N° D'ORDRE : 7949



# Université Paris XI – Orsay Commissariat à l'Energie Atomique – Saclay

# THÈSE

Présentée

Pour obtenir

# LE GRADE DE DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITE PARIS XI ORSAY

PAR

Ahmed BEN ISMAIL

# SUJET : ETUDE DES EFFETS TRANSITOIRES DE LA COMPENSATION DE CHARGE D'ESPACE SUR LA DYNAMIQUE D'UN FAISCEAU INTENSE

Soutenue le 23 septembre 2005 devant la commission d'examen :

Mme.	Nicole WILLIS	(Présidente)
M.	Olivier NAPOLY	(Directeur)
Mme.	Alessandra LOMBARDI	(Rapporteur)
M.	André TKATCHENKO	(Rapporteur)
M.	<b>Romuald DUPERRIER</b>	(Examinateur)
M.	Nicolas PICHOFF	(Examinateur)

Je dédie ce mémoire,

à mes parents, auxquels je dois tout,	و مليكة	عثمان
à ma femme, pour son amour, son aide et sa présence constante,		مريم
à mes deux frères, pour leur soutien permanent,	و رياض	ماهر

# Remerciements

Ce travail a été effectué au Commissariat à l'Energie Atomique (CEA, Centre d'Etudes de Saclay) au sein du Service des Accélérateurs, de Cryogénie et de Magnétisme (SACM) du Département d'Astrophysique, de physique des Particules, de physique Nucléaire et Instrumentation Associée (DAPNIA).

Je souhaite remercier les Chefs de Service successifs Alban Mosnier et Pascal Debu pour les bonnes conditions de travail dont j'ai bénéficié et pour la bienveillance avec laquelle ils ont suivi cette thèse.

Je remercie également les directeurs successifs du CNSTN-Tunisie : MM. Hédi Ben Kraïem et Adel Trabelsi ainsi que M. Jean-François Mousseigne (CEA-DRI) pour leurs efforts qui ont permis d'assurer le financement de cette thèse.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon Directeur de thèse Olivier Napoly, Chef du Laboratoire d'Etude et de Développement pour les Accélérateurs (LEDA), pour son soutien permanent et pour ses conseils judicieux qui m'ont été d'un grand intérêt pour mener à bien ce travail.

Je souhaite remercier Mme Nicolle Willis, Professeur de l'Université Paris XI, de m'avoir fait l'honneur de participer au jury de cette thèse. Je remercie également mes deux Rapporteurs de thèse Mme Alessandra Lombardi du Centre Européen pour la Recherche Nucléaire (CERN) et M. André Tkatchenko de l'Institut de Physique Nucléaire d'Orsay (IN2P3) pour avoir accepté d'examiner ce manuscrit. Leurs remarques et leurs suggestions pertinentes ont grandement contribué à la valorisation de ce travail.

Je tiens à adresser un très grand merci à mes deux responsables successifs au CEA : Nicolas Pichoff et Romuald Duperrier pour leur encadrement, leurs conseils ainsi que la grande attention qu'ils ont bien voulu consacrer à ces travaux. Sans leur suivi minutieux et leurs nombreuses contributions, cette thèse n'aurait pas été ce qu'elle est.

Je suis très reconnaissant à Didier Uriot qui a toujours été disponible pour répondre à mes questions en physique et pour m'avoir aider dans toute la phase de développement du code CARTAGO. Je le remercie également pour son soutien permanent et pour la bonne humeur qu'il nous a communiquée quotidiennement.

Mes remerciements vont aussi à Raphael Gobin, responsable de la source SILHI et de la ligne de transport basse énergie du projet IPHI. Les discussions scientifiques que nous avons eues furent enrichissantes et avantageuses notamment dans l'interprétation des résultats expérimentaux. L'ensemble des travaux expérimentaux a été mené avec l'aide précieuse de Robin Ferdinand et surtout de Pierre-Alain Leroy sans qui les expériences n'auraient pu exister.

Je remercie également Olivier Delferierre, pour les calculs magnétiques et d'extraction, et tous mes collègues du service qui ont contribué à une ambiance de travail agréable et productif: Alain Aspart, Francisco Ballester, Pierre-Yves Beauvais, Karim Benmeziane, Pierre Pierre-Emmanuel Bernaudin, Stephane Berry, Daniel Bogard, Bosland. Gilles Bourdelle, Antoine Chancé, Georges Charruau, Stephane Chel, Gerard Congretel, Eliane Cotteverte, Aline Curtoni, Denis De-Menezes, Jean Francois Denis, Catherine Desailly, Michel Desmons, Guillaume Devanz, Wilfrid Farabolini, Alain France, Yannick Gauthier, Abdallah Hamdi, Xavier Hanus, Francis Harrault, Marcel Jablonka, Eric Jacques, Michel Luong, Pierre Mattei, Francois Meot, Gilles Monnereau, Jorge Novo, Serge Palanque, Rita Paparella, Jacques Payet, Olivier Piquet, Alain Porcher, Sylvie Regnaud, Cyril Rippon, Frederic Trillaud.

Enfin, une pensée à tous les membres de ma belle famille : منية , مفيدة , طاهر , ألفة , سنية , منية , مايرين , معابرين , ainsi que toute ma grande famille, en particulier : هند , بدي عائشة , بابا عمر , أمي نعيمة , pour leur soutien moral pendant toute ces dernières années.

Aucun remerciement n'est exhaustif. Je remercie de nouveau tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail et pardon à ceux que j'ai pu malencontreusement oublier...

# Résumé

L'un des défis dans la réalisation des accélérateurs d'ions est la maîtrise de la dynamique des faisceaux intenses à basse énergie. Cette dynamique est dominée par des effets non linéaires du champ de Charge d'Espace (CE). Ce champ est une source de formation d'un halo pouvant induire des pertes le long du transport. Une fois ionisé par le faisceau, le gaz résiduel, diffusé par la source et produit par la désorption des parois internes de l'accélérateur, contribue à la production d'électrons et d'ions. Suivant leur signe de charge par rapport au faisceau, ces particules seront repoussées ou confinées. L'accumulation de particules dans le faisceau contribue à la compensation du champ de CE. Cette neutralisation entraîne cependant de nouvelles non linéarités variables dans le temps.

Cette thèse présente des travaux d'étude et de modélisation du mécanisme de la compensation de charge d'espace pour des faisceaux d'ions légers (ions  $H^+$  ou  $H^-$ ) à basse et à moyenne énergie. La dynamique de ces faisceaux intenses est modélisée par un nouveau code PIC, CARTAGO, assurant le couplage entre le plasma créé et les faisceaux étudiés. Le cas de l'Injecteur de Protons de Haute Intensité (IPHI) de Saclay sera la référence et le support de confrontation pour les résultats d'étude des faisceaux d'ions  $H^+$ .

Une étude mono particulaire (cf. chapitre III) introduira la dynamique du plasma en présence du champ de charge d'espace et d'un champ magnétique extérieur. La modélisation du mécanisme de la compensation avec la version 1D (r) du code CARTAGO (dont la structure et les méthodes numériques sont décrites dans le chapitre IV) permettra de donner les temps d'établissement et les degrés de compensation pour plusieurs cas de gaz résiduel et de faisceaux rigides dans une section sans champ (cf. chapitre V).

Le transport d'un faisceau de protons dans un régime de compensation de charge d'espace sera étudié plus particulièrement dans la ligne basse énergie de IPHI (cf. chapitre VI). Des confrontations expérimentales des résultats de modélisation 2D (r,z) dans une partie de cette ligne seront aussi détaillées.

# Table des matières

I. I	NTRO	DUCTION GÉNÉRALE	.12
I.1.	CON	VTEXTE DE L'ÉTUDE	.12
I.2.	DEF	INITION DE LA CHARGE D'ESPACE	.13
I.3.	MÉ	CANISME DE LA COMPENSATION DE CHARGE D'ESPACE	.14
I.4.	ETA	T DE L'ART	.16
Ι	.4.1.	Etudes analytiques et numériques de la CCE	.16
Ι	.4.2.	Etudes expérimentales de la CCE	. 21
I.5.	PLA	N DE LA THÈSE	. 22
II. C	CADRI	E EXPÉRIMENTAL ET DIAGNOSTICS DE FAISCEAU	.25
II.1	. LE F	PROJET IPHI	. 25
II.2	. LAS	SOURCE SILHI	. 26
Ι	I.2.1.	Le principe de fonctionnement	. 26
Ι	I.2.2.	La structure de la source	. 27
II.3	. LA I	LIGNE DE TRANSPORT BASSE ENERGIE	. 28
II.4	. LES	DIAGNOSTICS DU FAISCEAU DANS LA LBE	. 30
Ι	I.4.1.	L'émittancemètre	. 30
Ι	I.4.2.	Les limites de l'émittancemètre	. 32
I	I.4.3.	L'analyseur 4 grilles	.35
1	1.4.4.	Les limites de l'analyseur 4 grilles	. 38
11.5	. CON	NCLUSIONS DU CHAPITRE	.41
III. I	ETUDE PLASN	E MONO-PARTICULAIRE DE LA DYNAMIQUE DU MA CRÉÉ	.44
Ш	1 DIS	TRIBUTIONS DES CHAMPS EXTERIEURS	44
I	II 1 1	Distribution du champ magnétique	 44
I	II.1.2.	Distribution du champ fileghetique	.46
III.	2. DY	NAMIOUE DES PARTICULES SECONDAIRES AVEC ET SANS CHAMP	
	MA	GNÉTIQUE ET EN ABSENCE DE CHARGE D'ESPACE	. 47
Ι	II.2.1.	Etude en absence de champ magnétique : $z \cong 0.1 m$	.47
Ι	II.2.2.	Etude au milieu du solénoïde : $z \cong 0.9 m$	. 48
Ι	II.2.3.	Etude dans le champ de fuite du solénoïde: $z \in [0.3, 0.9 m]$	. 50
III.	3. DYN	NAMIQUE DES PARTICULES SECONDAIRES AVEC ET SANS CHAMP	
	MA	GNÉTIQUE ET AVEC CHARGE D'ESPACE	. 53
Ι	II.3.1.	Etude en absence de champ magnétique : $z \cong 0.1 m$	. 53
Ι	II.3.2.	Etude au milieu du solénoïde : $z \cong 0.9 m$	. 54
Ι	II.3.3.	Etude dans le champ de fuite du solénoïde: $z \in [0.3, 0.9 m]$	. 56
III 4	4 CON	NCLUSIONS DU CHAPITRE	58

IV. LE CODE DE TRANSPORT CARTAGO	62
IV.1. CADRE DE LA SIMULATION ET DES HYPOTHÈSES	
IV.1.1. Hypothèses sur le gaz résiduel	
IV.1.2. Hypothèses sur les réactions d'interactions faisceau / gaz résiduel	
IV.1.3. Hypothèses sur la géométrie du faisceau et de la ligne de transpor	.t63
IV.2. STRUCTURE DU CODE DE TRANSPORT CARTAGO	63
IV.3. MODÉLISATION DU PROCESSUS D'IONISATION	64
IV.3.1. Distribution de l'énergie cinétique initiale	65
IV.3.2. Répartition des particules produites par ionisation	65
IV.4. MODÉLISATION NUMERIQUE DE LA CHARGE D'ESPACE	
IV.4.1. Calcul d'un champ de charge d'espace purement radial	
IV.4.2. Calcul d'une charge d'espace à composantes radiale et longitudin	ale 67
IV.5. INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DE LA DYNAMIQUE	
IV.6. GESTION DES PARTICULES	74
IV.6.1. La méthode de coalescence	74
IV.6.2. La méthode des listes prédimensionnées	
IV.6.3. Limites numériques des deux méthodes de gestion des particules	77
IV.7. SAUVEGARDE ET ÉTUDE DES DONNÉES	
IV.8. CHAUFFAGE DES PARTICULES PIEGÉES	
IV.9. CONCLUSIONS DU CHAPITRE	
V. MODÉLISATION 1D DANS UNE SECTION SANS CHAMP.	90
V 1 Ι ΕS ΡΔΡΔΜΕΤΡΕς ΠΈΤΕΡΜΙΝΔΝΤς ΠΔΝς Ι 'Ένοι μτιον ΠΕ	IACCE 90
V.1. LES FINICIALE RES DETENDINGNITIS DANS $E = 100000000000000000000000000000000000$	03
V.2. EACCED ON TAISCEAU CONTINU D'IONS II	
V.2.1. Test premimate	
V 2.3 Effets de la pression du gaz résiduel dans le cas du faisceau d'ion	$H^+$ 98
V.2.4. Effets de l'intensité du faisceau d'ions $H^+$	
V.2.5. Effets de la taille du faisceau d'ions $H^+$	
V.2.6. Conclusions	
V.3. LA CCE D'UN FAISCEAU CONTINU D'IONS H <sup>-</sup>	
V.3.1. Un cas typique d'évolution de la CCE d'un faisceau d'ions $H^{-}$	
V.3.2. Effets de la pression du gaz résiduel dans le cas du faisceau d'ion	s $H^{-}$ 108
V.3.3. Effets de la taille du faisceau d'ions $H^-$	
V.3.4. Effets de l'intensité du faisceau d'ions $H^-$	
V.3.5. Conclusions	
V.4. LA CCE DE FAISCEAUX GROUPES EN PAQUETS	111
V.4.1. Critère de stabilité et vérification	
V.4.2. Particularité de l'étude de la CCE des faisceaux groupés	
v.4.5. Evolution de la CCE dans le cas de faisceaux groupes	
V.5. CONCLUSIONS DU CHAPITRE	119

VI. MO	DDÉ	LISATION 2D DE LA DYNAMIQUE D'UN FAISCEAU	DE
PR	ROT	ONS DANS UN RÉGIME DE CCE	126
VI.1.	МО	DÉLISATIONS PRÉLIMINAIRES	
VI.	1.1.	Modélisation des effets de la charge image sur la CCE	
VI.	1.2.	Modélisation des effets d'un solénoïde sur la CCE	130
VI.2.	ETU	JDE DE LA DYNAMIQUE D'UN FAISCEAU DE PROTONS DAN	S LA
	PRE	MIÈRE SECTION DE LA LBE D'IPHI	134
VI.2	2.1.	Cadre expérimental et emplacement des diagnostics	
VI.2	2.2.	Les résultats des diagnostics expérimentaux	
VI.	2.3.	Résultats de modélisation et confrontations	
VI.2	2.4.	Conclusion	142
VI.3.	MO	DÉLISATION DE LA DYNAMIQUE D'UN FAISCEAU DE PROT	ONS DANS
	TOU	JTE LA LBE D'IPHI	
VI.4.	COI	NCLUSIONS DU CHAPITRE	149
VII.CC	NC	LUSION GÉNÉRALE	153

# **Chapitre I**

# Introduction générale

I.1.	CONTEXTE DE L'ETUDE	12
I.2.	DEFINITION DE LA CHARGE D'ESPACE	13
I.3.	MECANISME DE LA COMPENSATION DE CHARGE D'ESPACE	14
I.4.	ETAT DE L'ART	16
I.4	4.1. Etudes analytiques et numériques de la CCE	16
I.4	4.2. Etudes expérimentales de la CCE	21
I.5.	PLAN DE LA THESE	

# Chapitre I Introduction générale

## I.1. Contexte de l'étude

L'intérêt porté à l'égard des accélérateurs de particules est devenu, depuis la dernière décennie, de plus en plus marqué. Ces grands instruments, considérés d'abord comme des outils pour la recherche en physique nucléaire puis en physique des particules, s'ouvrent aujourd'hui à des applications de plus en plus diversifiées. Les faisceaux intenses d'ions légers offrent la possibilité de produire des faisceaux de noyaux exotiques pour la physique nucléaire, et de neutrinos pour la physique des particules. De plus, ils permettront la transmutation des déchets nucléaires, l'irradiation de matériaux, l'étude de la matière condensée et la production d'énergie.

Cet intérêt pour les faisceaux intenses provient essentiellement du grand flux des particules hautement accélérées. Une qualité qui impose aujourd'hui la vigueur des accélérateurs de forte puissance, mais qui nécessite aussi d'importants travaux de R&D à tous les niveaux de ces machines. Le transport à basse énergie révèle l'une des plus sévères contraintes consistant à concilier à la fois l'accroissement de l'intensité du faisceau et la réduction des pertes.

La dynamique d'un faisceau intense à basse énergie est dominée par des effets non linéaires du champ électromagnétique produit par le faisceau lui même : c'est le champ de **charge d'espace**. Ce champ est une source d'augmentation de l'émittance du faisceau et de formation d'un halo [1] pouvant induire des pertes le long du transport.

Un autre processus physique, très influent à basse énergie, complique encore l'étude des effets du champ de charge d'espace sur la dynamique de ces faisceaux intenses :

Une fois ionisé par le faisceau, le gaz résiduel, diffusé par la source et produit par la désorption des parois internes de l'accélérateur, contribue à la production de deux espèces de particules secondaires chargées. Suivant le signe de leur charge par rapport au signe de la charge du faisceau, les particules produites sont repoussées ou attirées radialement par le champ de charge d'espace. L'accumulation progressive d'une partie des particules secondaires dans le faisceau contribue à la réduction (**compensation**) du champ de charge d'espace. Cette compensation entraîne cependant de nouvelles non linéarités variables dans le temps.

La conservation des conditions d'adaptation, la maîtrise de la formation du halo et la minimisation des pertes de faisceaux font partie des défis à relever pour lesquels des actions de R&D spécifiques s'imposent. Cette thèse présente des travaux d'étude et de modélisation du mécanisme de compensation de charge d'espace pour des faisceaux d'ions légers ( $H^+$  ou  $H^-$ ) à basse énergie. La dynamique des faisceaux intenses est modélisée par un nouveau code PIC, CARTAGO, assurant le couplage entre la dynamique du plasma résiduel et des faisceaux étudiés. Le cas de l'Injecteur de Protons de Haute Intensité (IPHI) de Saclay sera la référence et le support de confrontation pour tous les résultats d'étude des faisceaux d'ions  $H^+$ .

### I.2. Définition de la charge d'espace

Une étude classique du bilan des forces <u>extérieures</u>, exercées sur une particule chargée dans un accélérateur, illustre généralement des expressions de forces électromagnétiques de type forces de Lorentz. Dans des sections accélératrices, une particule de charge q parcourant un champ électrique  $\vec{E}$  est soumise à la force  $\vec{F}_e$  définie par :

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} \tag{I-1}$$

Arrivant avec une vitesse  $\vec{v}$  dans un champ magnétique  $\vec{B}$ , la particule chargée est soumise à une force  $\vec{F}_m$  orthogonale à sa direction de déplacement :

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \tag{I-2}$$

D'autres types de forces se rajoutent aux forces extérieures de Lorentz en présence de nouvelles particules chargées. Sous l'effet de la concentration des charges électriques dans un faisceau, il en résulte une première force supplémentaire (<u>interne</u>) de répulsion électrostatique :

Deux particules de charges électriques q et q', distantes de r, subissent une force coulombienne décrite par la relation :

$$\vec{F}_{qq'} = \frac{q \cdot q'}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3}$$
(I-3)

Les particules, formant un même faisceau, possèdent la même charge et subissent donc des forces de Coulomb répulsives. Chacune de ces particules est soumise à l'intégralité des forces exercées par le reste des particules du faisceau. En appliquant le théorème de Gauss<sup>1</sup> et en considérant le cas d'un faisceau continu et parallèle (de rayon r et transportant un courant i avec des particules ayant toutes la vitesse v), la force totale exercée sur une particule de charge q s'écrit au rayon r :

$$\vec{F}_{CE_e} = \frac{q \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot v} \cdot \frac{\vec{r}}{r^2}$$
(I-4)

Cette force, dirigée radialement, est aussi une force de répulsion électrostatique qui aura tendance à faire éclater le faisceau (la valeur de cette force est nulle sur l'axe du faisceau).

Etant donné que toutes les particules du faisceau se déplacent dans le même sens (ces particules produisent le courant i), elles induisent un champ magnétique  $B_f$  et, par conséquent, une nouvelle force supplémentaire.

A partir de l'expression du champ magnétique induit, la nouvelle force s'écrit<sup>2</sup> :

$$\vec{F}_{CE_m} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}_f = -\frac{q \cdot v \cdot \mu_0 \cdot i}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\vec{r}}{r^2}$$
(I-5)

La somme des deux forces  $\vec{F}_{CE_e}$  et  $\vec{F}_{CE_m}$  est la force dite de **charge d'espace**.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Théorème appliqué sur la surface cylindrique entourant la charge Q du faisceau:  $2 \cdot \pi \cdot r \cdot dl \cdot \varepsilon_0 \cdot E = Q = i \cdot dl / v$ 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> La direction du champ magnétique induit est normale à la direction de  $\vec{r}$ . Ce champ s'écrit:  $B_f = \mu_0 \cdot i / (2 \cdot \pi \cdot r)$ 

La force de charge d'espace renferme à la fois une composante de répulsion électrostatique et une composante d'attraction magnétique. D'après les deux équations (I-4) et (I-5), l'expression de la force de charge d'espace s'écrit :

$$\vec{F}_{CE} = \frac{q \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot v} \cdot (1 - \frac{v^2}{c^2}) \cdot \frac{\vec{r}}{r^2} = (1 - \beta^2) \cdot \frac{q \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot v} \cdot \frac{\vec{r}}{r^2}$$
(I-6)

Dans le cas simple décrit ci-dessus, où l'influence de la chambre à vide et de la structure longitudinale du faisceau est négligée, nous concluons que les deux conditions de haute intensité et de faible énergie induisent une force de charge d'espace à effet divergent pour le faisceau.

## I.3. Mécanisme de la compensation de charge d'espace

Nous avons noté dans la section précédente que la charge d'espace est dépendante essentiellement de l'intensité, de l'énergie et de la taille du faisceau (cf. Equation (I-6)). Cette charge d'espace est quantifiée habituellement dans la littérature à partir du potentiel électrostatique produit par le faisceau. Plus la charge d'espace est importante, plus la différence entre le potentiel sur l'axe du faisceau et sur la paroi de la chambre à vide est grande (une expression simplifiée du potentiel électrostatique est énoncée plus loin : Equation (I-11)). La différence entre ces deux valeurs est désignée par le **puits de potentiel** de la charge d'espace.

L'exemple d'un faisceau uniforme de protons (100 mA, 95 keV et 3 cm de rayon) dans une chambre à vide de 10 cm de rayon donne un puits de potentiel de 718 V (cf. Figure I-1)



Figure I-1: Le potentiel électrostatique du faisceau uniforme d'ions  $H^+$  (100 mA, 95 keV et 3 cm)

Nous choisissons les paramètres du faisceau d'ions  $H^+$  décrits ci-dessus ainsi que le cas de la Ligne de transport Basse Energie (LBE) du projet IPHI pour décrire le mécanisme de la compensation de charge d'espace dans le reste de cette section.

Malgré la puissance du pompage dans la LBE, une quantité non négligeable de gaz résiduel reste présente dans les sections parcourues par le faisceau. Ce gaz provient essentiellement de la chambre à plasma de la source. Il est diffusé par l'orifice d'extraction du faisceau et emplit la ligne de transport. Ce gaz peut provenir aussi de la désorption des parois internes de l'accélérateur. Dans le cas d'IPHI, le gaz résiduel (principalement du dihydrogène :  $H_2$ ) est ionisé en permanence, par le faisceau d'ions  $H^+$  qui le parcourt, suivant la relation :

$$H^+ + H_2 \rightarrow H^+ + H_2^+ + e^-$$

Ce dernier processus collisionnel produit une paire (électron, ion  $H_2^+$ ) pour chaque ionisation de molécule de  $H_2$ . L'ensemble de ces nouvelles particules chargées occupe, au moment de sa création, tout l'espace du faisceau (cf. Figure I-2-b).



Figure I-2 : Schéma décrivant le processus de compensation de charge d'espace d'un faisceau.

Suivant le signe de leur charge par rapport à celui de la charge du faisceau, les deux espèces des particules produites réagissent différemment. Les ions  $H_2^+$  sont repoussés radialement par le charge d'espace du faisceau d'ions  $H^+$  vers les parois internes de la chambre à vide. Les électrons sont, par contre, attirés par la charge d'espace (cf. Figure I-2-c) et restent alors piégés dans le puits de potentiel engendré par le faisceau.

Etant donnée la continuité du processus d'ionisation, les électrons s'accumulent de plus en plus dans le puits de potentiel et participent avec leur concentration de charges à la réduction de la force totale de charge d'espace : c'est la **compensation de charge d'espace** <sup>3</sup> (cf. Figure I-3).



Figure I-3 : Compensation de la charge d'espace du faisceau d'ions  $H^+$  (100 mA, 95 keV et 3 cm)

La vitesse de réduction du puits de potentiel du faisceau est dépendante d'un grand nombre de paramètres (partie détaillée dans le **Chapitre 5**). Une étude simple du mécanisme permet d'évaluer le temps caractéristique de Compensation de Charge d'Espace (CCE) comme durée exacte d'annulation de toute la charge du faisceau. Ce temps caractéristique correspond à la durée requise pour produire, par ionisation, une charge de particules neutralisantes égale à la charge du faisceau.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> La désignation « *neutralisation* » remplace parfois dans la littérature le terme « *compensation* ».

Le temps caractéristique de CCE est défini par la relation :

$$T_{CCE} = \frac{1}{\sigma_{ionis} \cdot n_g \cdot v_f}$$
(I-7)

où  $v_f$ ,  $n_g$  et  $\sigma_{ionis}$  sont respectivement la vitesse du faisceau  $(m.s^{-1})$ , la densité  $(m^{-3})$  et la section efficace d'ionisation  $(m^2)$  du gaz résiduel.

En réalité, la charge d'espace d'un faisceau d'ions  $H^+$  ne peut être compensée en un seul  $T_{CCE}$  que si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

1. Les ions  $H_2^+$  quittent instantanément l'espace du faisceau. Leur contribution de charge est donc toujours négligeable.

2. Les électrons, créés en permanence, ne quittent pas l'espace du faisceau jusqu'à la compensation totale de la charge d'espace.

Nous démontrons plus loin dans cette thèse que les ions  $H_2^+$  mettent un temps non négligeable pour quitter l'espace du faisceau (cf. Equation (V-2)). Ce temps de fuite est même parfois plus grand que le temps caractéristique  $T_{CCE}$ .

Les différentes caractéristiques de l'énergie cinétique initiale des électrons rendent aussi la condition (2) non toujours valide (cf. **Chapitre 3**). Une partie de ces particules arrivent en réalité à quitter l'espace du faisceau dès le début de la CCE.

### I.4. Etat de l'art

L'objet de cette partie est de donner un aperçu sur les travaux de R&D traitant la problématique de la CCE. Nous essayerons de lister les résultats fréquemment repris dans la littérature et qui détermineront dans la suite notre propre méthode d'analyse de cette problématique.

La problématique de la neutralisation des faisceaux de particules a été le sujet d'études expérimentales, théoriques et numériques depuis les années 70. Plusieurs de ces études ont été réalisées à L'Académie Nationale des Sciences (NAS) de l'Ukraine, au Laboratoire National de Los Alamos (LANL), au laboratoire national de la physique des particules et nucléaire (TRIUMF) du Canada, au CEA, au CERN et à l'université de Francfort. Nous essayerons dans ce qui suit de détailler et de répartir par thématique ces travaux.

#### I.4.1. Etudes analytiques et numériques de la CCE

#### Critère de calcul du degré de CCE

Afin de quantifier l'intensité de réduction de la charge d'espace d'un faisceau étudié, un critère pour le calcul du degré de compensation est nécessaire. Plusieurs critères pour cette quantification de la CCE sont repris dans la littérature.

La différence de potentiel entre l'axe et le bord du faisceau, avant  $(\Delta Vf)$  et après  $(\Delta Vf_0)$  la compensation, est l'un des critères le plus souvent employé dans les études théoriques (notamment la référence [2]) et dans la plupart des travaux expérimentaux. Ce degré de CCE est défini par :

$$\tau(t) = 1 - \frac{\Delta V f(t)}{\Delta V f_0}$$
(I-8)

Nous démontrons plus loin dans cette thèse (**Chapitre 5**) que les valeurs données par cette dernière formule ne sont pas toujours exactes : le puits de potentiel ne reflète pas avec précision la répartition de la CCE à l'intérieur du faisceau.

D'autres références déduisent le degré de CCE à partir du rapport entre le nombre des particules neutralisantes  $(N_{pn})$  produites et le nombre des particules du faisceau  $(N_f)$  [3] :

$$\tau(t) = \frac{N_{pn}(t)}{Nf}$$
(I-9)

Ce critère de calcul néglige l'effet de la deuxième espèce de particules secondaires produites par ionisation. Ce choix n'est pas toujours valide. Nous illustrons dans le **Chapitre 5** des cas extrêmes ou la densité de ces dernières particules est comparable à celle du faisceau.

Dans notre étude du processus de CCE, nous avons défini un nouveau critère d'évaluation en partant de la formulation de l'équation d'enveloppe d'un faisceau transporté (Le calcul est détaillé dans le **Chapitre 4**). Ce nouveau degré de CCE est donné par :

$$\tau(t) = 1 - \gamma^2 \frac{\int\limits_{0}^{r_f} r \cdot E_{comp,r}(r,t) \cdot \rho(r,t) \cdot dr}{\int\limits_{0}^{r_f} r \cdot E_{ce0,r}(r,t) \cdot \rho(r,t) \cdot dr}$$
(I-10)

où  $r_f$  et  $\rho$  correspondent respectivement au rayon et à la distribution radiale du faisceau ;  $E_{\text{comp},r}$  et  $E_{\text{ce0},r}$  sont respectivement le champ électrique induit par l'ensemble des particules chargées et le champ induit par la charge d'espace du faisceau.

Cette expression du degré de CCE permet d'exprimer directement le taux de réduction des forces de charge d'espace linéarisées : une donnée très utile pour les calculs utilisant des codes d'enveloppe et servant pour des études d'adaptation.

#### Etude analytique de la charge d'espace longitudinale

Nous avons déjà noté que les particules secondaires neutralisantes sont confinées radialement dans le puits de potentiel du faisceau. Ce même comportement est enregistré aussi longitudinalement suivant l'axe du faisceau. Dans une section sans champ, ces particules sont ainsi attirées à la fois radialement vers l'axe du faisceau et longitudinalement vers les éventuels puits de potentiels longitudinaux (glissement longitudinal).

Afin de prédire les zones de concentrations des particules neutralisantes dans une structure de transport, la référence [3] propose de localiser approximativement les puits de potentiels longitudinaux : le puits de potentiel total produit par la charge d'espace d'un faisceau uniforme est donné par :

$$\Delta V_{total} = \frac{I_f}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot v_f} \left( \ln(\frac{r_{tube}}{r_f}) + \frac{1}{2} \right)$$
(I-11)

où  $r_{tube}$  est le rayon de la chambre à vide ;  $I_f$ ,  $v_f$  et  $r_f$  sont respectivement l'intensité, la vitesse et le rayon du faisceau.

La valeur de ce puits correspond à la valeur du potentiel électrostatique sur l'axe du faisceau si la paroi de la chambre à vide est à la masse ( $V(r = r_{tube})=0$ ). En négligeant le couplage entre la charge d'espace radiale et la charge d'espace longitudinale et en écartant toutes sources de champs extérieurs, les calculs donnés par l'équation (I-11) pour chaque position longitudinale permettent de localiser les zones de puits de potentiels longitudinaux.

L'équation (I-11) indique que les emplacements des puits de potentiel longitudinaux correspondent aux plus grandes valeurs du rapport ( $r_{tube} / r_f$ ). Un étranglement de faisceau (cross-over) ou une augmentation locale du rayon de la chambre à vide doit être ainsi le siège d'une importante concentration de particules neutralisantes.

#### Modélisation analytique du puits de potentiel radial à l'équilibre

La description analytique du plasma résiduel à l'équilibre s'appuie généralement sur des modèles hydrodynamiques permettant d'identifier les états de neutralisation du milieu simulé. La référence [2] déduit numériquement l'expression du puits de potentiel radial à partir de l'équation de Poisson :

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{e}{\varepsilon_0}\left(n_f + n_n - n_p\right)$$
(I-12)

où V et  $n_f$  sont respectivement le potentiel de charge d'espace et la densité du faisceau;  $n_p$  et  $n_n$  sont respectivement la densité des particules neutralisantes et des particules non neutralisantes.

L'expression de la densité des particules neutralisantes  $n_p$  est déduite à partir d'une fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann en supposant que ces particules sont à l'équilibre thermodynamique (à une température  $kT_p$ ):

$$n_p = n_{p0} \exp\left(\frac{e \cdot V}{k T_p}\right) \tag{I-13}$$

où  $n_{p0}$  est la densité de ces particules sur l'axe.

L'expression de la densité des particules non neutralisantes  $n_n$  est déduite d'un système de deux équations décrivant les conservations de la masse et de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot n_n \cdot v_n) = \frac{n_f}{T_{CCE}} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot n_n \cdot v_n^2) = -\frac{e}{m_n} \cdot n_n \cdot \frac{\partial V}{\partial r} \end{cases}$$
(I-14)

où  $v_n$  et  $m_n$  sont la vitesse et la masse de ces particules.

Les potentiels électrostatiques calculés numériquement avec l'équation (I-11) étaient semblables aux résultats fournis par une deuxième version du précédent modèle incluant les effets de la dispersion de la vitesse des particules non neutralisantes [4].

D'autre part, en s'appuyant sur plusieurs travaux en physique des plasmas [5,6,7], la référence [8] illustre une autre expression plus étudiée du puits de potentiel d'un faisceau cylindrique, rigide et de distribution uniforme. Cette expression inclut aussi les effets collisionnels entre le faisceau et les particules secondaires neutralisantes.

L'équation du puits de potentiel du faisceau, dans le régime permanent de la CCE, est déduite à partir de l'équation de continuité des particules neutralisantes (en supposant que leur distribution énergétique est maxwellienne), d'une expression approchée de la densité de la deuxième espèce de particules secondaires et de l'équation d'oscillation à l'équilibre de l'énergie des particules neutralisantes.

Avec l'hypothèse d'une distribution parabolique du potentiel de charge d'espace dans le faisceau, l'expression finale du puits de potentiel est illustrée par :

$$\Delta V_{faisceau} = \sqrt{3}L^{1/2} \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{\phi_i}{U_f}\right)^{1/2} e \cdot n_f^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{n_g \cdot \sigma_p} + \frac{v_f \cdot \sigma_n \cdot r_f}{2 \cdot v_n \cdot \sigma_p}\right)^{1/2}$$
(I-15)

$$L = 4 \cdot \pi \cdot \ln\left(\frac{1}{1.78 \cdot \pi^{1/2}} \cdot \frac{v_f \cdot m^{3/2}}{n_p^{1/2} \cdot e^3}\right) ;$$

où

 $n_f$ ,  $n_p$  et  $n_g$  sont respectivement la densité du faisceau, des particules neutralisantes et du gaz résiduel;  $\phi_i$  est le potentiel d'ionisation du gaz;  $eU_f$ ,  $v_f$  et  $r_f$  sont respectivement l'énergie, la vitesse et le rayon du faisceau;  $\sigma_p$  et  $\sigma_n$  sont respectivement la section efficace de production des particules secondaires neutralisantes et des particules non neutralisantes;  $v_n$  est la vitesse des particules non neutralisantes. M et m sont respectivement la masse des particules du faisceau et la masse des particules neutralisantes.

