

Remerciements

Je remercie Nicolas Alamanos, chef du DAPNIA/SPhN et Françoise Auger, son adjoint, pour m'avoir accueilli dans leur service.

Je remercie tout particulièrement Egle Tomasi-Gustafsson, pour m'avoir permis de réaliser ce stage. Je suis très reconnaissant pour le temps passé à m'aider et l'attention portée à mon travail. C'est un grand honneur de pouvoir être son stagiaire.

Je remercie Yann Bedfer pour son aide précieuse en informatique. Je remercie J. Castor pour les démarches administratives qu'il a effectuées pour que ce stage puisse avoir lieu. Je tiens aussi à remercier H. Fonvieille pour m'avoir fourni des références très utiles pour mon travail. Je remercie également toutes les personnes du CEA que j'ai rencontré pour leur accueil.

Introduction

Ce stage s'est déroulé du 19/04/04 au 31/07/04, au CEA (Commissariat à l'Energie Atomique), au sein du DAPNIA (Département d'Astrophysique, de physique des Particules, de physique Nucléaire et de l'Instrumentation Associée), dans le service de Physique Nucléaire (SPhN), sous la direction de Egle Tomasi-Gustafsson. Ceci est le compte-rendu du stage le 25/06/04.

Le sujet de ce stage, l'étude des facteurs de forme du nucléon, s'insère dans la problématique de la physique hadronique aux énergies intermédiaires. Il s'agit d'une étude phénoménologique à la frontière entre l'expérience et la théorie, qui permet de mieux comprendre la structure interne des nucléons, constituants de tout noyau. Les facteurs de forme des nucléons sont des quantités fondamentales dans ce domaine de physique, car ils peuvent être mesurés, d'une part, et modélisés par les théories du nucléon, d'autre part. La comparaison théorie-expérience est donc directe. L'étude des facteurs de forme, bien qu'initiée il y a 50 ans, connaît un nouvel essor grâce à des accélérateurs à haute intensité et des nouvelles techniques expérimentales qui permettent de sonder d'autres régions cinématiques et d'apporter une précision inégalée sur de nouvelles observables.

Ce rapport est organisé en quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré à une présentation théorique des facteurs de formes, ainsi que des différentes méthodes de mesures. Le deuxième chapitre est dédié à une présentation des données publiées, ainsi que des principaux modèles théoriques existants. Le troisième chapitre présente la comparaison entre les modèles et les données effectuée à l'aide du logiciel ROOT. Enfin, le dernier chapitre présente les calculs des observables de polarisations ainsi que les prédictions de différents modèles.

Table des matières

1	Les facteurs de forme électromagnétiques des nucléons	1
1.1	La structure interne des nucléons	1
1.2	La diffusion élastique électron-proton	2
1.2.1	Approximation OPE	2
1.2.2	Cinématique	2
1.2.3	Section efficace de diffusion σ_{Mott}	3
1.2.4	Introduction des facteurs de forme	3
1.2.5	Facteurs de forme et distributions électromagnétiques	4
1.3	Les méthodes de mesures	5
1.3.1	L'extraction Rosenbluth	5
1.3.2	La technique de polarisation de recul	5
1.4	Facteurs de forme du neutron	6
1.5	La région temps	6
2	Travail bibliographique	9
2.1	Les données	9
2.1.1	Les données dans la région espace	9
2.1.2	Les données dans la région temps	11
2.2	Les modèles	11
2.2.1	pQCD	11
2.2.2	MIT cloudy bag	12
2.2.3	Vector Meson Dominance (VMD)	13
2.2.4	Modèle des quarks constituant (CQM)	14
3	Comparaison des modèles avec les données	15
3.1	Choix des grandeurs physique	15
3.1.1	Région espace	15
3.1.2	Région temps	15
3.2	Analyse des données avec ROOT	15
3.2.1	La région espace	16
3.2.2	La région temps	16
3.3	Le programme d'ajustement	17
3.4	Résultats	19
3.4.1	Bosted	19
3.4.2	pQCD	20
3.4.3	IJL	21

4	Observables de polarisation	27
4.1	Calculs théoriques	27
4.1.1	Observables de polarisations pour $\frac{1}{2} + 0 \rightarrow \frac{1}{2} + 0$	27
4.1.2	Observables de polarisation pour la réaction $\bar{p} + p \rightarrow l^- + l^+$	29
4.2	Les prédictions des modèles	30
A	L'équation de Dirac	35
B	Notations et précisions	37
B.0.1	Système d'unité	37
B.0.2	Quadri-vecteurs	37
B.0.3	Pseudo-scalaire	37
B.0.4	Spineurs	37
B.0.5	Calculs d'incertitudes	37
C	Conférences	39

Chapitre 1

Les facteurs de forme électromagnétiques des nucléons

1.1 La structure interne des nucléons

“Nucléon” est le nom générique pour parler des protons et des neutrons. Lors de leur découverte, respectivement en 1919 et 1931, on pensait avoir trouvé les particules élémentaires constituant le noyau. En réalité les nucléons ne sont pas des particules ponctuelles. Des expériences effectuées sur l’hydrogène dans les années 50 ont montré que le proton possède une structure interne [1]. Toutefois la mesure des moments magnétique des nucléons le présagait.

Pour une particule ponctuelle, sans structure interne, le moment magnétique μ (en eVT^{-1}) est défini par :

$$\mu = \frac{q}{mc} |\vec{s}|$$

avec q la charge électrique, m la masse, c la célérité de la lumière et s le spin. Cela donne $\mu = 1\mu_p$ pour le proton et $\mu = 0$ pour le neutron. Des mesures effectuées sur le proton et le neutron donnent [2] :

$$\frac{\mu_p}{\mu_N} \approx 2.79 \text{ et } \frac{\mu_n}{\mu_N} \approx -1.91$$

avec μ_N le moment magnétique nucléaire : $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$.

On est très loin des valeurs prédites. Cela implique que le nucléon possède une structure interne. On définit κ le moment magnétique anomal du proton :

$$\mu_p = 1 + \kappa \Rightarrow \kappa = 1.7928... \text{ eVT}^{-1}$$

La chromodynamique quantique (QCD) prédit la structure interne des nucléons comme étant constituée de trois quarks qui échangent des gluons. Cette prédiction fut confirmée expérimentalement dès 1968 dans la diffusion profondément inélastique d’électrons sur des nucléons. J.I. Friedman, H.W. Kendall et R.E. Taylor ont reçu le prix nobel en 1990 pour ces premières investigations qui ont jouées un rôle déterminant dans le développement du modèle des quarks en physique des particules [3].

Toutefois, les propriétés des nucléons ne peuvent s’expliquer sans l’introduction de champs de pions et autres particules autour de ces trois quarks.

Si l’on sonde le nucléon à de toutes petites distances, la “constante” de couplage de l’interaction forte tend vers zéro. Il est alors possible d’effectuer un traitement perturbatif de la QCD (pQCD, voir paragraphe 2.2.1). L’interaction a lieu sur un des trois quarks. En revanche, à la limite statique, le nucléon apparaît comme une particule ponctuelle avec une masse et un moment magnétique bien

défini. Dans la région intermédiaire, les résultats obtenus par pQCD ne s'appliquent pas et la structure du nucléon apparaît très complexe. Il existe alors différents modèles pour décrire les nucléons dans ces régions cinématiques (voir le paragraphe 2.2 pour une description des principaux modèles). La limite à partir de laquelle la pQCD peut s'appliquer n'est pas précisément connue. Cette région d'énergie intermédiaire est le sujet de nombreuses expériences passées et à venir, car la compréhension des nucléons est fondamentale pour comprendre le monde qui nous entoure.

Il faut donc mesurer des quantités capables de décrire la structure interne du nucléon : les facteurs de forme.

1.2 La diffusion élastique électron-proton

L'étude de la diffusion élastique d'un électron sur un nucléon va nous permettre, comme nous allons le voir par la suite, de "sonder" l'intérieur du nucléon. En effet, l'électron étant une particule ponctuelle et l'interaction électromagnétique bien connue, cette réaction peut apporter des informations directement liées à la structure du nucléon.

1.2.1 Approximation OPE

On peut considérer que la réaction a toujours lieu par échange d'un unique photon (One Photon Exchange). En effet, on est en présence d'une interaction électromagnétique et en raison, entre-autres, de la petitesse¹ de la constante de structure α , on considère que l'échange d'un photon supplémentaire est négligeable [4]. On obtient alors le diagramme de Feynmann présenté figure 1.1. Des corrections radiatives sont ajoutées lors des calculs (voir 1.3.1). Les corrections radiatives correspondent à l'émission et/ou l'absorption de photons qui accompagne tout processus où des charges électriques ou des moments magnétiques subissent des accélérations et peuvent être calculées de façon précise².

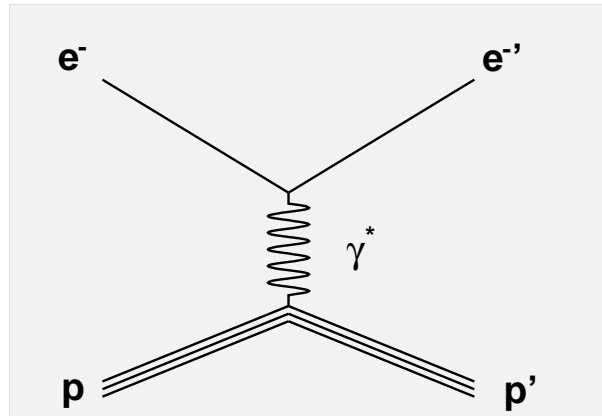


FIG. 1.1 – Diagramme de Feynman pour la diffusion élastique d'un électron sur un nucléon.

1.2.2 Cinématique

L'électron incident, d'énergie E et d'impulsion \vec{k} dans le laboratoire, transfère une énergie $E - E'$ et un moment $\vec{k} - \vec{k}'$ au photon virtuel, avec E' et \vec{k}' l'énergie et l'impulsion de l'électron diffusé. On

¹ $\alpha = 1/137$, contrairement à α_s la variation de α en fonction de l'énergie transférée est ici négligeable.

²Pour plus de détails à propos des corrections radiatives consultez entre-autres [5, 6, 7].

défini alors le quadri-moment de transfert, quantité invariante, q^2 telle que :

$$q^2 = (E - E')^2 - (\vec{k} - \vec{k}')^2 \quad (1.1)$$

On notera que q^2 correspond à la variable de Mandelstam $t = (\vec{p}_1 - \vec{p}_3)^2$. Toutefois ceci n'est pas vrai pour toutes réactions. Le quadri-moment transféré dans la réaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$ correspond à la variable de Mandelstam $s = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2$.

En développant q^2 on obtient :

$$q^2 = 2m_e^2 - 2EE' + 2\sqrt{E^2 - m_e^2}\sqrt{E'^2 - m_e^2} \cos\theta_e$$

avec θ_e l'angle de diffusion de l'électron sortant. Comme on s'intéresse à des énergies de l'ordre de quelques GeV (voir ci-dessous), on peut poser $m_e = 0$, ce qui nous donne :

$$q^2 = -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} < 0 \quad (1.2)$$

On définit $Q^2 = -q^2$, quantité positive.

Le fait que q^2 soit négatif signifie que la composante spatiale est plus grande que la composante temporelle. On dit alors que l'on se trouve dans la région espace (Space-Like). Si on avait q^2 positif, on serait dans la région temps (Time-Like). La diffusion élastique électron-proton permet donc de sonder uniquement la région espace. Il faudra utiliser d'autres réactions pour sonder la région temps (voir 1.5).

On notera que plus Q^2 est grand, plus on sonde le nucléon en détail. En effet, on ne peut observer des objets dont la dimension est inférieure à la longueur d'onde du rayonnement utilisé pour les observer. Or d'après la célèbre relation de De Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$, plus Q^2 est grand, plus λ est petit. On notera qu'une impulsion de 1 GeV donne une longueur d'onde d'environ $1.2 \cdot 10^{-15}$ m soit 1.2 fm, ce qui correspond à la dimension d'un nucléon.

1.2.3 Section efficace de diffusion σ_{Mott}

La diffusion d'une particule ponctuelle de spin 1/2 (électron) sur une cible ponctuelle sans spin et de masse infinie est entièrement connue théoriquement. La section efficace correspondante, appelée σ_{Mott} est donnée par la formule suivante :

$$\sigma_{Mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta_e}{2}}{4E^2 \sin^2 \frac{4\theta_e}{2}} \quad (1.3)$$

Pour tenir compte de la masse finie de la cible, on ajoute le terme de recul qui s'exprime par le quotient $\frac{E'}{E}$.

Il est donc intéressant de mesurer la section efficace de diffusion car la différence avec σ_{Mott} dépend du spin du proton et de sa structure interne.

1.2.4 Introduction des facteurs de forme

Le premier vertex du diagramme de Feynmann mettant en jeu les électrons est entièrement déterminé par la l'électrodynamique quantique (QED), qui le caractérise par le courant électromagnétique suivant³ (voir figure 1.2) :

$$j^\mu = -e\bar{u}(k')\gamma^\mu u(k)e^{i(k'-k)\cdot x} \quad (1.4)$$

Le deuxième vertex, mettant en jeu les nucléons, est caractérisé par un courant hadronique pour lequel, en raison de la structure interne du nucléon, on s'attend à trouver la présence d'un terme \mathcal{J} différent à la place de γ^μ :

$$J^\mu = e\bar{u}(p')\mathcal{J}u(p)e^{i(p'-p)\cdot x} \quad (1.5)$$

³Les notations utilisées sont détaillées dans les annexes A et B.

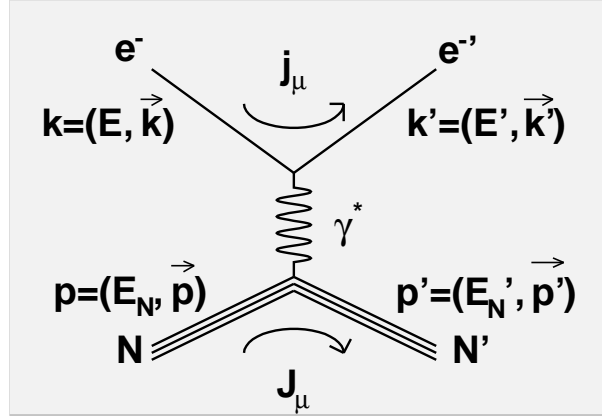


FIG. 1.2 – Diagramme de Feynman pour la diffusion élastique d'un électron sur un nucléon.

Ce terme doit être proportionnel à γ^μ , mais Pauli a montré que, pour obtenir la forme la plus générale possible, il pouvait aussi être proportionnel à $\sigma^{\mu\nu} q_\nu$ avec $\sigma^{\mu\nu} = \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu}{2}$. On obtient donc⁴ :

$$\mathcal{J} = F_1(Q^2)\gamma^\mu + \frac{\kappa}{2M}F_2(Q^2)i\sigma^{\mu\nu}q_\nu \quad (1.6)$$

avec $F_1(Q^2)$ le facteur de forme de Dirac et $F_2(Q^2)$ le facteur de forme de Pauli⁵. On notera que dans la région espace, les facteurs de forme sont des fonctions réelles dépendant uniquement⁶ de Q^2 . A $Q^2 = 0$, on est à la limite statique (cf 1.1). Cela entraîne (voir [9]) :

$$\begin{aligned} F_{1p}(0) &= 1, & F_{2p}(0) &= \kappa \\ F_{1n}(0) &= 0, & F_{2n}(0) &= \mu_n \end{aligned} \quad (1.7)$$

On préfère toutefois utiliser les facteurs de formes de Sachs (voir 1.2.5 et [10]), ainsi définis :

$$\begin{cases} G_E(Q^2) = F_1(Q^2) - \tau F_2(Q^2) \\ G_M(Q^2) = F_1(Q^2) + F_2(Q^2) \end{cases} \quad (1.8)$$

avec $\tau = \frac{Q^2}{4M^2}$. On a alors :

$$\begin{aligned} G_{Ep}(0) &= 1, & G_{Mp}(0) &= \mu_p \\ G_{En}(0) &= 0, & G_{Mn}(0) &= \mu_n \end{aligned} \quad (1.9)$$

1.2.5 Facteurs de forme et distributions électromagnétiques

Pour étudier le lien entre les facteurs de forme et les distributions électrique et magnétique, il est pratique de se placer dans le référentiel de Breit. Le référentiel de Breit est défini comme le référentiel où l'énergie du photon virtuel est nulle. L'énergie du nucléon après la diffusion est donc égale à son énergie avant la diffusion.

