivation	Statistique (millions)
$K_L \rightarrow 3\pi^0$	K_S	Correction d'acceptance (η_{000})	415
$K_L \rightarrow 3\pi^0$	K_L	Correction d'acceptance (η_{000})	405
$K_L \rightarrow 2\pi^0$	K_S	Correction d'acceptance ($D(E_K)$)	25
$K_L \rightarrow 2\pi^0$	K_L	Correction d'acceptance ($D(E_K)$)	13
$K_L \rightarrow \pi^0\pi^0\pi_D^0$	K_S	Correction Dalitz	36
$K_L \rightarrow \pi^0\pi^0\pi_D^0$	K_L	Correction Dalitz	36

TAB. 5.2 – Statistique des lots produits avec NASIM avant l'application de toute procédure de sélection des données.

MiniSIM

Le test de la procédure d'ajustement de η_{000} , décrite au chapitre 5, demande une statistique que NASIM n'était pas en mesure de fournir, comme le montre la troisième colonne du tableau 5.3.

Mode	Cible	Motivation	Statistique (milliards)
$K_L \rightarrow 3\pi^0$	K_S	Test de la procédure d'ajustement	8.5
$K_L \rightarrow 3\pi^0$	K_L	Test de la procédure d'ajustement	3.5

TAB. 5.3 – Statistique des lots produits avec MiniSIM.

5.4 La sélection des événements $2\pi^0$ et $3\pi^0$

Cette section présente l'algorithme de réduction des données pour la reconstruction des désintégrations $K_{S,L} \rightarrow 2/3\pi^0$. Bien que η_{000} soit défini dans le cadre des désintégrations en trois pions neutres, les désintégrations en deux pions neutres seront particulièrement intéressantes, notamment pour l'étude de l'échelle en énergie. Il s'agira donc de définir un ensemble adéquat de variables ainsi que leurs coupures associées, afin de reconstruire les distributions en temps de vie propre des vertex de désintégration des kaons pour les deux types de run.

5.4.1 Présélection des gerbes

Une décroissance $K_{S,L} \rightarrow n\pi^0$ est suivie majoritairement par n désintégrations $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (le rapport de branchement de ce dernier mode étant de 0.988) : ce sont donc au total $2n$ photons qui devront entrer dans l'acceptance du détecteur pour pouvoir reconstruire l'événement. L'essentiel de l'information sera fourni par le calorimètre à krypton liquide, le spectromètre magnétique n'ayant pas été disponible lors de la campagne de prise de données 2000. Dédié aux modes chargés, celui-ci est en effet couramment utilisé dans l'analyse des modes neutres, notamment pour soustraire du bruit de fond par coïncidence spatiale de l'extrapolation d'une trace chargée au niveau de la face d'entrée du calorimètre et d'une gerbe.

Les données du calorimètre

Avant d'explorer la combinatoire des gerbes développées dans le calorimètre par les photons issus des décroissances $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, une sélection est effectuée individuellement sur chaque amas. Pour chaque gerbe, le calorimètre fournit trois types d'information, à savoir :

- les coordonnées (x, y) de l'impact,
- l'énergie déposée,
- le temps de passage.

Coupures de présélection

Parmi les gerbes candidates, seules celles qui satisfont les coupures suivantes sont retenues :

- Afin de reconstruire au mieux l'énergie des gerbes, diverses contraintes géométriques doivent être satisfaites : elles doivent être à plus de 2 cm de toute cellule morte (figures 5.2 et 5.5), avoir une position radiale supérieure à 15 cm (figure 5.3) et se situer à plus de 5 cm de la bordure externe du calorimètre. Tous ces critères permettent de minimiser les «fuites» d'énergie hors du krypton liquide.

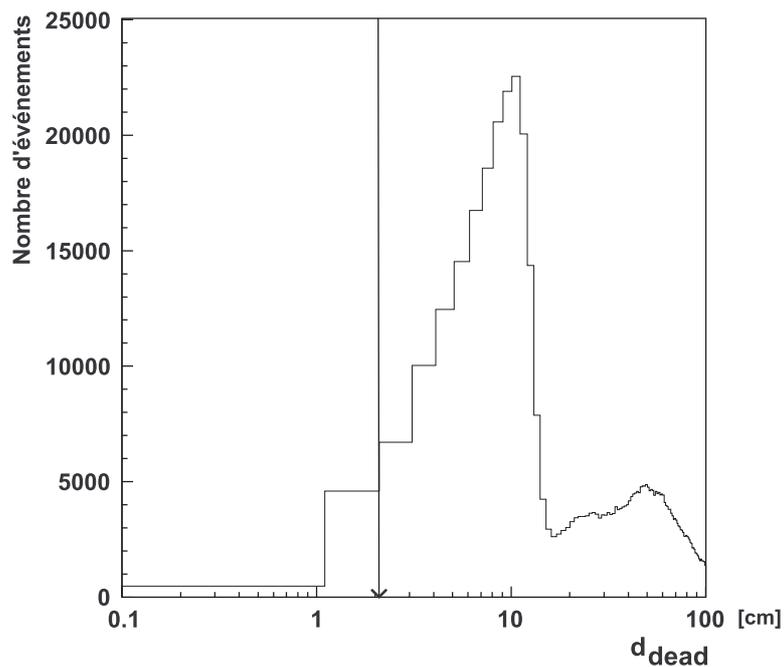


FIG. 5.2 – Distribution de la distance à la cellule « morte » la plus proche, avec la coupure associée à 2 cm (échelle horizontale logarithmique).

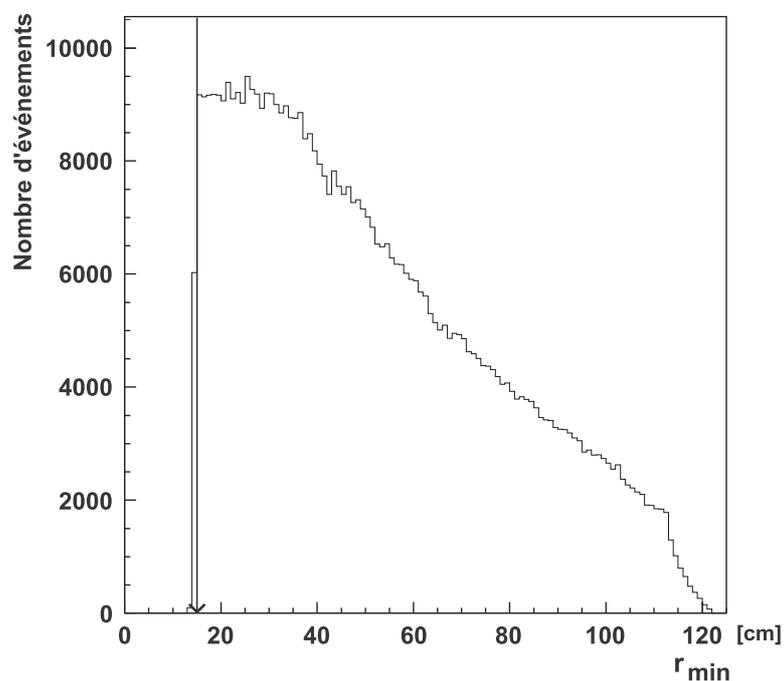


FIG. 5.3 – Distribution du rayon d'impact des photons, pour laquelle une coupure à 15 cm est imposée.

- Pour s'affranchir de biais lors de la reconstruction, notamment de fortes non-linéarités à basse énergie, chaque gerbe doit avoir une énergie associée comprise entre 3 GeV et 100 GeV (figure 5.4).

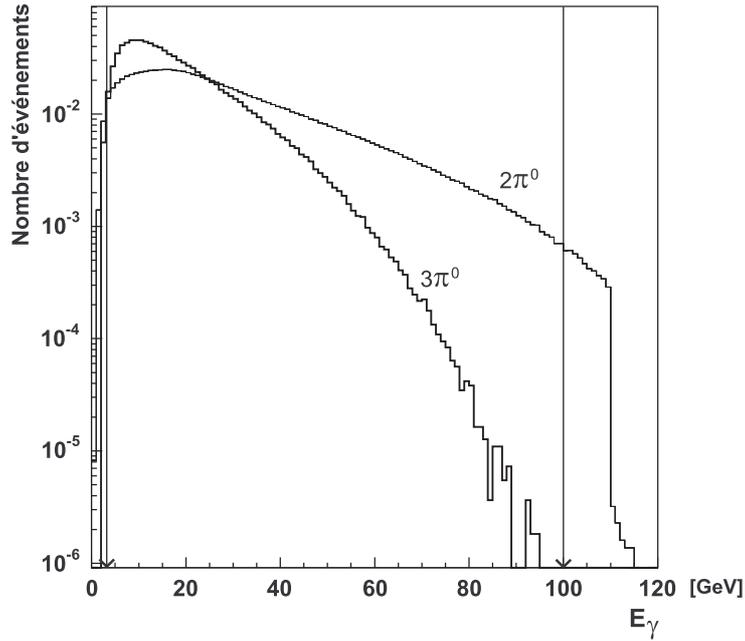


FIG. 5.4 – Distribution de l'énergie des photons pour les événements $2\pi^0$ et $3\pi^0$, avec les coupures à 3 et 100 GeV.

La figure 5.5 rassemble l'ensemble des critères géométriques imposés par la surface active du calorimètre (bordures internes et externes, cellules mortes) par la visualisation des coordonnées des points d'impact.

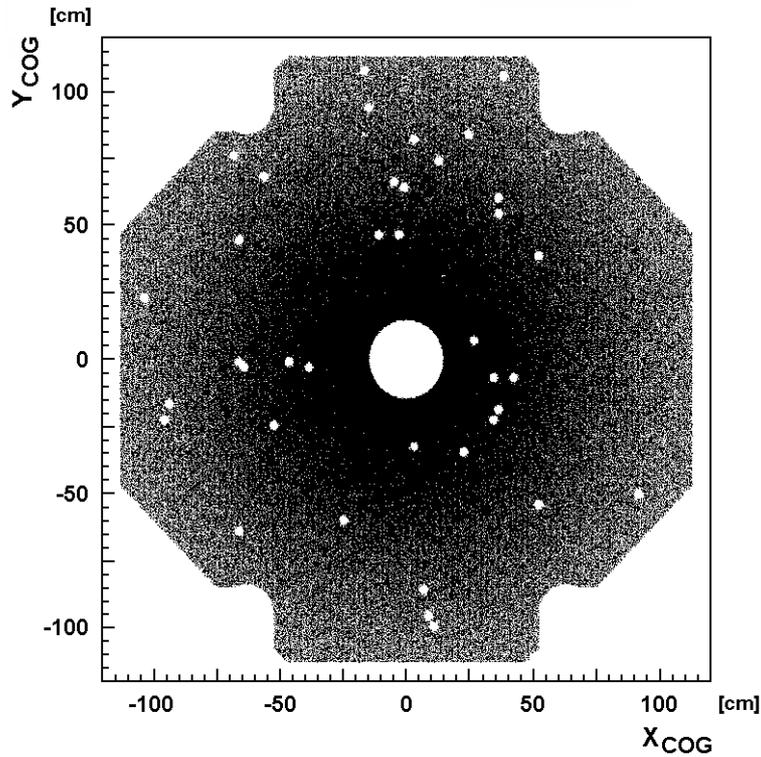


FIG. 5.5 – Distribution de la position de l'impact des photons sur la surface du calorimètre. Les taches blanches correspondent aux cellules inactives.

5.4.2 Analyse combinatoire des gerbes

Tous les sous-ensembles de $2n$ gerbes parmi celles qui satisfont les critères précédents sont ensuite considérés. L'énergie E_K du kaon, qui est la somme des énergies des $2n$ photons pour un événement correctement reconstruit, doit être comprise entre 70 et 170 GeV (la justification de ces coupures est reportée au chapitre suivant). La figure 5.6 montre le spectre en énergie des kaons pour les runs dilution et haute intensité, qui se distinguent du fait de la différence des énergies et des angles d'attaque des protons sur les cibles K_L et K_S respectivement.

Pour s'assurer que ces groupes d'amas sont corrélés en temps, une coupure à $\pm 2 ns$ est effectuée sur la différence entre le temps moyen des $2n$ gerbes et le temps de chacune d'entre elles (voir figure 5.7). Si au moins un des amas ne satisfait pas cette sélection, le sous-ensemble n'est plus considéré. Cette coupure permet de réduire les effets de l'activité accidentelle dans le LKr.

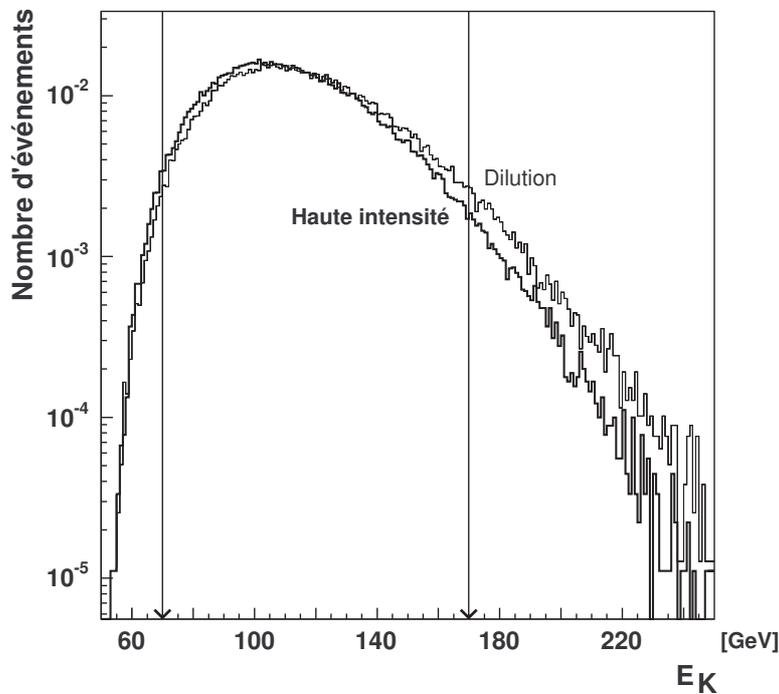


FIG. 5.6 – Spectre énergétique des kaons pour les runs haute intensité et dilution. Pour les besoins de l'analyse, seul l'intervalle $70 < E_K < 170 GeV$ sera considéré.

La distance minimale entre deux amas (d_{min}) du sous-ensemble est ensuite calculée, et si elle est inférieure à 10 cm ce sous-ensemble est rejeté. Cette coupure, qui est de l'ordre de $2 R_M$, permet de minimiser les biais introduits par le recouvrement des amas sur la mesure de l'énergie des photons. La figure 5.8, où apparaît la coupure en d_{min} , montre notamment que lorsque la distance entre deux amas descend en-dessous de 3 cm environ, ceux-ci fusionnent pour n'en donner qu'un. Ce phénomène sera discuté au chapitre 6 lorsqu'il s'agira d'expliquer l'effet des désintégrations Dalitz sur la mesure de η_{000} .

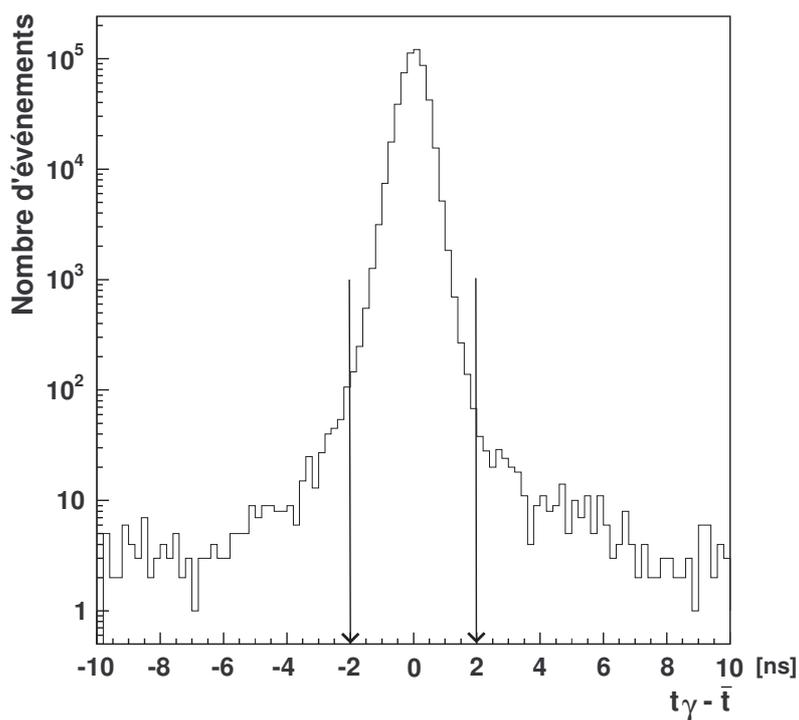


FIG. 5.7 – Distribution de la différence entre le temps d'une gerbe et le temps moyen de l'ensemble des gerbes. Les événements doivent avoir leurs $2n$ photons dans la zone qui s'étend de -2 à $+2$ ns.

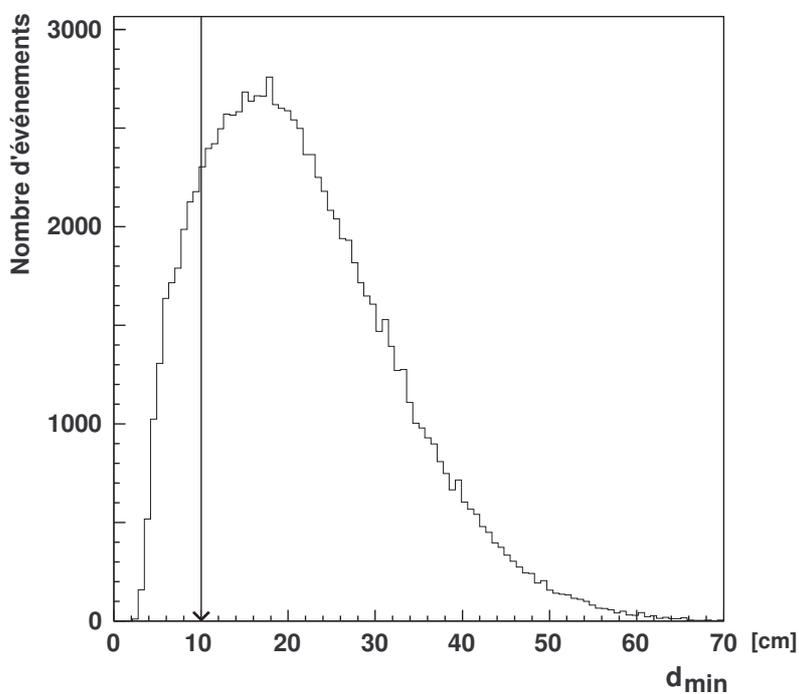


FIG. 5.8 – Distribution de la distance minimale (notée d_{min}) entre les $2n$ photons, après application de toute la procédure de sélection sur un sous-ensemble des données. Le critère de sélection est $d_{min} > 10$ cm.

Toutes les combinaisons de $2n$ gerbes qui franchissent ces coupures sont admises comme candidates pour une désintégration $K_{S,L} \rightarrow n\pi^0$.

Position longitudinale du vertex de désintégration

Dans l'hypothèse où les $2n$ gerbes sont issues de la décroissance de n pions neutres provenant d'un même kaon, on peut construire une relation entre la position longitudinale de ce vertex (à 20 GeV , un π^0 parcourt typiquement $5 \mu\text{m}$ avant de se désintégrer) et les quantités reconstruites au niveau du calorimètre. On admettra que la distance D_{v-L} séparant ce vertex commun et la face du calorimètre est grande comparée à la dimension transverse de celui-ci, de sorte que les angles entre l'axe du faisceau et les trajectoires des différents photons sont petits (voir figure 5.9).

La notation adoptée consiste à nommer E_i l'énergie du photon i , \vec{p}_i son impulsion, θ_{ij} l'angle entre les trajectoires des photons i et j , et r_{ij} la distance séparant les impacts de ces mêmes photons avec la face d'entrée du calorimètre. La loi de conservation de l'énergie entraîne alors :

$$\begin{aligned} m_K^2 &= \left(\sum_{i=1}^{2n} E_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{2n} \vec{p}_i \right)^2 \\ &= 2 \sum_{i < j} E_i E_j (1 - \cos \theta_{ij}) \end{aligned} \quad (5.3)$$

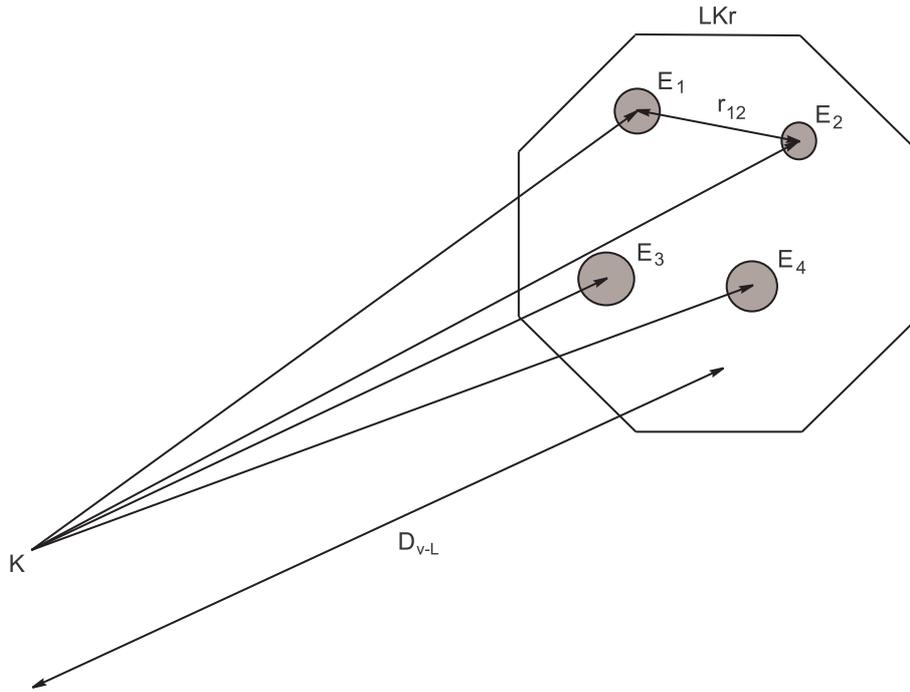


FIG. 5.9 – Événement $2\pi^0$ vu par le calorimètre électromagnétique. La connaissance de l'énergie et de la position des photons est suffisante pour calculer la distance séparant le vertex de désintégration de la face d'entrée du calorimètre.

Avec $2(1 - \cos \theta_{ij}) \simeq \theta_{ij}^2 \simeq r_{ij}^2 / D_{v-L}^2$, il vient finalement :

$$D_{v-L} = \frac{1}{m_K} \sqrt{\sum_{i < j} E_i E_j r_{ij}^2} \quad (5.4)$$

À partir de la connaissance de D_{v-L} , le temps de vie propre du kaon s'obtient par :

$$c\tau = \frac{(z_{LKR} - D_{v-L})M_K}{E_K} \quad (5.5)$$

z_{LKR} est la distance séparant la cible K_S de la face du calorimètre, M_K est la masse du kaon et E_K son énergie (avec la convention $c = 1$).

Les figures 5.10 et 5.11 montrent respectivement les distributions en z et $c\tau$ pour les modes $2\pi^0$ et $3\pi^0$ pour les deux types de runs, et sur toute la gamme énergétique en E_K . Pour les besoins de l'analyse, il sera nécessaire d'imposer des coupures sur les distributions en $c\tau$, qui seront introduites et justifiées au prochain chapitre.

Remarques

Les quatre types de distribution de la figure 5.11 ont chacune leur importance pour la suite de l'analyse :

- La distribution a ($K \rightarrow 3\pi^0$, run haute intensité) est celle qui est «sensible» à η_{000} .
- La distribution b ($K \rightarrow 3\pi^0$, run dilution), de statistique abondante, constitue la normalisation pour le calcul de η_{000} .
- La distribution c ($K \rightarrow 2\pi^0$, run haute intensité), grâce à son front de montée bien marqué par la durée de vie courte du K_S , permettra l'étude de l'échelle en énergie.
- La distribution d ($K \rightarrow 2\pi^0$, run dilution) sera utile pour le calcul du coefficient de dilution sur cible K_L .

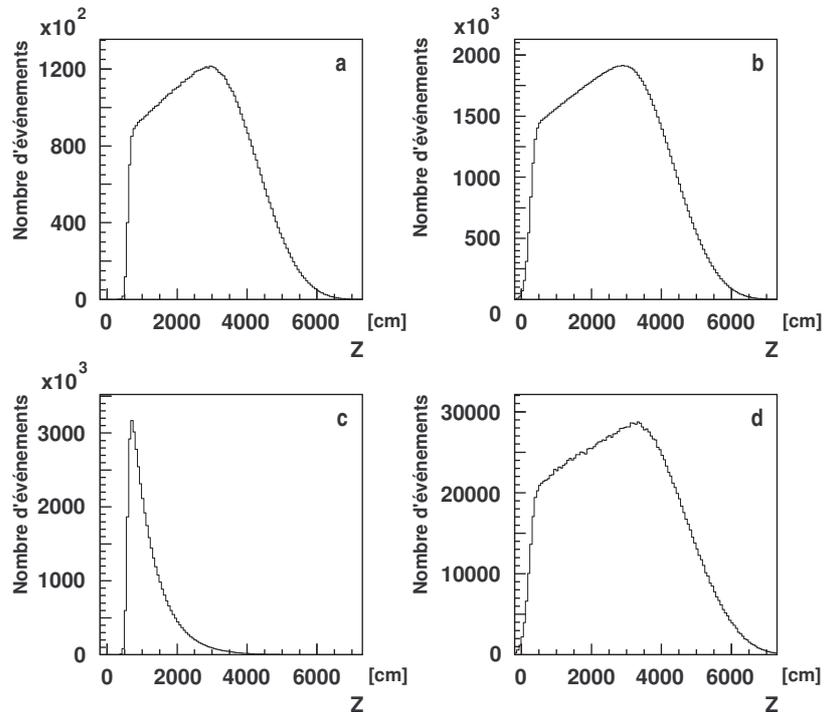


FIG. 5.10 – Distribution en z des vertex de désintégration pour les événements $3\pi^0$ du run haute intensité (a) et dilution (b), et pour les événements $2\pi^0$ du run haute intensité (c) et dilution (d).

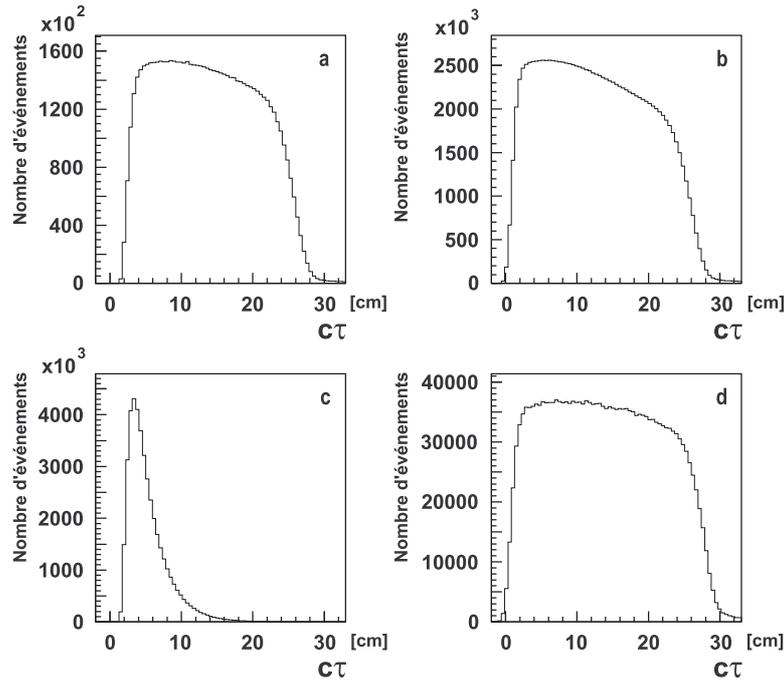


FIG. 5.11 – Distribution en $c\tau$ des vertex de désintégration pour les événements $3\pi^0$ du run haute intensité (a) et dilution (b), et pour les événements $2\pi^0$ du run haute intensité (c) et dilution (d).

Les résolutions sur les grandeurs reconstruites comme le temps de vie propre ou la position longitudinale du vertex de désintégration sont des conséquences des résolutions finies sur la position et l'énergie des photons, par les relations 5.5 et 5.4 respectivement. Leur dépendance vis-à-vis de l'énergie du kaon peut aisément être extraite de la simulation. Les résolutions en z et $c\tau$ doivent se comporter comme celles en position et énergie, c'est-à-dire être une fonction décroissante de E_K .

Les figures 5.12 et 5.13 présentent respectivement les résolutions en $c\tau$ et z pour la gamme en énergie considérée, qui ont pour valeurs typiques respectives 0.3 cm et 50 cm .

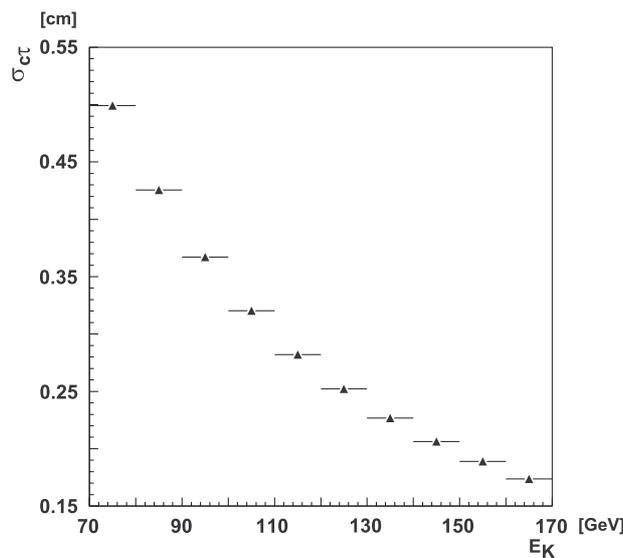


FIG. 5.12 – Résolution sur le temps de vie propre du kaon en fonction de E_K .

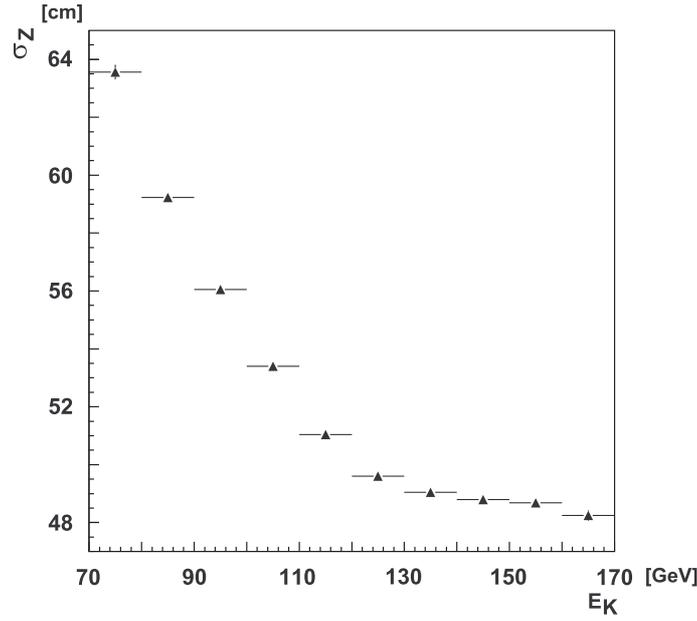


FIG. 5.13 – Résolution sur la position longitudinale du vertex de désintégration en fonction de E_K .

Masse invariante des pions

Une fois D_{v-L} calculée, les $2n$ photons sont appariés selon toutes les combinaisons envisageables (il y en a trois pour $n = 2$ et quinze pour $n = 3$), pour voir si l'une d'entre elles reproduit les n masses de pions grâce à la formule :

$$\begin{aligned}
 m_{ij} &= \sqrt{(E_i + E_j)^2 - (\vec{p}_i + \vec{p}_j)^2} = 2\sqrt{E_i E_j \sin^2 \frac{\theta_{ij}}{2}} \\
 &= \frac{r_{ij}}{D_{v-L}} \sqrt{E_i E_j}
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

où les indices i et j sont ceux des photons appartenant au couple considéré.

La figure 5.14 montre, pour le cas d'une désintégration en deux pions, que les masses reconstruites sont anti-corrélées. À partir de la somme et de la différence de ces grandeurs, qui sont quasiment indépendantes, on peut construire une variable de χ^2 pour discriminer des événements de bruit de fond. Pour les désintégrations en deux pions, celle-ci s'écrit :

$$R_{ellipse}^{2\pi^0} = \frac{1}{9} \left\{ \left(\frac{\frac{m_1+m_2}{2} - m_{\pi^0}}{\sigma_+} \right)^2 + \left(\frac{\frac{m_1-m_2}{2}}{\sigma_-} \right)^2 \right\} \tag{5.7}$$

où σ_+ et σ_- sont les résolutions sur la demi-somme et la demi-différence des masses invariantes des deux paires de photons, qui sont paramétrisées par l'énergie du photon le moins énergétique.

Le même raisonnement s'étend au cas à trois pions où on définit :

$$R_{ellipse}^{3\pi^0} = \frac{1}{9} \left\{ \left(\frac{\frac{m_1+m_2+m_3}{3} - m_{\pi^0}}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{m_1 - \frac{m_2+m_3}{2}}{\sigma_2} \right)^2 + \left(\frac{\frac{m_2-m_3}{2}}{\sigma_3} \right)^2 \right\} \tag{5.8}$$

avec $\sigma_1 = \sigma \left(\frac{m_1+m_2+m_3}{3} \right)$, $\sigma_2 = \sigma \left(m_1 - \frac{m_2+m_3}{2} \right)$ et $\sigma_3 = \sigma \left(\frac{m_2-m_3}{2} \right)$, dont la paramétrisation est analogue à celle du cas discuté précédemment. Dans les deux définitions (5.7) et (5.8), le facteur $\frac{1}{9}$ est purement conventionnel.

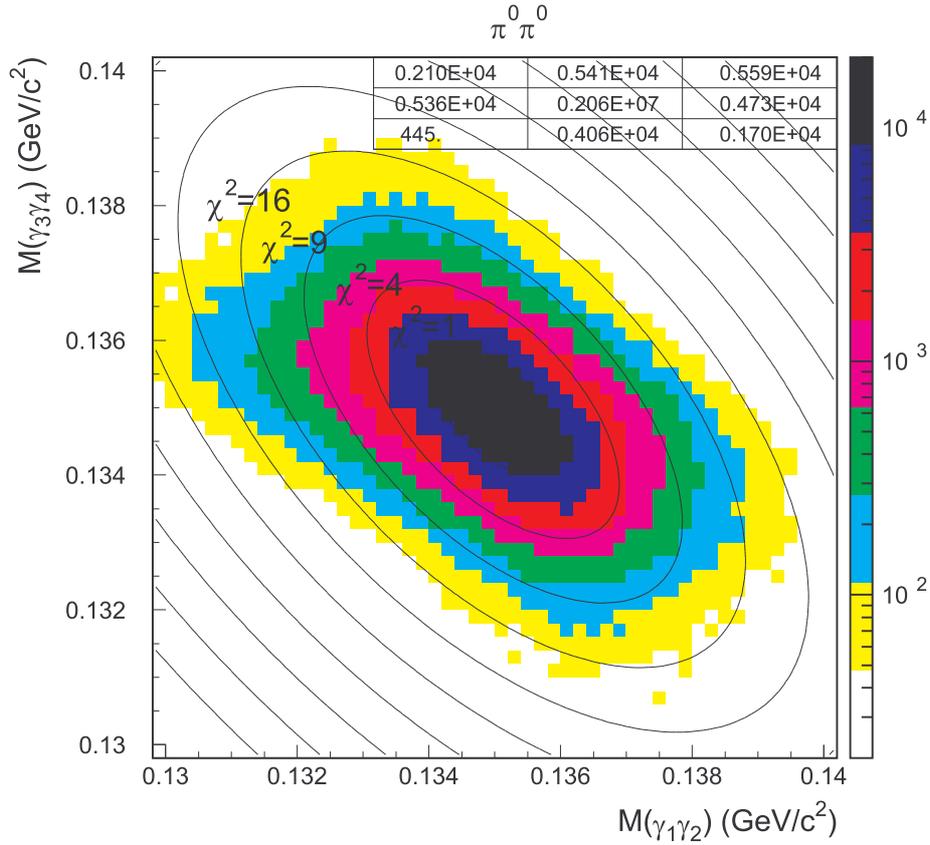


FIG. 5.14 – *Anti-corrélation des masses reconstruites des pions neutres pour des événements $2\pi^0$, due à la contrainte de la masse du kaon.*

Parmi tous les appariements de photons candidats, est retenu celui qui minimise la variable R_{ell} . Une coupure sur R_{ell} est ensuite imposée : elle est fixée à 1.5 pour les événements $2\pi^0$ afin de réduire le bruit de fond $3\pi^0$ pour lequel deux photons sortiraient de l'acceptance. Dans ce dernier cas, la position en z du vertex est surestimée, menant à une sous-évaluation de la masse du pion (formule 5.6) et une augmentation de R_{ell} . Dans le cas des désintégrations $3\pi^0$, pour lesquelles **aucun bruit de fond n'est attendu**, la coupure a été déplacée à 3.0. Elle permet de s'affranchir des effets non-gaussiens dans la résolution des grandeurs reconstruites (voir figure 5.15).

Illumination du détecteur

Connaissant la distribution spatiale des amas ainsi que leur énergie, l'extrapolation de la trajectoire du kaon au niveau de la face d'entrée du calorimètre s'obtient en calculant les coordonnées du barycentre énergétique, appelé COG (Center Of Gravity) par la suite :

$$x_{COG} = \frac{\sum_{i=1}^{2n} E_i x_i}{\sum_{i=1}^{2n} E_i} \quad (5.9)$$

$$y_{COG} = \frac{\sum_{i=1}^{2n} E_i y_i}{\sum_{i=1}^{2n} E_i} \quad (5.10)$$

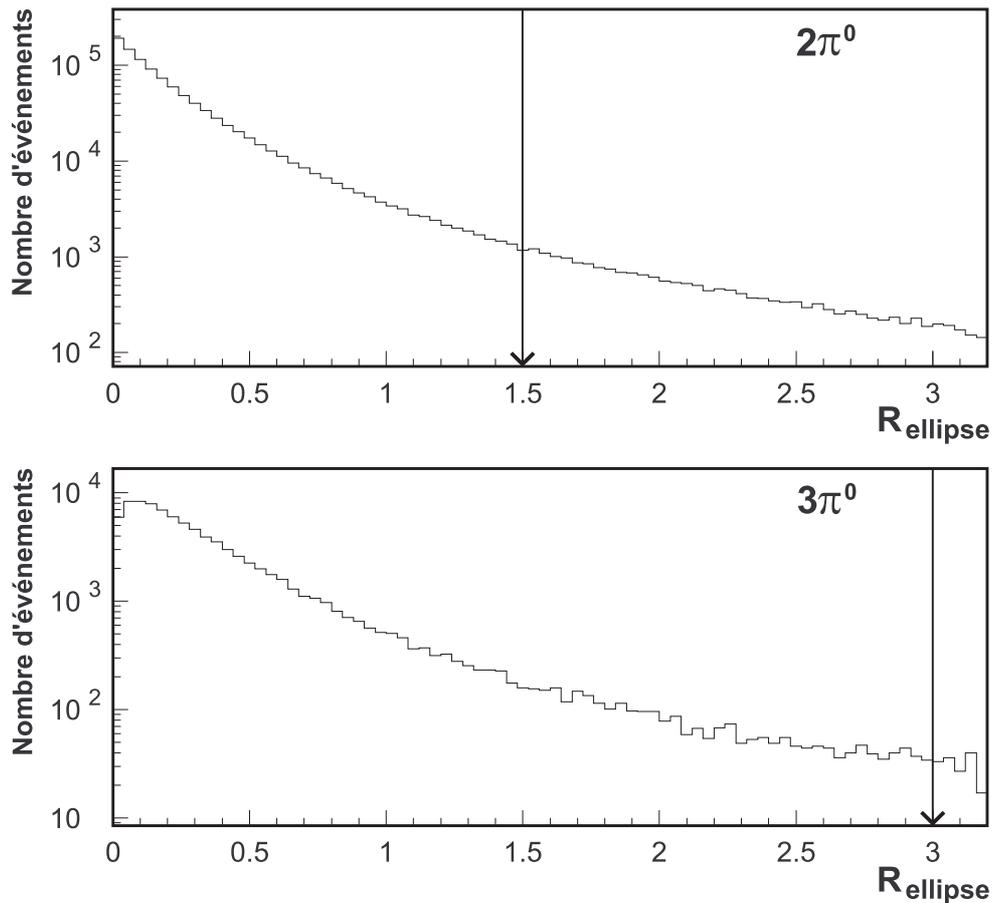


FIG. 5.15 – Distribution de la variable $R_{ellipse}$ pour les événements $2\pi^0$ (coupure à 1.5) et $3\pi^0$ (coupure à 3.0).

La variable r_{COG} est définie comme le module du vecteur $\vec{g} = x_{COG} \vec{e}_x + y_{COG} \vec{e}_y$, et seuls les événements qui satisfont $r_{COG} < 6.5 \text{ cm}$ en run haute intensité, et $r_{COG} < 3.8 \text{ cm}$ en run dilution sont retenus. La justification de ces deux coupures est fournie au chapitre suivant. Les figures 5.16 et 5.17 représentent les distributions en x_{COG} , y_{COG} , r_{COG} et y_{COG} vs x_{COG} pour les événements issus respectivement des runs haute intensité et dilution, avec relâchement de la coupure (elle est symbolisée par la flèche sur les figures c).