Le calcul du puits de potentiel avec l'expression (I-15), pour des faisceaux d'ions  $H_e^+$  et  $H_2^+$  de 20 à 40 keV et de 10 à 40 mA, a donné des résultats similaires à différentes mesures expérimentales [8] (La pression du gaz résiduel varie de  $10^{-5}$  à  $10^{-3}$  hPa). Ces résultats montrent une forte réduction de la charge d'espace dans l'ensemble des cas étudiés. Par contre, aucune CCE totale n'a été enregistrée.

#### Modélisation analytique et numérique de la phase transitoire du processus de CCE

L'évolution temporelle du plasma résiduel et de la charge d'espace totale résultante a été modélisée plusieurs fois analytiquement et numériquement. La référence [9] détaille une modélisation analytique, de l'expression du puits de potentiel sur l'axe du faisceau, déduite en raisonnant séparément sur trois processus évoluant dans le temps :

1. l'hypothèse de réduction linéaire de la charge du faisceau avec l'accumulation des particules neutralisantes permet d'établir une première expression du puits de potentiel total  $\Delta V(t)$  avec un coefficient réducteur dépendant du temps *t* et de  $T_{CCE}$ .

2. la densité des particules neutralisantes  $R_p(t)$  est modélisée en supposant l'uniformité de leur distribution et en tenant compte des processus de création et de perte avec la réduction de la charge d'espace. Cette expression inclut la taille radiale  $R_{p,eq}$  de la distribution à l'équilibre et l'extension radiale totale  $\Delta R_p$  de cette même distribution durant toute la phase transitoire.

3. le début de la réduction de la charge d'espace induit un effet défocalisant moins important sur l'axe du faisceau et par conséquent une concentration plus importante de ses particules dans cette zone centrale.

L'expression finale du potentiel sur l'axe s'écrit :

$$V_f(t) = \frac{I_f}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot v_f} \cdot \exp(-\frac{t}{T_{CCE}}) \cdot \left(\ln(\Delta R_f + R_{f,eq} \cdot \exp(-\frac{t}{\tau_f})) - \ln(\Delta R_p + R_{p,eq} \cdot \exp(-\frac{t}{\tau_p}))\right) \quad \text{(I-16)}$$

où  $\tau_f$  et  $\tau_p$  sont respectivement le temps caractéristique d'évolution de la densité du faisceau et des particules neutralisantes ;  $R_{f,eq}$  et  $\Delta R_f$  sont respectivement la taille radiale du faisceau à l'équilibre et l'extension radiale totale de cette taille durant toute la phase transitoire.

La saisie des grandeurs  $\tau_f$ ,  $\tau_p$ ,  $R_{f,eq}$ ,  $\Delta R_f$  et  $\Delta R_p$  dans l'expression (I-16), permet de retracer l'évolution dans le temps de la valeur du potentiel électrostatique sur l'axe du faisceau (la distribution du faisceau et des particules neutralisantes sont supposées de même taille). Les travaux de comparaison des résultats numériques avec des mesures effectuées sur un faisceau d'ions  $H_e^+$  de 2 mA et de 10 keV sont très concluants pour la première moitié du régime transitoire (Avec un pression de gaz variant de 2 à 7.10<sup>-5</sup> hPa). La fin du régime transitoire présente un écart significatif entre les résultats analytiques et expérimentaux [9]. Une deuxième étude du régime transitoire de la CCE [2] propose la modélisation analytique et numérique de l'évolution dans le temps des différentes espèces du plasma résiduel et du potentiel de charge d'espace. Le modèle cinétique, proposé dans cette étude, est basé sur un développement d'un système d'équations de Vlasov (avec termes sources) couplées à l'équation de Poisson. Le système comprend les fonctions de distribution des particules neutralisantes  $f_p$  et des particules non neutralisantes  $f_n$  et l'expression du puits de potentiel  $\Delta V$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial f_p}{\partial t} + v_p \cdot \nabla_x f_p \pm \frac{e}{m_p} \cdot \nabla_x V \cdot \nabla_v f_p = \frac{n_f}{T_{CCE}} \cdot s_p \\ \frac{\partial f_n}{\partial t} + v_n \cdot \nabla_x f_n \pm \frac{e}{m_n} \cdot \nabla_x V \cdot \nabla_v f_n = \frac{n_f}{T_{CCE}} \cdot s_n \\ \Delta V = \pm \frac{e}{\varepsilon_0} \cdot (n_f + n_n - n_p) \end{cases}$$
(I-17)

où  $m_p$ ,  $m_n$ ,  $v_p$  et  $v_n$  sont respectivement la masse et la vitesse des particules neutralisantes et des particules non neutralisantes; V le potentiel électrostatique;  $s_p$  et  $s_n$  sont les deux distributions respectives de la vitesse transverse d'émission de chaque particule [10]. Les densités de particules  $n_p$  et  $n_n$  sont déduites à partir de l'expression respective de la fonction de distribution :

$$n_k = \int f_k \cdot dv \tag{I-18}$$

Le système (I-17) a été résolu par une méthode PIC en supposant que le faisceau est rigide et parallèle. La réduction de la durée de calcul a imposé le choix d'un rapport entre les masses des particules secondaires très inférieur à la réalité (50 au lieu de 3700 dans le cas des électrons et des ions  $H_2^+$ ). Les résultats numériques de ce modèle illustrent une évolution asymptotique du plasma vers un état ou la compensation de la charge du faisceau est totale. Par contre, cette version du modèle ne permet pas de converger vers une solution stationnaire.

La modification des conditions initiales de création des particules neutralisantes, en imposant des énergies initiales toujours supérieures à une valeur fixe, permet alors d'atteindre un état d'équilibre de la CCE.

#### Etude de la stabilité du plasma résiduel dans le cas de faisceaux pulsés

La stabilité de la dynamique des particules neutralisantes dans le cas d'un faisceau pulsé a été étudiée analytiquement par plusieurs auteurs [3,11]. Le but de l'étude était d'établir un critère permettant de garantir l'instabilité et donc la perte de toute particule neutralisante produite dans un anneau de stockage.

Dans le cas d'un fonctionnement en mode pulsé, l'ionisation du gaz résiduel dans une section longitudinale donnée coïncide avec chaque passage d'un paquet de faisceau. Les particules secondaires produites subissent périodiquement (suivant la fréquence de pulsation du faisceau) les effets de passage de ces paquets. Elles sont soumises respectivement aux forces produites par la charge d'espace totale (au moment du passage d'un paquet) suivie par la force produite par leur seule propre charge d'espace (entre deux paquets). Dépendant de plusieurs paramètres du faisceau (courant, énergie, taille et fréquence de pulsation), la dynamique des particules neutralisantes peut être toujours instable et induire par conséquent leurs pertes sur les parois de la chambre à vide. Nous reprenons dans ce qui suit l'expression de la fréquence limite de répétition (d'un faisceau étudié) permettant d'assurer la stabilité des particules neutralisantes. Nous considérons le cas particulier du faisceau pulsé d'ions  $H^+$ .

En négligeant toute charge produite par les particules secondaires et en supposant que la charge totale ne dépend que la distribution du faisceau d'ions  $H^+$ , il est possible d'établir une condition de stabilité pour les électrons (le même raisonnent est valable dans le cas des autres faisceaux). A partir de la méthode de calcul illustrée dans la référence [11], l'expression de la fréquence limite (de coupure)  $f_{RFc}$  est approchée par [12] :

$$f_{RFc} = \sqrt{\frac{u \cdot c \cdot r_e}{2 \cdot e \cdot m_p} \cdot \frac{I_f}{\beta \cdot R_f^2}}$$
(I-19)

où u est l'unité de masse atomique ;  $r_e$  est le rayon classique d'un électron ;  $m_p$  est la masse d'un proton ;  $I_f$ ,  $\beta$  et  $R_f$  sont respectivement l'intensité, la vitesse réduite et le rayon du faisceau. Le rayon classique d'un électron est définie par :

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot m_e \cdot c^2}$$
(I-20)

Nous utiliserons ce critère de stabilité dans le **Chapitre 5** pour confronter nos résultats avec des calculs analytiques.

#### I.4.2. Etudes expérimentales de la CCE

#### Mesures du degré de CCE

Les travaux de développement de diagnostics pour les mesures du degré de CCE se sont orientés depuis les années 80 vers des instruments non interceptifs basés sur l'analyse du spectre énergétique des particules produites par ionisation du gaz résiduel. La technique de déduction du degré de CCE à partir de la mesure de l'énergie des particules répulsés par la charge d'espace a été utilisée à Francfort en 1984 [13]. L'énergie des particules répulsés a été mesurée avec un spectromètre électrostatique comprenant essentiellement deux électrodes de déviation de la trajectoire des particules analysées [14].

Le même choix de mesures non interceptives de l'énergie des particules répulsés a été adopté en 1988 à Los Alamos pour le développement de l'Analyseur 4 grilles [15]. Des mesures réalisées à Saclay avec une version améliorée de cet analyseur (décrit en détail dans le **Chapitre 2**) montrent une forte neutralisation des faisceaux intenses de protons [16] : le degré de CCE d'un faisceau de protons de 75 keV dans une section sans champ est compris entre 95% et 99% pour des pressions de gaz résiduel allant de  $2.10^{-5}$  à  $2.10^{-4}$  hPa et pour des intensités de faisceaux continus variant de 50 à 130 mA.

#### Mesures du temps d'établissement de la CCE

L'équilibre du plasma résiduel, suite au processus de neutralisation, a souvent été observé expérimentalement après une durée de l'ordre du temps caractéristique de CCE (Ce temps est défini par l'Equation (I-7)).

Nous retrouvons dans la littérature plusieurs techniques permettant de mesurer le temps d'établissement du processus de CCE. Ce temps a été mesuré en 1988 sur des faisceaux d'ions H de l mA et de  $l8 \ keV$  [17]. La technique consistait à relever, en fonction du temps, l'intensité du faisceau déposée sur un diaphragme à ouverture variable. Les mesures montraient que le temps d'établissement de la CCE était différent du temps déduit théoriquement par l'Equation (I-7) et ceci pour différentes valeurs de pression du gaz résiduel (de  $10^{-6}$  à  $10^{-4} \ hPa$ ).

Une deuxième technique, employée en 1999 à Saclay [18], consistait à suivre l'évolution dans le temps du profil lumineux du faisceau avec une caméra CCD. Les mesures effectuées à  $4.10^{-5}$  hPa ( $T_{CCE}=10 \ \mu s$ ) dans une section sans champ, après le transport d'un faisceau de protons de 73 mA et de 95 keV, montraient un temps d'établissement d'environ 15  $\mu s$ . Ce temps comprend aussi la phase de démarrage de la source.

Les différentes mesures expérimentales du temps d'établissement de la CCE ont souvent été brouillées par la phase initiale de production du faisceau. Cette condition empêche (selon la pression du gaz résiduel) de donner des valeurs précises du temps d'établissement de la CCE.

### I.5. Plan de la thèse

Nous détaillons dans ce manuscrit une nouvelle étude de modélisation du transport d'un faisceau intense en tenant compte des effets variables dans le temps de la CCE. L'objectif de l'étude sera surtout d'assurer la fiabilité des modélisations en évitant toute approximation susceptible d'altérer la physique du système.

Nous décrivons dans le **Chapitre 2** le cadre expérimental et les diagnostics utilisés pour les confrontations des résultats de modélisation.

Le but du **Chapitre 3** est de donner un aperçu sur la dynamique du plasma résiduel caractérisant l'évolution du processus de la CCE. Le mouvement de toute particule chargée du plasma résiduel est alors étudié dans le champ électrique et le champ magnétique produits respectivement par un faisceau rigide et par un solénoïde de focalisation. Les résultats de ce chapitre seront très utiles pour prédire approximativement et pour analyser ensuite le comportement de tout le plasma.

Nous décrivons dans le **Chapitre 4** la structure et les méthodes numériques du nouveau code de calcul CARTAGO. Ce code PIC permettra de modéliser à la fois la dynamique d'un faisceau et l'évolution temporelle des interactions avec un plasma résiduel en intégrant les effets magnétique et électrique des éléments de transport.

Les résultats de modélisation de la dynamique de la CCE dans le cas d'un faisceau rigide sont développés dans le **Chapitre 5**. Cette partie illustre séparément les effets de la variation de la pression du gaz résiduel et de différents paramètres du faisceau (intensité, énergie, taille et structure temporelle) sur la cinétique du processus de la CCE. Le temps d'établissement et le degré de CCE sont donnés pour chacun de ces cas étudiés. Une partie de ces résultats seront validés, au fur et à mesure, analytiquement et expérimentalement.

Le **Chapitre 6** présente les résultats des modélisations 2D de la dynamique des faisceaux d'hydrogène, dans le cas de la Ligne de transport Basse Energie (LBE) de l'Injecteur de Protons Hautes Intensités (IPHI) de Saclay, et ceci en incluant le processus de CCE. Une partie des expériences réalisées sur le même prototype IPHI sera utilisée pour les confrontations avec les résultats de modélisation.

## **Bibliographie**

- [1] N. Pichoff, Thèse, Université de Paris XI Orsay, *Etude théorique et expérimentale du halo d'un faisceau intense de particules chargées dans un accélérateur*, (1997).
- [2] X. Fleury, Thèse, Ecole Polytechnique, *Modélisation et simulation de la neutralisation de charge d'espace d'un faisceau de protons*, France, (2000).
- [3] Y. Baconnier et al., *Neutralisation of accelerator beams by ionisation of the residual gas*, (University of Jyväskylä, 1992), CERN 94–10, p. 525.
- [4] R. Dölling et al., *Radial distribution of space charge force in compensated positive ion beams*, Rev. Scientif. Instrum., vol. 69, p. 1094, (1998).
- [5] M. D. Gabovich et al., *Self decompensation of steady quasi-neutral ion beam due to Coulomb collision*, Fizika Plazmy, vol. 1, p. 307, (1975).
- [6] I. A. Soloshenko, *Physics of ion beam plasma and problems of intensive ion beam transportation*, Rev. Sci. Instrum., vol 67, p.1646, (1996).
- [7] M. E. Rudd et al., *Energy and angular distribution of electrons ejected from hydrogen and helium gas by protons*, Phys. Rev. vol 131, p.666, (1963).
- [8] I. A. Soloshenko, *Space charge compensation of technological ion beams*, IEEE. Trans. Plasma Science, Vol 27, NO. 4 (1999).
- [9] A. Jacob et al., A Relaxation Model to Describe the Space Charge Compensation Process for Pulsed Ion Beams reproducing RGI-spectrometer measurements, PAC01, Chicago, (2001).
- [10] M.W. Gealy et al, *Energy and angular distribution of electrons from ion impact on atomic and molecular hydrogen. I. 20-114 keV H*<sup>+</sup>+H<sub>2</sub>, Phys. Rev. A, 51, p.2247, (1995).
- [11] Y. Baconnier and G. Brianti, *The stability of ions in bunched beam machines*, CERN-SPS 80-2, (1980).
- [12] King-Yuen Ng, Electron-proton instabilities for intense proton rings, ICFA Mini-Workshop on Two-Stream Instabilities in Particle Accelerators and Storage Rings, p.2, (2000).
- [13] P. Kreisler et al, *Study of the space charge potential of ion beams*, Nucl. Instrum. & Methods. vol 237, p.448, (1984).
- [14] R. Dolling et al, Investigation of space-charge compensation with residual-gaz-ion energy analyser, LINAC 96, Genève, (1996).
- [15] J. Sherman et al, *H* Beam Neutralization Measurements with a Gridded-Energy, LINAC 88, Williamsburg, (1989).
- [16] R. Ferdinand et al, *Space-charge neutralization measurement of a 75kev, 130mA H*+ *beam*, PAC97, Vancouver Canada, (1997).
- [17] R. Baartman et D. Yuan, *Space charge neutralization studies of an H- beam*, EPAC88, Rome, (1988).
- [18] A. Jacob et al., *Time resolving diagnostic of the compensation process of pulsed ion beams at SILHI*, Rev. Sci. Instrum., Vol 71(2), p. 1107–1109 (2000).

# **Chapitre II**

# Cadre expérimental et diagnostics de faisceau

II.1. ]	LE PROJET IPHI	25
II.2.	LA SOURCE SILHI	
II.2.1 II.2.2	<ul> <li>Le principe de fonctionnement</li> <li>La structure de la source</li> </ul>	
II.3.	LA LIGNE DE TRANSPORT BASSE ENERGIE	
II.4. ]	LES DIAGNOSTICS DU FAISCEAU DANS LA LBE	
II.4.1	L'émittancemètre	
II.4.2	2. Les limites de l'émittancemètre	
II.4.3	B. L'analyseur 4 grilles	
II.4.4	Les limites de l'analyseur 4 grilles	
II.5. (	CONCLUSIONS DU CHAPITRE	41

# Chapitre II Cadre expérimental et diagnostics de faisceau

La confrontation expérimentale d'une partie des résultats de modélisation (résultats détaillés à partir du troisième chapitre) est réalisée à l'aide de mesures expérimentales effectuées à Saclay sur la partie basse énergie de l'Injecteur de Protons Haute Intensité : IPHI. Nous commençons par rappeler, dans la première partie de ce chapitre, le cadre expérimental du projet IPHI ainsi que le principe de fonctionnement et la structure des éléments constituant sa partie basse énergie. Nous décrivons ensuite les deux principaux instruments que nous avons utilisés pour diagnostiquer le faisceau et la CCE dans la Ligne de transport Basse Energie (LBE). En plus du principe de fonctionnement, nous essayerons de souligner les avantages et les limites de chacun de ces diagnostics.

# II.1. Le projet IPHI

Les premiers travaux de R&D du démonstrateur IPHI ont débuté en 1994 au CEA avec le démarrage du projet TRISPAL (production de TRItium par SPALlation). Une décision prise ensuite par le CEA et le CNRS en 1997 a marqué le début des premiers travaux de collaboration pour l'étude et la mise en fonction de ce démonstrateur. Les performances de IPHI, précisées par le cahier des charges du 02-1997 [1], indiquaient une puissance faisceau finale atteignant *1 MW*. Des difficultés de financement rencontrées en 2002 et 2003 ont imposé des modifications sur les performances et les caractéristiques du projet [2].

L'actuelle configuration de l'injecteur comporte la Source d'Ions Légers de Haute Intensité SILHI et sa LBE (déjà construites et opérationnelles; voir Figure II-1), un quadripôle radiofréquence (RFQ) de *3 MeV* (la mise en place de son premier tronçon est en cours) et une ligne d'analyse où seront installés des diagnostics de caractérisation du faisceau à 0.3 MW.



Figure II-1: Une vue de la source SILHI et de la ligne de transport basse énergie de IPHI.

La nouvelle configuration du projet permet à la fois de conserver les objectifs initiaux et d'adapter le faisceau pour la ligne hacheur du *Superconducting Proton Linac* (SPL) développée au CERN. Les objectifs initiaux du projet sont essentiellement la faisabilité d'un injecteur de protons pour des accélérateurs de forte puissance, le développement d'un *eXperimental Accelerator Driven System* (XADS) et la validation des codes de calcul.

Dans la première partie de ce qui va suivre, nous nous restreindrons à la description du principe de fonctionnement de la source SILHI, des caractéristiques des faisceaux produits et de la structure de la LBE où les travaux de diagnostics ont été réalisés. Les descriptions détaillées du principe de fonctionnement et des paramètres techniques du RFQ et de la ligne de diagnostics du projet sont étendues dans les références [2,3,4].

## II.2. La source SILHI

Le choix de la technique ECR (Résonance Cyclotronique Electronique) pour le développement de la source SILHI constitue depuis 1996 (date du premier faisceau) un des grands atouts de cette source. La technique ECR, initiée par Richard Geller dans les années 70, a permis à la fois de produire de fortes densités de courant et de basculer aisément (sans avoir à remplacer le moindre matériel) d'un mode de fonctionnement continu à un mode pulsé. La durée de vie des sources ECR dépasse encore, et de loin, les durées de vie des autres types de sources.

L'utilisation de la source SILHI dans le cadre du projet IPHI a imposé l'adaptation de ses performances conformément aux objectifs définis par le cahier des charges du projet. L'essentiel de ces objectifs se résume par :

- Faisceau continu de 100 mA de protons à une énergie de 95 keV.
- Emittance rms normalisée de faisceau <  $0.2 \ \pi.mm.mrad$ .
- Rendement en protons (par rapport aux autres ions produits) > 90%.
- Bruit sur l'intensité faisceau < 1%.</li>

Nous présentons dans ce qui suit le principe de fonctionnement et la structure et de la source SILHI.

### **II.2.1.** Le principe de fonctionnement

Le mécanisme de création d'un plasma ECR dépend de la condition de couplage résonnant entre la fréquence d'un champ H.F. et la fréquence cyclotronique  $\Omega$  des électrons présents dans un champ magnétique  $B_{ECR}$ .

Dans le cas de la source SILHI, un magnétron de 1.2 kW génère des ondes H.F. avec une fréquence de 2.45 GHz. Ces ondes H.F. interagissent avec des électrons « libres » en mouvement de giration autours des lignes du champ magnétique. La fréquence cyclotronique de giration des électrons est définie par :

$$\Omega = \frac{e \cdot B_{ECR}}{m_{e}} \quad , \tag{II-1}$$

où  $B_{ECR}$  est le champ magnétique; e et  $m_e$  sont respectivement la charge et la masse de l'électron.

La condition de synchronisation ECR est satisfaite si la fréquence  $\Omega_{\text{H.F.}}$ , définissant l'oscillation du champ électrique de l'onde H.F., coïncide avec la fréquence cyclotronique  $\Omega$  des électrons. Avec cette condition, les électrons sont accélérés et atteignent des énergies suffisantes pour ioniser le gaz présent dans la zone ECR. Dans le cas de SILHI et avec un champ magnétique atteignant 87.5 mT, les électrons collisionnent avec les atomes du gaz  $H_2$  et favorisent la production de plusieurs espèces d'ions.

Dû aux différentes collisions élastique et inélastique dans le plasma ECR, plusieurs ions d'espèces différentes sont produits simultanément avec les protons. Ces ions <u>secondaires</u> sont essentiellement des  $H_2^+$  et des  $H_3^+$ . Un champ électrique d'extraction, correspondant à une différence de potentiel de 95 kV, est appliqué au plasma ECR. Ce champ injecte les différents ions positifs ( $H^+$ ,  $H_2^+$  et  $H_3^+$ ) avec l'énergie de 95 keV dans la ligne de transport. Le faisceau introduit dans la LBE comprend ainsi, en plus des protons, d'autres ions secondaires. La notion de rendement électrique est déduite de la proportion des protons par rapport à l'ensemble de toutes les particules chargées formant le faisceau extrait.

### II.2.2. La structure de la source

Les différents processus de collisions, créant le plasma ECR de la source SILHI, se produisent dans une chambre plasma cylindrique, en cuivre refroidi, de 90 mm de diamètre intérieur et de 100 mm de longueur. Cette chambre est délimitée axialement par la première électrode d'extraction, l'électrode plasma, et la bride d'injection de l'onde H.F. (élément de couleur jaune dans la moitié gauche de la Figure II-2). Afin d'augmenter le nombre d'électrons dans le plasma, et donc d'accroître la densité ionique, des disques de nitrure de bore sont placés sur les parois intérieurs de la chambre plasma. Le nitrure de bore a l'avantage d'être transparent à l'onde H.F.



Figure II-2 : Une représentation 3D des différents éléments de la source SILHI.

L'onde H.F. est introduite dans la chambre plasma à travers une fenêtre en quartz étanche au vide. Cette fenêtre est placée contre un coude refroidi qui dissipe la chaleur produite par les électrons stoppés à son niveau après rétro-accélération par le champ d'extraction de la source.

La distribution du champ magnétique, dans la source SILHI, est assurée par les bobines 1 et 2 alimentées individuellement. Ces deux bobines permettent de créer deux zones ECR (où B=87.5 mT) de chaque côté de la chambre plasma. Le champ magnétique ainsi distribué accroît la densité du plasma et l'intensité du faisceau extrait.

L'extraction du faisceau se fait au moyen d'un système de 5 électrodes à symétrie cylindrique et dont la géométrie a été optimisée à l'aide du code de calcul AXCEL [5]. Nous décrivons les caractéristiques de chacune de ses électrodes (en allant de la chambre plasma vers la LBE) :

• La première électrode, dite électrode plasma, est placée sur la face d'extraction de la chambre plasma. Cette électrode, percée d'un trou de  $\phi = 10 \text{ mm}$ , est portée au potentiel qui détermine l'énergie des ions extraits, c'est-à-dire au potentiel  $V_{el} = 95 \text{ keV}$ .

o La deuxième électrode, dite électrode d'extraction (de  $\phi = 12 \text{ mm}$ ), est portée à un potentiel réglable. Elle permet d'optimiser à la fois la taille et les aberrations optiques du faisceau introduit dans les trois électrodes restantes.

• La troisième électrode (percée d'un trou de  $\phi = 12 \text{ mm}$ ) est portée à la masse, permettant ainsi d'assurer l'accélération du faisceau jusqu'à 95 keV.

• La quatrième électrode ( $\phi = 14 \text{ mm}$ ), dite repousseuse, est portée à un potentiel négatif  $V_{e4} = -2.8 \text{ keV}$ . Son rôle est de bloquer le passage des électrons arrivant de la LBE. Elle empêche ainsi l'accélération de ces particules, dans le sens inverse du faisceau, jusqu'à 95 keV.

• La cinquième électrode ( $\phi = 14 \text{ mm}$ ) est portée aussi à la masse, afin de ramener l'énergie du faisceau de nouveau à 95 keV.

La commande de pulsation du faisceau extrait se fait par simple régulation du signal H.F. introduit dans la chambre plasma. La fréquence d'injection de l'onde dans la chambre définie la fréquence de formation des zones ECR et par conséquence la fréquence de répétition du faisceau extrait. La distribution du champ magnétique et les paramètres d'extraction sont ensuite réajustés pour optimiser les caractéristiques du faisceau produit.

## II.3. La ligne de transport basse énergie

Une fois extrait au niveau de la source SILHI, le faisceau passe par une ligne de transport d'environ 3 m qui sert à adapter ses paramètres optiques pour une injection dans le RFQ. Cette ligne de transport permet aussi quelques diagnostics du faisceau à 95 keV.

La structure actuelle de la LBE d'IPHI (cf. Figure II-3) comprend essentiellement les éléments suivants :

 $\circ$  Deux solénoïdes de focalisation magnétique chargés de limiter les pertes du faisceau dans la ligne et de produire un cross-over, avec la bonne adaptation, à l'entrée du RFQ. Le champ magnétique résultant peut dépasser 0.25 Tesla au centre de chaque solénoïde. La concentration de ce champ et sa décroissance aux alentours des deux solénoïdes sont améliorées par la mise en place de blindage magnétique.

 $\circ$  L'iris, un diaphragme à ouverture variant de 90 à 0 mm, permet de supprimer les ailes du faisceau avant le passage dans le deuxième solénoïde.

• Etant donné la possibilité de désaxement du faisceau (défaut d'extraction, mauvais alignement mécanique des solénoïdes, charge d'espace non symétrique ...), le montage de deux déviateurs magnétiques dans la ligne était indispensable pour ramener, si nécessaire, le faisceau sur l'axe mécanique de la LBE.

 $\circ$  Le faisceau transporté dans la structure actuelle de la LBE peut être arrêté entre le deux solénoïdes (en utilisant la cage de Faraday) ou en bout de ligne (avec le bloc d'arrêt)<sup>4</sup>. Chacun de ces deux éléments d'arrêt est refroidi en permanence afin de pouvoir dissiper les  $10 \, kW$  de la puissance du faisceau. Le montage du RFQ impliquera prochainement la suppression du bloc d'arrêt de la LBE.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Deux mesures calorimétriques, placées respectivement sur la cage de Faraday et sur le bloc d'arrêt, permettent de déduire l'intensité du faisceau au niveau de ces deux instruments.



Figure II-3 : SILHI et la LBE.

• Deux pompes turbomoléculaires assurent le maintien d'un vide de l'ordre de  $10^{-5} hPa$  dans la ligne de transport.

Plusieurs autres instruments permettent de mesurer les paramètres du faisceau dans la LBE. Un transformateur d'intensité continu (TI continu) mesure l'intensité du faisceau continu extrait de la source. Un transformateur d'intensité alternatif (TI pulsé) mesure le bruit du faisceau continu et l'intensité dans le cas d'un fonctionnement pulsé de la source. Un trèfle, d'une ouverture fixe de *80 mm*, permet de déduire le désalignement du faisceau. Ce dernier instrument est formé de quatre plaques métalliques identiques formant ensemble une couronne entourant le faisceau. La répartition de l'intensité des ailes du faisceau sur ces quatre plaques permet de déduire approximativement le sens de désalignement du faisceau.

D'autres diagnostics, plus sophistiqués, peuvent être montés individuellement dans plusieurs emplacements de la ligne : à la sortie de la source, entre les deux solénoïdes et en bout de ligne. Nous décrivons dans ce qui suit la structure et le principe de fonctionnement de deux diagnostics que nous avons utilisés dans l'étude comparative des résultats expérimentaux et numériques (l'étude est détaillée dans le **Chapitre 6**).

## II.4. Les diagnostics du faisceau dans la LBE

Afin de simplifier l'exploitation des données de caractérisation expérimentale du faisceau dans notre étude comparative, nous avons réparti les diagnostics dans la ligne d'une manière permettant de mesurer séparément les paramètres du faisceau à l'extraction et plus loin en aval. L'étape de confrontation revenait ainsi à saisir numériquement les mêmes paramètres du faisceau extrait et à comparer les résultats de simulation, sur les quelques éléments de transport, avec la deuxième partie des mesures expérimentales.

La caractérisation des paramètres du faisceau à l'extraction est réalisée avec l'émittancemètre (cf. **section II.4.1**). Plus loin dans la LBE, nous relevons des mesures de CCE avec l'analyseur 4 grilles (cf. **section II.4.2**) et nous déduisons l'évolution des pertes du faisceau par mesures directes de l'intensité à différents niveaux dans la ligne.

### II.4.1. L'émittancemètre

L'émittancemètre est un outil de mesure interceptif qui se comporte essentiellement d'un diaphragme échantillonneur refroidi, d'une structure électromagnétique de séparation des particules chargées et d'un dispositif d'acquisition électrique (cf. Figure II-4). Tout ce dispositif se déplace, par un moteur pas à pas, suivant une direction normale à l'axe du faisceau. Ces différentes fonctionnalités permettent de relever plusieurs paramètres caractérisant le faisceau transporté :

- le rendement électrique, déduit à partir des différentes proportions d'ions constituant le faisceau extrait.
- les paramètres optiques (émittance et paramètres de Twiss) suivant la direction de déplacement de l'émittancemètre, pour une espèce d'ions du faisceau.

#### Structure et principe de fonctionnement

Un trou, de 0.2 mm de diamètre, sur la face extérieure du diaphragme refroidi permet de sélectionner, à une position radiale donnée, une partie des particules du faisceau. Ces particules parcourent librement la fente du diaphragme refroidi et sont ensuite séparées par un filtre de Wien. Les particules sélectionnées par ce filtre (particules d'une même espèce) sont ensuite collectées par un fil couplé à un préamplificateur.

Nous détaillerons les caractéristiques et le principe de fonctionnement du filtre de Wien, monté dans l'émittancemètre de SILHI, en se basant sur les données des références [4,6].



Figure II-4 : Emittancemètre de la LBE d'IPHI.

Le filtre de Wien de l'émittancemètre, caractérisant le faisceau de SILHI, comprend un ensemble d'aimants permanents, produisant un champ magnétique vertical (suivant  $o\overline{y}$ ) de 0.19 Tesla, et deux électrodes de déviation produisant un champ électrique horizontal ajustable (voir Figure II-4).

La dynamique d'une particule, de charge q et de vitesse  $\vec{v}$ , passant dans le filtre de Wien est très dépendante de l'intensité des deux champs électrique et magnétique. Cette particule est soumise à la force de Lorentz donnée par l'expression classique :

$$\vec{F} = q \cdot (E \cdot o\vec{x} + \vec{v} \times B \cdot o\vec{y}). \tag{II-2}$$

Pour une vitesse  $\vec{v}$  donnée, il est possible d'ajuster l'intensité du champ électrique afin d'annuler la force de Lorentz résultante (le champ magnétique dans notre cas est permanent). Dans le cas de SILHI, des ions de masses différentes sont créés avec la même énergie cinétique (95 keV) et donc avec des vitesses différentes <sup>5</sup>. Un réglage du champ électrique permet d'annuler la force de Lorentz exercée sur une seule espèce des ions du faisceau et de faire dévier le reste des particules : c'est le rôle principal du filtre de Wien. Les particules sélectionnées atteignent ensuite le dispositif d'acquisition électrique placé derrière le filtre.

Afin de mesurer le rendement électrique (proportions de chaque espèces d'ions dans le faisceau), la trou d'échantillonnage de l'émittancemètre est généralement placé sur l'axe du faisceau (zone relativement dense). La mesure consiste à appliquer une rampe de tension sur les électrodes de déviation du filtre de Wien. Nous relevons ensuite, sur le fil de détection, la quantité de charge correspondante à chaque espèce de particules séparée par le filtre. Etant donnée la vitesse des différentes espèces comprises dans le faisceau, la charge correspondante aux ions  $H^+$  (possédant la plus grande vitesse) est celle qui nécessite la plus grande valeur du champ électrique. En réduisant ensuite la valeur de ce champ, nous relevons la charge correspondante respectivement aux ions  $H_2^+$ ,  $H_3^+$  et aux ions lourds. Un rendement typique de la source SILHI donne 80% d'ions  $H^+$ , 15% d'ions  $H_2^+$  et 5% d'ions  $H_3^+$ .

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> La faible dispersion en énergie de ces particules n'influe pas significativement sur le réglage du filtre.

La deuxième fonctionnalité de l'émittancemètre consiste à mesurer des paramètres optiques d'une espèce d'ions comprise dans le faisceau. Ces mesures sont faites en ramenant, dans une première étape, la tension au niveau des électrodes du filtre à la valeur qui permet de sélectionner l'espèce à étudier. L'émittancemètre parcourt ensuite une tranche radiale du faisceau avec un pas typique de déplacement de *l mm*. Pour chaque nouveau positionnement radial de l'appareil, la tension au niveau des électrodes est réajustée pour compenser l'éventuelle divergence radiale des particules séparées. Nous relevons ainsi des données correspondant à la divergence des particules et à la quantité de charge totale pour chaque position radiale dans le faisceau. Le traitement de ces données permet de représenter le faisceau dans l'espace de phase (x,x') et d'en déduire l'émittance, les paramètres de Twiss et le profil du faisceau.