Dans ce référentiel, les facteurs de forme électrique et magnétique sont les transformés de Fourier respectivement de la distribution de charge électrique et de la distribution de moments magnétique⁷.

⁴une démonstration rigoureuse se trouve dans l'annexe de [8]

⁵On montre qu'il faut $2S + 1$ facteurs de forme pour caractériser la structure interne d'une particule

⁶cela vient de l'hermiticité du courant, cf [4, p65]

⁷une démonstration se trouve dans l'annexe II de [11], voir également [12].

C'est la raison pour laquelle on préfère utiliser les facteurs de forme de Sachs, plutôt que ceux de Dirac et Pauli. En effet on a :

$$G_E(Q^2) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d^3\vec{r}$$

$$G_E(Q^2) = \int \rho(\vec{r}) d^3\vec{r} - \frac{\vec{q}^2}{6} \int \rho(\vec{r}) \vec{r}^2 d^3\vec{r} + \dots \quad (1.10)$$

La première intégrale dans le développement (1.10) donne la charge totale en unité de e . Dans ce cadre, une distribution de charge exponentielle $\rho = \rho_0 e^{-r/r_0}$ avec $\langle r^2 \rangle = (0.81 \text{ fm})^2$ correspond à un facteur de forme dipolaire :

$$G_D = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2}\right)^2} \quad (1.11)$$

1.3 Les méthodes de mesures

1.3.1 L'extraction Rosenbluth

La section efficace de diffusion fut calculée en 1950 par M. Rosenbluth [13]. Il obtint l'équation suivante :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sigma_{Mott}\sigma_{red}}{(1 + \tau)\epsilon} \quad (1.12)$$

avec :

$$\sigma_{red} = \epsilon G_{Ep}^2(Q^2) + \tau G_{Mp}^2(Q^2) \quad (1.13)$$

et ϵ la polarisation longitudinal du photon virtuel : $\epsilon = \{1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \frac{\theta_\epsilon}{2}\}^{-1}$, $\tau = \frac{Q^2}{4M^2}$.

Cette relation est à la base de la technique d'extraction Rosenbluth. En effet, des mesures pour différents angles θ (différentes valeur de ϵ) à Q^2 fixé vont permettre d'extraire G_{Ep}^2 et G_{Mp}^2 . Il suffit pour cela de tracer la droite σ_{red} en fonction de ϵ pour obtenir G_E^2 (pente) et τG_M^2 (ordonnée à l'origine). On notera que la section efficace contient les carrés des facteurs de forme. Il n'est donc pas possible de déterminer leur signe par cette méthode. De plus, lorsque Q^2 devient grand, τ aussi. Cela entraîne qu'à grand Q^2 le terme en G_E^2 devient négligeable devant celui contenant G_M^2 . Il est donc difficile d'obtenir des résultats très précis à grand Q^2 pour G_E .

Si la précision des données n'est pas suffisante pour une séparation complète de G_E et G_M , certains auteurs [14, 15, 16, 17] font des hypothèses sur G_E pour extraire G_M . Les hypothèses réalisées sont $G_E = 0$ ou $G_E = G_M/\mu_p$. Ces deux hypothèses peuvent donner à quelques pourcents près les mêmes valeurs de G_M ⁸.

Depuis les premières mesures réalisées par R. Hofstadter [18] en 1955, de nombreuses expériences ont vu le jour dans le but de mesurer les facteurs de forme des nucléons pour différentes valeurs de Q^2 , en particulier au SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) et au JLab (Jefferson Laboratory), mais aussi auprès, entre-autres, du synchrotron de Bonn, de DESY (Deutsches Elektronen Synchrotron de Hamburg), au Laboratory of Nuclear Studies de New York, au MAINZ Microtron (MAMI), ou au NIKHEF (National Institute for Nuclear Physics and High Energy Physics d'Amsterdam) (voir le paragraphe 2.1.1.1).

1.3.2 La technique de polarisation de recul

Il a été montré déjà en 1968 que la polarisation longitudinale du faisceau d'électrons incidents couplée à la mesure de la polarisation du proton de recul pouvait s'avérer très avantageuses pour la mesure de G_E [19, 20, 21, 22]. En effet, la polarisation induit un terme d'interférence dans la section

⁸Cela signifie que l'influence de G_E sur la section efficace est très faible.

efficace, proportionnelle au produit $G_E \cdot G_M$. La section efficace polarisée devient ainsi plus sensible à G_E et même au signe des facteurs de forme. On obtient alors le rapport $\frac{G_E}{G_M}$ d'après la formule suivante :

$$\frac{G_E}{G_M} = -\frac{hP_y}{hP_z} \frac{E + E'}{2m} \tan \frac{\theta_e}{2} \quad (1.14)$$

où P_y et P_z sont les composantes transverse et longitudinale de la polarisation du proton de recul, h est la polarisation du faisceau incident et m est la masse du nucléon.

Une présentation de la polarisation, ainsi que le calcul des observables de polarisation fait l'objet du chapitre 4.

L'avantage de cette technique sur la méthode de Rosenbluth est le fait que l'on mesure directement le rapport $\frac{G_E}{G_M}$. On peut donc obtenir, à condition d'avoir un faisceau d'électrons polarisés suffisamment lumineux, des mesures bien plus précises à grand Q^2 que celles obtenues par extraction Rosenbluth. Pour l'instant des mesures ont été réalisées jusqu'à $Q^2 = 5.6 \text{ GeV}^2$ avec une précision remarquable, cf [23, 24, 25]. Une extension jusqu'à 9 GeV^2 est prévue en 2006 au JLab [26].

1.4 Facteurs de forme du neutron

Le neutron étant instable (son temps de vie τ vaut $885.7 \pm 0.8 \text{ s}$ [2]), il est difficile de réaliser des cibles de neutrons. On utilise donc le deuton ou l'hélium 3. Le deuton est constitué d'un proton et d'un neutron. L'hélium 3 de deux protons (couplés en état S) et d'un neutron. On imagine facilement que la présence d'un (ou deux deux) proton(s) complique fortement l'expérience et l'analyse des données. Toutefois le principe général reste le même. On notera tout de même que la nécessité d'introduire la structure de ces noyaux légers, entre-autres la fonction d'onde, rend les résultats dépendants de modèles. Toutefois, la méthode par mesure de polarisations peut aussi s'appliquer. Pour plus de détails, consultez [22, 27, 28] et [40-57].

Il n'est pas vain de mesurer G_E^n alors que la charge d'un neutron est nulle, car le fait d'obtenir G_E^n non nul peut venir, soit d'une distribution non uniforme des quarks de valence, soit de la mer de paire quark-antiquark.

1.5 La région temps

Comme on l'a vu au paragraphe 1.2.2, la région temps est définie par $q^2 > 0$ et ne peut être atteinte avec la diffusion électron-proton. Toutefois cette région est accessible à l'aide d'autres réactions. Les deux principales réactions utilisées sont :

- $\bar{p} + p \rightarrow l^- + l^+$ avec $l = e, \mu$.
- $e^+ + e^- \rightarrow N + \bar{N}$.

On montre, par le même calcul cinématique qu'au paragraphe 1.2.2, que ces réactions permettent bien de sonder la région temps. Toutefois, pour la réaction $e^+e^- \rightarrow N + \bar{N}$, la présence d'un seuil ($q^2 = 4m^2$, ie $q^2 > 3.521 \text{ GeV}^2$ pour le proton, $q^2 > 3.531 \text{ GeV}^2$ pour le neutron) empêche de sonder la région où q^2 est inférieur à cette valeur⁹. Dans la région temps, les facteurs de forme sont des fonctions complexes de q^2 . Pour cette réaction, la section efficace de diffusion en fonction des facteurs de forme est donné par [30] :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \beta C^2}{4s} \left[|G_M|^2 (1 + \cos^2 \theta) + \frac{4m}{s} |G_E|^2 \sin^2 \theta \right] \quad (1.15)$$

avec α la constante de structure fine, θ l'angle de production du nucléon (avec le faisceau dans le c.m.), β la vitesse du nucléon dans le c.m. et C^2 un facteur du à l'attraction coulombienne ($C^2 \sim x/(1 - e^{-x})$ avec $x = \pi\alpha/\beta$).

⁹Il est toutefois théoriquement possible de sonder cette région à l'aide d'autres réactions comme $\bar{N}N \rightarrow \pi l^+ l^-$, cf [29], mais cela n'a encore jamais été réalisé expérimentalement.

On remarquera que d'après la définition des facteurs de forme de Sachs (1.8) on a $G_E = G_M$ au seuil de la réaction. Cette relation n'a aucune raison d'être valable pour les autres valeurs de q^2 , mais cette hypothèse est souvent utilisée pour extraire les facteurs de forme. En effet, en raison du manque de statistique, il n'est pas possible de réaliser la séparation Rosenbluth comme dans la région espace.

Comme les facteurs de forme rentrent dans l'expression du courant (cf paragraphe 1.2.4), ils doivent être des fonctions analytiques et une même description doit s'appliquer dans tout le domaine en q^2 . Une propriété intéressante qui s'applique à toute fonction analytique est donnée par le théorème de Phragmén et Lindelöf [31, 32] qui indique que :

$$\lim_{q^2 \rightarrow -\infty} F^{(SL)}(q^2) = \lim_{q^2 \rightarrow +\infty} F^{(TL)}(q^2) \quad (1.16)$$

Comme les facteurs de forme sont réels dans la région espace, cela implique que, dans la région temps, la partie imaginaire s'annule à l'infini et la partie réelle tend vers $F^{(SL)}(-\infty)$.

Un certain nombre d'expériences ont été réalisées pour déterminer les facteurs de forme dans la région temps, en particulier à ADONE au Frascati National Laboratory, au CERN, au DCI du LAL d'Orsay, ou encore au Fermilab (pour plus de détail voir le paragraphe 2.1.2.1).

Chapitre 2

Travail bibliographique

2.1 Les données

2.1.1 Les données dans la région espace

2.1.1.1 Le proton

Comme indiqué au paragraphe 1.3.1, de nombreuses mesures de diffusion élastique ep ont été effectuées pour mesurer les rapports $\frac{G_M}{\mu G_D}$ et $\frac{\mu_p G_E}{G_M}$, avec G_D la loi dipole (cf paragraphes 1.2.5 et 2.2.1). Les données suivantes ont été utilisées :

- Les données de C. Berger *et al.* [33] publiées en 1971, provenant du synchrotron de Bonn. Ces données sont issues de la méthode de séparation Rosenbluth, pour des valeurs de Q^2 allant de 0.4 à 2 (GeV/c)².
- Les données de L. Andivahis *et al.* [34] publiées en 1994, provenant du SLAC (Stanford Linear Accelerator Center). Ces données sont issues de la méthode de séparation Rosenbluth, pour des valeurs de Q^2 allant de 1.75 à 8.83 (GeV/c)².
- Les données de R.C. Walker *et al.* [35] publiées en 1994, provenant du SLAC. Ces données sont issues de la méthode de séparation Rosenbluth, pour des valeurs de Q^2 allant de 1 à 3 (GeV/c)².
- Les données de M. K. Jones *et al.* [36] publiées en 2000, provenant du JLab (The Jefferson Lab) Hall A. Ces données sont issues des mesures de polarisations, pour des valeurs de Q^2 allant de 0.49 à 3.47 (GeV/c)².
- Les données de O. Gayou *et al.* [24],[25] publiées en 2002, provenant du JLab Hall A. Ces données sont issues des mesures de polarisations, pour des valeurs de Q^2 allant de 3.5 à 5.54 (GeV/c)².
- Les données de M.E. Christy *et al.* [37](version 4), provenant du JLab Hall C. Ces données sont issues de la méthode de séparation Rosenbluth, pour des valeurs de Q^2 allant de 0.65 à 5.20 (GeV/c)².
- Les données de W. Albrecht *et al.* [14] publiées en 1966, provenant du Deutsches Elektronen Synchrotron de Hamburg. Le facteur de forme G_M est extrait sous l'hypothèse $G_E = 0$ pour des valeurs de Q^2 allant de 4.08 à 9.59 (GeV/c)². L'extraction a également été réalisée sous l'hypothèse $G_E = G_M/\mu_p$, ce qui donne des résultats quasi identiques.
- Les données de A.F. Sill *et al.* [15] publiées en 1993, provenant du SLAC. Le facteur de forme G_M est extrait sous l'hypothèse $G_E = G_M/\mu_p$ pour des valeurs de Q^2 allant de 2.862 à 31.20 (GeV/c)².
- Les données de D.H. Coward *et al.* [16] publiées en 1968, provenant du SLAC. Le facteur de forme G_M est extrait sous l'hypothèse $G_E = G_M/\mu_p$ pour des valeurs de Q^2 allant de 0.690 à 25.03 (GeV/c)².
- Les données de P.N. Kirk *et al.* [17] publiées en 1973, provenant du SLAC. Le facteur de forme G_M est extrait sous l'hypothèse $G_E = G_M/\mu_p$ pour des valeurs de Q^2 allant de 0.999 à

25.03 (GeV/c)².

- Les données de T. Janssens *et al.* [38] publiées en 1966, provenant de Stanford. Ces données sont issues de la méthode de séparation Rosenbluth, pour des valeurs de Q^2 allant de 0.16 à 0.85 (GeV/c)².
- Les données de W. Bartel *et al.* [39] publiées en 1973, provenant du DESY (Deutsches Elektronen SYNchrotron). Ces données sont issues de la méthode de séparation Rosenbluth, pour des valeurs de Q^2 allant de 0.670 à 3.01 (GeV/c)².