Notons, pour le mode $2\pi^0$, que cette coupure est fortement corrélée à celle en $R_{ell}^{2\pi^0}$: un événement dont l'énergie n'a pas été estimée correctement (photons sortant de l'acceptance) aura un r_{COG} décentré en même temps qu'un $R_{ell}^{2\pi^0}$ important.

Deux remarques peuvent être soulignées :

- Il est apparent sur les figures 5.16 et 5.17 que le faisceau K_S a un rayon plus important que le faisceau K_L au niveau du calorimètre. Il s'agit là d'un point important sur lequel j'aurai l'occasion de revenir lors de la mesure de η_{000} .
- Le faisceau K_S possède un halo [36], qui est principalement dû aux interactions du faisceau avec son collimateur final, dont le diamètre est plus petit que celui du collimateur final du faisceau K_L . La coupure en r_{COG} permet donc de s'affranchir de l'essentiel de ce halo.

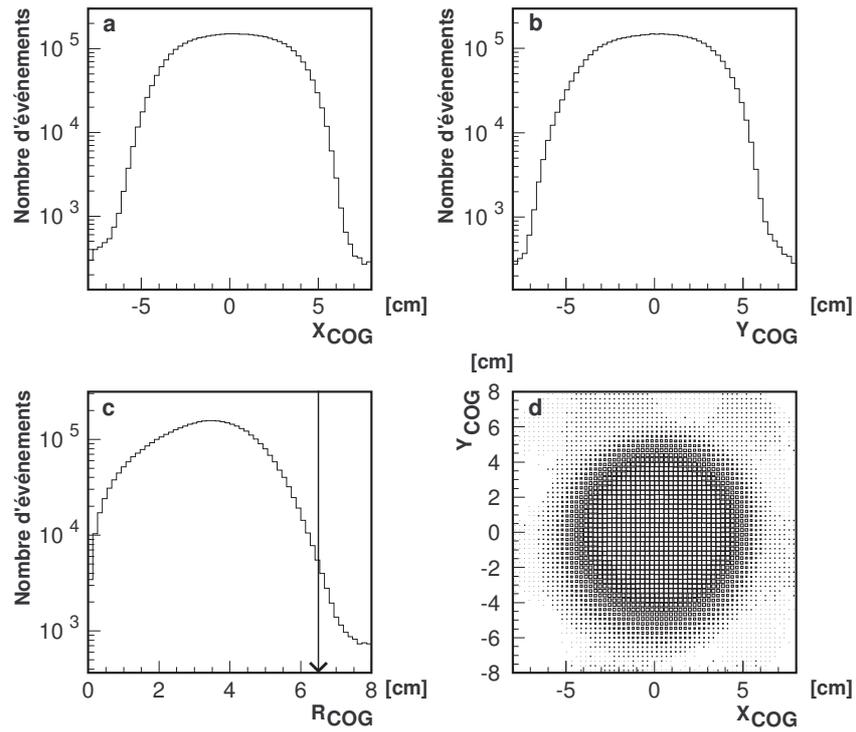


FIG. 5.16 – Illumination du détecteur en run haute intensité: distributions en x_{COG} (a), y_{COG} (b), r_{COG} (c), et y_{COG} vs x_{COG} (d), avec la coupure associée.

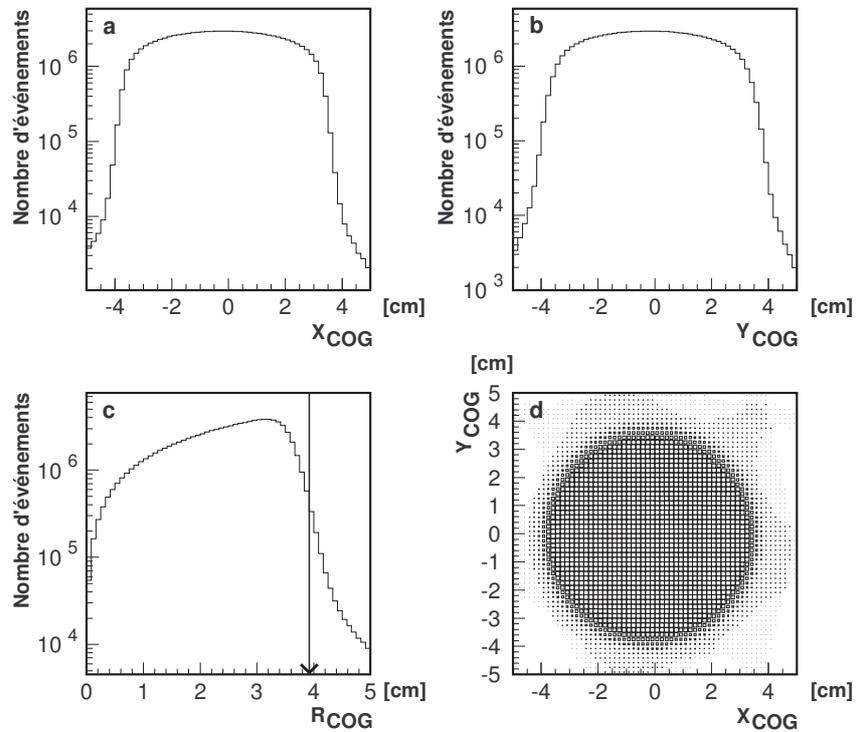


FIG. 5.17 – Illumination du détecteur en run dilution: distributions en x_{COG} (a), y_{COG} (b), r_{COG} (c), et y_{COG} vs x_{COG} (d), avec la coupure associée.

Activité accidentelle

Le dernier critère de sélection consiste à rejeter un événement qui posséderait un amas supplémentaire en temps avec les $2n$ autres (à moins de $3 ns$ du temps moyen des amas), et dont l'énergie est supérieure à $1.5 GeV$. De plus, un événement est rejeté lorsque le dépôt énergétique dans le calorimètre hadronique (HAC) est supérieur à $3 GeV$. Ces coupures permettent de réduire l'effet de l'activité accidentelle.

Rappel des critères de sélection

Le tableau suivant résume l'ensemble des coupures qui ont été abordées dans les sections précédentes :

Grandeur	Coupure
Énergie des kaons	$70 < E_K < 170 GeV$
Énergie d'un amas	$3 < E < 100 GeV$
Position d'un amas	Supérieure à $5 cm$ du bord du calorimètre
Distance entre deux amas	$d_{min} > 10 cm$
Distance à une cellule morte	$d_{dead} > 2 cm$
Cohérence temporelle	$ \Delta t < 2 ns$
Variable de χ^2	$R_{ellipse}^{2\pi^0} < 1.5$
	$R_{ellipse}^{3\pi^0} < 3.0$
Barycentre énergétique	$R_{COG} < 6.5 cm$ en run haute intensité
	$R_{COG} < 3.8 cm$ en run dilution
Amas supplémentaire	$ \Delta t > 3 ns$ ou $E < 1.5 GeV$
Énergie dans le HAC	$E < 3 GeV$

TAB. 5.4 – Résumé des coupures d'analyse.

Les pourcentages de réjection qui leur sont associés apparaissent dans le tableau 5.5. Ils sont calculés en observant l'écart relatif du nombre d'événements observés en relâchant et imposant la coupure courante, toutes les autres étant appliquées.

Grandeur	Haute intensité		Dilution	
	$2\pi^0$ (%)	$3\pi^0$ (%)	$2\pi^0$ (%)	$3\pi^0$ (%)
Énergie des kaons	5.5	1.2	6.3	2.1
Énergie d'un amas	5.6	5.3	6.7	5.0
Position d'un amas	9.7	20.0	9.5	19.8
Distance entre deux amas	1.1	15.9	3.9	16.2
Distance à une cellule morte	3.0	5.1	3.2	6.0
Cohérence temporelle	0.2	0.6	1.5	0.6
Variable de χ^2	2.9	3.1	3.0	2.8
Barycentre énergétique	1.1	1.0	4.0	1.7
Amas supplémentaire	0.2	0.5	0.1	0.3
Énergie dans le HAC	3.3	4.1	3.0	3.0

TAB. 5.5 – Pourcentages de réjection des coupures pour les différents runs et modes de désintégration.

Le tableau 5.6 rassemble les statistiques obtenues à l'issue de la sélection des événements sur les lots expérimentaux (les chiffres sont donnés en millions) :

Run	$2\pi^0$	$3\pi^0$
Haute intensité	40	5.6
Dilution	1.8	118

TAB. 5.6 – *Statistiques des lots expérimentaux pour les modes $2\pi^0$ et $3\pi^0$.*

Chapitre 6

La mesure de η_{000}

Suite à la présentation faite de η_{000} au cours du chapitre 4, la mesure de ce paramètre va s'effectuer en ajustant le terme d'interférence sur les distributions en temps de vie propre des événements $3\pi^0$, dûment corrigées. Ce chapitre a pour but d'établir et de justifier la méthode employée pour y parvenir.

Une première section est dédiée à la mise en oeuvre de deux corrections. La première concerne le coefficient de dilution, qui intervient au niveau de l'ajustement, et la seconde le spectre énergétique des kaons, qui est introduite dans la simulation. L'étude des lots expérimentaux sera ensuite abordée. Il sera notamment question d'introduire un échantillonnage adéquat des données pour la mesure de η_{000} , qui consiste à répartir les événements $3\pi^0$ selon le temps de vie propre et l'énergie du kaon. Deux étapes préliminaires de correction d'acceptance seront ensuite décrites : la première par les données du run dilution, et la seconde par la simulation, afin d'effectuer une correction géométrique résiduelle. L'étude du système de déclenchement et du système de collimation permettront de délimiter dans le plan $(c\tau, E_K)$ la zone de signal. L'effet des désintégrations *Dalitz* sera ensuite abordé, avant d'effectuer une comparaison de la simulation avec les données expérimentales.

Ce chapitre conclura sur une étude de la cohérence de la méthode ainsi que l'ajustement de η_{000} . Les effets systématiques seront traités au cours du prochain chapitre.

6.1 Corrections

6.1.1 Le coefficient de dilution

Les formules 4.2 et 4.3 montrent, en négligeant $Re(\epsilon_K)$, qu'il n'est pas possible d'obtenir l'interférence K_S / K_L avec un faisceau qui contient des K^0 et \bar{K}^0 en proportions égales. Cependant, l'interaction des protons avec la cible nucléaire (en béryllium pour l'expérience NA48) engendre une asymétrie dans les nombres de K^0 et \bar{K}^0 produits, quantifiée par le coefficient de dilution D de la formule 4.2.

Pour comprendre l'origine de ce phénomène, observons quelques états finals issus de l'interaction proton - noyau :

$$\begin{aligned} p + N &\rightarrow K^0 + \bar{K}^0 + p + N & (a) \\ p + N &\rightarrow \bar{K}^0 + K^+ + n + N & (b) \\ p + n &\rightarrow K^0 + K^- + p + p & (c) \\ p + N &\rightarrow K^0 + \Lambda^0 + N + \pi^+ & (d) \\ p + N &\rightarrow \bar{K}^0 + \bar{\Lambda}^0 + p + n + N & (e) \end{aligned} \tag{6.1}$$

Contrairement au processus (a), les réactions (b)-(e) ne sont pas symétriques K^0/\bar{K}^0 . Les réactions (b) et (c), avec un kaon chargé dans l'état final, ne se produisent pas à la même fréquence :

dans (b) le proton peut interagir avec un nucléon quelconque du noyau, alors qu'il doit s'agir forcément d'un neutron dans (c) (par suite de la conservation de la charge). De plus, le processus (d) est favorisé par rapport à (e) : la production d'un anti-baryon dans (e) doit être compensée par celle d'un baryon, et cette réaction devient cinématiquement moins favorisée.

Approche théorique

Le modèle des partons fournit l'outil d'évaluation du coefficient de dilution, et notamment de sa dépendance avec l'énergie du kaon [46]. L'idée est d'exprimer les spectres de production K^0 / \bar{K}^0 en fonction des spectres de production connus K^+ / K^- .

En se limitant aux trois saveurs légères, l'état du proton prend la forme :

$$p = (F_v^u + F_s^u)u + (F_v^d + F_s^d)d + F_s^{\bar{u}}\bar{u} + F_s^{\bar{d}}\bar{d} + F_s^s s + F_s^{\bar{s}}\bar{s} \quad (6.2)$$

où F_v^q et F_s^q sont respectivement les fractions de quarks de valence et de la mer de type q . Les sections efficaces de production de K^0 , \bar{K}^0 , K^+ et K^- sont obtenues en supposant le kaon produit par diffusion simple suivie d'une phase d'hadronisation. Prenons l'exemple du K^+ , qui admet dans le cadre de cette approximation deux mécanismes de production : un quark \bar{s} de la mer est expulsé du proton et se combine avec un quark u lors de l'hadronisation, ou encore un quark u du proton (de valence ou de la mer) se combine avec un quark \bar{s} de la mer. Ce type de raisonnement peut s'étendre à la production des autres kaons, et conduit aux paramétrisations suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma(K^0(\bar{s}d)) &= \kappa[F_s^{\bar{s}} + \gamma_s(F_v^d + F_s^d)] \\ \sigma(\bar{K}^0(s\bar{d})) &= \kappa[F_s^s + \gamma_s F_s^{\bar{d}}] \\ \sigma(K^+(\bar{s}u)) &= \kappa[F_s^{\bar{s}} + \gamma_s(F_v^u + F_s^u)] \\ \sigma(K^-(s\bar{u})) &= \kappa[F_s^s + \gamma_s F_s^{\bar{u}}] \end{aligned} \quad (6.3)$$

Le facteur γ_s , de l'ordre de 0.3, traduit l'abondance relative des quarks $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ et $s\bar{s}$ de la mer, et κ est un facteur de normalisation commun aux différents processus. Pour relier les différentes sections efficaces de production, il suffit d'utiliser les relations suivantes :

$$F_s^q = F_s^{\bar{q}} \quad F_s^u \simeq F_s^d \quad F_v^u = 2F_v^d \quad (6.4)$$

qui signifient que les fractions dans la mer sont identiques pour un quark et son anti-quark, ainsi que pour les deux saveurs les plus légères (u et d). La troisième relation traduit la structure interne du proton. À partir des relations 6.4 se déduisent les identités :

$$\begin{aligned} \sigma(\bar{K}^0) &= \sigma(K^-) \\ \sigma(K^0) &= \frac{1}{2}(\sigma(K^+) + \sigma(K^-)) \end{aligned} \quad (6.5)$$

Des relations 4.2 et 6.5, on peut écrire symboliquement :

$$D = \frac{K^+ - K^-}{K^+ + 3K^-} \quad (6.6)$$

Les taux de production K^+ / K^-

Les taux de production des kaons chargés, par unité d'impulsion et d'angle solide, s'écrivent sous la forme :

$$\frac{d^3N}{dp d\Omega} = \frac{a b c p^2}{\pi p_0} e^{-b \frac{p}{p_0} - c(p\theta)^2} \quad (6.7)$$

	K^-	K^+
a	0.10	0.16
b	13.00	8.50
c	3.50	3.00

TAB. 6.1 – Paramètres des taux de production K^-/K^+ pour le calcul du coefficient de dilution.

Les coefficients a , b et c dépendent de la charge du kaon produit, et ont fait l'objet de mesures expérimentales qui sont consignées dans le tableau 6.1 [6]. p_0 est l'impulsion du proton qui arrive sur la cible avec un angle d'incidence θ , tandis que p est l'impulsion du kaon émergent. Au final, la formule de dilution est obtenue en insérant l'expression 6.7 dans la relation 6.6, ce qui fait apparaître explicitement la dépendance par rapport à l'énergie du kaon produit. Le graphique 6.1 rassemble la présente évaluation théorique du coefficient de dilution avec des mesures expérimentales obtenues par NA31 et NA48 [43], avec un faisceau de protons à 450 GeV et un angle d'incidence de 4.2 mrad. Au paragraphe suivant une correction sera apportée au coefficient de dilution, car l'acquisition des données en 2000 s'est déroulée avec des paramètres faisceaux légèrement différents de ceux qui viennent d'être cités.

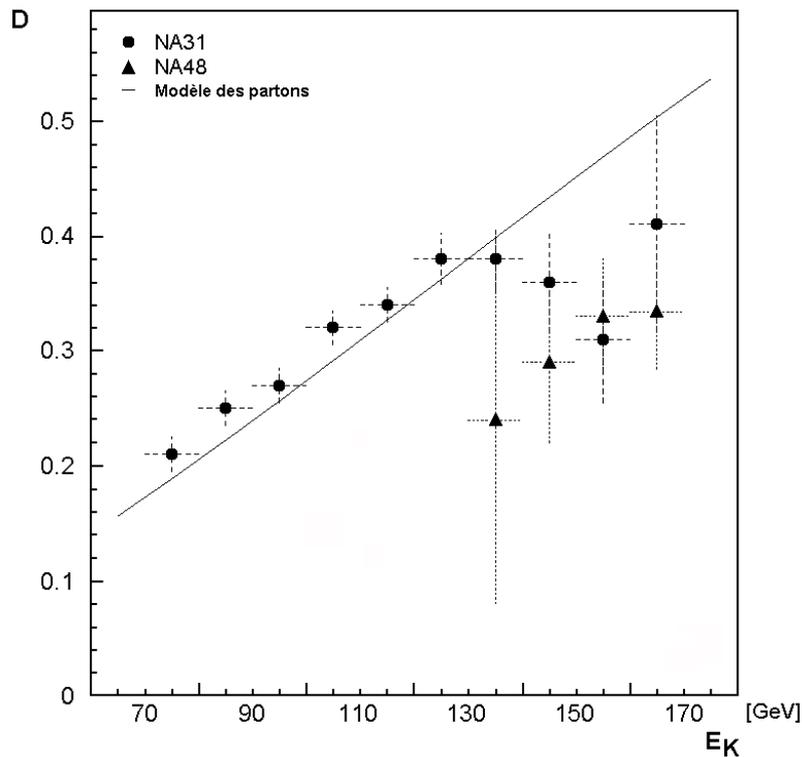


FIG. 6.1 – Coefficient de dilution en fonction de l'énergie du kaon, tel qu'évalué par NA31, NA48 et le modèle des partons.

6.1.2 Correction du coefficient de dilution

La figure 6.1 montre un écart sensible entre le modèle théorique de la dilution et les données expérimentales sur la partie supérieure du spectre en énergie des kaons. L'extraction de η_{000} va être effectuée en utilisant l'étude de NA31, qui couvre une gamme énergétique plus étendue et présente

des incertitudes moindres que celle de NA48. Or les conditions de faisceau ont été légèrement différentes en 2000 (protons à 400 GeV et angle d'incidence à 3.0 $mrad$) par rapport à celles en vigueur lors la prise de données NA31, ce qui implique une correction sur D . Celle-ci, qui dépend de l'énergie, est obtenue en calculant le rapport des profils théoriques du coefficient de dilution évalué pour les deux conditions de faisceau, et en multipliant ensuite ce rapport par les données expérimentales. Cette procédure est illustrée sur la figure 6.2, où apparaissent les deux profils théoriques (graphique *a*) ainsi que leur rapport (graphique *b*).

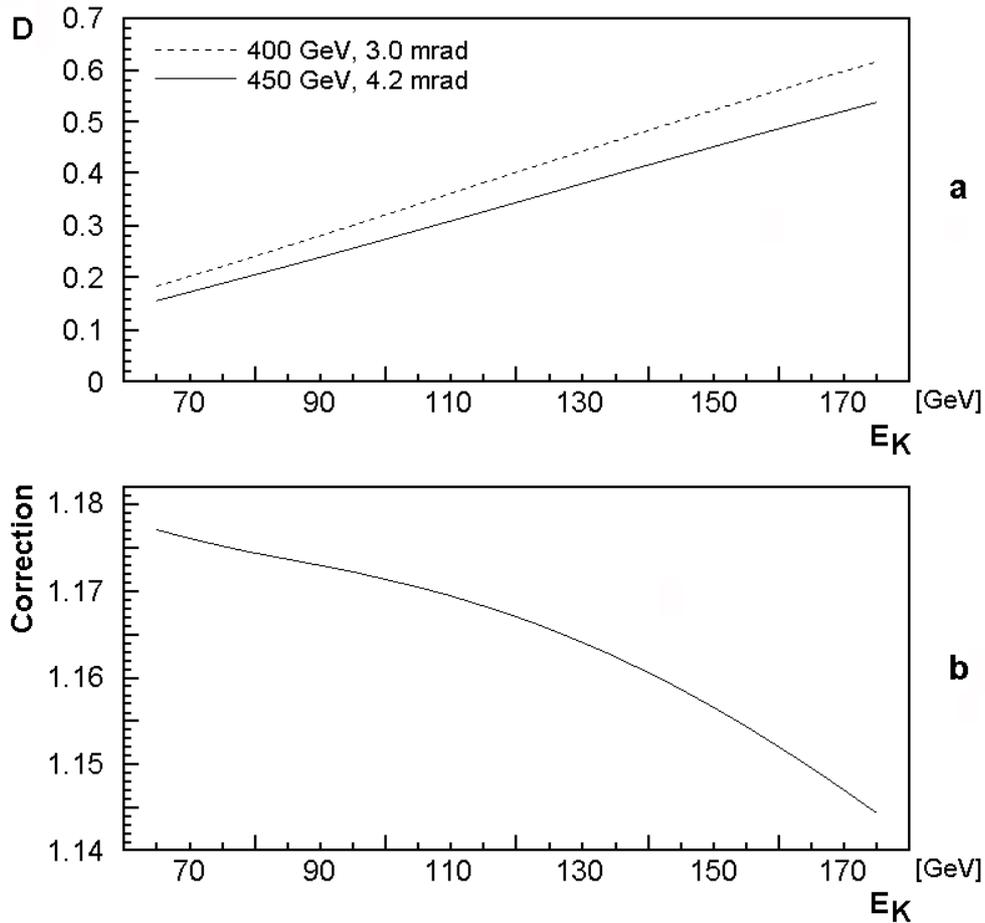


FIG. 6.2 – Correction du coefficient de dilution. En *a* : $D(E_K)$ dans la configuration NA31 (trait plein) et NA48 2000 (tirets). En *b* : rapport $D(E_K)_{NA48}/D(E_K)_{NA31}$.

Le coefficient de dilution avant et après correction apparaît sur la figure 6.3. On remarquera que les conditions expérimentales ont entraîné un accroissement de D , et on peut montrer que cela a pour effet induit de diminuer l'erreur statistique sur la mesure du paramètre η_{000} .

6.1.3 Correction du spectre en énergie des kaons

La distribution en énergie des kaons a déjà été entrevue au paragraphe 4.1.5 qui faisait état des conditions en vigueur pour la prise de données 2000.

Le spectre de production déduit des mesures d'Atherton et al. [6] ne reproduit pas de façon assez précise les spectres des faisceaux K_S et K_L . Des corrections doivent donc être introduites au niveau des simulations (NASIM et MiniSIM), afin que celles-ci reproduisent au mieux les données. La stratégie consiste à ajuster le rapport (Data/MC) des spectres par une fonction polynômiale de

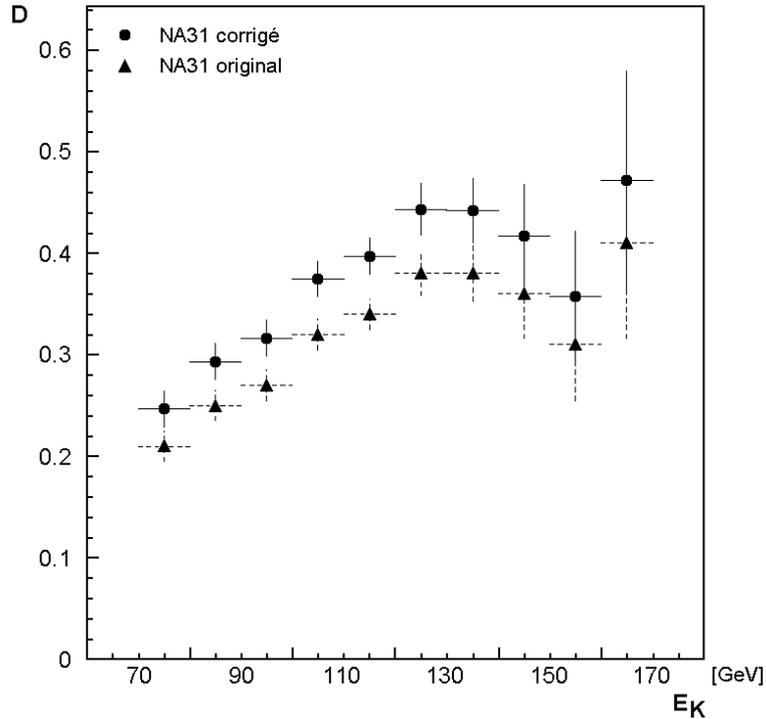


FIG. 6.3 – Dilution avant (triangles) et après (disques) correction.

l'énergie, qui viendra multiplier la formule d'Atherton (relation 5.1) lors de la génération. Dans les deux cas, les corrections sont issues de la sélection en trois pions neutres.

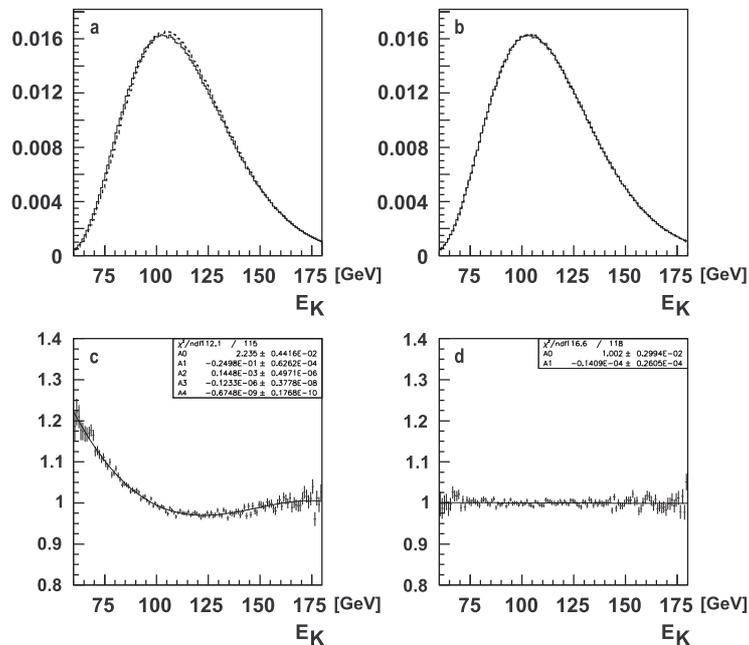


FIG. 6.4 – Spectres des kaons produits sur cible K_S . a : spectres avant correction (données en trait plein, simulation en pointillés), c : rapport des deux spectres précédents, b : spectres après correction (données en trait plein, simulation en pointillés), d : rapport des deux spectres précédents.

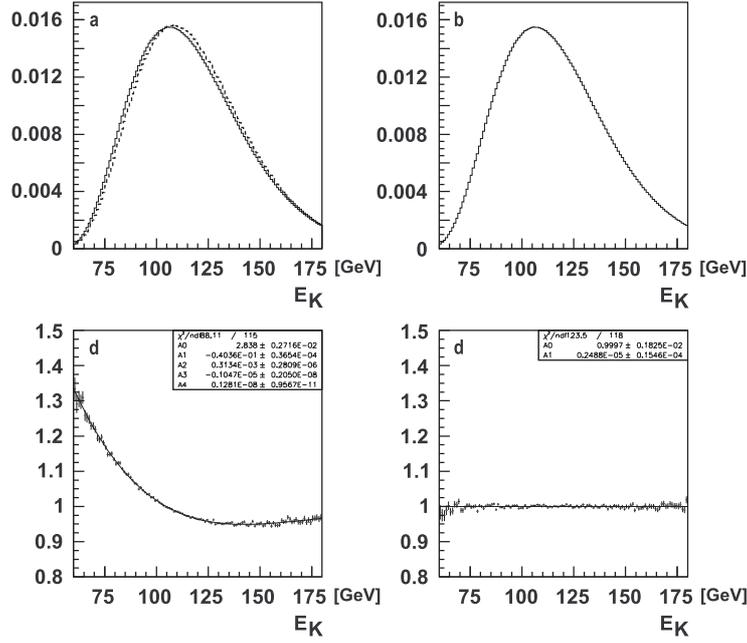


FIG. 6.5 – Spectres des kaons produits sur cible K_L . a : spectres avant correction (données en trait plein, simulation en pointillés), c : rapport des deux spectres précédents, b : spectres après correction (données en trait plein, simulation en pointillés), d : rapport des deux spectres précédents.

Les corrections sur l'énergie des kaons peuvent s'élever jusqu'à 20/30 % pour les plus basses énergies, et n'excèdent pas 5 % au-delà de 100 GeV.

6.2 Échantillonnage des événements

La problématique est de pouvoir obtenir une représentation des données convenable pour la mesure de η_{000} . Une première approche consisterait à utiliser les distributions globales en temps de vie propre des désintégrations $K \rightarrow 3\pi^0$, intégrées sur toute l'étendue du spectre en énergie, qui ont été obtenues au chapitre précédent (figure 5.11). Cette approche se révèle cependant insuffisante car les limites d'acceptation en temps de vie propre pour les désintégrations en trois pions neutres dépendent de l'énergie. Plus précisément, le collimateur conditionne la montée des distributions, car sa position en $c\tau$ est inversement proportionnelle à l'énergie du kaon. On verra en outre, à la section 6.3.2, que l'efficacité du système de déclenchement neutre impose la réjection d'événements pour les plus grandes valeurs de $c\tau$.

Il semble naturel, à la vue de ces arguments, de faire intervenir dans la représentation des données un découpage suivant l'intervalle en énergie des kaons. Par la suite, on considèrera donc la répartition des événements $3\pi^0$ dans le plan $(c\tau, E_K)$. Ce découpage permet aussi de s'affranchir de la connaissance précise du spectre en énergie des kaons, et de la différence des spectres de production sur les cibles K_S et K_L .

Les résultats de l'algorithme de sélection sur les données expérimentales, pour les runs haute intensité et dilution, après introduction des intervalles en énergie, apparaissent sur les figures 6.6 et 6.7 (le nombre d'événements étant proportionnel à la surface des rectangles). Le « grain » choisi pour le découpage en énergie est de 10 GeV, qui permet d'avoir des intervalles suffisamment réduits pour s'affranchir de la forme globale du spectre, tout en conservant une statistique raisonnable. L'intervalle en E_K , qui s'étend de 70 à 170 GeV, coïncide avec celui sur lequel le coefficient de dilution a pu être mesuré avec précision par NA31. Cette restriction sur l'énergie du kaon n'introduit

pas de limitation sur la mesure de η_{000} car la statistique en deçà de 70 GeV et au-delà de 170 GeV est négligeable.

On remarquera que la montée des distributions en run dilution se situe avant la montée de celles en run haute intensité. Ce comportement est expliqué par le diamètre des collimateurs, qui est beaucoup plus réduit pour la cible K_S ($\varnothing = 3 \text{ mm}$) que pour la cible K_L ($\varnothing = 27 \text{ mm}$). Dans ce dernier cas, de nombreuses désintégrations se produisant au voisinage de la bouche du collimateur final peuvent être correctement reconstruites.

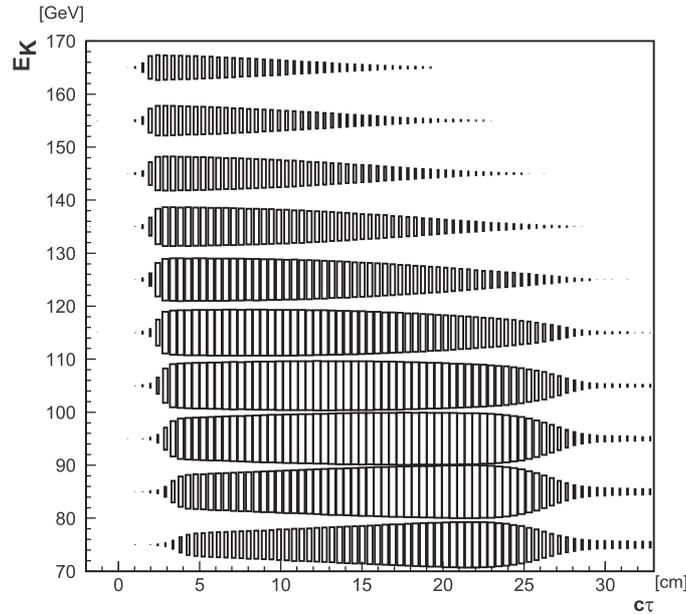


FIG. 6.6 – Répartition des événements $K \rightarrow 3\pi^0$ par intervalle de temps de vie propre (abscisse) et d'énergie du kaon (ordonnée) pour le run haute intensité.

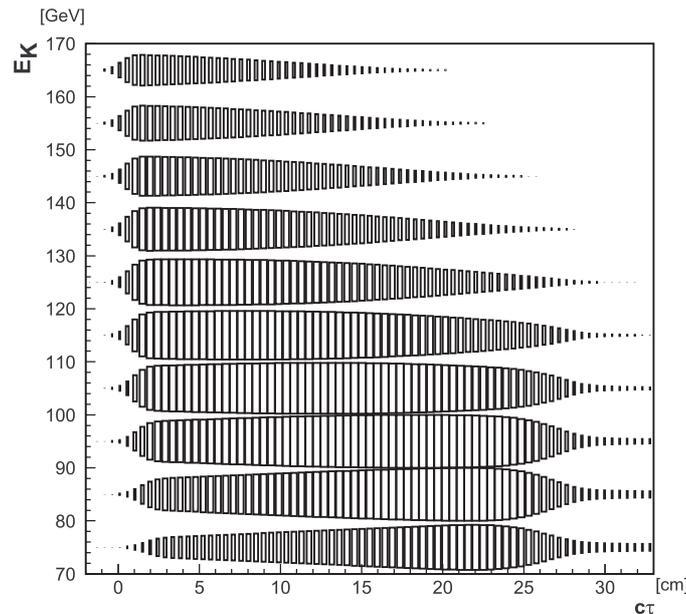


FIG. 6.7 – Répartition des événements $K \rightarrow 3\pi^0$ par intervalle de temps de vie propre (abscisse) et d'énergie du kaon (ordonnée) pour le run dilution.

6.3 Délimitation de la zone de signal

Les figures 6.6 et 6.7 font apparaître deux régions qui doivent être exclues lors de la mesure de η_{000} : la région à bas $c\tau$ qui comprend le front de montée des distributions, et la région à haut $c\tau$ et basse énergie, dont le comportement des distributions est conditionné par la coupure en temps de vie propre du système de déclenchement neutre. Le but de cette section est de dégager la zone de signal en déterminant, pour chaque intervalle en énergie, les limites d'acceptation en $c\tau$ des événements $3\pi^0$.

6.3.1 Coupures à bas $c\tau$: l'effet du collimateur final

La réjection des événements pour les premiers intervalles en temps de vie propre est soumise à deux exigences incompatibles. La première est de définir la limite de réjection suffisamment proche de la cible de manière à élargir la zone de sensibilité à η_{000} (voir figures 4.3 et 4.4). La seconde est de l'éloigner suffisamment du front de montée des distributions pour s'affranchir de l'effet du système de collimation.

En effet, il est très difficile de modéliser finement cette région à l'aide de la simulation. Il faut rappeler que l'AKS n'était pas installé pendant la prise de données en régime haute intensité, et c'est donc le collimateur final qui définit la montée des distributions. La reproduction de sa position dans le cadre d'une simulation est délicate et requiert une excellente connaissance à la fois de la géométrie du faisceau K_S , de l'échelle en énergie (qui a pour effet de décaler les distributions en temps de vie propre), et de la résolution en énergie.

La stratégie pour s'affranchir de cette région tout en conservant un maximum de sensibilité consiste à effectuer une coupure qui dépend non seulement de la tranche en énergie (car la position $c\tau_{coll}$ du collimateur dépend de E_K), mais aussi de la résolution en temps de vie propre pour l'intervalle considéré. Cette réjection est imposée par le collimateur final K_S uniquement, car son étroitesse implique que les distributions en $c\tau$ des événements $3\pi^0$ débutent plus en aval que les distributions analogues issues de la cible K_L (figures 6.6 et 6.7).

La position du collimateur final K_S en fonction de l'énergie s'écrit :

$$c\tau_{coll} = \frac{D_{T \rightarrow C} \times M_K}{E_K} \quad (6.8)$$

où $D_{T \rightarrow C}$, qui est la distance séparant la cible K_S de la fenêtre de sortie du collimateur final, est de 600 cm approximativement.

La distance à «parcourir» pour s'éloigner de la zone sensible au collimateur à partir de $c\tau_{coll}$ dépend de la résolution en énergie. Le critère choisi est de prendre un éloignement de $3 \times \sigma_{c\tau}(E_K)$. La courbe de résolution en temps de vie propre en fonction de l'énergie, qui a déjà été présentée au chapitre précédent (figure 5.12), montre que cette distance diminue lorsque l'énergie croît. Les valeurs des coupures ainsi calculées sont présentées figure 6.8.

La figure 6.9 montre, dans le cas du run haute intensité, le profil d'exclusion correspondant. Les variations de η_{000} vis-à-vis de ces coupures seront discutées au chapitre 7.

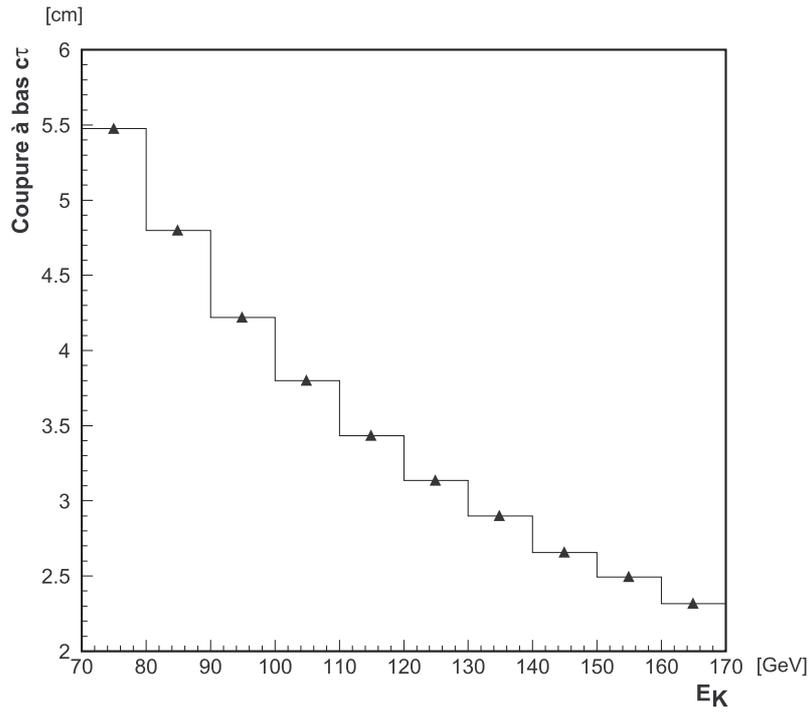


FIG. 6.8 – Coupure à bas $c\tau$ conditionnée par le collimateur final.

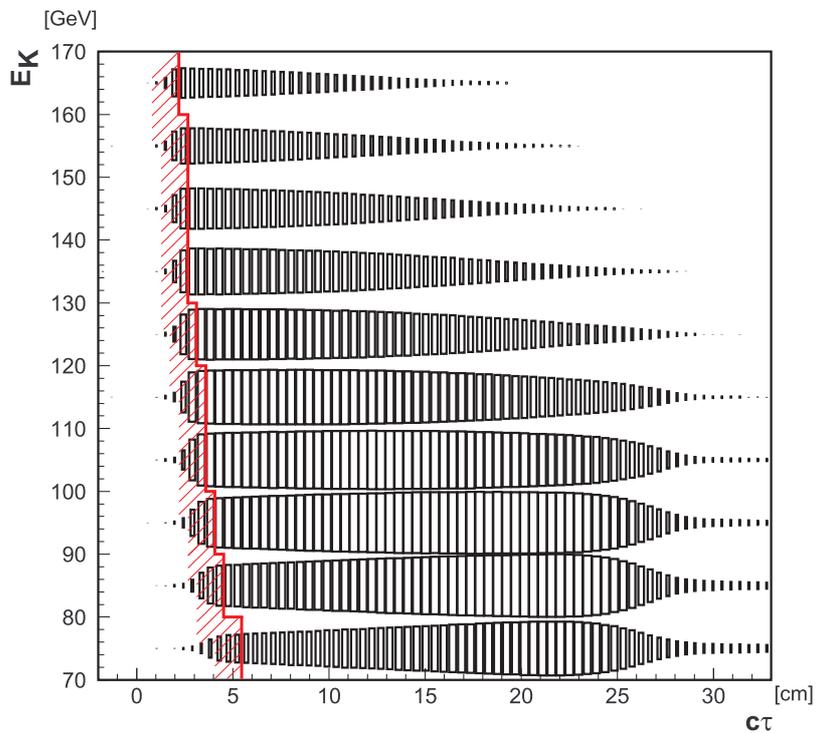


FIG. 6.9 – Contour d'exclusion des événements $3\pi^0$ à bas $c\tau$, adapté en fonction de l'énergie et de la résolution en temps de vie propre, illustré sur les données du run haute intensité. Ce critère de sélection permet de s'affranchir de l'effet de la collimation.