### II.4.2. Les limites de l'émittancemètre

Nous détaillons dans cette partie les conditions susceptibles d'altérer significativement les mesures relevées par l'émittancemètre.

#### Calcul numérique de l'émittance et des paramètres de Twiss

Avant d'atteindre le premier solénoïde, le faisceau extrait peut être caractérisé par l'émittancemètre qui se déplace verticalement par rapport à l'axe de propagation du faisceau (voir Figure II-5). La valeur de l'émittance verticale  $\varepsilon_y$  et les paramètres de Twiss correspondant sont calculés à partir des mesures relevées par cet appareil [7]. Ce calcul repose sur la condition de symétrie cylindrique du faisceau dans les deux espaces de phase (x,y) et (x',y').





Le désalignement du faisceau par rapport à l'axe mécanique est une des conditions qui empêchent la satisfaction de la condition de symétrie cylindrique dans les deux espaces de phase (x,y) et (x',y'). La vérification de cette dernière condition, seulement à partir des données relevées par l'émittancemètre dans la tranche radiale parcourue, est impossible. Ceci laisse toujours les différents résultats de calcul de l'émittance et des paramètres de Twiss fortuits.

#### • Acceptance de l'émittancemètre :

Une fois dans l'émittancemètre et avant d'arriver sur le fil de détection, une particule à divergence radiale assez importante peut atteindre les parois internes de l'instrument et donc peut être perdue. La divergence maximale, permettant d'éviter ces pertes, définie l'acceptance.

L'acceptance de l'émittancemètre peut limiter l'enregistrement au niveau du dispositif d'acquisition de particules à grande divergence et fausse par conséquent les mesures relevées. La perte d'une particule se produit juste à l'entrée de l'instrument (dans le diaphragme refroidi) ou au niveau des électrodes du filtre de Wien (voir parties en rouge dans Figure II-6).



Figure II-6: Schéma de l'émittancemètre de SILHI

La géométrie de la fente d'échantillonnage, au niveau du diaphragme refroidi, permet de calculer rapidement une première valeur de l'acceptance. La divergence maximale définie par le diaphragme correspond à l'angle d'incidence maximale de la particule lui permettant de parcourir ce premier élément sans atteindre l'ouverture interne :

$$a_1 = \arctan(\frac{2\ mm}{40\ mm}) \approx 0.05\ rad.$$

L'acceptance au niveau du diaphragme refroidi est de 50 mrad.

Pour calculer l'acceptance de l'émittancemètre au niveau des électrodes de déviation, nous avons utilisé deux des routines noyaux du code CARTAGO : la routine d'intégration du mouvement et la routine de répartition du champ électromagnétique (routines détaillées dans le **chapitre 4**). Nous avons simulé la dynamique d'une particule chargée dés son introduction dans le diaphragme refroidi et jusqu'au fil de détection. Les champs électrique et magnétique sont supposés statiques et parfaitement uniformes entre les électrodes de déviation.

Afin de valider l'implantation des différents paramètres de la mesure d'émittance, nous avons essayé de vérifier le mécanisme de séparation par le filtre de Wien (cf. Figure II-7). Nous constatons que les protons et les ions  $H_2^+$  et  $H_3^+$  sont acheminés séparément jusqu'au fil de détection avec des différences de potentiels respectifs, entre les électrodes de déviation, de  $6.4 \, kV$ ,  $4.6 \, kV$  et  $3.8 \, kV$ . Ces dernières valeurs sont très comparables aux valeurs obtenues expérimentalement pour un faisceau de  $95 \, keV$  (elles sont respectivement de  $6.2 \, kV$ ,  $4.5 \, kV$  et  $3.7 \, kV$ ).



Figure II-7: Trajectoires de trois ions différents de 95 keV introduits au niveau du diaphragme refroidi sans divergence radiale initiale (la différence de potentiels entre les électrodes de déviation est de 4.67 kV)

Dans la deuxième partie de cette étude numérique, nous avons simulé la dynamique d'un proton de 95 keV introduit au niveau du diaphragme refroidi avec une divergence radiale non nulle. Nous avons ajusté, pour chaque cas de divergence initiale, le champ de déviation électrique du filtre pour ramener cette particule vers le fil de détection (cf. Figure II-8). Nous remarquons que la trajectoire dans ce cas étudié est toujours, dans un premier temps, linéaire suivant l'incidence initiale, ensuite elle présente une courbure induite par le champ combiné du filtre de Wien.



Figure II-8: Trajectoires d'un proton de 95 keV introduit au niveau du diaphragme refroidi avec différentes divergences radiales initiales

Nous constatons que les protons ayant une divergence initiale supérieure à 43 mrad sont arrêtés sur la surface des électrodes de déviation du filtre de Wien. Cette valeur de divergence initiale définie une deuxième valeur d'acceptance dans l'émittancemètre. Cette valeur est confirmée par la limite de la divergence du faisceau observée expérimentalement par l'émittancemètre à l'extraction de SILHI.

### Conclusion

L'acceptance totale de l'émittancemètre résulte de la valeur de la divergence limite : 43 mrad. Cette valeur est déterminée par l'écart entre les électrodes de déviation du filtre de Wien. Une nouvelle optimisation de l'emplacement de ces électrodes pourra améliorer l'acceptance qui sera cependant limitée par l'acceptance au niveau du diaphragme refroidi (une divergence de 50 mrad).

Notons que les effets de cette acceptance sur les mesures relevées par l'émittancemètre peuvent être constatés, à l'extraction de SILHI, avec des configurations de faisceau très intense et de faible énergie.

## II.4.3. L'analyseur 4 grilles

L'analyseur 4 grilles est un instrument non-interceptif, se plaçant à quelques centimètres du faisceau, qui permet de mesurer le spectre énergétique transverse des particules secondaires éjectées par la charge d'espace et d'en déduire le degré de neutralisation du faisceau analysé. Comme son nom l'indique, cet analyseur regroupe 4 grilles caractérisées par des potentiels différents (cf. Figure II-9). Le réglage de ces potentiels définit le principe de fonctionnement de l'analyseur 4 grilles.



Figure II-9: L'analyseur 4 grilles de la LBE d'IPHI. Polarisation des grilles correspondant au cas des ions secondaires.

La technique de mesure du degré de CCE par un analyseur 4 grilles a été utilisée depuis les années 80 pour des faisceaux positifs et négatifs [8]. Le principe de fonctionnement de l'analyseur étant le même dans ces deux cas de faisceaux, nous nous restreindrons dans ce qui suit au cas du faisceau de protons. Les particules secondaires éjectées par la charge d'espace du faisceau et interceptées par l'analyseur 4 grilles seront les ions positifs.

#### Structure et principe de fonctionnement

Le principe de la mesure du spectre d'énergie des ions est basé sur une sélection de ces particules en fonction de leur énergie et sur l'évaluation de la quantité de charge correspondant à chaque énergie sélectionnée. La sélection se fait avec l'ajustement, par rapport à l'énergie de l'ion étudié, d'une différence de potentiel de freinage. Ce dernier peut être ensuite détecté d'une manière classique avec une cage de Faraday

Plus précisément, la technique de sélection d'un ion, suivant son énergie, et son acheminement vers la cage de Faraday est basée sur l'emploi de 4 grilles isolées électriquement et espacées de 5 mm (cf. Figure II-9). Chaque grille est caractérisée par un potentiel de fonctionnement :

• Grille 1 : connectée à l'enveloppe métallique, elle est au même potentiel que cette dernière, c'est-à-dire à la masse. Cette grille est parcourue par les ions franchissant une ouverture extérieure de l'enveloppe de *8 mm*.

• Grille 2 : son rôle est de repousser les particules de charge opposée à celle des particules analysées. Le potentiel de cette grille est fixé à -15 V dans le cas d'étude d'ions positifs.

• Grille 3 : elle permet d'effectuer l'analyse énergétique des ions avec son potentiel réglable. A chaque mesure de CCE, la tension de cette grille varie de -20 V à 65 V.

• Grille 4 : son rôle est de bloquer les éventuels électrons secondaires au niveau de la cage de Faraday. Leur émission peut perturber considérablement la mesure. Le potentiel de cette grille est fixé à -20 V.

• Cage de Faraday : c'est l'élément mesurant l'intensité des ions sélectionnés au niveau de la grille 3. Le potentiel de la cage de Faraday est de -15 V.

La variation de la tension au niveau de la grille 3 permet dans un premier temps (lorsque  $V_{grille3} < V_{grille4}$ ) de faire passer l'ensemble des ions interceptés au niveau de la fente extérieure. Plus les valeurs de  $V_{grille3}$  sont positives et grandes, plus la répulsion de ces ions est importante. L'intensité mesurée au niveau de la cage de Faraday, correspondant à la quantité de ces ions sélectionnés, permet de remonter à la différence de potentiel dans le faisceau. Le traitement et l'analyse de ces mesures sont décrits dans la partie suivante.

#### Mesure typique fournie par un analyseur 4 grilles

Sous l'effet d'une charge d'espace non compensée totalement, les ions secondaires fraîchement créés quittent leurs positions initiales et sont accélérés vers l'extérieur du faisceau. L'analyseur 4 grilles intercepte ainsi des ions secondaires créés dans le faisceau. Plus la position initiale de création d'un ion est proche de l'axe du faisceau, plus la distance parcourue pour atteindre l'analyseur est grande et plus l'énergie acquise par la particule est importante. Les particules interceptées par l'analyseur peuvent ainsi être de faible énergie (particules créés sur le bord du faisceau) ou de forte énergie (particules créés sur l'axe du faisceau). L'écart entre les énergies des particules sur le bord et sur l'axe du faisceau correspond à la différence de potentiel de la charge d'espace non compensée. C'est l'information mesurée par l'analyseur 4 grilles.

Le signal relevé directement par l'analyseur 4 grilles correspond à l'évolution de l'intensité mesurée au niveau de la cage de Faraday en fonction de la rampe de tension de la grille 3. Cette évolution correspond à la courbe en bleu dans la Figure II-10.


Figure II-10 : Exemple de mesure enregistrée par un analyseur 4 grille.

L'exemple de mesure illustrée par la Figure II-10 montre un enregistrement, au niveau de la cage de Faraday, de la totalité des ions secondaires pour une tension de la grille 3 inférieure à 10 V. Cette tension permet aux ions créés sur le bord du faisceau (ions de faible énergie) d'atteindre la cage de Faraday. Une tension de 46 V au niveau de la grille 3 arrive à bloquer l'ensemble des ions secondaires (intensité nulle au niveau de la cage de Faraday). Cette tension correspond aussi à l'énergie des ions créés sur l'axe du faisceau. La différence de potentiel de la charge d'espace non compensée du faisceau correspondant à la différence de l'énergie des deux espèces d'ions indiquées. Le puits de potentiel dans cet exemple est de 36 V.

Un traitement complémentaire du signal correspondant à l'intensité sur la cage de Faraday *Ifc* permet de déduire numériquement la valeur du puits de potentiel de la charge d'espace. Les valeurs de la tension  $V_{grille3}$  pour lesquelles la fonction dérivée  $d(Ifc)/dV_{grille3}$  (courbe en rouge dans la Figure II-10) s'annule délimitent aussi les bords du puits de potentiel de la charge d'espace.

Un deuxième traitement numérique complémentaire, implémenté sur l'interface graphique de l'analyseur 4 grilles, calcule un degré de la compensation de la charge d'espace du faisceau mesuré. Ce calcul est basé sur la démarche suivante :

L'hypothèse de l'uniformité de la distribution du faisceau (et éventuellement, dans le cas d'une compensation, l'uniformité de la CCE dans le faisceau) permet de déduire à partir du théorème de Gauss l'expression de la différence du potentiel  $\Delta U$ , du faisceau équivalent, entre le centre et le bord :

$$\Delta U = U_{R_f} - U_{R_0} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \cdot \sqrt{q/m}} \cdot \frac{I}{\sqrt{E_f}}, \qquad \text{(II-3)}$$

où q est la charge d'un électron ; m, I et  $E_f$  sont respectivement la masse, l'intensité équivalente et l'énergie des particules du faisceau.

Le ratio entre la valeur du puits de potentiel déduit à partir de l'intensité mesurée *lfc* (puits de potentiel après compensation) et le puits de potentiel initial déduit de l'équation (II-3) donne la valeur du degré de CCE fournie par l'interface de l'analyseur 4 grilles.

# II.4.4. Les limites de l'analyseur 4 grilles

Nous détaillons dans cette partie les conditions susceptibles d'altérer significativement les mesures relevées par l'analyseur 4 grilles.

### • Tension limite de la grille 3

La valeur limite de la tension  $V_{grille3}$  est définie par la capacité de l'alimentation de l'analyseur 4 grilles. Cette tension ne dépasse pas 65 V. Par conséquent, les mesures de CCE, avec des configurations présentant des puits de potentiel assez importants, ne seront pas fiables <sup>6</sup>.

### • Condition d'uniformité de la distribution du faisceau

Essayons d'estimer les conséquences de l'hypothèse d'uniformité de la distribution du faisceau sur le calcul du degré de CCE.

L'expression du puits de potentiel, illustrée par l'équation (II-3) dans le cas de faisceau uniforme, peut être généralisée pour d'autres types de distributions. Considérons la formule suivante comme modèle de distributions volumiques du faisceau :

$$\rho(r) = \rho_n(r) = \rho_n(0) \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R_f}\right)^n\right].$$
(II-4)

Nous vérifions que, si n tend vers l'infini, l'expression (II-4) décrit un faisceau uniforme. D'autre part, la distribution est de plus en plus piquée quand n décroît et tend vers 0.

Une nouvelle formulation du puits potentiel  $\Delta U$ , basée sur l'expression (II-4), s'écrit [9] :

$$\Delta U = U_{R_f} - U_{R_0} = \frac{n+2}{n+4} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \sqrt{q/m}} \cdot \frac{I}{\sqrt{E_f}} . \tag{II-5}$$

Il est facile de vérifier que, si n tend vers l'infini, les deux expressions du puits de potentiel (II-5) et (II-3) deviennent identiques.

En appliquant la même définition de degré de compensation, utilisée avec l'analyseur 4 grilles (ratio entre puits de potentiels), des calculs analytique et numérique [9] démontrent une divergence entre les valeurs de ce degré en fonction de la distribution du faisceau (ce faisceau est considéré toujours uniforme dans le cas de l'analyseur). Dans le cas, par exemple, d'un faisceau à distribution initiale parabolique (n=2), l'écart entre les deux degrés de compensation (comparaison avec le cas du faisceau considéré initialement uniforme) peut dépasser 10%.

Compte tenu de la variation possible de la distribution des faisceaux étudiés, les valeurs du degré de CCE, fournies actuellement par l'interface de l'analyseur 4 grilles, sont à considérer avec un peu de réserve. Par ailleurs, les mesures directes effectuées par l'analyseur (mesure du courant *lfc* et déduction du puits de potentiel dans le faisceau) restent fiables pour des comparaisons avec d'autres travaux.

### Influence d'un champ magnétique sur la mesure

Les diagnostics de caractérisation de faisceaux (notamment l'analyseur 4 grilles) peuvent être montés avant le premier solénoïde de la LBE d'IPHI. A cet emplacement, distant d'environ 40 cm du centre du solénoïde, la valeur du champ magnétique de fuite reste considérable pour des intensités fonctionnelles  $I_{sol}$  de l'ordre de 150 A (cf. Figure II-11).

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Le puits de potentiel initial d'un faisceau de protons de 100 mA, 95 keV est d'environ 210 V. La limite de 65 V au niveau de la grille 3 implique des degrés de CCE mesurés toujours supérieurs à 70%.

Nous étudions dans cette partie la dynamique d'un ion secondaire  $H_2^+$  dans un champ magnétique et avec une charge d'espace équivalente à celle d'un faisceau de protons de 10 mA et de 95 keV<sup>7</sup>. Le champ magnétique longitudinal sera de 0.01 T (valeur relevée à 40 cm du centre du solénoïde et pour  $I_{sol}=177 A$ ).



Figure II-11 : Champ magnétique longitudinal produit par un solénoïde de la LBE d'IPHI, sur l'axe mécanique, pour les intensités fonctionnelles 122 A et 177 A. Le calcul du champ est réalisé avec le code OPERA-2D [10].

Cadre de l'étude

La différence entre l'énergie d'un ion éjecté à partir du centre du faisceau et d'un deuxième éjecté à partir du bord donne la valeur du puits de potentiel. Partant de cette règle, nous essayerons de modéliser la valeur du puits de potentiel, mesurée par l'analyseur 4 grilles, à partir d'un calcul de la dynamique de deux ions créés sur l'axe et sur le bord d'un faisceau. Ces ions seront à vitesse initiale nulle et placés dans le champ électromagnétique décrit précédemment.



Figure II-12: Potentiel électrostatique du faisceau continu de 10 mA, 95 keV et de 3cm de rayon

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Cette charge d'espace est équivalente à la charge d'espace d'un même faisceau de *100 mA* compensée uniformément à *90 %*.

Le calcul analytique du potentiel électrostatique (calcul détaillé dans le **chapitre 3**), pour un faisceau de proton de 10 mA, 95 keV, 3 cm de rayon et dans une chambre à vide de 10 cm de rayon, donne un puits de potentiel dans le faisceau de 21 V (cf. Figure II-12).

Les différentes dynamiques, illustrées dans cette section, sont le résultat du modèle mono-particulaire introduit dans le **chapitre 3** (modèle utilisant la routine d'intégration du mouvement et la routine de répartition du champ électromagnétique du code CARTAGO).

### <u>Résultats</u>

Une validation rapide du paramétrage numérique et de la technique de mesure du puits de potentiel consistait à vérifier la valeur de la différence entre l'énergie d'un ion éjecté à partir du centre du faisceau et d'un deuxième éjecté à partir du bord en absence de champ magnétique. Pour cela nous avons simulé la dynamique de deux ions  $H_2^+$  créés respectivement sur l'axe et sur le bord du faisceau de 10 mA (potentiel correspondant illustré par la Figure II-12). Les deux ions sont éjectés vers l'extérieur du faisceau suivant une trajectoire linéaire. Le premier ion, créé sur l'axe, voit son énergie croître (pour chaque nouvelle position dans le potentiel de CE) et atteint la chambre à vide avec une énergie cinétique de 70.8 eV (la dynamique dans le plan transverse à la direction du faisceau est illustrée par la Figure II-13). Etant donné que la vitesse de l'ion est portée par la direction de  $\vec{u}_r$ , la totalité de l'énergie cinétique est comprise dans la composante radiale de cette vitesse.



Figure II-13 : Dynamique transverse d'un ion créé sur l'axe du faisceau de 10 mA (B<sub>magnét</sub> nul).

Le deuxième ion, créé sur le bord du faisceau (r=0.03 m) atteint la chambre à vide avec une énergie cinétique, aussi radiale, de **50.1** eV. Ces deux valeurs d'énergie cinétique peuvent être vérifiées directement sur la Figure II-12. L'énergie acquise par chaque ion correspond à la différence de potentiels entre sa position de création et le rayon de la chambre à vide. Nous vérifions aussi que le puits de potentiel dans le faisceau correspond à 21 V (nous obtenons numériquement : 20.7 eV = 70.8 - 50.1 eV).

La vérification de l'effet du champ magnétique sur la dynamique des ions  $H_2^+$  est réalisée en plaçant ces particules dans le champ de fuite du solénoïde. Le champ magnétique longitudinal, présent dans la section étudiée, est de 0.01 T. Les deux ions créés sur l'axe et sur le bord du faisceau sont éjectés vers la paroi interne chambre à vide (cf. Figure II-14). Leurs trajectoires ne sont plus, par contre, linéaires. Comme conséquence, la valeur de la vitesse portée par la direction de  $\vec{u}_{\theta}$  devient non nulle et l'énergie cinétique totale, acquise par la charge d'espace, est répartie entre les deux directions radiale et orthoradiale.



Figure II-14 : Dynamiques transverses de deux ions créés respectivement sur l'axe (figure à droite) et sur le bord (figure à gauche) du faisceau de 10 mA. Le champ magnétique longitudinal est de 0.01 T.

Les deux ions, créés sur l'axe et sur le bord du faisceau, atteignent la chambre à vide avec une énergie cinétique radiale (déduite de la vitesse suivant  $\vec{u}_r$ ) respectivement égale à **64.5** eV et **46.2** eV. Ces deux valeurs d'énergie ne correspondent pas à celles obtenues sans champ magnétique. Les puits de potentiel déduits des ces deux valeurs, avec et sans champ magnétique, sont respectivement de 18.3 V et de 20.7 V. Ce qui implique aussi une erreur sur le calcul du degré de CCE.

### **Conclusion**

Dans une section sans champ, un ion éjecté par la charge d'espace d'un faisceau arrive sur les parois de la chambre à vide avec une énergie cinétique dépendante de sa position de création. Cette énergie est portée suivant la direction radiale de  $\vec{u}_r$ . En présence d'un champ magnétique, la trajectoire de l'ion se caractérise par une courbure réduisant la valeur de l'énergie cinétique suivant cette dernière direction. La conception de l'analyseur 4 grilles implique la mesure de l'énergie cinétique d'un ion uniquement suivant la direction radiale. Cette énergie est égale à l'énergie totale et donc à la profondeur du puits parcouru dans le cas d'une section sans champ. Les calculs de cette partie montrent qu'un champ magnétique réduit considérablement la valeur de l'énergie cinétique portée radialement par un ion et altère par conséquent les mesures de CCE relevée par l'analyseur 4 grilles.

# **II.5.** Conclusions du chapitre

Ce chapitre a permis de présenter le cadre expérimental des travaux de caractérisation de faisceaux que nous avons réalisé et qui prépareront la confrontation des résultats de modélisation. Dans les premières sections de ce chapitre, nous avons essayé de souligner les paramètres typiques des faisceaux d'hydrogène produits par la source SILHI. Des faisceaux de 100 mA et de 95 keV seront pris comme référence dans les travaux de modélisation qui vont suivre.

La description et l'étude des limites des diagnostics employés étaient essentielles pour anticiper la confrontation expérimentale de la modélisation de la dynamique d'un faisceau dans la LBE d'IPHI.

# Bibliographie

- [1] CEA-CNRS, Cahier des charges du prototype IPHI, DSM/DIR 97.0122, 18 février 1997.
- [2] P.Y. Beauvais, *Recent evolution in the design of the French high intensity proton injector*, Proceedings of the European Particle Accelerator Conference (EPAC 04), *Lucerne*, (European Physical Society Accelerator Group, 2004), p. 1273–1275.
- [3] R. Duperrier, Thèse, n° 6190, Université de Paris XI Orsay, Dynamique de faisceaux intenses dans les RFQ, (2000).
- [4] B. Pottin, Thèse, Université de Paris XI Orsay, *Etude d'un profileur optique de faisceaux intenses de protons par absorption laser*, (2001).
- [5] P.Spädtke, AXCEL User Manuel, version 3.43.
- [6] O. Delferriere, Filtre de Wien pour la source SILHI, Rapport DSM/GECA/96-16, (1996).
- [7] N. Pichoff, *Some words about the comparison between the radial emittance and the axial emittance*, Note interne DSM/DAPNIA/SEA.
- [8] J. Sherman et al., *H- beam neutralization measurements with a gridded-energy analyzer, a noninterceptive beam diagnostic*, Proceeding of the International Linear Accelerator Conference (LINAC 88), *Williamsburg*, VA, October 3-7, (1988).
- [9] R. Duperrier, Note technique, Calcul de potentiels électrostatiques pour l'évaluation du taux de compensation de la charge d'espace dans le cas d'un faisceau à symétrie de révolution invariant en longitudinal (EDMS IPHI-Source / LBE-Transport faisceau, 11-2004), EDMS Id I-004164.
- [10] OPERA-2D, OPERA-3D Vector Fields Ltd, Oxford-UK.

# **Chapitre III**

# Etude mono-particulaire de la dynamique du plasma créé

III.1. DIST	TRIBUTIONS DES CHAMPS EXTERIEURS	44
III.1.1.	Distribution du champ magnétique	44
III.1.2.	Distribution du champ électrique	46
III.2. DYN MAG	NAMIQUE DES PARTICULES SECONDAIRES AVEC ET SANS CHAMP GNETIQUE ET EN ABSENCE DE CHARGE D'ESPACE	47
III.2.1.	Etude en absence de champ magnétique : $z \cong 0.1 m$	47
III.2.2.	Etude au milieu du solénoïde : $z \approx 0.9 m$	48
III.2.3.	Etude dans le champ de fuite du solénoïde: $z \in [0.3, 0.9 m]$	50
III.3. DYN	NAMIQUE DES PARTICULES SECONDAIRES AVEC ET SANS CHAMP	
MAG	GNETIQUE ET AVEC CHARGE D'ESPACE	53
III.3.1.	Etude en absence de champ magnétique : $z \cong 0.1 m$	53
III.3.2.	Etude au milieu du solénoïde : $z \approx 0.9 m$	54
III.3.3.	Etude dans le champ de fuite du solénoïde: $z \in [0.3, 0.9 m]$	56
III.4. CON	ICLUSIONS DU CHAPITRE	58

# Chapitre III

# Etude mono-particulaire de la dynamique du plasma créé

Le but de ce chapitre est de donner un aperçu sur la dynamique du plasma résiduel caractérisant le processus de compensation de la charge d'espace. Le mouvement de toute particule chargée du plasma résiduel dépend de la distribution des champs électriques et magnétiques extérieurs ainsi que des conditions initiales de création de cette particule. Pour simplifier cette étude, seuls les champs électrique et magnétique produits respectivement par un faisceau rigide et par un solénoïde de focalisation sont pris en considération. Etant les principales particules chargées du plasma résiduel, seuls les électrons et les ions  $H_2^+$  sont étudiés dans ce chapitre.

Nous commençons, dans un premier temps, par l'étude de la dynamique d'un électron et d'un ion  $H_2^+$  dans un champ magnétique comparable à celui des solénoïdes de la LBE d'IPHI. L'effet du champ électrique produit par un faisceau rigide de protons sur ces dynamiques est rajouté dans la deuxième partie de l'étude.

Les différents résultats obtenus sont utilisés dans le calage des paramètres numériques du code multi-particulaire (maillage, pas de calcul, constantes de temps...). Ils sont utilisés également pour prédire approximativement le comportement global des espèces secondaires chargées (les électrons et les ions  $H_2^+$ ) et pour valider les premiers résultats du code.

Pour préparer les validations avec le cas des faisceaux de la LBE d'IPHI, la dynamique des particules secondaires est calculée pour un faisceau de protons continu d'intensité 100 mA et d'énergie 95 keV.

# **III.1.** Distributions des champs extérieurs

### III.1.1. Distribution du champ magnétique

La carte de champ magnétique est calculée analytiquement à partir des paramètres géométriques simplifiés des solénoïdes de la LBE. Un modèle plus précis du champ magnétique (incluant les effets des structures de blindage) est calculé par le code OPERA-2D [1] pour les études approfondies de transport de faisceaux.

Le calcul du champ magnétique hors axe est déduit à partir son expression sur l'axe de révolution (z,z') (voir le choix des axes dans la figure III.1.1.1). L'expression du champ sur l'axe (z,z') est reprise dans la plupart des références standards de magnétostatique [2] avec l'application de la loi de Biot et Savart et en passant par le cas des bobines de Helmholtz. La formule communément utilisée est :

$$B_{z}(z,r=0) = \frac{\mu_{0} \cdot Nbr_{spire} \cdot I_{Sol}}{2 \cdot L_{Sol}} \left[ \frac{\frac{L_{Sol}}{2} - (z - z_{Sol})}{\sqrt{\left(\frac{L_{Sol}}{2} - (z - z_{Sol})\right)^{2} + R_{Sol}^{2}}} + \frac{\frac{L_{Sol}}{2} + (z - z_{Sol})}{\sqrt{\left(\frac{L_{Sol}}{2} + (z - z_{Sol})\right)^{2} + R_{Sol}^{2}}} \right]$$
(III.1.1)

où  $B_z$  (en *Tesla*) est le champ magnétique longitudinal sur l'axe (z,z');  $\mu_0$  (en  $N.A^{-2}$ ) est la perméabilité magnétique du vide;  $L_{Sol}$  (en *m*) et  $I_{Sol}$  (en *A*) sont respectivement la longueur et le courant et du solénoïde;  $R_{Sol}$  (en *m*) et  $Nbr_{spire}$  sont respectivement le rayon et le nombre de spires de la bobine équivalente;  $z_{Sol}$  (en *m*) est la position longitudinale du centre du solénoïde.



Fig. III.1.1.1 : Domaines d'étude des différentes dynamiques mono-particulaire.

Le champ magnétique longitudinal d'un solénoïde de longueur 0.5 m, de 552 spires et centré autour de la position longitudinale z = 0.92 m est reporté dans la figure III.1.1.2, suivant la formule (III.1.1.1), pour l'intensité fonctionnelle de 177 A. Le rayon moyen du bobinage a été ajusté à 0.08 m afin de reproduire la carte de champ calculée avec les structures de blindage.



Fig. III.1.1.2 : Champ longitudinal sur l'axe de révolution des solénoïdes de la LBE d'IPHI.

Le choix de décomposition du champ magnétique dans un repère cylindrique (cf. Figure III.1.1.1) est impliqué par la propriété d'axisymétrie caractérisant le champ magnétique d'un solénoïde. Les expressions générales des deux composantes radiale et longitudinale  $B_r(r,z)$  et  $B_z(r,z)$  peuvent être déduites à partir du champ longitudinal  $B_z(r=0)$  calculé au voisinage l'axe (z,z'). Ces expressions sont [3] :

$$\begin{cases} B_{z}(r,z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i}}{(i!)^{2}} \cdot (\frac{r}{2})^{2 \cdot i} \cdot \frac{\partial^{2 \cdot i} B_{z}(0,z)}{\partial z^{2 \cdot i}} \\ B_{r}(r,z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i}}{i! \cdot (i-1)!} \cdot (\frac{r}{2})^{2 \cdot i-1} \cdot \frac{\partial^{2 \cdot i-1} B_{z}(0,z)}{\partial z^{2 \cdot i-1}} \end{cases}$$
(III.1.12)

Utilisant les paramètres du solénoïde listés au début de cette section, on vérifie facilement que les cartes (r,z) de l'expression (III.1.1.2) peuvent être reproduites avec une bonne précision à partir du développement au troisième ordre. Cette approximation et d'autant plus juste que l'on s'approche de l'axe (z,z'). Les deux expressions de  $B_r$  et  $B_z$  utilisées dans le reste de cette étude sont :

$$\begin{cases} B_z(r,z) = B_z(0,z) - \frac{r^2}{4} \cdot \frac{\partial^2 B_z(0,z)}{\partial z^2} \\ B_r(r,z) = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z(0,z)}{\partial z} + \frac{r^3}{16} \cdot \frac{\partial^3 B_z(0,z)}{\partial z^3} \end{cases}$$
(III.1.13)

A partir de ces deux dernières expression de  $B_r$  et  $B_z$ , on peut distinguer trois domaines particuliers caractérisant la carte du champ magnétique. Au milieu du solénoïde, la dérivée du

champ magnétique longitudinale sur l'axe est nulle (cf. Figure III.1.1.2). Les composantes  $B_r$  et  $B_z$  prennent alors des valeurs constantes. Ce domaine est schématisé par la zone 2 dans la figure III.1.1.2. Dans les champs de fuite du solénoïde, le champ magnétique varie en fonction des positions radiale et longitudinale et ne devient négligeable qu'à partir de  $\cong 1 m$  du milieu. Ces deux domaines sont respectivement schématisés par la zone 3 et la zone 1. La dynamique des électrons et des ions  $H_2^+$  sera étudiée séparément dans les trois zones décrites.

## III.1.2. Distribution du champ électrique

On suppose dans cette partie que le champ électrique appliqué sur les particules chargées du gaz résiduel est produit uniquement par la charge du faisceau. Pour simplifier l'étude, ce faisceau est considéré circulaire, uniforme et invariant suivant le sens de propagation  $u_z$ . La chambre à vide est également considérée circulaire et d'ouverture constante suivant la direction du faisceau. Les rayons respectifs de la chambre et du faisceau sont  $R_c$  et  $R_f$ .

En appliquant le théorème de Gauss dans le système cylindrique, ayant pour axe de révolution l'axe (z,z') de la figure III.1.1.1, on détermine l'expression radiale du champ électrique :

$$\begin{cases} E(r) = \frac{I_f}{2 \pi \varepsilon_0 v_f} \cdot \frac{r}{R_f^2} & \text{si } r \le R_f \\ E(r) = \frac{I_f}{2 \pi \varepsilon_0 v_f} \cdot \frac{1}{r} & \text{si } r \ge R_f \end{cases}$$
(III.1.2.1)

où  $\varepsilon_0$  (en  $N.m^2$ ) est la permittivité du vide ;  $I_f$  (en A) et  $v_f$  (en  $m.s^{-1}$ ) sont respectivement le courant et la vitesse du faisceau.

Le potentiel de charge d'espace produit par le faisceau peut être déduit par intégration de l'expression du champ électrique suivant la relation :

$$\vec{E}(r) = -\operatorname{grad}(V). \tag{III.1.2.2}$$

Les constantes d'intégrations sont fixées par la condition de potentiels nuls sur les parois de la chambre à vide (V(r)=0 pour  $r=R_c$ ) et par la condition de continuité à  $r=R_f$ . L'expression radiale du potentiel électrique est ainsi :

$$\begin{cases} V(r) = \frac{I_f}{2 \pi \varepsilon_0 v_f} \cdot \left(\frac{-r^2}{2R_f^2} + Log(\frac{R_c}{R_f}) + \frac{1}{2}\right) & \text{si } r \le R_f \\ V(r) = \frac{I_f}{2 \pi \varepsilon_0 v_f} \cdot Log(\frac{R_c}{r}) & \text{si } r \ge R_f \end{cases}$$
(III.1.2.3)

La figure III.1.2.1 illustre l'évolution radiale du champ électrique (en volts/mètres) et du potentiel électrique (en volts), d'un faisceau de protons (100 mA, 95 keV, et de rayon 3 cm), dans une chambre à vide de rayon 10 cm.

Dans le cas d'un faisceau rigide (charge d'espace constante), des énergies supérieures à  $500 \ eV$  seront requises pour qu'un électron créé dans l'espace du faisceau atteigne les parois de la chambre à vide (la différence de potentiel entre le bord du faisceau et l'ouverture de la chambre dans la figure III.1.2.1.b est de  $500 \ V$ ). Etant donné l'ordre de grandeur des énergies initiales, acquises après ionisation, tous les électrons créés restent piégés par le potentiel produit par le faisceau rigide.



Fig. III.1.2.1 : Charge d'espace d'un faisceau de protons uniforme de rayon 0.03 m dans une chambre à vide de rayon interne 0.1 m.