2.1.1.2 Le neutron

Pour le neutron, les données se font plus rares (cf paragraphe 1.4), bien que le nombre de références soit sensiblement équivalent à celui du proton. En effet, due à la difficulté des expériences qui demandent une cible polarisée ou un polarimètre, bien souvent une référence correspond à un seul point ! Voici les données utilisées :

- Les données de A. Lung *et al.* [28] publiées en 1993, provenant du SLAC, obtenues par la réaction $ed \rightarrow epn$. Q^2 varie de 1.75 à 4 (GeV/c)².
- Les données de W. Bartel *et al.* [40] publiées en 1969, provenant du DESY pour $Q^2 = 0.39$ GeV² et $Q^2 = 0.565$ (GeV/c)², obtenues par la réaction $ed \rightarrow epn$.
- Les données de K.M. Hanson *et al.* [41] publiées en 1973, provenant de Harvard, pour des valeurs de Q^2 variant de 0.28 à 1.8 (GeV/c)², obtenues par la réaction $ed \rightarrow epn$.
- Les données de S. Rock *et al.* [42] publiées en 1982, provenant du SLAC pour des valeurs de Q^2 variant de 2.5 à 10 (GeV/c)², obtenues par la réaction $ed \rightarrow epn$, assumant l'hypothèse $G_E^n = 0$.
- Les données de P. Stein *et al.* [43] publiées en 1966, provenant du Laboratory of Nuclear Studies de New York, pour $Q^2 = 0.19$ GeV², $Q^2 = 0.39$ GeV² et $Q^2 = 0.56$ (GeV/c)², obtenues par la réaction $ed \rightarrow epn$.
- Les données de D. Rohe *et al.* [44] publiées en 1999, provenant du MAInz MIcrotron (MAMI), pour $Q^2 = 0.67$ GeV², obtenues par la réaction ${}^3\vec{H}e(\vec{e}, e'n)pp$.
- Les données de J. Becker *et al.* [45] publiées en 1999, provenant du MAMI, pour $Q^2 = 0.39$ GeV², obtenues par la réaction ${}^3\vec{H}e(\vec{e}, e'n)$.
- Les données de C. Herberg *et al.* [46] publiées en 1999, provenant du MAMI, pour $Q^2 = 0.15$ GeV², obtenues par la réaction $D(\vec{e}, e'\vec{n})p$.
- Les données de I. Passchier *et al.* [47] publiées en 1999, provenant du NIKHEF (National Institute for Nuclear Physics and High Energy Physics) d'Amsterdam, pour $Q^2 = 0.21$ GeV², obtenues par la réaction ${}^2\vec{H}(\vec{e}, e'n)p$.
- Les données de T. Eden *et al.* [48] publiées en 1994, provenant du Bates Linear Accelerator Center au MIT, pour $Q^2 = 0.255$ GeV², obtenues par la réaction ${}^2\vec{H}(\vec{e}, e'\vec{n})^1H$.
- Les données de E.E.W. Bruins *et al.* [49] publiées en 1995, provenant du ELSA (Elektronen Stretcher-Anlage) à Bonn, pour des valeurs de Q^2 variant de 0.125 à 0.605 (GeV/c)², obtenues par les réactions ${}^2H(e, e'n)$ et ${}^2H(e, e'p)$.
- Les données de C.E. Jones-Woodward *et al.* [50] publiées en 1991, provenant du Bates Linear Accelerator Center au MIT, pour $Q^2 = 0.16$ GeV², obtenues par la diffusion sur une cible d'hélium polarisée (${}^3\vec{H}e$).
- Les données de E.B. Hughes *et al.* [51] publiées en 1965, provenant du SLAC, pour des valeurs de Q^2 variant de 0.04 à 1.16 (GeV/c)², ainsi que celle de 1966 pour des valeurs de Q^2 variant de 0.06 à 0.29 (GeV/c)², toutes obtenues par la réaction $ed \rightarrow epn$.
- Les données de H. Anklin *et al.* [52] publiées en 1998, provenant du MAMI, pour des valeurs de Q^2 variant de 0.235 à 0.784 (GeV/c)², obtenues par les réactions $D(e, e'n)$ et $D(e, e'p)$.
- Les données de M. Meyerhoff *et al.* [53] publiées en 1994, provenant du MAMI, pour $Q^2 = 0.31$ GeV², obtenues par les réactions ${}^3\vec{H}e(\vec{e}, e'n)$ et $D(\vec{e}, e'\vec{n})$.
- Les données de C.W. Akerlof *et al.* [54] publiées en 1964, provenant du Laboratory of Nuclear Studies de New York, pour des valeurs de Q^2 variant de 0.435 à 1.36 (GeV/c)², obtenues par la réaction $ed \rightarrow epn$.

- Les données de J. Golak *et al.* [55] publiées en 2001, provenant du JLab, pour $Q^2 = 0.1 \text{ GeV}^2$ et $Q^2 = 0.2 \text{ GeV}^2$, obtenues par la réaction ${}^3\vec{H}e(\vec{e}, e')$.
- Les données de H. Zhu *et al.* [56] publiées en 2001, provenant du JLab, pour $Q^2 = 0.495 \text{ GeV}^2$, obtenues par la réaction $\vec{d}(\vec{e}, e'n)p$.
- Les données de M. Ostrick *et al.* [57] publiées en 1999, provenant du MAMI, pour $Q^2 = 0.34 \text{ GeV}^2$, obtenues par la réaction ${}^2\vec{H}(\vec{e}, e'\bar{n})p$.

2.1.2 Les données dans la région temps

Pour la région temps, les données se font très rares. Voici les données utilisées :

2.1.2.1 Le proton

- Les données de M. Castellano *et al.* [58] publiées en 1973, provenant de ADONE au Frascati National Laboratory, pour $q^2 = 4.3 \text{ GeV}^2$, obtenues par la réaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$.
- Les données de G. Bassompierre *et al.* [59, 60] publiées en 1977 et en 1983, provenant du CERN, pour $q^2 = 3.52 \text{ GeV}^2$ et $q^2 = 3.61 \text{ GeV}^2$, obtenues par mesure de $B_{e^+e^-} = \Gamma(\bar{p}p \rightarrow e^+e^-)/\Gamma(\bar{p}p \rightarrow \text{total})$.
- Les données de B. Delcourt *et al.* [61] publiées en 1979, provenant du DCI d'Orsay, pour q^2 variant de 3.75 à 4.56 GeV^2 , obtenues par la réaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$.
- Les données de D. Bisello *et al.* [62] publiées en 1983, provenant du DCI d'Orsay, pour q^2 variant de 4.0 à 5.0 GeV^2 , obtenues par la réaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$.
- Les données de T.A. Armstrong *et al.* [63] publiées en 1993, provenant du LEAR (Low Energy Antiproton Ring) au CERN, pour q^2 variant de 8.9 à 13.0 GeV^2 , obtenues par la réaction $p\bar{p} \rightarrow e^+e^-$.
- Les données de G. Bardin *et al.* [64] publiées en 1994, provenant du LEAR au CERN, pour q^2 variant de 3.52 à 4.18 GeV^2 , obtenues par la réaction $p\bar{p} \rightarrow e^+e^-$.
- Les données de A. Antonelli *et al.* [65] publiées en 1994, provenant de l'expérience FENICE à ADONE, pour q^2 variant de 3.69 à 5.95 GeV^2 , obtenues par la réaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$.
- Les données de M. Ambrogiani *et al.* [66] publiées en 1999, provenant du Fermilab, issues de la mesure de la section efficace de la réaction $\bar{p}p \rightarrow e^+e^-$, pour q^2 variant de 8.84 à 18.40 GeV^2 .
- Les données de M. Andreotti *et al.* [67] publiées en 2003, provenant du Fermilab, issues de la mesure de la section efficace de la réaction $\bar{p}p \rightarrow e^+e^-$, pour q^2 variant de 11.63 à 18.22 GeV^2 .

2.1.2.2 Le neutron

Les premières mesures concernant le neutron débutèrent seulement en 1991 par la collaboration FENICE à ADONE. Les données (issue de la réaction $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$) furent publiées par A. Antonelli *et al.* [68] en 1998, pour q^2 variant de 3.61 à 5.95 GeV^2 . Ce sont actuellement les seules données disponibles pour le neutron dans la région temps.

2.2 Les modèles

De nombreux modèles ont été développés pour décrire les nucléons dans la région cinématique de faible Q^2 , comme la pQCD le fait à grand Q^2 . Voici les principaux types de modèles (cette liste n'est bien entendu pas exhaustive) :

2.2.1 pQCD

En QCD, les facteurs de formes représentent la probabilité de retrouver le nucléon intact après l'interaction avec un photon virtuel de moment Q^2 . Chaque fois qu'un quark intervient, la probabilité diminue. Les gluons, qui portent le moment Q^2 , sont les médiateurs entre les quarks (cf figure 2.1).

Ceci donne des lois d'échelle [81, 82, 83, 84], qui s'appliquent à tous les hadrons (pions (2 quarks), nucléon (3 quarks), deuton (6 quarks)...):

$$F(Q^2) = \frac{1}{[1 + (Q^2)/(n\beta^2)]^{n-1}} \quad (2.1)$$

avec n le nombre de quarks constituant l'hadron et β l'impulsion moyenne portée par les quarks.

Un fit sur le pion permet d'exprimer β . Appliquée au proton, $n=3$, cette formule permet de retrouver la loi de dipole avec $n\beta^2 = 0.71$, ce qui coïncide, par des approches totalement différentes, avec la prédiction semi-classique (cf paragraphe 1.2.5).

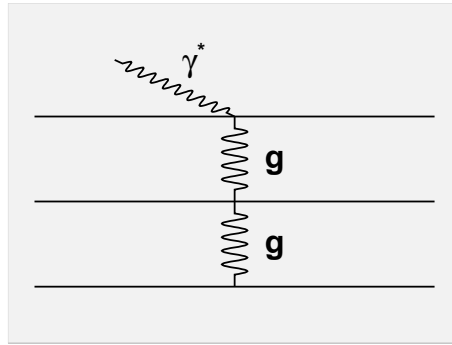


FIG. 2.1 – Diagramme de l'interaction d'un photon virtuel avec un nucléon dans le cadre de QCD.

La QCD prédit également qu'à grand $|q^2|$, on doit avoir [85]:

$$q^4 |G_M| \sim \alpha_s^2(q^2) \quad (2.2)$$

avec α_s la "constante" de couplage de l'interaction forte.

Une autre prédiction est [86]:

$$\lim_{Q^2 \rightarrow \infty} \frac{G_M^n}{G_M^p} = -\frac{2}{3} \quad (2.3)$$

Comme on l'a vu, dans la région espace la pQCD prédit le comportement dipolaire. Dans la région temps, les prédictions de pQCD donnent la loi suivante [87]:

$$|G_M| = \frac{A}{s^2 \ln^2(s/\Lambda^2)} \quad (2.4)$$

avec $\Lambda = 0.3 \text{ GeV}$ le paramètre d'échelle de la QCD (QCD scale parameter), A est un paramètre libre.

2.2.2 MIT cloudy bag

Ce modèle [69, 70, 71] développé au MIT considère que le nucléon est constitué de trois quarks confinés dans un potentiel qui les maintient dans une sphère de rayon 1 fm . Les facteurs de forme prédits par ce modèle sont compatibles avec les données existantes pour $Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ à condition d'ajouter un champ de pions à l'intérieur du sac.

2.2.3 Vector Meson Dominance (VMD)

Dans ce modèle [72, 73], le photon virtuel interagit avec le nucléon par couplage avec un méson vecteur comme illustré sur la figure 2.2. Les premiers mésons vecteurs sont ρ , ω et ϕ . En effet, ce sont les mésons les plus légers avec un spin $J = 1$. (obligatoire par conservation de J , $J = 1$ pour le photon, cf [2]).

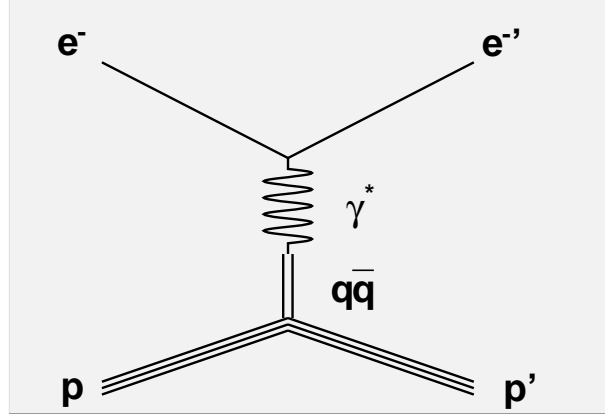


FIG. 2.2 – Modèle VMD

Nous donnerons ici, à titre d'exemple, quatre paramétrisations des facteurs de forme basées sur ce modèle :

2.2.3.1 La paramétrisation de Iachello, Jackson et Lande (IJL)

La paramétrisation de Iachello, Jackson et Lande est basée sur un modèle à deux composantes, où une partie intrinsèque très compacte est décrite par un facteur $g(Q^2)$, de forme dipolaire, et un nuage pionique est paramétrisé en fonction de mésons vecteur ρ , ω et ϕ .

La fonction IJL, présentée en 1973 [72] contient 5 paramètres : γ , β_ρ , β_ω , β_ϕ et α_ϕ . Voici son expression littérale :

$$\begin{aligned} G_M^p(t) &= (F_1^v + F_1^s) + (F_2^v + F_2^s) \\ G_E^p(t) &= (F_1^v + F_1^s) + \frac{q^2}{4m^2}(F_2^v + F_2^s) \\ G_M^n(t) &= (F_1^s - F_1^v) + (F_2^s - F_2^v) \\ G_E^n(t) &= (F_1^s - F_1^v) + \frac{q^2}{4m^2}(F_2^s - F_2^v) \end{aligned} \quad (2.5)$$

avec :

$$F_1^s(t) = \frac{e}{2}g(t) \left[(1 - \beta_\omega - \beta_\phi) + \beta_\omega \frac{\mu_\omega^2}{\mu_\omega^2 - q^2} + \beta_\phi \frac{\mu_\phi^2}{\mu_\phi^2 - q^2} \right] \quad (2.6)$$

$$F_1^v(t) = \frac{e}{2}g(t) \left[(1 - \beta_\rho) + \beta_\rho \frac{\mu_\rho^2}{\mu_\rho^2 - q^2} \right] \quad (2.7)$$

$$F_2^s(t) = \frac{e}{2}g(t) \left[(-1 + \mu_p + \mu_n - \alpha_\phi) \frac{\mu_\omega^2}{\mu_\omega^2 - q^2} + \alpha_\phi \frac{\mu_\phi^2}{\mu_\phi^2 - q^2} \right] \quad (2.8)$$

$$F_2^v(t) = \frac{e}{2}g(t) \left[(-1 + \mu_p - \mu_n) \frac{\mu_\rho^2}{\mu_\rho^2 - q^2} \right] \quad (2.9)$$

$g(t)$ est de la forme dipole, $m = 0.939 \text{ GeV}$ est la masse du nucléon, $\mu_\rho = 0.77 \text{ GeV}$ est la masse du méson ρ , $\mu_\omega = 0.78 \text{ GeV}$ est la masse du méson ω , $\mu_\phi = 1.02 \text{ GeV}$ est la masse du méson ϕ et $e = 1$ est la charge électrique du proton.

Pour tenir compte de la largeur du méson ρ , on remplace $\frac{\mu_\rho^2}{\mu_\rho^2 - q^2}$ dans les équations (2.7) et (2.9) par :

$$\frac{\mu_\rho^2 + 8\Gamma_\rho \mu_\pi / \pi}{(\mu_\rho^2 - q^2) + (4\mu_\pi^2 - q^2)\Gamma_\rho \alpha(Q^2) / \mu_\pi} \quad (2.10)$$

avec :

$$\alpha(Q^2) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{Q^2 + 4\mu_\pi^2}{Q^2} \right]^{1/2} \ln \left[\frac{(Q^2 + 4\mu_\pi^2)^{1/2} + (Q^2)^{1/2}}{2\mu_\pi} \right] \quad (2.11)$$

$\Gamma_\rho = 0.1 \text{ GeV}$ est la largeur du méson ρ et $\mu_\pi = 0.139 \text{ GeV}$ est la masse du méson π^\pm .

Nous nous intéresserons plus particulièrement à ce modèle car l'extension analytique dans la région temps est facilement réalisable. En effet, bien qu'originellement écrit pour la région espace, il est possible de l'étendre dans la région temps en procédant aux transformations "standard" suivantes [74, 75] :

$$Q^2 = -q^2 = q^2 e^{-i\pi} \implies \begin{cases} \ln(Q^2) = \ln(q^2) - i\pi \\ \sqrt{Q^2} = e^{-\frac{i\pi}{2}} \sqrt{q^2} \end{cases} \quad (2.12)$$

On notera que les équations présentées satisfont à $G_E(4m^2) = G_M(4m^2)$ par construction.