6.3.2 Coupures à haut $c\tau$: efficacité du système de déclenchement

La distribution des événements $3\pi^0$ présente, aux basses énergies et hauts temps de vie propre, une décroissance prononcée qui n'est pas prise en compte par la simulation (voir figure 6.10). Il faut cependant se rappeler que le système de déclenchement neutre opère une coupure sur le «temps de vie propre global», défini par la relation 3.11, à $9c\tau_S$. Ce temps de vie propre n'est pas à rigoureusement parler identique à celui calculé lors de la sélection pour les deux raisons que voici :

- L'énergie des photons «vue» par le système de déclenchement n'est pas la même que celle qui est accessible au niveau de la reconstruction *offline*.
- Le temps de vie propre calculé ne tient compte d'aucun critère de sélection. En particulier, tous les amas calorimétriques sont pris en compte pour le calcul de $c\tau_{global}$ (voir formule 3.11).

Il s'ensuit que le système de déclenchement peut avoir, a priori, une zone d'efficacité qui ne peut se résumer à la portion du plan $(c\tau, E_K)$ pour laquelle $c\tau < 9c\tau_S$ ($\simeq 24\text{ cm}$). La détermination de cette efficacité, qui fait l'objet de cette section, ajoutera un second contour d'exclusion, mais cette fois-ci pour les valeurs élevées de $c\tau$.

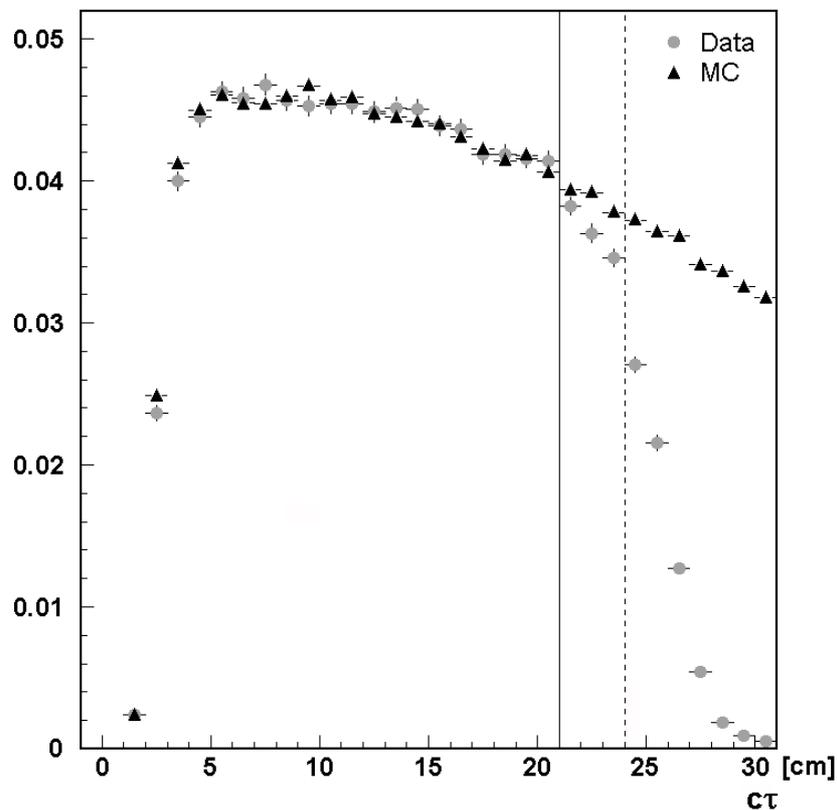


FIG. 6.10 – Comparaison données / MC des distributions en temps de vie propre sur l'ensemble du spectre énergétique des kaons. Les deux distributions se distinguent à partir d'environ 21 cm, du fait de la plage limitée de pleine efficacité du système de déclenchement.

Détermination de l'efficacité

La mesure de l'efficacité est rendue possible par l'utilisation d'un déclenchement de contrôle indépendant du NUT, issu de l'hodoscope neutre. La méthode consiste donc à regarder si un événement, déclenché par l'hodoscope neutre et identifié comme $3\pi^0$ par la procédure de sélection, est

aussi associé à un déclenchement du NUT. En comparant les distributions d'événements déclenchés par l'hodoscope d'une part, et par l'hodoscope et le NUT d'autre part, les inefficacités peuvent être localisées dans certains intervalles des variables pertinentes pour l'analyse. Dans le cas présent, il s'agit de voir où sont situées les inefficacités dans le plan $(c\tau, E_K)$ sur lequel va être ajusté η_{000} .

Résultats

Les temps de vie propre sont histogrammés par intervalle d'énergie et pour les deux conditions de déclenchement indiquées au paragraphe précédent. L'efficacité pour une valeur en $c\tau$ et en énergie données est obtenue en effectuant le rapport $\eta = \frac{N_{HOD \times NUT}}{N_{HOD}}$ du nombre d'événements déclenchés par l'hodoscope et le NUT, et du nombre d'événements déclenchés par l'hodoscope uniquement. L'incertitude sur l'efficacité est calculée par la formule classique :

$$\sigma_\eta = \sqrt{\frac{\eta(1-\eta)}{N_{HOD}}} \quad (6.9)$$

Les calculs d'efficacité réalisés sur chaque intervalle de temps de vie propre et d'énergie sont consignés dans la figure 6.11. Le profil d'efficacité en fonction de $c\tau$ et E_K , dont l'explication sera fournie au paragraphe suivant, conduira à exclure de l'analyse les zones inefficaces situées après les barres verticales. En ne considérant pas ces régions, l'efficacité globale du système de déclenchement peut être évaluée à 99.8 %, aussi bien pour le run haute intensité que dilution.

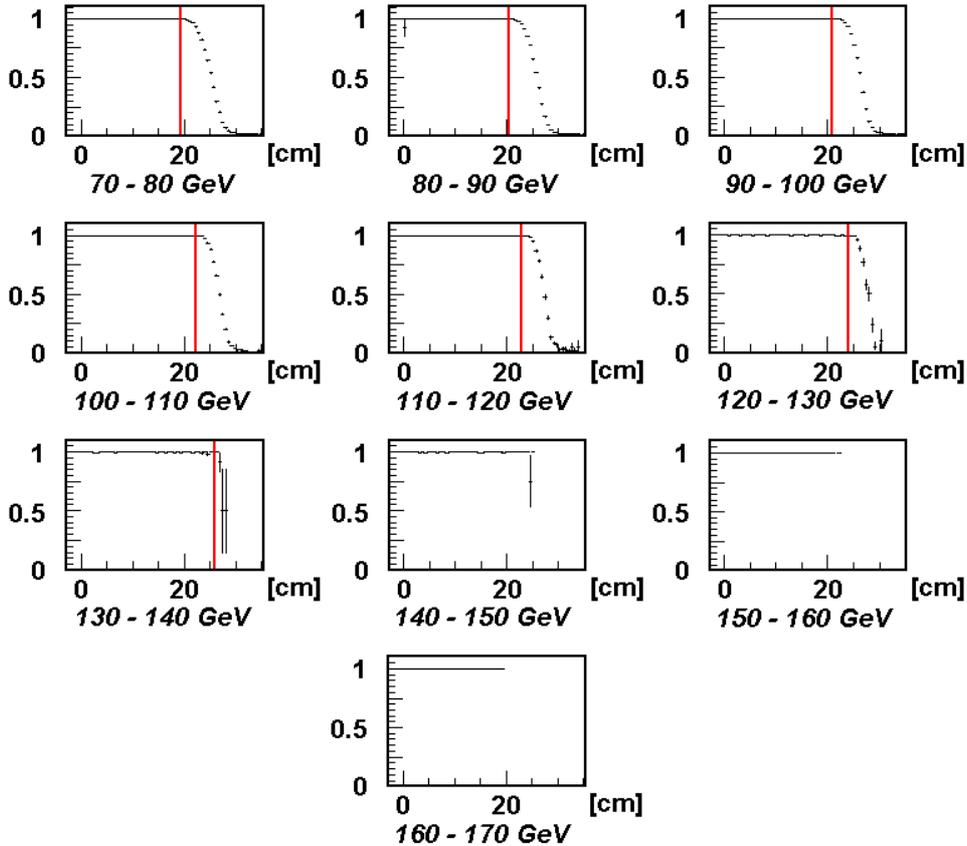


FIG. 6.11 – Efficacité du système de déclenchement par tranche en énergie: la barre verticale, dont la position varie en fonction de l'énergie, marque le début de la zone d'inefficacité. Celle-ci sera bien sûr exclue dans le cadre de la détermination de η_{000} .

6.3.3 Comportement qualitatif de l'efficacité

Le comportement de l'efficacité du système de déclenchement neutre dans le plan $(c\tau, E_K)$ est principalement conditionné par la coupure qu'il effectue sur le « temps de vie propre », qui est fixée à $9c\tau_S$, soit 24 cm approximativement (voir la description du système de déclenchement neutre au chapitre 3).

Le début de la zone de diminution de l'efficacité sur les différents intervalles en énergie ne correspond cependant pas à cette valeur, comme nous l'enseigne la figure 6.11 : la zone d'efficacité s'étend lorsque l'énergie croît. Ce comportement s'explique par le fait que l'énergie vue par le système de déclenchement n'est pas tout à fait la même que celle qui est disponible hors ligne. Leur comparaison montre que le déclenchement a tendance à sous-estimer la valeur de l'énergie des photons (voir la figure 3.23), et que ce comportement est plus prononcé pour les basses énergies.

Les formules 5.4 et 5.5 montrent que cet effet tend à augmenter le $c\tau$ d'un événement, lequel sera rejeté si cette nouvelle valeur franchit la coupure à $9c\tau_S$. Cette coupure « effective » du système de déclenchement doit donc tendre vers $9c\tau_S$ lorsque l'énergie croît, puisque l'énergie moyenne des photons elle aussi augmente. Cet effet est celui qui est observé sur la figure 6.11.

6.3.4 Efficacité en mode $K_S \rightarrow 2\pi^0$

Une conséquence de l'explication du paragraphe précédent est que pour une même tranche en énergie, la zone d'efficacité doit être plus étendue pour le mode $K_S \rightarrow 2\pi^0$ que pour le mode $K_L \rightarrow 3\pi^0$, car l'énergie moyenne par photon pour la première décroissance (quatre photons) est supérieure à celle de la seconde (six photons). La figure 6.12 montre l'efficacité mesurée pour le mode $2\pi^0$, intégrée sur l'étendue du spectre énergétique (par besoin de statistique), pour le run haute intensité. Comme attendu, la zone de pleine efficacité s'interrompt plus en aval, à 24 cm environ.

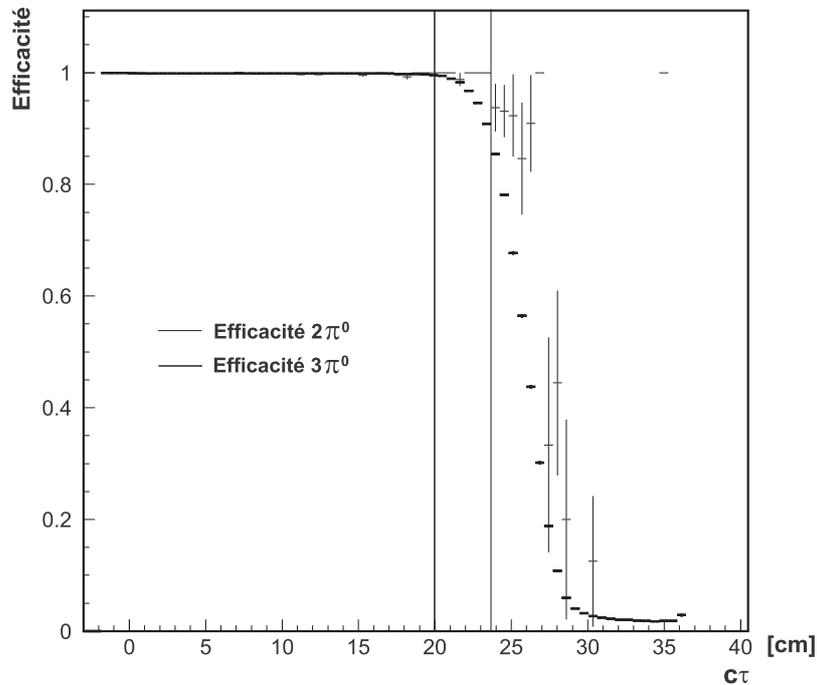


FIG. 6.12 – Efficacité du système de déclenchement neutre pour les événements $2\pi^0$ (traits fins) et $3\pi^0$ (traits épais), pendant le run haute intensité. La zone d'inefficacité débute plus en amont pour les désintégrations $3\pi^0$ que pour celles en $2\pi^0$.

6.3.5 Délimitation de la zone d'efficacité

Cette étude du système de déclenchement montre donc que le contour de la zone d'efficacité dépend de l'énergie de manière non triviale. Afin de collecter la plus grande statistique possible d'événements $3\pi^0$, une coupure indépendante de E_K n'est pas appropriée. Cette coupure a donc été adaptée en fonction de l'intervalle en énergie considéré, et conduit à rejeter les événements situés au-delà du contour de droite sur la figure 6.13.

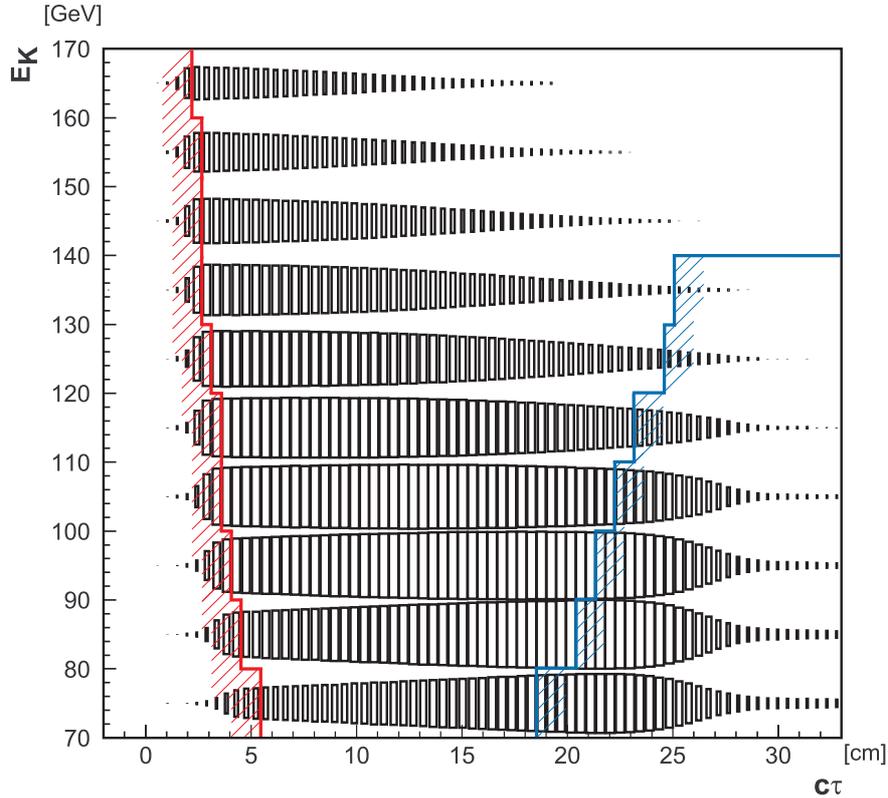


FIG. 6.13 – Le critère de réjection déduit de l'étude de l'efficacité du système de déclenchement apparaît à droite. Les données sont celles du run haute intensité.

6.3.6 Résumé des critères de sélection

Les figures 6.14 et 6.15 résument la répartition dans le plan $(c\tau, E_K)$ des événements $3\pi^0$ sélectionnés pour, respectivement, les runs haute intensité et dilution.

Le tableau 6.2 fait apparaître les statistiques des événements $3\pi^0$ collectées dans les différents lots (données et simulation, haute intensité et dilution). L'acceptance du mode $3\pi^0$ déterminée à l'aide de la simulation est d'environ 8 %.

Run	Type de données	Statistique (millions)
Haute intensité	DATA	5.4
Haute intensité	MC	43.0
Dilution	DATA	111.8
Dilution	MC	43.2

TAB. 6.2 – Statistiques obtenues par lot après application des coupures en $c\tau$.

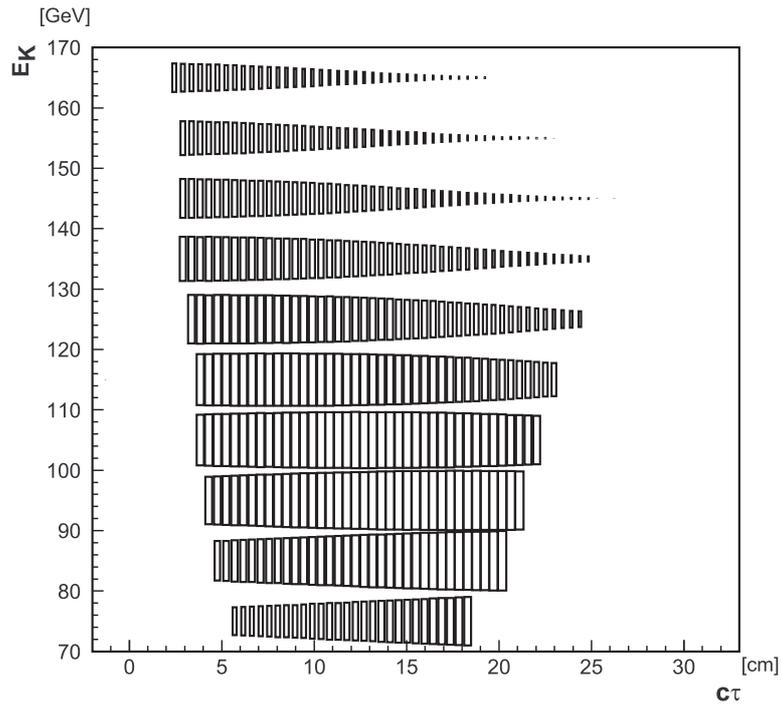


FIG. 6.14 – *Run haute intensité: événements $3\pi^0$ sélectionnés à l'issue des coupures sur le temps de vie propre.*

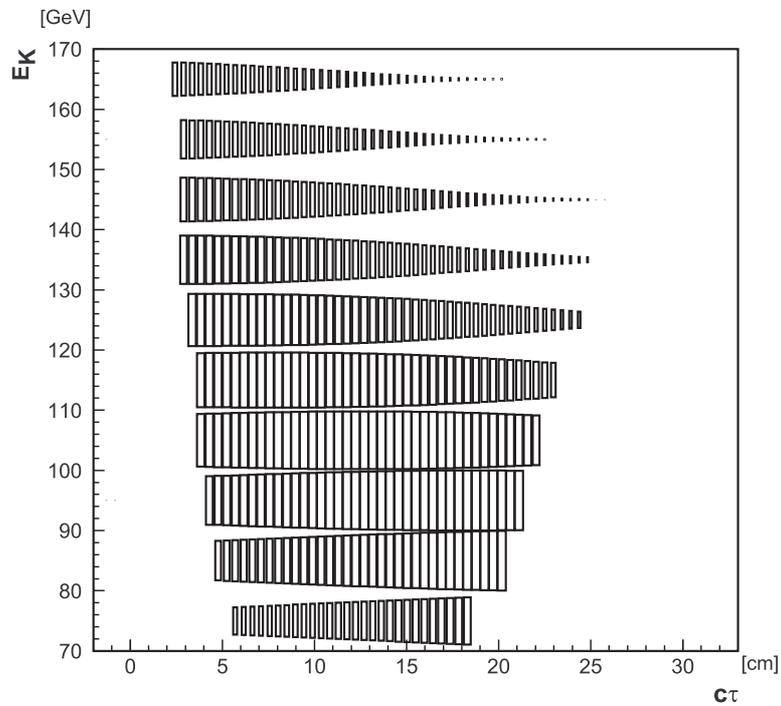


FIG. 6.15 – *Run dilution: événements $3\pi^0$ sélectionnés à l'issue des coupures sur le temps de vie propre.*

6.4 Correction des données du run haute intensité par celles du run dilution

6.4.1 Le profil des distributions

Les données du run haute intensité ne peuvent être exploitées telles quelles pour la mesure de η_{000} car les effets d'acceptance du détecteur doivent être corrigés. Ceux-ci sont manifestes sur la figure 6.16, qui montre la répartition des événements pour quatre intervalles en énergie (70 – 80 GeV, 100 – 110 GeV, 130 – 140 GeV et 160 – 170 GeV). Une acceptance de 100 % (ou plate) correspondrait à un profil exponentiellement décroissant avec τ_{K_L} comme temps caractéristique, superposé au terme de l'interférence K_S/K_L , soit une distribution quasiment plate.

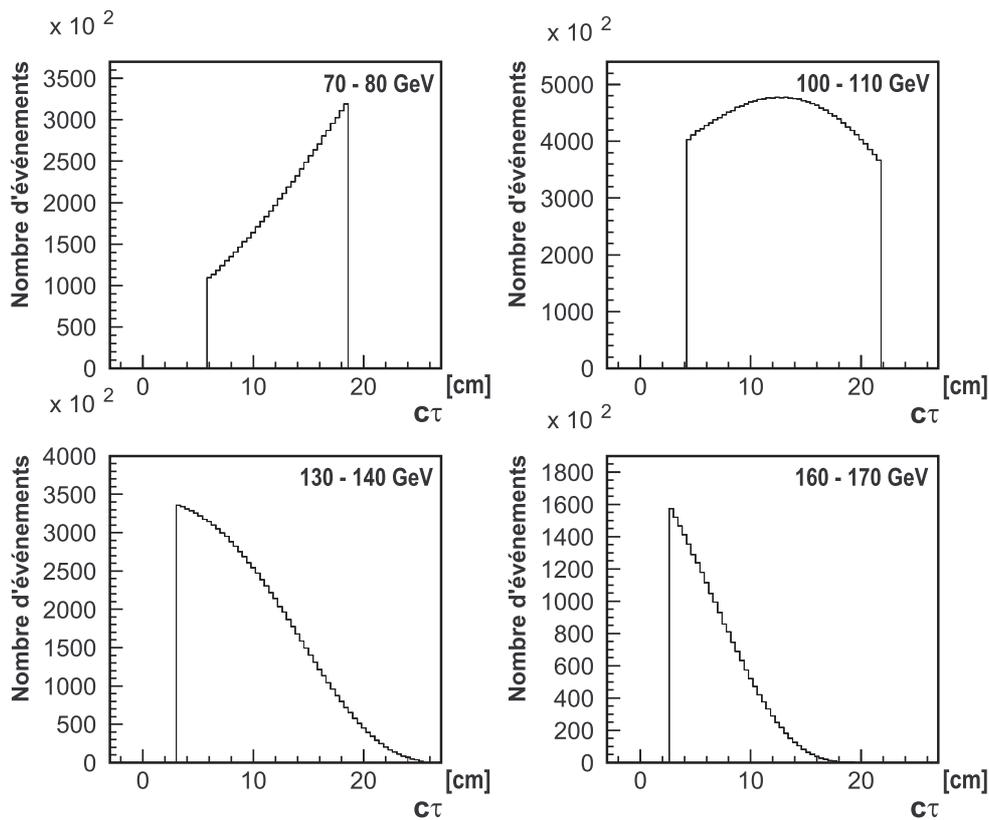


FIG. 6.16 – Distributions en temps de vie propre d'événements $3\pi^0$ (run dilution) pour différentes tranches en énergie, illustrant l'effet de l'acceptance du détecteur en fonction de E_K .

La forme des distributions à basse énergie est conditionnée par la bordure externe du calorimètre. En effet, pour de basses valeurs de E_K , l'ouverture angulaire des produits de désintégration est plus importante qu'à haute énergie. Les photons ont alors une plus grande probabilité de sortir de l'acceptance, probabilité qui diminue à mesure que la désintégration s'approche de la face d'entrée du calorimètre, ce qui explique la croissance de la distribution.

À haute énergie, c'est la coupure sur la distance minimale entre photons qui intervient. La dispersion des produits de désintégration diminue pour de telles énergies, et ce comportement s'accroît à mesure que l'on approche du LKr, d'où un profil décroissant.

Pour des énergies intermédiaires, une compétition entre les deux phénomènes est observée.

6.4.2 Une première correction d'acceptance

L'effet de l'acceptance du détecteur NA48 est corrigé en grande partie par les données $3\pi^0$ issues du run dilution en effectuant le rapport des distributions en temps de vie propre pour chaque intervalle d'énergie. Cette méthode possède les avantages suivants :

- La statistique des événements de normalisation est abondante (plus de 100 millions de désintégrations reconstruites). En outre, les conditions de prise de données pour les deux runs sont identiques : même volume fiduciel et conditions de déclenchement, etc.
- L'essentiel de la correction d'acceptance ne repose pas sur la simulation. Il est toujours plus satisfaisant de corriger des données par d'autres données afin de réduire au minimum les possibles biais introduits par une simulation.

Les deux périodes d'acquisition étant temporellement rapprochées, les dérives de performance des détecteurs sont attendues minimales. La correction d'acceptance, qui consiste à diviser les distributions en $c\tau$ des événements du run haute intensité par celles du run dilution, devrait diminuer la sensibilité de η_{000} par rapport à tout biais dans la mesure de l'énergie des photons (échelle en énergie, non-linéarités résiduelles, ...).

La figure 6.17 compare, pour différents intervalles en énergie, les distributions en temps de vie propre pour les deux types de runs. Notamment, le rapport des distributions présente un profil qui s'éloigne de l'horizontale à mesure que l'énergie augmente. Cet effet est expliqué à la section suivante.

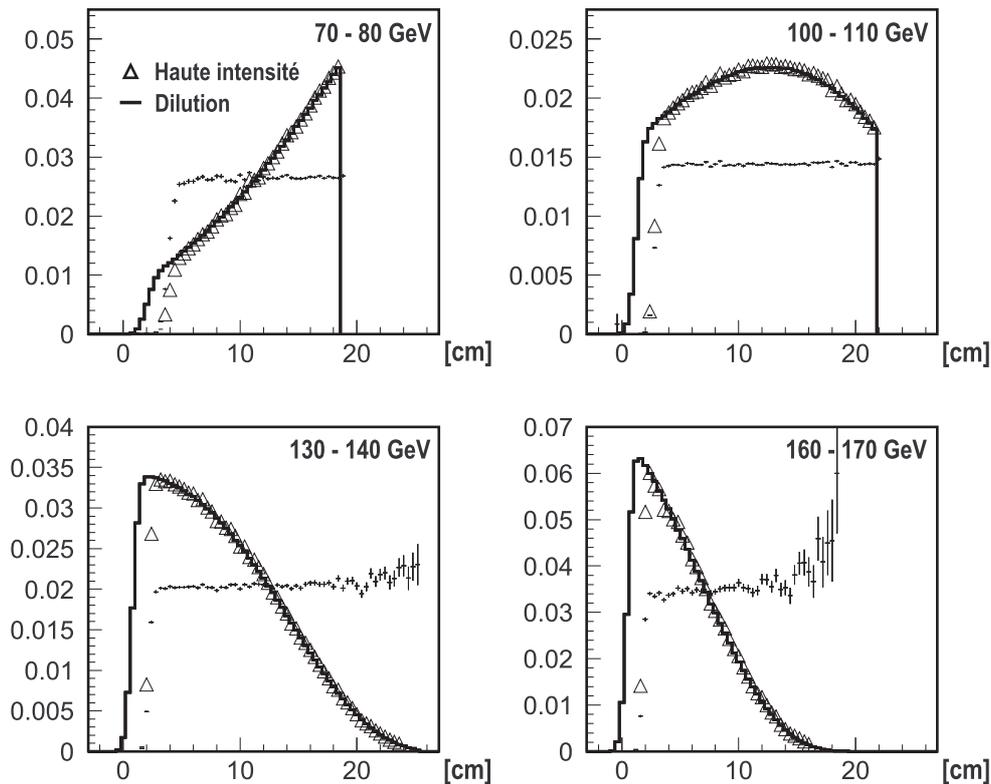


FIG. 6.17 – Comparaison haute intensité / dilution des distributions en temps de vie propre pour différentes tranches en énergie. Les distributions associées au run dilution débutent avant celles du run haute intensité du fait de la différence de diamètre des collimateurs.

6.5 Seconde correction d'acceptance : l'effet de la géométrie des faisceaux

La correction d'acceptance des données du run haute intensité par celles du run dilution n'est pas suffisante dans la mesure où les faisceaux K_S et K_L ont des configurations différentes. Il subsiste donc un effet géométrique résiduel qu'il convient de corriger par la simulation. Cette section a aussi pour but d'établir le principe de la mesure de η_{000} , ainsi que d'expliquer en quoi la différence de géométrie des faisceaux produit une différence d'acceptance.

6.5.1 Principe

Le rapport des distributions haute intensité et dilution $f_{Data}^{K_S}(c\tau, E_K)/f_{Data}^{K_L}(c\tau, E_K)$ doit être corrigé par le rapport analogue $f_{MC}^{K_S}(c\tau, E_K)/f_{MC}^{K_L}(c\tau, E_K)$ obtenu à l'aide de NASIM pour une valeur de η_{000} nulle. On montrera que ce choix ne peut introduire de biais supérieur à la précision recherchée (voir section 6.8.2). Lorsqu'il s'agira d'extraire η_{000} , ce sera le double rapport :

$$R(c\tau, E_K) = \frac{f_{Data}^{K_S}(c\tau, E_K)/f_{MC}^{K_S}(c\tau, E_K)}{f_{Data}^{K_L}(c\tau, E_K)/f_{MC}^{K_L}(c\tau, E_K)} \quad (6.10)$$

qui interviendra dans la procédure d'ajustement. La fonction employée pour extraire η_{000} sera donc le rapport de l'expression 4.3 par la distribution exponentiellement décroissante associée au temps de vie du K_L :

$$I_{3\pi^0}(\tau) \propto 1 + [Re^2(\eta_{000}) + Im^2(\eta_{000})] e^{-\left(\frac{1}{\tau_S} - \frac{1}{\tau_L}\right)\tau} + 2D [Re(\eta_{000})\cos(\Delta m \tau) - Im(\eta_{000})\sin(\Delta m \tau)] e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_S} - \frac{1}{\tau_L}\right)\tau} \quad (6.11)$$

Le double rapport 6.10 peut être envisagé de deux manières. La première correspond directement à la formulation de la relation 6.10, et qui consiste, comme il vient d'être évoqué, à corriger le rapport des données expérimentales par la différence d'acceptance entre les deux faisceaux. La seconde consiste à réécrire $R(c\tau, E_K)$ sous la forme :

$$R(c\tau, E_K) = \frac{f_{Data}^{K_S}(c\tau, E_K)/f_{MC}^{K_S}(c\tau, E_K)}{f_{Data}^{K_L}(c\tau, E_K)/f_{MC}^{K_L}(c\tau, E_K)} \quad (6.12)$$

Dans ce cas, les données haute intensité sont corrigées par la simulation, et si cette dernière introduit un biais dans les distributions $3\pi^0$, celui-ci est corrigé par le rapport analogue obtenu à partir des données et de la simulation sur cible K_L .

6.5.2 Profil de la correction d'acceptance

L'effet de la correction d'acceptance va être illustré à l'aide de MiniSIM, dont l'abondante statistique disponible permet d'appréhender rapidement le comportement qualitatif du rapport $f_{MC}^{K_S}(c\tau, E_K)/f_{MC}^{K_L}(c\tau, E_K)$. Deux lots d'événements $3\pi^0$ ont donc été produits, chacun de ces lots étant associé à une cible spécifique (K_S ou K_L). Une coupure en $c\tau$ à 25 cm a été imposée, qui est approximativement la coupure maximale induite par le système de déclenchement neutre (voir paragraphe 6.3.2).

Le rapport $f_{MC}^{K_S}(c\tau, E_K)/f_{MC}^{K_L}(c\tau, E_K)$ qui apparaît sur la figure 6.18 est la correction d'acceptance résiduelle à apporter au rapport analogue obtenu à partir des données. Il présente un excès d'événements associés à la cible K_S pour de hautes valeurs de l'énergie et du temps de vie propre, conformément à ce qui a été observé figure 6.17, et dont l'explication est fournie au paragraphe suivant.

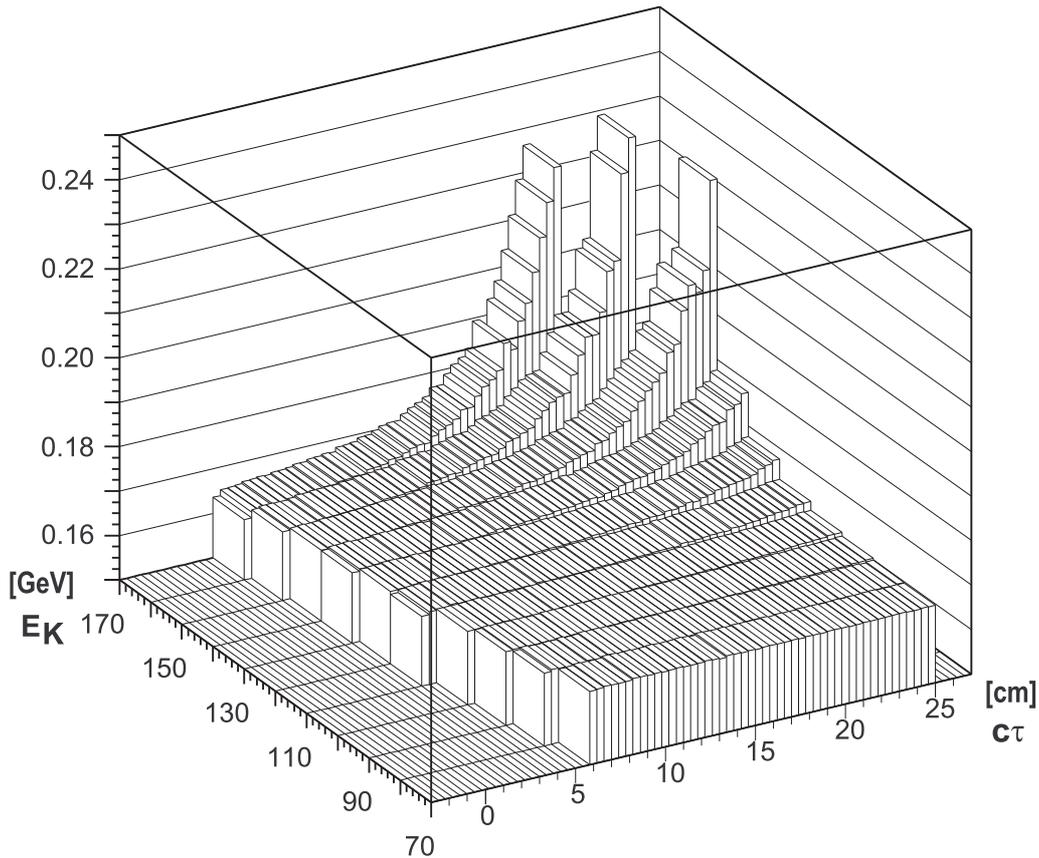


FIG. 6.18 – Profil de la correction d'acceptance, qui présente un excès d'événements originaires de la cible K_S pour les hautes valeurs de $c\tau$ et E_K . Pour les besoins de la démonstration, c'est-à-dire afin de s'affranchir de la forme du spectre en énergie des kaons, les distributions en $c\tau$ pour chaque valeur de E_K ont été normalisées sur les premiers intervalles qui suivent le front de montée.

Origine de la correction d'acceptance

Afin d'expliquer ce comportement, il est nécessaire de comparer en premier lieu les distributions du rayon du centre de gravité (appelé « R_{COG} » par la suite) pour des kaons issus des cibles K_S et K_L .

La figure 6.19 montre la superposition des deux distributions, où il est manifeste que celle associée à la cible K_L est la moins dispersée des deux. La distribution en R_{COG} est interprétée comme une mesure de l'illumination du calorimètre par un faisceau, et une différence des distributions signifie donc que les faisceaux K_S et K_L ne voient pas la face d'entrée du calorimètre de la même manière, conduisant à une différence d'acceptance.

Mais comment expliquer que cette différence s'accroît à haute énergie et haut temps de vie propre au profit d'un excès d'événements originaires de la cible K_S ?

La réponse à cette question réside dans la coupure naturelle imposée par le calorimètre sur la distance minimale séparant l'impact d'un photon et l'axe de l'expérience, qui doit être supérieure à 15 cm (à cause de la présence du tube à vide). Pour des kaons de haute énergie, les produits de désintégration sont fortement collimés et la probabilité que l'un des six photons ait un rayon inférieur à 15 cm est plus grande qu'à basse énergie. La figure 6.20 illustre ce phénomène en s'appuyant sur les distributions du rayon minimal des photons (r_{min}) pour des kaons localisés dans

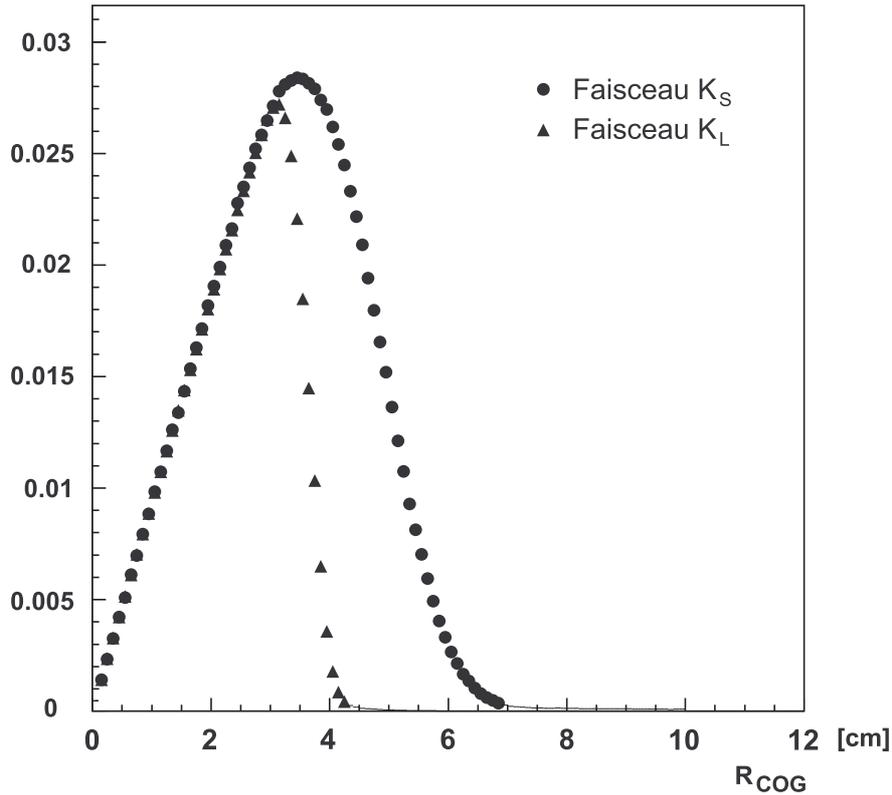


FIG. 6.19 – Comparaison des distributions du rayon du centre de gravité pour les deux types de faisceaux. Le faisceau K_L induit une valeur moyenne de r_{COG} plus basse que le faisceau K_S , ce qui implique la nécessité d'une correction d'acceptance du rapport expérimental des distributions en temps de vie propre des désintégrations $3\pi^0$.

les régions suivantes du plan $(c\tau, E_K)$:

- Secteur 1 $[E_{K<}, c\tau_{<}]$: $70 < E_K < 140 \text{ GeV}$, $0 < c\tau < 10 \text{ cm}$
- Secteur 2 $[E_{K<}, c\tau_{>}]$: $70 < E_K < 140 \text{ GeV}$, $c\tau > 10 \text{ cm}$
- Secteur 3 $[E_{K>}, c\tau_{<}]$: $140 < E_K < 170 \text{ GeV}$, $0 < c\tau < 10 \text{ cm}$
- Secteur 4 $[E_{K>}, c\tau_{>}]$: $140 < E_K < 170 \text{ GeV}$, $c\tau > 10 \text{ cm}$

Le passage du secteur 1 au secteur 4 se traduit par un accroissement de la concentration des événements vers les basses valeurs de r_{min} . La distribution en r_{COG} pour la cible K_S étant plus large que pour la cible K_L , la distribution en r_{min} doit être sensiblement décalée vers les valeurs plus élevées. Ce comportement doit se manifester principalement à haute énergie de manière à ne pas être compensé par la dispersion des photons. Une accentuation à haut $c\tau$ est attendue : les kaons qui se désintègrent le plus près de la face d'entrée du calorimètre génèrent les photons qui ont le moins de distance pour s'éloigner perpendiculairement à l'axe de l'expérience.

Cette interprétation est confirmée par la figure 6.21 où pour chacun des quatre secteurs apparaît l'ajustement linéaire du rapport des distributions en r_{min} pour $r_{COG} > 3.5 \text{ cm}$ et $r_{COG} < 3.5 \text{ cm}$. Ces données correspondent donc à des kaons produits sur cible K_S uniquement. L'augmentation de la pente lors du passage du secteur 1 au secteur 4 traduit l'augmentation du décalage des distributions en r_{min} . L'excès d'événements dans la région 4 pour la cible K_S est donc imputé à des conditions d'ouverture de faisceau qui ont favorisé un franchissement de la coupure à 15 cm sur le rayon des photons.