Dans ce qui suit nous commençons par l'étude de la dynamique d'un électron et d'un ion  $H_2^+$  dans les trois domaines du champ magnétique schématisés par la figure III.1.1.2. Cette première partie ne tient compte que de l'effet magnétique (la charge d'espace du faisceau est supposée parfaitement compensée, ce qui annule le champ électrique dans l'espace étudié). Dans la deuxième partie, l'effet électrique de cette charge d'espace est inclus.

Etant donné la possibilité de calcul analytique de ces premières dynamiques à étudier, nous essayerons de valider certaines routines du code multi-particulaire CARTAGO. Pour cela, une modélisation numérique de chacune des dynamiques traitées sera effectuée en utilisant une routine de numérisation des champs électrique et magnétique et la routine d'intégration du mouvement (la structure de toutes les routines numériques est détaillée dans le **Chapitre 4**).

# III.2. Dynamique des particules secondaires avec et sans champ magnétique et en absence de charge d'espace

Au moment de l'ionisation d'une molécule du gaz résiduel, les particules secondaires produites acquièrent des énergies initiales suivant un spectre en énergie bien déterminé (cette partie est détaillée dans le **Chapitre 4**). Pour simplifier l'étude dans ce chapitre, les particules secondaires sont toutes créées avec une énergie initiale constante de *10 eV*.

### III.2.1. Etude en absence de champ magnétique : $z \cong 0.1 m$

En absence du champ magnétique B et du champ électrique E, toute particule créée par ionisation du gaz résiduel se déplace librement sur une trajectoire linéaire suivant la direction de sa vitesse initiale. Le temps mis par cette particule pour atteindre les parois internes de la chambre à vide dépend de la distance parcourue d (en m) et de son énergie cinétique initiale d'ionisation T (en eV). La valeur de ce temps est déterminante pour l'analyse du comportement des particules secondaires dans le régime transitoire de la CCE. Ces particules étant non relativistes (énergie cinétique initiale de l'ordre de  $10 \ eV$ ), ce temps de parcours t (en s) peut s'exprimer par :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{d}{c} \cdot \sqrt{\frac{E_0}{2 \cdot T}}$$
(III.2.1.1)

où v (en  $m.s^{-1}$ ) est la vitesse de la particule ;  $E_0$  (en eV) son énergie au repos et c la vitesse de la lumière (en  $m.s^{-1}$ ).

<u>A.N</u>: Avec une énergie initiale (radiale) de 10 eV, l'électron et l'ion  $H_2^+$  parcourent la distance entre l'axe du faisceau et le bord de la chambre (d = 0.1 m) respectivement en 50 ns et 3  $\mu$ s.

Les résultats de cette première étude élémentaire donnent une idée sur le pas de calcul numérique pour ces études de dynamiques. Le choix d'un pas de calcul de 0.1 ns a permis de confirmer numériquement la dynamique et le temps de parcours d'un électron et d'un ion  $H_2^+$ .

### III.2.2. Etude au milieu du solénoïde : $z \cong 0.9 m$

En absence du champ électrique E, la particule chargée n'est soumise qu'à la force d'origine magnétique  $F_{magn}$  (en N) décrite par la relation :

$$\vec{F}_{magn} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$
(III.2.2.1)

où v et q sont respectivement la vitesse (en  $m.s^{-1}$ ) et la charge de la particule ( $q=\pm 1.6 \ 10^{-19}C$ ).

A partir de l'équation (III.2.2.1), nous déduisons que le scalaire  $\vec{F} \cdot \vec{v}$  est nul, et par conséquent que l'énergie cinétique de la particule étudiée est constante (l'énergie potentielle étant nulle). Dans ce cas d'étude, la vitesse v de la particule est donc constante.

L'expression (III.2.2.1) peut être aussi exprimée en fonction de la quantité de mouvement de la particule  $\vec{P} = m \cdot \vec{v}$  (cas non relativiste). Cette expression devient :

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \tag{III.2.2.2}$$

En explicitant  $\vec{B}$  dans le repère cylindrique  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ , et en incluant l'expression de la pulsation cyclotron de la particule :

$$\omega_c = \frac{q \cdot B}{m}$$

l'équation (III.2.2.2) devient :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \omega_c \cdot \vec{v} \wedge \vec{u}_z \tag{III.2.2.3}$$

Soit  $\vec{u}_T$  un vecteur normal à  $\vec{B}$  ( $\vec{u}_T$  s'écrivant sous la forme  $\vec{u}_T = a \cdot \vec{u}_r + (1-a) \cdot \vec{u}_{\theta}$  où  $0 \le a \le 1$ ). La vitesse  $\vec{v}$  peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{v} = v_{\prime\prime} \cdot \vec{u}_z + v_\perp \cdot \vec{u}_T$$
 (III.2.2.4)

En utilisant cette décomposition de  $\vec{v}$ , l'expression de  $\frac{d\vec{v}}{dt}$  s'écrit :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_{\perp}}{dt} \cdot \vec{u}_T + \frac{dv_{\parallel}}{dt} \cdot \vec{u}_z$$
(III.2.2.5)

Nous déduisons à partir de (III.2.2.2) que  $\frac{d\vec{v}}{dt}$  est normal à  $\vec{B}$  et par conséquent à  $\vec{u}_z$ . Ainsi, et d'après (III.2.2.5), le terme  $\frac{dv_{ll}}{dt}$  est nul. La vitesse de la particule, portée par les lignes de champ  $\vec{B}$ , est donc constante. La dynamique est caractérisée ainsi par un mouvement rectiligne uniforme suivant la direction de  $\vec{B}$ . La valeur de la vitesse  $v_{ll}$  est égale à la vitesse de la particule acquise initialement suivant  $\vec{u}_z$ .

La vitesse de la particule dans le plan transverse aux lignes de champ magnétique est  $\vec{v}_{\perp}$ . La norme de cette vitesse est constante (nous venons de montrer que v et  $v_{\mu}$  sont constantes). D'après l'équation (III.2.2.3), la vitesse  $v_{\perp}$  vérifie:

$$v_{\perp} \cdot \frac{d\vec{u}_T}{dt} = \omega_c \cdot v_{\perp} \cdot \vec{u}_T \wedge \vec{u}_z$$
(III.2.2.6)

Soit dl le déplacement élémentaire de la particule dans le plan transverse aux lignes de champ magnétique  $(\vec{u}_r, \vec{u}_{\theta})$ ;  $\rho$  son rayon de courbure et  $\theta$  l'angle compris entre les vecteurs  $\vec{u}_r$  et  $\vec{u}_r$  (cf. Figure III.2.2.1).



Fig. III.2.2.1 : Déplacement de la particule dans le plan transverse aux lignes de champ  $\vec{B}$ .

En utilisant les notations de la figure III.2.2.1, l'expression de la dérivée du vecteur  $\vec{u}_T$  peut être développée sous la forme :

$$\frac{d\vec{u}_T}{dt} = \frac{d\vec{u}_T}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dl} \cdot \frac{dl}{dt}$$

$$= (\vec{u}_T \wedge \vec{u}_z) \cdot \frac{1}{\rho} \cdot v_\perp$$
(III.2.2.7)

Les deux expressions (III.2.2.6) et (III.2.2.7) permettent de déduire la relation :

$$\rho = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \tag{III.2.2.8}$$

A partir de la relation (III.2.2.8), nous déduisons que le rayon de courbure  $\rho$ , caractérisant la trajectoire de la particule chargée, est une grandeur constante. Le mouvement de cette particule dans le plan  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$ , normal aux lignes de champ magnétique, est ainsi un mouvement circulaire uniforme de rayon de courbure  $\rho$  et de vitesse angulaire constante  $\omega_c$ . Le sens de la rotation de la particule dans ce dernier plan est défini par le signe de la charge q. Il correspond au sens trigonométrique direct par rapport à la direction de  $\vec{B}$  dans le cas des électrons.

La combinaison des deux précédentes études de dynamiques, perpendiculairement et parallèlement aux lignes de champ magnétique, permet de conclure que le mouvement d'une particule chargée dans un champ  $\vec{B}$  uniforme et constant (cas du milieu du solénoïde) est une hélice autour des lignes de champ.

Le rayon de courbure de ce mouvement peut être déduit de la relation :

$$\rho = \frac{p_{\perp}}{q \cdot B} = \frac{\sqrt{2 \cdot E_0 \cdot T_{r0} + T_{r0}^{-2}}}{B \cdot c}$$
(III.2.2.9)

où  $E_0$  et  $T_{r0}$  sont respectivement l'énergie au repos et l'énergie initiale transverse.

<u>A.N</u>: Les rayons de courbure d'un électron et d'un ion, au centre du solénoïde  $(B=B_z=0.234 T)$  et avec une énergie initiale  $T_{r0}=10 \ eV$ , sont respectivement (cf. Eq (III.2.2.9))  $45\mu m$  et 2.7mm.

La figure III.2.2.2 illustre le calcul numérique de la dynamique de ces deux particules, créées avec les coordonnées transverses (x=0.02 m, y=0.02 m) et la répartition de l'énergie initiale  $T_{x0}=T_{y0}=5 \text{ eV}$ .



(a) Dynamique d'un électron

(b) Dynamique d'un ion  $H_2^+$ 

Fig. III.2.2.2 : Dynamiques transverses des particules chargées (pendant  $1 \ \mu s$ ) au milieu du solénoïde (B=0.234 T) et en absence de champ électrique.

Nous retrouvons sur la figure III.2.2.2 les mêmes valeurs numériques du rayon des trajectoires circulaires parcourues par l'électron et par l'ion  $H_2^+$ . Le temps  $t_k$  (en s) mis par chacune de ces particules, pour effectuer une seule oscillation circulaire, est vérifié par comparaison avec les valeurs données par la relation :

$$t_{k} = \frac{2 \pi \rho_{k}}{c \cdot \sqrt{2 T_{r0} / E_{0k}}}$$
(III.2.2.10)

où  $E_{0_k}$  et  $\rho_k$  sont respectivement l'énergie au repos et le rayon de courbure de la particule. Les deux périodes d'oscillation circulaire de l'électron et l'ion  $H_2^+$  sont respectivement 0.15 ns et 560 ns.

## III.2.3. Etude dans le champ de fuite du solénoïde: $z \in [0.3, 0.9 m]$

Contrairement à l'étude de la section III.2.2, le champ magnétique dans cette partie sera non uniforme dans l'espace avec une composante radiale  $B_r$  non nulle. Les effets du champ électrique ne seront pas pris en considération (E=0).

Pour des raisons de symétrie de la distribution du champ **B**, le repère cylindrique  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$  de la figure III.1.1.1 est repris dans cette section. Le développement des équations du mouvement des particules chargées dans cette base s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases}
O\vec{M} = \rho \, \vec{u}_r + z \, \vec{u}_z \\
\vec{v} = \dot{\rho} \, \vec{u}_r + \rho \, \dot{\theta} \, \vec{u}_\theta + \dot{z} \, \vec{u}_z \\
\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho \, \dot{\theta}^2) \cdot \vec{u}_r + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d}{dt} (\rho^2 \, \dot{\theta}) \cdot \vec{u}_\theta + \ddot{z} \, \vec{u}_z
\end{cases}$$
(III.2.3.1)

où  $O\vec{M}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{a}$  sont respectivement les vecteurs position, vitesse et accélération de la particule.

L'étude réalisée dans cette section est une généralisation des résultats obtenus dans le cas du champ magnétique uniforme. Etant donnée la nature du mouvement d'une particule dans cette

dernière distribution de champ, et d'après les résultas de la section III.2.2, nous déduisons que le mouvement radial (suivant la direction  $\vec{u}_r$ ) est négligeable par rapport au mouvement orthoradial (suivant la direction  $\vec{u}_q$ ).

Pour simplifier l'étude, nous appliquons cette même conclusion dans le cas du champ magnétique uniforme (présentant aussi une faible variation radiale comparée à la variation longitudinale). Ceci nous permet de négliger les expressions de la vitesse radiale  $\dot{\rho}\vec{u}_r$  par rapport à la vitesse orthogonale  $\rho\dot{\theta}\vec{u}_e$ , et de  $\ddot{\rho}$  par rapport à  $\rho\dot{\theta}^2$ .

Compte tenu de ces approximations, l'expression (III.2.3.1) devient :

ſ

$$\begin{cases}
O\vec{M} = \rho \ \vec{u}_r + z \ \vec{u}_z \\
\vec{v} = \rho \ \dot{\theta} \ \vec{u}_\theta + \dot{z} \ \vec{u}_z \\
\vec{a} = -\rho \ \dot{\theta}^2 \vec{u}_r + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d}{dt} (\rho^2 \ \dot{\theta}) \cdot \vec{u}_\theta + \ddot{z} \ \vec{u}_z
\end{cases}$$
(III.2.3.2)

L'expression de la force de Lorentz, déduite à partir de (III.2.3.2), s'écrit :

$$\vec{F} = q \ \vec{v} \wedge \vec{B} = q \cdot (\rho \ \dot{\theta} \ B_z \ \vec{u}_r + \dot{z} \ B_r \ \vec{u}_\theta - \rho \ \dot{\theta} \ B_r \ \vec{u}_z)$$
(III.2.3.3)

D'après la relation fondamentale de la dynamique et l'expression de la composante radiale de  $\vec{a}$  on retrouve par équivalence avec (III.2.3.3) l'expression de la pulsation cyclotron:

$$\omega_c = \left| \dot{\theta} \right| = \frac{q \ B_z}{m} \tag{III.2.3.4}$$

Dans le cadre des approximations décrites précédemment, l'accélération angulaire  $a_{\theta}$  peut être aussi négligée [5]. A partir de cette condition sur la composante  $a_{\theta}$ , nous déduisons que la quantité  $\rho^2 \dot{\theta}$  est une constante du mouvement (conclusion tirée à partir de l'expression de  $a_{\theta}$ dans (III.2.3.3)). L'application de ce dernier résultat dans l'expression (III.2.3.4) implique :

$$\rho^2 B_z = Cte \tag{III.2.3.5}$$

D'autre part, la quantité de flux du champ magnétique  $\vec{B}$  à travers une section droite S d'un tube de champ est calculée par intégration sur cette surface :

$$\phi = \iint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} \cong \pi \ \rho^{2} B_{z} \tag{III.2.3.6}$$

Le résultat de cette intégration montre que le flux du champ  $\vec{B}$ , vue par la particule en mouvement, est constant. Ceci signifie que la trajectoire de cette particule est décrite sur un même tube de champ magnétique ayant un flux constant.

A partir des conclusions précédentes, nous déduisons que la dynamique de la particule est équivalente à un mouvement circulaire de vitesse angulaire  $\omega_c$  et autour d'un centre instantané C (repéré sur l'axe (z,z')). Le centre C est régit d'un mouvement rectiligne suivant la direction de  $\vec{u}_z$  et d'une dérive radiale, en fonction de la courbure des lignes du champ magnétique, suivant la direction de  $\vec{u}_r$ .

La dynamique globale d'une particule chargée, dans le champ de fuite d'un solénoïde, est donc une hélice centrée autour des lignes de force du champ magnétique. Le rayon  $\rho$  caractérisant

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Une étude plus complète de cette dynamique de particules est détaillée dans les références **[4,5]**.

cette hélice évolue en fonction de la variation longitudinale de ce champ (voir l'expression (III.2.3.5)). Ce qui implique une déformation progressive de cette hélice suivant un même tube de champ magnétique.

La figure III.2.3.1 illustre le calcul numérique de la dynamique d'un électron et d'un ion  $H_2^+$ , créées avec les coordonnées transverses (x=0.02 m, y=0.02 m) et la répartition de l'énergie initiale  $T_{x0}=T_{y0}=5 \text{ eV}$ .



Fig. III.2.3.1 : Dynamiques transverses d'un électron (pendant 2 ns) et d'un ion  $H_2^+$  (pendant 4  $\mu$ s) dans le champ de fuite (à 0.2m du milieu du solénoïde) et en absence de champ électrique.

La variation du rayon de courbure de la particule chargée est conditionnée par sa dynamique longitudinale (un déplacement longitudinal implique une variation du champ et donc du rayon de courbure). Le mouvement de translation, caractérisant la dynamique longitudinale, est défini essentiellement par la vitesse initiale acquise suivant la direction de  $\vec{u}_z$ .

Un calcul numérique de la dynamique d'un électron, créé avec une énergie initiale purement longitudinale  $T_{z0} = 30 \ eV$  suivant  $\vec{u}_z$ , confirme la dérive radiale du mouvement suivant les lignes du champ magnétique (cf. Figure III.2.3.1.a: Position radiale *r* par rapport à l'axe (z, z')).



(a) électron créé en  $z_0=0.76m$  avec  $T_{x0}=T_{y0}=0eV$  (b) électron créé en  $z_0=0.57m$  avec  $T_{x0}=T_{y0}=5eV$ 

Fig. III.2.3.1 : Dynamiques (r,z) d'un électron  $(x_0=0.02 \text{ m}, y_0=0.02 \text{ m})$  créé dans le champ de fuite du solénoïde et en absence de champ électrique.

La dynamique longitudinale des particules chargées peut être modifiée (suivant le sens du déplacement) par un mécanisme de réflexion magnétique désigné souvent par l'effet « miroir magnétique » [4]. Ce mécanisme implique une inversion du sens de la vitesse longitudinale de certaines des particules chargées qui se déplaçaient vers le milieu du solénoïde. Les particules créées à la position longitudinale  $z_0$  (correspondant à un champ magnétique  $B=B(z_0)$ ) et avec une vitesse initiale faisant un angle  $\alpha$  avec l'axe (z,z'), supérieure à une valeur limite  $\alpha_{max}$ , sont réfléchies en atteignant le plan de côte longitudinale  $z_2$  (correspondant au champ  $B=B(z_2)$ ).

La valeur limite de l'angle d'incidence  $\alpha_{max}$  et les champs magnétiques aux positions longitudinales  $z_0$  et  $z_2$  sont reliés par l'équation :

$$\sin^2 \alpha_{\max} = B(z_0)/B(z_2)$$
 (III.2.3.7)

La dynamique des particules vérifiant cette condition d'angle d'incidence est une hélice de rayon décroissant. Ce rayon décroît jusqu'à s'annuler au niveau de la côte longitudinale  $z_2$  et la particule reprend alors son mouvement hélicoïde dans le sens longitudinal opposé et avec un nouveau rayon de courbure croissant.

La figure III.2.3.1.b illustre le calcul numérique de la dynamique d'un électron, créé avec la répartition de l'énergie initiale  $T_{x0} = T_{y0} = 5 \ eV$  suivant  $-\vec{u}_r$  et  $T_{z0} = 30 \ eV$  suivant  $\vec{u}_z$ . Le sens du mouvement longitudinal de cet électron s'inverse au niveau de la cote longitudinale  $z = 0.7 \ m$ .

# III.3. Dynamique des particules secondaires avec et sans champ magnétique et avec charge d'espace

Les effets de la charge d'espace d'un faisceau intense de protons sont rajoutés dans cette section. Nous reprenons les mêmes paramètres du faisceau étudié dans la section III.1.2.1 (100 mA, 95 keV et un rayon de 3 cm). Les particules étudiées sont créées dans l'espace du faisceau uniforme avec les mêmes conditions initiales décrites auparavant (l'énergie cinétique d'ionisation est de 10 eV). L'étude sera faite dans les trois zones du champ magnétique schématisées par la figure III.1.2.

### III.3.1. Etude en absence de champ magnétique : $z \cong 0.1 m$

En absence de champ magnétique, la particule chargée n'est soumise qu'à la force électrostatique purement radiale  $\vec{F}_{elect} = q_p \cdot E_f \cdot \vec{u}_r$ ; où  $q_p$  et  $E_f$  sont respectivement la charge de la particule (en *coulomb*) et le champ de charge d'espace (en *V/m*) produit par le faisceau. Etant donnée la propriété radiale de  $\vec{F}_{elect}$ , l'électron (de charge négative) sera soumis à une force toujours attractive vers l'axe de symétrie du faisceau (axe (z,z')); l'ion  $H_2^+$  (de charge positive) sera constamment repoussé vers les parois internes de la chambre à vide.



(a) La direction de la vitesse initiale est radiale (b) La direction de la vitesse initiale est orthoradiale Fig. III.3.1.1 : Dynamiques transverses d'un électron (pendant *100 ns*), dans la charge d'espace du faisceau de protons et avec deux directions différentes de la vitesse initiale.

L'allure de la trajectoire prise par la particule est conditionnée aussi par la direction de la vitesse initiale au moment de l'ionisation (cf. Annexe 1). Si la composante de cette vitesse dans le plan transverse (x,y) est purement radiale, le mouvement de la particule chargée restera porté par l'axe joignant sa position initiale et le centre du faisceau (dans le plan (x,y)). Si la composante orthoradiale de la vitesse initiale  $v_{\theta}$  est non nulle, une courbure suivant la direction

de  $\vec{u}_{\theta}$  caractérisera l'oscillation de l'électron par rapport à l'axe du faisceau et le déplacement de l'ion  $H_2^+$  vers les parois internes de la chambre. Nous démontrons plus loin (cf. **Chapitre 5**) que la distribution radiale de plusieurs électrons ayant tous cette dynamique particulière est creuse à r=0.

La figure III.3.1.1 illustre le calcul numérique de la dynamique d'un électron, créé avec les coordonnées transverses ( $x=0.02 \ m$ ,  $y=0.02 \ m$ ) et avec deux différentes directions initiales d'ionisation : (a)  $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{u}_r$  et (b)  $\vec{v}_0 = -v_0 \cdot \vec{u}_{\theta}$ .

Le calcul numérique de la dynamique d'un ion  $H_2^+$  confirme la conclusion de répulsion radiale vers les parois de la chambre à vide. La durée de vie d'un ion créé, dans la même position transverse de l'électron étudié précédemment, est d'environ 0.5  $\mu$ s. Cette durée varie de quelques 10 ns suivant la direction initiale d'ionisation.

### III.3.2. Etude au milieu du solénoïde : $z \cong 0.9 m$

Dans cette partie du solénoïde, la particule chargée est soumise aux deux champs magnétique et électrique qui sont portés respectivement par la direction de  $\vec{u}_z$  et  $\vec{u}_r$ . Dans cette étude, les deux champs seront considérés statiques et invariants suivant la direction de  $\vec{u}_z$ .

Pour étudier la dynamique d'une particule chargée dans les conditions précédemment décrites, nous reprenons l'expression de l'équation de mouvement :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$
(III.3.2.1)

La complexité de l'étude de la dynamique, avec la superposition du champ électrique, peut être simplifiée en procédant par un changement de référentiel. Les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  seront décrits dans un nouveau référentiel **R'**, caractérisé par un déplacement de vitesse  $\vec{v}_r$  par rapport au référentiel initial. Les expressions des champs électrique et magnétique dans le nouveau référentiel sont notées  $\vec{E}'$  et  $\vec{B}'$ . L'équation de mouvement (III.3.2.1) devient :

$$\frac{d\vec{P}'}{dt} = q \cdot (\vec{E}' + \vec{v}' \wedge \vec{B}') \tag{III.3.2.2}$$

Une transformation de Lorentz appropriée [4] permet de déduire les nouvelles expressions des champs électrique et magnétique dans le référentiel R':

$$\frac{\vec{E}'}{c} = \gamma \cdot (\frac{\vec{E}}{c} + \vec{\beta} \wedge \vec{B}) - \frac{\gamma^2}{\gamma + 1} \vec{\beta} \cdot (\vec{\beta} \cdot \frac{\vec{E}}{c})$$

$$\vec{B}' = \gamma \cdot (\vec{B} - \vec{\beta} \wedge \frac{\vec{E}}{c}) - \frac{\gamma^2}{\gamma + 1} \vec{\beta} \cdot (\vec{\beta} \cdot \vec{B})$$
(III.3.2.3)

où  $\beta$  et  $\gamma$  sont exprimés en fonction de la vitesse de dérive  $\vec{v}_r$  du référentiel  $\mathbf{R}$ ' par rapport au référentiel initial :

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{v}_r}{c}$$
 et  $\gamma^{-2} = 1 - \beta^2$  (III.3.2.4)

Les deux expressions de (III.3.2.3) se simplifient avec le choix d'une vitesse de dérive  $\vec{v}_r$  perpendiculaire au deux champs (choix confirmé plus loin par les résultats numériques):

$$\vec{v}_r = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} \tag{III.3.2.5}$$

La simplification de l'expression des champs  $\vec{E}'$  et  $\vec{B}'$ , avec le nouveau choix de  $\vec{v}_r$ , donne :

$$\begin{cases} \vec{E}' = 0 \\ \vec{B}' = \frac{1}{\gamma} \vec{B} = \left(\frac{B^2 - E^2 / c^2}{B^2}\right)^{1/2} \cdot \vec{B} \end{cases}$$
 (III.3.2.6)

A partir du résultat de l'expression (III.3.2.3), nous constatons que dans le référentiel  $\mathbf{R}'$ , le seul champ actif est un champ magnétique  $\mathbf{B}'$  statique et pointant suivant le même sens du champ initial  $\mathbf{B}$  et avec une intensité pondérée d'un facteur  $\gamma^{-1}$ . Ainsi, la dynamique de la particule chargée dans  $\mathbf{R}'$  est équivalente à celle décrite dans la partie III.2.2 (étude au milieu d'un solénoïde sans charge d'espace). La dynamique est une hélice axée sur les lignes du champ magnétique.

Observé à partir du référentiel initial, cette dynamique hélicoïdale s'accompagne d'une dérive uniforme de vitesse  $\vec{v}_r$  normale à  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  et vérifiant (III.3.2.5). Les expressions des champs dans le repère cylindrique,  $\vec{E}=E_r\vec{u}_r$  et  $\vec{B}=B_z\vec{u}_z$ , permettent de simplifier l'expression de cette vitesse de dérive :

$$\vec{v}_r = -\frac{E}{B}\vec{u}_\theta \tag{III.3.2.7}$$

Notons que cette dérive est indépendante du signe de la charge de la particule.

L'expression de la vitesse  $\vec{v}_r$  montre que le deuxième mouvement, qui va accompagner la dynamique hélicoïdale, est un mouvement circulaire centré par rapport à l'axe du faisceau (axe (z,z')). Nous avons déjà démontré (dans le cas d'étude au milieu d'un solénoïde sans charge d'espace) que le rayon de courbure du mouvement d'un électron induit par le champ magnétique est de l'ordre de quelques 10  $\mu m$ . Cette dynamique est presque imperceptible par rapport au mouvement circulaire, autour de l'axe du faisceau, dont le rayon de courbure peut atteindre quelques *cm*.

La figure III.3.2.1 illustre le calcul numérique des dynamiques d'un électron et d'un ion  $H_2^+$ , créés avec les coordonnées transverses (x=0.02 m, y=0.02 m) et la répartition de l'énergie initiale (suivant la direction de  $\vec{u}_x$  et  $\vec{u}_y$ ) :  $T_{x0}=T_{y0}=5 eV$ .





(b) Dynamique d'un ion  $H_2^+$ 



Malgré la direction radiale de la vitesse initiale acquise par l'ion  $H_2^+$  et l'intensité du champ de charge d'espace au voisinage du bord du faisceau, la force de confinement du champ magnétique <u>empêche cette particule d'atteindre les parois internes de la chambre à vide</u>.

## III.3.3. Etude dans le champ de fuite du solénoïde: $z \in [0.3, 0.9 m]$

La non uniformité du champ magnétique, suivant la direction longitudinale, induit des valeurs non nulles de la composante radiale  $B_r$  (cf. à l'expression (III.1.1.3)). Cette nouvelle composante du champ magnétique est portée par la même direction du champ électrique. Dans ce cas d'étude, le scalaire  $\vec{E} \cdot \vec{B}$  prend toujours des valeurs non nulles et les deux champs électrique et magnétique sont ainsi présents dans tous les référentiels de Lorentz [4]. Cette condition empêche le choix d'un changement de référentiel (solution adoptée dans l'étude au milieu du solénoïde) et rend l'interprétation du comportement de la particule chargée plus complexe.

En se basant sur les résultats précédents, une étude intuitive peut permettre de prédire la dynamique d'une particule dans ce nouveau cas de champs électromagnétiques.

Etant dans le champ de fuite d'un solénoïde, le déplacement de la particule vers le milieu du solénoïde réduit son rayon de courbure et la rapproche de la ligne du champ de guidage. Le déplacement vers l'extérieur du solénoïde limite l'effet du champ magnétique et libère la particule de cette oscillation circulaire. Dans le cas d'un électron, le mouvement induit par le champ électrique est une oscillation autour de l'axe du faisceau. Cette oscillation, circulaire au milieu du solénoïde, devient presque radiale après annulation du champ magnétique.

La dynamique d'un électron dans le champ de fuite (en présence du champ magnétique et du champ électrique) est une dynamique qui reflète les deux comportements au milieu et loin du solénoïde. La dynamique transverse comporte :

- des oscillations par rapport aux lignes de champ magnétique.
- une dérive circulaire par rapport à l'axe du faisceau.
- une oscillation linéaire induite par le champ électrique.

Un calcul numérique de la dynamique transverse d'un électron ( $x_0=0.02 \text{ m}, y_0=0.02 \text{ m}, z_0=0.76 \text{ m}$ ) confirme ces différents comportements (voir figure III.3.3.1.a).



(a) Dynamique transverse  $(T_{x0}=T_{y0}=5eV)$  (b) Dynamique longitudinale en fonction de t ( $\mu s$ )

Fig. III.3.3.1 : Dynamiques transverse et longitudinale d'un électron dans le champ de fuite du solénoïde et avec charge d'espace du faisceau.

Conformément aux études précédentes, la dynamique de l'ion dans cette partie peut être déduite à partir de la dynamique de l'électron en tenant compte de l'inversion du signe de charge et de la rigidité induite par la masse. La dynamique d'un ion  $H_2^+$  reproduit la même allure des trajectoires circulaires de la figure III.3.3.1.a. Cette particule finit par atteindre les parois de la chambre à vide en s'éloignant suffisamment du milieu du solénoïde.

Nous montrons dans ce qui suit que la dynamique longitudinale d'une particule chargée est couplée avec la dynamique transverse. En plus du sens et du module de la vitesse initiale d'ionisation suivant l'axe (z, z'), cette dynamique longitudinale est conditionnée par la dynamique dans le plan transverse à la direction du faisceau.

Le développement de la force de Lorentz dans le repère cylindrique (expression (III.2.3.3)), nous permet de reprendre l'expression de la composante longitudinale suivant l'axe (z, z'):

$$F_z = -q \cdot \rho \cdot \dot{\theta} \cdot B_r \tag{III.3.3.1}$$

où q,  $\rho$  et  $\dot{\theta}$  sont respectivement la charge, le rayon de courbure et la vitesse angulaire de la particule étudiée dans le repère cartésien (cf. Figure. III.2.2.1).

Compte tenu de l'expression de la composante radiale  $B_r$  (déduite de l'expression (III.1.1.3) en négligeant les ordres supérieurs à 2), l'équation (III.3.3.1) devient :

$$F_z = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \rho^2 \cdot \dot{\theta} \cdot \frac{dB_z}{dz}$$
(III.3.3.2)

L'équation (III.3.3.2) montre que le sens de  $F_z$  (par rapport à  $\vec{u}_z$ ) dépend du signe de la charge de la particule, du signe de  $\dot{\theta}$  et de la pente de  $B_z$ .

D'après la carte du champ magnétique longitudinal, tracée dans la figure III.1.1.2, la pente de  $B_z$  est positive dans la première moitié du solénoïde et elle est négative dans la deuxième moitié.

Pour prédire le signe de  $\dot{\theta}$ , nous rappelons que la dynamique de la particule chargée dans un champ magnétique constant est une hélice autour des lignes de force. L'axe de cette hélice reproduit aussi une trajectoire circulaire par rapport à l'axe du faisceau en cas de présence d'un champ électrique. Les résultats de la section III.3.2 montrent que la dérive induite par le champ électrique est indépendante du signe de charge de la particule. Nous reprenons dans la figure III.3.3.2 la dynamique transverse dans le cas d'un électron.



(a) Dynamique sans charge d'espace (b) Dynamique avec charge d'espace

Fig. III.3.3.2 : Dynamiques transverses d'un électron dans un champ magnétique constant.

Dans le cas d'une grande vitesse de dérive <sup>9</sup>, les petites oscillations par rapport aux lignes du champ magnétique deviennent négligeables par rapport à la grande oscillation autour de l'axe du faisceau. Dans ce cas, le signe de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}$  reste invariant et il est négatif dans le cas des électrons et des ions  $H_2^+$ .

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Plus le champ *E* est grand et le champ *B* est faible, plus la vitesse de dérive  $v_r = -\frac{E}{B}$  est importante.

L'étude du signe de  $\frac{dB_z}{dz}$  et de  $\dot{\theta}$  montre qu'un électron (charge négative) subit une force longitudinale  $F_z$  de même sens que  $\vec{u}_z$ , dans la première moitié du solénoïde, et dans le sens opposé de  $\vec{u}_z$  dans la deuxième moitié. Ce changement de signe de la force  $F_z$  induit un mouvement d'oscillation longitudinale de l'électron par autour de la zone centrale du solénoïde. Une illustration de cette oscillation longitudinale est démontrée par la figure III.3.3.1.b dans le cas d'un électron créé avec une énergie initiale de 30 eV suivant  $\vec{u}_z$ .

# III.4. Conclusions du chapitre

L'objectif de ce chapitre était de donner une idée préliminaire sur la dynamique des particules du plasma résiduel dans les champs, à symétrie de révolution, produits par un solénoïde et par la charge d'espace d'un faisceau de protons.

Dans une première étape, nous avons reproduit le mouvement classique des particules chargées dans le champ unique du faisceau. Ces particules sont attirées ou repoussées par le faisceau suivant leurs signes de charge. Nous avons montré que les oscillations transverses des électrons forment souvent une ellipse autour de l'axe du faisceau.

Dans le cas d'un champ électrique nul, toutes les particules finissent par atteindre les parois de la chambre à vide.

En présence d'un champ magnétique suffisamment intense et invariant longitudinalement (conditions vérifiées au milieu du solénoïde), toutes les particules secondaires étudiées restent confinées dans la chambre à vide. La présence du champ électrique du faisceau induit un deuxième mouvement circulaire et n'expulse aucune des particules chargées.

La dynamique dans les champs de fuite du solénoïde est complexe à la fois dans le plan transverse et longitudinal. Elle est caractérisée dans certains cas par une combinaison de plusieurs mouvements circulaires et linéaires dans le plan transverse. L'étude longitudinale montre que les particules chargées peuvent subir un effet miroir magnétique repoussant vers l'extérieur du solénoïde. Dans le cas des électrons, la combinaison du champ électrique et magnétique favorise un mécanisme d'attraction longitudinale vers le centre du solénoïde.

Les résultats de ce chapitre seront utilisés pour interpréter et valider les résultats du modèle multiparticulaire de simulation de transport de faisceaux.