2.2.3.2 La paramétrisation Gari-Krümpelmann (GK)

Le modèle VDM n'a pas de raison de s'appliquer à grand Q^2 . Des extrapolations phénoménologiques qui prennent en compte les comportements asymptotiques de QCD sont donc développés. M.F. Gari et W. Krümpelmann proposèrent un tel modèle. Les fonctions obtenues (cf [76, 77, 78]) dépendent d'une dizaine de paramètres.

2.2.3.3 La paramétrisation de Lomon

E.L. Lomon [79] a apporté des améliorations au modèle de Gari-Krümpelmann. Il a ajouté entre autres des termes correspondant à plus de résonances mésoniques. En contrepartie, il obtient une relativement bonne description des données avec une douzaine de paramètres.

2.2.3.4 La paramétrisation de Dubnička

S. Dubnička, A.N. Dubničkova et P. Weisenpacher ont construit, à l'image du modèle GK, un modèle basé à la fois sur la théorie VMD et sur la pQCD [80]. On notera l'introduction d'un quatrième état excité du méson $\rho(770)$ avec les paramètres $m = 2455 \pm 53 \text{ MeV}$ et $\Gamma = 728 \pm 2 \text{ MeV}$. Un tel méson n'a encore jamais été observé. Sa découverte expérimentale apporterait un intérêt supplémentaire à ce modèle.

2.2.4 Modèle des quarks constituant (CQM)

Ces modèles considèrent que le nucléon est formé de trois quarks "effectif", c'est-à-dire dont la masse correspond à 1/3 de la masse du nucléon. Cependant des effets relativistes doivent être pris en compte et il n'existe pas de façon unique de les introduire, ce qui explique les nombreuses versions existantes de ce modèle comme le Schlumpf's relativistic constituent quark model, SU(6) symmetry breaking ou Point Form Spectator Approximation (PFSA). Pour une description de ces modèles et une liste de références, consultez [23].

Chapitre 3

Comparaison des modèles avec les données

3.1 Choix des grandeurs physique

3.1.1 Région espace

Etant donné que G_E^p et G_M^p décroissent très rapidement en fonction de Q^2 , généralement on normalise par la fonction dipole présentée ci-dessous. On préfère donc s'intéresser à $\mu_p \frac{G_E^p}{G_M^p}$ à la place de G_E^p (d'autant plus que les mesures de polarisation donnent directement ce rapport) et à $\frac{G_M^p}{\mu_p G_D}$ à la place de G_M^p . En effet, pendant longtemps, avant les mesures plus précises de G_E , la relation suivante était considérée comme une bonne description des résultats expérimentaux :

$$G_E^p \approx \frac{G_M^p}{\mu_p} \approx G_D \quad (3.1)$$

Pour le neutron, on tracera de même $\frac{G_M^n}{\mu_n G_D}$, mais l'on préfère tracer directement G_E^n .

3.1.2 Région temps

Dans la région temps, les facteurs de forme deviennent complexes. On mesure donc, à travers la section efficace, le module des facteurs de forme. Toutefois, comme, faute de statistique, il n'a pas été possible de mesurer les deux facteurs de forme, l'hypothèse $G_E = G_M = G$ (ou $G_E = 0$) a été utilisée (voir le paragraphe 1.5). Encore une fois les valeurs de $|G_M|^2$ extraites de la section efficace varient peu suivant ces deux hypothèses (15-20%). On va s'intéresser uniquement à $|G^p|$ et $|G^n|$. Cependant, on tracera également $G^p/(\mu_p G_D)$ et $G^n/(\mu_n G_D)$ pour pouvoir tracer sur un même graphique les valeurs des facteurs de forme dans la région temps et dans la région espace.

3.2 Analyse des données avec ROOT

Pour visualiser et traiter les données, on utilise le logiciel ROOT. C'est un puissant logiciel orienté objet développé en C++ par R. Brun & Fons Rademakers pour le CERN. Il remplace le logiciel PAW (Physics Analysis Workstation) qui est son équivalent en Fortran. La première version publique de ROOT est sortie en 1995. On utilise la version 3.10. Pour plus de renseignement sur ROOT, visitez <http://root.cern.ch>.

3.2.1 La région espace

Les données présentées au paragraphe 2.1.1.1 sont tracées en utilisant le logiciel ROOT. On obtient les graphes présentés figure 3.1. Un grand nombre de données s'accumule dans la région de faible Q^2 . On présente donc les données avec une échelle logarithme en abscisse.

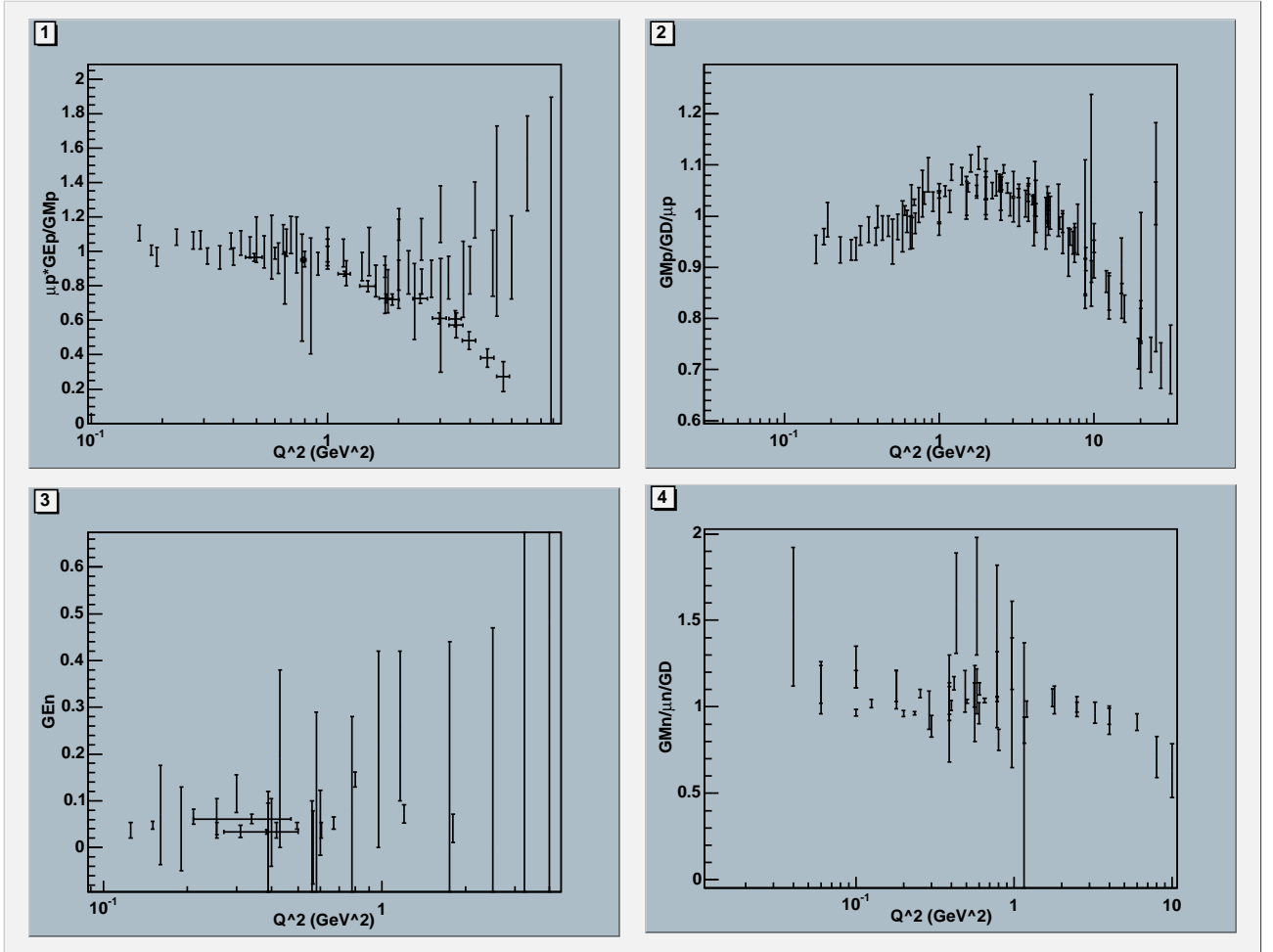


FIG. 3.1 – Les données dans la région espace

Pour G_E^p , on note que les données les plus précises donnent ce facteur de forme incompatible avec zéro. Pour chaque facteur de forme, les données des différentes expériences sont compatibles entre elles, sauf pour le rapport G_E^p/G_M^p . En effet, à grand Q^2 , on note clairement deux tendances : Les données pour lesquelles les facteurs de forme ont été extraits à l'aide de l'extraction Rosenbluth donnent le rapport constant, alors que les dernières expériences réalisées au JLab par M. K. Jones *et al.* [36] et O. Gayou *et al.* [24, 25] donnent une décroissance de ce rapport. Jusqu'à présent aucune explication convaincante expliquant cette différence n'a été trouvée.

3.2.2 La région temps

Les données présentées au paragraphe 2.1.2.1 sont également tracées en utilisant le logiciel ROOT. On obtient les graphes de la figure 3.2.

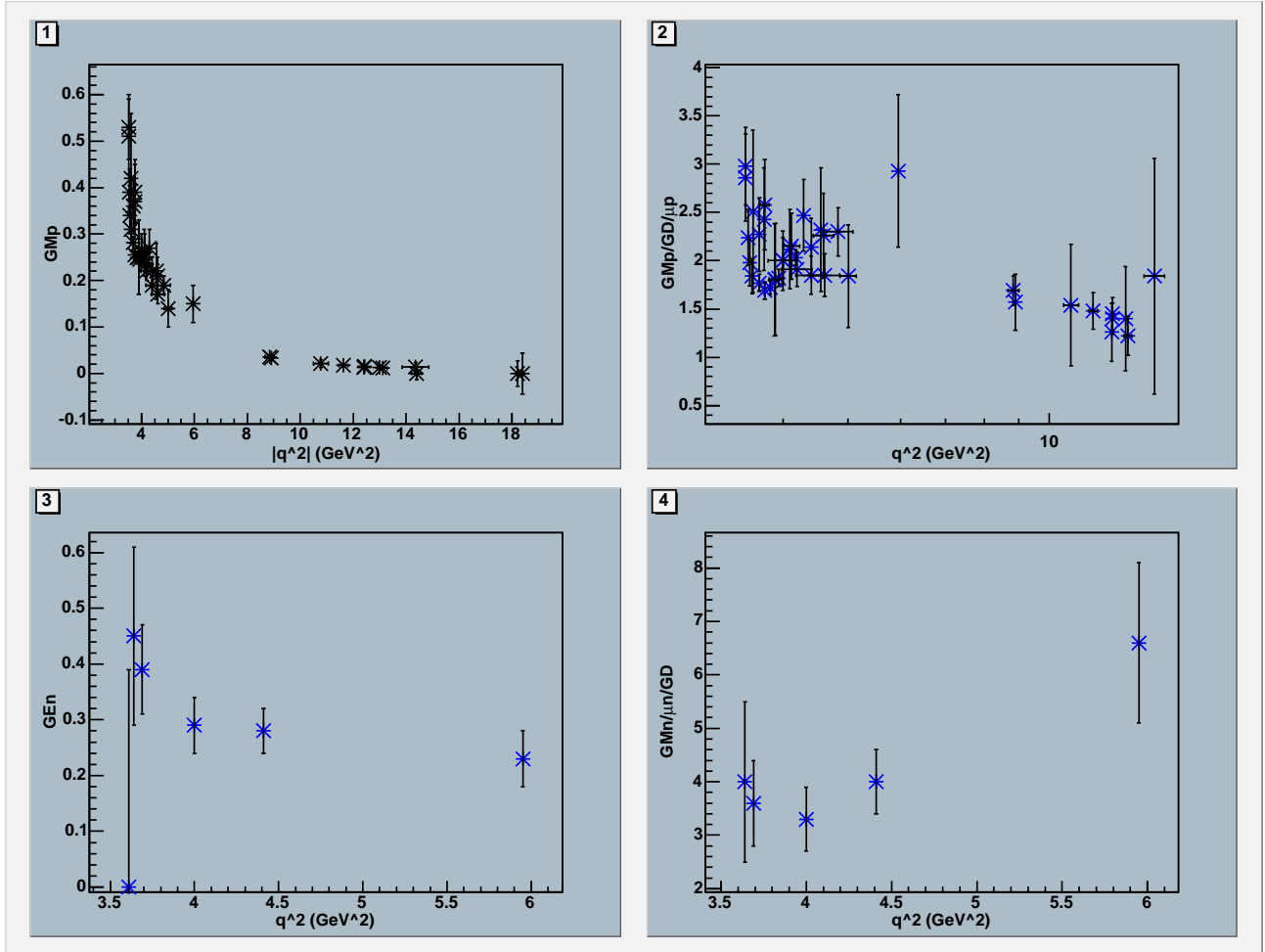


FIG. 3.2 – Les données dans la région temps

Dans la première fenêtre, les données ont été tracées sous l'hypothèse $G_E = G_M$. La deuxième fenêtre présente ces mêmes données divisées par $G_D \mu_p$. Les fenêtres 3 et 4 sont l'équivalent des fenêtres 1 et 2 pour le neutron. Il apparaît clairement que le nombre de données dans la région temps est bien plus faible que dans la région espace (cf paragraphe 1.5).

On peut représenter sur un même graph les données dans la région espace et dans la région temps. On obtient la figure 3.3. On note que $\frac{|G_M^p|}{\mu_p G_D}$ est beaucoup plus grand à faible $|q^2|$ dans la région temps que dans la région espace, or on s'attendrait à ce que l'écart entre les deux régions soit faible [88]!

3.3 Le programme d'ajustement

Après avoir constitué une base de données avec les valeurs expérimentales existantes et les avoir classées selon leur type (neutron, proton, G_E , G_M , SL, TL), mon travail a été la création d'un programme d'ajustement ayant pour objectifs d'ajuster les paramètres d'une fonction sur des données, et de tracer la courbe résultante sur ces données. Ce programme d'ajustement revient donc en réalité à minimiser le χ^2 entre la fonction théorique et les données. Il a donc été naturel d'utiliser le programme de minimisation MINUIT du CERN, d'autant plus qu'il est déjà implanté dans ROOT via la classe

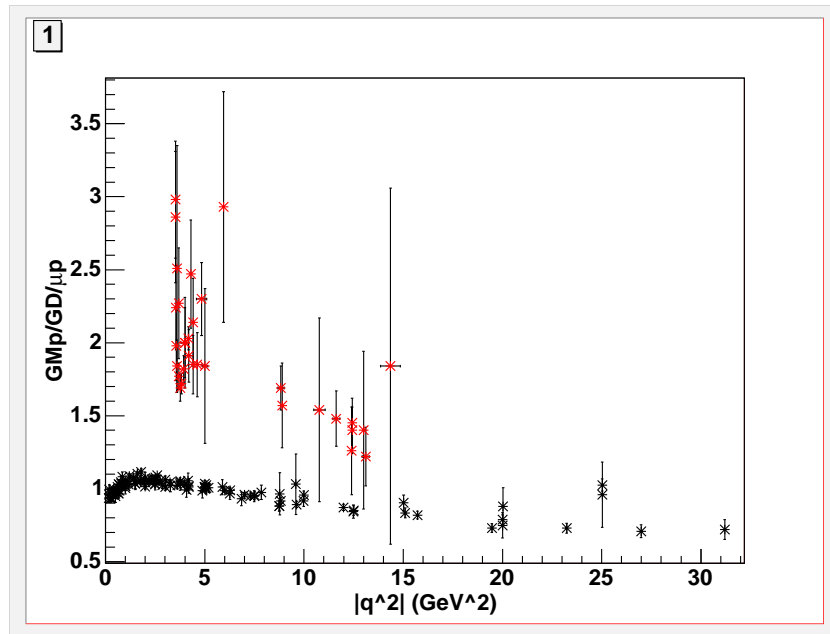


FIG. 3.3 – Comparaison région espace, région temps. En noir : la région espace, en rouge : la région temps.