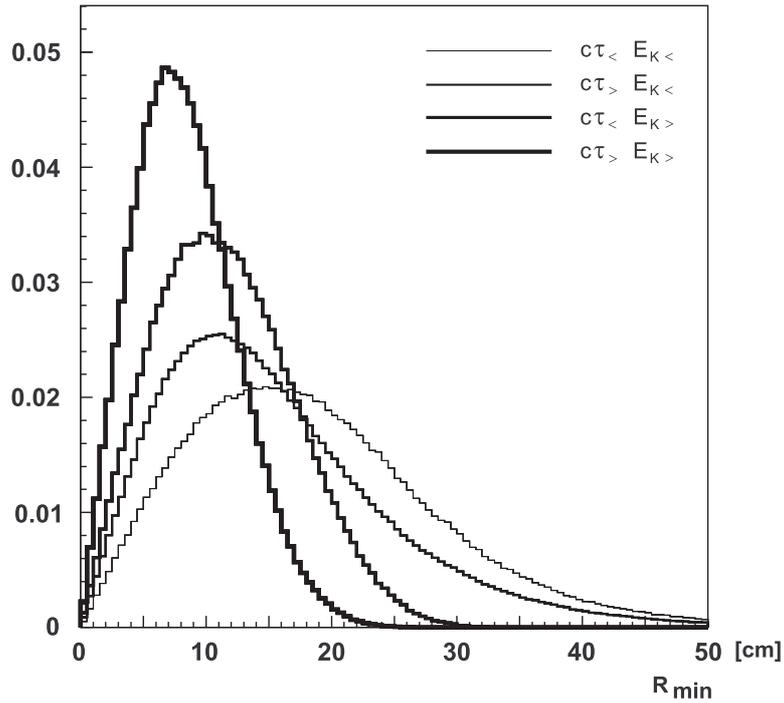


FIG. 6.20 – Distribution du rayon minimum des six photons pour les régions 1 à 4. Plus E_K et $c\tau$ croissent, plus la distribution se concentre vers les basses valeurs de r_{min} . De tels événements sont alors plus sensibles à la coupure $r_{min} < 15$ cm.

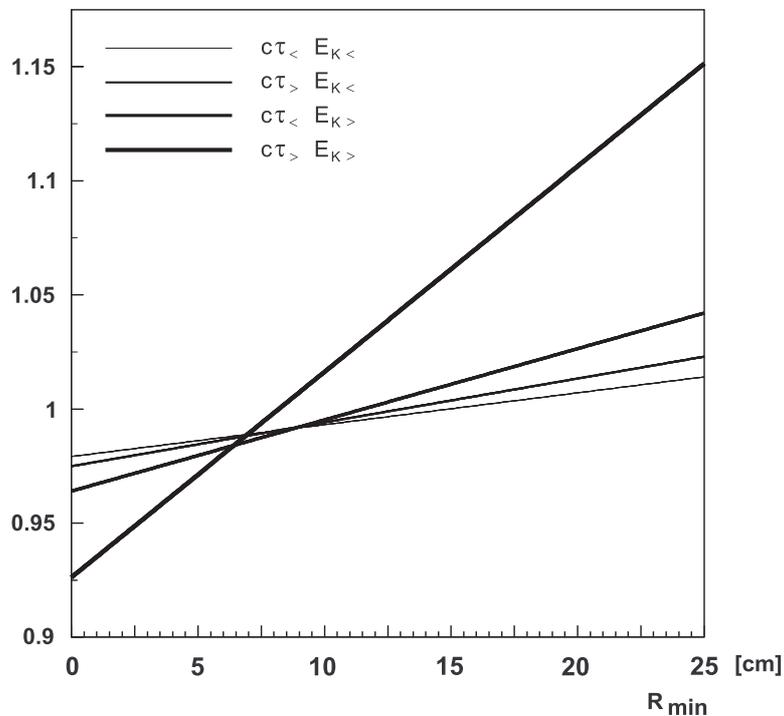


FIG. 6.21 – Ajustement linéaire du rapport des distributions en rayon minimum des photons pour $r_{COG} > 3.5$ cm et $r_{COG} < 3.5$ cm. La pente croît avec l'énergie et le temps de vie propre des kaons, et est à l'origine de la correction d'acceptance à appliquer aux données.

6.6 Les désintégrations Dalitz

6.6.1 Position du problème

En plus du mode $\gamma\gamma$, qui constitue le canal de désintégration majoritaire du pion neutre, celui-ci peut décroître selon le mode dit «Dalitz», à savoir $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$. Le tableau 6.3 donne les rapports de branchement pour les trois principaux canaux de désintégration du π^0 .

Mode	Rapport de branchement
$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$	$(98.798 \pm 0.032) \%$
$\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$	$(1.198 \pm 0.032) \%$
$\pi^0 \rightarrow e^+e^+e^-e^-$	$(3.14 \pm 0.30) \times 10^{-5}$

TAB. 6.3 – Principaux rapports de branchement pour la désintégration du pion neutre.

Par la suite, le troisième mode ne sera pas considéré, étant donnée la petitesse de son rapport de branchement. Le mode $K_{S/L} \rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$ sera abrégé en $K_{S/L} \rightarrow 3\pi^0$, et $K_{S/L} \rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 4\gamma e^+e^-\gamma$ en $K_{S/L} \rightarrow 2\pi^0\pi_D^0$.

La présence du mode Dalitz soulève deux problèmes étroitement liés :

- L'acceptance du mode $K_{S/L} \rightarrow 3\pi^0$ est a priori différente de l'acceptance du mode $K_{S/L} \rightarrow 2\pi^0\pi_D^0$.
- Les particules chargées (la paire e^+e^-) rendent le mode Dalitz sensible au champ magnétique du spectromètre. Or l'aimant était activé pendant le run dilution, tandis qu'il ne l'était pas lors du run haute intensité. L'identification en tant que $3\pi^0$ d'un événement $2\pi^0\pi_D^0$ peut affecter le rapport des distributions en $c\tau$, et par conséquent avoir une influence sur la valeur extraite de η_{000} .

D'après les valeurs des rapports de branchement du tableau 6.3, 3.6 % des désintégrations en trois pions neutres se font selon le mode $2\pi^0\pi_D^0$. Le processus «Dalitz» sera pris en compte dans la mesure du paramètre η_{000} en incluant dans la simulation une certaine proportion de désintégrations $2\pi^0\pi_D^0$ dans l'acceptance du détecteur. Cette proportion ne sera pas la même pour les deux types de runs, de même que le profil des distributions en $c\tau$. Les contributions des double et triple Dalitz sont quant à elles totalement négligeables.

6.6.2 Les désintégrations Dalitz lors du run haute intensité

Acceptance relative

La proportion des événements $2\pi^0\pi_D^0$ par rapport aux événements $3\pi^0$ est conditionnée par deux types de quantités : les rapports de branchement $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ et $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ (voir paragraphe précédent), ainsi que les acceptances des modes $2\pi^0\pi_D^0$ et $3\pi^0$. Le rapport de ces deux dernières grandeurs, qui est de 35 %, a été évalué avec NASIM. Combiné avec $\mathcal{B}(\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma) \simeq 1.2 \%$, et en tenant compte de la multiplicité des pions, 1.2 % des événements reconstruits en tant que $3\pi^0$ proviennent du mode $2\pi^0\pi_D^0$, pour le run haute intensité.

Effet de l'absence de champ magnétique

En l'absence de champ magnétique, l'angle entre les trajectoires de l'électron et du positon est généralement faible, de sorte que leur séparation au niveau du calorimètre l'est tout autant.

Plusieurs scénarios peuvent être invoqués lors d'une désintégration $2\pi^0\pi_D^0$. Lorsque le calorimètre enregistre 7 amas en temps, l'événement est rejeté par la routine de sélection (coupure sur les amas supplémentaires en temps).

Si 6 amas sont enregistrés, plusieurs possibilités se présentent :

- Les amas associés à la paire $e^+ e^-$ sont tellement rapprochés qu'ils fusionnent, et sont perçus par le calorimètre comme un seul et unique amas. L'événement est alors un candidat $3\pi^0$.
- Les amas sont suffisamment écartés pour être distingués, mais une des particules de la paire $e^+ e^-$ possède une énergie inférieure à 3 GeV . Soit cette particule est rejetée par la coupure de sélection ($3 \text{ GeV} < E_\gamma < 100 \text{ GeV}$), soit son énergie est inférieure au seuil de détection du calorimètre.
- Les six amas peuvent correspondre à des particules individuelles, avec un photon ou électron en dehors de l'acceptance du détecteur, et dans ce cas aussi l'événement est candidat à la sélection $3\pi^0$.

La figure 6.22 montre la répartition des événements $2\pi^0\pi_D^0$ reconstruits comme de bons $3\pi^0$, pour lesquels les 7 particules (les 5 photons, l'électron et le positon) entrent dans l'acceptance, dans le plan $(E_{e^+/e^-}, E_{e^-/e^+})$.

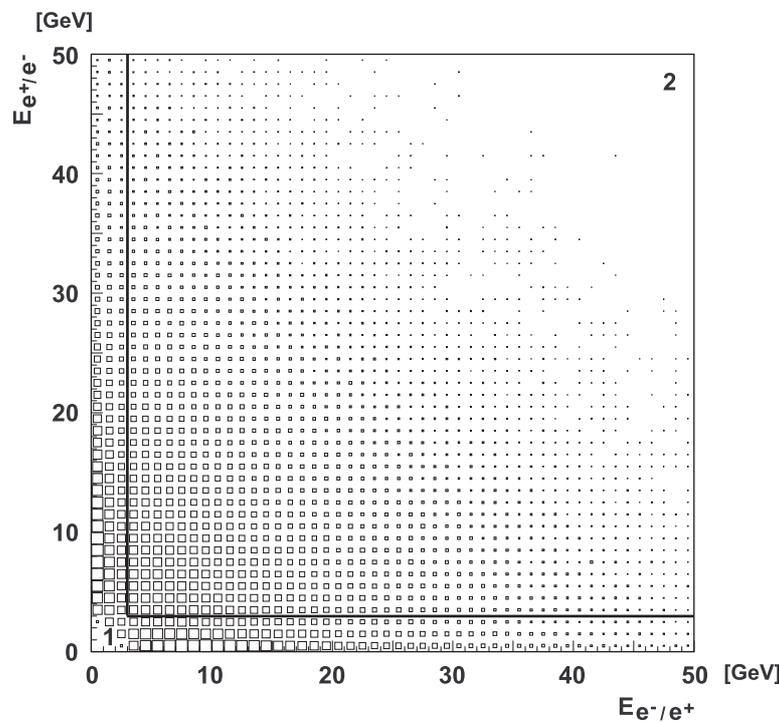


FIG. 6.22 – *Distribution des événements $2\pi^0\pi_D^0$ reconstruits en tant que $3\pi^0$, et pour lesquels toutes les particules sont dans l'acceptance du détecteur (à partir de la simulation).*

Les événements de la zone 2 (E_{e^+/e^-} et E_{e^-/e^+} supérieurs à 3 GeV) sont dominés par la fusion des amas, comme le montre la figure 6.23 qui donne la distribution de la distance séparant l'électron et le positon au niveau du calorimètre (calculée à partir des quantités générées). Pour une distance typique inférieure à 5 cm , les amas ne peuvent plus être distingués.

Pour les événements situés dans la zone 1, qui correspond à au moins un lepton d'énergie inférieure à 3 GeV , la figure 6.24 montre encore la séparation de la paire $e^+ e^-$. La queue de distribution plus importante est imputée à l'énergie minimale non nulle de détection des particules par le spectromètre électromagnétique.

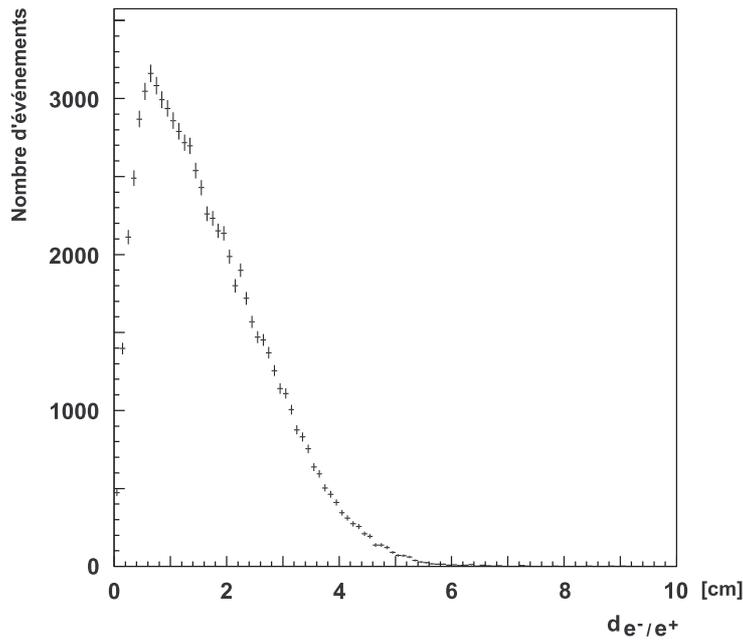


FIG. 6.23 – Séparation de la paire $e^+ e^-$ au niveau du calorimètre pour les événements se situant dans la zone 2 de la figure 6.22 (les deux leptons doivent avoir une énergie supérieure à 3 GeV). Cette figure montre que les amas leptoniques fusionnent souvent pour n'en donner qu'un.

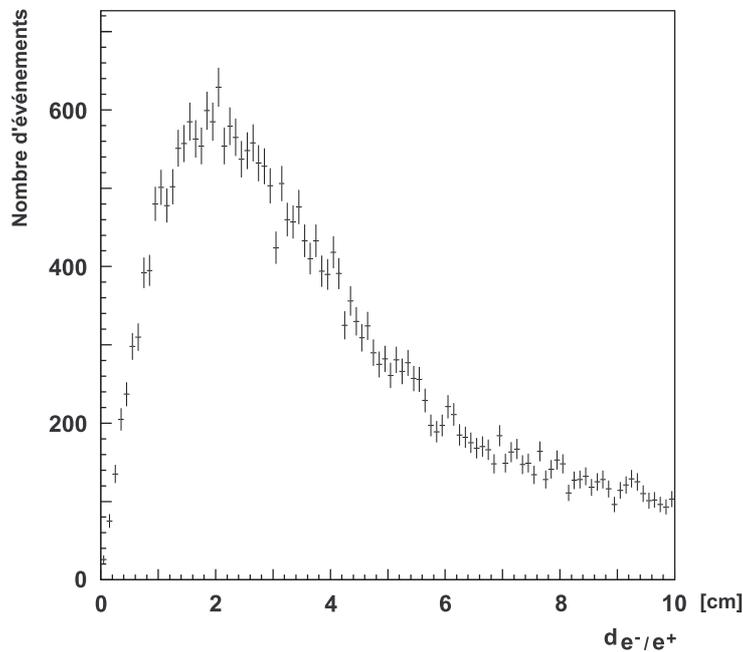


FIG. 6.24 – Séparation de la paire $e^+ e^-$ au niveau du calorimètre pour des événements dans la zone 1 de la figure 6.22 (au moins un des leptons a une énergie inférieure à 3 GeV). Deux phénomènes se superposent : la fusion des amas leptoniques, qui se manifeste par un pic à faible distance, et la perte d'un amas individuel du fait d'une énergie trop faible, dans la queue de distribution.

Comparaison $3\pi^0$ et $2\pi^0\pi_D^0$

La figure 6.25 montre la comparaison des distributions en $c\tau$ pour les événements $3\pi^0$ et $2\pi^0\pi_D^0$ simulés, et ce pour quatre intervalles en énergie. On constatera que la différence des distributions est principalement marquée aux basses valeurs de $c\tau$, avec un déficit associé au mode Dalitz.

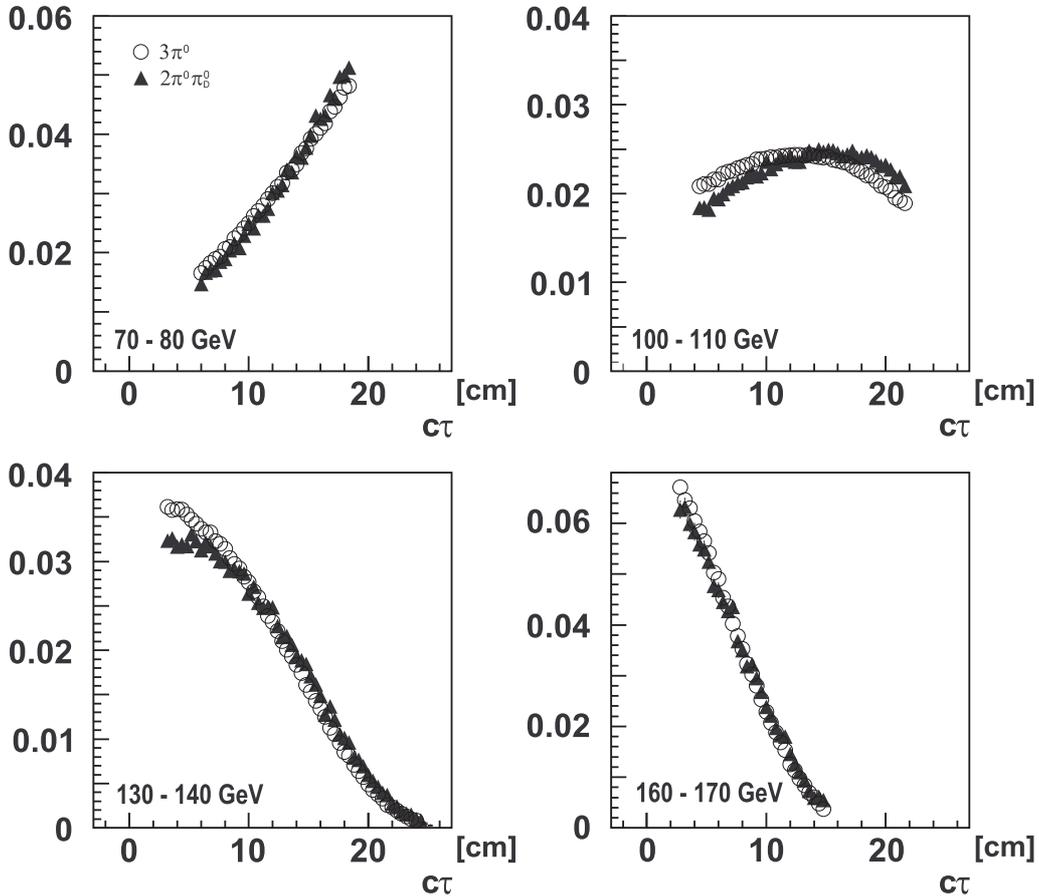


FIG. 6.25 – Comparaison de la distribution en temps de vie propre d'événements $3\pi^0$ (cercles) et $2\pi^0\pi_D^0$ (triangles) simulés avec NASIM, en l'absence de champ magnétique, conformément aux conditions du run haute intensité.

6.6.3 Les désintégrations Dalitz lors du run dilution

Acceptance relative

Dans le cas du run dilution, l'acceptance est fortement réduite par l'effet du champ magnétique, qui tend à balayer la paire e^+e^- . La simulation permet de calculer que le rapport des acceptances chute d'un facteur 30 par rapport au cas précédent, ce qui fait que 0.04 % des événements reconstruits comme des $3\pi^0$ sont en fait des $2\pi^0\pi_D^0$. Il s'agit donc d'un effet d'ordre inférieur à celui observé pour le run haute intensité, mais qui sera tout de même inclus dans l'analyse.

Effet du champ magnétique

La présence du champ magnétique entraîne l'écartement de la paire e^+e^- au niveau du calorimètre. L'acceptance diminue alors fortement: la fusion des amas calorimétriques devient très

improbable, et la détection des deux leptons entraîne le rejet de l'événement suite à un nombre de particules détectées trop important.

Comparaison $3\pi^0$ et $2\pi^0\pi_D^0$

La figure 6.26 présente la comparaison des distributions en $c\tau$ pour des événements $3\pi^0$ et $2\pi^0\pi_D^0$ simulés, pour quatre intervalles en énergie. La faible statistique pour ce dernier lot provient de sa très faible acceptation, qui entraîne un temps conséquent pour la génération.

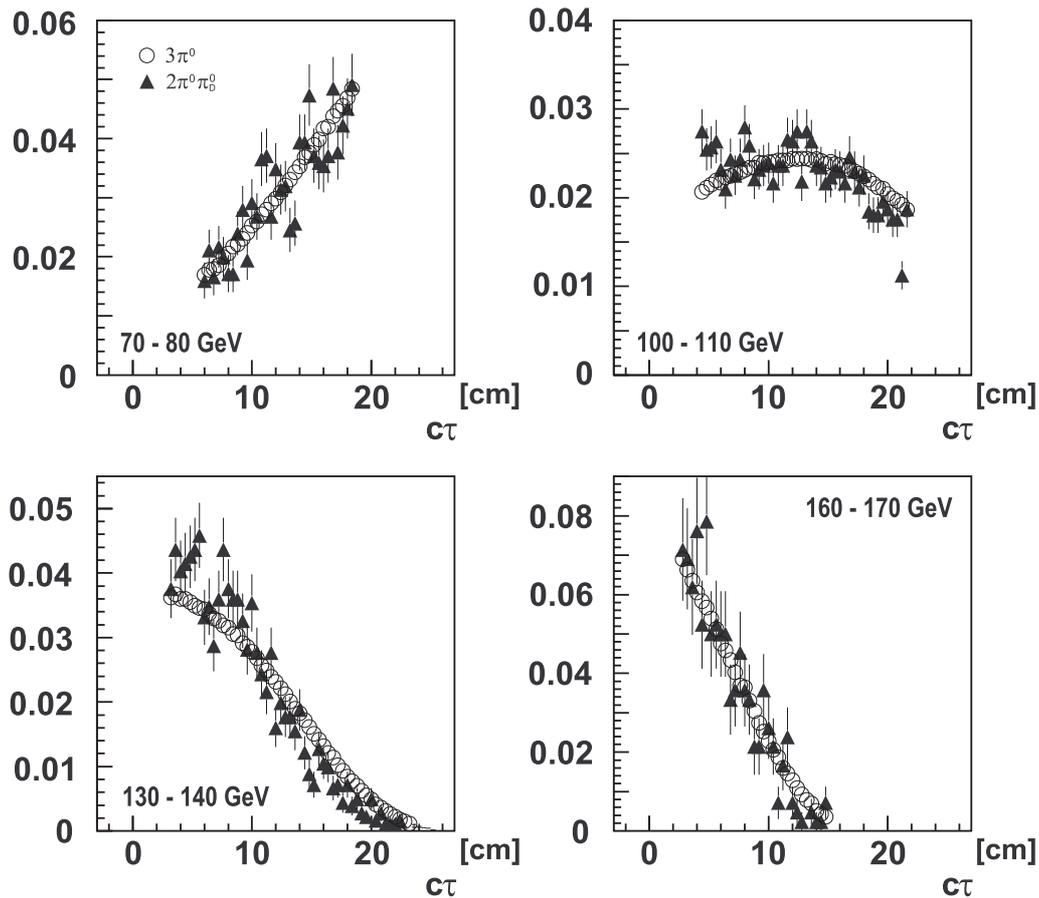


FIG. 6.26 – Comparaison de la distribution en temps de vie propre d'événements $3\pi^0$ (cercles) et $2\pi^0\pi_D^0$ (triangles) simulés avec NASIM, en présence de champ magnétique, conformément aux conditions du run dilution.

6.6.4 Effet des désintégrations Dalitz sur la détermination de η_{000}

L'effet quantitatif des désintégrations Dalitz sera discuté en section 6.8.4, lors de l'extraction de η_{000} . Mais quelques remarques peuvent être dès maintenant formulées.

L'influence du mode $2\pi^0\pi_D^0$ sur η_{000} sera dominée par la contribution du run haute intensité, du fait de l'importante différence d'acceptation entre les deux types de run. La zone de sensibilité à η_{000} est concentrée aux faibles valeurs de $c\tau$, qui correspond en même temps à celle où la différence des distributions en $c\tau$ entre les modes $3\pi^0$ et $2\pi^0\pi_D^0$ est la plus marquée. On peut donc s'attendre à un effet non négligeable dans l'extraction du paramètre η_{000} .

Dans quel sens cet effet doit-il déplacer la valeur de η_{000} ? C'est difficile à dire pour la partie réelle, qui est relativement stable par rapport aux effets de pente sur le double rapport (formule 6.10). Par contre, les désintégrations doivent faire diminuer la pente du double rapport utilisé pour la détermination de η_{000} , car il faut se rappeler que la simulation du run haute intensité intervient au dénominateur. Une diminution de la valeur ajustée de la partie imaginaire est attendue, car celle-ci varie dans le même sens que la pente (voir figure 4.5).

6.7 Comparaison des données expérimentales à la simulation

Cette section a pour but de valider la simulation du détecteur de NA48 à l'aide des données expérimentales de l'année 2000. La simulation concernée est NASIM, qui est utilisée pour la correction d'acceptance. Les distributions $3\pi^0$ simulées qui sont présentées incluent la contribution $2\pi^0\pi_D^0$, et les comparaisons seront illustrées à l'aide du run haute intensité. Elles concernent essentiellement l'énergie des photons, la masse reconstruite des pions, ainsi que l'illumination du détecteur déduite de la répartition des photons dans le calorimètre et de l'extrapolation de la trajectoire des kaons.

La distribution des impacts en x et y des photons au niveau du calorimètre fournit une première mesure de l'illumination de celui-ci. On remarquera notamment sur les figures 6.29 et 6.30 la diminution centrale qui correspond au passage du tube à vide.

6.7.1 Énergie des photons

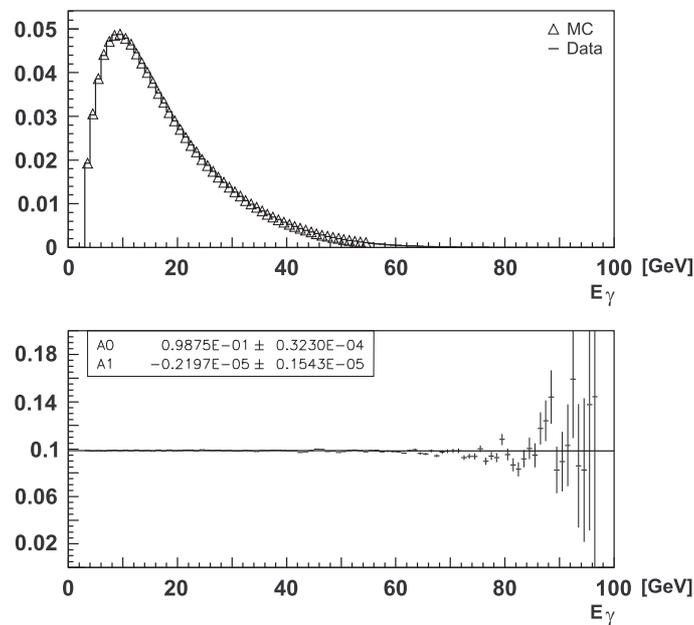


FIG. 6.27 – *Haut*: distribution de l'énergie des photons du run haute intensité (trait continu) et de la simulation (triangles). *Bas*: rapport des deux distributions, ajusté linéairement.

6.7.2 Masse des pions neutres

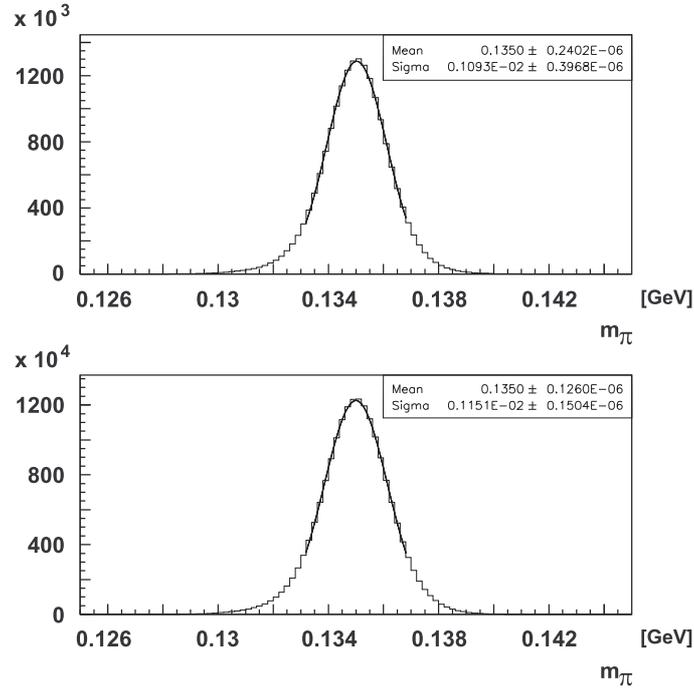


FIG. 6.28 – *Haut* : distribution de la masse reconstruite des pions en run haute intensité. *Bas* : distribution de la masse reconstruite des pions dans la simulation.

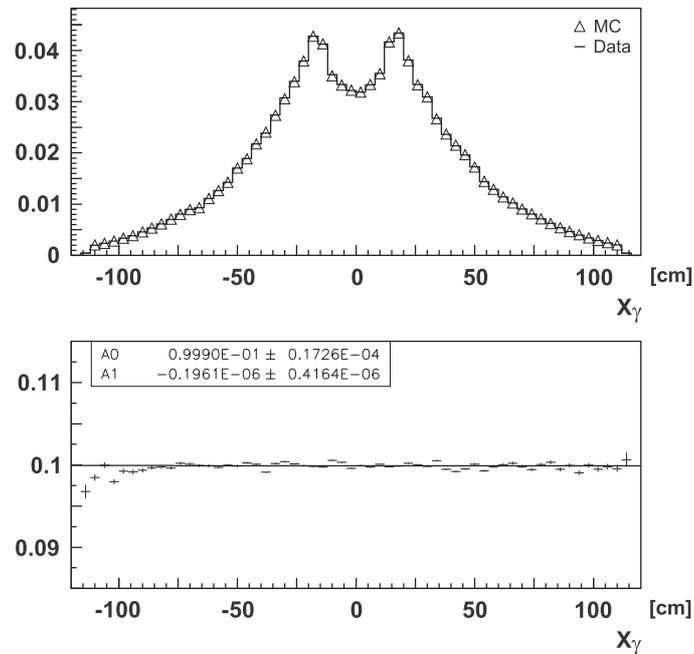
6.7.3 Distribution en x des photons

FIG. 6.29 – *Haut* : distribution de la position en x des photons du run haute intensité (trait continu) et de la simulation (triangles). *Bas* : rapport des deux distributions, ajusté linéairement.

6.7.4 Distribution en y des photons

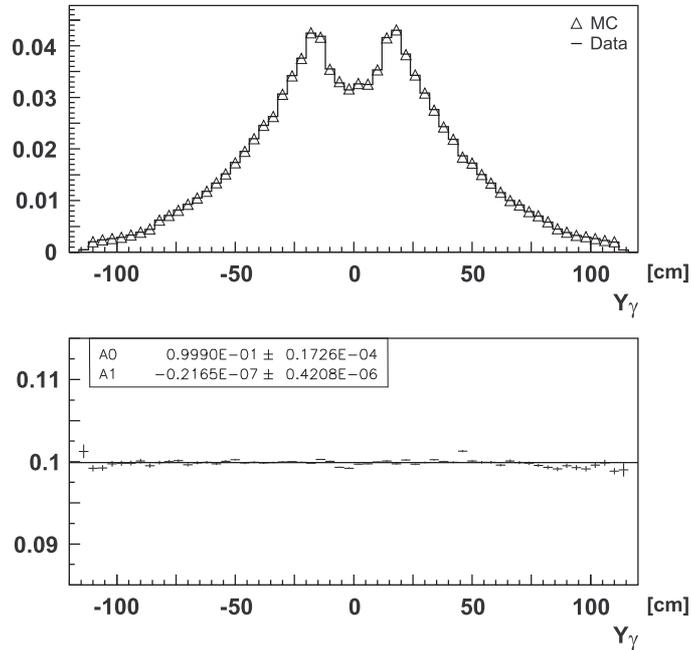


FIG. 6.30 – Haut : distribution de la position en y des photons du run haute intensité (trait continu) et de la simulation (triangles). Bas : rapport des deux distributions, ajusté linéairement.

6.7.5 Illumination du détecteur par les kaons

Position du problème

L'accord entre les données et la simulation pour l'illumination du détecteur par les kaons est plus délicate. Le barycentre énergétique des photons est très sensible à la géométrie des collimateurs. Une attention particulière doit lui être dédiée, d'autant plus qu'il conditionne la correction d'acceptance à apporter aux données. Cette section va donc présenter la correction à apporter à la distribution du COG de sorte que les spectres expérimentaux et simulés soient compatibles. La stratégie adoptée ne consiste pas à modifier la simulation elle-même, mais à mettre en oeuvre la correction au niveau de l'analyse des données en pondérant l'ensemble des distributions par le rapport DATA/MC des distributions du COG.

Distributions initiales en x_{COG} et y_{COG}

La colonne de gauche (resp. droite) de la figure 6.31 présente la comparaison DATA (trait épais) / MC (triangles) pour les distributions en x_{COG} , y_{COG} et r_{COG} pour le run haute intensité (resp. dilution), et ce avant la prise en compte de la correction géométrique qui vient d'être évoquée. L'histogramme qui figure en trait fin représente le rapport des deux distributions correspondantes.

On y relève un désaccord qui se manifeste essentiellement sur la distribution du rayon du centre de gravité, et ce pour les deux types de runs, et qui débute après la partie linéaire de la distribution.

Correction de la distribution du centre de gravité

Le désaccord des distributions du centre de gravité est compensé en pondérant les distributions en temps de vie propre des kaons. La méthode est la suivante :

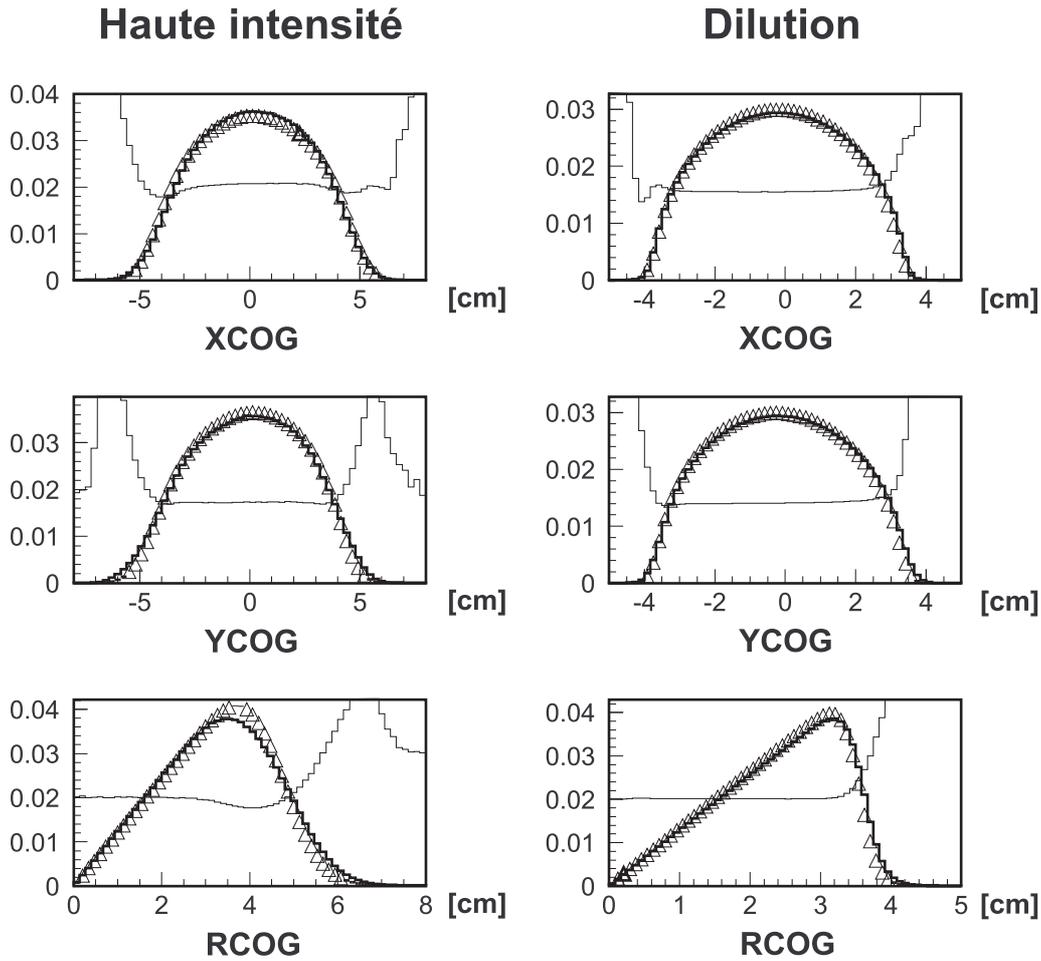


FIG. 6.31 – Comparaison des distributions expérimentales (en traits gras) et simulées (en triangles) des projections x et y , ainsi que du rayon du COG. La distribution en trait fin représente le rapport des distributions.

- Les distributions bidimensionnelles du COG sont extraites pour chaque intervalle en énergie et pour l'ensemble des quatre lots (runs haute intensité et dilution, expérimentaux et simulés).
- Pour chaque intervalle en énergie et type de run, le rapport DATA/MC est effectué. La normalisation porte sur les cellules centrales de la distribution, de manière à ce que les rapports associés soient proches de l'unité.
- Les lots simulés sont analysés une seconde fois. Chaque événement est pondéré par le rapport DATA/MC correspondant à l'énergie et la position du COG du kaon.

Les données expérimentales montrent des queues pour la distribution en r_{COG} qu'il est difficile de reproduire avec précision dans la simulation. Elles génèrent donc des coefficients de pondération qui peuvent être arbitrairement grands. Afin de se limiter aux régions de faibles corrections ($\lesssim 2.5$), une coupure en r_{COG} pour chaque run a été appliquée : 6.5 cm pour le run haute intensité et 3.8 cm pour le run dilution.

La figure 6.32 montre les coefficients de pondération pour l'intervalle $100 - 110 \text{ GeV}$ du run dilution, et la figure 6.33 présente le rapport de la distribution des coefficients de pondération pour l'intervalle $160 - 170 \text{ GeV}$ et $70 - 80 \text{ GeV}$, dont les écarts par rapport à 1 justifient la nécessité d'une correction par intervalle d'énergie du kaon.

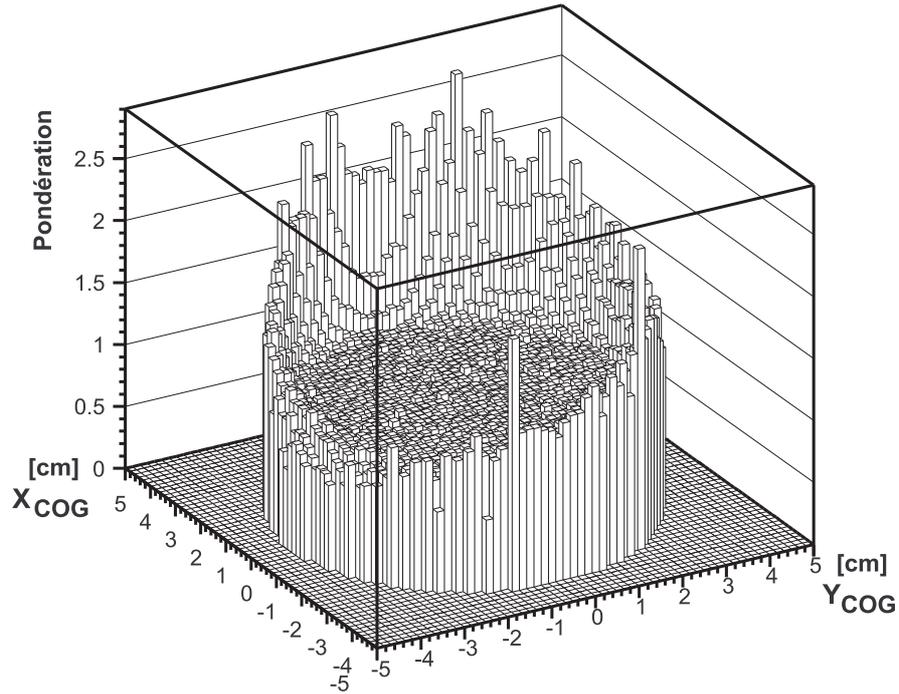


FIG. 6.32 – Coefficients de pondération obtenus pour la tranche énergétique 100 – 110 GeV du run dilution. On constate un excès d'événements dans les données au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre de la distribution.

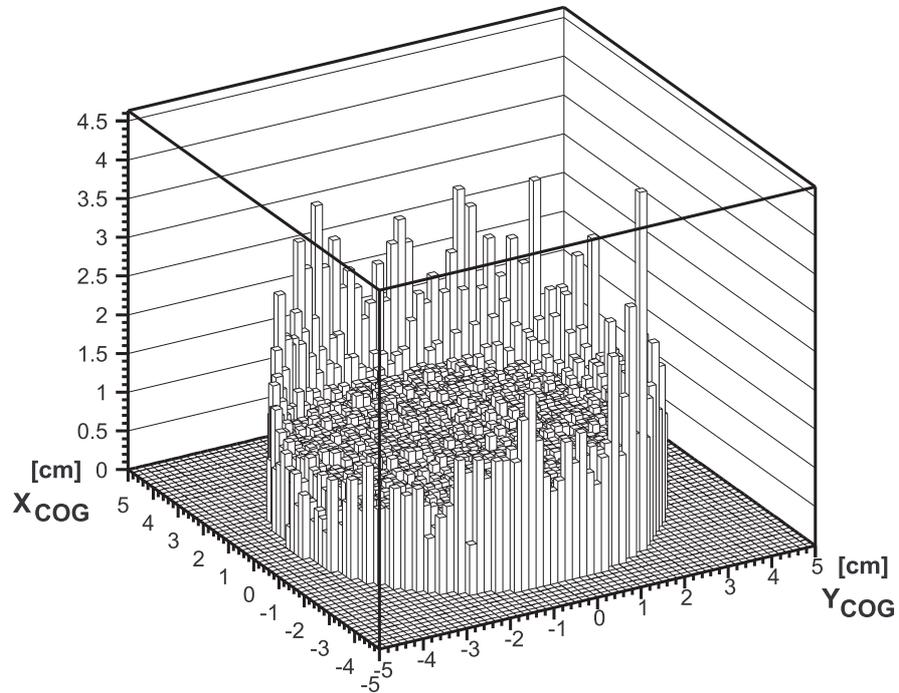


FIG. 6.33 – Rapport des coefficients de pondération pour les intervalles 160 – 170 et 70 – 80 GeV : les écarts par rapport à 1 de la distribution obtenue justifie le calcul de la correction du COG en fonction de l'énergie du kaon.