# Bibliographie

- [1] OPERA-2D, OPERA-3D Vector Fields Ltd, Oxford-UK.
- [2] E. Durand, *Magnétostatique* (Masson, Paris, 1968), p.98.
- [3] M. Reiser, *Theory and design of charged particle beams* (Wiley-Interscience Publication, New York, 1994), p.68.
- [4] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, (Wiley & Sons Publication, 3rd edition, New York, 2001), p.590, 595, 586, 588.
- [5] F. Charfi, *Magnétostatique et phénomènes d'induction électromagnétique* (Centre National Pédagogique, Tunisie, code 323102), p.95.

# Annexe 1

# Influence des conditions initiales de création des électrons

Une fois créés, les électrons acquièrent à la fois une énergie potentielle et une énergie cinétique. Les forces attractives de la charge d'espace du faisceau entraînent l'oscillation de ces particules dans le puits de potentiel avec l'énergie totale acquise (cf. Figure A1-1).



Figure A1-1: Oscillation de chaque électron avec une amplitude définie par son énergie totale.

L'énergie potentielle est communiquée à chaque électron par la charge d'espace du faisceau. Elle ne dépend ainsi que de la position de création par rapport à l'axe du faisceau.

L'énergie cinétique est communiquée presque aléatoirement suite au processus d'ionisation. La direction de la vitesse initiale, acquise par l'électron au moment de l'ionisation, est aussi aléatoire. Cette particule est créée avec une énergie cinétique répartie suivant la direction radiale  $(Ec_{rad})$  et la direction orthoradiale  $(Ec_{\theta})$  (cf. Figure A1-2.a).





Dans le cas d'une énergie cinétique nulle ou purement radiale  $(Ec=Ec_{rad})$ , l'électron créé se déplace suivant une trajectoire rectiligne vers l'axe du faisceau sous l'effet de la charge d'espace. Cette trajectoire se caractérise par une courbure, parfois très considérable, si la composante orthoradiale  $Ec_{\theta}$  est non nulle (cf. Figure A1-2.b). La dynamique de l'électron prend alors une allure presque elliptique empêchant son passage par la zone centrale du faisceau.

# **Chapitre IV**

# Le code de transport CARTAGO

IV.1. CA	DRE DE LA SIMULATION ET DES HYPOTHESES	62
IV.1.1.	Hypothèses sur le gaz résiduel	62
IV.1.2.	Hypothèses sur les réactions d'interactions faisceau / gaz résiduel	
IV.1.3.	Hypothèses sur la géométrie du faisceau et de la ligne de transport	63
IV.2. ST	RUCTURE DU CODE DE TRANSPORT CARTAGO	63
IV.3. MC	DELISATION DU PROCESSUS D'IONISATION	64
IV.3.1.	Distribution de l'énergie cinétique initiale	65
IV.3.2.	Répartition des particules produites par ionisation	65
IV.4. MC	DELISATION NUMERIQUE DE LA CHARGE D'ESPACE	66
IV.4.1.	Calcul d'un champ de charge d'espace purement radial	66
IV.4.2.	Calcul d'une charge d'espace à composantes radiale et longitudinale	67
IV.5. INT	FEGRATION DES EQUATIONS DE LA DYNAMIQUE	72
IV.6. GE	STION DES PARTICULES	74
IV.6.1.	La méthode de coalescence	74
IV.6.2.	La méthode des listes prédimensionnées	76
IV.6.3.	Limites numériques des deux méthodes de gestion des particules	77
IV.7. SA	UVEGARDE ET ETUDE DES DONNEES	78
IV.8. CH	AUFFAGE DES PARTICULES PIEGEES	80
IV.9. CO	NCLUSIONS DU CHAPITRE	

# Chapitre IV

# Le code de transport CARTAGO

La fiabilité d'une modélisation de transport de faisceaux est très dépendante du choix des approximations de base. L'utilisation d'une valeur statique de réduction du courant du faisceau pour modéliser le degré de compensation de la charge d'espace est l'une des approximations couramment utilisées dans les modèles de transport. Le couplage entre la dynamique du faisceau et la dynamique des particules résiduelles – déterminant le degré de compensation de ce même faisceau – impose beaucoup de réserve quant aux résultats des modèles utilisant cette dernière approximation.

Le code PIC CARTAGO a été développé dans le but de modéliser le transport d'un faisceau en tenant compte de l'évolution dynamique de la charge associée à l'ionisation du gaz résiduel. Le degré de compensation de la charge d'espace est – dans ce cas de modélisation – une variable qui évolue dans le temps et dans l'espace en fonction du comportement de toutes les espèces chargées. Ce chapitre décrit les méthodes numériques qui ont été utilisées pour la mise au point du code de transport CARTAGO.

# IV.1. Cadre de la simulation et des hypothèses

Les caractéristiques typiques du faisceau et du gaz résiduel dans la LBE d'IPHI seront utilisées comme références dans cette étude du cadre de la simulation et des hypothèses de modélisation. Les hypothèses détaillées dans ce qui suit seront appliquées dans les deux cas d'étude des faisceaux rigides et dynamiques.

## IV.1.1. Hypothèses sur le gaz résiduel

Nous considérons que le gaz résidant dans la ligne de transport est diffusé uniquement par la source ECR. Le gaz utilisé dans une source ECR pour produire les faisceaux d'ions  $H^+$  et H, étudiés dans cette thèse, est le dihydrogène :  $H_2$ . Ce gaz sera le seul constituant moléculaire interagissant avec les faisceaux transportés.

Etant donné la diffusion continue au niveau de la source et l'aspiration au niveau des pompes, le gaz résiduel est constamment renouvelé dans la ligne. Le faible taux d'ionisation de ce gaz par le faisceau <sup>10</sup>, nous permet de considérer que sa densité est invariante dans le temps.

Dans la modélisation du processus d'ionisation, le gaz résiduel sera assimilé à un réservoir infini de particules secondaires et sa répartition sera uniforme dans la zone parcourue par le faisceau.

# IV.1.2. Hypothèses sur les réactions d'interactions faisceau / gaz résiduel

L'étude des sections efficaces des réactions d'interactions entre les faisceaux (d'ions  $H^+$  ou H) et le gaz résiduel permet de les trier par ordre d'importance. Les différentes sections efficaces sont reprises à partir de la référence [1].

Pour des énergies de faisceau voisines de 95 keV, les sections efficaces de dissociation et de double ionisation de la molécule de  $H_2$  sont négligées par rapport à la section efficace d'ionisation collisionnelle. Seuls les ions  $H_2^+$  et les électrons sont produits par interaction des faisceaux étudiés avec le gaz résiduel. La section efficace de recombinaison entre ces deux particules créées par ionisation est négligeable dans le régime transitoire de la CCE.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> La densité du gaz résiduel à  $5.10^{-5} hPa$  est environ 250 fois plus grande que la densité d'un faisceau uniforme de protons (100 mA, 95 keV) de 3 cm de rayon.

## IV.1.3. Hypothèses sur la géométrie du faisceau et de la ligne de transport

Dans les deux chapitres suivants, la dynamique du plasma résiduel et d'un faisceau circulaire de protons sera étudiée respectivement dans une section sans champ cylindrique et à travers un modèle de la LBE d'IPHI présentant une symétrie de révolution par rapport à l'axe de propagation du faisceau<sup>11</sup>. Dans ces deux cas d'études, le faisceau et l'élément de transport seront coaxiaux.

# IV.2. Structure du code de transport CARTAGO

En plus de la modélisation de l'évolution temporelle des interactions avec le plasma résiduel, le calcul de la dynamique d'un faisceau par le code CARTAGO intègre aussi la modélisation des éléments de transport. L'enchaînement des différentes procédures clefs de ce calcul est schématisé par l'algorithme présenté sur la Figure IV.2.1.



Fig. IV.2.1 : Algorithme du code de transport CARTAGO

La première procédure dans ce code consiste à initialiser les paramètres correspondants aux grandeurs physiques suivantes :

- le faisceau : espèce, courant, énergie, structure temporelle, distribution et paramètres optiques (taille, divergence et émittance).
- le gaz résiduel : pression, température (après thermalisation), section efficace d'ionisation et espèces secondaires produites.
- la géométrie de la structure de transport.
- les cartes 2D (r, z) des champs extérieurs.

La dernière phase de cette procédure est purement numérique avec le choix de la résolution du maillage, du pas de calcul, de la durée de simulation, etc. Le faisceau et le plasma seront modélisés par un ensemble de macro-particules reproduisant les mêmes caractéristiques statistiques.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Une étude expérimentale de l'effet de la charge image dans la première tranche de la LBE d'IPHI a démontré que la dynamique du faisceau intense de protons était insensible aux variations de la géométrie de la ligne au niveau de la première pompe [2].

Après avoir fixé les différents paramètres physique et numérique, le code commence par générer les premières particules secondaires en modélisant l'ionisation du gaz résiduel par le faisceau. Ces macro-particules auront des dynamiques définies par les conditions initiales d'ionisation, la charge d'espace du faisceau et les champs extérieurs.

En assurant un couplage entre ces différentes dynamiques et la charge d'espace totale résultante, toute macro-particule, du plasma résiduel et du faisceau, sera transportée pendant un pas de calcul  $\delta t$  suivant le schéma d'intégration de mouvement : *saut de mouton* (ce schéma est désigné en anglais par : *leap frog*) [3].

L'ensemble des procédures de traitement des macro-particules est repris par le code à chaque pas de calcul et ceci pendant une durée de simulation fixée par l'opérateur.

Afin d'éviter la saturation de la mémoire physique du système de calcul, une gestion de l'ensemble des macro-particules, s'accumulant avec chaque opération d'ionisation, est essentielle. Cette étape peut être traitée dans le code en utilisant l'une des deux méthodes suivantes : la méthode de coalescence et la méthode des listes prédimensionnées.

Nous détaillons dans la suite de ce chapitre les méthodes de modélisation de l'ensemble de ces procédures.

# IV.3. Modélisation du processus d'ionisation

L'objectif de cette partie est de modéliser les conditions initiales de création des particules secondaires produites par l'ionisation du gaz résiduel. Les sections efficaces d'ionisation du dihydrogène par des ions  $H^+$  ou  $H^-$  sont similaires d'après plusieurs études analytiques et expérimentales [4,5]. Afin de simplifier la procédure numérique du code modélisant ce processus d'ionisation, nous utilisons les mêmes données d'ionisation relatives au faisceau d'ions  $H^+$  dans les deux cas de faisceaux étudiés (d'ions  $H^+$  ou  $H^-$ ).

Une molécule du gaz résiduel  $H_2$  est ionisée par un proton suivant la réaction :

$$H^+ + H_2 \rightarrow H^+ + H_2^+ + e^-$$
 (IV.3.1)

Les conditions initiales de création de l'électron et de l'ion  $H_2^+$  comprennent essentiellement :

- la position initiale de création (l'écart entre cette position et l'axe du faisceau détermine l'énergie potentielle initiale)
- la direction initiale du mouvement acquis immédiatement après ionisation du dihydrogène.
- l'amplitude de l'énergie cinétique cédée à chacune de ces particules secondaires au moment de l'ionisation.



Fig. IV.3.1 : Les paramètres qui déterminent les conditions initiales de création d'une particule secondaire dans le plan transverse à la direction du faisceau.

Une particule secondaire créée peut acquérir une vitesse dont les composantes // et  $\perp$  (suivant la direction du faisceau) sont non nulles. Nous considérons toujours l'uniformité de la distribution du faisceau au voisinage de la position de création d'une particule secondaire. Ceci implique l'équiprobabilité de la direction d'ionisation dans le plan transverse. L'angle  $\varphi$  définissant la direction de la vitesse initiale d'une particule créée dans ce dernier plan (voir Figure IV.3.1), est choisi aléatoirement dans l'intervalle [ $0, 2\pi$ ].

## IV.3.1. Distribution de l'énergie cinétique initiale

Les conditions initiales sur l'énergie cinétique acquise - au moment de l'ionisation - par un électron sont plus influentes que celles acquises par les ions  $H_2^+$ . Les distributions de cette énergie dans les deux plans transverse et longitudinal peuvent être déduites analytiquement [6] à partir des mesures expérimentales de la variation angulaire de la section efficace différentielle d'ionisation [7].

### Cas des électrons :

Conformément aux études [6,7], les deux distributions de l'énergie cinétique dans le plan transverse et longitudinal sont approchées dans le code par la fonction illustrée dans la figure IV.3.1.1. Chaque électron est ainsi émis avec une énergie initiale de l'ordre de  $10 \ eV$ . Nous considérons que dans le plan longitudinal, l'énergie est toujours acquise suivant le même sens de propagation du faisceau (la mesure expérimentale des électrons ayant une direction opposée au déplacement du faisceau est négligeable).



Fig. IV.3.1.1 : Distribution normalisée de l'énergie cinétique initiale d'un électron dans le plan transverse et longitudinal

### Cas des ions :

Au moment de leurs création, les ions secondaires acquièrent des énergies initiales presque nulles. Les énergies correspondantes sont essentiellement à la température de 25 meV, qui correspond à l'énergie thermique des molécules du gaz résiduel. La distribution de cette énergie -relativement négligeable- s'effectue suivant la même procédure du cas des électrons (tirage aléatoire de la direction et de la valeur de l'énergie).

# IV.3.2. Répartition des particules produites par ionisation

Le nombre de particules secondaires (ions  $H_2^+$  ou électrons) créées entre deux positions radiales  $r_0$  et  $r_0+dr_0$  par unité de temps et de longueur, est défini par la quantité:

$$C(r_0) \cdot dr_0 = \boldsymbol{\sigma}_{tot} \cdot \boldsymbol{n}_g \cdot \boldsymbol{v}_f \cdot \boldsymbol{n}_f(r_0) \cdot dr_0, \qquad (IV.3.2.1)$$

où  $C(r_0) \cdot dr_0$  est en m<sup>-1</sup>.s<sup>-1</sup>;  $\sigma_{tot}$  est la section efficace totale d'ionisation du gaz (en  $m^2$ );

 $n_{g}$  est la densité du gaz résiduel (en  $m^{-3}$ );  $v_{f}$  est la vitesse du faisceau (en  $m.s^{-1}$ );  $n'_{f}(r_{0}) \cdot dr_{0}$  est le nombre de particules du faisceau entre  $r_{0}$  et  $r_{0}+dr_{0}$  par unité de longueur ( $m^{-1}$ ).

Cette quantité de particules  $C(r_0) \cdot dr_0$  est modélisée, à chaque pas de calcul et pour chaque tranche longitudinale, par un ensemble de macro-particules. La pondération de la charge de chacune de ces macro-particules s'effectue suivant l'une des méthodes de gestion de particules détaillées plus loin.

# IV.4. Modélisation numérique de la Charge d'Espace

L'expression de la charge d'espace d'un système à symétrie de révolution peut être ramenée à l'étude dans un repère à 2 dimensions : la charge d'espace dans ce système est caractérisée par une composante longitudinale suivant l'axe de symétrie et par une composante radiale portée par la direction normale à cet axe.

Dans notre cadre d'étude et conformément aux choix de repères du chapitre précédent, la composante longitudinale est portée par la direction de  $\vec{u}_z$ , alors que la composante radiale est portée par la direction de  $\vec{u}_r$ .

La condition de distribution longitudinale uniforme de toutes les particules chargées, dans le faisceau parallèle, simplifie encore l'expression de la charge d'espace. Cette condition annule le champ longitudinal de la charge d'espace et rend plus simple le calcul de la composante radiale restante.

Nous détaillons dans cette partie les procédures numériques de calcul de la charge d'espace avec et sans cette condition de distribution longitudinale uniforme.

### IV.4.1. Calcul d'un champ de charge d'espace purement radial

L'expression du champ électrostatique  $\vec{E}(r)$  est déduite à partir du théorème de Gauss :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \varepsilon_0 \tag{IV.4.1.1}$$

En annulant les deux composantes  $E_{\theta}$  et  $E_z$ , le développement de cette équation différentielle en coordonnées cylindriques donne l'expression suivante:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_r) = \frac{\rho(r)}{\varepsilon_0}$$
(IV.4.1.2)

où  $\rho(r)$  est la densité de charge totale (en  $m^{-3}$ ) déduite à partir des différentes densités de particules chargées  $n_k$ :

$$\rho(r) = \rho_f(r) + \rho_{e^-}(r) + \rho_{H_2^+}(r) = \sum_k q_k \cdot n_k(r)$$
 (IV.4.1.3)

 $q_k$  est un coefficient qui prend la valeur I ou -I suivant le signe de charge de l'espèce associée.

Soit  $n_k(r) \cdot dr$  le nombre de particules d'une espèce d'indice k à une position radiale comprise entre r et r+dr par unité de longueur longitudinale. L'expression de cette quantité est donnée par :

$$n_k'(r) \cdot dr = 2\pi \cdot r \cdot n_k(r) \cdot dr \tag{IV.4.1.4}$$

En utilisant l'expression (IV.4.1.4), l'équation (IV.4.1.3) devient :

$$\rho(r) = \frac{1}{2\pi r} \sum_{k} q_{k} \cdot n_{k}(r)$$
 (IV.4.1.5)

En choisissant aussi  $E'_r(r) = 2\pi \varepsilon_0 \cdot r E_r(r)$ , la relation (IV.4.1.2) devient :

$$\frac{\partial E_r}{\partial r} = 2\pi \cdot \rho(r) \cdot r \qquad (IV.4.1.6)$$

Connaissant la formulation de la densité de charge  $\rho(r)$  via (IV.4.1.5), la dernière expression (IV.4.1.6) devient :

$$\frac{\partial E_r(r)}{\partial r} = \sum_k q_k \cdot n_k(r)$$
 (IV.4.1.7)

Une simplification du développement de  $E'_r(r+dr)$  en série de Taylor jusqu'au deuxième ordre (avec  $E'_r(0)=0$ ) donne la relation suivante <sup>12</sup>:

$$E_r(r+dr) = E_r(r) + \frac{\partial E_r}{\partial r} \left(r + \frac{1}{2}dr\right) \cdot dr + o(dr^3)$$
(IV.4.1.8)

En utilisant la relation (IV.4.1.8), l'équation (IV.4.1.7) devient :

$$E_{r}(r+dr) = E_{r}(r) + \sum_{k} q_{k} \cdot n_{k}(r+\frac{1}{2}dr) \cdot dr$$
 (IV.4.1.9)

L'implémentation numérique de cette dernière expression du champ de charge d'espace radial s'effectue suivant la relation récurrente :

$$\left(E_{r}'\right)_{i+1} = \left(E_{r}'\right)_{i} + \sum_{k} q_{k} \cdot \left(n_{k}'\right)_{i+\frac{1}{2}} \cdot dr$$
 (IV.4.1.10)

où  $X_i = X(i \cdot dr)$  pour  $X = E_r'$  et  $n_k'$ .

La méthode de calcul de la charge d'espace par le théorème de Gauss présente beaucoup d'avantages. Sa force repose sur une simplicité qui permet un calcul numérique rapide de la composante radiale à chaque pas de calcul. Cependant, l'utilisation de cette méthode dans le cas d'une charge d'espace à plusieurs composantes est assez compliquée. Un calcul utilisant la méthode de différences finies s'impose dans ce cas.

### IV.4.2. Calcul d'une charge d'espace à composantes radiale et longitudinale

La charge d'espace d'une distribution de particules chargées dans un système de révolution est définie par deux composantes radiale et longitudinale. Le calcul de ces différentes composantes sera fait en deux étapes. Nous établirons, dans un premier temps, les expressions du potentiel électrique en passant par l'équation de Poisson et la méthode des différences finies. Le champ électrique de la charge d'espace sera ensuite déduit à partir de la divergence du potentiel.

<sup>12</sup> On utilise aussi le résultat d'un développement en série de Taylor au 2<sup>ème</sup> ordre:

$$\frac{\partial f(r + dr / 2)}{\partial r} = \frac{\partial f(r)}{\partial r} + \frac{\partial f^{2}(r)}{\partial^{2}r} \cdot \frac{dr}{2} + o(dr^{2})$$

### Calcul du potentiel électrique :

Le potentiel électrique induit par une charge d'espace vérifie l'équation de Poisson :

$$\Delta V(r,z) = -\frac{\rho(r,z)}{\varepsilon_0}$$
(IV.4.2.1)

où r et z sont respectivement les coordonnées radiale et longitudinale.

Dans un système à symétrie de révolution, le Laplacien du potentiel V en coordonnées cylindrique s'écrit :

$$\Delta V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$
(IV.4.2.2)

En posant  $\psi(r, z) = \varepsilon_0 \cdot V(r, z)$ , et d'après les relations (IV.4.2.1) et (IV.4.2.2), nous déduisons :

$$\frac{\partial^2 \psi(r,z)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi(r,z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi(r,z)}{\partial r} = -\rho(r,z)$$
(IV.4.2.3)

Le potentiel électrique vérifiant cette dernière équation sera calculé au niveau des nœuds d'un réseau à mailles rectangulaires recouvrant une tranche (r, z) de notre système étudié. Ce réseau de mailles s'étend radialement de l'axe du faisceau (r=0) jusqu'au bord de la chambre de la vide. Le potentiel et la densité de charge seront repérés dans cette grille par les deux indices p et q indiquant respectivement l'emplacement radial et longitudinal (figure IV.4.2.1).

La démarche de calcul du potentiel électrique sera la suivante :

un développement en série de Taylor des termes de l'équation (IV.4.2.3) permet de déduire une expression du potentiel à chaque nœud de la grille en fonction des potentiels aux nœuds voisins. La valeur de ce potentiel est calculée à chaque nœud en partant des valeurs connues du potentiel (valeurs sur le bord de la chambre à vide et sur les électrodes) et en itérant sur tous les nœuds de la grille (Nous détaillons vers la fin de cette partie la méthode permettant de converger vers la solution exacte du potentiel). La méthode couramment utilisée pour la mise en œuvre du calcul du potentiel est la méthode des différences finies.<sup>13</sup>



Fig. IV.4.2.1 : Orientation du maillage (r, z) employé dans la méthode des différences finies

Pour obtenir l'équation (IV.4.2.3) sous forme de différences finies, nous commençons par un développement en série de Taylor de la fonction  $\psi$  autour d'un point ( $r_0$ ,  $z_0$ ) du type :

$$\psi(r,z) = \psi(r_0,z_0) + \sum_{p+q=1}^{N} \frac{(z-z_0)^p}{p!} \cdot \frac{(r-r_0)^q}{q!} \cdot \frac{\partial^p \partial^q}{\partial z^p \partial r^q} \psi(r_0,z_0)$$
(IV.4.2.4)

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> L'application de cette méthode dans le cas d'un système de révolution et d'un maillage à branches inégales ( $dr \neq dz$ ) est reprise avec plus de détails dans la référence [8].

A partir du développement d'ordre 2 (N=2) de la formule (IV.4.2.4), nous déduisons :

$$\psi(r,z) = \psi(r_0,z_0) + (z-z_0) \cdot \frac{\partial}{\partial z} \psi(r_0,z_0) + (r-r_0) \cdot \frac{\partial}{\partial r} \psi(r_0,z_0) + \frac{1}{2} (z-z_0)^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi(r_0,z_0) + \frac{1}{2} (r-r_0)^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial r^2} \psi(r_0,z_0)$$
(IV.4.2.5)  
$$+ (z-z_0) \cdot (r-r_0) \cdot \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \psi(r_0,z_0)$$

En notant  $\psi(r_0, z_0)$  par  $\psi_{p_0, q_0}$ , et en écrivant l'équation (IV.4.2.5) dans les nœuds voisins du nœud  $(p_0, q_0)$ , nous déduisons les expressions des dérivés partielles de  $\psi$  au point  $(r_0, z_0)$ :

$$\begin{cases} 2 \cdot dr \cdot \frac{\partial}{\partial r} \psi_{p_0, q_0} = \psi_{p_0 + 1, q_0} - \psi_{p_0 - 1, q_0} \\ dz^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi_{p_0, q_0} = \psi_{p_0, q_0 + 1} + \psi_{p_0, q_0 - 1} - 2 \cdot \psi_{p_0, q_0} \\ dr^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial r^2} \psi_{p_0, q_0} = \psi_{p_0 + 1, q_0} + \psi_{p_0 - 1, q_0} - 2 \cdot \psi_{p_0, q_0} \end{cases}$$
(IV.4.2.6)

où dr et dz sont respectivement le pas de maillage radial et longitudinal.

En portant les expressions de (IV.4.2.6) dans (IV.4.2.3), nous déduisons l'expression générale (valable dans la zone centrale de la grille : zone en vert sur la figure IV.4.2.1) :

$$2 \cdot (\frac{1}{dz^2} + \frac{1}{dr^2}) \cdot \psi_{p,q} = \frac{1}{dz^2} (\psi_{p,q-1} + \psi_{p,q+1}) + \frac{1}{dr^2} ((1 + \frac{1}{2p}) \cdot \psi_{p+1,q} + (1 - \frac{1}{2p}) \cdot \psi_{p-1,q}) - \rho_{p,q} \quad (IV.4.2.7)$$

 $\rho_{p,q}$  étant la valeur de la densité de charge discrétisée dans la grille.

Un calcul à part est requis pour chacune des zones limites de la grille. La valeur du potentiel pour  $r=r_{max}$  est généralement la plus facile à déduire : sa valeur correspond à celle du potentiel sur le bord de la chambre à vide (en général à la masse). Le potentiel sur l'axe de révolution (r=0) est déduit à partir de la formulation particulière de l'équation de Poisson [8]:

$$\frac{\partial^2 \psi(0,z)}{\partial z^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 \psi(0,z)}{\partial r^2} = -\rho(0,z)$$
 (IV.4.2.8)

La même démarche de calcul de (IV.4.2.7) permet de déduire l'expression correspondante :

$$\left(\frac{1}{dz^{2}}+2\cdot\frac{1}{dr^{2}}\right)\cdot\psi_{0,q} = \frac{1}{2\cdot dz^{2}}\left(\psi_{0,q-1}+\psi_{0,q+1}\right) + \frac{2}{dr^{2}}\cdot\psi_{1,q} - \frac{1}{2}\rho_{0,q}$$
(IV.4.2.9)

Si les valeurs du potentiel sur les limites longitudinales (z=0 et  $z=z_{max}$ ) ne sont pas préalablement connues (électrode, bloc d'arrêt ...), une condition particulière doit être imposée pour le calcul de ces valeurs aux limites (Nous passons alors des conditions aux limites de Dirichlet au conditions de Neuman). En général, le choix est fait entre la condition de champ électrique nul sur les bords ou la condition de périodicité longitudinale du potentiel (dans le 1<sup>er</sup> cas :  $\psi_{-1} = \psi_1$  et  $\psi_{q_{max}+1} = \psi_{q_{max}-1}$ ; dans le 2<sup>ème</sup> cas :  $\psi_{q_{max}+1} = \psi_0$  et  $\psi_{-1} = \psi_{q_{max}}$ ).

Pour simplifier les expressions dans ce qui suit, nous considérons les notations suivantes :

$$\hat{p} = p_{\text{max}}$$
;  $\hat{q} = q_{\text{max}}$ ;  $C_{dr} = 1/dr^2$ ;  $C_{dz} = 1/dz^2$ .

Les expressions permettant de remonter aux valeurs du potentiel sur les zones limites de la grille diffèrent suivant la condition aux limites choisie. Dans le cas de la condition non périodique, le calcul du potentiel électrique par le code CARTAGO vérifie :

$$\begin{cases} (2 \cdot C_{dr} + C_{dz}) \cdot \psi_{0,0} = C_{dz} \cdot \psi_{0,1} + 2 \cdot C_{dr} \cdot \psi_{1,0} - 0.5 \cdot \rho_{0,0} & si \ (p = 0 \ et \ q = 0) \\ 2 \cdot (C_{dr} + C_{dz}) \cdot \psi_{p,0} = 2 \cdot C_{dz} \cdot \psi_{p,1} + C_{dr} \cdot ((1 + \frac{1}{2p}) \cdot \psi_{p+1,0} + (1 - \frac{1}{2p}) \cdot \psi_{p-1,0}) - \rho_{p,0} & si \ (0$$

#### (IV.4.2.10)

Les différentes expressions de (IV.4.2.10) permettent de calculer le potentiel électrique à chaque nœud en partant de la valeur correspondant à  $(p=p_{max}, q=0)$  et en itérant sur tous les nœuds de la grille. A chaque itération, les nouvelles valeurs du potentiel calculées sont prises en compte pour le calcul des nœuds suivants : c'est le principe de la méthode de Gauss-Seidel [9]. En mémorisant les potentiels obtenus et en répétant toute l'opération de manière itérative, les nouvelles valeurs convergent encore plus vers la solution exacte.

Un facteur de calcul de l'erreur  $\delta \varepsilon$  entre les deux solutions peut être déduit, après chaque série d'itération, en comparant (1) les valeurs de la densité de charge fixés au début de la procédure de calcul du potentiel et (2) les valeurs de la densité de charge déduites à partir des mêmes expressions de (IV.4.2.10) en utilisant les dernières valeurs des potentiels calculées.

La version actuelle du code CARTAGO vérifie la convergence du calcul du potentiel en testant à chaque série d'itération cette valeur d'erreur maximale  $\delta \varepsilon$ .

Le calcul par la méthode de Gauss-Seidel, tel qu'il est décrit précédemment, permet d'aboutir à une description aussi précise que possible du potentiel électrique dans la zone (r, z) modélisée. Cette méthode de convergence est facile à implémenter dans un code de calcul. Elle reste cependant assez pénalisante en temps de calcul.

On trouve dans la littérature d'autres méthodes d'accélération de la convergence, plus sophistiquées, qui s'appliquent aux calculs numériques par relaxation :

Frankel et Young ont proposé une étude mathématique du problème dans le cas d'une grille sans conducteur encapsulé [9]. Ils proposent, à chaque série d'itérations, de multiplier la correction apporté à  $\psi$  par une constante  $\omega$ , appelée *accélérateur numérique*. Cette méthode permet de réduire le nombre d'itérations d'un facteur pouvant aller jusqu'à 30 et au-delà selon le nombre des nœuds considéré. La valeur de  $\omega$  est calculée analytiquement en fonction des dimensions de la grille dans chaque direction [9].

Lorsqu'une géométrie particulière d'un conducteur est encapsulée dans la grille,  $\omega$  ne peut plus être calculé analytiquement. Une solution à ce problème est l'accélération de Chebyshev [10]. Elle permet de calculer, à l'aide du résidu et itération après itération, un accélérateur adapté.

Depuis les années 1970, les méthodes multigrille sont devenues la référence de l'accélération de la convergence. Le principe de cette méthode consiste à passer par plusieurs grilles intermédiaires avec décalage et variation du maillage. Le calcul commence par une grille à pas de maillage grossier et raffine progressivement ce maillage suivant un cycle définie à l'avance. L'implantation numérique de cette puissante méthode est la plus complexe comparée aux deux méthodes précédente. Le principe et les différents cycles de cette méthode sont détaillés dans la référence [11].

### Calcul du champ électrique :

L'étape finale du calcul consiste à déduire les deux composantes radiale  $Er_{p,q}$  et longitudinale  $Ez_{p,q}$  du champ de charge d'espace à partir des valeurs numériques du potentiel électrique :

$$V_{p,q} = \psi_{p,q} / \mathcal{E}_0 \tag{IV.4.2.11}$$

Le champ électrique de charge d'espace dérive du potentiel suivant la relation :

$$\vec{E}(r) = -\operatorname{grad}(V) \tag{IV.4.2.12}$$

La même démarche de calcul du champ est appliquée pour les deux composantes radiale et longitudinale. La composante radiale de ce champ, pour une position longitudinale z fixée, est déterminée en développant la relation (IV.4.2.12) en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial V(r)}{\partial r} = -E_r(r) \tag{IV.4.2.13}$$

A partir du développement en série de Taylor au second ordre de V(r) nous déduisons :

$$V(r+dr) = V(r) + \frac{\partial V}{\partial r} \left( r + \frac{1}{2} dr \right) \cdot dr + o(dr^2)$$
(IV.4.2.14)

Cette dernière équation donne aussi :

$$\frac{\partial V}{\partial r} \left( r + \frac{1}{2} dr \right) \cdot dr = V(r + dr) - V(r) + o(dr^2)$$
(IV.4.2.15)

Les deux expressions (IV.4.2.13) et (IV.4.2.15) permettent de déduire cette nouvelle expression de potentiel en fonction du champ électrique :

$$V(r+dr) - V(r) = -E_r \left( r + \frac{1}{2} dr \right) \cdot dr$$
 (IV.4.2.16)

A partir de cette dernière relation, nous déduisons l'expression permettant de calculer la valeur du champ électrique radiale à partir du potentiel. La même démarche de calcul permet de déduire aussi l'expression longitudinale du champ :

$$\begin{cases} E_r(r,z) = (V(r-\frac{1}{2}dr,z) - V(r+\frac{1}{2}dr,z))/dr \\ E_z(r,z) = (V(r,z-\frac{1}{2}dz) - V(r,z+\frac{1}{2}dz))/dz \end{cases}$$
 (IV.4.2.17)

Le résultat de (IV.4.2.16) peut être aussi utilisé pour déduire des valeurs du potentiel électrique, dans le cas de la section IV.4.1 à partir du champ radial de la charge d'espace. L'interpolation linéaire du champ donne la relation suivante pour le calcul du potentiel :

$$V(r+dr) = V(r) - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{E_r'(r)}{r} + \frac{E_r'(r+dr)}{r+dr} \right) \cdot dr$$
 (IV.4.2.18)

# IV.5. Intégration des équations de la dynamique

La complexité de l'évolution du champ de charge d'espace (résultat du couplage entre les dynamiques de différentes espèces) rend assez difficile sa modélisation analytique et empêche par conséquent la modélisation analytique de l'équation du mouvement. L'intégration pas-à-pas a été adoptée pour contourner ce problème.

Nombreux sont les algorithmes d'intégration pas à pas utilisés pour la simulation du transport de faisceaux dans les accélérateurs. Certains subdivisent le pas de calcul en plusieurs sous-pas de calcul dynamiques permettant une intégration du mouvement plus précise : cas de l'algorithme *Runge-Kutta au 4<sup>ème</sup> ordre* [10]. Cet algorithme permet par conséquent le choix d'un pas de calcul plus grand et donc une durée de simulation plus petite.

Avec les premiers essais de simulation, nous avons constaté que le dynamique des électrons (produits par ionisation du gaz résiduel) peut être instable si le transport de ces dernières particules ne s'effectue pas dans une charge d'espace qui correspondant exactement à leurs distributions de charge. Cette condition peut être respectée avec les algorithmes qui permettent le rafraîchissement de la charge d'espace pour chaque nouvelle distribution de particules. Une utilisation de l'algorithme *Runge-Kutta*  $4^{eme}$  ordre implique l'intégration d'une opération de rafraîchissement de la charge d'espace pour les 4 différentes positions intermédiaires. Cette contrainte a été évitée par le choix du schéma d'intégration *saut de mouton* dont l'avantage, pour notre étude, repose sur la simplicité de son algorithme [10].