“TMinuit”. MINUIT est un programme à l’origine écrit en Fortran par F. James puis traduit en C++ par R. Brun.

Pour que le programme soit souple d’utilisation, il faut pouvoir facilement lui dire quelles sont les données utilisées, quelles fonctions sont utilisées et quel(s) graph(s) on désire tracer. Pour cela le fichier “parametres.dat” contient toutes les données nécessaires. Il suffit de modifier ce fichier pour changer ces options, le programme allant lire directement les options choisies dans le fichier. Les différentes données sont rentrées dans des fichiers “nom.dat”. De même, les différentes fonctions sont rentrées dans des fichiers séparés “fonction.c”. Pour ajouter un fichier de données ou une fonction, il suffit de modifier très légèrement le programme de base pour lui indiquer ou chercher les nouvelles informations, comme expliqué dans le fichier “parametres.dat”. Le fit peut s’effectuer sur G_E^p , G_M^p , G_E^n et G_M^n dans la région espace comme dans la région temps, donc au maximum sur huit fonctions différentes, qui dépendent des mêmes paramètres. C’est justement le fait que l’on ajuste les mêmes paramètres avec des fonctions différentes correspondant au type de facteur de forme qui rend obligatoire l’utilisation de MINUIT et non pas de la procédure classique de fit de ROOT.

Pour utiliser le programme après avoir choisi les options, la procédure est la suivante¹ : dans ROOT taper :

- .L fonction.c (compile la fonction choisie)
- .L impdonnees.c (compile la class Donnees)
- .L lactl2.c (compile le programme principal)
- main() (lance le programme)

¹Il ne semble pas possible de demander à ROOT de compiler plusieurs programmes par l’intermédiaire d’un seul. Une solution aurait pu être de ne pas utiliser ROOT pour compiler mais directement g++ ou gcc et d’inclure les bibliothèques ROOT dans le programme principal, mais pourquoi faire compliqué quand on peut faire simple ?

3.4 Résultats

3.4.1 Bosted

Les modèles du nucléon ont été développés surtout dans la région espace. Certains peuvent s'exprimer sous forme analytique simple, qui peut s'étendre facilement pour $q^2 > 0$. Ainsi P.E. Bosted proposa plusieurs fonctions empiriques pour tenter de reproduire les données mesurées dans la région espace. L'inverse d'un polynôme en Q^2 ne pouvant représenter correctement les données observées, il proposa d'utiliser l'inverse d'un polynôme en $Q = \sqrt{Q^2}$, ce qui donne des résultats plus satisfaisants. Voici les fonctions utilisées :

$$G_E^p = \frac{1}{1 + aQ + bQ^2 + cQ^3 + dQ^4} \quad (3.2)$$

avec a,b,c et d des paramètres libres.

$$\frac{G_M^p}{\mu p} = \frac{1}{1 + aQ + bQ^2 + cQ^3 + dQ^4 + eQ^5} \quad (3.3)$$

avec a,b,c,d et e des paramètres libres.

Voici les résultats obtenus pour $G_M^p/\mu p$ avec la fonction de Bosted [89, 90] :

	a	b	c	d	e
<i>Bosted</i>	0.35	2.44	0.50	1.04	0.34
<i>Brash</i>	0.12	2.87	0.24	1.01	0.35
<i>ce travail</i>	0.20	3.23	-0.89	1.81	0.20

On note que les résultats sont cohérents, les écarts entre les résultats venant des données utilisées, ainsi que du programme de minimisation utilisé. Les différentes courbes obtenues sont tracées (figure 3.4).

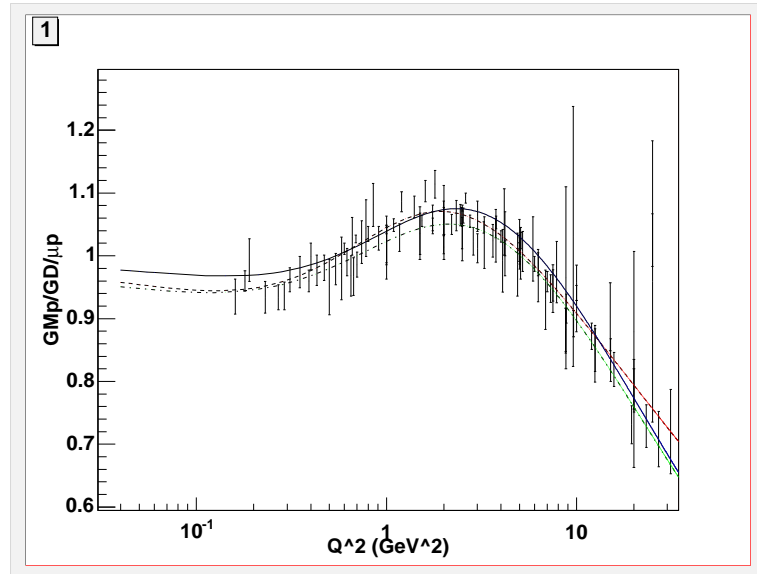


FIG. 3.4 – $\frac{G_M^p}{G_D \mu p}$ en fonction de Q^2 . Les courbes sont les résultats des fits : en trait plein : [90], en pointillé : ce travail, alternance tiret-point : [89].

La courbe en trait plein reprend les paramètres publiés par Brash. Celle en alternance tiret-point correspond à la courbe originale de Bosted. La dernière en pointillé est celle obtenue par mon fit. On note que les trois courbes obtenues sont proches. Les courbes obtenues passent bien toutes les trois par 1 pour $Q^2 = 0$.

3.4.2 pQCD

Dans la région espace, pour le rapport $\frac{\mu p G_E^p}{G_M^p}$, les données s'accordent bien avec les prédictions jusqu'à 1 GeV^2 . Ensuite, les données issues de l'extraction par la méthode Rosenbluth sont à peu près en accord avec la pQCD, tandis que les données issues des méthodes de mesure de polarisations, plus précises, sont clairement en désaccord. Ces données tendent à montrer que le rapport $\frac{\mu p G_E^p}{G_M^p}$ décroît fortement (cf figure 3.5). Ce rapport va-t-il s'annuler ? Seulement d'autres mesures pourront répondre à cette question. En tout cas, il faudra que ce rapport tende vers 1 pour respecter la QCD valable à très grand Q^2 . "A partir de quelle valeur de Q^2 cela est-il vrai ?" reste une question actuellement sans réponse.

Pour G_M , on voit nettement que dans la région $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ la loi dipole est très approximative. Pour le neutron, le manque de données précises rend l'analyse plus difficile. Cependant, on note comme pour le proton des mesures expérimentales qui s'écartent de la prédiction "dipole".

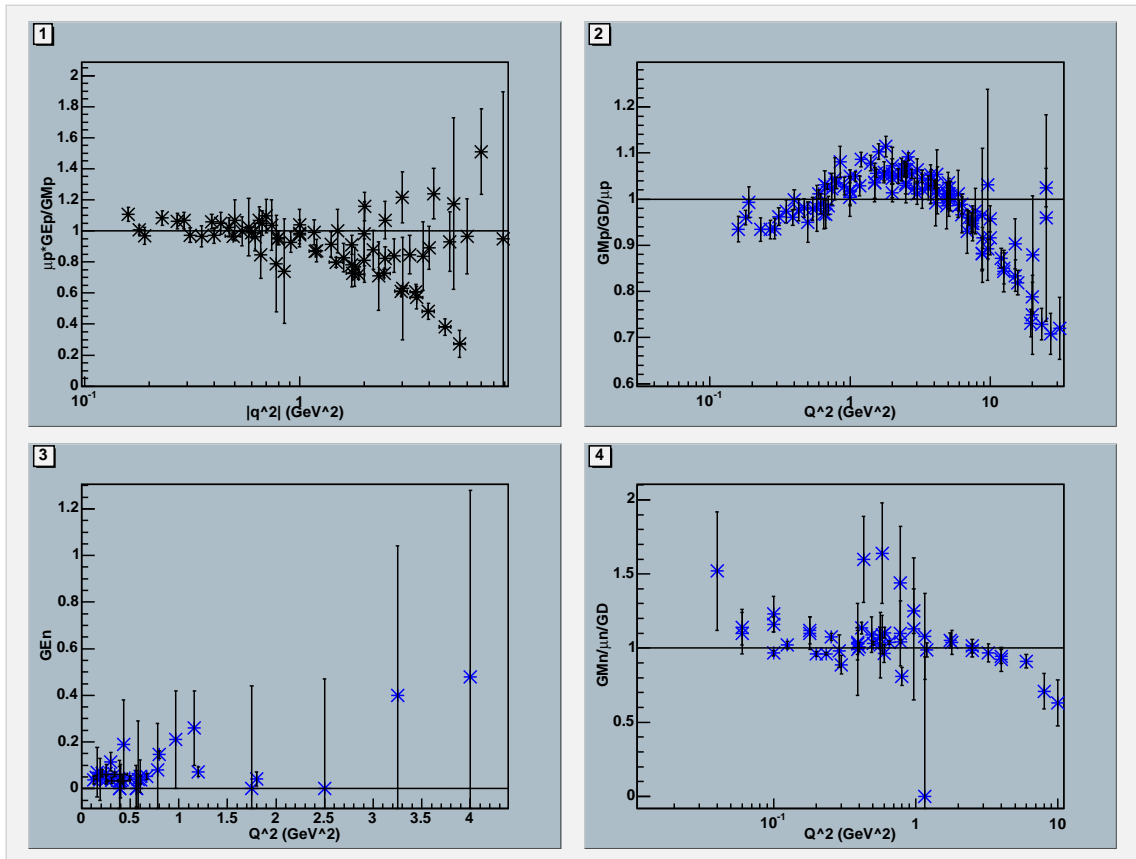


FIG. 3.5 – Les données dans la région espace. Courbes : prédictions pQCD.

Pour le proton, dans la région temps, on obtient les résultats de la figure 3.6. On obtient pour le paramètre A la valeur 55.96, avec $\chi^2 = 1.23$.

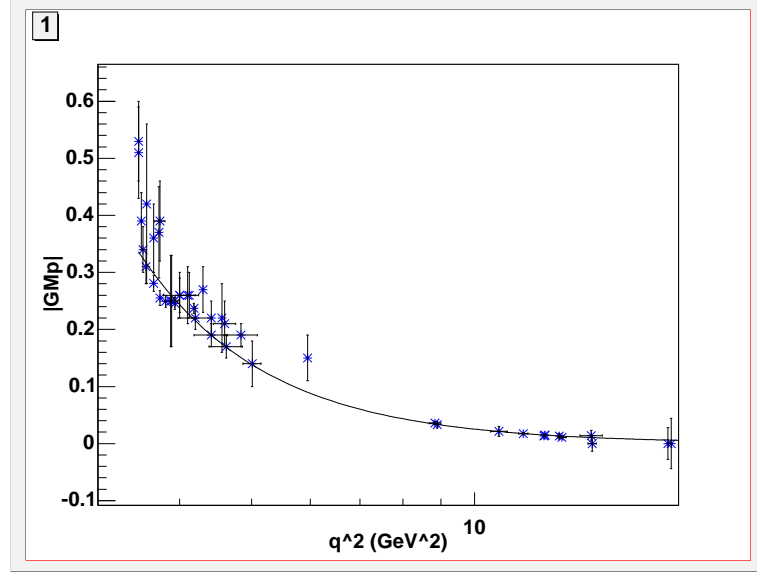


FIG. 3.6 – Les données dans la région temps pour le proton. Courbe : prédictions pQCD.

Pour le neutron, on obtient les résultats de la figure 3.7. On obtient pour le paramètre A la valeur 77.17, avec $\chi^2 = 1.37$. On notera que le rapport $\frac{A_{neutron}}{A_{proton}}$ est deux fois plus grand que celui prédit par la QCD (cf paragraphe 2.2.1).

3.4.3 IJL

Dans la région espace, on obtient les courbes présentées figure 3.8. L'ajustement a été réalisé sur les quatre courbes simultanément.

On obtient les paramètres suivants :

	<i>IJL</i>	<i>ce travail</i>
β_ω	1.102	1.011
β_ϕ	0.112	0.090
β_ρ	0.672	0.777
γ	0.25	0.25
α_ϕ	-0.052	-0.031

On trouve des paramètres proches de ceux de [72]. Pour le rapport $\frac{\mu_p G_E^p}{G_M^p}$, la courbe passe parfaitement bien par les données issues de mesures de polarisation. La courbe prédit l'annulation de ce rapport entre 8 et 9 GeV². Pour des valeurs de Q^2 supérieures, le modèle IJL ne prédit pas une remontée du rapport vers 1. On voit ici le désaccord avec les prédictions de QCD. Pour G_M^p l'accord avec les données est très bon : les écarts avec le dipole sont très bien reproduits. Pour le neutron, la fonction IJL reproduit bien les données pour G_E^n . Par contre pour G_M^n , la différence est flagrante. Le modèle IJL prédit des valeurs bien supérieures à celles mesurées.

Pour la région temps, on procède comme expliqué au paragraphe 2.2.3. On obtient les courbes présentées figure 3.9.

Les résultats obtenus ne sont pas satisfaisants. On peut toutefois obtenir un très bon accord avec les données en ajoutant une phase dans $g(q^2)$. On notera que de nombreuses grandeurs physiques sont

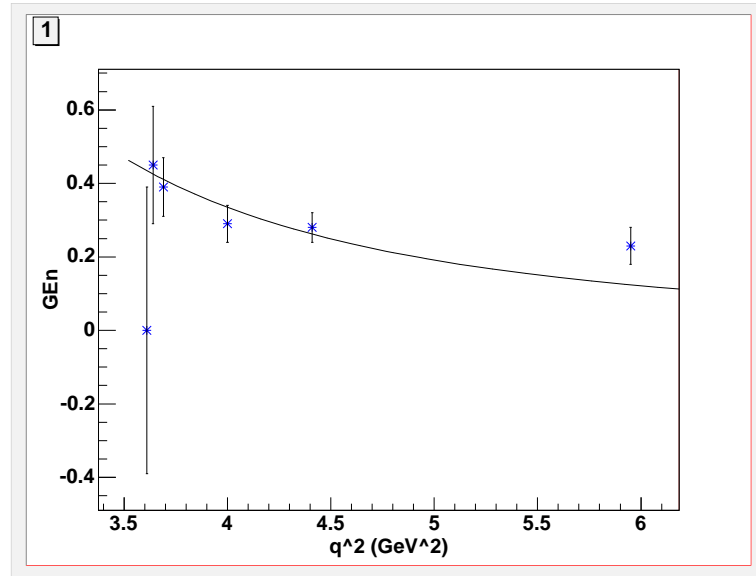


FIG. 3.7 – Les données dans la région temps pour le neutron. Courbe : prédictions pQCD.

liées à des rapports des facteurs de forme. Ainsi ces grandeurs sont indépendantes de $g(q^2)$. C'est notamment le cas des observables de polarisation (cf chapitre 4).

En introduisant la phase, on obtient la figure 3.10.