L'application de ces corrections sur les deux lots simulés conduit, par construction, à des distributions du centre de gravité qui sont rigoureusement identiques à celles obtenues expérimentalement, dans les limites des coupures en r_{COG} . L'effet des queues de distribution du COG sera discuté au prochain chapitre, consacré aux effets systématiques.

6.7.6 Temps de vie propre des kaons

La figure 6.34 (resp. 6.35) montre la comparaison des données expérimentales et de la simulation pour le run haute intensité (resp. dilution), et ce pour quatre intervalles en énergie. Les doubles rapports par intervalle d'énergie seront présentés lors de l'ajustement de η_{000} . La qualité de la simulation concernant ces distributions ne peut être évaluée uniquement à partir de celles concernant le run haute intensité, dans la mesure où une valeur non nulle de η_{000} peut introduire une pente dans les rapports présentés. Ce sont les distributions de la figure 6.35, associées au run dilution, qui fournissent cette information : elles montrent en effet que la pente des rapports est contrôlée à un niveau meilleur que 10^{-3} . Une seconde validation de la simulation en run dilution est exposée à la section 6.8.2.

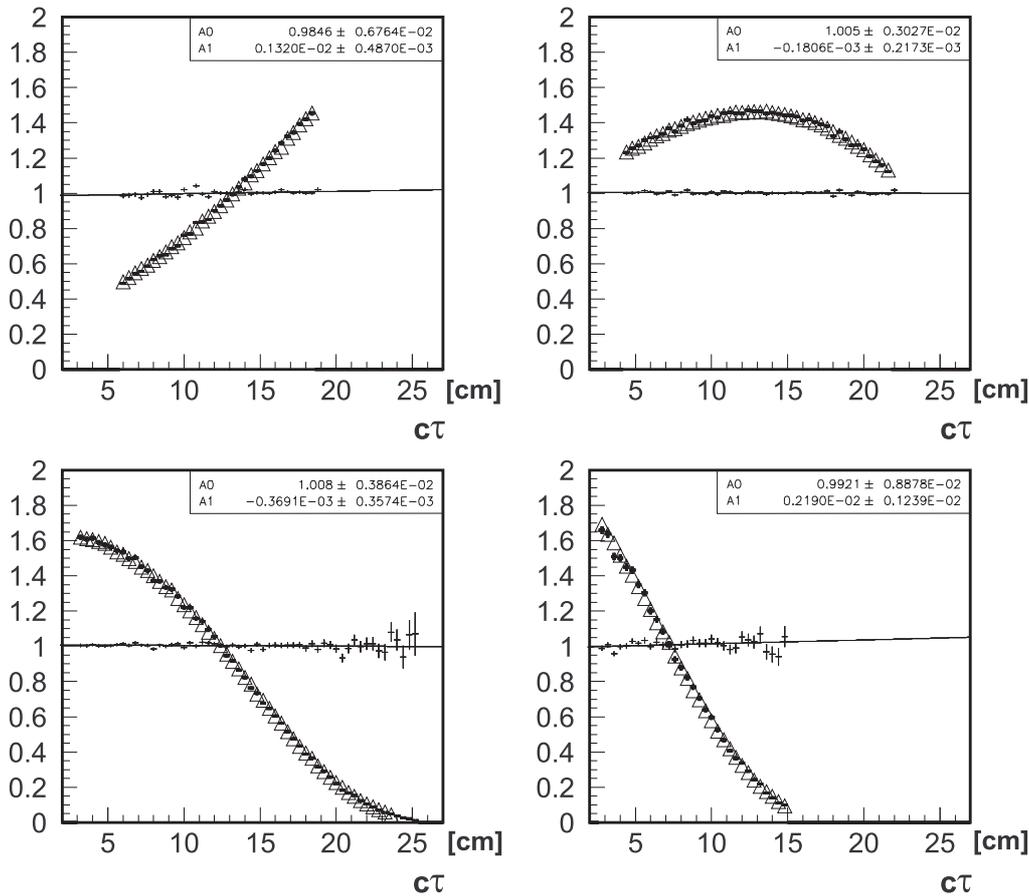


FIG. 6.34 – Run haute intensité : comparaison des distributions du temps de vie propre des kaons, expérimentales (en tirets foncés) et simulées (triangles), pour quatre intervalles en énergie. Le rapport des distributions est donné par l'histogramme en trait fin.

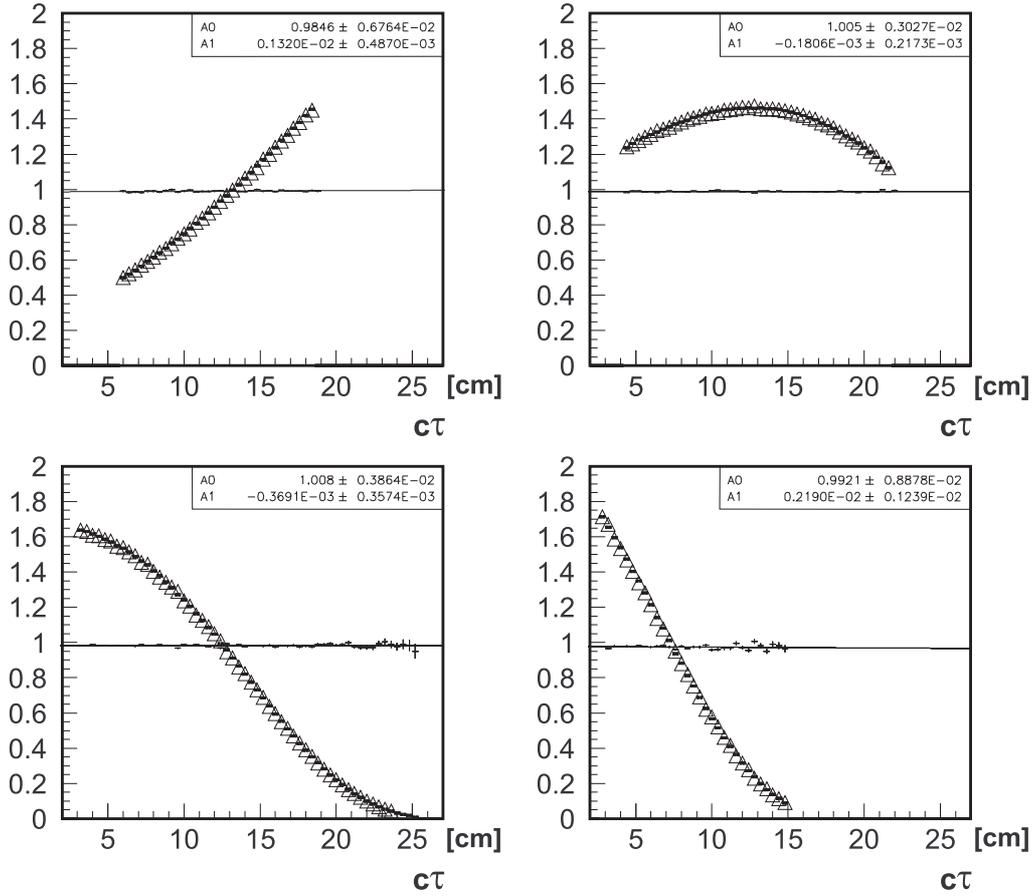


FIG. 6.35 – Run dilution: comparaison des distributions du temps de vie propre des kaons, expérimentales (en tirets épais) et simulées (triangles), pour quatre intervalles en énergie. Le rapport des distributions est donné par l'histogramme en trait fin.

6.8 Ajustement de η_{000}

6.8.1 Principe

Avant de pouvoir extraire η_{000} , il est nécessaire de calculer, pour chacun des 10 intervalles en énergie, le double rapport décrit en section 6.5 afin d'effectuer la double correction d'acceptance. Le paramètre η_{000} est calculé en utilisant la méthode du χ^2 dans le cadre du programme de minimisation MINUIT [23]. La stratégie, qui sera justifiée par la suite, consiste à ajuster $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$ de manière globale en introduisant un coefficient de normalisation pour chacun des 10 intervalles en énergie. Au total, ce sont donc 12 paramètres qui doivent être déterminés.

Le choix de la paramétrisation en parties réelle et imaginaire, et non en module et phase, provient de la simplicité de l'expression de la contrainte d'invariance \mathcal{CPT} dans le premier cas, qui est : $Re(\eta_{000}) = Re(\epsilon)$.

La fonction d'ajustement $I_{3\pi^0}(c\tau, E_K)$ est celle fournie par l'expression 6.11. La minimisation à effectuer est donc la suivante :

$$Min_{\{Re(\eta_{000}), Im(\eta_{000}), \mathcal{N}_j\}} \sum_{i,j} \frac{1}{\sigma_{ij}^2} \left[\frac{f_{DATA}^{K_S}(c\tau_i, E_{Kj})}{f_{DATA}^{K_L}(c\tau_i, E_{Kj})} / \frac{f_{MC}^{K_S}(c\tau_i, E_{Kj})}{f_{MC}^{K_L}(c\tau_i, E_{Kj})} - \mathcal{N}_j I_{3\pi^0}(c\tau_i, E_{Kj}) \right]^2 \quad (6.13)$$

où les indices i et j parcourent respectivement les intervalles en temps de vie propre et en énergie, les \mathcal{N}_j sont les coefficients de normalisation, et σ_{ij} est l'incertitude sur le double rapport (premier terme entre crochets de l'expression 6.13).

6.8.2 Tests de la méthode

Avant de fournir les valeurs ainsi calculées de η_{000} , deux tests concernant la cohérence de la méthode peuvent être effectués. Le premier consiste à analyser des pseudo-données, et le second à n'utiliser que des données (expérimentales et simulées) sur cible K_L .

Test 1 : les pseudo-données

La première vérification va être effectuée uniquement à partir de lots simulés. Les quatre ensembles de données qui interviennent dans le double rapport vont être reproduits avec MiniSIM (avec des statistiques similaires), avant d'être traités de la même manière que les lots expérimentaux et simulés avec NASIM.

En faisant varier la valeur d'entrée de η_{000} , il est possible d'observer la « réaction » de l'ajustement et détecter d'éventuels biais de la méthode. Afin de s'affranchir des fluctuations statistiques, de nombreux lots peuvent être produits dans les mêmes conditions, grâce à la puissance statistique de MiniSIM.

L'idée est de balayer une fenêtre dans le plan $(Re(\eta_{000}), Im(\eta_{000}))$ qui correspond à la valeur d'entrée de η_{000} . Plusieurs lots correspondant au run haute intensité sont générés pour chaque valeur de η_{000} , et de chacun d'entre eux η_{000} est extrait de multiples fois en utilisant différents lots pour les autres runs. Il est ainsi possible de reconstruire les distributions en $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$ ajustées pour chaque valeur d'entrée, de vérifier que celles-ci ont un profil gaussien ayant l'erreur statistique de l'ajustement comme dispersion, et d'évaluer le biais introduit par la méthode en comparant la valeur attendue et la valeur extraite.

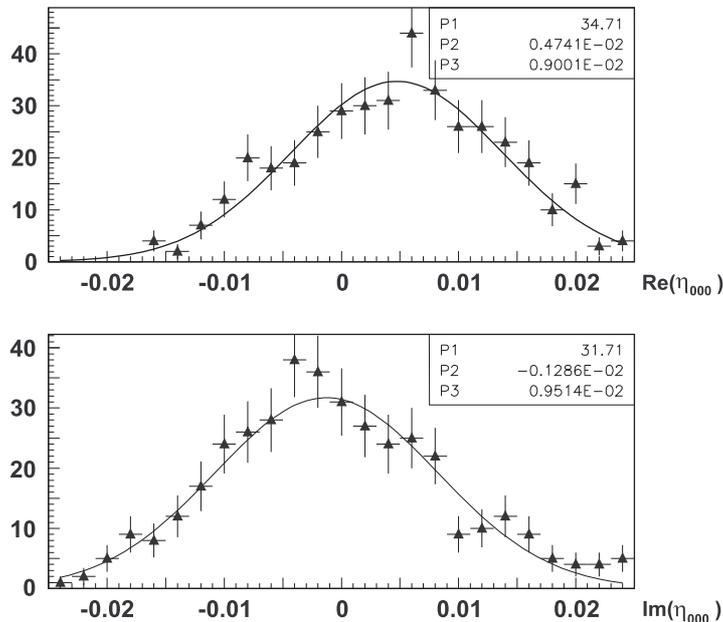


FIG. 6.36 – Exemple de distribution de la partie réelle (haut) et partie imaginaire (bas) pour une valeur initiale $\eta_{000} = 0.0064 - i0.0024$. La largeur des courbes, de l'ordre de 10^{-2} coïncide avec l'erreur statistique extraite lors de l'ajustement.

La fenêtre a été choisie carrée, centrée en $(Re(\epsilon), 0)$, et de largeur $\pm 5 \times 10^{-3}$. Les fluctuations observées entre les valeurs initiales et extraites de η_{000} sont contenues dans l'intervalle $\pm 3 \times 10^{-3}$ pour $Re(\eta_{000})$ et $\pm 4 \times 10^{-3}$ pour $Im(\eta_{000})$.

Cette étude montre donc que dans le cas idéal (les pseudo-données expérimentales et simulées sont issues du même générateur, et dans les mêmes conditions), la méthode d'ajustement n'introduit pas de biais significatif ($\lesssim 5 \times 10^{-3}$).

Test 2 : utilisation du run dilution uniquement

La seconde méthode consiste à ne prendre en considération que les données issues du run dilution, et donc à ajuster η_{000} sur le simple rapport :

$$\frac{f_{DATA}^{K_L}(c\tau_i, E_{K_j})}{f_{MC}^{K_L}(c\tau_i, E_{K_j})} \quad (6.14)$$

En effet, les données étant acquises loin de la cible K_L , aucune sensibilité à η_{000} n'est attendue. L'ajustement est effectué en considérant artificiellement que les événements proviennent de la cible K_S (le terme d'interférence reste une fonction de $c\tau$ et non de $c(\tau_{K_S \rightarrow K_L} + \tau)$). Cette méthode se justifie par la factorisation évidente de $e^{-\frac{\tau_{K_S \rightarrow K_L} + \tau}{\tau_L}}$ en $e^{-\frac{\tau_{K_S \rightarrow K_L}}{\tau_L}} e^{-\frac{\tau}{\tau_L}}$, le premier terme étant absorbé dans les coefficients de normalisation. L'abondante statistique en run dilution permet d'avoir des incertitudes plus faibles que celles qui seront obtenues lors de la mesure finale de η_{000} (voir paragraphe suivant).

L'ajustement fournit :

$$\begin{aligned} Re(\eta_{000}) &= (-1.3 \pm 3.1) \times 10^{-3} \\ Im(\eta_{000}) &= (-3.0 \pm 3.5) \times 10^{-3} \\ \rho &= 0.76 \end{aligned} \quad (6.15)$$

avec des incertitudes uniquement statistiques.

Ce résultat, compatible avec la valeur nulle à moins d'un écart standard, confirme la qualité de la simulation de l'acceptance géométrique du détecteur NA48 par NASIM.

6.8.3 Résultats

L'application de la procédure de minimisation décrite au paragraphe 6.8.1 fournit :

$$\begin{aligned} Re(\eta_{000}) &= (-2.2 \pm 1.0) \times 10^{-2} \\ Im(\eta_{000}) &= (-3.0 \pm 1.0) \times 10^{-2} \\ \rho &= 0.78 \end{aligned} \quad (6.16)$$

qui montre une forte corrélation statistique des deux paramètres, analogue à celle figurant dans le résultat 6.16.

En supposant l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$, qui énonce que η_{000} et ϵ ont même partie réelle, c'est-à-dire 1.6×10^{-3} , la valeur extraite de $Im(\eta_{000})$ devient :

$$Im(\eta_{000})_{\mathcal{CP}\mathcal{T}} = (-1.1 \pm 0.7) \times 10^{-2} \quad (6.17)$$

La figure 6.37 montre, pour tous les intervalles en énergie habituels, le double rapport (histogramme), auquel est superposé le terme d'interférence correspondant à la valeur ajustée de η_{000} , et la droite horizontale ayant pour hauteur le coefficient de normalisation extrait sur la cellule courante (droite qui correspond à une valeur nulle de η_{000}). La figure 6.38 montre les résultats de la mesure de η_{000} : les contours elliptiques à 39 %, 90 % et 95 % de niveau de confiance dans le cas où les deux composantes sont ajustées, et les incertitudes à un écart standard de $Im(\eta_{000})$ sous l'hypothèse d'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$.

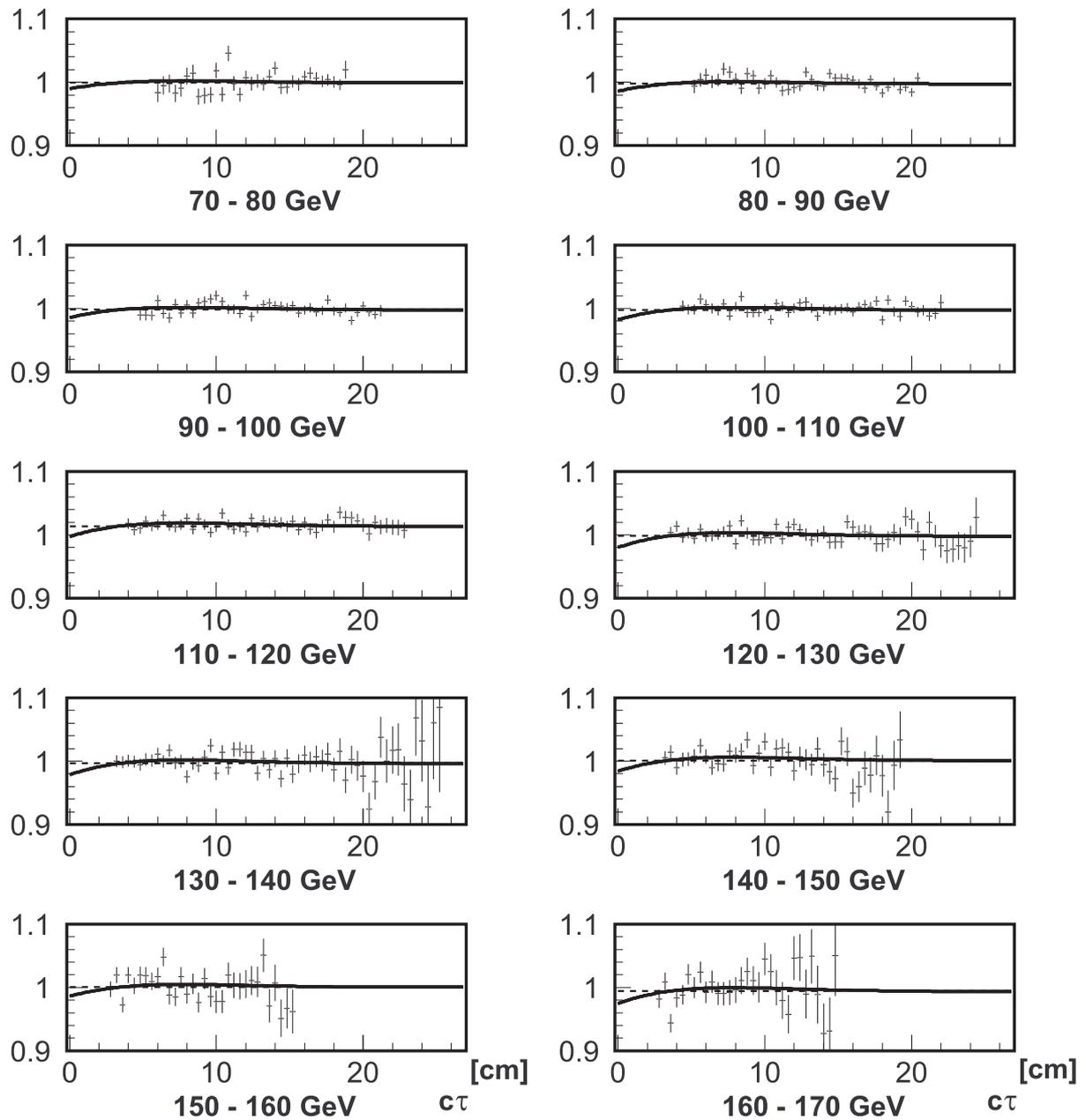


FIG. 6.37 – Ajustement du double rapport pour tous les intervalles en énergie: double rapport (histogramme), terme d'interférence pour la valeur extraite de η_{000} (en gras), terme d'interférence pour $\eta_{000} = 0$ (tirets).

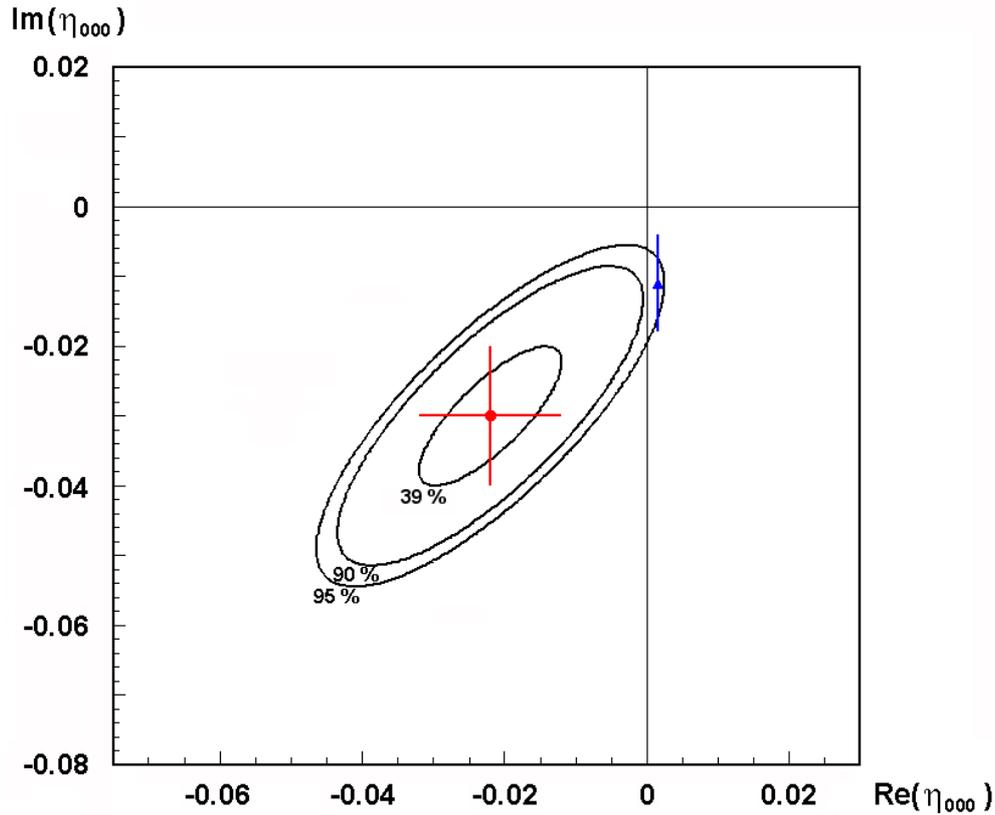


FIG. 6.38 – Contours elliptiques à 39, 90 et 95 % de niveau de confiance pour l’ajustement des deux composantes de η_{000} (cercle), et incertitudes à 1 écart standard lorsque l’invariance CPT est supposée (triangle).

Le résultat fait apparaître des valeurs de $Re(\eta_{000})$ et de $Im(\eta_{000})$ qui se situent respectivement à 2 et 3 écarts standards de 0. Les effets systématiques, qui n’ont pas encore été inclus, vont être abordés au prochain chapitre.

6.8.4 Remarques

Effet des corrections

La valeur mesurée de η_{000} inclut bien sûr la contribution des désintégrations Dalitz ainsi que la pondération issue de la correction de la distribution du centre de gravité des événements $3\pi^0$, dont les effets sur les composantes de η_{000} sont consignés dans le tableau 6.4.

Effet	$\Delta Re(\eta_{000})$	$\Delta Im(\eta_{000})$
Correction COG	1×10^{-3}	1×10^{-3}
Désintégrations Dalitz	-1.3×10^{-2}	-0.3×10^{-2}

TAB. 6.4 – Effet des corrections sur les composantes de η_{000} .

Sensibilité

Les différentes distributions de la figure 6.37 montrent la perte de sensibilité sur le paramètre η_{000} du fait de la collimation des faisceaux. La valeur extraite non nulle de η_{000} se manifeste par la

courbure de la fonction ajustée sur les tous premiers centimètres des distributions, précisément là où il n'y a pas d'événements.

La résolution en énergie

La fonction décrite par la formule 6.11, qui est utilisée pour l'extraction de η_{000} , ne comprend pas les effets de résolution sur la mesure de la position en $c\tau$ du vertex de désintégration. La prise en compte de ceux-ci, qui consiste à prendre le rapport des taux de désintégration avec et sans interférence, au préalable convolués par la fonction de résolution en temps de vie propre, ne modifie pas de manière appréciable la valeur mesurée de η_{000} .

Chapitre 7

Les effets systématiques

Ce chapitre se propose de compléter le résultat de l'étude de η_{000} par l'évaluation des incertitudes systématiques sur ses composantes, sans et avec l'hypothèse d'invariance \mathcal{CPT} . Il sera notamment question des non-linéarités dans la détermination de l'énergie des photons, dont fait partie l'échelle en énergie, et sur laquelle j'insisterai particulièrement. Une deuxième partie sera consacrée au coefficient de dilution, dont la mesure viendra justifier l'emploi des valeurs fournies par NA31, et dont les effets systématiques sur η_{000} seront quantifiés. La troisième section sera dédiée à l'influence de l'activité accidentelle dans le calorimètre. La section finale introduira brièvement d'autres effets systématiques, avant d'en fournir un résumé complet.

7.1 L'échelle en énergie

7.1.1 Motivations

La sélection des données, détaillée au chapitre 4, a montré que le temps de vie propre du kaon est entièrement déterminé par les mesures de l'énergie et de la position des photons (issus des désintégrations $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$) par le calorimètre électromagnétique. Cependant, cet appareillage peut introduire un biais dans la mesure de l'énergie des photons du fait de la méconnaissance de l'échelle absolue en énergie. L'étude de celle-ci permet à la fois de quantifier l'effet systématique induit sur η_{000} et de tester la stabilité de la prise de données en retraçant l'évolution de cette grandeur au travers des différentes périodes d'acquisition.

7.1.2 Influence de l'échelle en énergie sur les observables physiques

L'échelle en énergie α est introduite en supposant que l'énergie vraie E d'un photon est liée à son énergie reconstruite E^* par une relation de la forme :

$$E^* = (1 + \alpha)E \quad (7.1)$$

(par la suite, une grandeur reconstruite sera distinguée de sa valeur vraie par un astérisque).

Cet effet se propage sur la distance qui sépare le vertex de désintégration de la face d'entrée du calorimètre :

$$\begin{aligned} D^* &= \frac{1}{M_K} \sqrt{\sum_{i < j} (1 + \alpha)^2 E_i E_j r_{ij}^2} \\ &= (1 + \alpha)D \end{aligned} \quad (7.2)$$

et sur la position longitudinale de ce même vertex par rapport à l'origine, prise au niveau de la cible K_S :

$$z^* - z_{LKR} = (1 + \alpha)(z - z_{LKR}) \quad (7.3)$$

où z_{LKR} est la distance qui sépare la cible K_S de la face d'entrée du calorimètre électromagnétique.

Le temps de vie propre du kaon, qui s'exprime en fonction de l'énergie et de la position de désintégration de celui-ci, est lui aussi affecté par l'échelle en énergie :

$$\begin{aligned} c\tau^* &= \frac{M_K z^*}{E^*} \\ &= \frac{M_K [z_{LKR} + (1 + \alpha)(z - z_{LKR})]}{(1 + \alpha)E} \\ &\simeq c\tau - \alpha \frac{M_K z_{LKR}}{E} \end{aligned} \quad (7.4)$$

au premier ordre en α (dont la valeur attendue est de l'ordre de 10^{-3}). Avec $z_{LKR} \simeq 11500$ cm, $c\tau^*$ peut être paramétrisé par :

$$c\tau^* = c\tau - \alpha \frac{5715}{E [\text{GeV}]} \quad (7.5)$$

Remarque

La relation 7.5 montre que l'effet induit par α sur la distribution en temps de vie propre des kaons est de translater les événements vers les $c\tau$ décroissants pour $\alpha > 0$, et vice-versa. Ce décalage, qui est inversement proportionnel à l'énergie du kaon, peut donc avoir une influence sur la valeur extraite de η_{000} .

7.1.3 Méthode du calcul de l'échelle en énergie

L'AKS comme référence absolue

La période d'acquisition haute intensité a été précédée et suivie de deux courtes périodes durant lesquelles l'anti-compteur de K_S (AKS) était présent. Celui-ci permet de définir de manière non ambiguë le début de la région de désintégration en rejetant toute décroissance qui se serait produite en amont. La position du front de montée des distributions longitudinales des vertex de décroissance correspond, pour les modes neutres qui nous intéressent, à l'emplacement du convertisseur en iridium. L'AKS constitue donc une référence spatiale, car en comparant sa position connue avec sa position reconstruite (le front de montée des distributions en z) on peut extraire l'échelle en énergie, puisque cette dernière induit précisément un décalage sur la position reconstruite de l'AKS au travers de la relation 7.3.

Ajustement de la position de l'AKS

C'est le mode $K_S \rightarrow 2\pi^0$ qui sera utilisé pour la fixation de l'échelle en énergie pour les deux périodes évoquées dans le paragraphe précédent : c'est le mode à la fois le plus abondant, et dont le profil de désintégration à décroissance exponentielle rapide se prête le mieux à cette étude.

En négligeant les effets d'acceptance du détecteur, la distribution en z pour ce mode a l'allure d'une exponentielle décroissante, tronquée par la réjection de l'AKS, puis convoluée par la résolution finie du calorimètre électromagnétique. L'extraction de l'échelle en énergie s'effectue donc en ajustant la forme fonctionnelle suivante :

$$f_{\mathcal{N}, z_0, z_1, \sigma}(z) = \mathcal{N} \int_{z'_{min}}^{z'_{max}} dz' e^{-\frac{z'^2}{2\sigma^2}} \theta(z - z' - z_0) e^{-\frac{z-z'}{z_1}} \quad (7.6)$$

sur les distributions en z des vertex de décroissance $K_S \rightarrow 2\pi^0$.

θ est la fonction de Heaviside :

$$\theta(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (7.7)$$

et l'intervalle d'intégration $[z'_{min}, z'_{max}]$ est choisi suffisamment grand (cinq fois la résolution en z) pour éviter tout effet de bord.

Les quatre paramètres ajustés figurent en indice de la fonction :

- \mathcal{N} est un coefficient de normalisation,
- z_0 est la position reconstruite de l'AKS, à partir de laquelle se déduit l'échelle en énergie,
- z_1 est la longueur typique de décroissance de la distribution, qui est laissée en paramètre libre pour compenser partiellement les effets d'acceptance,
- σ est la résolution en z du calorimètre.

Il est en effet aisé de déduire la valeur de α de celle de z_0 . À partir de la formule 7.3, en assimilant z^* à la position reconstruite z_0 de l'AKS, et donc z à z_{AKS} :

$$z_0 - z_{LKR} = (1 + \alpha)(z_{AKS} - z_{LKR}) \quad (7.8)$$

en introduisant $\delta \equiv z_0 - z$:

$$\delta = \alpha(z_{AKS} - z_{LKR}) \quad (7.9)$$

soit :

$$\alpha = \frac{\delta}{z_{AKS} - z_{LKR}} \quad (7.10)$$

Résultats

L'ajustement de \mathcal{N} , σ , z_0 et z_1 est effectué par intervalles d'énergie des kaons de largeur 10 GeV, et ce pour chacune des deux périodes évoquées: juste avant et après le run haute intensité. Ce découpage en énergie ne montre aucune dépendance de z_0 en fonction de l'énergie du kaon. Les figures 7.1 et 7.2 montrent cet ajustement étendu à toute la gamme énergétique pour les distributions en z issues respectivement des périodes avant et après le run haute intensité. Les ajustements sont effectués sur un intervalle s'étendant de 3 à 9 m, de manière à englober le front de montée où se concentre toute la sensibilité sur l'échelle en énergie, tout en s'affranchissant des effets d'acceptance à plus longue distance. Les fluctuations obtenues en faisant varier la coupure supérieure en z sur une zone de ± 1 m sont inférieures au centimètre.

Le tableau suivant résume les valeurs obtenues pour l'échelle en énergie, déduite de la mesure de z_0 et de la formule 7.10 :

Période	z_0	$\alpha \times 10^4$
Avant	619.0 ± 0.9	-10.8 ± 0.8
Après	600.5 ± 0.4	6.2 ± 0.4

TAB. 7.1 – Valeurs de l'échelle en énergie avant et après le run haute intensité.

où $z_{LKR} = 11500$ cm et $z_{AKS} = 607.2$ cm ont été utilisés.

Pour les courtes périodes qui ont encadré le run haute intensité, α présente donc une variation de 1.7×10^{-3} . Cette détermination de α à l'aide de l'AKS permet de s'assurer que l'échelle en énergie est de l'ordre du pour mille.

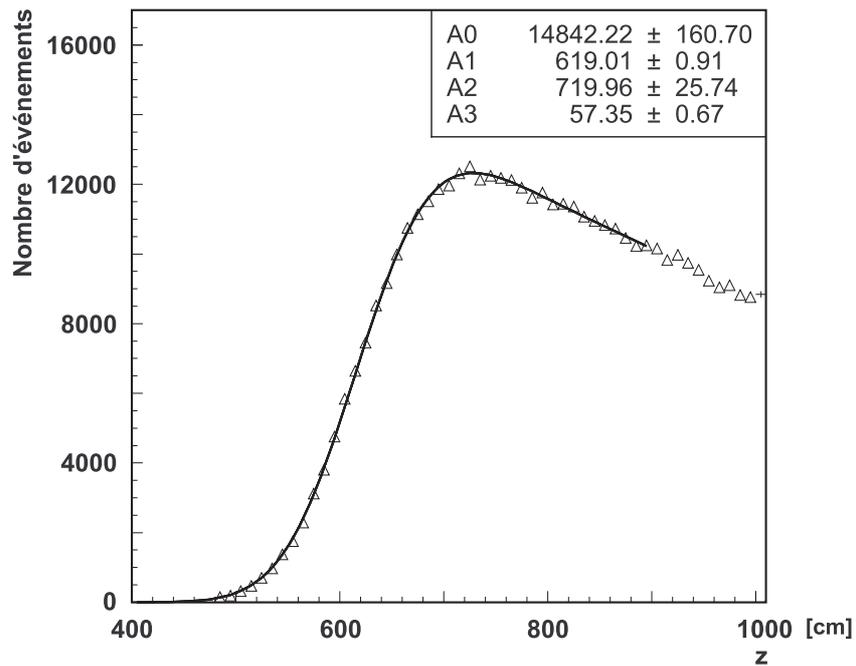


FIG. 7.1 – Ajustement de la fonction 7.6 sur la distribution en z des vertex de désintégration $K_S \rightarrow 2\pi^0$, étendue à toute la gamme énergétique, avant le run haute intensité. Les paramètres $A0$, $A1$, $A2$ et $A3$ correspondent respectivement à \mathcal{N} , z_0 , z_1 et σ .

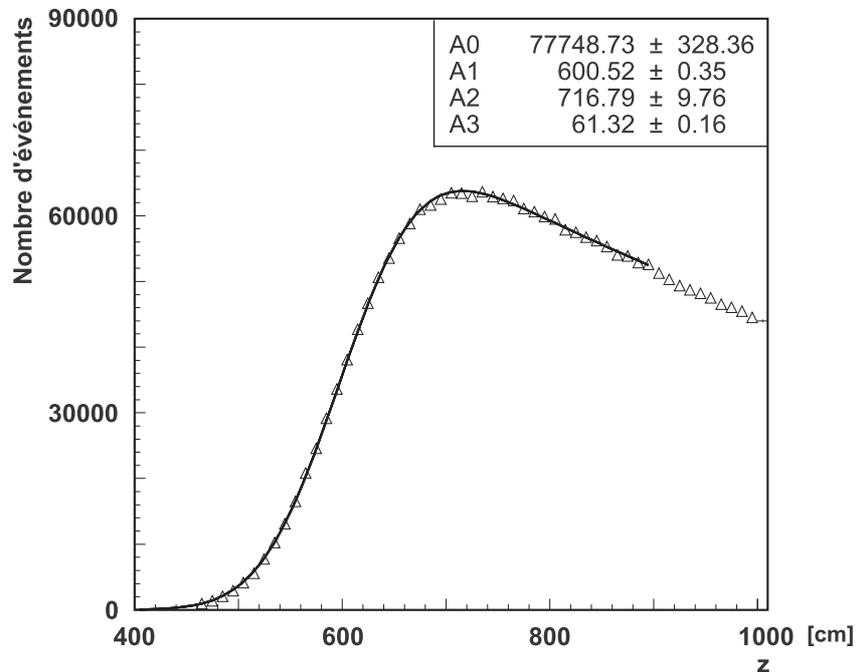


FIG. 7.2 – Ajustement de la fonction 7.6 sur la distribution en z des vertex de désintégration $K_S \rightarrow 2\pi^0$, étendue à toute la gamme énergétique, après le run haute intensité. Les paramètres $A0$, $A1$, $A2$ et $A3$ correspondent respectivement à \mathcal{N} , z_0 , z_1 et σ .

7.1.4 Étude de la stabilité de la prise de données

Stratégie

N'ayant pas disposé d'anti-compteur K_S pendant la période d'acquisition haute intensité, et la ligne de faisceau K_L étant dépourvue d'un tel dispositif, l'étude de la stabilité de l'échelle en énergie est effectuée de manière relative par la méthode à présent détaillée.

L'idée est donc de sélectionner, pour chacune des deux périodes de prise de donnée (haute intensité et dilution), un run particulier qui servira de référence et dont on s'assurera qu'il est statistiquement intéressant. Une fois ces deux choix effectués, il s'agira de comparer la distribution en temps de vie propre reconstruite au cours d'un run donné avec celle du run de référence correspondant à la même période d'acquisition, de manière à en extraire la variation de l'échelle en énergie par rapport à cette référence. La dispersion des valeurs obtenues pour α sera donc une manière d'estimer la stabilité de la prise de données.

Méthode

Pour chaque numéro de run, le temps de vie propre est histogrammé en modifiant l'énergie des photons pour des valeurs de α comprises entre -5×10^{-3} et 5×10^{-3} . Seuls les modes les plus abondants sont pris en compte pour chaque type de run : les événements $2\pi^0$ pour le run haute intensité, et $3\pi^0$ pour le run dilution. Pour chaque intervalle en énergie, la distribution obtenue est comparée avec la distribution correspondante du run de référence en calculant le χ^2 de la différence des deux histogrammes, correctement normalisés.

Pour chaque numéro de run un histogramme bidimensionnel, représentant $\chi^2(\alpha, E_K)$, tel celui de la figure 7.3, est obtenu. Le minimum du χ^2 pour une tranche en énergie de kaon donnée (ordonnée) correspond à la valeur de α sur l'axe des abscisses.

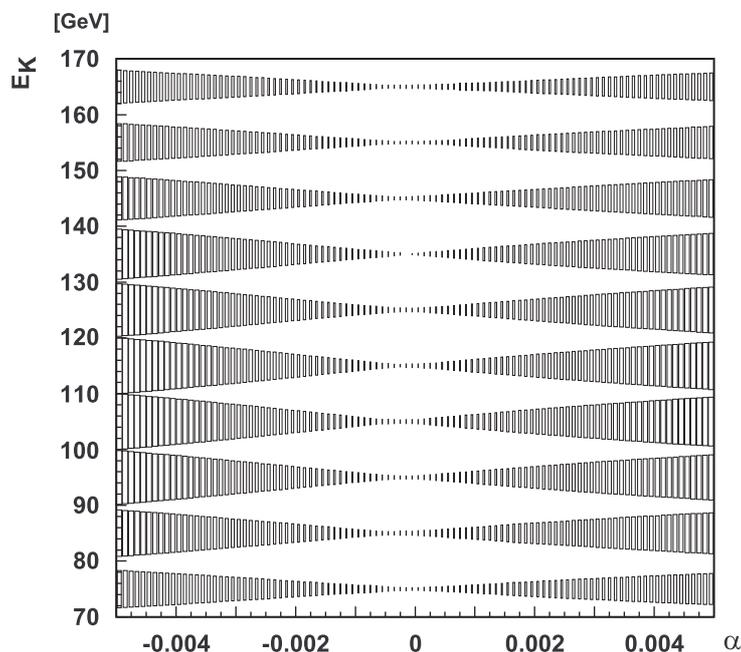


FIG. 7.3 – La valeur du χ^2 de la différence entre la distribution en temps de vie propre du run de référence et du run considéré, pour des kaons d'énergie comprise entre $E_<$ et $E_>$, et pour une échelle en énergie α , est consignée dans la case d'abscisse α et d'ordonnée comprise entre $E_<$ et $E_>$.

L'ajustement du profil parabolique ax^2+bx+c sur un voisinage du minimum (pour un intervalle en énergie donné) permet d'extraire la valeur correspondante de α ainsi que son erreur σ_α par les formules :

$$\begin{aligned}\alpha &= -\frac{b}{2a} \\ \sigma_\alpha &= \sqrt{\frac{1}{a}}\end{aligned}\quad (7.11)$$

Un exemple d'ajustement sur toute la gamme énergétique est fourni par la figure 7.4. Les dix résultats obtenus pour un run sont ensuite combinés, et cette moyenne est consignée dans le graphique 7.5 pour le run haute intensité, et dans le graphique 7.6 pour le run dilution.