L'algorithme saut de mouton est basé sur une discrétisation de la trajectoire par rapport au temps. La technique consiste à calculer l'accélération, donc la force, à une seule position intermédiaire de la particule. Dans le code CARTAGO, le déroulement de l'intégration du mouvement, avec ce dernier algorithme, s'effectue de la manière suivante :

- *I*. Un calcul de la nouvelle position de chaque particule (à partir de la vitesse et de l'ancienne position)
- 2. Un rafraîchissement de la charge d'espace totale (et donc des valeurs des forces appliquées sur les particules)
- 3. Un calcul de la nouvelle vitesse de chaque particule (à partir de la force et de l'ancienne position)

Afin d'illustrer les différentes expressions de l'intégration pas à pas vérifiant l'ensemble des points précédemment abordés, nous commençons par détailler l'équations du mouvement. Compte tenu de l'ordre de grandeur des énergies maximales des particules du plasma et du faisceau ( $\gamma_{électron} \approx 1.001$ ;  $\gamma_{faisceau} \approx 1.0002$ ), nous utilisons le principe fondamental de la dynamique classique (non relativiste) :

$$m_k \ \vec{a} = \vec{F}_{ext} \tag{IV.5.1}$$

où  $\vec{a}$  et  $m_k$  sont respectivement l'accélération et la masse de la particule ;  $\vec{F}_{ext}$  représente l'ensemble des forces extérieurs.

Afin de discrétiser l'équation (IV.5.1), nous considérons la variation infinitésimale de la vitesse  $\vec{v}$ , soit :

$$\delta \vec{v} = \frac{\delta t}{m_k} \vec{F}_{ext}$$
(IV.5.2)
A partir de l'équation (IV.5.2), nous déduisons les expressions nécessaires à l'intégration du mouvement pas à pas suivant le schéma saut de mouton :

$$\begin{cases} \overline{O}\vec{M}_{i+\frac{1}{2}} = \overline{O}\vec{M}_{i-\frac{1}{2}} + \vec{v}_i \cdot \delta t \\ \vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i + \frac{\delta t}{m_k} \cdot \vec{F}_{i+\frac{1}{2}} \end{cases}$$
(IV.5.3)

où  $\overline{O}\vec{M}_i$  désigne le vecteur position de la particule ;  $\vec{F}_{i+\frac{1}{2}}$  la force exercée sur cette particule à

l'instant  $t = (i+1/2) \cdot \delta t$ .

La force de Lorentz exercée sur chaque particule dépend de la vitesse de cette dernière, du champ de charge d'espace et du champ magnétique :

$$\vec{F}_{i+\frac{1}{2}} = Z_k \cdot e(\vec{E}_{i+\frac{1}{2}} + \vec{v}_{i+\frac{1}{2}} \wedge \vec{B}_{i+\frac{1}{2}})$$
(IV.5.4)

où  $Z_k$  et *e* sont respectivement le nombre de charge de la particule et la charge élémentaire.

L'expression de  $\vec{v}_{i+\frac{1}{2}}$  étant approximée par :

$$\vec{v}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\vec{v}_{i+1} + \vec{v}_i)$$
 (IV.5.5)

Les relations définies par (IV.5.3) deviennent :

$$\begin{cases} \overline{OM}_{i+\frac{1}{2}} = \overline{OM}_{i-\frac{1}{2}} + \vec{v}_i \cdot \delta t \\ \vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i + \frac{Z_k \cdot e \cdot \delta t}{m_k} \left( \vec{E}_{i+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} (\vec{v}_{i+1} + \vec{v}_i) \wedge \vec{B}_{i+\frac{1}{2}} \right) \end{cases}$$
(IV.5.6)

Cette structure de l'expression (IV.5.6) empêche son implémentation directe dans le code : la récursivité de l'équation du vecteur mouvement  $\overline{OM}_i$  permet une déduction simple de la valeur correspondante à chaque pas de calcul. Par contre, l'équation de la vitesse nécessite quelques transformations pour aboutir à une expression récursive de la forme :  $\vec{v}_{i+1} = f(\vec{v}_i)$ .

En décomposant les vecteurs  $\vec{v}$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  dans un repère cartésien, cette dernière équation se transforme en un système de trois équations linéaires. L'écriture de ce système sous forme matricielle permet, après application de la formule de Cramer, d'aboutir aux expressions récursives finales [12]:

$$\begin{cases} \overline{OM}_{i+\frac{1}{2}} = \overline{OM}_{i-\frac{1}{2}} + \vec{v}_i \cdot \delta t \\ \vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i + 2 \cdot C_{mt} \cdot \vec{E}_{i+\frac{1}{2}} + \frac{2 \cdot C_{mt}}{1 + C_{mt}^2 \cdot B^2} [\vec{v}_i \wedge \vec{B}_{i+\frac{1}{2}} + C_{mt} (\vec{E}_{i+\frac{1}{2}} + \vec{v}_i \wedge \vec{B}_{i+\frac{1}{2}}) \wedge \vec{B}_{i+\frac{1}{2}} + C_{mt}^2 (\vec{E}_{i+\frac{1}{2}} \wedge \vec{B}_{i+\frac{1}{2}}) \wedge \vec{B}_{i+\frac{1}{2}}] \\ \text{où } C_{mt} = \frac{Z_k \cdot e \cdot \delta t}{2 \cdot m_k} \text{ et } B^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2. \end{cases}$$

La dynamique de chaque macro-particule sera modélisée dans le code CARTAGO, dans un repère cartésien 3D, en utilisant le système d'équations (IV.5.7).

# **IV.6.** Gestion des particules

Une méthode simple, modélisant avec un ensemble de particules le mécanisme de *CCE*, sauvegarde les coordonnées de <u>chaque</u> particule créée pendant la période de simulation choisie. L'ordre de grandeur du nombre de particules à sauvegarder pendant  $l\mu s$  de simulation (cas d'un faisceau de protons de 100 mA, 95 keV et d'une pression de gaz résiduel de  $4.10^{-4} \text{ hPa}$ ) est de  $10^{15}$  particules. Cette masse d'information à sauvegarder est capable de saturer la mémoire physique de quelques millions d'ordinateurs. La durée de traitement de ces informations surpasse aussi les ordres de grandeurs classiques ... <sup>14</sup>

Une technique de gestion de macro-particules est indispensable pour limiter le nombre de données à traiter. Nous vérifierons que l'emploi de cette technique n'altère pas la physique du transport et du mécanisme de *CCE*. La description de deux méthodes de gestion de particules, implantées dans le code, est détaillée dans ce qui suit. Ces méthodes ne seront appliquées qu'aux particules secondaires continuellement produites par l'ionisation du gaz résiduel.

### IV.6.1. La méthode de coalescence

La méthode de coalescence permet de remplacer un nombre de particules croissant continuellement par un nombre fixe de macro-particules. La charge totale et la distribution de ces macro-particules restent toujours égales à celles des particules remplacées.

Le principe de la méthode consiste à fusionner, à chaque pas de calcul, des nouvelles particules créées avec des anciennes macro-particules (voir figure IV.6.1.1). L'opération est ainsi accompagnée, à chaque itération, par une pondération de la charge des macro-particules.

L'application de cette méthode au mécanisme étudié de la CCE consiste à affecter un nombre de macro-particules à chaque espèce modélisée. Dans le cas des espèces secondaires (électrons, ions  $H_2^+$ ), chaque nouvelle quantité de particules – créées par ionisation du gaz – est fusionnée avec l'ensemble des macro-particules déjà présent dans le système.



Fig. IV.6.1.1 : Schéma de principe de la méthode de coalescence

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Avec les dernières versions du code CARTAGO, une mémoire *RAM* de *1 GHz* sature pour un nombre de particules de quelques  $10^7$ . Avec  $10^6$  particules, la durée d'exécution est de quelques jours.

Pour comprendre le principe de cette méthode, imaginons ce cas très simple :

nous partons avec deux ensembles N (comme Nouveau) et A (comme Ancien) de particules. Ces deux ensembles regroupent respectivement 3 particules de charge q et 3 particules de charge  $2 \times q$ . Le but est de former un troisième ensemble AN qui remplace les deux ensembles précédents et qui comprend seulement 3 particules.

Pour former cet ensemble AN nous remarquons que la charge portée par N (égale à  $3 \times q$ ) est la moitié de la charge portée par A (égale à  $6 \times q$ ). Cela veut dire que le « poids » de N correspond à la moitié de celui de A (étant donné l'égalité entre le nombre de particules de chaque ensemble, cette proportion est vérifiée pour la charge élémentaire des particules respectives). Pour former l'ensemble AN, chaque particule de A sera deux fois plus importante (en terme de charge) qu'une particule de N. Ainsi, si nous ne voulons garder que 3 particules de ces deux ensembles, nous retiendrons 1 particule de N et 2 particules de A.

Le nouvel ensemble AN portera bien évidement la charge totale des deux ensembles A et N c'est-à-dire  $3 \times q + 3 \times 2 \times q = 9 \times q$ . La charge portée par chacune de ses 3 particules sera de  $3 \times q$ : C'est le principe de la méthode de coalescence utilisée dans CARTAGO. L'exemple que nous venons de citer est schématisé par la figure IV.6.1.2.



Fig. IV.6.1.2 : Exemple d'application de la méthode de coalescence

Pour calculer la formule des proportions retenues de chaque ensemble dans le cas général, nous considérons dans ce qui suit les notations suivantes (ces notations sont applicables séparément pour chaque espèce secondaire):  $NP_k$  et  $AP_k$  représentent respectivement l'ensemble des particules « *fraîchement* » produites et l'ensemble des particules déjà sauvegardées ;  $N_{NP}$  et  $N_{AP}$  sont respectivement le nombre des particules dans les deux ensembles  $NP_k$  et  $AP_k$ ;  $Q_{NPk}$  et  $Q_{APk}$  sont respectivement la charge totale des particules dans les deux ensembles  $NP_k$  et  $AP_k$ . L'indexation d'une grandeur par k signifie que sa valeur varie avec chaque itération.

La nouvelle population  $NP_k$  regroupe un ensemble de  $N_{NP}$  particules créées par ionisation du gaz résiduel à chaque itération k du pas de calcul. L'ancienne population  $AP_k$  regroupe l'ensemble des  $N_{AP}$  macros particules retenues par le modèle numérique et obtenues après brassage avec la population  $NP_{k-1}$  (voir figure IV.6.1.1).

Pour simplifier les expression nous détaillerons le cas particulier de  $N_{NP} = N_{AP} = N$ .

A chaque itération k, une population  $AP_k$  résulte d'un mélange des deux sous-ensembles  $NP_{k-1}$  et  $AP_{k-1}$ . L'efficacité de ce mélange est basée sur l'uniformité du tirage aléatoire et la conservation des proportions de charges présentées par ces deux sous-ensembles :

- La charge électrostatique présentée par la population  $AP_k$  est :  $Q_{APk} = q_{mpk}$ . N.  $(q_{mpk}$  étant la charge électrostatique élémentaire d'une macro particule).
- Pour la population  $NP_k$ , cette charge totale est égale à :  $Q_{NPk} = q_p . N.$ ( $q_p$  est la charge électrostatique élémentaire d'une particule secondaire).

Sachant la différence entre la charge totale des deux populations  $NP_k$  et  $AP_k$ , il est évident que la nouvelle composition de l'ensemble  $AP_{k+1}$  sera formée de deux sous ensembles de  $NP_k$ et  $AP_k$  de dimensions différentes. Les dimensions de ces deux sous-ensembles sont déduites en raisonnant sur l'importance de leurs charges totales par rapport à la charge comprise dans l'ensemble à former  $AP_{k+1}$ .

Les deux proportions retenues de  $NP_k$  et  $AP_k$  à chaque opération de brassage sont respectivement:

$$p_{NPk} = \frac{Q_{NPk}}{Q_{NPk} + Q_{APk}} N$$
 et  $p_{APk} = \frac{Q_{APk}}{Q_{NPk} + Q_{APk}} N$  (IV.6.1.1)

Si le nombre total de particules est conservé, nous aurons toujours  $q_{mpk} = k \cdot q_p$ .

Ceci nous permet de simplifier (IV.6.1.1) :

$$p_{NPk} = \frac{1}{k+1} N$$
 et  $p_{APk} = \frac{k}{k+1} N$  (IV.6.1.2)

Si des pertes de particules sont enregistrées durant l'opération  $(N_{NP} \neq N_{AP} \neq N)$ , la nouvelle expression de la charge des macro-particules  $q_{mpk}$  devient plus complexe : la charge totale de la population  $AP_{k+1}$  doit être égale à la somme des charges des populations  $NP_k$  et  $AP_k$ ; dont les nombres respectifs de particules  $N_{NP}$  et  $N_{AP}$  sont réduits par rapport à N. La nouvelle expression de  $q_{mp}$  devient :

$$(q_{mp})_{k+1} = \frac{Q_{NPk} + Q_{APk}}{N_{APk}} = \frac{N_{NPk} \cdot q_p + N_{APk} \cdot q_{mp k}}{N_{APk}}$$
(IV.6.1.3)

En remplaçant l'expression de la charge électrostatique  $Q_{APk}$  par la nouvelle expression (IV.6.1.3), l'équation (IV.6.1.1) devient :

$$\begin{cases} p_{NPk} = \frac{q_p \cdot N_{NPk}}{q_p \cdot N_{NPk} + q_{mpk} \cdot N_{APk}} N_{NPk} \\ p_{APk} = \frac{q_{mpk} \cdot N_{APk}}{q_p \cdot N_{NPk} + q_{mpk} \cdot N_{APk}} N_{APk} \end{cases}$$
(IV.6.1.4)

Cette dernière expression (IV.6.1.4) présente les proportions  $P_{APk}$  et  $P_{NPk}$  retenues respectivement de l'ancienne et de la nouvelle population à chaque opération de fusion. La charge  $q_{mpk}$  des macro-particules résultante évolue suivant la relation (IV.6.1.3).

### IV.6.2. La méthode des listes prédimensionnées

Le principe et la technique de la méthode des listes prédimensionnées sont beaucoup plus simples comparés à ceux de la méthode de coalescence. Cette nouvelle méthode de gestion de particules affecte une liste pour chaque espèce de particules à gérer. Les particules qui s'accumulent avec l'ionisation du gaz sont ainsi classées dans des listes allouées séparément. Afin d'éviter la saturation de la mémoire physique, la taille maximale de chacune de ces listes est prédéfinie au moment du lancement de la simulation. Le nombre des macro-particules créées à chaque pas de calcul est fixé dans la première phase de la méthode. Pour déterminer la valeur de ce paramètre, il suffit d'avoir une idée sur le nombre de pas de calcul requis pour atteindre l'équilibre du plasma (égalité entre le taux de création et de perte des particules secondaires). Une étude simple du mécanisme de la neutralisation (cf. section I.3 du chapitre I) permet de déduire le temps caractéristique de CCE comme durée approximative de l'établissement d'un régime permanent. Cette hypothèse permet de calculer le nombre des particules secondaires à générer par le code à chaque pas de temps. Le nombre total de ces macro-particules devra correspondre à la taille maximale de la liste prédimentionnée au bout d'un temps caractéristique de CCE.

Le nombre de particules secondaires produites à chaque pas de calcul est définie par :

$$N_p = D_{\max} \times \frac{dt}{T_{CCE}}$$
(IV.6.2.1)

où dt est le pas de calcul ;  $N_p$  est le nombre des particules produites à chaque pas de calcul ;  $D_{max}$  est la taille maximale estimée de chaque liste ;  $T_{CCE}$  est le temps caractéristique de CCE.

Dans la pratique, certaines particules secondaires sont perdues pendant le premier temps caractéristique de CCE. Ceci empêche de remplir totalement la liste prédimentionnée et d'accumuler une charge équivalente à la charge du faisceau pendant la période prédite théoriquement. Néanmoins, cette hypothèse théorique reste un bon critère pour un paramétrage assez correct de la méthode de gestion de particules.

Dans le code CARTAGO, l'application de la formule (IV.6.2.1) permet à la fois de fixer le nombre des particules secondaires au début du calcul et de prédire approximativement la taille finale de chacune des listes chaînées.

### IV.6.3. Limites numériques des deux méthodes de gestion des particules

La méthode de coalescence présente la particularité du tirage aléatoire à chaque opération de brassage. Comme conséquence de la croissance de la charge totale de l'espèce étudiée, le nombre des nouvelles particules retenues après chaque tirage décroît dans le temps. Suivant la fréquence de l'opération de brassage, ce nombre finit par s'annuler, et ainsi seules les anciennes particules sont retenues. La modélisation de cette seule partie de macro-particules et l'arrêt par conséquent du processus d'ionisation ne correspond pas à la physique du mécanisme de *CCE*.

L'amélioration de la résolution en nombre de macro-particules (en simulant une quantité plus grande) permet de repousser l'apparition de ce problème. Les résultats peuvent être ainsi fiables pendant les quelques premiers temps caractéristiques. Toutefois, cette amélioration de la résolution tend à saturer la mémoire physique du système et alourdi les calculs.

La méthode des listes prédimensionnées peut supporter cette défaillance avec son processus de génération continue de particules. Ainsi, même après quelques temps caractéristiques, elle garde une bonne résolution de particules, qui ne sera pas limitée dans le temps. Cependant, la méthode des listes prédimensionnées impose le démarrage avec un petit nombre de particules secondaires ce qui affaibli considérablement leurs résolutions. Cette charge de particules secondaires reste négligeable devant la charge du faisceau au début de la compensation. L'effet de cette faible résolution est donc masqué par la charge d'espace du faisceau et la modélisation demeure par conséquent conforme à la physique.

### IV.7. Sauvegarde et étude des données

Pour pouvoir analyser l'évolution temporelle du mécanisme de CCE et de la dynamique du faisceau, nous sauvegardons à plusieurs reprises et tout le long de la simulation, les paramètres caractérisants au mieux ces différentes évolutions. L'évolution dans le temps et suivant la direction de propagation de l'enveloppe, de la distribution, de l'émittance et des paramètres de Twiss sont les données sauvegardées par le code pour analyser la dynamique du faisceau. Le comportement de chacune des particules chargées du gaz résiduel est interprété à partir des différentes distributions 2D (r, z) sauvegardées aussi à plusieurs reprises pendant la simulation. Ces différents formats de sauvegarde seront détaillés dans les chapitres de présentation des résultats du code.

Pour suivre l'évolution globale du mécanisme de neutralisation, il a fallut préciser le critère de calcul d'un degré de compensation de la charge d'espace. Ce critère doit refléter l'intensité de réduction des forces défocalisantes de la charge d'espace du faisceau étudié. Plusieurs définitions dans la littérature quantifient différemment un degré de CCE. La différence de potentiel entre l'axe et le bord du faisceau, avant et après compensation, est l'un des critères souvent utilisés dans les études théorique et expérimentale [6,13]. D'autres références utilisent le rapport entre le nombre des particules du faisceau et le nombre des particules neutralisantes [14].

La prédiction de l'effet de la CCE sur le transport d'un faisceau, en utilisant l'une de ces deux définitions, reste malheureusement très approximative. Nous démontrons plus loin que l'erreur sur le calcul du degré de CCE en raisonnant sur la différence de potentiels peut dépasser 20 %.

Pour remédier à ce problème, nous avons défini un critère d'évaluation en partant de la formulation de l'équation d'enveloppe d'un faisceau. L'évolution de la coordonnée x d'une particule (non accélérée) le long de la direction de propagation s est donnée par la relation :

$$\frac{d^2x}{ds^2} = F_x \tag{IV.7.1}$$

où  $F_x$  est la force normalisée appliquée à cette particule.

L'évolution de la taille rms  $\tilde{x}$  d'un faisceau est donnée par l'équation d'enveloppe [15]:

$$\frac{d^2 \widetilde{x}}{ds^2} - \frac{\varepsilon_x^2}{\widetilde{x}^3} - \frac{\langle x \cdot F_x \rangle}{\widetilde{x}} = 0$$
 (IV.7.2)

où  $\langle A \rangle$  est la valeur moyenne de la fonction A dans tout l'espace du faisceau.

Si le bilan des forces ne comprend qu'une force extérieure focalisante  $F_{ext,x}$  (s'écrivant sous la forme :  $F_{ext,x} = -k_{x0}^2 \cdot x$ ) et une force de charge d'espace  $F_{ce,x}$ , l'équation d'enveloppe (IV.7.2) peut s'écrire :

$$\frac{d^2 \widetilde{x}}{ds^2} + k_{x0}^2 \cdot \widetilde{x} - \frac{\varepsilon_x^2}{\widetilde{x}^3} - \frac{\left\langle x \cdot F_{ce,x} \right\rangle}{\widetilde{x}} = 0$$
 (IV.7.3)

Quelque soit la distribution des particules dans le faisceau, l'effet de la force de charge d'espace sur la taille rms du faisceau peut être linéarisé en utilisant l'expression de  $\langle x \cdot F_{ce,x} \rangle$ .

En utilisant cette dernière expression de force linéarisée, nous définissons le degré de compensation de la charge d'espace (DCCE) par :

$$\tau = 1 - \frac{\left\langle x \cdot F_{comp,x} \right\rangle}{\left\langle x \cdot F_{ce0,x} \right\rangle}$$
(IV.7.4)

Ce degré de CCE exprime le rapport entre la force linéarisée induite à un instant t par la charge totale de l'ensemble des particules étudiées et la force linéarisée produite par la charge d'espace du faisceau à l'instant t=0. Ce degré vaut :

 $\tau = 0$  si la charge d'espace du faisceau n'est pas compensée

 $\tau = 1 = 100\%$  si la charge d'espace du faisceau est totalement compensée

La méthode classique d'utilisation du degré  $\tau$  consiste à réduire le courant (ou la charge) du faisceau par le même facteur :

$$I_{cce} = (1 - \tau) \cdot I_0 \tag{IV.7.5}$$

L'équation d'enveloppe incluant le degré de CCE que nous venons de décrire s'écrit ;

$$\frac{d^{2}\widetilde{x}}{ds^{2}} + k_{x0}^{2} \cdot \widetilde{x} - \frac{\varepsilon_{x}^{2}}{\widetilde{x}^{3}} - (1 - \tau) \cdot \frac{\langle x \cdot F_{ce0,x} \rangle}{\widetilde{x}} = 0$$
 (IV.7.6)

L'expression du DCCE, énoncée par (IV.7.4), pour être aussi définie dans le cas d'un faisceau cylindrique et à tout instant t par :

$$\tau(t) = \frac{\int_{0}^{r_{f}} r \cdot F_{comp,r}(r,t) \cdot \rho(r,t) \cdot dr}{\int_{0}^{r_{f}} r \cdot F_{ce0,r}(r,t) \cdot \rho(r,t) \cdot dr}$$
(IV.7.7)

où  $r_f$  et  $\rho$  correspondent respectivement au rayon et à la distribution radiale du faisceau.

D'autre part, nous avons déjà démontré que la force de CE comprend une composante magnétique et une composante électrique (voir chapitre 1). La rectification de l'expression de la force dans (IV.7.7), en faisant apparaître la composante de la CE électrique, permet d'obtenir facilement cette expression finale du degré de CCE :

$$\tau(t) = \gamma^2 \frac{\int_{0}^{r_f} r \cdot E_{comp,r}(r,t) \cdot \rho(r,t) \cdot dr}{\int_{0}^{r_f} r \cdot E_{ce0,r}(r,t) \cdot \rho(r,t) \cdot dr}$$
(IV.7.8)

 $E_{\text{comp},r}$  et  $E_{\text{ce0},r}$  sont respectivement le champ électrique induit par l'ensemble des particules chargées et le champ induit par la charge d'espace du faisceau.

L'expression finale du degré de CCE permet de donner le taux de réduction des forces de CE linéarisées. Cette information est directement exploitable dans les calculs d'enveloppe et servant pour des études d'adaptation.

# IV.8. Chauffage des particules piégées

Durant le processus de CCE, les particules secondaires neutralisantes (contribuant à la réduction du puits de potentiel) échangent de l'énergie par collisions coulombiennes avec leur environnement : particules du faisceau, particules secondaires du gaz résiduel et atomes neutres. L'enchaînement de ces collisions entraîne la thermalisation de l'ensemble des espèces de particules étudiées.

Plus la charge d'espace totale est compensée, plus l'énergie moyenne des particules neutralisantes piégées est réduite. L'échange d'énergie de ces nouvelles particules avec le reste des particules (particules à énergie moyenne relativement importante) impliquera une nouvelle thermalisation globale et donc une élévation de la température des particules piégées. C'est le processus de chauffage. Ce phénomène est déterminant pour la modélisation de l'état d'équilibre de la CCE où les particules neutralisantes (particules de très faible énergie) sont les plus susceptibles d'être chauffées.

La contradiction des résultats des récents travaux d'étude du chauffage dans la littérature a empêché le choix direct d'une méthode de modélisation de ce processus de collisions : des travaux de modélisation des interactions entre particules, dans le cas des plasmas des sources ECR [16,17], montrent que le temps moyen de collision est supérieur à  $1 \mu s$  pour des électrons peu énergétiques <sup>15</sup>. Cette condition permettait de négliger ce type de collisions sur des échelles de temps comparable au temps caractéristique de CCE.

Nous retrouvons d'autre part, une étude poussée de modélisation analytique du mécanisme de CCE [18] soulignant l'effet non négligeable du processus de chauffage. Cette modélisation est restreinte au régime permanent de la CCE et impose un caractère particulier sur la répartition des particules neutralisantes (distribution Maxwellienne) et sur la forme du potentiel de charge d'espace (distribution radiale parabolique). Les résultats de cette modélisation, comparables avec des résultats expérimentaux, illustrent un effet non négligeable du chauffage sur la CE résultante.

Afin d'améliorer la modélisation du mécanisme de CCE dans le code CARTAGO et de rendre plus précis les résultats à l'état d'équilibre, nous avons essayé d'implanter une procédure de chauffage modélisant les collisions coulombiennes des particules neutralisantes avec les particules du faisceau. Cette modélisation s'appuie sur l'approche d'étude macroparticulaire adoptée par le code.

Nous présentons dans ce qui suit le principe de la méthode de modélisation du processus du chauffage dans le cas d'un faisceau de protons (la même méthode est valable pour des faisceaux d'ions H). La méthode consiste à traiter chaque collision entre un électron et un proton dans le référentiel du faisceau. A partir de la section efficace de Rutherford, différentielle par rapport à l'angle de déflection de l'électron, nous estimons la probabilité pendant le pas de calcul dt pour l'électron d'être dévié d'un certain angle. A partir de l'analyse de la dynamique de la collision élastique, nous exprimons le transfert de la quantité de mouvement à l'électron correspondant. Un retour dans le référentiel du laboratoire donne alors le chauffage de l'électron (Le modèle numérique est repris avec plus de détail dans l'Annexe 1).

Les résultats de l'intégration de ce processus dans le code montre une variation du degré de CCE à l'équilibre de quelque % (Les résultats sont illustrés dans le *Chapitre 5*). La modélisation de processus peut être plus fidèle à la réalité en intégrant les interactions des électrons avec les ions, les atomes neutres et les autres électrons. Les petits angles de diffusion doivent être aussi étudiés en incluant la théorie de multi-diffusion.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Dans le cas de plasmas de densité  $\leq 10^{18} m^{-3}$ , le taux de collisions électron-électron ou électron-atome est de l'ordre de  $10^6 s^{-1}$  pour des électrons de 100 eV d'énergie.

# IV.9. Conclusions du chapitre

L'objectif de ce chapitre était de présenter la structure et les méthodes numériques employées pour la mise au point du code de transport CARTAGO. Nous avons essayé également d'expliquer le choix de ces différentes méthodes numériques.

Les résultats illustrés dans les chapitres suivants seront obtenus avec deux versions du code CARTAGO. L'étude du mécanisme de CCE, avec un faisceau rigide et sans effet longitudinal de la charge d'espace, sera calculée avec la version du code utilisant la modélisation purement radiale du champ de charge d'espace (section **IV.4.1** du chapitre). Cette version offre une plus grande rapidité d'exécution pour les différents cas de faisceaux et de plasma à étudiés. Elle sera désignée dans ce qui suit par la version 1D.

Les études de la dynamique du faisceau, avec CCE évoluant dans le temps, impliquent la non uniformité de la distribution des différentes charges longitudinalement. Ce choix d'études impose l'utilisation de la modélisation de la charge d'espace par la méthode de Gauss-Seidel (section **IV.4.2** du chapitre). La version du code CARTAGO utilisant cette modélisation sera désignée par la version 2D.

Afin d'éviter l'altération des résultats après quelques temps caractéristiques (de CCE) de calcul, nous utilisons la méthode des listes prédimensionnées dans l'ensemble des cas modélisés.

# **Bibliographie**

- [1] C.F. Barnett et al, *Atomic Data for Controlled Fusion Research* (Oak Ridge National Laboratory, 1977), ORNL Report 5206, 5207.
- [2] A. BenIsmaïl, *Influence de l'émittancemètre sur la dynamique du faisceau* (EDMS IPHI-Source / LBE-Transport faisceau, 03-2005), EDMS Id I-004808.
- [3] W.H. Press et al, *Numerical Recipes in C* (Cambridge University Press, second edition, 1992), p.833.
- [4] L. Vályi, Atom and ion sources, (Wiley, London, 1977), p.37.
- [5] T. Tabata et T. Shirai, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* vol 76,1 (Japan, 2000).
- [6] X. Fleury, Thèse, Ecole Polytechnique, *Modélisation et simulation de la neutralisation de charge d'espace d'un faisceau de protons*, (2000).
- [7] M.W. Gealy et al, *Energy and angular distribution of electrons from ion impact on atomic and molecular hydrogen. I. 20-114 keV H*<sup>+</sup>+H<sub>2</sub>, Phys. Rev. A, 51, p.2247, (1995).
- [8] E. Durand, *Electrostatique vol II, Problèmes Généraux Conducteur*, (Masson et C<sup>1e</sup>, Paris, 1966), p.27.
- [9] E. Durand, *Electrostatique vol III, Méthodes de Calcul Diélectrique*, (Masson et C<sup>ie</sup>, Paris, 1966), p.12,19.
- [10] W.H. Press et al, *Numerical Recipes in Fortran (second edition)*, (Cambridge University Press, New York, 1992), p.859, 704, 833.
- [11] R. Duperrier, Thèse, Université de Paris XI Orsay, *Dynamique de faisceaux intenses dans les RFQ*, (2000).
- [12] J. Vámosi et S. Biri, *TrapCAD*, Comput. Phys. Commun. 98, p.215-223, (1996).
- J. Sherman et al, *H- Beam Neutralization Measurements with a Gridded-Energy* Analyser, LINAC 88, Williamsburg, (CEBAF Report 89-001, Newport News, VA, 1989), p. 155–157.
- [14] Y. Baconnier et al., *Neutralisation of accelerator beam by ionisation of the residual gas*, (University of Jyväskylä, 1992), CERN 94–10, p. 525.
- [15] K.J. Sacherer, *RMS envelope equations with space charge*, IEEE. Trans. Nucl. Sci., Vol 18, NO. 3, p.1105-1107, (1971).
- [16] A. Heinen et al, *Heating and Trapping of Electrons in ECRIS, from Scratch to Afterglow*, 14th International Workshop on ECR Ion Sources (ECRIS99), Genève, (CERN, 1999).
- [17] R. Geller, *Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasma*, (IOP Publishing Ltd, 1966).
- [18] I. A. Soloshenko, *Space Charge Compensation of Technological Ion Beam*, IEEE. Trans. Plasma Science, Vol 27, NO. 4, p.1097-1100, (1999).
- [19] H. Straub et al, *Experimental nuclear Physics*, (E. Segre Editor), Vol. 1, p.251.

# Annexe 1

# Etude du chauffage des électrons secondaires dans un faisceau de protons

Durant le processus de compensation de la charge d'espace d'un faisceau de protons, les électrons piégés échangent de l'énergie avec leur environnement (faisceau, ions, atomes neutres, autres électrons) : c'est le chauffage électronique. Ce phénomène est déterminant pour la modélisation de l'état d'équilibre de la CCE où les électrons piégés (électrons de très faible énergie) sont les plus susceptibles d'être chauffés.

Dans cette annexe, nous analysons le chauffage des électrons par le faisceau de protons et indiquons la méthode de sa mise en œuvre dans le code CARTAGO.

Chaque collision entre un électron et un proton du faisceau est traitée dans le référentiel du faisceau de protons. A partir de la section efficace de Rutherford, différentielle par rapport à l'angle de déflection de l'électron, nous pouvons estimer la probabilité pendant le pas de calcul *dt* pour l'électron d'être dévié d'un certain angle. A partir de l'analyse de la dynamique de la collision élastique, nous pouvons exprimer le transfert de la quantité de mouvement à l'électron correspondant. Un retour dans le référentiel du laboratoire nous donne alors le chauffage de l'électron.

Afin de quantifier les différentes grandeurs physiques étudiées dans cette annexe, nous ferons plusieurs applications numériques en utilisant un faisceau de protons de 100 mA, 100 keV et 5 mm de rayon. L'énergie moyenne acquise par un électron au moment de l'ionisation du gaz résiduel (10 eV) sera prise comme énergie de référence dans ces applications numériques.

# Collision dans le référentiel du proton

Un proton de masse  $m_p$  et de quantité de mouvement  $\vec{p}_{p,lab} = \|\vec{p}_{p,lab}\| \cdot \vec{u}_z$  interagit avec un électron de masse  $m_e$  et de quantité de mouvement  $\vec{p}_{e,lab}$ . Dans le référentiel du laboratoire, nous avons :

$$\vec{p}_{e,lab} = p_{e,lab,z} \cdot \vec{u}_z + p_{e,lab,x} \cdot \vec{u}_x + p_{e,lab,y} \cdot \vec{u}_y$$

$$= p_{e,lab,z} \cdot \vec{u}_z + p_{e,lab,t} \cdot \vec{u}_t + 0 \cdot \vec{u}_3$$
(A1-1)

où :

et :

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_t \\ \vec{u}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{p_{e,lab,t}} \cdot \begin{pmatrix} p_{e,lab,x} & p_{e,lab,y} \\ -p_{e,lab,y} & p_{e,lab,x} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{u}_x \\ \vec{u}_y \end{pmatrix}$$
(A1-3)



 $p_{e,lab,t}^2 = p_{e,lab,x}^2 + p_{e,lab,y}^2$ 

Fig. A.1.1 : Référentiel d'étude de l'interaction proton / électron

83

(A1-2)

Dans un référentiel se déplaçant avec le proton avant la collision, la quantité de mouvement initiale du proton est :  $\vec{p}_{p,pro} = \vec{0}$ .

Nous nous placerons dans le cas où les protons et les électrons peuvent être traités par la mécanique non relativiste.

La quantité de mouvement initiale de l'électron, dans le référentiel du proton, est :

$$\vec{p}_{e,pro} = \vec{p}_{e,lab} - \frac{m_e}{m_p} \cdot \vec{p}_{p,lab}$$
(A1-4)

Dans ce référentiel, l'énergie cinétique de l'électron est:

$$E_{e,pro} = \frac{\left\|\vec{p}_{e,pro}\right\|^2}{2 \cdot m_e} \tag{A1-5}$$

<u>A.N.</u>: L'énergie du proton est de *100 keV* suivant la direction de  $\vec{u}_z$ , soit  $\|\vec{p}_{p,lab}\| = 13.7 \text{ MeV/c}$ . L'énergie de l'électron est de *10 eV* suivant la direction de  $\vec{u}_t$ , soit  $\|\vec{p}_{e,lab}\| = 3.2 \text{ keV/c}$ . Ceci implique :  $\vec{p}_{e,pro} = 3.2 \ \vec{u}_t - 7.46 \ \vec{u}_z$  (keV/c) et  $E_{e,pro} = 64.5 \ eV$ .