Voici les paramètres trouvés (avec $\chi^2 = 1.074$) :

	<i>IJL</i>	<i>ce travail</i>
β_ω	1.102	1.205
β_ϕ	0.112	0.149
β_ρ	0.672	0.632
γ	0.25	0.24
α_ϕ	-0.052	-0.95

Les paramètres donnés par IJL sont ceux obtenus dans la région espace, aucun fit dans la région temps n'ayant été publié. Les paramètres que l'on trouve sont proches de ceux de IJL. On a un bon accord avec les données.

On réalise maintenant un fit sur les données à la fois dans la région espace et dans la région temps. On obtient les courbes 3.11 et 3.12, et les paramètres suivants :

	<i>IJL</i>	<i>ce travail</i>
β_ω	1.102	0.995
β_ϕ	0.112	0.114
β_ρ	0.672	0.767
γ	0.25	0.26
α_ϕ	-0.052	0.015

Ces paramètres sont relativement proches de ceux obtenus par le fit uniquement dans la région espace. Les courbes obtenues sont similaires à celles fittées indépendamment. La paramétrisation IJL donne donc des résultats tout à fait pertinents à la fois dans la région espace et dans la région temps, avec seulement cinq paramètres et une phase. Ce modèle est donc une très bonne description des facteurs de forme jusqu'à 10 GeV^2 , sauf pour G_M^n pour qui les résultats ne sont pas satisfaisant dès 1 GeV^2 .

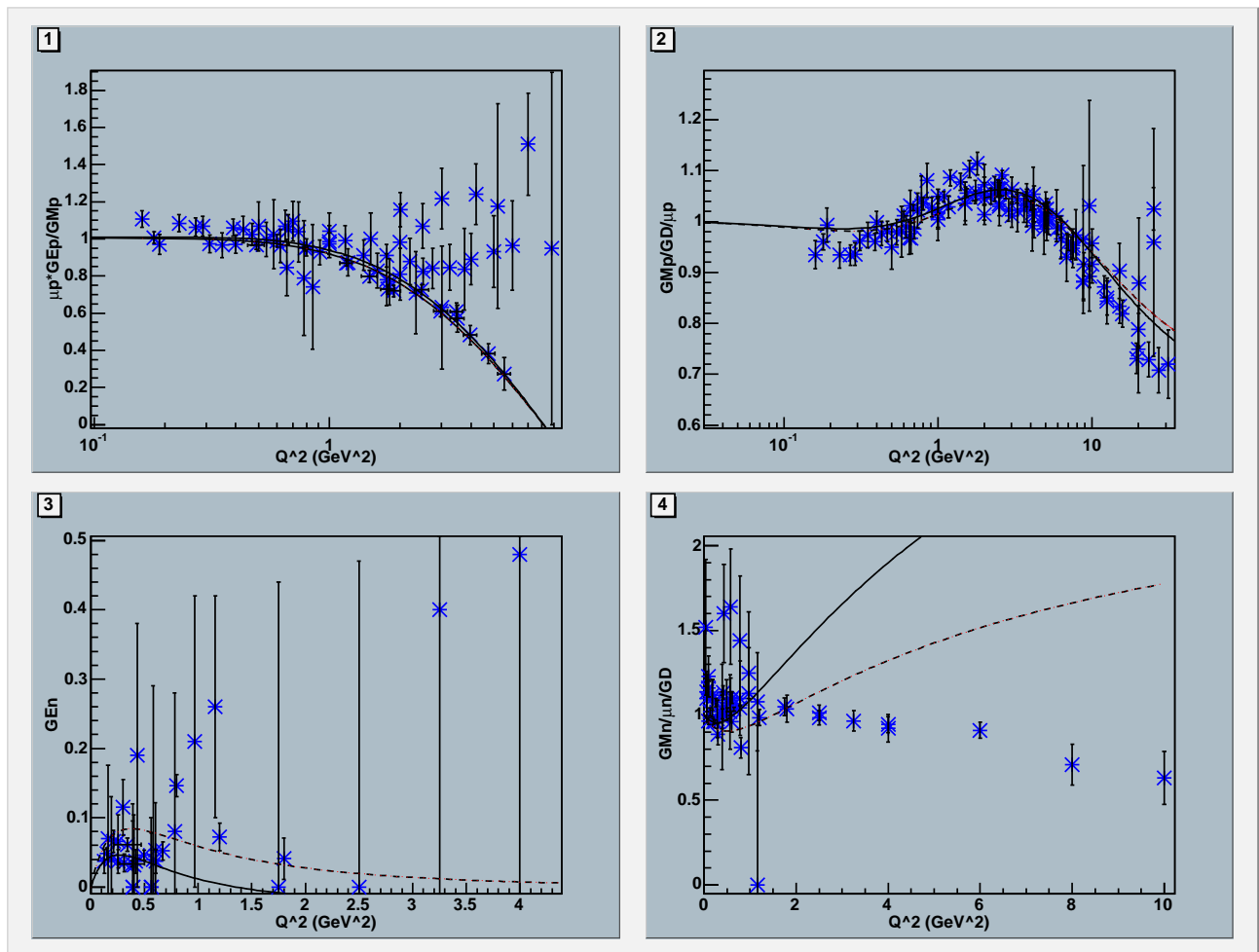


FIG. 3.8 – Comparaison entre les données dans la région espace et la fonction IJL. Trait plein : fit de IJL, en pointillé : ce travail.

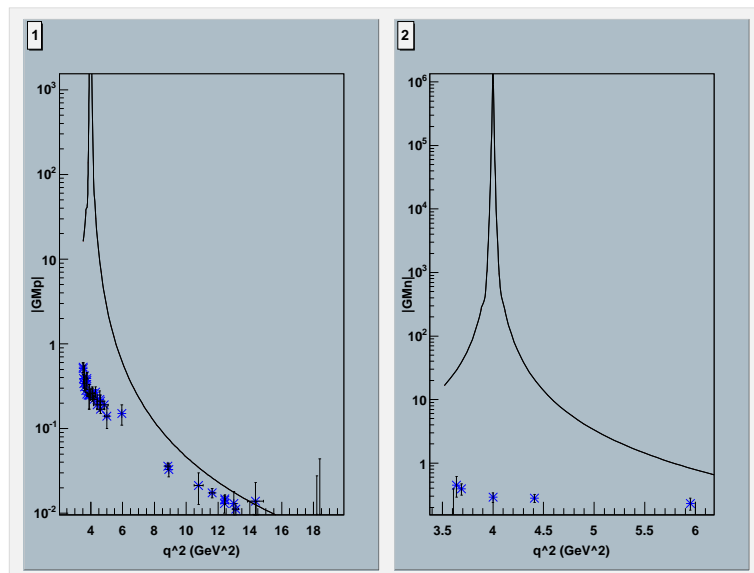


FIG. 3.9 – Comparaison entre les données dans la région temps et la fonction IJL sans introduction de phase.

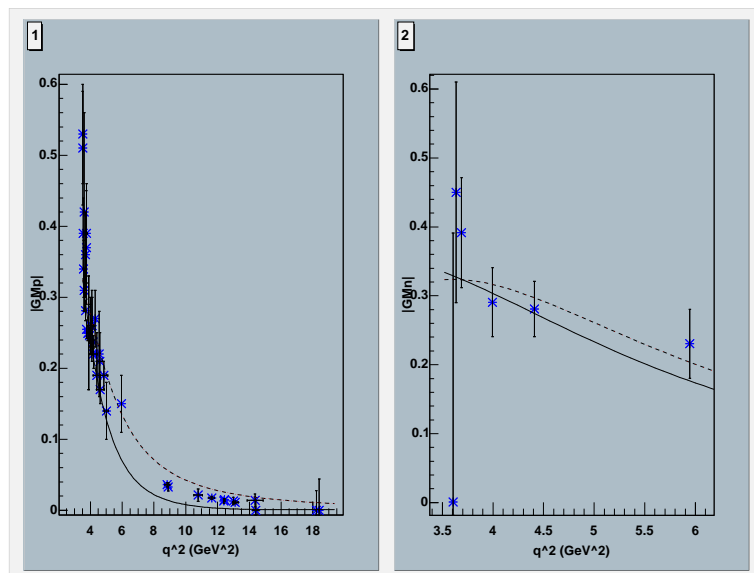


FIG. 3.10 – Comparaison entre les données dans la région temps et la fonction IJL avec introduction de $\theta = 53^\circ$. Trait plein : paramètres de IJL, en pointillé : ce travail.

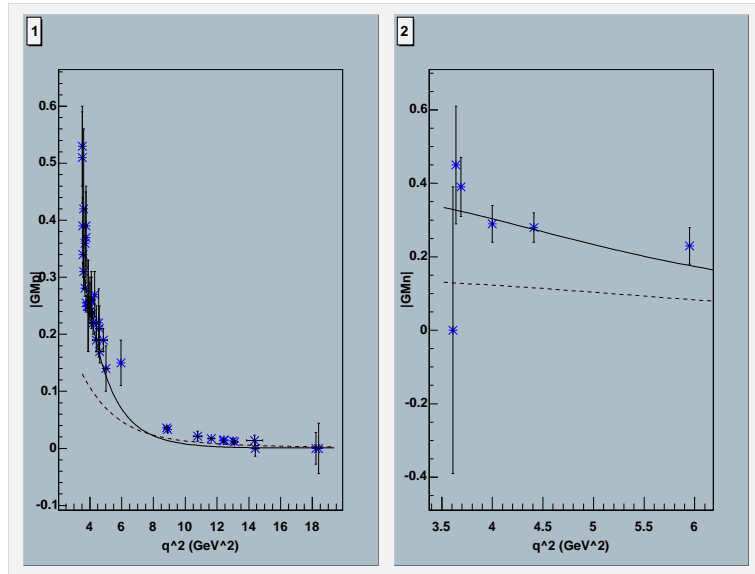


FIG. 3.11 – Résultats dans la région temps du fit de la paramétrisation IJL dans la région espace et dans la région temps. Trait plein : paramètres de IJL, en pointillé : ce travail.

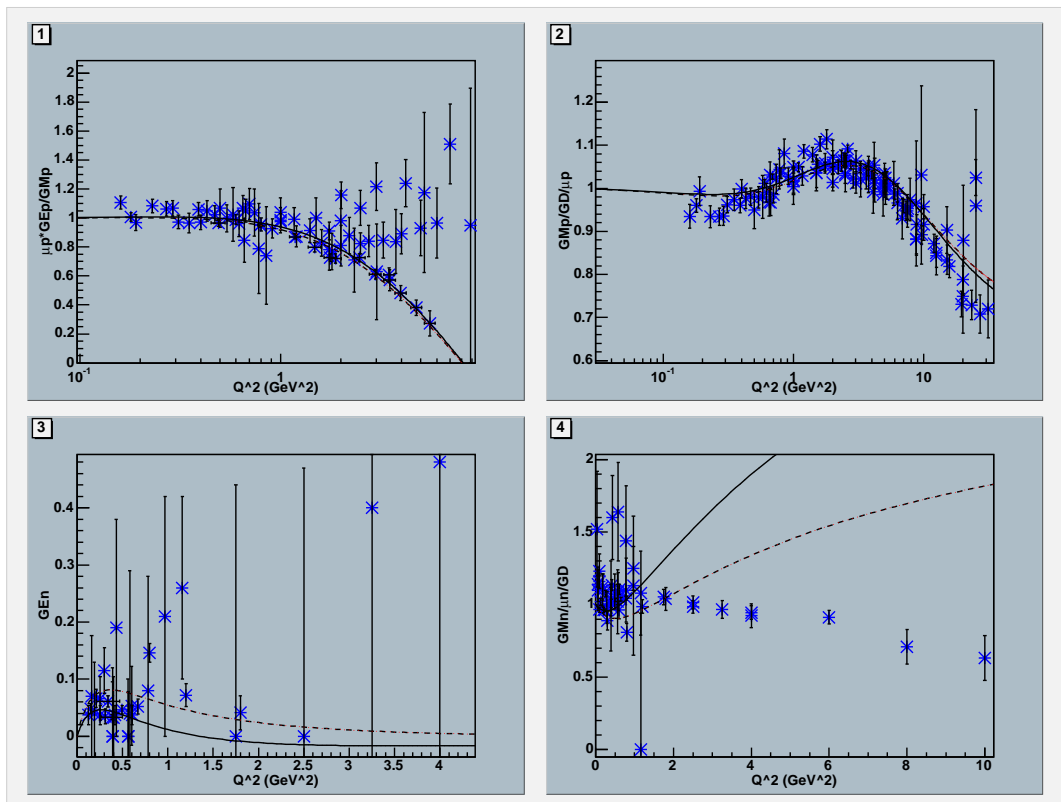


FIG. 3.12 – Résultats dans la région espace du fit de la paramétrisation IJL dans la région espace et dans la région temps. Trait plein : paramètres de IJL, en pointillé : ce travail.

Chapitre 4

Observables de polarisation

4.1 Calculs théoriques

4.1.1 Observables de polarisations pour $\frac{1}{2} + 0 \rightarrow \frac{1}{2} + 0$

A titre d'exemple, pour une familiarisation avec le formalisme de la polarisation, je me suis intéressé à la réaction de diffusion élastique d'une particule de spin $\frac{1}{2}$ sur une particule de spin nulle : $\frac{1}{2} + 0 \rightarrow \frac{1}{2} + 0$. C'est le cas le plus simple, mais toutefois la dérivation présentée ici est complètement générale et indépendante de tout modèle. Les notations utilisées sont décrites dans les annexes A et B.

La forme la plus générale de la matrice \mathcal{M} est :

$$\mathcal{M} = \chi_2^\dagger \mathcal{F} \chi_1 \quad (4.1)$$

χ_1 et χ_2 sont les spineurs de l'état initial et de l'état final du nucléon.

\mathcal{F} est une matrice 2×2 qui dépend de K_1 , K_2 et de $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$.

K_1 et K_2 sont les quadrivecteurs énergie-impulsion, \vec{K}_1 et \vec{K}_2 sont les 3-moments correspondant.

On cherche à développer \mathcal{F} sur une base dépendant de ces paramètres.

$K_1 \cdot K_2$ donne un scalaire et sera donc lié à l'identité I .

$\vec{\sigma} \cdot \vec{K}_i$ sont des pseudo scalaire. Ils violent donc la conservation de la parité.

On introduit alors le vecteur $\vec{n} = \vec{K}_1 \times \vec{K}_2 / |\vec{K}_1 \times \vec{K}_2|$

$\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ conserve la parité. On peut donc développer \mathcal{F} sur cette base :

$$\mathcal{F} = a I + b \vec{\sigma} \cdot \vec{n} \quad (4.2)$$

a et b sont des amplitudes scalaires, fonctions complexes de deux variables, s et t (variables de Mandelstam) ou s et $\cos \theta$, où θ est l'angle de diffusion. La connaissance de a et b (à chaque angle, pour chaque énergie incidente) constitue l'“expérience complète”. C'est-à-dire, une telle connaissance de a et b revient à la connaissance de toutes les grandeurs physique liées à l'expérience. Comme on va le voir ci-après, a et b sont reliées aux observables que l'on peut mesurer d'une part, et d'autre part que les prédictions théoriques de la dynamique de la réaction permettent de calculer.