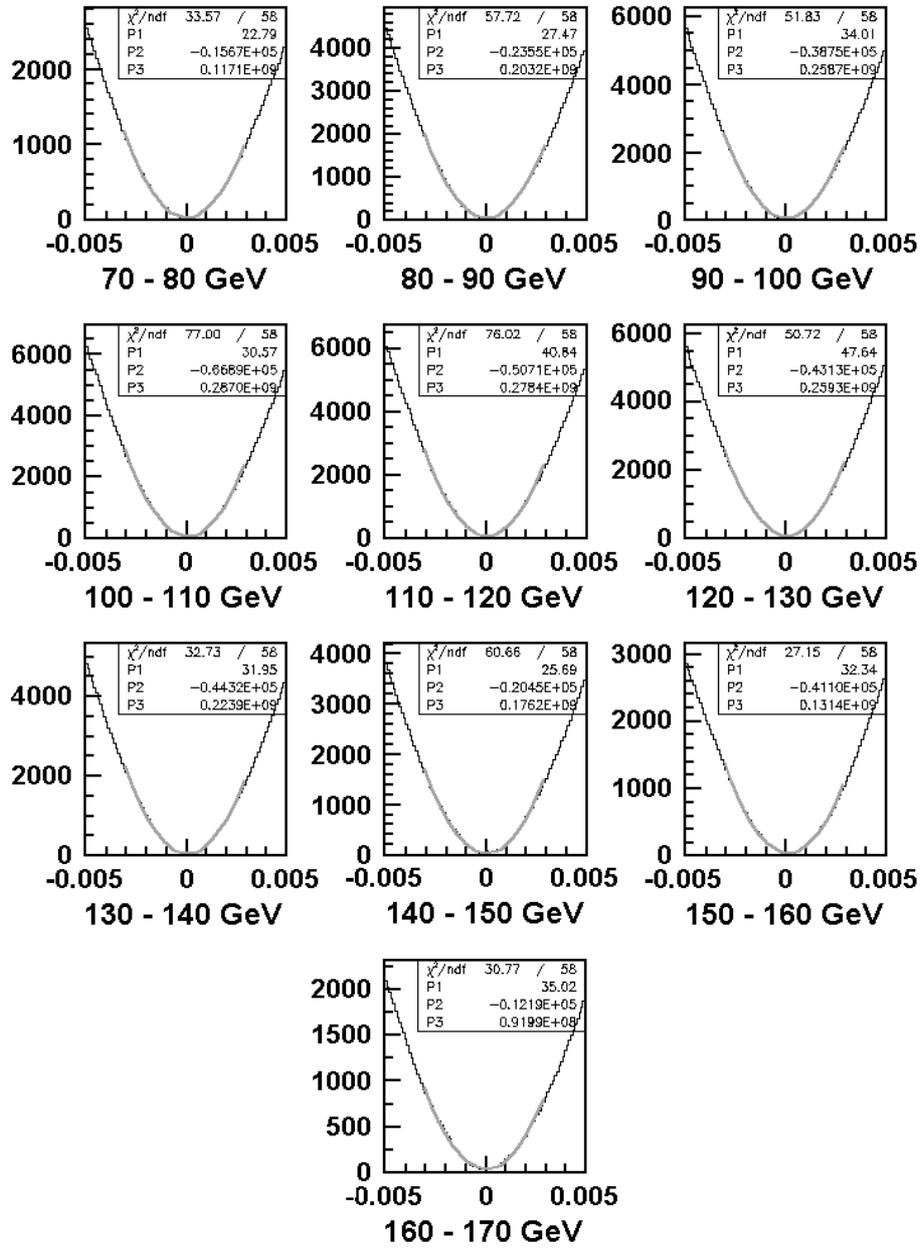


FIG. 7.4 – Ajustement parabolique des distributions du χ^2 sur les différentes tranches en énergie des kaons (de 70 à 170 GeV). De la position du minimum des distributions se déduit la valeur α de l'échelle en énergie.

Résultats

L'échelle en énergie relative pour les périodes haute intensité et dilution est respectivement illustrée dans les figures 7.5a et 7.6a. Les runs dont la statistique était insuffisante ne sont pas représentés dans ces histogrammes. Les distributions des valeurs obtenues (projection sur l'axe des ordonnées) apparaissent en figures 7.5b et 7.6b. Étant donné que les runs de référence associés à chacun de ces graphiques sont différents, ces distributions ne peuvent être directement comparées par superposition. Les quantités pertinentes ne sont en fait pas les valeurs moyennes des distributions, mais plutôt les dispersions.

De manière prudente, si la dispersion est définie comme la différence des valeurs associées aux intervalles extrêmes, elle est d'environ 1.5×10^{-3} pour les deux périodes considérées. En restant encore prudent, la différence des valeurs moyennes de l'échelle en énergie pour les runs haute intensité et dilution est attendue à l'intérieur des fluctuations associées à une de ces périodes, soit entre -8×10^{-4} et $+8 \times 10^{-4}$. Cet intervalle est donc caractéristique de l'effet différentiel du point de vue de l'échelle en énergie entre les deux périodes de prise de données, et sera par conséquent employé pour déterminer l'effet systématique induit par l'échelle en énergie sur η_{000} .

Cette mesure des fluctuations de l'échelle en énergie vient donc compléter l'étude de sa *valeur absolue*. La variation observée entre les deux courtes périodes qui ont précédé et succédé le run haute intensité est compatible avec les fluctuations observées lors de ce run.

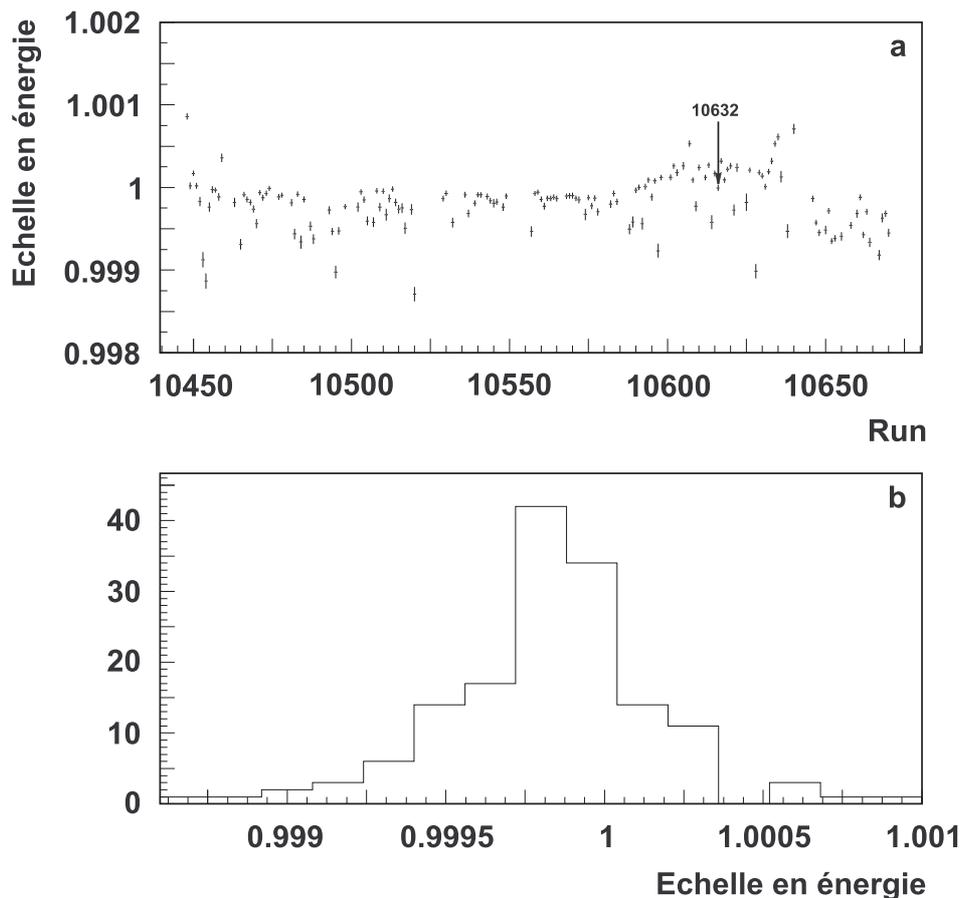


FIG. 7.5 – *En haut* : fluctuations de l'échelle en énergie pendant la prise de données haute intensité, en prenant le run 10632 comme référence. *En bas* : distribution des valeurs de $1+\alpha$ pour cette même période.

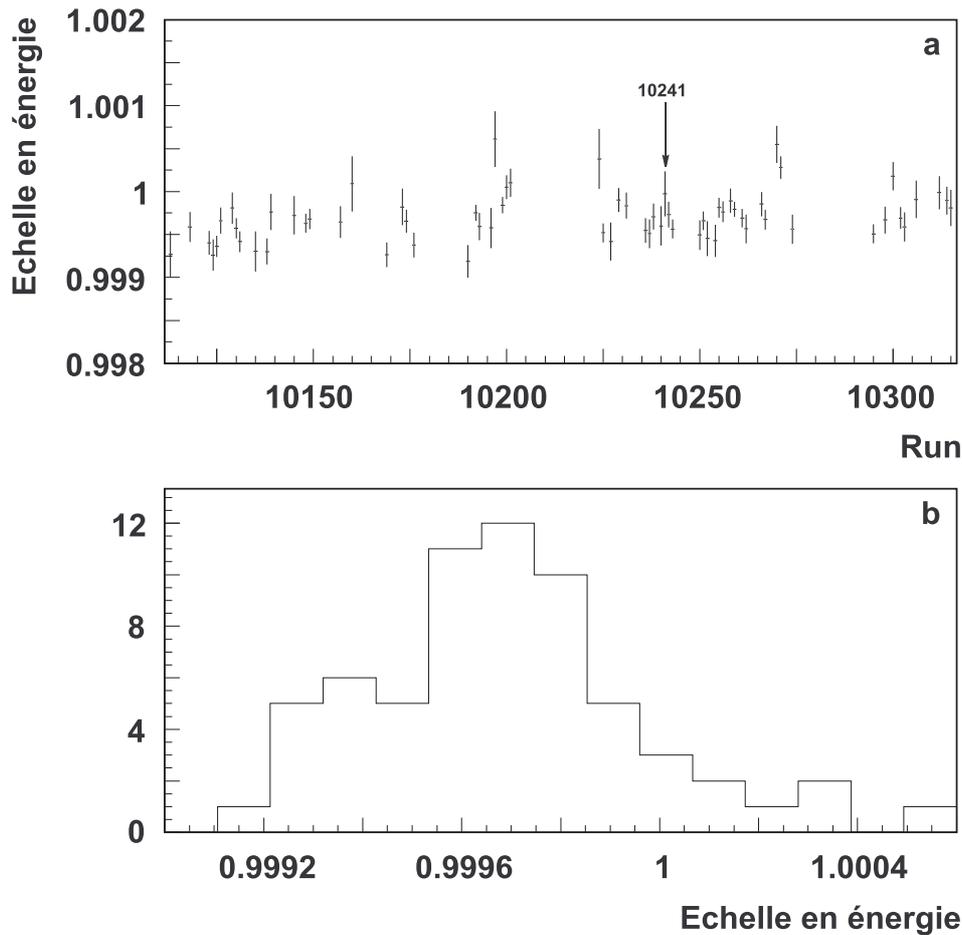


FIG. 7.6 – En haut : fluctuations de l'échelle en énergie pendant le run dilution, en prenant le run 10241 comme référence. En bas : distribution des valeurs de $1 + \alpha$ pour cette même période.

7.1.5 Incidence de l'échelle en énergie sur l'ajustement de η_{000}

L'effet de l'échelle en énergie peut être décomposé en deux contributions. La première est la valeur moyennée de cette grandeur sur toute la période de prise de donnée, dont l'étude effectuée à l'aide de l'AKS montre qu'elle doit être de l'ordre de 10^{-3} . Dans la mesure où la méthode de détermination de η_{000} repose sur le rapport des distributions haute intensité / dilution, on s'attend à un effet minime, qui se compense précisément dans ce rapport. Le deuxième effet consiste en les fluctuations de l'échelle en énergie. Il s'agit donc d'un effet différentiel entre les deux prises de données, et dont l'étude de stabilité nous montre que, prudemment, elles doivent être comprises en -8×10^{-4} et 8×10^{-4} .

Effet de la valeur moyenne de l'échelle en énergie

Ce premier effet peut être étudié à l'aide d'une simulation simplifiée de l'expérience. Deux lots sont générés, avec la configuration du run haute intensité. Le premier et le deuxième lot sont engendrés avec une statistique identique à celle des données et de la simulation respectivement. Les temps de vie propre pour chacun des lots sont histogrammés avec différentes valeurs de l'échelle en énergie, et les rapports correspondant à la même valeur de cette échelle sont calculés. Il est alors possible d'ajuster η_{000} sur ces rapports et d'observer les fluctuations de la valeur centrale lorsque l'échelle en énergie évolue.

Une valeur de l'échelle en énergie de 10^{-3} conduit à des variations de $Re(\eta_{000})$ et $Im(\eta_{000})$ inférieures à 10^{-3} , qui sont donc complètement négligeables.

Effet des fluctuations de l'échelle en énergie

L'influence des fluctuations de l'échelle en énergie sur η_{000} est déterminée en modifiant l'énergie des photons après introduction d'une échelle en énergie supplémentaire, dans les données du run haute intensité uniquement. La plage de variation de α s'étend donc de -8×10^{-4} à 8×10^{-4} , et conduit aux fluctuations suivantes :

$$\begin{aligned}\Delta Re(\eta_{000}) &= \pm 2 \times 10^{-3} \\ \Delta Im(\eta_{000}) &= \pm 2 \times 10^{-3} \\ \Delta Im(\eta_{000})_{Re(\eta_{000})=Re(\epsilon)} &= \pm 1 \times 10^{-3}\end{aligned}\tag{7.12}$$

qui seront prises comme incertitudes systématiques sur η_{000} induites par l'échelle en énergie.

7.2 Effets non-linéaires du LKr

L'échelle en énergie ne constitue pas le seul biais sur la mesure de l'énergie associée aux amas calorimétriques. Elle présente cependant l'avantage d'être accessible à partir des données 2000, et l'effet du décalage qu'elle induit sur les distributions en $e\tau$, conjugué avec un profil d'acceptance qui dépend aussi de cette dernière grandeur, aurait pu, a priori, avoir une influence sur la mesure de η_{000} (laquelle s'est finalement avérée de taille raisonnable - voir les valeurs 7.12).

L'ampleur des autres non-linéarités ont pu être étudiées en détail à l'aide des désintégrations K_{e3} , en comparant l'énergie de l'électron, telle que mesurée dans le LKr (E), et son impulsion reconstruite dans le spectromètre (p). Une telle étude ne peut être réitérée à partir des données 2000 à cause de l'absence du spectromètre. Les limites des variations des paramètres qui vont être présentées sont donc issues de données antérieures. Il est à noter que les données K_{e3} ont aussi été utilisées pour la calibration du calorimètre et la détermination de sa fonction de résolution, après déconvolution de la résolution du spectromètre.

La figure 7.7 illustre les effets non linéaires par la dépendance de E/p en fonction de E pour les électrons des désintégrations semi-leptoniques. Ce graphique montre notamment que les non-linéarités n'excèdent pas 0.1 % sur la gamme en énergie qui s'étend de 5 à 100 GeV. Le profil ainsi obtenu a été utilisé pour corriger l'énergie des photons.

7.2.1 Paramétrisation des non-linéarités

Les non-linéarités peuvent être décomposées en trois contributions :

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\beta}{E} + \gamma E + \delta r\tag{7.13}$$

dont la signification des paramètres est la suivante :

- r : rayon d'impact du photon,
- β : pertes d'énergie précédant l'impact avec le LKr,
- γ : non-linéarités à haute énergie,
- δ : effet de la position radiale du photon sur la mesure de son énergie.

L'expression 7.13 ne fait pas apparaître de terme constant : il correspondrait en effet à l'échelle en énergie, qui a été traitée en détail à la section précédente.

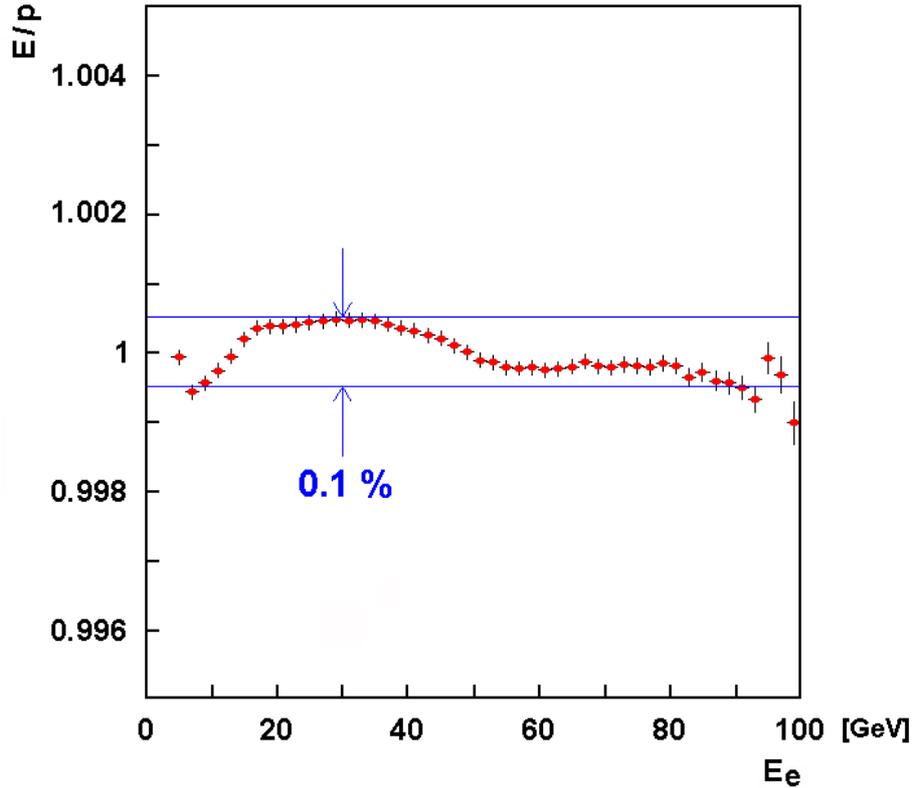


FIG. 7.7 – Non-linéarités dans la mesure de l'énergie des électrons des désintégrations K_{e3} . En abscisse figure l'énergie de l'électron, et en ordonnée le rapport E/p .

L'étude des désintégrations K_{e3} a permis de fixer les limites suivantes sur les paramètres β , γ et δ :

Paramètre	Incertitude
β	$\pm 10 \text{ MeV}$
γ	$\pm 2 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-1}$
δ	$\pm 1 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$

TAB. 7.2 – Incertitudes sur les paramètres de non-linéarité.

7.2.2 Effets systématiques

Le calcul des incertitudes systématiques procède de manière analogue au cas de l'échelle en énergie : l'énergie des photons est modifiée suivant la formule 7.13, en variant indépendamment chaque paramètre, uniquement pour les données du run haute intensité. Les fluctuations obtenues apparaissent dans le tableau 7.3.

Il s'agit d'une évaluation prudente dans la mesure où l'effet de β , γ et δ tend à se compenser dans le double rapport, et que la valeur de ces paramètres entre les données haute intensité et dilution doit être inférieure à leur incertitude.

Paramètre	$\Delta Re(\eta_{000}) \times 10^3$	$\Delta Im(\eta_{000}) \times 10^3$	$\Delta Im(\eta_{000})_{Re(\eta_{000})=Re(\epsilon)} \times 10^3$
β	± 2	± 2	± 1
γ	± 1	± 2	/
δ	± 1	± 1	/

TAB. 7.3 – Incertitudes systématiques induites par les non-linéarités, sans et avec l’hypothèse d’invariance \mathcal{CPT} .

7.3 Le coefficient de dilution

Comme évoqué à la section 6.1.1, l’asymétrie dans la production K^0/\bar{K}^0 est quantifiée par le coefficient de dilution D :

$$D(E_K) = \frac{N_{K^0} - N_{\bar{K}^0}}{N_{K^0} + N_{\bar{K}^0}} \quad (7.14)$$

qui présente une dépendance par rapport à l’énergie E_K du kaon. Son importance pour l’analyse provient de ce qu’il pondère le terme d’interférence où se concentre toute la sensibilité en η_{000} .

L’objectif de cette section est d’évaluer le coefficient de dilution à partir des mêmes données utilisées pour la détermination de η_{000} . Il sera notamment montré, dans le cadre de la méthode employée, que la sensibilité sur D est concentrée dans la partie supérieure du spectre en énergie des kaons. Les valeurs obtenues pour le coefficient de dilution, qui ne seront pas insérées dans l’analyse, permettront néanmoins de justifier l’emploi de celles fournies par NA31, qui couvrent toute la gamme énergétique utile à l’extraction de η_{000} . L’étude du coefficient de dilution s’achèvera sur l’erreur systématique qu’il implique sur la mesure de η_{000} .

7.3.1 Les désintégrations en deux pions neutres

Comme il ne peut être question d’utiliser l’interférence K_S/K_L dans la désintégration en trois pions neutres pour extraire le coefficient de dilution relatif à la cible K_S , la stratégie consiste à utiliser les désintégrations $2\pi^0$ pour obtenir le coefficient de dilution correspondant à la cible K_L . En toute rigueur, un facteur correctif doit être appliqué pour déduire la dilution sur cible K_S (qui est celle qui intervient dans le terme d’interférence sensible à η_{000}) à partir de celle sur cible K_L , car l’énergie des protons et leur angle d’incidence sont différents dans les deux cas. Ce problème, qui a été soulevé au paragraphe 6.1.2, n’est pas important dans l’immédiat. En effet, le but est de comparer la dilution extraite des données 2000 de NA48 aux résultats de NA31, qui a effectué sa mesure dans des conditions identiques à celles en vigueur au niveau de la cible K_L .

De manière analogue au cas à trois pions, le taux de décroissance $K^0(\bar{K}^0) \rightarrow 2\pi^0$ en fonction du temps de vie propre τ du kaon s’écrit :

$$I_{K^0(\bar{K}^0) \rightarrow 2\pi^0}^{K_S/K_L}(\tau) \propto e^{-\frac{\tau + \tau_{K_S/K_L}}{\tau_S}} + |\eta_{00}|^2 e^{-\frac{\tau + \tau_{K_S/K_L}}{\tau_L}} \pm 2|\eta_{00}| e^{-\frac{1}{2}(\frac{1}{\tau_S} + \frac{1}{\tau_L})[\tau + \tau_{K_S/K_L}]} \cos(\Delta m [\tau + \tau_{K_S/K_L}] - \phi_{00}) \quad (7.15)$$

où le paramètre η_{00} est caractéristique de la violation de \mathcal{CP} dans la désintégration $K_L \rightarrow 2\pi^0$:

$$\eta_{00} = \frac{\langle 2\pi^0 | \mathcal{H} | K_L \rangle}{\langle 2\pi^0 | \mathcal{H} | K_S \rangle} = |\eta_{00}| e^{i\phi_{00}} \quad (7.16)$$

et dont les valeurs expérimentales des composantes sont données par :

$$\begin{aligned} |\eta_{00}| &= (2.274 \pm 0.017) \times 10^{-3} \\ \phi_{00} &= (43.51 \pm 0.06)^\circ \end{aligned} \quad (7.17)$$

L'origine pour la mesure de τ est prise au niveau de la cible K_S . Dans l'expression 7.15, τ_{K_S/K_L} désigne la position de la cible (K_S ou K_L) d'où est issu le kaon, évaluée comme un temps de vie propre. τ_{K_S} est donc évidemment nul, et τ_{K_L} admet pour expression :

$$\tau_{K_L} = \frac{D_{K_S \rightarrow K_L} M_K}{E_K} \quad (7.18)$$

où $D_{K_S \rightarrow K_L}$ est la distance séparant la cible K_L de la cible K_S (et qui vaut environ 120 m).

Si N_{K^0} (resp. $N_{\bar{K}^0}$) désigne le nombre de K^0 (resp. \bar{K}^0) produits, alors le taux de désintégration en deux pions neutres prend la forme :

$$I_{2\pi^0}^{K_S/K_L}(\tau) \propto e^{-\frac{\tau + \tau_{K_S/K_L}}{\tau_S}} + |\eta_{00}|^2 e^{-\frac{\tau + \tau_{K_S/K_L}}{\tau_L}} + 2D(E_K) |\eta_{00}| e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_S} + \frac{1}{\tau_L}\right)[\tau + \tau_{K_S/K_L}]} \cos(\Delta m [\tau + \tau_{K_S/K_L}] - \phi_{00}) \quad (7.19)$$

où la partie réelle de ϵ ($\simeq 1.6 \times 10^{-3}$) a été négligée devant D (qui est typiquement de l'ordre de 0.3). Cette formule est l'analogie du taux de décroissance en trois pions neutres : η_{000} y est remplacé par η_{00} et le signe de la phase est renversé.

7.3.2 Mesure de la dilution

La méthode d'extraction du coefficient de dilution est analogue à celle utilisée pour la mesure de η_{000} . Les distributions en temps de vie propre des désintégrations en deux pions neutres pour des kaons issus de la cible K_S sont divisées par les distributions correspondantes associées aux kaons produits sur la cible K_L . Ces opérations sont effectuées par intervalle d'énergie afin d'obtenir la dépendance de D en fonction de E_K . L'effet résiduel, dû à des faisceaux de géométries différentes, est corrigé par la simulation Monte-Carlo NASIM. Le rapport des distributions simulées vient donc diviser celui obtenu à partir des données, c'est-à-dire que l'ajustement de D s'effectue sur le double rapport suivant :

$$R'(c\tau, E_K) = \frac{f_{Data}^{K_S}(c\tau, E_K)}{f_{Data}^{K_L}(c\tau, E_K)} \times \frac{f_{MC}^{K_L}(c\tau, E_K)}{f_{MC}^{K_S}(c\tau, E_K)} \quad (7.20)$$

où l'indice des distributions f (qui symbolisent les divers types de données) représente le lot d'origine, tandis que l'exposant se réfère au faisceau de production des kaons. Le spectre en énergie considéré, qui s'étend de 140 à 170 GeV, est divisé en trois intervalles de largeur 10 GeV.

Il est à noter que les données simulées qui interviennent dans l'expression 7.20 correspondent, aussi bien pour le lot associé à la cible K_L que celui correspondant à la cible K_S , à des désintégrations $K_S \rightarrow 2\pi^0$. Pour un état final donné (ici $2\pi^0$), l'acceptance étant dépendante de $c\tau$ et E_K uniquement, le rapport des acceptances des modes $K_L \rightarrow 2\pi^0$ sur cible K_L et $K_S \rightarrow 2\pi^0$ sur cible K_S est identique au rapport obtenu avec des événements $K_S \rightarrow 2\pi^0$ reconstruits sur cible K_L et K_S .

Les rapports $R'(c\tau, E_K)$ sont ajustés par la formule :

$$R_i^{th}(c\tau, D_i) = N_i \frac{e^{-\frac{\tau}{\tau_S}}}{I_{2\pi^0}^{K_L}(c\tau, D_i)} \quad (7.21)$$

qui correspond au rapport théorique des distributions des vertex de désintégration en deux pions neutres pour des kaons produits au niveau des cibles K_S et K_L , N_i ($i = 1, 2, 3$) étant les coefficients de normalisation sur les trois intervalles en énergie.

L'étroitesse de la portion de spectre considérée pour le calcul de la dilution (30 GeV, contre 100 GeV pour la mesure de η_{000}) est justifiée au paragraphe suivant, ainsi que l'absence au numérateur de 7.21 d'un terme associé à la dilution sur cible K_S . Le tableau 7.4 résume les statistiques acquises à l'issue de la sélection $2\pi^0$ sur les différents lots.

Cible	Type	Statistique (millions)
K_L	DATA	1.4
K_L	MC	2
K_S	DATA	44
K_S	MC	5

TAB. 7.4 – Nombre d'événements $2\pi^0$ reconstruits pour chacun des lots intervenant dans la mesure de la dilution.

7.3.3 Sensibilité à la dilution

Avant d'effectuer l'ajustement décrit au paragraphe précédent, il est nécessaire d'effectuer une étude préliminaire de la dilution à partir de la formule 7.19, et ce pour délimiter la portion du spectre en énergie qui y est le plus sensible, c'est-à-dire justifier le choix de l'intervalle $140 \rightarrow 170$ GeV pour l'extraction.

Cible K_L

Le terme d'interférence, qui dépend de D , a un profil exponentiellement amorti en $e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_S} + \frac{1}{\tau_L}\right)\tau}$ qui est dominé par le temps de vie du K_S ($\tau_L \simeq 580 \times \tau_S$). À basse énergie, la position en $c\tau$ du collimateur par rapport à la cible K_L (qui est inversement proportionnelle à l'énergie du kaon) est trop importante pour que le terme d'interférence puisse contribuer au taux de désintégration. Ce phénomène est observé figures 7.8a, 7.8b et 7.8c. La courbe en figure 7.8a représente la contribution du mode $K_L \rightarrow 2\pi^0$ avec la cible K_L comme origine (contribution dominante) en fonction de l'énergie. La valeur lue sur cette courbe pour une énergie E_K est donc l'intégrale de la contribution au taux de décroissance :

$$\mathcal{I}_{K_L}^{K_L}(E_K) = |\eta_{00}|^2 \int_{\frac{z M_K}{E_K}}^{\frac{z M_K}{E_K} + \Delta c\tau} e^{-\frac{\tau}{\tau_L}} d\tau \quad (7.22)$$

où z est la distance qui sépare la cible de production du collimateur final associé, soit 126 m dans le cas présent (cette distance devient 6 m dans le cas de la cible K_S), et $\Delta c\tau$ la longueur typique de la zone de désintégration évaluée en temps de vie propre, soit typiquement 20 cm.

La courbe en 7.8b représente la contribution du terme d'interférence, c'est-à-dire que sa valeur au point d'abscisse E_K est :

$$\mathcal{I}_{K_L}^{Int}(E_K) = 2 D |\eta_{00}| \int_{\frac{z M_K}{E_K}}^{\frac{z M_K}{E_K} + \Delta c\tau} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_S} + \frac{1}{\tau_L}\right)\tau} \cos(\Delta m\tau - \phi_{00}) d\tau \quad (7.23)$$

Le rapport de ces deux courbes apparaît en figure 7.8c, où il est manifeste que la zone sensible à la dilution sur le spectre en énergie se concentre dans l'intervalle qui s'étend de 140 à 170 GeV (surface hachurée). Cette même figure montre qu'à l'extrémité droite du spectre le terme d'interférence peut contribuer à 5 % des décroissances. Ces courbes ont été obtenues avec une valeur typique de 0.3 pour le coefficient de dilution.

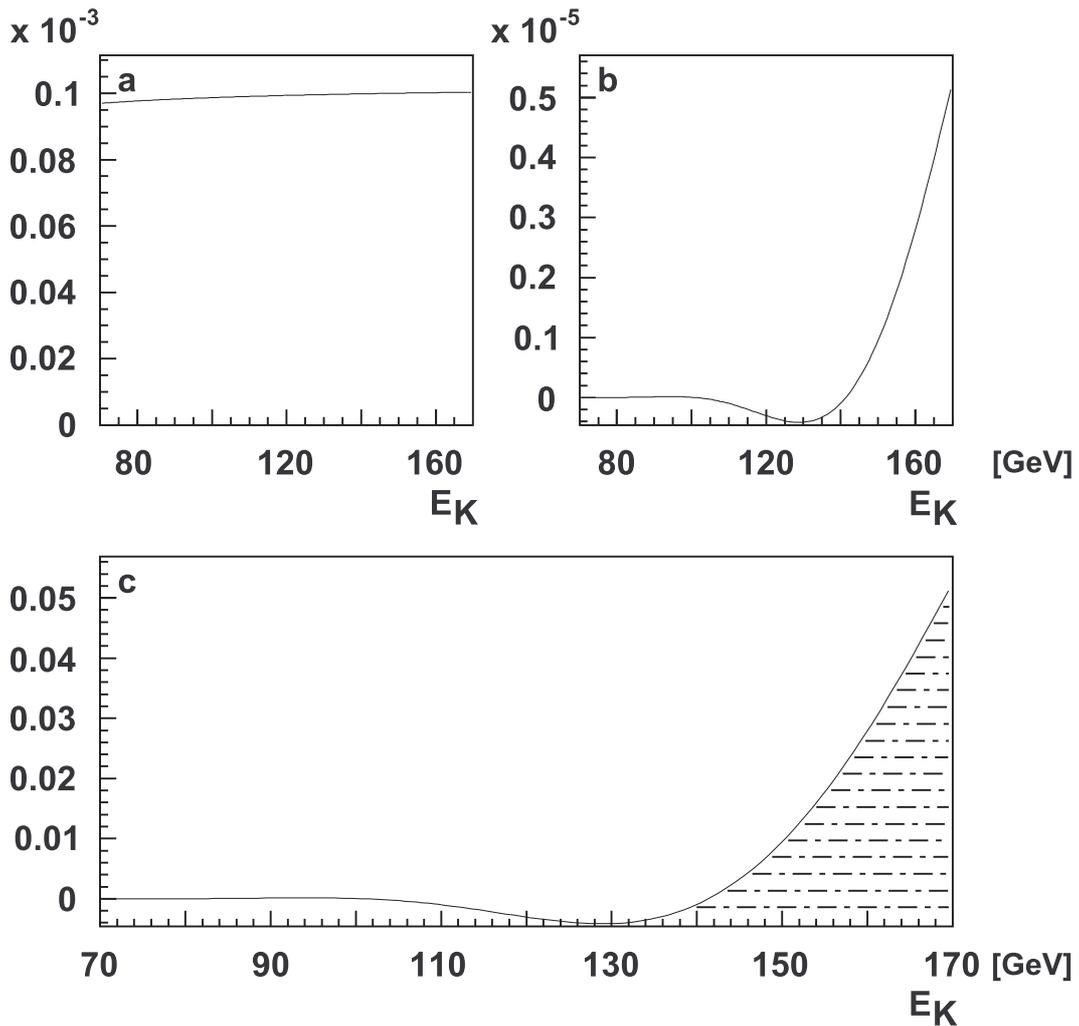


FIG. 7.8 – Contribution des différentes composantes de l'expression 7.19 pour des kaons produits à la cible K_L : terme prépondérant K_L (a), terme d'interférence (b), et rapport des courbes b et a (c). À l'extrémité supérieure du spectre en énergie (170 GeV), le terme d'interférence contribue à raison de 5 % environ. La portion hachurée de la figure C montre que la sensibilité au coefficient de dilution est restreinte à l'intervalle qui s'étend de 140 à 170 GeV.

Cible K_S

Une étude analogue à celle du paragraphe précédent peut être menée pour les désintégrations en deux pions neutres issues de la cible K_S . Cette fois-ci la distance qui sépare la cible du collimateur final est beaucoup plus petite (6 m contre 126 m). Mais le mode prépondérant, $K_S \rightarrow 2\pi^0$, n'est pas supprimé par \mathcal{CP} et domine très largement la contribution des termes K_L et d'interférence. Ceci est illustré sur les figures 7.9a, 7.9b et 7.9c. Les différentes courbes sont construites de manière analogue à celles des figures 7.8a, 7.8b et 7.8c respectivement. La figure 7.9a représente la contribution du terme principal en fonction de l'énergie du kaon, la figure 7.9b quant à elle contient la contribution du terme d'interférence, et la figure 7.9c donne leur rapport. Alors que dans le cas de la cible K_L le terme d'interférence pouvait contribuer à environ 5 % des désintégrations à haute énergie, cette proportion est abaissée au niveau de 0.3 % pour la cible K_S .

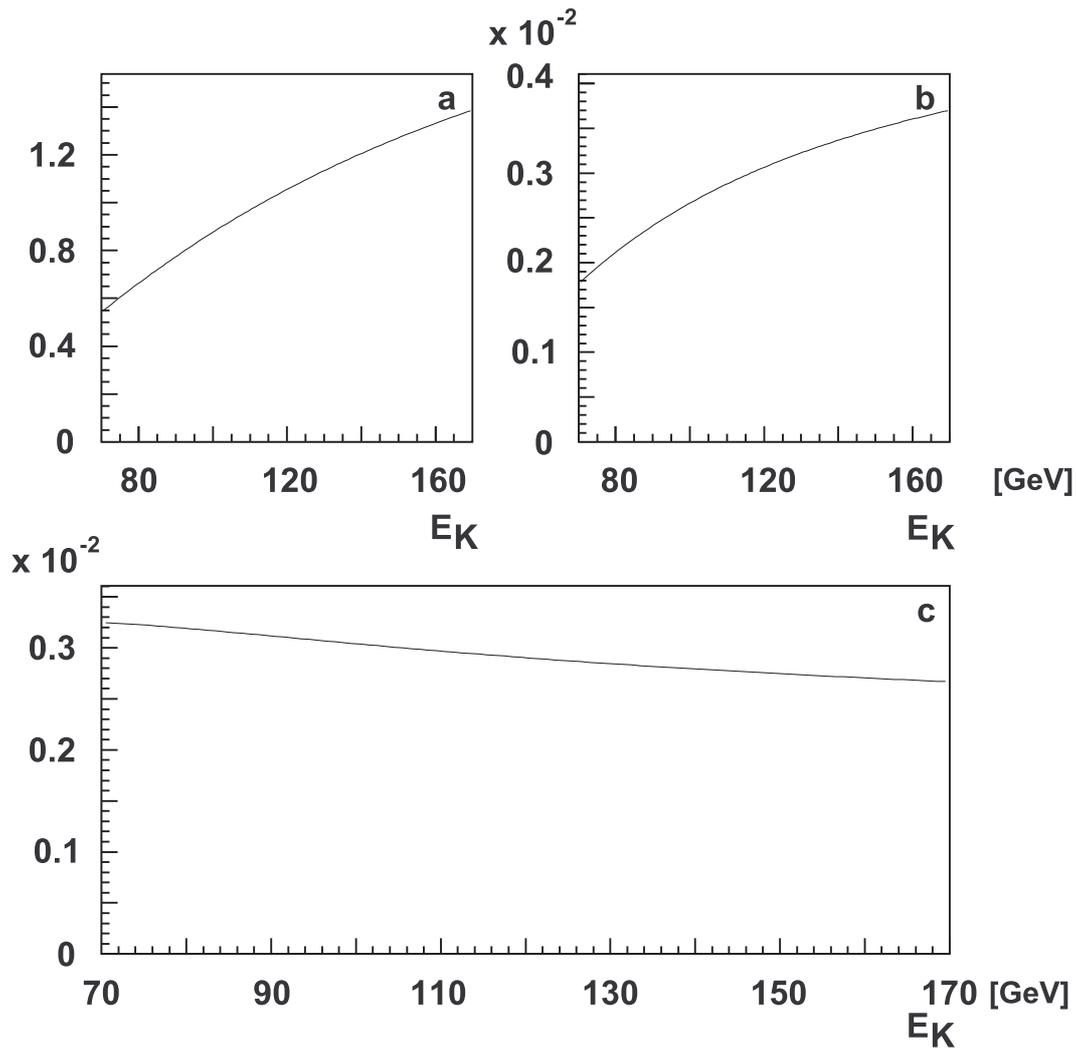


FIG. 7.9 – Contribution des différentes composantes de l'expression 7.19 pour des kaons produits au niveau de la cible K_S : terme prépondérant K_S (a), terme d'interférence (b), et rapport des courbes b et a (c). La contribution maximale du terme d'interférence n'excède pas 0.35 %, soit environ un ordre de grandeur de moins que dans le cas précédent.

Conclusions

Concernant la cible K_L , la sensibilité à la dilution est concentrée essentiellement dans l'intervalle $140 \rightarrow 170$ GeV, qui sera par conséquent celui à partir duquel D sera extrait.

La figure 7.10 montre notamment, pour différentes valeurs de l'énergie des kaons, la contribution des différents termes. On retrouve le fait qu'à basse énergie (courbes a et b) l'interférence est un effet négligeable, qui devient manifeste à haute énergie (courbes c et d), où elle se concentre essentiellement à bas $c\tau$. On remarquera que l'intervalle en $c\tau$ associé à l'axe des abscisses varie en fonction de l'énergie du fait de la collimation du faisceau K_L .

Les événements $2\pi^0$ associés à la cible K_S n'étant pas sensibles à la dilution, la seule contribution à prendre en compte est celle du mode $K_S \rightarrow 2\pi^0$, d'où la présence du seul terme en $e^{-\frac{\tau}{\tau_S}}$ au numérateur de l'expression 7.21.