### Angle de déflection de collision

#### Etablissement de la loi de probabilité

La section efficace différentielle (par rapport à l'angle de déflection) de collision entre l'électron et le proton est donnée par Rutherford [19]:

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = 3,256.10^{-18} \cdot \frac{1}{E_e^2} \cdot \frac{1}{\sin^3 \theta} \cdot \frac{\left(m_p \cdot \cos \theta + \sqrt{m_p^2 - m_e^2 \cdot \sin^2 \theta}\right)^2}{m_p \cdot \sqrt{m_p^2 - m_e^2 \cdot \sin^2 \theta}}$$
(A1-6)

où :  $\sigma$  est la section efficace (en  $m^2$ );  $\theta$  est l'angle de déflection par rapport à la direction incidente de l'électron (en *rad*);  $E_e$  est l'énergie cinétique incidente de l'électron (en *eV*).

En tenant compte de la condition  $m_e \ll m_p$ , on a :

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = 3,256.10^{-18} \cdot \frac{1}{E_e^2} \cdot \frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^3\theta}$$
(A1-7)

Soit  $n_p$ , la densité du faisceau de protons. La probabilité de diffusion de l'électron dans un intervalle angulaire  $[\theta, \theta + d\theta]$  pendant un temps dt est :

$$dP(\theta) = 3,256.10^{-18} \cdot n_p \cdot \frac{v_{e,pro}}{E_{e,pro}^2} \cdot \frac{(1 + \cos\theta)^2}{\sin^3\theta} \cdot d\theta \cdot dt$$
(A1-8)

L'intégration de l'expression (A1-8) entre  $\theta$  et  $\pi$  nous permet de déduire cette expression de probabilité de diffusion (vérifiée au-delà d'un angle  $\theta$ ):

$$P(\theta) = K_P \cdot \left(\frac{1 + \cos\theta}{\sin^2\theta} - \frac{1}{2}\right) \cdot dt$$
(A1-9)

avec : 
$$K_P = 3,256.10^{-18} \cdot n_p \cdot \frac{v_{e,pro}}{E_{e,pro}^2}$$
 et  $\theta_{min}$  vérifiant  $\int_{\theta_{min}}^{\pi} P(\theta) \cdot d\theta = 1$ . Dans le cas où  $\theta < \theta_{min}$ ,

un électron peut diffuser plusieurs fois pendant le pas de temps dt. La modélisation de ce cas est abordée par la théorie de la multidiffusion.

<u>A.N.</u>: Soit un électron d'énergie 10 eV suivant la direction  $\vec{u}_t$  diffusant sur un faisceau de protons de 100 mA, 100 keV et de 5 mm de rayon. Ce faisceau est considéré parallèle et homogène. La densité du faisceau de protons est :  $n_p = 1.82 \ 10^{15} \ m^{-3}$ . La vitesse de l'électron dans le référentiel des protons est de :  $v_{e,pro} = 4.76 \ 10^6 \ m/s$ . On a alors :  $K_P = 6.78 \ s^{-1}$ .

### Transfert de quantité de mouvement

Déterminons la modification de la quantité de mouvement de l'électron. Dans le référentiel du faisceau de protons, la quantité de mouvement initiale de l'électron est :

$$\vec{p}_{e,pro} = p_{e,pro,t} \cdot \vec{u}_t + p_{e,pro,z} \cdot \vec{u}_z$$
(A1-10)

Nous décrivons la collision dans le référentiel  $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$  tel que le mouvement initial de l'électron soit suivant  $\vec{u}_1$ . On a alors :

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{p_{e,pro}} \cdot \begin{pmatrix} p_{e,pro,z} & p_{e,pro,t} \\ -p_{e,pro,t} & p_{e,pro,z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{u}_z \\ \vec{u}_t \end{pmatrix}$$
(A1-11)

et : et :

$$\vec{p}_{e,pro} = p_{e,pro} \cdot \vec{u}_1 \tag{A1-12}$$

$$\vec{u}_3 = \vec{u}_1 \times \vec{u}_2 \,. \tag{A1-13}$$

Après la collision <u>que nous considérerons élastique</u>, la quantité de mouvement de l'électrons devient :

$$\vec{p}_{e,pro,f} = p_{e,pro,f} \cdot \left(\cos\theta \cdot \vec{u}_1 + \sin\theta \cdot \left(\cos\varphi \cdot \vec{u}_2 + \sin\varphi \cdot \vec{u}_3\right)\right)$$
(A1-14)

où  $\varphi$  est l'angle azimutal de collision compris aléatoirement entre 0 et  $2\pi$ .

La quantité de mouvement finale de l'électron dans le référentiel du faisceau est alors :

$$\vec{p}_{e,pro,f} = (p_{e,pro,z} \cdot \cos \theta - p_{e,pro,t} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi) \cdot \vec{u}_{z} + (p_{e,pro,t} \cdot \cos \theta + p_{e,pro,z} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi) \cdot \vec{u}_{t} + p_{e,pro} \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \vec{u}_{3}$$
(A1-15)

Revenons maintenant dans le référentiel du laboratoire en utilisant (A1-4) :

$$\vec{p}_{e,lab,f} = \left( p_{e,pro,z} \cdot \cos\theta - p_{e,pro,t} \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi + \frac{m_e}{m_p} \cdot p_{p,lab} \right) \cdot \vec{u}_z + \left( p_{e,pro,t} \cdot \cos\theta + p_{e,pro,z} \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi \right) \cdot \vec{u}_t$$

$$+ p_{e,pro} \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi \cdot \vec{u}_3$$
(A1-16)

Une fois que l'angle de déflection  $\theta$  et l'angle azimutal  $\varphi$  sont obtenus par un tirage aléatoire ( $\theta$  vérifiant la loi de densité de probabilité donnée par (A1-9)), il ne nous reste plus qu'à modifier les composantes de la quantité de mouvement de l'électron en utilisant (A1-18) et (A1-3).

Nous avons calculé auparavant les grandeurs nécessaires pour l'implémentation dans le code CARTAGO. Dans ce qui suit, nous essayerons d'évaluer le rôle joué par le chauffage dans l'équilibre de la compensation. Pour cela, nous allons calculer le transfert d'énergie correspondant aux déflections des électrons afin de le comparer à la profondeur typique d'un puits de potentiel d'un faisceau.

# Transfert d'énergie

L'énergie de l'électron est donnée par (relation non-relativiste) :

$$E_{e,lab,f} = \frac{\left\|\vec{p}_{e,lab,f}\right\|^2}{2 \cdot m_e}$$
(A1-17)

Soit en utilisant (A1-16) :

$$E_{e,lab,f} = \frac{1}{2 \cdot m_e} \cdot \left[ \left( p_{e,pro,z} \cdot \cos \theta - p_{e,pro,t} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + \frac{m_e}{m_p} \cdot p_{p,lab} \right)^2 \right] + \left( p_{e,pro,t} \cdot \cos \theta + p_{e,pro,z} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \right)^2 + \left( p_{e,pro} \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi \right)^2$$
(A1-18)

Le développement du calcul donne :

$$E_{e,lab,f} = \frac{p_{e,pro,z}^{2} + p_{e,pro,t}^{2}}{2 \cdot m_{e}} + \frac{m_{e}}{m_{p}} \cdot \frac{p_{p,lab}^{2}}{2 \cdot m_{p}} + \frac{1}{m_{p}} \cdot p_{p,lab} \cdot \left(p_{e,pro,z} \cdot \cos\theta - p_{e,pro,t} \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi\right)$$

$$= E_{e,lab} + \frac{p_{p,lab}}{m_{p}} \cdot \left(\left(p_{e,lab,z} - \frac{m_{e}}{m_{p}} \cdot p_{p,lab,z}\right) \cdot (\cos\theta - 1) - p_{e,lab,t} \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi\right)$$
(A1-19)

Soit une variation d'énergie :

$$\delta E_{e,lab} = E_{e,lab,f} - E_{e,lab}$$

$$= \frac{p_{p,lab}}{m_p} \cdot \left( \left( p_{e,lab,z} - \frac{m_e}{m_p} \cdot p_{p,lab,z} \right) \cdot (\cos \theta - 1) - p_{e,lab,t} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \right)$$
(A1-20)

✓ Si l'électron est initialement immobile, l'énergie qui lui est transmise est :

$$\delta E_{e,lab} = 2 \cdot \frac{m_e}{m_p} \cdot E_{p,lab} \cdot (1 - \cos \theta)$$
(A1-21)

 $\underline{\text{A.N.}}: E_{p,lab} = 100 \text{ keV}, \ \theta = 10 \text{ mrad}: E_{e,lab,f} = 5.45 \text{ meV}.$ 

 $\checkmark$  Au premier ordre en  $\theta$ , si l'énergie de l'électron est uniquement transverse :

$$\delta E_{e,lab} = -2 \cdot \sqrt{\frac{m_e}{m_p}} \cdot E_{p,lab} \cdot E_{e,lab} \cdot \cos \varphi \cdot \theta$$
(A1-22)

<u>A.N.</u>:  $E_{p,lab} = 100 \text{ keV}, \ \theta = 10 \text{ mrad}, E_{e,lab} = 10 \text{ eV}: \left. \delta E_{e,lab} \right|_{max} = 0.467 \text{ eV}.$ 

### Energie moyenne transférée

L'énergie moyenne gagnée par un électron pendant un temps dt est :

$$\langle \delta E \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left( \int_{\theta_{\min}}^{\pi} \frac{dP(\theta)}{d\theta} \cdot \delta E_{e,lab} \cdot d\theta \right) \cdot d\varphi$$
  
=  $K_E \cdot dt \cdot \int_{\theta_{\min}}^{\pi} \frac{(1 - \cos \theta) \cdot (1 + \cos \theta)^2}{\sin^3 \theta} \cdot d\theta$  (A1-23)  
=  $K_E \cdot dt \cdot \ln \left( \frac{2}{1 - \cos \theta_{\min}} \right)$ 

$$K_{E} = 6,512.10^{-18} \cdot \frac{m_{e}}{m_{p}} \cdot n_{p} \cdot \frac{v_{e,pro} \cdot E_{p,lab}}{E_{e,pro}^{2}} = 2K_{P} \cdot \frac{m_{e}}{m_{p}} \cdot E_{p,lab}$$
(A1-24)

Soit si  $\theta_{\min} \ll 1$ :

avec :

$$\langle \delta E \rangle = 2K_E \cdot dt \cdot \ln\left(\frac{2}{\theta_{\min}}\right)$$
 (A1-25)

<u>A.N.</u>: Soit un électron d'énergie 10 eV suivant la direction  $\vec{u}_t$  diffusant sur un faisceau de protons de 100 mA, 100 keV et de 5 mm de rayon. Ce faisceau est considéré parallèle et homogène.  $K_E = 738.5 \ eV/s$ ,  $\langle \delta E \rangle = 0.011 \ eV/\mu s$  pour  $\theta_{min} = 10^{-3} \ mrad$ ;  $\langle \delta E \rangle = 0.021 \ eV/\mu s$  pour  $\theta_{min} = 10^{-6} \ mrad$ ;  $\langle \delta E \rangle = 0.031 \ eV/\mu s$  pour  $\theta_{min} = 10^{-9} \ mrad$ . Le transfert d'énergie moyen aux électrons dépend faiblement de  $\theta_{min}$  et est faible. Cependant, il nous indique qu'au bout de 100  $\mu s$  (qui peut être de l'ordre de quelques temps caractéristique de compensation), les électrons gagnent en moyenne quelques eV.

#### Energie quadratique moyenne transférée

Même si les électrons échangeaient une énergie moyenne nulle avec le faisceau de protons, l'écart quadratique moyen des échanges d'énergie peut suffire à donner assez d'énergie à certains électrons pour leur permettre d'atteindre la paroi de la chambre à vide. L'effet moyen est alors une perte d'électrons dans la chambre à vide. Calculons l'énergie quadratique moyenne transférée par le faisceau de protons aux électrons.

L'écart quadratique moyen et l'énergie quadratique moyenne gagnée par un électron pendant un temps dt vérifient :  $\sigma_E = \sqrt{\langle \delta E^2 \rangle - \langle \delta E \rangle^2}$ . (A1-26)

On a :

$$\left\langle \delta E^{2} \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{0}^{2\pi} \left( \int_{\theta_{\min}}^{\pi} \frac{dP(\theta)}{d\theta} \cdot \delta E_{e,lab}^{2} \cdot d\theta \right) \cdot d\varphi$$
$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{p_{p,lab}}{m_{p}} \right)^{2} \cdot \int_{0}^{2\pi} \left( \int_{\theta_{\min}}^{\pi} \frac{dP(\theta)}{d\theta} \cdot \left[ \left( p_{e,lab,z} - \frac{m_{e}}{m_{p}} \cdot p_{p,lab,z} \right)^{2} \cdot (\cos\theta - 1)^{2} + \right] \cdot d\theta \right] \cdot d\varphi$$
(A1-27)
$$\left( p_{e,lab,z}^{2} \cdot \sin^{2}\theta \cdot \cos^{2}\varphi \right)^{2} \cdot \left( p_{e,lab,z}^{2} - \frac{m_{e}}{m_{p}} \cdot p_{p,lab,z} \right)^{2} \cdot \left( p_{e,lab,z}^{2} - \frac{m_{e}}{m$$

En utilisant (A1-9) et en intégrant (A1-27), on trouve:

$$\left\langle \delta E^{2} \right\rangle = \left(\frac{p_{p,lab}}{m_{p}}\right)^{2} \cdot K_{P} \cdot dt \cdot \left[ \left( p_{e,lab,z} - \frac{m_{e}}{m_{p}} \cdot p_{p,lab,z} \right)^{2} \cdot \left(1 + \cos \theta_{\min} \right) + \frac{1}{2} \cdot p_{e,lab,}^{2} \cdot \left(1 + \cos \theta_{\min} + 2 \cdot \ln \left(\frac{1 - \cos \theta_{\min}}{2}\right) \right) \right]$$
(A1-28)

En posant que  $\cos \theta_{\min} \approx 1 - \frac{\theta_{\min}^2}{2} \approx 1$  (hypothèse justifiée par l'ordre de grandeur de  $\theta_{min}$ : généralement inférieur à  $10^{-3} mrad$ ), on obtient :

$$\left\langle \delta E^{2} \right\rangle = \left(\frac{p_{p,lab}}{m_{p}}\right)^{2} \cdot K_{P} \cdot dt \cdot \left[ 2 \cdot \left( p_{e,lab,z} - \frac{m_{e}}{m_{p}} \cdot p_{p,lab,z} \right)^{2} + p_{e,lab,}^{2} \cdot \left( 1 + 2 \cdot \ln\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right) \right) \right]$$
(A1-29)

En exprimant le résultat en fonction des énergies des particules :

$$\left\langle \delta E^{2} \right\rangle = 2 \cdot K_{E} \cdot dt \cdot \left[ 2 \cdot \left( E_{e,lab,z} + E_{p,lab,z} - 2 \cdot \sqrt{E_{e,lab,z} \cdot E_{p,lab,z}} \right) + E_{e,lab} \cdot \left( 1 + 2 \cdot \ln\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right) \right) \right]$$
(A1-30)

<u>A.N.</u>: Soit un électron d'énergie 10 eV (suivant la direction  $\vec{u}_t$ ) diffusant sur un faisceau de protons de 100 mA, 100 keV et de 5 mm de rayon. Ce faisceau est considéré parallèle et homogène.  $K_E = 738.5 \ eV/s$ ; Les valeurs de  $\langle \delta E \rangle$  et de  $\sigma_E$  en fonction de dt et  $\theta_{min}$  sont données par les deux tableaux suivants :

$dt$ $\theta_{min}$	10 <sup>-3</sup> mrad	10 <sup>-6</sup> mrad	10 <sup>-9</sup> mrad
1 μs	1.12 10 <sup>-02</sup>	2.14 10 <sup>-02</sup>	3.16 10 <sup>-02</sup>
1 ns	1.12 10 <sup>-05</sup>	2.14 10 <sup>-05</sup>	3.16 10 <sup>-05</sup>
1 ps	1.12 10 <sup>-08</sup>	2.14 10 <sup>-08</sup>	3.16 10 <sup>-08</sup>

Tableau A1-1 : La valeur de l'énergie moyenne transférée  $\langle \delta E \rangle$  en fonction de dt et  $\theta_{min}$ .

$dt$ $\theta_{min}$	10 <sup>-3</sup> mrad	10 <sup>-6</sup> mrad	10 <sup>-9</sup> mrad
1 μs	17.009	17.003	16.997
1 ns	0.5378	0.5376	0.5374
1 ps	1.7 10 <sup>-02</sup>	1.7 10 <sup>-02</sup>	1.69 10 <sup>-02</sup>

Tableau A1-2 : La valeur de l'écart quadratique moyen  $\sigma_E$  en fonction de dt et  $\theta_{min}$ .

Le transfert d'énergie quadratique aux électrons ne dépend quasiment pas de  $\theta_{min}$ . Il s'ajoute quadratiquement en fonction du pas de temps choisi (ce qui est logique, car l'énergie peut-être soit perdue soit gagnée à chaque collision). L'écart-type de l'échange en énergie pendant  $1 \ \mu s$  est de  $17 \ eV$ . Une valeur considérable pour des électrons très peu énergétique (cas dans le régime permanent de CCE).

# **Chapitre V**

# Modélisation 1D dans une section sans champ

LES	PARAMETRES DETERMINANTS DANS L'EVOLUTION DE LA CCI	E 90
LA (	CCE D'UN FAISCEAU CONTINU D'IONS $H^+$	93
2.1.	Test préliminaire	
2.2.	Un cas typique d'évolution de la CCE d'un faisceau d'ions $H^+$	94
2.3.	Effets de la pression du gaz résiduel dans le cas du faisceau d'ions $H^+$	98
2.4.	Effets de l'intensité du faisceau d'ions $H^+$	100
2.5.	Effets de la taille du faisceau d'ions $H^+$	103
2.6.	Conclusions	105
LA (	CCE D'UN FAISCEAU CONTINU D'IONS $H^{-}$	105
8.1.	Un cas typique d'évolution de la CCE d'un faisceau d'ions $H^{-}$	105
3.2.	Effets de la pression du gaz résiduel dans le cas du faisceau d'ions $H^{-}$	108
3.3.	Effets de la taille du faisceau d'ions $H^-$	109
3.4.	Effets de l'intensité du faisceau d'ions $H^-$	110
3.5.	Conclusions	111
LA (	CCE DE FAISCEAUX GROUPES EN PAQUETS	111
I.1.	Critère de stabilité et vérification	112
ł.2.	Particularité de l'étude de la CCE des faisceaux groupés	114
1.3.	Evolution de la CCE dans le cas de faisceaux groupés	115
CON	ICLUSIONS DU CHAPITRE	119
	LES LA ( 2.1. 2.2. 2.3. 2.4. 2.5. 2.6. LA ( 3.1. 3.2. 3.3. 3.4. 3.5. LA ( 4.1. 4.2. 4.1. 4.2. 4.3. CON	LES PARAMETRES DETERMINANTS DANS L'EVOLUTION DE LA CCI LA CCE D'UN FAISCEAU CONTINU D'IONS $H^+$

# Chapitre V Modélisation 1D dans une section sans champ

Nous étudions dans ce chapitre le régime transitoire du mécanisme de CCE dans une section sans champ extérieur. Le temps d'établissement et le degré de CCE à l'équilibre sont donnés pour différents cas de faisceaux et avec variation de la pression du gaz résiduel. Les faisceaux étudiés sont circulaires, rigides, uniformes et invariant longitudinalement. Cette dernière hypothèse sur la nature des faisceaux ainsi que la condition d'uniformité de répartition du gaz dans la section sans champ permettent d'annuler la charge d'espace longitudinale. Le mécanisme de CCE est ainsi modélisé avec la version 1D du code CARTAGO<sup>16</sup>.

Nous exposons dans la première partie de ce chapitre les différentes évolutions du mécanisme de CCE, dans le cas de faisceaux continus de protons, en faisant varier séparément l'intensité, la taille du faisceau et la pression du gaz résiduel. Cette même étude de modélisation est refaite, dans la deuxième partie du chapitre, pour des faisceaux d'ions H en changeant uniquement le signe de la charge des faisceaux déjà étudiés (tous les autres paramètres du faisceau et du gaz résiduel, y compris la section efficace d'ionisation, sont conservés).

Nous concluons le chapitre par une étude du mécanisme de CCE des faisceaux d'ions  $H^+$  et H mais à moyenne énergie et en mode pulsé.

# V.1. Les paramètres déterminants dans l'évolution de la CCE

Nous avons noté dans le **Chapitre 1** qu'il est possible de déduire avec exactitude, sous réserve de certaines conditions, la durée mise pour compenser totalement la charge d'espace d'un faisceau continu. Cette durée est égale au temps caractéristique de compensation de la charge d'espace  $T_{CCE}$  (cf. Equation (V-1)) si toutes les conditions suivantes sont satisfaites :

- 1. une production continue des particules neutralisantes (les  $e^{-1}$  dans le cas de faisceau positif).
- 2. un effet nul, sur le mécanisme de la CCE, de la deuxième espèce des particules secondaires (les ions  $H_2^+$  dans le cas de faisceau positif).
- 3. un confinement, dans l'espace du faisceau, des particules neutralisantes produites.

Ces trois conditions impliquent l'égalisation de la densité du faisceau  $n_f$  par la celle des particules neutralisantes  $n_p$  après écoulement du temps caractéristique défini par :

$$T_{CCE} = \frac{1}{\sigma_{ionis} \cdot n_g \cdot v_f}$$
(V-1)

où  $v_f$ ,  $n_g$  et  $\sigma_{ionis}$  sont respectivement la vitesse du faisceau  $(m.s^{-1})$ , la densité  $(m^{-3})$  et la section efficace d'ionisation  $(m^2)$  du gaz résiduel.

Cette dernière équation découle directement de la formule déterminant la quantité des particules secondaires, produites par ionisation du gaz résiduel, pendant une durée  $\Delta t$ :

$$n_{p}(\Delta t) = \sigma_{ionis} \cdot n_{g} \cdot n_{f} \cdot v_{f} \cdot \Delta t$$
(V-2)

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> La version 1D emploie un calcul uniquement radial du champ de charge d'espace (cf. section **IV.4.1** du **Chapitre 4**).

Dans le cas réel, il est très difficile (surtout pour les faisceaux positifs) de satisfaire les conditions 2 et 3 d'établissement de la CCE en une durée égale à un seul  $T_{CCE}$ . Le temps d'établissement de la CCE est ainsi dépendant d'autres paramètres du faisceau et du gaz résiduel.

Dans le cas du faisceau de protons de 100 mA, 95 keV et 3 cm de rayon, nous avons noté (section **IV.3.1** du **chapitre 3**) que le temps mis par un ion  $H_2^+$  pour quitter l'espace du faisceau peut être de l'ordre de quelques dixièmes de microsecondes. D'après l'équation (V-1), le temps  $T_{CCE}$  correspondant à ce faisceau de protons est de 1  $\mu$ s pour une pression de gaz de  $4.10^{-4}$  hPa. Le temps de fuite des ions secondaires  $H_2^+$  est, dans ce cas, comparable à  $T_{CCE}$ . Ceci implique un effet non négligeable de ces particules sur l'évolution de la CCE et par conséquent la non validité de la condition 2 déjà évoquée.

Le temps de parcours de l'espace du faisceau par les particules non-neutralisantes est dépendant de l'intensité, du rayon et de l'énergie du faisceau ainsi que de la charge et la masse de ces particules. Nous approchons ce temps par l'expression (calcul détaillé dans l'**Annexe 1**) :

$$T_P = \frac{R_f}{2 \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{m_s \cdot c^2 / q_s}{\Delta V_f}}$$
(V-3)

où  $q_s$  et  $m_s$  sont la charge et la masse de la particule ;  $R_f$  et  $\Delta V_f$  sont la distance et la différence de potentiel entre l'axe et le bord du faisceau.

Ce temps de fuite, parfois relativement important par rapport à  $T_{CCE}$ , favorise la présence dans le faisceau d'une densité  $n_n$  non négligeable des particules non neutralisantes. Or, nous avons défini l'équation (V-1) en partant de la relation (V-2) et en supposant surtout que la seule charge à compenser par les particules neutralisantes est celle du faisceau.

En reprenant l'équation (V-2) et en écrivant que  $n_p = n_f + n_n$  au bout d'un temps  $T_{CCE}$ , nous obtenons :

$$n_f + n_n = \sigma_{ionis} \cdot n_g \cdot n_f \cdot v_f \cdot T_{CCE}$$
(V-4)

Ceci permet de déduire l'expression corrigée du temps caractéristique de CCE :

$$T_{CCE} = (1 + \frac{n_n}{n_f}) \cdot \frac{1}{\sigma_{ionis} \cdot n_g \cdot v_f}$$
(V-5)

Cette expression démontre que plus la densité résiduelle des particules non neutralisantes est importante plus l'écart entre le temps caractéristique révisé et celui proposé dans la littérature (équation (V-1)) est grand.

Cette dernière expression réaffirme encore que le temps d'établissement de la CCE est dépendant de la pression du gaz résiduel (pression déduite à partir de la densité  $n_g$ ) et de l'énergie du faisceau (la section efficace d'ionisation  $\sigma_{ionis}$  dépend aussi de l'énergie du faisceau).

D'autre part, nous avons mentionné dans le **chapitre 1** que le mécanisme de la CCE se traduit par une réduction progressive, dans le temps, du puits de potentiel électrostatique. Etant donné la conservation de l'énergie totale des particules neutralisantes, la réduction du potentiel s'accompagne par un élargissement de leurs amplitudes d'oscillation par rapport à l'axe du faisceau (cf. Figure V-1). Une partie de ces particules passent ainsi à l'extérieur du faisceau dès le démarrage du processus de CCE. Ceci altère la validité de la condition 3 déjà évoquée (confinement des particules neutralisantes dans l'espace du faisceau durant un temps  $T_{CCE}$ ).



Figure V-1: Elargissement de l'amplitude d'oscillation avec la réduction de la charge d'espace.

La « fuite » des particules neutralisantes à l'extérieur du faisceau ralentit le temps d'établissement de la CCE prévue en un seul temps  $T_{CCE}$ . Ce temps d'établissement devient encore plus lent si, pendant leurs oscillations, les particules neutralisantes sont perdues en atteignant les parois internes de la chambre à vide.

Les particules neutralisantes peuvent aussi quitter l'espace du faisceau si elles acquièrent, au moment de leurs création, une énergie initiale radiale suffisante. La valeur nécessaire pour cette énergie correspond à la différence des potentiels entre le bord du faisceau et la position radiale de création de la particule.

Le recensement de tout ces facteurs influents sur l'évolution de la CCE montre que le temps d'établissement dépend essentiellement de :

- o la pression du gaz résiduel,
- o l'intensité, l'énergie et le rayon du faisceau,
- o la masse et la charge des particules secondaires du gaz résiduel,
- o le rapport entre les rayons du faisceau et de la chambre à vide,
- o le spectre de l'énergie initiale des particules neutralisantes.

Nous décrivons dans ce qui suit l'évolution du mécanisme de CCE dans les deux cas de faisceaux d'ions  $H^+$  et  $H^-$  interagissant avec du dihydrogène. Nous illustrons ensuite les effets sur la CCE de la variation de la pression du gaz résiduel, de l'intensité du faisceau et du rapport entre la taille de ce dernier et l'ouverture de la chambre à vide. L'effet de la variation de l'énergie du faisceau introduira l'étude du cas des faisceaux groupés en paquets.

# V.2. La CCE d'un faisceau continu d'ions $H^+$

Afin d'étudier l'évolution dans le temps du mécanisme de CCE, nous évaluerons le degré de neutralisation à chaque pas de calcul de la simulation avec la formule (cf. Equation (IV-7.8) du Chapitre 4) :

$$\tau_{Fce}(t) = 1 - \gamma^2 \cdot \frac{\int\limits_{0}^{R_f} r \cdot E_{comp,r}(r,t) \cdot \rho(r,t) \cdot dr}{\int\limits_{0}^{R_f} r \cdot E_{ce0,r}(r,t) \cdot \rho(r,t) \cdot dr}$$
(V-6)

où  $E_{comp,r}$  et  $E_{ce0,r}$  sont respectivement le champ électrique induit par l'ensemble des particules chargées et le champ induit par la charge d'espace du faisceau.

#### V.2.1. Test préliminaire

La validité de la formule (V-6), ainsi que de son implantation numérique dans le code, est possible avec la réalisation de l'essai suivant :

L'évolution de la CCE d'un faisceau rigide, avec des particules neutralisantes immobiles et en absence de la deuxième espèce des particules secondaires, doit aboutir à une compensation totale (de 100%) au bout d'un seul temps  $T_{CCE}$  (déduit de l'équation (V-1)). La charge d'espace d'un faisceau de 95 keV dans du dihydrogène à 3.8 10<sup>-3</sup> hPa doit être ainsi totalement compensée en 0.1  $\mu$ s. Ce cas de vérification permet aussi de valider la méthode de discrétisation du champ de charge d'espace et le calcul de la charge électrostatique portée par les macro-particules.



Figure V-2 : Vérification de l'évolution de la CCE d'un faisceau de 95 keV et à 3.8 10<sup>-3</sup> hPa.

En appliquant les conditions de validation déjà citées, nous vérifions que la charge d'espace d'un faisceau d'ions  $H^+$  de 100 mA et de 95 keV est totalement compensée au bout de 0.1  $\mu$ s avec une pression de gaz résiduel de 3.8  $10^{-3}$  hPa (cf. Figure V-2). L'évolution linéaire du degré de CCE reflète bien l'uniformité dans le temps du processus de création des particules neutralisantes qui sont immobiles tout le long de ce test.

### V.2.2. Un cas typique d'évolution de la CCE d'un faisceau d'ions $H^+$

Nous avons simulé le mécanisme de CCE d'un faisceau uniforme et rigide de protons (100 mA, 95 keV et 3 cm de rayon) dans une section sans champ de 10 cm de rayon et avec une pression de gaz résiduel  $H_2$  de 3.8  $10^{-4}$  hPa (le temps caractéristique correspondant est  $T_{CCE} = 1 \ \mu s$ ). Des ions  $H_2^+$  et des électrons sont produits, par ionisation du gaz résiduel, conformément au spectre d'énergie initiale et à la section efficace d'ionisation décrits dans le **chapitre 4.** 

Les processus collisionnels (notamment le chauffage) sont négligés dans toute cette partie.

Deux différentes méthodes, de calcul du degré de CCE, ont été décrites dans les chapitres précédents. La première, utilisée avec les mesures de l'analyseur 4 grilles, permet de déduire le degré de CCE à partir du ratio entre les puits de potentiel dans le faisceau initialement et à un instant t donné :

$$\tau_{\Delta V}(t) = 1 - \frac{\Delta V(t)}{\Delta V_0} = 1 - \frac{V_{r=R_f}(t) - V_{r=0}(t)}{V_{r=R_f}(0) - V_{r=0}(0)}$$
(V-7)

Cette méthode permet un calcul facile et rapide du degré de CCE. Par contre, elle n'est pas fonction de la distribution des charges à l'intérieur du faisceau (cf. section (II-4.8) du **Chapitre 2**).

La deuxième méthode de calcul, traduite par l'équation (V-3), permet de déduire le degré de CCE à partir du ratio entre l'intégrale des forces de charge d'espace dans le faisceau initialement et à un instant t donné. Ce calcul, plus proche de la modélisation du transport, donne des degrés de CCE parfois inférieurs de 10 % par rapport aux degrés calculés par l'équation (V-4) (cf. Figure V-3).

Avec une importante neutralisation de la charge d'espace, le champ et le potentiel électrostatiques induits sont presque nuls dans tout l'espace du faisceau. Ceci explique la superposition des valeurs déduites par les deux méthodes de calcul, à partir d'environ  $2 \mu s$ , dans la Figure V-3.



Figure V-3 : Deux évolutions dans le temps du degré de CCE. Le degré est calculé à partir du ratio entre les puits de potentiel dans le faisceau (courbe en violet) et suivant l'équation (V-1) (courbe en bleu).

### Etapes caractérisant le régime transitoire de la CCE d'un faisceau de protons :

Nous reprenons dans cette partie la courbe de la Figure V-3 donnant l'évolution du taux de CCE avec le temps (courbe en bleu). Trois étapes consécutives peuvent être distinguées dans la phase transitoire du mécanisme de la CCE (cf. Figure V-4).



Figure V-4 : Les trois étapes de la phase transitoire de CCE du faisceau de protons étudié.

La première étape de la phase transitoire débute avec le démarrage du processus d'ionisation du gaz par le faisceau. L'évolution de la CCE dans cette étape est conditionnée essentiellement par le comportement des ions  $H_2^+$ : Ces particules secondaires sont toutes présentes dans l'espace du faisceau au démarrage du processus de CCE. A cause de leur masse relativement grande, leur répulsion par la charge d'espace vers l'extérieur du faisceau est assez lente <sup>17</sup>. Les premières répulsions de ces ions, accompagnées d'une accumulation continue d'électrons, déclenchent le début de la CCE. Nous remarquons alors (cf. Figure V-4) un degré de CCE, qui évolue dans le temps, avec une pente de plus en plus grande à mesure que le flux d'ions quittant le faisceau augmente.

Les distributions radiales des densités de charges électronique et ionique au début de la CCE (courbes verte et bleue dans la partie gauche de la Figure V-5) confirment le comportement d'accumulation générale, dans l'espace du faisceau, de toutes les particules secondaires. Nous observons, par ailleurs, que cette première accumulation de particules influe peu sur la charge d'espace totale. Le champ de charge d'espace résultant garde encore l'allure linéaire induite par la distribution uniforme du faisceau.

Le comportement général des électrons, dans cette première étape de régime transitoire, est caractérisé par une concentration relativement importante au voisinage de l'axe du faisceau (à r = 0). Ce comportement est confirmé par les calculs de l'Annexe 2, où nous démontrons que la distribution radiale de tout ensemble de particules, avec une oscillation purement radiale par rapport un axe donné, est une distribution présentant un pic sur ce dernier axe.

Nous avons noté, dans l'étude mono-particulaire du **Chapitre 3**, que l'oscillation des particules neutralisantes par rapport à l'axe du faisceau n'est pas toujours purement radiale. Ces particules peuvent prendre des trajectoires elliptiques, par rapport au point r = 0, si elles acquièrent une énergie initiale au moment de leur création. Cette condition réduit la probabilité de passage d'une de ces particules neutralisantes par l'axe du faisceau et réduit par conséquent la concentration globale au voisinage de ce dernier axe. La distribution, présentant un creux sur l'axe, est effectivement remarquée dans le cas des électrons (cf. Figure V-5).