On définit parfois les amplitudes a_1 et a_2 telles que :

$$\mathcal{F} = \frac{1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{n}}{\sqrt{2}} a_1 + \frac{1 - \vec{\sigma} \cdot \vec{n}}{\sqrt{2}} a_2 \quad (4.3)$$

On a alors $a = \frac{a_1 + a_2}{\sqrt{2}}$ et $b = \frac{a_1 - a_2}{\sqrt{2}}$

Calculons maintenant la section efficace σ :

$$\sigma = \frac{1}{2} \text{Tr} |\overline{\mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger}| \quad (4.4)$$

D'après (4.1), on a :

$$\mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger = (\chi_2^\dagger \mathcal{F} \chi_1) (\chi_1^\dagger \mathcal{F}^\dagger \chi_2) \quad (4.5)$$

On introduit alors la matrice densité définie par :

$$\rho = \chi \chi^\dagger = \sum_m |m \rangle p_m \langle m| \quad (4.6)$$

A l'aide de cette matrice densité de spin, on peut calculer la valeur moyenne d'un opérateur hermitique quelconque A dans l'espace de spin. En effet, la valeur moyenne de A dans l'état m est $\langle A \rangle_m = \langle m | A | m \rangle$ donc :

$$\langle A \rangle = \sum_m p_m \langle m | A | m \rangle = \sum_m \text{Tr} (|m \rangle p_m \langle m | A) = \text{Tr} (\rho A) \quad (4.7)$$

Démonstration :

$|m \rangle \langle m|$ est un projecteur de trace égale à 1.

On a donc :

$$\begin{aligned} \text{Tr} (|m \rangle \langle m | A) &= \text{Tr} (|m \rangle \langle m | m \rangle \langle m | A) \\ &= \text{Tr} (|m \rangle \langle m | A | m \rangle \langle m |) \\ &= \langle m | A | m \rangle \text{Tr} (|m \rangle \langle m |) \\ &= \langle m | A | m \rangle \text{CQFD} \end{aligned}$$

$$\langle A \rangle = \text{Tr} (\rho A)$$

$(I, \vec{\sigma})$ forme une base. On développe ρ dessus : $\rho = a_i \sigma_i$

On définit p_i la valeur propre de l'opérateur σ_i .

D'après la règle d'or de Fermi on fait la moyenne sur les polarisations de l'état initial :

$$p_i = \langle \sigma_i \rangle = \text{Tr} (\rho_1 \sigma_i)$$

On a donc :

$$p_i = \text{Tr} (a_j \sigma_j \sigma_i) = 2a_i$$

car $\text{Tr} (\sigma_j \sigma_i) = 2\delta_{ij}$

Cela implique :

$$\rho_1 = \frac{1}{2} (I + \vec{\sigma} \cdot \vec{P}_1) \quad (4.8)$$

Par contre, on fait la somme sur l'état final, ce qui nous donne :

$$\rho_2 = I + \vec{\sigma} \cdot \vec{P}_1 \quad (4.9)$$

On introduit (4.8) et (4.9) dans (4.5), on obtient :

$$\mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger = \frac{1}{2} (\mathcal{F}\mathcal{F}^\dagger + \mathcal{F}\vec{\sigma} \cdot \vec{P}_1 \mathcal{F}^\dagger + \mathcal{F}\mathcal{F}^\dagger \vec{\sigma} \cdot \vec{P}_2 + \mathcal{F}\vec{\sigma} \cdot \vec{P}_1 \mathcal{F}^\dagger \vec{\sigma} \cdot \vec{P}_2) \quad (4.10)$$

En utilisant (4.2), on trouve :

$$\frac{1}{2} \text{Tr} (\mathcal{F}\mathcal{F}^\dagger) = |a|^2 + |b|^2 \quad (4.11)$$

Cette quantité n'est autre que la section efficace différentielle de diffusion pour des particules non polarisées :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 = \frac{1}{2} \text{Tr} (\mathcal{F}\mathcal{F}^\dagger) = |a|^2 + |b|^2. \quad (4.12)$$

$$\frac{1}{2}Tr(\mathcal{F}\vec{\sigma} \cdot \vec{P}_1 \mathcal{F}^\dagger) = 2Re(ab^*)\vec{n} \cdot \vec{P}_1 \quad (4.13)$$

Or \mathcal{A} tel que $\mathcal{A} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 = \frac{1}{2}Tr\mathcal{F}\vec{\sigma} \cdot \vec{P}_1 \mathcal{F}^\dagger$ n'est autre que le pouvoir d'analyse pour la diffusion de protons polarisés.

$$\frac{1}{2}Tr(\mathcal{F}\mathcal{F}^\dagger \vec{\sigma} \cdot \vec{P}_2) = 2Re(ab^*)\vec{n} \cdot \vec{P}_2 \quad (4.14)$$

\vec{P}_f tel que $\vec{P}_f \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 = \frac{1}{2}Tr\mathcal{F}\mathcal{F}^\dagger \vec{\sigma}$ est la polarisation des protons diffusés quand le proton initial n'est pas polarisé.

$$\frac{1}{2}Tr(\mathcal{F}\vec{\sigma} \cdot \vec{P}_1 \mathcal{F}^\dagger \vec{\sigma} \cdot \vec{P}_2) = |a|^2 \vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2 + 2iIm(a^*b)(\vec{n} \times \vec{P}_1) \cdot \vec{P}_2 + |b|^2 \vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2 \quad (4.15)$$

$\mathcal{K}_{P_1}^{P_2}$ tel que $\mathcal{K}_{P_1}^{P_2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 = \frac{1}{2}Tr\mathcal{F}\vec{\sigma} \cdot \vec{P}_1 \mathcal{F}^\dagger \vec{\sigma} \cdot \vec{P}_2$ est le coefficient de transfert de polarisation de l'état initial de vecteur de polarisation \vec{P}_1 vers l'état final de vecteur \vec{P}_2 .

On définit $\mathcal{A}_y = \frac{|a_1|^2 - |a_2|^2}{|a_1|^2 + |a_2|^2}$ avec les amplitudes $|a_1|$ et $|a_2|$ définies par l'équation 4.3.

La détermination expérimentale de $|a_1|$ and $|a_2|$ peut être réalisée en mesurant le pouvoir d'analyse et la section efficace différentielle non polarisée :

$$\begin{cases} 2|a_1|^2 = (1 + \mathcal{A}_y) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 \\ 2|a_2|^2 = (1 - \mathcal{A}_y) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Par contre la détermination complète des amplitudes (leur phase respective) requiert aussi la mesure d'un transfert de polarisation.

4.1.2 Observables de polarisation pour la réaction $\bar{p} + p \rightarrow l^- + l^+$

Les calculs des observables de polarisation pour cette réaction ont été dérivés pendant mon stage. Nous avons analysé les observables qui permettent d'accéder aux facteurs de forme. Dans le cas où le faisceau et la cible ne sont pas polarisés, on a accès à l'asymétrie angulaire \mathcal{R} , qui est définie par :

$$\mathcal{R} = \frac{\tau|G_M|^2 - |G_E|^2}{\tau|G_M|^2 + |G_E|^2} \quad (4.17)$$

\mathcal{R} est relié à la section efficace différentielle par :

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = \sigma_0[1 + \mathcal{R} \cos^2\theta] \quad (4.18)$$

Dans le cas où le faisceau (ou la cible) est polarisé(e), la seule observable non nulle est :

$$\mathcal{P}_y = \frac{\sin 2\theta \operatorname{Im}G_E^* G_M}{D\sqrt{\tau}} \quad (4.19)$$

Si le faisceau et la cible sont polarisés, les observables non nulles exprimées en fonction des facteurs de forme sont :

$$A_{xx} \frac{d\sigma}{d\Omega} = -\sin^2\theta \left(|G_M|^2 + \frac{1}{\tau}|G_E|^2 \right) \mathcal{N} \quad (4.20)$$

$$A_{yy} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \sin^2 \theta \left(|G_M|^2 - \frac{1}{\tau} |G_E|^2 \right) \mathcal{N} \quad (4.21)$$

$$A_{zz} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(-(1 + \cos^2 \theta) |G_M|^2 + \frac{1}{\tau} \sin^2 \theta |G_E|^2 \right) \mathcal{N} \quad (4.22)$$

$$A_{xz} \frac{d\sigma}{d\Omega} = A_{zx} \frac{d\sigma}{d\Omega} = -\frac{1}{\sqrt{\tau}} \sin 2\theta \operatorname{Re}(G_E G_M^*) \mathcal{N} \quad (4.23)$$

avec $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \mathcal{N} D = \mathcal{N} [|G_M|^2 (1 + \cos^2 \theta) + \frac{1}{\tau} |G_E|^2 \sin^2 \theta]$.

4.2 Les prédictions des modèles

Les observables de polarisation pour la réaction $\bar{p} + p \rightarrow l^- + l^+$ n'ont encore jamais été mesurées. Il est donc intéressant de regarder les prédictions des différents modèles vus au paragraphe 2.2. En traçant à l'aide de ROOT les courbes correspondantes, on obtient la figure 4.1.

On remarque que les prédictions du modèle IJL (trait plein) diffèrent nettement de celles de la QCD (pointillé). On remarquera également que si l'on fait l'hypothèse $G_E = G_M$, hypothèse souvent réalisée dans la littérature, on obtient $G_E^* G_M$ réel, ce qui implique \mathcal{P}_y nul. La mesure de \mathcal{P}_y peut donc s'avérer un très bon moyen pour vérifier expérimentalement l'hypothèse $G_E = G_M$.

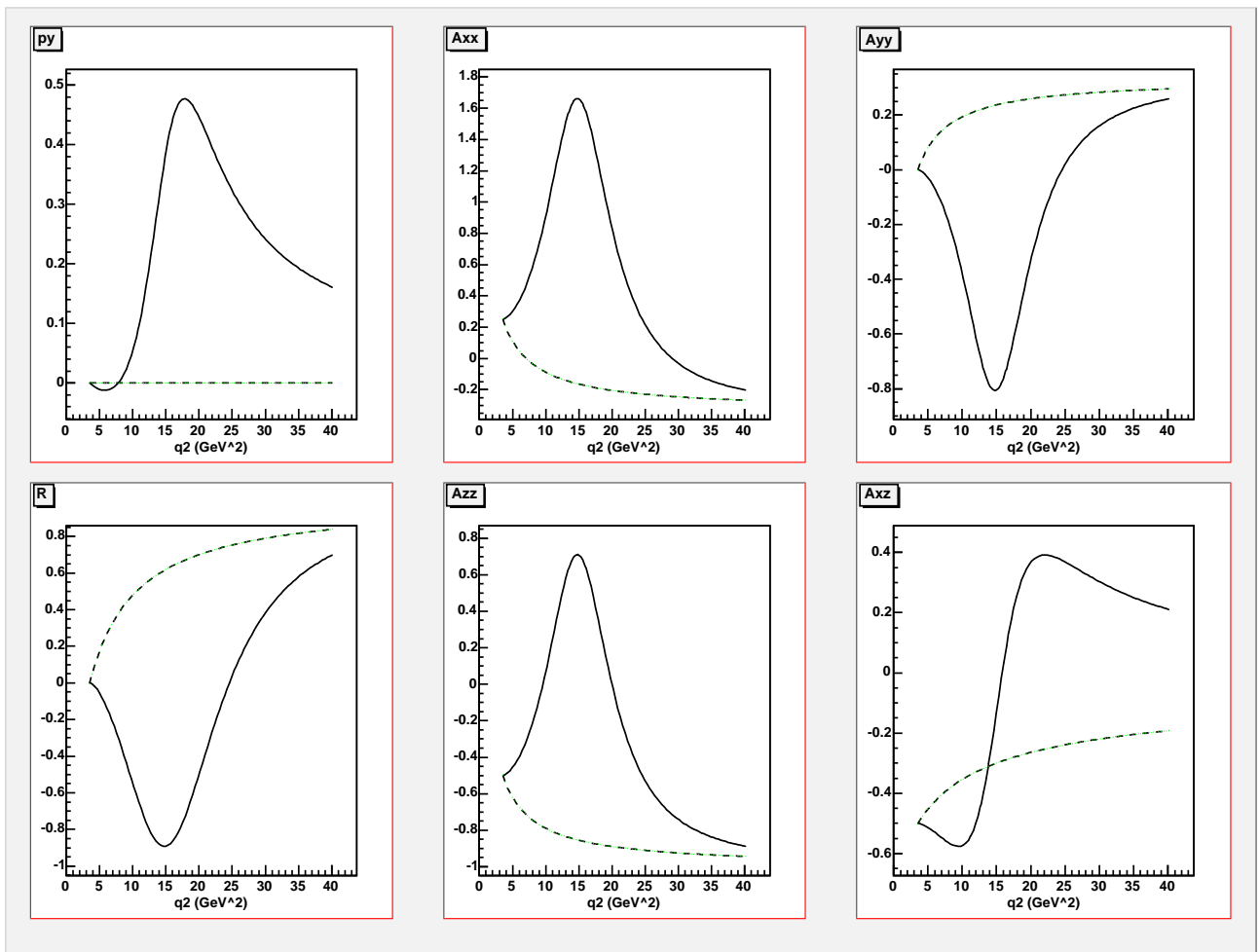


FIG. 4.1 – Observables de polarisation. Courbe en trait plein : prédictions IJL, courbe en pointillé : prédictions pQCD.

Conclusion

Pour compléter ce travail, je vais analyser en détail la signification des différents types de fits en incluant ou pas différentes séries de données. Par exemple, il est sûrement instructif de regarder les facteurs de formes du neutron séparément, au vu des résultats obtenus par le modèle IJL. Il sera également intéressant de regarder si tous les modèles basés sur VDM donnent un comportement similaire dans la région temps, en particulier pour les observables de polarisation. Ce stage aura été pour moi une formidable expérience. L'étude des facteurs de forme électromagnétique des nucléons est un sujet passionnant, qui soulève encore bien des questions. En effet, on ne comprend toujours pas le comportement des nucléons pour les valeurs de Q^2 explorées ici. Les raisons expliquant les données contradictoires obtenues par les différentes méthodes de mesures, ou les limites à partir desquelles la pQCD s'applique, sont encore des inconnues qui ouvrent la voie à de nombreuses recherches. Cette étude m'aura permis d'acquérir des connaissances entre-autres sur les facteurs de formes, les expériences de diffusion, la polarisation ou les différents modèles du nucléon. La recherche et la lecture des nombreuses publications existantes sur le sujet m'aura beaucoup appris. De même, la réalisation du programme d'ajustement m'aura permis de me familiariser avec ROOT et MINUIT. Enfin, ce stage m'aura également permis de découvrir le CEA et d'assister à très intéressantes conférences.

Annexe A

L'équation de Dirac

L'équation de Dirac décrit les états d'une particule libre. C'est l'analogue relativiste de l'équation de Schrödinger.

$$H\psi = (\alpha \cdot P + \beta m)\psi \quad (\text{A.1})$$

Les quatre coefficients de cette équation¹ β et α_i sont déterminés par la relation : $E^2 - p^2 = m^2$ qui devient :

$$H^2\psi = (P^2 + m^2)\psi \quad (\text{A.2})$$

On obtient les résultats suivants :

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

σ_i sont les matrices de Pauli :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Cherchons les solutions de l'équation de Dirac sont de la forme :

$$\psi = e^{ikx}U(k) \quad (\text{A.5})$$

avec $U = \begin{pmatrix} U_a \\ U_b \end{pmatrix}$

$$HU = (\alpha \cdot P + \beta m)\psi = E\psi$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{P} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{P} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} mI & 0 \\ 0 & -mI \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} U_a \\ U_b \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} U_a \\ U_b \end{pmatrix}$$

En développant, on trouve : $\begin{cases} mU_a + \vec{\sigma} \cdot \vec{P} U_b = EU_a \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{P} U_a - mU_b = EU_b \end{cases}$

Ce qui donne :

$$U_b = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{P}}{E + m} U_a \quad (\text{A.6})$$

On a donc :

$$U = N \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{P}}{E + m} \chi \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

avec N une constante de normalisation et χ les spineurs de Pauli ($\chi = \chi(\uparrow) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ou $\chi(\downarrow) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$).