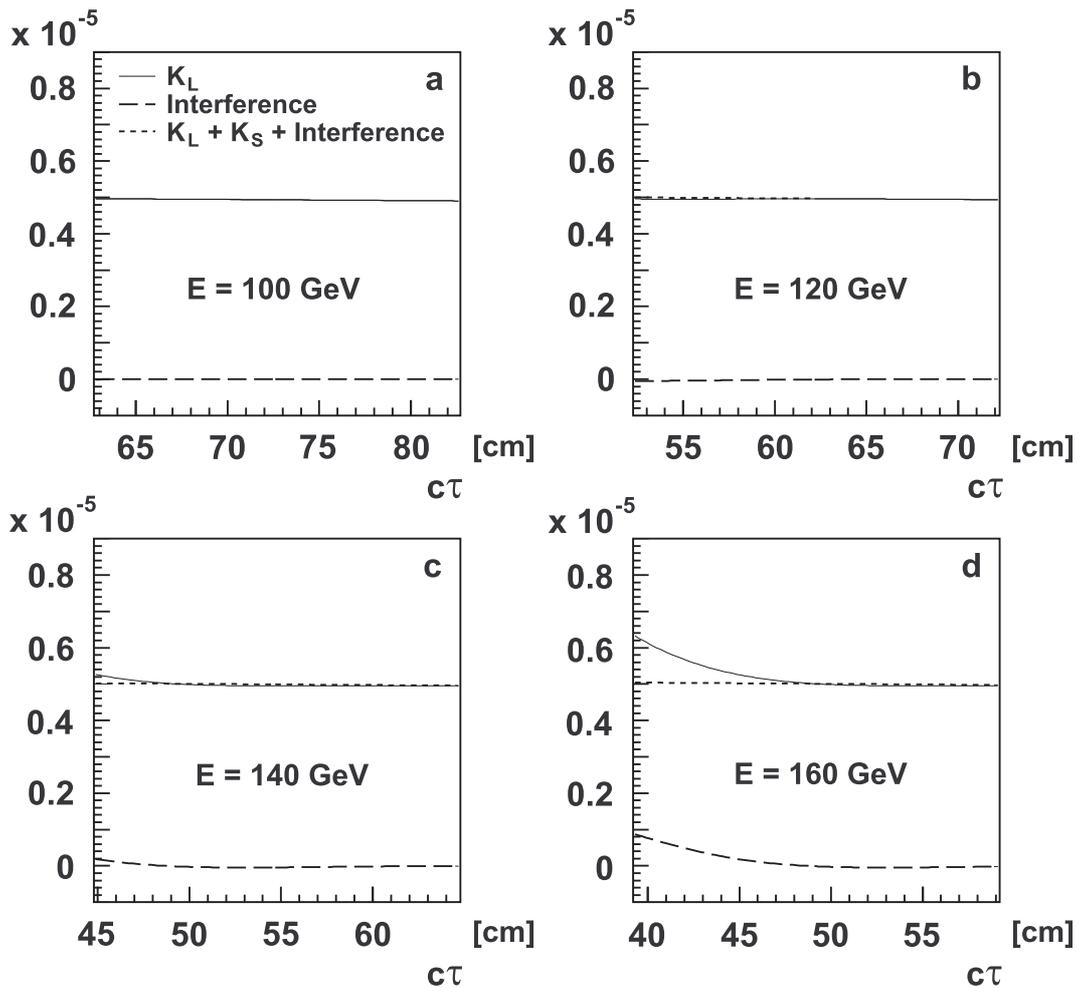


FIG. 7.10 – Contribution des termes intervenant dans le taux de décroissance pour différentes énergies des kaons (100, 120, 140 et 160 GeV) : K_L (tirets longs), interférence (tirets courts) et somme de toutes les contributions, y compris K_S (ligne continue). Le terme d'interférence est apparent à haute énergie et bas $c\tau$.

7.3.4 Résultats

L'ajustement avec MINUIT du coefficient de dilution sur les trois intervalles de 10 GeV qui y sont sensibles (c'est-à-dire de 140 à 170 GeV) fournit :

E_K (GeV)	$D(E_K)$
140 → 150	0.26 ± 0.12
150 → 160	0.33 ± 0.06
160 → 170	0.53 ± 0.05

TAB. 7.5 – Coefficient de dilution mesuré à partir des données 2000 par intervalle d'énergie de kaon, avec correction d'acceptance.

Conformément à l'étude préliminaire, l'erreur statistique sur D diminue avec l'augmentation de E_K . Les résultats des ajustements sont présentés en figure 7.11.

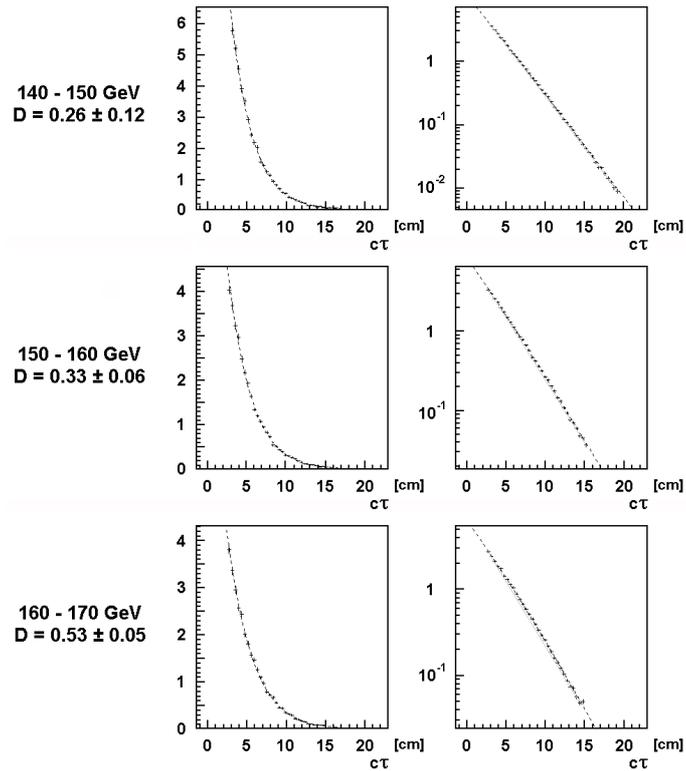


FIG. 7.11 – Ajustement du coefficient de dilution sur les distributions en temps de vie propre, en échelles linéaire et logarithmique.

Les résultats ainsi obtenus peuvent être comparés à ceux de NA31 (voir figure 7.12), et montrent une compatibilité sur chaque intervalle en E_K à moins d'un écart standard.

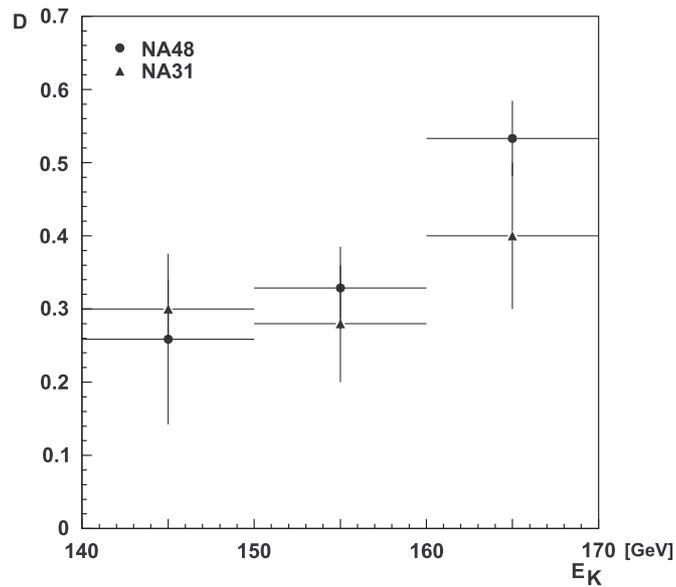


FIG. 7.12 – Comparaison de la présente évaluation du coefficient de dilution pour des kaons produits sur cible K_L avec la mesure de NA31.

Le coefficient de dilution a été auparavant évalué à partir de données acquises en 1997 d'une part [43] [44], et en 1998 et 1999 d'autre part [51]. La disponibilité du spectromètre magnétique avait alors permis de mesurer D aussi bien en mode neutre que chargé. L'ensemble des résultats est présenté figure 7.13, et montre une compatibilité sur l'ensemble du spectre.

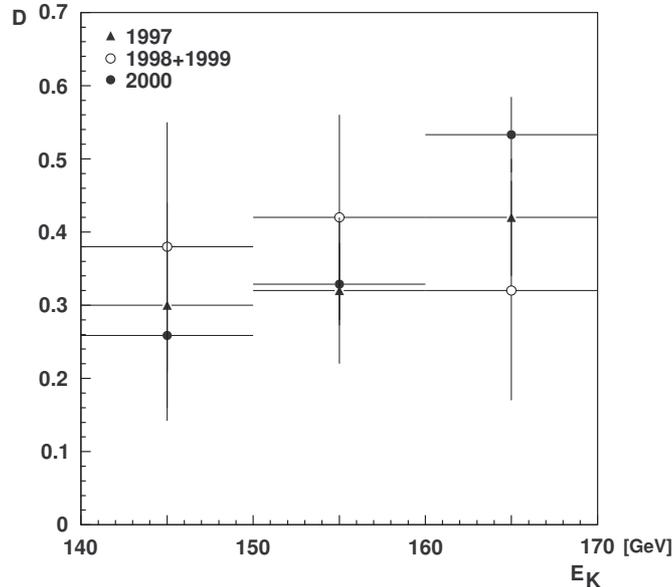


FIG. 7.13 – Résumé des évaluations du coefficient de dilution à partir des différents lots de données acquis par NA48.

7.3.5 Incertitude systématique

L'incertitude systématique associée au coefficient de dilution a été évaluée en prenant la moitié de la variation des composantes de η_{000} lorsque l'ajustement est effectué avec $D(E_K) + \sigma_{D(E_K)}$ et $D(E_K) - \sigma_{D(E_K)}$, simultanément sur chaque intervalle d'énergie. Les variations observées sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 \Delta Re(\eta_{000}) &= \pm 3 \times 10^{-3} \\
 \Delta Im(\eta_{000}) &= \pm 4 \times 10^{-3} \\
 \Delta Im(\eta_{000})_{CP\tau} &= \pm 2 \times 10^{-3}
 \end{aligned}
 \tag{7.24}$$

7.4 Activité accidentelle

7.4.1 Principe

L'effet de l'activité accidentelle au niveau du calorimètre électromagnétique est susceptible de modifier la distribution en temps de vie propre des vertex de désintégration $K \rightarrow 3\pi^0$. Cette section se propose de quantifier l'effet induit sur la mesure du paramètre η_{000} .

La méthode employée consiste à superposer aux données expérimentales des événements représentatifs de l'activité accidentelle instantanée (méthode dite «overlay»). Ce sont les moniteurs d'intensité associés aux deux faisceaux qui fournissent les signaux de déclenchement. Ces événements sont ensuite traités par la routine de sélection standard. La comparaison aux événements originaux permet de déterminer les nombres d'événements gagnés et perdus lors de la procédure,

pour chaque cellule du plan $(c\tau, E_K)$. Leur distribution, sur toute l'étendue du spectre en énergie, est présentée figure 7.14, et la comparaison des distributions avant et après la superposition apparaît figure 7.15 (environ 20 % de la statistique des deux runs a été employée).

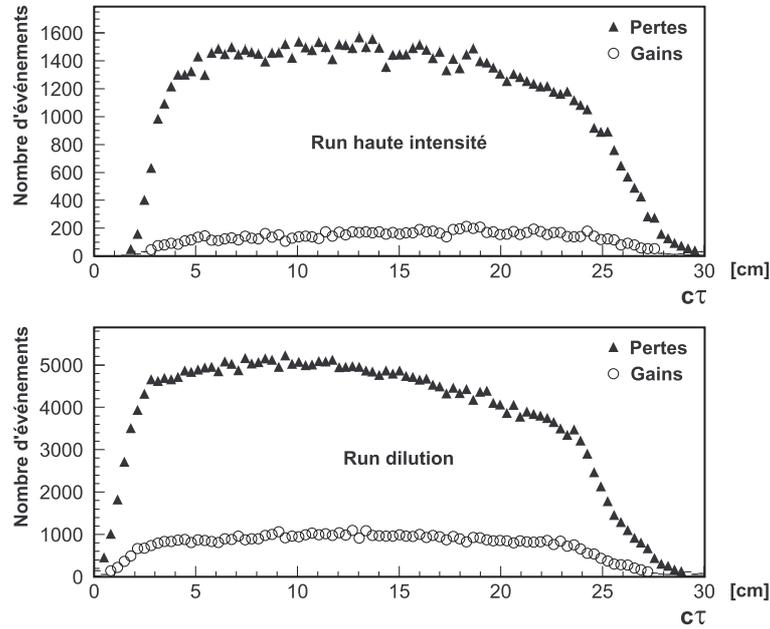


FIG. 7.14 – Distribution en $c\tau$, intégrée sur l'étendue du spectre énergétique des kaons, des événements perdus (triangles) et gagnés (cercles) à la suite de la superposition de l'activité accidentelle, pour les run haute intensité (haut) et dilution (bas).

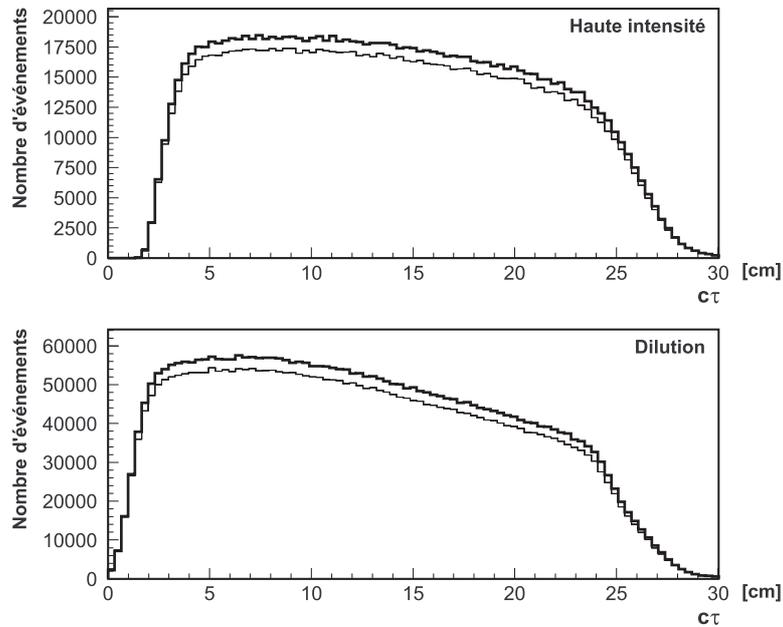


FIG. 7.15 – Distribution en $c\tau$ avant et après superposition de l'activité accidentelle, pour le run haute intensité (haut) et dilution (bas), sur toute la gamme en énergie.

Un événement et son homologue après superposition peuvent bien sûr être tous deux acceptés, mais l'activité accidentelle peut provoquer une migration de l'événement dans une autre cellule (voir figure 7.16).

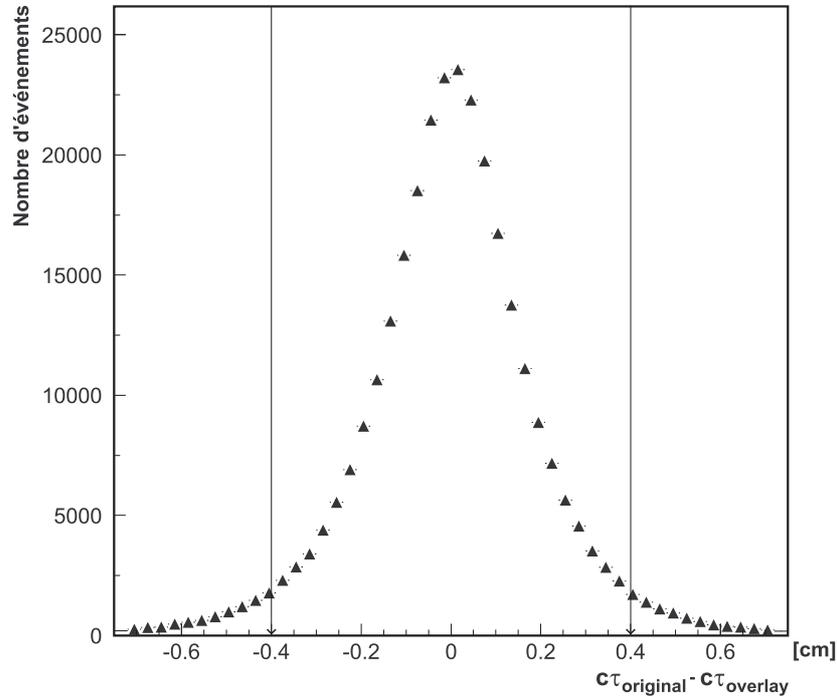


FIG. 7.16 – Variation du temps de vie propre après la procédure de superposition. Les événements pour lesquels $|\Delta c\tau| > 0.4$ ont forcément migré de cellule.

Notons que les données possèdent intrinsèquement une contribution accidentelle, et que la superposition en rajoute une seconde. On supposera que l'activité accidentelle agit linéairement, c'est-à-dire que les nombres d'événements gagnés et perdus dans le lot original sont les mêmes que ceux associés à la procédure de superposition.

7.4.2 Méthode

Les échantillons utilisés pour la superposition ne contenant que 20 % des statistiques expérimentales pour chacun des lots (haute intensité et dilution), l'effet de l'activité accidentelle ne va pas être évalué en comparant le résultat de l'ajustement avant et après la superposition, procédure qui serait complètement dominée par les incertitudes statistiques.

La méthode consiste en fait à comparer, pour chaque intervalle en énergie, la pente du rapport des distributions en temps de vie propre avant et après la superposition, et ce pour les deux types de run. La modification du double rapport 6.12 est la différence des pentes précédemment citées.

La figure 7.17 montre que la valeur moyenne de la différence des pentes, d'incertitude σ_s , est compatible avec 0 à moins d'un écart standard. Sa conversion en incertitude systématique est obtenue en observant comment l'ajustement du paramètre η_{000} «réagit» lorsqu'une pente additive de $\pm\sigma_s$ est introduite dans le double rapport. Les variations enregistrées sont les suivantes :

$$\begin{aligned}\Delta Re(\eta_{000}) &= \pm 10^{-3} \\ \Delta Im(\eta_{000}) &= \pm 7 \times 10^{-3}\end{aligned}\tag{7.25}$$

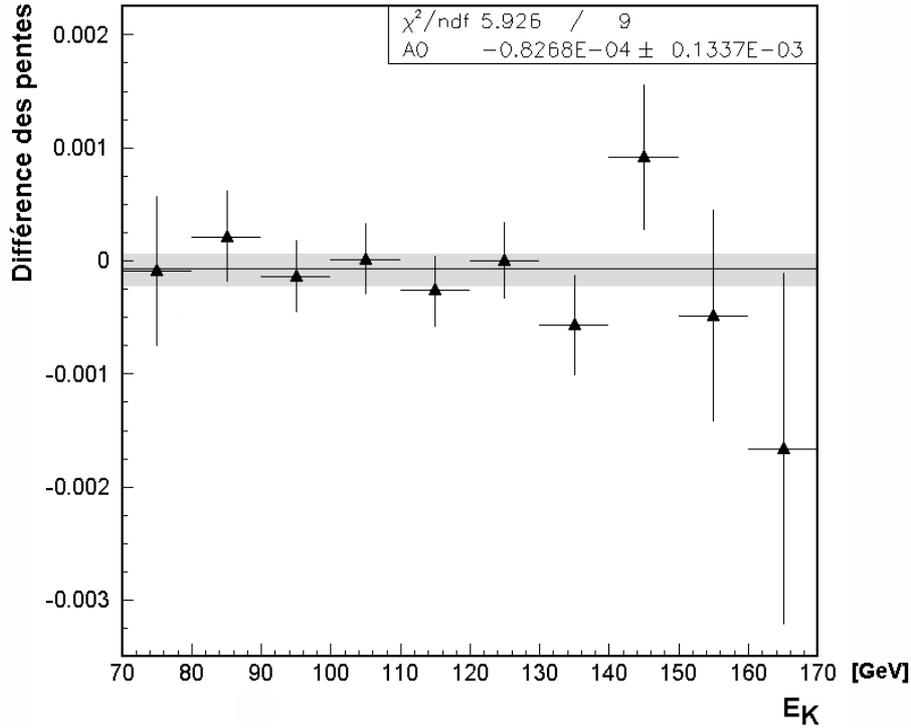


FIG. 7.17 – Différence haute intensité / dilution des pentes des rapports des distributions en $c\tau$ des événements $3\pi^0$ avec et sans superposition de l'activité accidentelle.

7.4.3 Remarque

Cette incertitude systématique est dominée par la statistique disponible des lots expérimentaux avec superposition de l'activité accidentelle. Les sensibilités observées (valeurs 7.25) sont en accord avec la courbe de sensibilité présentée figure 4.5.

7.5 Autres effets

Les incertitudes associées aux effets systématiques qui sont brièvement abordés dans cette section sont données dans le tableau 7.6.

7.5.1 Échantillonnage

La rubrique «échantillonnage» concerne le nombre de cellules utilisées dans le plan $(c\tau, E_K)$ pour l'ajustement de η_{000} . Différentes valeurs du «grain» selon les deux axes ont été testées, à savoir un pas en E_K compris entre 5 et 12 GeV, et un pas en $c\tau$ compris entre 0.30 et 0.55 cm. Les fluctuations de η_{000} observées sont reportées dans les colonnes correspondantes.

7.5.2 Coupure $r_{ellipse}$

L'incertitude a été calculée en observant la variation de η_{000} en faisant varier la coupure sur $r_{ellipse}$ entre 2 et 3. L'utilisation de pseudo-données montre qu'aucune variation appréciable n'est attendue. Cette incertitude systématique englobe en quelque sorte la *méconnaissance résiduelle* de la simulation.

7.5.3 Coupure r_{COG}

L'effet systématique associé à la modélisation du COG a été évalué en relâchant à 10 cm les coupures à 6.5 cm (run haute intensité) et à 3.8 cm (run dilution), tout en effectuant la pondération à l'intérieur du cercle défini par les deux coupures juste citées. Cela a donc consisté à inclure les queues de distributions en COG sans effectuer de pondération sur ces queues.

7.5.4 Coupure $c\tau_{<}$

L'erreur systématique conditionnée par la coupure sur les basses valeurs de $c\tau$ a été quantifiée en faisant varier le nombre d'écart standards en unité de résolution en temps de vie propre (λ) qui séparent la position du collimateur du début de la région de signal. Ce paramètre étant commun à tous les intervalles en énergie, il s'agit d'un décalage global de la coupure. La mesure de η_{000} a été effectuée avec $\lambda = 3$, et les variations autorisées se sont faites dans l'intervalle allant de 2.5 à 4.

7.5.5 Queues non-gaussiennes

La contribution non-gaussienne à la résolution en énergie des photons a été modélisée, et son influence sur η_{000} évaluée en rajoutant cet effet sur les données du run haute intensité, et en observant la variation de η_{000} subséquente.

7.6 Résumé des effets systématiques

Le tableau 7.6 regroupe l'ensemble des effets systématiques sur la mesure de η_{000} . La colonne 4 est obtenue en supposant l'invariance \mathcal{CPT} ($Re(\eta_{000}) = Re(\epsilon)$) et les colonnes 2 et 3 ont été déterminées sans cette hypothèse. La dernière ligne donne les erreurs systématiques globales, obtenues en additionnant quadratiquement les incertitudes qui figurent dans la même colonne.

	$\Delta Re(\eta_{000}) \times 10^3$	$\Delta Im(\eta_{000}) \times 10^3$	$\Delta Im(\eta_{000})_{\mathcal{CPT}} \times 10^3$
Coefficient de dilution	± 3	± 4	± 2
Coupure $c\tau_{<}$	± 3	± 3	± 2
Coupure r_{COG}	/	± 1	/
Coupure $r_{ellipse}$	± 2	± 7	± 2
Échelle en énergie	± 2	± 2	± 1
β	± 2	± 2	± 1
γ	± 1	± 2	± 1
δ	± 1	± 1	± 1
Queues non-gaussiennes	± 2	± 1	± 1
Activité accidentelle	± 1	± 7	± 1
Échantillonnage	± 8	± 6	± 2
Méthode de mesure	± 3	± 4	± 1
Erreur systématique globale	± 10	± 13	± 5

TAB. 7.6 – Résumé des erreurs systématiques sur la mesure de η_{000} sans et avec l'hypothèse d'invariance \mathcal{CPT} .

Chapitre 8

Discussion

Cet ultime chapitre se propose d'effectuer une synthèse des résultats obtenus au cours des parties précédentes. L'adjonction des effets systématiques permettra de finaliser le résultat sur la mesure de η_{000} , dont les diverses conséquences physiques seront évaluées :

- nouvelle limite sur le rapport de branchement $K_S \rightarrow 3\pi^0$,
- amélioration de la précision sur $Im(\Delta)$ et $Re(\epsilon)$,
- nouvelle limite sur la différence de masse K^0/\bar{K}^0 .

Le tableau 8.2, situé en fin de chapitre, résume l'ensemble des résultats en les accompagnant de leurs hypothèses de calcul, et en les comparant à leur valeur actuelle.

8.1 Une nouvelle mesure de η_{000}

La prise en compte des incertitudes systématiques, qui ont été exposées à la section précédente, permet de dégager le résultat central de cette thèse :

$$\begin{aligned}\mathbf{Re}(\eta_{000}) &= (-2.2 \pm 1.0_{\text{stat.}} \pm 1.0_{\text{syst.}}) \times 10^{-2} \\ \mathbf{Im}(\eta_{000}) &= (-3.0 \pm 1.0_{\text{stat.}} \pm 1.4_{\text{syst.}}) \times 10^{-2}\end{aligned}\tag{8.1}$$

avec une forte corrélation statistique, de **0.78**.

La somme quadratique des incertitudes statistique et systématique fournit :

$$\begin{aligned}\mathbf{Re}(\eta_{000}) &= (-2.2 \pm 1.4) \times 10^{-2} \\ \mathbf{Im}(\eta_{000}) &= (-3.0 \pm 1.7) \times 10^{-2}\end{aligned}\tag{8.2}$$

qui montre une compatibilité avec l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$ ($Re(\eta_{000}) = Re(\epsilon) = 1.6 \times 10^{-3}$) à 1.7 écart standard.

La partie imaginaire de η_{000} peut être mesurée dans le cadre de cette hypothèse :

$$\mathbf{Im}(\eta_{000})_{\mathcal{CP}\mathcal{T}} = (-1.1 \pm 0.7_{\text{stat.}} \pm 0.5_{\text{syst.}}) \times 10^{-2}\tag{8.3}$$

et donne, après addition des incertitudes :

$$\mathbf{Im}(\eta_{000})_{\mathcal{CP}\mathcal{T}} = (-1.1 \pm 0.9) \times 10^{-2}\tag{8.4}$$

Les deux résultats 8.2 et 8.4 sont représentés sur la figure 8.1. Celle-ci fait apparaître l'ellipse à 39, 90 et 95 % de niveau de confiance (les incertitudes systématiques y ont été supposées décorréliées), ainsi que le résultat de l'ajustement obtenu en admettant l'hypothèse d'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$.

La nouvelle mesure de η_{000} peut être comparée avec la combinaison des résultats de CPLEAR [26] et ITEP [9] sans l'hypothèse \mathcal{CPT} :

$$\begin{aligned} \text{Re}(\eta_{000}) &= 0.08 \pm 0.11 \\ \text{Im}(\eta_{000}) &= 0.07 \pm 0.16 \end{aligned} \quad (8.5)$$

et avec cette hypothèse :

$$\text{Im}(\eta_{000})_{\mathcal{CPT}} = -0.04 \pm 0.11 \quad (8.6)$$

La mesure de η_{000} qui est présentée dans cette thèse montre donc une amélioration de la précision de près d'un ordre de grandeur par rapport aux résultats publiés.

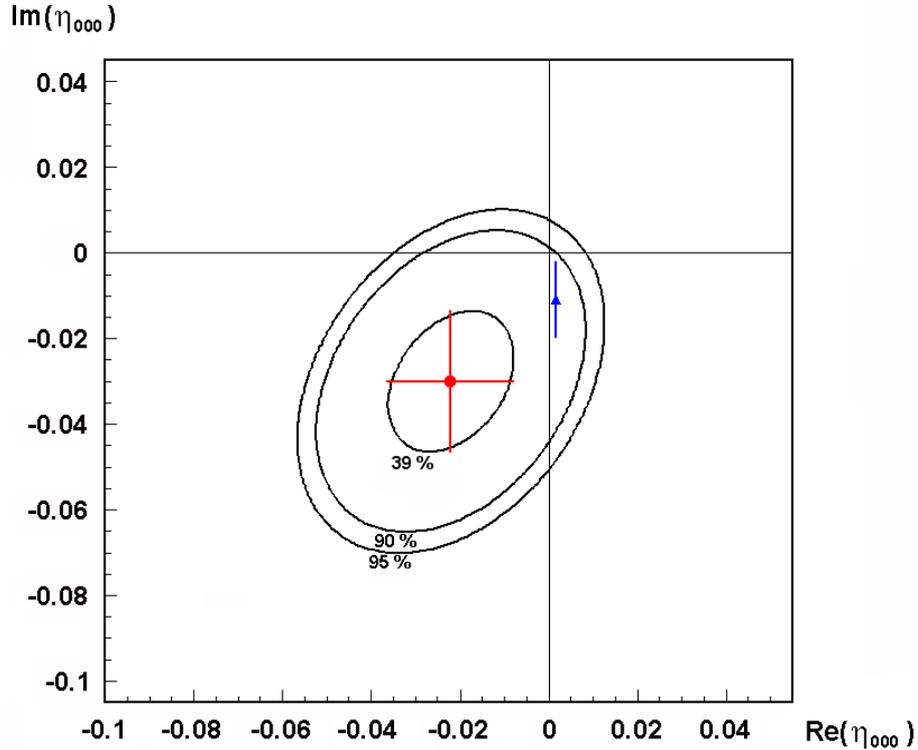


FIG. 8.1 – Contours elliptiques à 39, 90 et 95 % de niveau de confiance pour l'ajustement des deux composantes de η_{000} (disque), et incertitude à un écart standard lorsque l'invariance \mathcal{CPT} est supposée (triangle).

8.2 Les conséquences physiques

8.2.1 Le rapport de branchement $K_S \rightarrow 3\pi^0$

Le rapport de branchement du mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$ dépend de η_{000} au travers de la relation :

$$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) = \frac{\tau_S}{\tau_L} \mathcal{B}(K_L \rightarrow 3\pi^0) |\eta_{000}|^2 \quad (8.7)$$

Lorsqu'il est évalué sans présupposer l'invariance \mathcal{CPT} , ce rapport de branchement admet pour limite, à 90 % de niveau de confiance :

$$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) < 1.5 \times 10^{-6} \quad (8.8)$$

Dans le cas contraire, celle limite devient :

$$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0)_{\mathcal{CP}\mathcal{T}} < 1.9 \times 10^{-7} \quad (8.9)$$

La limite actuelle la plus contraignante sur le rapport de branchement, $\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) < 1.4 \times 10^{-5}$, a été publiée par SND, qui utilisait la méthode de l'étiquetage K_S . Les résultats 8.8 et 8.9 présentent donc une amélioration de un et deux ordres de grandeur, respectivement. La limite publiée par CPLEAR ($\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) < 1.9 \times 10^{-5}$) se plaçait dans le cadre de l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$, et doit donc être comparée au résultat 8.9, qui est de deux ordres de grandeur plus précis.

Cependant, même en imposant l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$, qui fournit une borne à quelques 10^{-7} , la limite sur le rapport de branchement reste deux ordres de grandeurs au-dessous de la valeur attendue pour $\eta_{000} = \epsilon$, qui est de 2×10^{-9} .

8.2.2 Test de l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$

Les nouvelles valeurs de $Re(\epsilon)$ et $Im(\Delta)$ sont obtenues, comme exposé au chapitre 2, par la contrainte d'unitarité de Bell-Steinberger. Elles sont calculées à l'aide des expressions 2.39 et 2.38, qui permettent aussi d'en extraire les incertitudes par propagation des erreurs :

$$\begin{aligned} \mathbf{Re}(\epsilon) &= (165.7 \pm 1.3) \times 10^{-5} \\ \mathbf{Im}(\Delta) &= (-0.6 \pm 1.5) \times 10^{-5} \end{aligned} \quad (8.10)$$

La valeur de $Im(\Delta)$, actuellement de $(2.4 \pm 5.0) \times 10^{-5}$ (voir référence [27]), reste compatible avec 0, et donc avec l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$, à moins d'un écart standard. Il est à noter que les incertitudes sur $Re(\epsilon)$ et $Im(\Delta)$, respectivement de 1.3×10^{-5} et 1.5×10^{-5} , correspondent aux limites attendues lorsque la contribution de $\sigma_{\eta_{000}}$ à la relation de Bell-Steinberger devient négligeable. L'amélioration future de $Im(\Delta)$, dans le cadre du test de Bell-Steinberger, repose donc désormais sur une meilleure connaissance de η_{+-} et η_{00} (voir figure 2.3).

8.2.3 Différence de masse et de durée de vie K^0/\bar{K}^0

Introduction

Le paragraphe 1.1.4 a particulièrement insisté sur les conséquences physiques fondamentales de l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$: une particule et son anti-particule sont dégénérées en masse et en durée de vie, et ont des charges et moments magnétiques opposés. Cette section se concentrera sur les deux premiers points : le paramètre Δ permet en effet d'imposer des limites sur la différence de masse et de durée de vie K^0/\bar{K}^0 .

Comparaison des états K^0 et \bar{K}^0

À partir des expressions 2.20 se déduisent les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} \Gamma_{K^0} - \Gamma_{\bar{K}^0} &= \Delta_{\parallel} \times \frac{2\Delta\Gamma}{\cos(\phi_{SW})} \\ M_{K^0} - M_{\bar{K}^0} &= \Delta_{\perp} \times \frac{\Delta\Gamma}{\cos(\phi_{SW})} \end{aligned} \quad (8.11)$$

Il est donc possible, à partir des expressions 2.21, de calculer Δ_{\parallel} et Δ_{\perp} , puis de reporter ces valeurs dans les relations 8.11 pour en déduire $\Gamma_{K^0} - \Gamma_{\bar{K}^0}$ et $M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}$. Les grandeurs importantes pour ce calcul apparaissent dans le tableau 8.1.

Les composantes longitudinale et transverse de Δ admettent alors comme valeurs :

$$\begin{aligned} \Delta_{\parallel} &= (1.7 \pm 2.0) \times 10^{-4} \\ \Delta_{\perp} &= (-1.7 \pm 2.0) \times 10^{-4} \end{aligned} \quad (8.12)$$

Paramètre	Valeur	Référence
$Re(\Delta)$	$(2.4 \pm 2.8) \times 10^{-4}$	[28]
$Im(\Delta)$	$(-0.6 \pm 1.5) \times 10^{-5}$	
$\Delta\Gamma$	$(7.355 \pm 0.007) \times 10^{-15} \text{ GeV}$	[27]
Δm	$(3.490 \pm 0.010) \times 10^{-15} \text{ GeV}$	[29]
ϕ_{SW}	0.7592 ± 0.0015	

TAB. 8.1 – Quantités intervenant dans le calcul de la différence de masse et de largeur des états K^0 et \bar{K}^0 .

et les équations 8.11 impliquent :

$$\begin{aligned} \Gamma_{K^0} - \Gamma_{\bar{K}^0} &= (3.5 \pm 4.1) \times 10^{-18} \\ M_{K^0} - M_{\bar{K}^0} &= (-1.7 \pm 2.0) \times 10^{-18} \end{aligned} \quad (8.13)$$

Ces résultats sont comparables à ceux obtenus par CPLEAR dans la référence [25]. L'amélioration de la précision sur $M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}$ se manifeste lorsque l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$ dans la décroissance est supposée, c'est-à-dire $\Gamma_{K^0} - \Gamma_{\bar{K}^0} = 0$. Dans ce cas, la partie réelle de Δ peut être exprimée en fonction de sa partie imaginaire par la relation :

$$Re(\Delta) = -Im(\Delta) \tan(\phi_{SW}) \quad (8.14)$$

ce qui permet d'obtenir :

$$\Delta_{\perp} = \frac{Im(\Delta)}{\cos(\phi_{SW})} \quad (8.15)$$

Hormis la phase super-faible, Δ_{\perp} ne dépend alors plus que de $Im(\Delta)$ et non de $Re(\Delta)$. Δ_{\perp} bénéficie donc pleinement de la nouvelle précision sur $Im(\Delta)$:

$$\Delta_{\perp} = (-0.7 \pm 2.1) \times 10^{-4} \quad (8.16)$$

La différence de masse K^0/\bar{K}^0 admet comme valeur :

$$M_{K^0} - M_{\bar{K}^0} = (-0.7 \pm 2.1) \times 10^{-19} \text{ GeV} \quad (8.17)$$

ce qui permet d'établir la limite :

$$|M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}| < 3.6 \times 10^{-19} \text{ GeV} \quad (8.18)$$

à 90 % de niveau de confiance.

Les valeurs 8.17 et 8.18 sont à comparer avec celles obtenues par CPLEAR [25], qui sont respectivement :

$$\begin{aligned} M_{K^0} - M_{\bar{K}^0} &= (3.3 \pm 7.0) \times 10^{-19} \text{ GeV} \\ |M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}| &< 12.7 \times 10^{-19} \text{ GeV} \end{aligned} \quad (8.19)$$

Le résultat 8.18 apparaît souvent dans la littérature sous la forme d'un écart relatif :

$$\frac{|M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}|}{M_{K^0}} < 7.2 \times 10^{-19} \quad (8.20)$$

Remarques

Le test comparatif de la masse du K^0 et du \bar{K}^0 est le plus important argument expérimental en faveur de l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$. Des tests analogues ont été entrepris avec d'autres paires particule/anti-particule, mais ils n'ont pu atteindre une sensibilité comparable. En guise d'illustration, les deux plus fortes limites après celle sur $|M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}|$ [17] ont été obtenues en comparant le rapport charge sur masse pour la paire proton/anti-proton :

$$\frac{\frac{|q_{\bar{p}}|}{M_{\bar{p}}} - \frac{q_p}{M_p}}{\frac{q_p}{M_p}} = (1.5 \pm 1.1) \times 10^{-9} \quad (8.21)$$

et en comparant la différence de masse de la paire électron/positon :

$$\frac{m_{e^+} - m_{e^-}}{m_e} < 4 \times 10^{-8} \quad (8.22)$$

Notons que la signification du test de la différence relative de la masse du K^0 et du \bar{K}^0 a été critiquée [15] car elle fait intervenir au numérateur ($\Delta M_{K^0/\bar{K}^0}$) un terme d'origine électrofaible, et au dénominateur (M_{K^0}) une quantité issue de l'interaction forte. Bigi, dans la référence [16], propose de remplacer le dénominateur par une quantité caractéristique de la violation de \mathcal{CP} , $\eta_{2\pi}\Gamma_S$. Dès lors, la limite devient :

$$\frac{|M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}|}{\eta_{2\pi}\Gamma_S} < 4 \times 10^{-2} \quad (8.23)$$

ce qui signifierait «l'intensité» de la violation de $\mathcal{CP}\mathcal{T}$ est limitée à quelques pourcents seulement de celle de la violation de \mathcal{CP} .

8.3 Résumé

L'ensemble des résultats dégagés dans les sections précédentes sont résumés dans le tableau 8.2, qui fait figurer en deuxième colonne l'hypothèse de calcul du résultat correspondant.

Paramètre	Hypothèse	Valeur NA48	Valeur précédente	Réf.
$Re(\eta_{000})$	$\mathcal{CP}\mathcal{T}$	$(-2.2 \pm 1.0_{stat} \pm 1.0_{syst}) \times 10^{-2}$	0.08 ± 0.11	[27]
$Im(\eta_{000})$		$(-3.0 \pm 1.0_{stat} \pm 1.4_{syst}) \times 10^{-2}$	0.07 ± 0.16	[27]
$Im(\eta_{000})$		$(-1.1 \pm 0.7_{stat} \pm 0.5_{syst}) \times 10^{-2}$	-0.05 ± 0.13	[26]
$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0)$	$\mathcal{CP}\mathcal{T}$	$< 1.1 \times 10^{-6}$	$< 1.4 \times 10^{-5}$	[1]
$\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0)$		$< 1.9 \times 10^{-7}$	$< 1.9 \times 10^{-5}$	[26]
$Re(\epsilon)$	$\Gamma_{K^0} = \Gamma_{\bar{K}^0}$	$(1.657 \pm 0.013) \times 10^{-3}$	$(1.649 \pm 0.025) \times 10^{-3}$	[27]
$Im(\Delta)$		$(0.6 \pm 1.5) \times 10^{-5}$	$(2.4 \pm 5.0) \times 10^{-5}$	[27]
Δ_{\parallel}		$(1.7 \pm 2.0) \times 10^{-4}$	$(1.9 \pm 2.0) \times 10^{-4}$	[25]
Δ_{\perp}		$(-1.7 \pm 2.0) \times 10^{-4}$	$(-1.5 \pm 2.0) \times 10^{-4}$	[25]
Δ_{\perp}		$(-0.7 \pm 2.1) \times 10^{-5}$	$(3.3 \pm 6.9) \times 10^{-5}$	[25]
$\Gamma_{K^0} - \Gamma_{\bar{K}^0}$		$(3.5 \pm 4.1) \times 10^{-18}$	$(3.9 \pm 4.2) \times 10^{-18}$	[25]
$M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}$		$(-1.7 \pm 2.0) \times 10^{-18}$	$(-1.5 \pm 2.0) \times 10^{-18}$	[25]
$M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}$		$(-0.7 \pm 2.1) \times 10^{-19}$	$(3.3 \pm 7.0) \times 10^{-19}$	[25]

TAB. 8.2 – Résumé des résultats déduits de la nouvelle mesure de η_{000} .