¹En multipliant l'équation A.1 par β on obtient : $i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\psi = 0$ avec $\gamma^\mu = (\beta, \beta\vec{\alpha})$

Annexe B

Notations et précisions

B.0.1 Système d'unité

Dans tout le rapport on utilise le système d'unité $\hbar = c = 1$. Pour obtenir la conversion des longueurs ($1fm = 10^{-15}m$) en GeV , on utilise la relation suivante¹ :

$$\hbar c = 197 \text{ MeVfm}$$

B.0.2 Quadri-vecteurs

On note A^μ les quadri-vecteurs (A^0, \vec{A}) et A_μ les quadri-vecteurs $(A^0, -\vec{A})$. Le produit scalaire entre deux quadri-vecteurs est alors noté :

$$A \cdot B = A_\mu B^\mu = A^\mu B_\mu = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = g^{\mu\nu} A_\mu B_\nu$$

avec $g_{\mu\nu}$ le tenseur métrique défini par :

$g_{00} = 1$, $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$, les autres composantes étant nulles.

B.0.3 Pseudo-scalaire

Un pseudo-scalaire est un nombre algébrique dont le module reste invariant pour différents repères, tandis que le signe change en même temps que l'orientation du repère.

B.0.4 Spineurs

Un vecteur colonne à quatre composantes qui satisfait l'équation de Dirac (A.1) est appelé "spineur de Dirac".

B.0.5 Calculs d'incertitudes

En raison du choix de grandeurs physique tracées parfois différentes de celles données dans les publications², il faut calculer les incertitudes correspondantes. Pour cela on utilise la formule donnant pour $f(a, b)$:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 (\Delta a)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 (\Delta b)^2} \quad (\text{B.1})$$

¹En effet \hbar est en Js et c en ms^{-1}

²souvent accessibles sur <http://www-library.desy.de/spires/hep/>

De même, on trouve parfois dans les publications G_E^2 . Pour obtenir l'incertitude sur G_E on utilise la formule suivante :

$$\Delta(G_E^2) = 2G_E \Delta G_E \quad (\text{B.2})$$

ie :

$$\Delta(G_E) = \frac{\Delta(G_E^2)}{2G_E} \quad (\text{B.3})$$

Annexe C

Conférences

Grâce à la proximité de l'INSTN (Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires) et de l'IPN d'Orsay (Institut de Physique Nucléaire), et en raison du grand nombre de conférences données au sein du CEA, j'ai eu la chance de pouvoir assister aux conférences suivantes :

- "Le CIRIL" (Centre Interdisciplinaire de Recherche Ions Lasers) par S. Bouffard, directeur du CIRIL, le 27/04/2004.
- "Les réactions nucléon-noyau aux énergies intermédiaires".
- Soutenance de thèse COMPASS, par C. Bernet.
- "Mesures du moment électrique dipolaire du neutron".
- "A l'écoute du soleil" par S. Turck-Chièze, chef du laboratoire Plasmas Stellaires et Astrophysique Nucléaire Sap/DAPNIA, le 25/05/2004.
- reunion
- "De la matière et de l'énergie sombre", par H. Reeves (CNRS et université de Montréal), le 10/06/2004.
- "Les enjeux de l'exploration de la matière à l'aide des grands lasers", par J.-P. Chièze (CEA-Institut lasers et plasmas), le 10/06/2004.
- "Neutron quantum states in the Earth's gravitational field above a horizontal mirror", par V. Nesvizhevsky de l'institut Laue-Langevin (ILL) et K. Protasov du Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie (LPSC) de Grenoble, le 14/06/2004.

Bibliographie

- [1] R. Hofstadter, “The electron-scattering method and its application to the structure of nuclei and nucleons”, Nobel Lecture (1961).
- [2] K. Hagiwara *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Phys. Rev. D **66** (2002) 010001.
- [3] J. I. Friedman, Rev. Mod. Phys. **63** (1991) 615.
- [4] M. Gourdin, Phys. Rept. **11** (1974) 29.
- [5] J. S. Schwinger, Phys. Rev. **76** (1949) 790.
- [6] L. W. Mo and Y. S. Tsai, Rev. Mod. Phys. **41** (1969) 205.
- [7] N. Meister, D.R. Yennie, Phys. Rev. **130** (1963) 1210.
- [8] G. Salzman, Phys. Rev. **99** (1955) 973.
- [9] F.J. Ernst, R.G. Sachs, K.C. Wali, Phys. Rev. **119** (1960) 1105.
- [10] K.J. Barnes, Phys. Lett. **1** (1962) 166.
- [11] R.G. Sachs, F.J. Ernst, Phys. Rev. **126** (1962) 2256.
- [12] J. J. Kelly, Phys. Rev. C **66** (2002) 065203 [arXiv :hep-ph/0204239].
- [13] M. Rosenbluth, Phys. Rev. **79** (1950) 615.
- [14] W. Albrecht, H. J. Behrend, F. W. Brasse, W. Flauger, H. Hultschig and K. G. Steffen, “245-F**2,” Phys. Rev. Lett. **17** (1966) 1192.
- [15] A. F. Sill *et al.*, Phys. Rev. D **48** (1993) 29.
- [16] D. H. Coward *et al.*, Phys. Rev. Lett. **20** (1968) 292.
- [17] P. N. Kirk *et al.*, Phys. Rev. D **8** (1973) 63.
- [18] R. Hofstadter and R. W. McAllister, Phys. Rev. **98** (1955) 217.
- [19] A.I. Akhiezer and M.P. Rekalov, Dokl. Akad. Nauk URSS, **180**, (1968) 1081. [Soviet Physics-Doklady 13,572 (1968)]
- [20] N. Dombey, Rev. Mod. Phys. **41** (1969) 236.
- [21] A.I. Akhiezer and M.P. Rekalov, Sov. J. Part. Nucl. **3** (1974) 277.
- [22] R. G. Arnold, C. E. Carlson and F. Gross, Phys. Rev. C **23** (1981) 363.
- [23] O. Gayou, ”Proton form factors, measurement of the proton form factors ratio $\mu_p G_{Ep}/G_{Mp}$ to $Q^2 = 5.6 \text{ GeV}^2$ by recoil polarimetry”, Thèse UBP (2002).
- [24] O. Gayou *et al.* [Jefferson Lab Hall A Collaboration], Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 092301 [arXiv :nucl-ex/0111010].
- [25] O. Gayou *et al.*, Phys. Rev. C **64** (2001) 038202.
- [26] Proposal to JLab PAC18 : “Measurement of G_{Ep}/G_{Mp} to $Q^2 = 9 \text{ GeV}^2$ via Recoil Polarization”, (SPOKEPERSONS : C.F. Perdrisat, V. Punjabi, M.K. Jones and E. Brash), JLab, July 2001.
- [27] K. Hafidi, “Structure électromagnétique du deuteron”, Thèse DAPNIA/SPHN-99-05T (1999).
- [28] A. Lung *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 718.

- [29] A. Z. Dubnickova, S. Dubnicka and M. P. Rekaló, *Z. Phys. C* **70** (1996) 473.
- [30] A. Zichichi, S. M. Berman, N. Cabibbo and R. Gatto, *Nuovo Cim.* **24** (1962) 170.
- [31] E. Phragmén, E. Lindelöf, *Acta Math.* **31** (1908) 381.
- [32] A.A. Logunov, N. Van Hieu, I.T. Todorov, *Ann. Phys. (NY)* **31** (1965) 203.
- [33] C. Berger, V. Burkert, G. Knop, B. Langenbeck and K. Rith, *Phys. Lett. B* **35** (1971) 87.
- [34] L. Andivahis *et al.*, *Phys. Rev. D* **50** (1994) 5491.
- [35] R. C. Walker *et al.*, *Phys. Rev. D* **49** (1994) 5671.
- [36] M. K. Jones *et al.* [Jefferson Lab Hall A Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 1398 [arXiv :nucl-ex/9910005].
- [37] M. E. Christy *et al.* [E94110 Collaboration], arXiv :nucl-ex/0401030.
- [38] T. Janssens *et al.*, *Phys. Rev.* **142** (1966) 922.
- [39] W. Bartel *et al.*, *Nucl. Phys. B* **58** (1973) 429.
- [40] W. Bartel *et al.*, *Phys. Lett. B* **30** (1969) 285.
- [41] K. M. Hanson, J. R. Dunning, M. Goitein, T. Kirk, L. E. Price and R. Wilson, *Phys. Rev. D* **8** (1973) 753.
- [42] S. Rock *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 1139.
- [43] P. Stein, M. Binkley, R. McAllister, A. Suri and W. Woodward, *Phys. Rev. Lett.* **16** (1966) 592.
- [44] D. Rohe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 4257.
- [45] J. Becker *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **6** (1999) 329.
- [46] C. Herberg *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **5** (1999) 131.
- [47] I. Passchier *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 4988 [arXiv :nucl-ex/9907012].
- [48] T. Eden *et al.*, *Phys. Rev. C* **50** (1994) 1749.
- [49] E. E. W. Bruins *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 21.
- [50] C. E. Jones-Woodward *et al.*, *Phys. Rev. C* **44** (1991) 571.
- [51] E.B. Hughes *et al.*, *Phys. Rev.* **139** (1965) B458, *Phys. Rev* **146** (1966) 973.
- [52] H. Anklin *et al.*, *Phys. Lett. B* **428** (1998) 248.
- [53] M. Meyerhoff *et al.*, *Phys. Lett. B* **327** (1994) 201.
- [54] C.W. Akerlof *et al.*, *Phys. Rev.* **135** (1964) B810.
- [55] J. Golak, G. Ziemer, H. Kamada, H. Witala and W. Gloeckle, *Phys. Rev. C* **63** (2001) 034006 [arXiv :nucl-th/0008008].
- [56] H. Zhu *et al.* [E93026 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 081801 [arXiv :nucl-ex/0105001].
- [57] M. Ostrick *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 276.
- [58] M. Castellano *et al.*, *Nuovo Cim. A* **14** (1973) 1.
- [59] G. Bassompierre *et al.* [Mulhouse-Strasbourg-Turin Collaboration], *Phys. Lett. B* **68** (1977) 477.
- [60] G. Bassompierre *et al.*, *Nuovo Cim. A* **73** (1983) 347.
- [61] B. Delcourt *et al.*, *Phys. Lett. B* **86** (1979) 395.
- [62] D. Bisello *et al.*, *Nucl. Phys. B* **224** (1983) 379.
- [63] T. A. Armstrong *et al.* [E760 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 1212.
- [64] G. Bardin *et al.*, *Nucl. Phys. B* **411** (1994) 3.
- [65] A. Antonelli *et al.*, *Phys. Lett. B* **334** (1994) 431.
- [66] M. Ambrogiani *et al.* [E835 Collaboration], *Phys. Rev. D* **60** (1999) 032002.
- [67] M. Andreotti *et al.*, *Phys. Lett. B* **559** (2003) 20.

- [68] A. Antonelli *et al.*, Nucl. Phys. B **517** (1998) 3.
- [69] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. D **9** (1974) 3471.
- [70] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson and C. B. Thorn, Phys. Rev. D **10** (1974) 2599.
- [71] T. DeGrand, R. L. Jaffe, K. Johnson and J. E. Kiskis, Phys. Rev. D **12** (1975) 2060.
- [72] F. Iachello, A. D. Jackson and A. Lande, Phys. Lett. B **43** (1973) 191.
- [73] G. Hohler, E. Pietarinen, I. Sabba Stefanescu, F. Borkowski, G. G. Simon, V. H. Walther and R. D. Wendling, Nucl. Phys. B **114** (1976) 505.
- [74] F. Iachello and Q. Wan, Phys. Rev. C **69** (2004) 055204.
- [75] S. J. Brodsky, C. E. Carlson, J. R. Hiller and D. S. Hwang, Phys. Rev. D **69** (2004) 054022 [arXiv :hep-ph/0310277].
- [76] M. Gari and W. Krumpelmann, Z. Phys. A **322** (1985) 689.
- [77] M. Gari and W. Krumpelmann, Phys. Lett. B **173** (1986) 10.
- [78] M. F. Gari and W. Krumpelmann, Phys. Lett. B **274** (1992) 159 [Erratum-ibid. B **282** (1992) 483].
- [79] E. L. Lomon, Phys. Rev. C **64** (2001) 035204 [arXiv :nucl-th/0104039].
- [80] S. Dubnicka, A. Z. Dubnickova and P. Weisenpacher, J. Phys. G **29** (2003) 405 [arXiv :hep-ph/0208051].
- [81] E. Tomasi-Gustafsson, M.P. Rekaló, “QCD-view hadron form factors in space-like and time-like momentum transfer regions”, 10th International Conference on Nuclear Reaction Mechanisms, (2003).
- [82] S. J. Brodsky and G. R. Farrar, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 1153.
- [83] S. J. Brodsky and G. R. Farrar, Phys. Rev. D **11** (1975) 1309.
- [84] V. A. Matveev, R. M. Muradian and A. N. Tavkhelidze, Lett. Nuovo Cim. **7** (1973) 719.
- [85] G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Rev. D **22** (1980) 2157.
- [86] G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 545 [Erratum-ibid. **43** (1979) 1625].
- [87] R. Calabrese, Nucl. Phys. A **666** (2000) 84.
- [88] A. P. Bakulev, A. V. Radyushkin and N. G. Stefanis, Phys. Rev. D **62** (2000) 113001 [arXiv :hep-ph/0005085].
- [89] P. E. Bosted, Phys. Rev. C **51** (1995) 409.
- [90] E. J. Brash, A. Kozlov, S. Li and G. M. Huber, Phys. Rev. C **65** (2002) 051001 [arXiv :hep-ex/0111038].
- Références non citées, mais toutefois utiles :
- [91] F. Close, “The Quark Structure Of Matter,”
- [92] S. Gasiorowicz, “Elementary Particle Physics”, Wiley (1966).
- [93] D. H. Wilkinson, “The Atomic nucleus : Where’s the beef?,” TRI-PP-92-38 *Presented at Proc. of S.S. Hanna Symposium, Stanford, CA, Mar 16, 1991*
- [94] J. D. Walecka, “Theoretical Nuclear And Subnuclear Physics,” Oxford Stud. Nucl. Phys. **16** (1995) 1.
- [95] V. Breton, H. Fonvieille, “Ecole Joliot-Curie de physique nucléaire 1992, matière hadronique ou ... aujourd’hui et demain avec des électrons”.
- [96] F. Halzen and A. D. Martin, “Quarks And Leptons : An Introductory Course In Modern Particle Physics,”
- [97] J. Arrington, Phys. Rev. C **69** (2004) 022201 [arXiv :nucl-ex/0309011].

- [98] J. Arrington, Phys. Rev. C **68** (2003) 034325 [arXiv :nucl-ex/0305009].
- [99] A. Messiah, “Mécanique quantique” Dunod, (1965).
- [100] S. M. Bilenky, C. Giunti and V. Wataghin, Z. Phys. C **59** (1993) 475 [arXiv :hep-ph/9304221].
- [101] P. Gauzzi, Phys. Atom. Nucl. **59** (1996) 1382 [Yad. Fiz. **59** (1996) 1441].
- [102] E. Tomasi-Gustafsson and M. P. Rekalo, “Asymptotic behavior of nucleon electromagnetic form factors in space- and time-like regions,” arXiv :nucl-th/0010040.
- [103] V. L. Chernyak and I. R. Zhitnitsky, Nucl. Phys. B **246** (1984) 52.
- [104] M.P. Rekalo, E. Tomasi-Gustafsson, “Polarization effects in elastic electron-proton scattering” Rapport Interne DAPNIA/SPHN, 02-34, (2002).