Chapitre 9

Conclusion

L'analyse des données 2000 de l'expérience NA48 a permis d'effectuer la mesure actuellement la plus précise de η_{000} :

$$\begin{aligned}\mathbf{Re}(\eta_{000}) &= (-2.2 \pm 1.0_{\text{stat.}} \pm 1.0_{\text{syst.}}) \times 10^{-2} \\ \mathbf{Im}(\eta_{000}) &= (-3.0 \pm 1.0_{\text{stat.}} \pm 1.4_{\text{syst.}}) \times 10^{-2}\end{aligned}\quad (9.1)$$

avec un coefficient de corrélation statistique de 0.78. Ce résultat, d'un ordre de grandeur plus précis que celui publié, est compatible à 1.7 écart standard avec l'invariance \mathcal{CPT} ($Re(\eta_{000}) = Re(\epsilon) \simeq 1.6 \times 10^{-3}$). La partie imaginaire de η_{000} peut être mesurée en imposant cette dernière contrainte :

$$\mathbf{Im}(\eta_{000})_{\mathcal{CPT}} = (-1.1 \pm 0.7_{\text{stat.}} \pm 0.5_{\text{syst.}}) \times 10^{-2}\quad (9.2)$$

Les rapports de branchement du mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$ qui s'en déduisent, sans et avec l'hypothèse d'invariance \mathcal{CPT} , admettent pour limites respectives (à 90 % de niveau de confiance) :

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0) &< 1.5 \times 10^{-6} \\ \mathcal{B}(K_S \rightarrow 3\pi^0)_{\mathcal{CPT}} &< 1.9 \times 10^{-7}\end{aligned}\quad (9.3)$$

L'utilisation du résultat 9.1 avec la contrainte d'unitarité de Bell-Steinberger permet le gain d'un facteur approximativement 3 sur l'incertitude associée à $Im(\Delta)$, grandeur caractéristique de la violation de \mathcal{CPT} :

$$\mathbf{Im}(\Delta) = (-0.6 \pm 1.5) \times 10^{-5}\quad (9.4)$$

qui permet de déduire une nouvelle limite sur la mesure de la différence de masse K^0/\bar{K}^0 , prédite nulle par le théorème \mathcal{CPT} :

$$|\mathbf{M}_{K^0} - \mathbf{M}_{\bar{K}^0}| < 3.6 \times 10^{-19} \text{ GeV}\quad (9.5)$$

Le paramètre η_{000} n'est désormais plus la principale source d'incertitude dans la relation de Bell-Steinberger, et une amélioration de l'incertitude sur $Im(\Delta)$ dans le cadre de ce test passe par une meilleure connaissance des paramètres de désintégration en deux pions.

La grandeur η_{000} , de son côté, pourra être contrainte à l'avenir par les données de l'expérience KLOE, qui permettra de l'étudier du point de vue de l'interférence et de l'étiquetage K_S .

Annexes

Annexe A

Obtention de la formule d'interférence K_S/K_L dans la décroissance en $3\pi^0$

L'objectif de cette première annexe est de déterminer le profil de désintégration en $3\pi^0$ en fonction du temps de vie propre du kaon. L'idée essentielle est d'exprimer l'évolution temporelle d'un état propre de production sur une base où cette évolution est elle-même triviale : celle des états physiques de propagation.

A.1 Expression dans la base des états physiques

Sans émettre pour l'instant de présupposition quant à l'invariance $\mathcal{CP}\mathcal{T}$, l'expression des états propres de propagation $|K_S\rangle$ et $|K_L\rangle$ en fonction des états d'étrangeté bien définie $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$ fait intervenir deux paramètres de mélange ϵ_S et ϵ_L :

$$|K_{S/L}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_{S/L}|^2)}} [(1+\epsilon_{S/L})|K^0\rangle \pm (1-\epsilon_{S/L})|\bar{K}^0\rangle] \quad (\text{A.1})$$

Le système formé par les deux équations condensées dans cette formule peut être facilement inversé pour passer des états physiques aux états propres de l'interaction forte :

$$|K^0(\bar{K}^0)\rangle = \frac{\alpha_{\pm}}{1 \mp \epsilon_S} |K_S\rangle \pm \frac{\alpha_{\pm}}{1 \mp \epsilon_L} |K_L\rangle \quad (\text{A.2})$$

après avoir posé :

$$\frac{1}{\alpha_{\pm}} \equiv \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_S|^2)}} \frac{1 \pm \epsilon_S}{1 \mp \epsilon_S} + \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon_L|^2)}} \frac{1 \pm \epsilon_L}{1 \mp \epsilon_L} \quad (\text{A.3})$$

A.2 Amplitudes de désintégration des états propres de production

Ayant décomposé un état sur la base des états propres de l'Hamiltonien, il est dès lors aisé d'en déterminer l'évolution temporelle :

$$|K^0(\bar{K}^0)\rangle_{\tau} = \frac{\alpha_{\pm}}{1 \mp \epsilon_S} e^{-i(m_S - i\frac{\Gamma_S}{2})\tau} |K_S\rangle \pm \frac{\alpha_{\pm}}{1 \mp \epsilon_L} e^{-i(m_L - i\frac{\Gamma_L}{2})\tau} |K_L\rangle \quad (\text{A.4})$$

Les amplitudes de désintégration du K^0 et du \bar{K}^0 en trois pions neutres s'obtiennent alors par

simple projection sur cet état final :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(K^0(\bar{K}^0) \rightarrow 3\pi^0)_\tau &= \frac{\alpha_\pm}{1 \mp \epsilon_S} e^{-i(m_S - i\frac{\Gamma_S}{2})\tau} \mathcal{A}(K_S \rightarrow 3\pi^0) \pm \\ &\frac{\alpha_\pm}{1 \mp \epsilon_L} e^{-i(m_L - i\frac{\Gamma_L}{2})\tau} \mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

et sont interprétées comme l'amplitude d'un état $|K^0(\bar{K}^0)\rangle$ à l'instant initial décroissant en un état $|3\pi^0\rangle$ au temps τ . Les densités de probabilité associées s'écrivent :

$$\begin{aligned} |\mathcal{A}(K^0(\bar{K}^0) \rightarrow 3\pi^0)_\tau|^2 &= \left| \frac{\alpha_\pm}{1 \mp \epsilon_S} \right|^2 e^{-\Gamma_S \tau} |\mathcal{A}(K_S \rightarrow 3\pi^0)|^2 + \\ &\left| \frac{\alpha_\pm}{1 \mp \epsilon_L} \right|^2 e^{-\Gamma_L \tau} |\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0)|^2 \pm e^{-\frac{\Gamma_L + \Gamma_S}{2} \tau} \times \\ &\left\{ \frac{|\alpha_\pm|^2}{(1 \mp \epsilon_S^*)(1 \mp \epsilon_L)} e^{-i(m_L - m_S)\tau} \mathcal{A}^*(K_S \rightarrow 3\pi^0) \mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0) + \right. \\ &\left. \frac{|\alpha_\pm|^2}{(1 \mp \epsilon_L^*)(1 \mp \epsilon_S)} e^{i(m_L - m_S)\tau} \mathcal{A}^*(K_L \rightarrow 3\pi^0) \mathcal{A}(K_S \rightarrow 3\pi^0) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

qui se simplifient après factorisation :

$$\begin{aligned} |\mathcal{A}(K^0(\bar{K}^0) \rightarrow 3\pi^0)_\tau|^2 &= \left| \frac{\alpha_\pm}{1 \mp \epsilon_L} \right|^2 |\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0)|^2 \left\{ e^{-\Gamma_L \tau} \left| \frac{1 \mp \epsilon_L}{1 \mp \epsilon_S} \right|^2 + |\eta_{000}|^2 e^{-\Gamma_S \tau} \pm \right. \\ &\left. e^{-\frac{\Gamma_L + \Gamma_S}{2} \tau} \left\{ \frac{1 \mp \epsilon_L^*}{1 \mp \epsilon_S^*} e^{-i(m_L - m_S)\tau} \eta_{000}^* + \frac{1 \mp \epsilon_L}{1 \mp \epsilon_S} e^{i(m_L - m_S)\tau} \eta_{000} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

A.3 Calcul du taux de décroissance

Le nombre d'événements $3\pi^0$ s'obtient en effectuant la somme du carré des modules des amplitudes calculées dans la formule précédente, pondérées par les nombres N_{K^0} et $N_{\bar{K}^0}$ de K^0 et \bar{K}^0 produits :

$$\begin{aligned} I_{3\pi^0}(\tau) &= N_{K^0} |\mathcal{A}(K^0 \rightarrow 3\pi^0)_\tau|^2 + N_{\bar{K}^0} |\mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow 3\pi^0)_\tau|^2 \\ &= |\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0)|^2 \left\{ \left[N_{K^0} \left| \frac{\alpha_+}{1 - \epsilon_L} \right|^2 + N_{\bar{K}^0} \left| \frac{\alpha_-}{1 + \epsilon_L} \right|^2 \right] e^{-\Gamma_L \tau} + \right. \\ &\left[N_{K^0} \left| \frac{\alpha_+}{1 - \epsilon_S} \right| + N_{\bar{K}^0} \left| \frac{\alpha_-}{1 + \epsilon_S} \right| \right] |\eta_{000}|^2 e^{-\Gamma_S \tau} + \\ &\left[N_{K^0} \left| \frac{\alpha_+}{1 - \epsilon_L} \right| \left(\frac{1 - \epsilon_L^*}{1 - \epsilon_S^*} e^{-i(m_L - m_S)\tau - i\phi_{000}} + \frac{1 - \epsilon_L}{1 - \epsilon_S} e^{i(m_L - m_S)\tau + i\phi_{000}} \right) - \right. \\ &\left. N_{\bar{K}^0} \left| \frac{\alpha_-}{1 + \epsilon_L} \right| \left(\frac{1 + \epsilon_L^*}{1 + \epsilon_S^*} e^{-i(m_L - m_S)\tau - i\phi_{000}} + \frac{1 + \epsilon_L}{1 + \epsilon_S} e^{i(m_L - m_S)\tau + i\phi_{000}} \right) \right] \\ &\left. |\eta_{000}| e^{-\frac{\Gamma_L + \Gamma_S}{2} \tau} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

En négligeant la valeur de Δ (dont la limite actuelle est de l'ordre de 10^{-5}) par rapport à celle de ϵ , ϵ_S et ϵ_L s'identifient :

$$\Delta \simeq 0 \Rightarrow \epsilon_S \simeq \epsilon_L \simeq \epsilon_K \quad (\text{A.9})$$

et après avoir posé $\Delta m \equiv m_L - m_S$, l'expression A.8 donne :

$$I_{3\pi^0}(\tau) = |\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0)|^2 \frac{1 + |\epsilon_K|^2}{2} \left\{ \left[\frac{N_{K^0}}{|1 + \epsilon_K|^2} + \frac{N_{\bar{K}^0}}{|1 - \epsilon_K|^2} \right] [e^{-\Gamma_L \tau} + |\eta_{000}|^2 e^{-\Gamma_S \tau}] + \right. \\ \left. 2 \left[\frac{N_{K^0}}{|1 + \epsilon_K|^2} - \frac{N_{\bar{K}^0}}{|1 - \epsilon_K|^2} \right] |\eta_{000}| e^{-\frac{\Gamma_L + \Gamma_S}{2} \tau} \cos(\Delta m \tau + \phi_{000}) \right\} \quad (\text{A.10})$$

Les identités :

$$\frac{N_{K^0}}{|1 + \epsilon_K|^2} + \frac{N_{\bar{K}^0}}{|1 - \epsilon_K|^2} \simeq \frac{N_{K^0} + N_{\bar{K}^0} + 2(N_{\bar{K}^0} - N_{K^0}) \text{Re}(\epsilon_K)}{|1 + \epsilon_K|^2 |1 - \epsilon_K|^2} \\ \frac{N_{K^0}}{|1 + \epsilon_K|^2} - \frac{N_{\bar{K}^0}}{|1 - \epsilon_K|^2} \simeq \frac{N_{K^0} - N_{\bar{K}^0} - 2(N_{\bar{K}^0} + N_{K^0}) \text{Re}(\epsilon_K)}{|1 + \epsilon_K|^2 |1 - \epsilon_K|^2} \quad (\text{A.11})$$

permettent de réécrire A.10 sous la forme :

$$I_{3\pi^0}(\tau) \simeq \frac{1 + |\epsilon_K|^2}{2|1 + \epsilon_K|^2 |1 - \epsilon_K|^2} |\mathcal{A}(K_L \rightarrow 3\pi^0)|^2 [N_{K^0} + N_{\bar{K}^0}] \\ \left\{ [1 - 2D \text{Re}(\epsilon_K)] [e^{-\Gamma_L \tau} + |\eta_{000}|^2 e^{-\Gamma_S \tau}] + \right. \\ \left. 2 [D - 2 \text{Re}(\epsilon_K)] |\eta_{000}| e^{-\frac{\Gamma_L + \Gamma_S}{2} \tau} \cos(\Delta m \tau + \phi_{000}) \right\} \quad (\text{A.12})$$

La forme finale du taux de désintégration dans la paramétrisation $(|\eta_{000}|, \phi_{000})$ s'écrit, en négligeant les termes en $\text{Re}(\epsilon_K)$:

$$I_{3\pi^0}(\tau) \propto e^{-\Gamma_L \tau} + |\eta_{000}|^2 e^{-\Gamma_S \tau} + 2D |\eta_{000}| e^{-\frac{\Gamma_L + \Gamma_S}{2} \tau} \cos(\Delta m \tau + \phi_{000}) \quad (\text{A.13})$$

Il est aussi possible de l'exprimer dans la paramétrisation $(\text{Re}(\eta_{000}), \text{Im}(\eta_{000}))$, qui est d'ailleurs celle utilisée dans cette thèse pour la détermination expérimentale de η_{000} :

$$I_{3\pi^0}(\tau) \propto e^{-\Gamma_L \tau} + [\text{Re}(\eta_{000})^2 + \text{Im}(\eta_{000})^2] e^{-\Gamma_S \tau} + \\ 2D [\text{Re}(\eta_{000}) \cos(\Delta m \tau) - \text{Im}(\eta_{000}) \sin(\Delta m \tau)] e^{-\frac{\Gamma_L + \Gamma_S}{2} \tau} \quad (\text{A.14})$$

Annexe B

Compléments sur la démonstration de la relation de Bell-Steinberger

Cette deuxième annexe expose l'obtention des expressions de ϵ et Δ en fonction des éléments de matrice de l'Hamiltonien, la dépendance du produit scalaire $\langle K_S | K_L \rangle$ par rapport à ces deux paramètres, ainsi que la démarche qui permet de passer de l'équation d'évolution à la relation de Bell-Steinberger [7] [48].

B.1 Des éléments de matrice de l'Hamiltonien aux expressions de ϵ et Δ

Aux paramètres de mélange ϵ_S et ϵ_L de l'équation A.1 on substitue les quantités ϵ et Δ définies par les relations :

$$\begin{cases} \epsilon_S \equiv \epsilon + \Delta \\ \epsilon_L \equiv \epsilon - \Delta \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Leur valeur est entièrement déterminée par les éléments de matrice H_{ij} de l'Hamiltonien, au travers des équations aux valeurs propres :

$$H|K_S\rangle = \lambda_S|K_S\rangle \quad (\text{B.2})$$

avec :

$$\lambda_{S/L} \equiv m_{S/L} - i \frac{\Gamma_{S/L}}{2} \quad (\text{B.3})$$

Décomposées sur la base $\{|K^0\rangle, |\bar{K}^0\rangle\}$, ces expressions prennent la forme :

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + \epsilon_{S/L} \\ \pm [1 - \epsilon_{S/L}] \end{pmatrix} = \lambda_{S/L} \begin{pmatrix} 1 + \epsilon_{S/L} \\ \pm [1 - \epsilon_{S/L}] \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

qui, après développement, aboutissent à un système de quatre équations ainsi condensées :

$$H_{11}(1 + \epsilon_{S/L}) \pm H_{12}(1 - \epsilon_{S/L}) = \lambda_{S/L}(1 + \epsilon_{S/L}) \quad (\text{B.5})$$

$$H_{21}(1 + \epsilon_{S/L}) \pm H_{22}(1 - \epsilon_{S/L}) = \pm \lambda_{S/L}(1 - \epsilon_{S/L}) \quad (\text{B.6})$$

En sommant B.5_S et B.6_S, et en prenant la différence de B.5_L et B.6_L :

$$2\lambda_{S/L} = \epsilon_{S/L}(H_{11} - H_{22} \pm H_{21} \mp H_{12}) + (H_{11} \pm H_{12} \pm H_{21} + H_{22}) \quad (\text{B.7})$$

La différence de $B.7_S$ et $B.7_L$ donne :

$$2(\lambda_S - \lambda_L) = 2(H_{12} + H_{21}) + (\epsilon_S - \epsilon_L)(H_{11} - H_{22}) + (\epsilon_S + \epsilon_L)(H_{21} - H_{12}) \quad (\text{B.8})$$

d'où se déduit :

$$\lambda_S - \lambda_L \simeq H_{12} + H_{21} = M_{12} + M_{21} - \frac{i}{2}(\Gamma_{12} + \Gamma_{21}) \quad (\text{B.9})$$

De même, la somme de $B.7_S$ et $B.7_L$ s'écrit :

$$2(\lambda_S + \lambda_L) = 2(H_{11} + H_{22}) + (\epsilon_S + \epsilon_L)(H_{11} - H_{22}) + (\epsilon_S - \epsilon_L)(H_{21} - H_{12}) \quad (\text{B.10})$$

et permet d'aboutir à l'approximation (en négligeant les termes en ϵ) :

$$\lambda_S + \lambda_L \simeq H_{11} + H_{22} = M_{11} + M_{22} - \frac{i}{2}(\Gamma_{11} + \Gamma_{22}) \quad (\text{B.11})$$

En prenant la différence de $B.5_S$ et $B.6_S$, et en effectuant la somme de $B.5_L$ et $B.6_L$:

$$2\lambda_{S/L}\epsilon_{S/L} = \epsilon_{S/L}(H_{11} \mp H_{12} \mp H_{21} + H_{22}) + (H_{11} \pm H_{12} \mp H_{21} - H_{22}) \quad (\text{B.12})$$

qui, après utilisation des relations approchées B.9 et B.11, donne :

$$2\epsilon_{S/L}(\lambda_S - \lambda_L) = \pm H_{11} + H_{12} - H_{21} \mp H_{22} \quad (\text{B.13})$$

on peut exprimer $\epsilon = \frac{\epsilon_S + \epsilon_L}{2}$ et $\Delta = \frac{\epsilon_S - \epsilon_L}{2}$ en fonction des H_{ij} :

$$\epsilon \simeq \frac{H_{12} - H_{21}}{2(\lambda_S - \lambda_L)} \quad (\text{B.14})$$

$$\Delta \simeq \frac{H_{11} - H_{22}}{2(\lambda_S - \lambda_L)} \quad (\text{B.15})$$

B.2 Paramétrisation de $\langle K_S | K_L \rangle$

L'obtention de l'expression de $\langle K_S | K_L \rangle$ s'effectue simplement en réexprimant bra et ket dans la base des états $\{|K^0\rangle, |\bar{K}^0\rangle\}$, et en utilisant les relations d'orthonormalisation de ces deux vecteurs :

$$\begin{aligned} \langle K^0 | K^0 \rangle &= \langle \bar{K}^0 | \bar{K}^0 \rangle = 1 \\ \langle K^0 | \bar{K}^0 \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

L'insertion de la relation A.1 dans le produit scalaire conduit à :

$$\begin{aligned} \langle K_S | K_L \rangle &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(1 + |\epsilon_S|^2)(1 + |\epsilon_L|^2)}} \\ &\quad [\langle K^0 | (1 + \epsilon_S^*) + \langle \bar{K}^0 | (1 - \epsilon_S^*)] [(1 + \epsilon_L) | K^0 \rangle - (1 - \epsilon_L) | \bar{K}^0 \rangle] \\ &\simeq \frac{1}{2} [(1 + \epsilon_S^*)(1 + \epsilon_L) - (1 - \epsilon_S^*)(1 - \epsilon_L)] \\ &\simeq \epsilon_S^* + \epsilon_L \\ &\simeq \epsilon + \epsilon^* - \Delta + \Delta^* \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

que les relations B.1 permettent de simplifier sous la forme :

$$\langle K_S | K_L \rangle \simeq 2 [Re(\epsilon) - i Im(\Delta)] \quad (\text{B.18})$$

B.3 Équation d'évolution

La relation BS repose sur la contrainte générale d'unitarité : les variations du carré de la norme de l'état décrivant le kaon sont entièrement « investies » dans les différents modes de désintégration accessibles. Autrement dit, la somme des probabilités doit être égale à 1.

Partons d'un état quelconque, dont la décomposition sur la base des états physiques à l'instant initial s'écrit :

$$|\psi(t=0)\rangle = a_S|K_S\rangle + a_L|K_L\rangle \quad (\text{B.19})$$

À un instant ultérieur τ , celui-ci devient :

$$|\psi(\tau)\rangle = a_S e^{-i\lambda_S\tau}|K_S\rangle + a_L e^{-i\lambda_L\tau}|K_L\rangle \quad (\text{B.20})$$

Le carré scalaire de l'état B.20 fait apparaître quatre termes, associés aux contributions K_S et K_L « pures », ainsi que deux termes croisés :

$$\begin{aligned} \langle\psi(\tau)|\psi(\tau)\rangle &= |a_S|^2 e^{-\Gamma_S\tau} + |a_L|^2 e^{-\Gamma_L\tau} + \\ & a_S^* a_L e^{i(\lambda_S^* - \lambda_L)\tau} \langle K_S|K_L\rangle + \\ & a_L^* a_S e^{i(\lambda_L^* - \lambda_S)\tau} \langle K_L|K_S\rangle \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

La dérivée temporelle de $\langle\psi(\tau)|\psi(\tau)\rangle$ évaluée à l'instant initial :

$$\begin{aligned} -\frac{d}{d\tau} \langle\psi(\tau)|\psi(\tau)\rangle \Big|_{\tau=0} &= \Gamma_S |a_S|^2 + \Gamma_L |a_L|^2 \\ & - i(\lambda_S^* - \lambda_L) a_S^* a_L \langle K_S|K_L\rangle \\ & - i(\lambda_L^* - \lambda_S) a_L^* a_S \langle K_L|K_S\rangle \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

doit coïncider, afin de satisfaire la contrainte d'unitarité, avec le taux de transition :

$$\sum_f |\langle f|H|\psi\rangle|^2 = \sum_f |a_S \langle f|H|K_S\rangle + a_L \langle f|H|K_L\rangle|^2 \quad (\text{B.23})$$

L'identification terme à terme dans ces deux dernières identités fournit trois relations :

$$\begin{aligned} \Gamma_L &= \sum_f |\langle f|H|K_L\rangle|^2 \\ \Gamma_S &= \sum_f |\langle f|H|K_S\rangle|^2 \\ -i(\lambda_S^* - \lambda_L) \langle K_S|K_L\rangle &= \sum_f \langle f|H|K_S\rangle^* \langle f|H|K_L\rangle \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

dont les deux premières sont triviales. La dernière, après introduction de l'expression de $\langle K_S|K_L\rangle$ démontrée au paragraphe précédent, n'est autre que la formule de Bell-Steinberger :

$$(1 + i \tan \phi_{SW})(\text{Re}(\epsilon) - i \text{Im}(\Delta)) = \sum_f \alpha_f \quad (\text{B.25})$$

avec les notations :

$$\begin{aligned} \tan \phi_{SW} &\equiv \frac{2\Delta m}{\Delta\Gamma} \\ \alpha_f &\equiv \frac{1}{\Gamma_S} \mathcal{A}^*(K_S \rightarrow f) \mathcal{A}(K_L \rightarrow f) \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

et $\Delta m \equiv m_L - m_S$, $\Delta\Gamma \equiv \Gamma_S - \Gamma_L$.

Bibliographie

- [1] M.N. Achasov,
Upper limit on the $K_S \rightarrow 3\pi^0$ decay,
hep-ex/9907004.
- [2] A. Alavi-Harati et al,
Observation of direct \mathcal{CP} violation in $K_{S,L} \rightarrow \pi\pi$ decays,
Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 22.
- [3] A. Alavi-Harati et al,
Measurement of direct \mathcal{CP} violation, \mathcal{CPT} symmetry, and other parameters in the neutral kaon system,
Phys. Rev. D67 (2003).
- [4] G. Anzivino,
The NA48 experiment at the CERN SPS,
Note NA48, 99-02, 1999.
- [5] Application software group,
GEANT : detector description and simulation tool,
CERN Program Library Long Writeup W5013.
- [6] H.W. Atherton et al,
Precise measurements of particle production by 400 GeV/c protons on beryllium targets,
CERN Yellow Report 80-07.
- [7] P. Bargassa,
A measurement of $K^0, \bar{K}^0 \rightarrow 3\pi^0$ and an improved test of \mathcal{CPT} ,
Thèse de doctorat, Swiss Federal Institute of Technology, Zürich, 1999.
- [8] V.V. Barmin et al,
Search for \mathcal{CP} violation in $K^0 \rightarrow 3\pi^0$ decay,
Phys. Lett. 46B (1973) 465.
- [9] V.V. Barmin et al, **Search for \mathcal{CP} violation in the $K^0 \rightarrow 3\pi^0$ decay,**
Phys. Lett. 128B (1983) 129.
- [10] G.D. Barr et al,
A new measurement of direct \mathcal{CP} violation in the neutral kaon system,
Phys. Lett. B317 (1993) 233.
- [11] S.M. Barr, W.J. Marciano,
Electric dipole moments,
Dans : \mathcal{CP} violation, C. Jarlskog, World Scientific, 1989.
- [12] J.R. Batley et al,
A precision measurement of the direct \mathcal{CP} violation in the decay of neutral kaons into two pions,
Phys. Lett. B544 (2002) 97.

-
- [13] D. Bédérède et al,
High resolution drift chambers for the NA48 experiment at CERN,
Nucl. Instr. Meth. A361 (1995) 466-471.
- [14] J.S. Bell, J. Steinberger,
Weak interactions of kaons,
Proceedings Oxford 1965, 195-222.
- [15] I.I. Bigi,
 \mathcal{CP} , \mathcal{T} and \mathcal{CPT} symmetries at the turn of a new millenium,
hep-ph/0011231.
- [16] I.I. Bigi,
Comments on \mathcal{CPT} tests,
hep-ph/9902353.
- [17] I.I. Bigi, A.I. Sanda,
CP violation,
Cambridge University Press, 2000.
- [18] P. Bloch,
 \mathcal{CPT} invariance tests in neutral kaon decays,
The European Physical Journal C3 (1998).
- [19] A.J. Buras,
Weak Hamiltonian, \mathcal{CP} violation and rare decays,
hep-ph/9806471.
- [20] J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch, R. Turlay,
Evidence for the 2π decay of the K_2^0 meson,
Phys. Rev. Lett., 13, 1964, 138-140.
- [21] J. Cogan,
Étude des désintégrations $K_{L,S} \rightarrow \pi^+\pi^-e^+e^-$ auprès de l'expérience NA48 du CERN,
Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, décembre 2001.
- [22] G. Collazuol,
Rate effects in the measurement of the direct \mathcal{CP} violation with the NA48 experiment at CERN,
Thèse de doctorat, Università degli studi di Firenze, 2000.
- [23] Computing and networks division,
MINUIT : function minimization and error analysis,
CERN Program Library Long Writeup D506.
- [24] W.N. Cottingham, D.A. Greenwood,
Introduction to the standard model of particle physics,
Cambridge University Press, 1998.
- [25] CPLEAR collaboration,
 $K^0 - \bar{K}^0$ mass and decay-width differences : CPLEAR evaluation,
Phys. Lett. B471 (1999).
- [26] CPLEAR collaboration,
Search for \mathcal{CP} violation in the decay of tagged \bar{K}^0 and K^0 to $\pi^0\pi^0\pi^0$,
Phys. Lett. B 425 (1998) 391-398.
- [27] CPLEAR collaboration,
Determination of the \mathcal{T} - and \mathcal{CPT} -violation parameters in the neutral-kaon system using the Bell-Steinberger relation and data from CPLEAR,
Phys. Lett. B 456 (1999) 297-303.
- [28] CPLEAR collaboration,
A determination of the \mathcal{CPT} violation parameter $Re(\delta)$ from the semileptonic decay

- of strangeness-tagged neutral kaons,**
Phys. Lett. B 444 (1998) 52-60.
- [29] CPLEAR collaboration,
Measurement of the K_L - K_S mass difference using semileptonic decays of tagged neutral kaons,
Phys. Lett. B 444 (1998) 38-42.
- [30] CPLEAR collaboration,
CPLEAR results on the \mathcal{CP} parameters of neutral kaons decaying to $\pi^+\pi^-\pi^0$,
Phys. Lett. B 407 (1997) 193-200.
- [31] CPLEAR collaboration,
First direct observation of time-reversal non-invariance in the neutral-kaon system,
Phys. Lett. B 444 (1998) 43-51.
- [32] S. Crépé,
Mesure du temps des désintégrations $K \rightarrow \pi^0\pi^0$ et étiquetage des K_L et des K_S dans l'expérience NA48 au CERN,
Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier de Grenoble, mai 1998.
- [33] M. De Beer, F. Derue,
NASIM user's guide,
Note NA48, 00-23, 2000.
- [34] H. Dibon, M. Markytan, L. Widhalm,
Deriving the double ratio $R = 1 - 6 \operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon)$,
Note NA48 97-27, juillet 1997.
- [35] A. Dobado, A. Gómez-Nicola, A.L. Maroto, J.R. Peláez,
Effective Lagrangians for the standard model,
Springer-Verlag, 1997.
- [36] J. Duclos, M. Porcu,
 K_S beam halo and momentum distribution,
Note NA48 97-9, 1997.
- [37] **The European Physical Journal C,**
Volume 15, 2000.
- [38] A. Formica,
Mise en évidence de la violation directe de \mathcal{CP} par l'expérience NA48,
Thèse de doctorat, Université Paris XI, Orsay, octobre 2001.
- [39] M. Gell-Mann, A. Pais,
Behavior of neutral particles under charge conjugation,
Phys. Rev. 97 (1955), 1387.
- [40] L.K. Gibbons et al,
Measurement of the \mathcal{CP} -violation parameter $\operatorname{Re}(\epsilon'/\epsilon)$,
Phys. Rev. Lett. 70 (1993) 1203.
- [41] M. Goldhaber, L. Grodzins, A.W. Sunyar,
Helicity of neutrinos,
Phys. Rev. 109 (1958) 1015.
- [42] R. Granier de Cassagnac,
Mesure de la violation directe de \mathcal{CP} auprès de l'expérience NA48 du CERN,
Thèse de doctorat, Université Paris VI Pierre et Marie Curie, mai 2000.
- [43] G. Graziani, S. Palestini,
 K_S/K_L interference and pure K_S in the « K_L » beam,
Note NA48 99-29, 1999.

- [44] G. Graziani,
Measurement of direct \mathcal{CP} violation with the NA48 experiment at CERN,
Thèse de doctorat, Université de Firenze, décembre 2000.
- [45] M. Guidry,
Gauge field theories : an introduction with applications,
Wiley, John & Sons, Incorporated, 1999.
- [46] B. Hay,
Determination of the branching ratio $\Gamma(K_L \rightarrow \pi\mu\nu)$ and a study of $\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) / \Gamma(K_L \rightarrow \text{all charged})$,
Thèse de doctorat, University of Edinburgh, 1996.
- [47] C. Jarlskog,
Introduction to \mathcal{CP} violation,
Dans : \mathcal{CP} violation, C. Jarlskog, World Scientific, 1989.
- [48] M. Karlsson,
 \mathcal{CPT} symmetry of neutral kaons : an experimental test,
Thèse de doctorat, Princeton University, août 1990.
- [49] KLOE collaboration,
Studies of K_S^0 decays with the KLOE detector at DAΦNE,
hep-ex 0107020, 2001.
- [50] E.W. Kolb, M. Turner,
The early universe,
Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- [51] A. Lai et al, **A measurement of the K_S lifetime,**
Phys. Lett. B, 537 (2002), 28-40.
- [52] L.D. Landau,
On the conservation laws for weak interactions,
Nucl. Phys. 3 (1957), 127.
- [53] T.D. Lee, **Particle physics and introduction to field theory,**
Harwood Academic Publishers, 1981.
- [54] T.D. Lee, C.N. Yang,
Question of parity conservation in weak interactions,
Phys. Rev. 104 (1956) 254.
- [55] G. D'Ambrosio, G. Isidori, A. Pugliese,
 \mathcal{CP} and \mathcal{CPT} measurements at DAΦNE,
Dans : L. Maiani, G. Pancheri, N. Paver (éditeurs), The second DAΦNE physics handbook I, 1995.
- [56] J. Ocariz,
Étude des performances du calorimètre à krypton liquide de l'expérience NA48,
Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay, 1999.
- [57] **The European Physical Journal C, Review of Particle Physics,**
Volume 15, 2000.
- [58] R.D. Peccei,
The strong \mathcal{CP} problem,
Dans : \mathcal{CP} violation, C. Jarlskog, World Scientific, 1989.
- [59] M.E. Peskin, D.V. Schroeder,
Introduction to quantum field theory,
Perseus Publishing, 1994.
- [60] B. Peyaud,
Results from E731 : $Re(\epsilon'/\epsilon)$ at FNAL,

1988 Proceedings of the SLAC Summer Institute on Particle Physics - Probing the weak interaction : \mathcal{CP} violation and rare decays.

- [61] A.D. Sakharov,
Violation of \mathcal{CP} invariance, \mathcal{C} asymmetry, and baryon asymmetry of the universe,
JETP, 5, 1967.
- [62] C.B. Thomson, Y. Zhou,
Test of \mathcal{CPT} symmetry conservation in K^0 decays,
Physical Review D, volume 51, 1995.
- [63] G. Unal,
Neutral reconstruction,
Note NA48 95-10, 1995.
- [64] G. Unal,
Measurement of the η mass using $\eta \rightarrow 3\pi^0$,
Note NA48 2000-21, 2000.
- [65] G. Unal,
Analysis of the 2000 η run and update on the η and K^0 masses,
Note NA48 2001-06, 2001.
- [66] R. Wanke,
Prospects for observing η_{000} from $K_S \rightarrow 3\pi^0$,
Note NA48 99-23, 1999.
- [67] L. Wolfenstein,
Violation of \mathcal{CP} invariance and the possibility of very weak interaction,
Phys. Rev. Lett., 13, 1964, 562-564.
- [68] C.S. Wu et al,
Experimental test of parity conservation in beta decays,
Phys. Rev. 105 (1957) 1413.
- [69] K. Zioutas et al,
A decommissioned LHC model magnet as an axion telescope,
Nucl. Instr. Meth. A425 (1999), 480.

Remerciements

Je remercie les chefs de service Pascal Debu et Bruno Mansoulié, ainsi que leur adjoint Georges Cozzika, pour m'avoir accueilli au Service de Physique des Particules du DAPNIA au CEA Saclay.

Je remercie chaleureusement mon directeur de thèse Edoardo Mazzucato, tant pour son encadrement, sa rigueur, sa disponibilité, sa patience, que ses qualités humaines. J'adresse bien sûr mes remerciements aux membres du groupe NA48 de Saclay, passés et actuels, qui m'ont fait bénéficier de leur point de vue de la physique, et ont toujours été disponibles pour répondre à mes interrogations : Bertrand Vallage, Bernard Peyaud, Michel De-Beer, Gérard Marel, Jean-Baptiste Chèze, mais aussi Andrea Formica et Cvetan Cheshkov. J'adresse une pensée à René Turlay, dont la disparition récente nous a tous attristés.

J'en profite également pour remercier Augusto Ceccucci et Rainer Wanke, avec qui j'ai mené l'étude du mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$, ainsi que Jean Duclos, pour avoir « initié » l'analyse. Je remercie également le groupe NA48 d'Orsay : Guillaume Unal, Lydia et Louis Fayard.

Je remercie l'ensemble des membres du jury : Gabriel Chardin, Daniel Huss et François Montanet pour avoir accepté d'être rapporteurs, ainsi que Pierre Binétruy et Italo Mannelli. Je remercie particulièrement Jean-Pierre Engel pour sa lecture plus qu'attentive du manuscrit.

Ma reconnaissance va à Nadia Lahrichi et Nathalie Besson, avec qui j'ai eu la chance de partager le bureau dans une ambiance décontractée, et surtout pour avoir supporté mes « blagues à deux balles » pendant si longtemps. Merci à François Bugeon, dont le « Bonjour bande de ... » me manquera, et à mon parrain Laurent Chevalier, pour avoir enrichi ma culture cinématographique !

Mention spéciale à l'ami Sébastien Majerowicz, pour des « pauses kawa » que je ne suis pas près d'oublier, et pour avoir mis à ma disposition ses précieuses archives du JTO ! J'en profite également pour remercier les autres membres du « projet n° 13 » : Sébastien Poirier dit l'Incubator (bla bla bla) à qui je souhaite une bonne poursuite de thèse, et Vincent Prud'homme, dit Matrix.

Je remercie et souhaite une bonne continuation à ceux dont la thèse ou le post-doc est en cours : Antonin, Audrey, Clarisse, Emmanuelle, Eric, Gaëlle, Gamil, Grégory, Jean-Baptiste, Julien, Marine, Mathieu, Patrick, Samira, Vincent et Yann.

Un grand merci aux « Dubois Brothers », élaborateurs de protocoles divers et variés, à la « team » (Annabelle, Cécile, Chris, Claire, Claire, Estelle, Olivier, Jean-Alain, Jean-Loup, Manu), ainsi qu'à Boris le « Grand Shaft ». Merci à Jean-Pierre Broder pour avoir motivé mon intérêt pour les sciences dès la première heure.

Je ne remercierai jamais assez mes parents, mes deux sœurs et ma grand-mère pour leur soutien constant, leur compréhension et leur confiance.

Résumé

L'étude de la désintégration du K_S en trois pions neutres auprès de l'expérience NA48 du CERN est présentée dans cette thèse.

Cette décroissance, signature de la violation de \mathcal{CP} , se manifeste par la non-nullité du paramètre η_{000} . La mesure de cette grandeur, à partir de données accumulées par l'expérience NA48 en 2000, repose sur la paramétrisation par η_{000} de l'interférence K_S/K_L dans la désintégration en $3\pi^0$. La mesure fournit :

$$\begin{aligned}\mathbf{Re}(\eta_{000}) &= (-2.2 \pm 1.0_{\text{stat.}} \pm 1.0_{\text{syst.}}) \times 10^{-2} \\ \mathbf{Im}(\eta_{000}) &= (-3.0 \pm 1.0_{\text{stat.}} \pm 1.4_{\text{syst.}}) \times 10^{-2}\end{aligned}$$

avec une limite sur le rapport de branchement du mode $K_S \rightarrow 3\pi^0$ de 1.1×10^{-6} à 90 % de niveau de confiance. La précision sur la mesure ne permet pas de mettre en évidence la violation de \mathcal{CP} dans le canal $K_S \rightarrow 3\pi^0$. En supposant l'invariance \mathcal{CP} , qui impose $Re(\eta_{000}) = Re(\epsilon) = 1.6 \times 10^{-3}$, la partie imaginaire de η_{000} devient $\mathbf{Im}(\eta_{000})_{\mathcal{CP}} = (-1.1 \pm 0.7_{\text{stat.}} \pm 0.5_{\text{syst.}}) \times 10^{-2}$, avec une limite sur le rapport de branchement de 1.9×10^{-7} .

La grandeur η_{000} est en outre celle qui contribue majoritairement à l'incertitude sur le paramètre $Im(\Delta)$ de violation de \mathcal{CP} , au travers de la contrainte d'unitarité de Bell-Steinberger. La nouvelle mesure de η_{000} permet de gagner un facteur 3 sur la précision de $Im(\Delta)$, dont la valeur ainsi calculée est $\mathbf{Im}(\Delta) = (0.6 \pm 1.5) \times 10^{-5}$, ce qui ne montre aucun signe de violation de \mathcal{CP} , et permet d'établir une nouvelle limite sur la différence de masse du K^0 et du \bar{K}^0 à 3.6×10^{-19} GeV à 90 % de niveau de confiance.

Abstract

The study of the K_S decay to three neutral pions in the NA48 experiment at CERN is presented in this thesis.

This decay, which is a signature of \mathcal{CP} violation, would yield a non-zero value of the η_{000} parameter. The measurement of this quantity, from data samples collected by the NA48 experiment in 2000, relies on the parametrisation by η_{000} of the K_S/K_L interference in the $3\pi^0$ decay. The measurement is :

$$\begin{aligned}\mathbf{Re}(\eta_{000}) &= (-2.2 \pm 1.0_{\text{stat.}} \pm 1.0_{\text{syst.}}) \times 10^{-2} \\ \mathbf{Im}(\eta_{000}) &= (-3.0 \pm 1.0_{\text{stat.}} \pm 1.4_{\text{syst.}}) \times 10^{-2}\end{aligned}$$

with a limit on the branching fraction of the $K_S \rightarrow 3\pi^0$ mode of 1.1×10^{-6} with a 90 % confidence level. The precision of the measurement does not show an evidence for the observation of \mathcal{CP} violation. Assuming \mathcal{CP} invariance, which states $Re(\eta_{000}) = Re(\epsilon) = 1.6 \times 10^{-3}$, the imaginary part of η_{000} becomes $\mathbf{Im}(\eta_{000})_{\mathcal{CP}} = (-1.1 \pm 0.7_{\text{stat.}} \pm 0.5_{\text{syst.}}) \times 10^{-2}$ with a limit on the branching fraction of 1.9×10^{-7} .

Besides, the η_{000} parameter is the main contributor to the uncertainty of the \mathcal{CP} violating parameter $Im(\Delta)$, through the Bell-Steinberger unitarity constraint. The new measurement of η_{000} allows to gain a factor 3 on this uncertainty, and the calculated value of this parameter becomes $\mathbf{Im}(\Delta) = (0.6 \pm 1.5) \times 10^{-5}$, which does not show any sign of \mathcal{CP} violation, and allows a new constraint on the mass difference between the K^0 and \bar{K}^0 states of 3.6×10^{-19} GeV, with a 90 % confidence level.