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Pour ce cas d'étude, l'équation (V-2) indique un temps moyen de fuite des ions  $H_2^+$  d'environ 0.2  $\mu s$ .



Figure V-5: Etat du plasma résiduel et de la charge d'espace du faisceau d'ions  $H^+$  à 60 ns. Partie à gauche : la distribution radiale des électrons (en vert), des ions  $H_2^+$  (en bleu) et du faisceau (en rouge). Partie à droite : le champ électrostatique radial de charge d'espace (en rouge) et le potentiel électrostatique radial × 20 (en vert).

La <u>deuxième étape</u> de la phase transitoire est caractérisée par une évolution linéaire du degré de CCE (cf. Figure V-4). Dans cette étape, le flux d'ions  $H_2^+$  fuyant le faisceau est constant dans le temps. De leur côté, les électrons, produits continuellement, restent dans le faisceau. La linéarité dans le temps de ces deux derniers comportements induit la décroissance linéaire du degré de CCE.

Nous notons aussi que la répartition non uniforme des électrons et des ions  $H_2^+$  induit des non linéarités du champ électrostatique radial de charge d'espace (cf. Figure V-6).





La <u>troisième étape</u> de la phase transitoire est caractérisée par un ralentissement de l'augmentation du degré de CCE (cf. Figure V-4). Ce ralentissement est dû à l'enchaînement de plusieurs comportements particuliers du plasma résiduel :

- la proportion d'électrons de grandes amplitudes d'oscillation, par rapport à l'axe du faisceau, devient considérable dans cette étape. Ces électrons qui arrivent à passer à l'extérieur du faisceau, contribuent moins à la compensation de la charge d'espace restante.
- certains électrons, ayant des amplitudes d'oscillation supérieures au rayon de la chambre à vide, atteignent les parois internes et sont perdues. A partir de ce stade, seuls les électrons, créés avec une faible énergie initiale, contribuent au mécanisme de CCE.
- la réduction des forces de charge d'espace ralentit aussi la répulsion des ions  $H_2^+$  qui commencent à s'accumuler de nouveau dans l'espace du faisceau (cf. Figure V-7).



Figure V-7: Etat du plasma résiduel et de la charge d'espace du faisceau d'ions  $H^+$  à 2.5  $\mu s$ .

Nous remarquons, vers la fin de la troisième étape, que la répartition des électrons tend à égaliser la totalité de la charge positive produite par l'ensemble des ions  $H_2^+$  et du faisceau (la courbe en pointillé de la Figure V-7 retrace cette distribution totale de la charge positive). La charge d'espace, résultante de la répartition de l'ensemble des particules chargées, est considérablement atténuée à partir de 2  $T_{CCE}$ . Nous relevons sur la Figure V-3 : 97 % de CCE à t=5  $T_{CCE}$ . Ce degré de CCE ainsi que la tendance globale du système sont conformes à nos attentes : avec une charge totale attractive pour les particules neutralisantes et avec une production continue de particules à énergie initiale presque nulle, la charge d'espace finit par s'annuler. Cette conclusion a été illustrée aussi par une résolution numérique d'un système d'équation de Vlasov modélisant la formation et l'état d'équilibre du plasma résiduel [1].

Dans le cas réel, plusieurs facteurs (champs extérieurs, charge d'espace longitudinale, processus collisionnels ...) peuvent empêcher l'accumulation des particules neutralisantes très peu énergétiques et bloquent par conséquent la compensation totale de la charge d'espace (sujet du **Chapitre 6**). En utilisant la même version du code CARTAGO, nous avons tenté d'évaluer l'effet du chauffage des électrons sur l'état d'équilibre du processus de CCE du faisceau étudié.

### Effets du chauffage des électrons sur l'évolution du mécanisme de CCE

Afin d'approcher le processus de chauffage des électrons, nous avons inclus dans le code les effets des collisions élastiques entre le faisceau et ces particules secondaires (la méthode numérique est détaillée dans le **Chapitre 4**). Cette nouvelle interaction avec le faisceau induit une élévation de la température des électrons à l'état d'équilibre. Ces dernières particules arrivent, par conséquent, à fuir le puits de potentiel restant à la fin du régime transitoire. Ceci constitue une barrière pour l'évolution de la CCE. Les résultats numériques, incluant le chauffage, montrent un degré de CCE qui tend à se stabiliser autour de *98* % (cf. Figure V-8).



Figure V-8 : Effet du chauffage électronique sur l'évolution de la CCE.

La modélisation de la CCE, sans et avec chauffage d'électrons, prédit respectivement des degrés voisins de *100* % et *98* %. Nous notons d'autre part que les mesures expérimentales, relevées par l'analyseur 4 grilles dans la LBE d'IPHI [2], ne donnent que des valeurs inférieure à *99* %. Ceci semble confirmer l'effet des collisions sur le mécanisme de la CCE.

### V.2.3. Effets de la pression du gaz résiduel dans le cas du faisceau d'ions $H^+$

En absence de processus collisionnels et avec une pression de gaz résiduel de 3.8  $10^4$  hPa (impliquant un  $T_{CCE} = 1 \ \mu s$ ), la CCE du faisceau d'ions  $H^+$  étudié se stabilise à partir de quelques dizaine de temps caractéristique (cf. Figure V-8). Le régime transitoire précédent cet état d'équilibre est caractérisé par les trois étapes intermédiaires décrites auparavant.

Nous effectuons, dans cette section, une étude comparative du mécanisme de CCE, pour le même faisceau d'ions  $H^+$ , et avec deux autres pressions du gaz : 3.8  $10^{-5}$  hPa et 3.8  $10^{-6}$  hPa. <sup>18</sup>

La réduction de la pression du gaz résiduel s'accompagne par une réduction du taux de production des particules secondaires (plus la densité du gaz est faible moins l'ionisation est intense) et par conséquent du ralentissement de l'évolution du processus de CCE. Le temps caractéristique  $T_{CCE}$  (c.f. Equation (V-1)) est inversement proportionnel à la pression du gaz : il est de 10 µs pour 3.8 10<sup>-5</sup> hPa et 0.1 ms pour 3.8 10<sup>-6</sup> hPa.

Nous avons noté d'autre part que la vitesse de répulsion des ions secondaires est très déterminante pour la durée de la première étape du régime transitoire. Ces ions prennent en moyenne  $0.2 \,\mu s$  pour fuir le faisceau d'ions  $H^+$  (d'après l'équation (V-3), ce temps est indépendant de la pression du gaz résiduel). Etant donné l'ordre de grandeur du temps  $T_{CCE}$  à  $3.8 \, 10^{-5} \, hPa$  et à  $3.8 \, 10^{-6} \, hPa$ , nous déduisons que les effets du temps de fuite, sur le mécanisme de CCE, seront négligeables dans ces cas de faibles pressions.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Nous rappelons que la pression du gaz résiduel dans la LBE d'IPHI est de l'ordre de 2  $10^{-5}$  hPa.

Afin de simplifier la comparaison du mécanisme de CCE avec variation de la pression, nous reportons sur la même Figure V-9 les trois évolutions correspondantes à chaque valeur de pression du gaz résiduel. La variable temps, portée sur l'axe des abscisses, est normalisée par rapport au  $T_{CCE}$  correspondant à chaque pression.



Figure V-9 : Evolution temporelle du degré de CCE pour trois cas de pression du gaz résiduel.

Les résultats de la Figure V-9 confirment la disparition de la première étape du régime transitoire dans le cas des faibles pressions du gaz résiduel ( $3.8 \ 10^{-5} \ hPa$  et  $3.8 \ 10^{-6} \ hPa$ ). Les degrés de CCE, correspondants à ces pressions relativement faibles, démarrent directement par l'évolution linéaire caractéristique de la deuxième étape du régime transitoire. Ceci leur permet d'éviter le ralentissement induit par la première étape et d'avoir globalement une évolution de CCE plus rapide.

En plus de leurs effets sur la première étape du régime transitoire, les ions secondaires peuvent aussi être déterminants durant tout le processus de CCE. Dans le cas d'un faible  $T_{CCE}$  (cas d'une grande pression du gaz résiduel et donc d'un grand taux d'ionisation), la charge d'espace est compensée avec la répulsion d'une petite proportion d'ions secondaires. Une partie considérable de ces particules n'arrive pas, par conséquent, à quitter l'espace du faisceau avant l'état d'équilibre. Nous enregistrons dans ce cas une accumulation continue de ces ions durant toute la phase transitoire. Cette accumulation ionique est enregistrée par exemple à  $3.8 \ 10^{-4} \ hPa$  (cf. Figure V-6 et Figure V-7).

A  $3.8 \ 10^{-5} \ hPa$  et à  $3.8 \ 10^{-6} \ hPa$ , le temps caractéristique d'évolution de la CCE (respectivement :  $10 \ \mu s$  et  $100 \ \mu s$ ) est relativement long par rapport au temps de fuite des ions  $(0.1 \ \mu s$  en moyenne). Ceci se traduit par un taux de perte des ions  $H_2^+$  important par rapport au taux de création (avec l'ionisation du gaz résiduel) et donc par une réduction de la quantité accumulée de ces particules. Les résultats de simulation à  $10^{-5} \ hPa$  confirment cette conclusion. A 95 % de CCE (valeur atteinte respectivement à 2.5  $\mu s$  et 14.5  $\mu s$  avec les deux pressions  $3.8 \ 10^{-4} \ hPa$  et  $3.8 \ 10^{-5} \ hPa$ ), nous enregistrons à  $10^{-5} \ hPa$  une quantité d'ions  $H_2^+$  beaucoup plus faible comparée au cas de  $10^{-4} \ hPa$  (comparaison entre la quantité des ions des Figure V-10 et Figure V-7). A  $10^{-6} \ hPa$ , le taux de perte des ions est tellement important que la densité correspondante est presque nulle même à l'équilibre.

Nous constatons dans la littérature que la majorité des études, surtout analytiques, du mécanisme de CCE ne tiennent pas compte de la deuxième espèce secondaire (les ions dans le cas des faisceaux positifs). Nos résultats de modélisation montrent que cette approximation est fausse si le temps de fuite  $T_P$  de ces particules n'est pas négligeable par rapport au temps caractéristique  $T_{CCE}$ .



Figure V-10: Etat du plasma résiduel pour le faisceau d'ions  $H^+$  à 14.7 µs et à 3.8 10<sup>-5</sup> hPa.

### V.2.4. Effets de l'intensité du faisceau d'ions H<sup>+</sup>

Etant donnée l'uniformité de la distribution du faisceau d'ions  $H^+$  étudié, nous l'expression du puits de potentiel (différence entre le potentiel sur l'axe et sur le bord) :

$$\Delta U = U_{R_f} - U_{R_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \sqrt{q/m_f}} \cdot \frac{I_f}{\sqrt{E_f}}$$
(V-8)

où q est la charge d'un électron;  $m_f$ ,  $I_f$  et  $E_f$  sont respectivement la masse, l'intensité et l'énergie des particules du faisceau.

Cette dernière équation met en évidence la dépendance entre le puits de potentiel et l'intensité du faisceau. Il en découle que l'évolution du mécanisme de la CCE est aussi dépendante de l'intensité du faisceau.

Nous effectuons, dans cette section, une étude comparative du mécanisme de CCE, pour la pression  $3.8 \ 10^{-5} \ hPa$  du gaz résiduel, et en variant seulement l'intensité du faisceau d'ions  $H^+$  décrit auparavant. Les intensités étudiées ainsi que les puits de potentiel correspondants (déduits à partir de l'équation (V-8)) sont donnés par le Tableau V-1.

I_faisceau	1 mA	2 mA	5 mA	10 mA	100 mA	1 A
Puits du faisceau	2.1 V	4.2 V	10.5 V	21 V	210 V	2100 V

Tableau V-1 : Valeurs initiales du puits de potentiel du faisceau en fonction de l'intensité

Nous avons déjà mentionné que la valeur du puits de potentiel dans le faisceau est déterminante à la fois pour le processus de répulsion des ions (temps de fuite  $T_P$ ) et pour le processus de confinement des électrons. Un puits de potentiel profond induit une répulsion plus rapide des ions et un piégeage plus facile des électrons.

Dans le cas contraire, c'est-à-dire avec un faible puits de potentiel, la dynamique des électrons est assez différente. En fonction de l'importance de l'énergie initiale par rapport à la profondeur du puits, ces particules peuvent osciller à l'extérieur du faisceau ou même atteindre les parois de la chambre à vide si cette énergie dépasse la valeur du puits de potentiel total.

L'ionisation du dihydrogène par un faisceau d'ions  $H^+$  (de 95 keV) produit des électrons avec des énergies initiales de l'ordre de 10 eV [3]. Nous avons déduit, à partir de la distribution de l'énergie cinétique initiale des électrons (section IV.3.1 du **Chapitre IV**), la proportion de ces particules créées avec des énergies inférieures à la valeur du puits de potentiel du faisceau. La variation de cette proportion en fonction du puits de potentiel est illustrée par la Figure V-11. Nous remarquons, par exemple, que tout puits de potentiel inférieur à 30 V n'arrive pas à piéger la totalité des électrons créés.



Figure V-11 : Proportions de la quantité d'électrons créés avec des énergies inférieures au puits de potentiel du faisceau  $\Delta U$ .

Le potentiel électrostatique d'un faisceau d'ions  $H^+$ , de 100 mA, 95 keV et de 3 cm de rayon, est caractérisé par une profondeur du puits de 210 V. L'énergie nécessaire pour qu'un électron, placé sur le bord de ce faisceau, atteint la paroi interne de la chambre à vide de rayon 10 cm est de 500 eV (cf. Figure V-12). L'importance de cette charge d'espace ainsi que les valeurs de la Figure V-11 confirment que la totalité des électrons créés, dans ce faisceau non compensé, contribue au processus de CCE durant les premiers moments du régime transitoire.



Figure V-12: Potentiel électrostatique d'un faisceau d'ions  $H^+$  (100 mA, 95 keV et 3 cm de rayon).

La réduction de l'intensité du faisceau implique la diminution de la profondeur du puits de potentiel (cf. tableau V-1). Or, cette condition accentue la probabilité de perte des électrons de plus forte énergie. D'autre part, la réduction du champ de charge d'espace ralentit la vitesse de répulsion des ions (le temps de fuite moyen est de  $1 \ \mu s$  pour un faisceau de  $5 \ mA$ ). Ces deux phénomènes induisent des temps d'établissement de la CCE de plus en plus lent avec la réduction de l'intensité du faisceau (cf. Figure V-13;  $P_{gaz.résiduel}=3.8 \ 10^{-5} \ hPa$ ).



Figure V-13: Evolution temporelle de la CCE avec 6 intensités différentes du faisceau d'ions H<sup>+</sup>

Dans le cas du faisceau de 1 mA, une grande partie des électrons créés fuit presque instantanément le faisceau (le temps de fuite d'un électron ayant une énergie initiale de 10 eV est d'environ 15 ns). Seulement 3 % de ces particules restent dans le faisceau et contribuent au processus de CCE (cf. Figure V-11). La majorité des ions secondaires, en revanche, mettent plusieurs  $\mu s$  avant de quitter le faisceau. Le bilan de la première phase du processus de CCE, dans ce cas de faisceau de faible intensité, est une accumulation des ions  $H_2^+$  et non des électrons. Les différentes distribution0s de la Figure V-14 confirment ce comportement particulier des particules secondaires.

Dans le cas des faisceaux de faible intensité, la charge d'espace initiale est accentuée par l'accumulation des ions secondaires. Ceci se traduit par des valeurs négatives du degré de CCE (cf. Figure V-13). L'intensité de piégeage des électrons dépend de la profondeur du puits de potentiel à compenser. Dans le cas, par exemple, d'un faisceau de 2 mA, 0.2 ms est nécessaire pour accumuler une quantité d'électrons équivalente à 90 % de la charge positive. Ces lents temps de montée de CCE peuvent empêcher la production de faisceaux stables en mode pulsé.







Figure V-15 : Etat du plasma résiduel dans le cas du faisceau d'ions  $H^+$  de 1 A à 0.9  $\mu$ s.

Dans le cas du faisceau d'ions  $H^+$  de IA, les énergies initiales des électrons deviennent négligeable devant le puits de potentiel (environ 2 kV). En plus du fait qu'ils sont tous piégés, les électrons sont dominés par la force radiale de la charge d'espace qui les oblige à osciller linéairement par rapport à l'axe du faisceau. Les calculs de l'**Annexe 2** illustre une distribution piquée sur l'axe du faisceau pour ces particules neutralisantes. Ce calcul est confirmé par le résultat numérique de la Figure V-15.

### V.2.5. Effets de la taille du faisceau d'ions $H^+$

Nous avons mentionné que, dans le cas d'une distribution uniforme, la profondeur du puits de potentiel dans le faisceau est indépendante de son rayon. La taille du faisceau apparaît, par contre, dans l'expression du puits de potentiel total (différence entre le potentiel sur l'axe du faisceau et sur la paroi de la chambre à vide) :

$$\Delta V_{total} = \frac{I_f}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot v_f} \left( \ln(\frac{r_{tube}}{r_f}) + \frac{1}{2} \right)$$
(V-9)

où  $r_{tube}$  est le rayon de la chambre à vide ;  $I_f$ ,  $v_f$  et  $r_f$  sont respectivement l'intensité, la vitesse et le rayon du faisceau.

L'équation (V-9) montre que, plus le rapport  $(r_{tube} / r_f)$  est grand, plus le puits de potentiel total est profond. Nous étudions, dans cette section, le mécanisme de CCE (pour le faisceau d'ions  $H^+$  de 100 mA et à 3.8 10<sup>-5</sup> hPa) en faisant varier seulement le rayon du faisceau. Les rayons étudiés ainsi que les puits de potentiel total correspondants sont donnés par le Tableau V-2.

Rayon_faisceau	l cm	3 cm	6 cm	9 cm
Puits de potentiel total	1181 V	718 V	428 V	256 V

Tableau V-2 : Valeurs initiales du puits de potentiel total en fonction de la taille du faisceau.

Il semble évident que l'augmentation de la taille du faisceau, dans ce cas étudié, entraîne plus de pertes des électrons contribuant à la réduction de la charge d'espace.

D'autre part, le temps de fuite des ions  $H_2^+$  croît proportionnellement à l'augmentation de la taille du faisceau (cf. Equation (V-2)). Ces deux comportements des particules secondaires impliquent, par conséquent, un ralentissement de la CCE avec le rayon du faisceau. Ce retard sur le régime transitoire de la CCE est confirmé par les résultats de la Figure V-16. Nous notons, par exemple, que les faisceaux de rayons *1 cm* et *9 cm* atteignent respectivement *90 %* de CCE après *10 µs* et *14 µs*.



Figure V-16: Evolution temporelle du degré de CCE avec 4 rayons différents du faisceau  $(H^+)$ .

Le comportement fondamental des particules secondaires reste le même en faisant varier la taille du faisceau. Nous enregistrons, par conséquent, les trois étapes caractéristiques du régime transitoire avant d'atteindre l'équilibre. Ces étapes s'achèvent par une répartition des macro-électrons qui tend à égaliser la totalité de la charge positive produite par l'ensemble des ions  $H_2^+$  et du faisceau. Cette distribution d'électrons est brusquement tronquée au niveau de la paroi de la chambre à vide dans le cas d'un faisceau de rayon relativement grand (Figure V-17).



Figure V-17 : Etat du plasma créé dans le cas du faisceau d'ions  $H^+$  de 9 cm à 12.5  $\mu$ s.

### V.2.6. Conclusions

Avec une pression de gaz résiduel  $(3.8 \ 10^{-5} \ hPa)$  proche de celles mesurées dans la LBE d'IPHI, la charge d'espace du faisceau de protons  $(100 \ mA, \ 95 \ keV$  et  $3 \ cm$  de rayon) est compensée presque totalement  $(99 \ \%)$  en  $50 \ \mu s$ . En incluant les processus collisionnels, susceptibles de chauffer les particules neutralisantes, la CCE à l'équilibre ne tend plus vers la valeur de  $100 \ \%$  mais elle se stabilise, par exemple, à  $98 \ \%$  si nous rajoutons les collisions élastiques électrons-faisceau.

Le temps d'établissement de la CCE croît parfois considérablement avec :

- la réduction de la pression du gaz résiduel,
- la réduction de l'intensité du faisceau,
- la réduction du rapport entre le rayon de la chambre à vide et le rayon du faisceau.

Les trois étapes intermédiaires du régime transitoire caractérisent chaque variation de ces derniers paramètres. Le cas de très faibles intensités du faisceau fait apparaître une nouvelle étape de surcroît de la charge d'espace (valeurs négative du degré de CCE).

L'augmentation de l'énergie du faisceau doit avoir les mêmes conséquences que la réduction de l'intensité (le puits de potentiel est proportionnel à l'intensité et inversement proportionnel à la racine carrée de l'énergie). Cependant, la variation de cette énergie induit aussi un changement de la valeur de la section efficace d'ionisation du gaz résiduel. Une étude de la CCE avec un faisceau de *3 MeV* est présentée dans les résultats du mode pulsé.

# V.3. La CCE d'un faisceau continu d'ions $H^{-}$

Les faisceaux d'ions  $H^-$ , produits par une source ECR et transportés dans une LBE, ionisent le gaz résiduel  $H_2$ . Ces faisceaux regroupent presque toutes les propriétés des faisceaux d'ions  $H^+$ : masse, rapport q/A, section efficace d'ionisation ... Seul le signe de la charge du faisceau change dans cette nouvelle étude du mécanisme de CCE.

### V.3.1. Un cas typique d'évolution de la CCE d'un faisceau d'ions $H^{-}$

La CCE d'un faisceau d'ions  $H^-$  est caractérisée par le même mécanisme décrit auparavant : Des électrons et des ions  $H_2^+$  sont produits lors de l'ionisation du gaz résiduel par le faisceau. Suivant leurs charges, ces particules secondaires sont piégées ou expulsées par la charge d'espace. Un ensemble de charges neutralisantes s'accumule alors dans l'espace du faisceau et contribue progressivement à la réduction de cette charge d'espace.

Etant donné le signe de la charge des faisceaux d'ions  $H^-$ , la CCE s'effectue en piégeant les ions  $H_2^+$  et en expulsant les électrons. Cette inversion des comportements des particules secondaires (comparée au cas des faisceaux d'ions  $H^+$ ) entraîne quelques différences sur l'évolution temporelle du mécanisme de la CCE :

1. Les ions  $H_2^+$  sont créés presque sans énergie initiale. Ceci garantit leur piégeage même par une faible charge d'espace.

2. Les électrons fuient très rapidement l'espace du faisceau (en quelques *ns*). Ce qui empêche de ralentir l'évolution de la CCE.

Nous présentons dans ce qui suit le résultat de modélisation du mécanisme de CCE d'un faisceau uniforme et rigide d'ions  $H^-$  (100 mA, 95 keV et 3 cm de rayon). L'étude est faite dans une section sans champ (10 cm de rayon) et avec une pression de gaz résiduel de 3.8  $10^{-4}$  hPa. Le temps caractéristique correspondant à cette dernière pression est  $T_{CCE} = 1 \ \mu s$ . Les électrons et les ions  $H_2^+$  sont produits par ionisation du gaz résiduel conformément au spectre d'énergie initiale et à la section efficace d'ionisation décrits dans le **chapitre 4**.



Figure V-18: Etat du plasma résiduel et de la charge d'espace du faisceau d'ions  $H^{-}$  à  $0.2\mu s$ .

Les différentes dynamiques des particules secondaires confirment, au début du processus de CCE, l'accumulation de la totalité des ions  $H_2^+$  et la fuite instantanée des électrons (ces résultats sont illustrés par la Figure V-18 à  $t=0.2 \ \mu s$ ). Ces deux différents comportements des particules secondaires sont maintenus jusqu'à l'annulation totale de la charge d'espace du faisceau. Dans notre cas d'étude, le degré de CCE atteints les 100 % en 1  $\mu s$  (cf. Figure V-19).

Les particules secondaires, produites par ionisation du gaz résiduel après la réduction totale de la charge d'espace (*100* % de CCE), adoptent de nouveaux comportements :

1. Les nouveaux ions créés ne sont pas soumis à des forces de charge d'espace et ne possèdent pas d'énergie initiale. Ces conditions favorisent leur immobilisation dans le faisceau et impliquent par conséquent l'apparition d'une nouvelle charge d'espace. Les ions  $H_2^+$  s'accumulant ainsi de nouveau dans le faisceau, ils subissent une lente réaction d'auto-répulsion due à leur propre charge d'espace (le nouveau temps de fuite est de quelques  $\mu s$ ).

2. Les électrons, instantanément éjectés auparavant, voient l'apparition d'une nouvelle charge d'espace attractive (la charge produite par les ions  $H_2^+$ ) et essayent par conséquent d'établir une nouvelle neutralité électrique du plasma (cf. Figure V-21). L'efficacité de piégeage de ces électrons dépend de l'importance de la nouvelle charge d'espace par rapport aux énergies acquises initialement.

Ces différents comportements des particules secondaires induisent, dans la deuxième phase du régime transitoire (à partir de 100 % de CCE), une surcompensation atteignant 104 % à  $1.2 \,\mu s$  (cf. Figure V-19)<sup>19</sup>. La surcompensation des faisceaux d'ions H a été aussi enregistrée dans plusieurs études expérimentales [4,5]. Elle a toujours été justifiée par l'inertie des ions  $H_2^+$  crées dans le faisceau après la compensation totale de la charge d'espace.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Le degré de CCE, illustré par la Figure V-19, est calculé à partir du ratio entre l'intégrale des forces de charge d'espace initiale et à un instant *t* donné (équation (V-6)). Le calcul du même degré avec le ratio entre les puits de potentiel (équation (V-7)) montre aussi une surcompensation qui dépasse les 107 % de CCE à  $1.2 \ \mu s$ .



Figure V-19: Evolution du degré de CCE (déduit à partir de Eq.(V-3)). Cas du faisceau d'ions  $H^-$ .







Figure V-21: Etat du plasma créé et de la charge d'espace du faisceau d'ions H à 2.5 $\mu$ s.

Nous remarquons à partir de la Figure V-19 que l'évolution du degré de CCE présente des fluctuations tout le long de la phase transitoire. Ce comportement dépend de la fréquence d'oscillation des particules neutralisantes, de la nature de la distribution du faisceau et de la pression du gaz résiduel :

La charge d'espace radiale produite par un faisceau de distribution uniforme est linéaire. Les effets induits par cette linéarité sont ressentis par toutes les particules secondaires durant la première partie de la phase transitoire (l'aspect linéaire du champ de charge d'espace est présenté par la Figure V-18 à  $t=0.2 \ \mu s$ ). Une fois créés, tous les ions  $H_2^+$  sont attirés radialement par les forces de charge d'espace. Nous démontrons facilement que la répartition radiale linéaire de ces forces ramène simultanément, sur l'axe du faisceau, l'ensemble d'ions  $H_2^+$  créés au même instant. Une fois tous sur l'axe du faisceau, les ions  $H_2^+$  induisent une surcompensation dans cette zone et sont, par conséquent, repoussés par leur propre charge d'espace (un exemple de cette surcompensation est illustré par la Figure V-20). Ces particules poursuivent ensuite leurs comportements d'accumulation et de fuite générale engendrant, avec la même période, des fluctuations sur le degré de CCE.

La période d'oscillation globale des ions  $H_2^+$  peut être déduite du temps de répulsion de l'un de ces ions par une charge d'espace équivalente (temps déduit de l'équation (V-2)). Le calcul du temps de répulsion, dans le cas du faisceau d'ions H, donne la valeur de  $0.2 \,\mu s$  qui apparaît proche de la période des fluctuations observées sur la Figure V-19.

Plus la pression du gaz résiduel est faible, plus la période d'oscillation globale devient faible devant le temps caractéristique de CCE. Les fluctuations du degré de CCE deviennent alors de moins en moins remarquables. Ce comportement sera mis en évidence dans la section suivante du chapitre.

Nous avons vérifié d'autre part que la non uniformité de la distribution du faisceau réduit considérablement l'amplitude de ces fluctuations. Cette vérification a été effectuée avec la modélisation de la CCE d'un faisceau de distribution gaussienne [6].

Nous illustrons dans ce qui suit les effets, sur l'évolution de la CCE, de la variation de :

- 1. la pression du gaz résiduel,
- 2. l'intensité du faisceau d'ions  $H^{-}$ ,
- 3. le rapport entre la taille du faisceau et l'ouverture de la chambre à vide.

### V.3.2. Effets de la pression du gaz résiduel dans le cas du faisceau d'ions $H^-$

Nous effectuons, dans cette section, une étude comparative du mécanisme de CCE, pour le faisceau d'ions  $H^-$  décrit auparavant, et avec les deux autres pressions du gaz résiduel : 3.8  $10^{-5} hPa$  et 3.8  $10^{-6} hPa$ . Le temps caractéristique de CCE est égal respectivement à 1 µs, 10 µs et 0.1 ms pour les pressions 3.8  $10^{-4} hPa$ , 3.8  $10^{-5} hPa$  et 3.8  $10^{-6} hPa$ .

Nous avons noté, dans le cas des faisceaux d'ions  $H^+$ , que l'évolution du mécanisme de la CCE est ralentie par l'accumulation de particules non-neutralisantes si le temps caractéristique de CCE et le temps de fuite de ces particules sont du même ordre de grandeur.

Dans le cas des faisceaux d'ions  $H^-$ , le temps de fuite des électrons (quelques *ns*) reste négligeable devant le temps caractéristique même à 3.8  $10^{-4}$  hPa. La première phase du régime transitoire est ainsi caractérisée par une densité électronique négligeable et ceci pour les trois cas de pressions étudiées (la Figure V-18 illustre ce comportement électronique pour 3.8  $10^{-4}$  hPa).

L'évolution de la CCE dans la première phase du régime transitoire ne dépendant que du comportement des ions  $H_2^+$ . Indépendamment de la valeur de la pression, l'ionisation du gaz résiduel produit la même quantité de ces ions en un seul temps caractéristique de CCE. Ceci justifie la similarité, dans cette première phase de régime transitoire, entre les différentes évolutions du degré de CCE avec les trois cas de pressions (cf. Figure V-22).


Figure V-22 : Evolution temporelle du degré de CCE pour trois cas de pression du gaz résiduel.

Nous avons expliqué dans la section précédente que les fluctuations de l'évolution du degré de CCE dépendent essentiellement de la période d'oscillation globale des ions  $H_2^+$  et du temps caractéristique de CCE. La fréquence de ces fluctuations doit être diminuée avec la réduction de la pression du gaz résiduel : plus la pression du gaz est faible, plus la période d'oscillation globale devient négligeable devant le temps caractéristique de CCE. Nous vérifions, à partir des résultats de la Figure V-22, que la fréquence des fluctuations à  $10^{-5} hPa$  est dix fois plus petite qu'à  $10^{-4} hPa$ . Ces fluctuations ne sont plus perceptibles à  $10^{-6} hPa$ .

### V.3.3. Effets de la taille du faisceau d'ions $H^-$

Nous avons déjà mentionné que le puits de potentiel total  $\Delta V_{total}$  (différence entre le potentiel sur l'axe du faisceau et sur la paroi de la chambre à vide) est dépendant de la taille du faisceau <sup>20</sup>. Cette taille et le puits de potentiel du faisceau  $\Delta U$  (différence entre le potentiel sur l'axe et sur le bord du faisceau) sont par contre indépendants (cf. Equation (V-8)).

Le rapprochement des deux valeurs de puits de potentiel  $\Delta U$  et  $\Delta V_{total}$  favorise, dans le cas des faisceaux de  $H^+$ , une perte rapide des électrons créés avec une grande énergie initiale. Cette condition induit par conséquent un ralentissement de l'évolution du degré de CCE.

Ce même comportement est enregistré aussi, dans le cas des faisceaux d'ions  $H^-$ : les pertes des ions  $H_2^+$  sont plus rapides au cours du temps avec la réduction du puits de potentiel total (équivalent à la réduction du rapport  $r_{tube}/r_f$ ).

Deux conditions permettent, par contre, de réduire l'effet de perte rapide de ces particules :

1/ les ions créés n'acquièrent aucune énergie suite au processus d'ionisation. Ces particules ne peuvent pas, par conséquent, quitter instantanément l'espace du faisceau et contribuent pleinement à la CCE.

2/ Des pertes sont enregistrés avec la réduction du puits de potentiel du faisceau au cours du temps. La condition d'énergie cinétique initiale nulle implique que la charge de tout ion perdu est remplacée forcément par la charge du premier nouveau ion créé.

Ces deux dernières conditions réduisent considérablement l'effet de perte rapide des ions  $H_2^+$  et induisent une grande similarité entre les évolutions du degré de CCE dans le cas des trois faisceaux d'ions  $H^-$  ayant comme rayon : 1 cm, 3 cm et 9 cm (cf. Figure V-23).

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Plus le rapport ( $r_{tube}/r_f$ ) est grand, plus le puits de potentiel total est profond (cf. Equation (V-6)).



Figure V-23: Evolution du degré de CCE avec 3 rayons différents du faisceau d'ions  $H^-$ .

Un léger ralentissement de l'évolution du degré de CCE est noté dans le cas du faisceau d'ions  $H^-$  de 9 cm de rayon. La taille transverse de ce faisceau est très proche de l'ouverture interne de la chambre à vide (10 cm de rayon). Cette condition favorise un grand taux de perte des particules neutralisantes (pratiquement tout ion quittant l'espace du faisceau est perdu). L'importance de ces pertes, induite par la vitesse de réduction du puits de potentiel  $\Delta U$ , dépasse dans ce cas de faisceau le taux de création par ionisation.

#### V.3.4. Effets de l'intensité du faisceau d'ions H<sup>-</sup>

Etant donné la condition d'énergie cinétique initiale nulle, la totalité des ions créés est accumulée dans l'espace du faisceau indépendamment de la profondeur de son potentiel. Cette condition reste vraie dans la première phase du régime transitoire où la contribution des électrons est nulle. Nous enregistrons, dans cette phase, une analogie entre les évolutions du degré de CCE dans le cas de trois faisceaux d'ions  $H^-$  ayant comme intensité : 1 mA, 10 mA et 100 mA (cf. Figure V-24).

Le processus d'accumulation des particules neutralisantes dans ces faisceaux aboutit à une phase de surcompensation. Le comportement des particules secondaires dans cette nouvelle phase est très dépendant de la profondeur du puits de potentiel du faisceau :



Figure V-24: Evolutions temporelles de la CCE avec différentes intensités du faisceau d'ions H

La condition de surcompensation implique immédiatement l'accumulation des électrons et l'auto-répulsion des ions  $H_2^+$ . Nous avons déjà démontré que la réduction d'une charge d'espace positive entraîne à la fois :

- La limitation de la quantité d'électrons piégés (dont l'énergie cinétique initiale dépasse la profondeur du puits de potentiel correspondant).
- La réduction du temps de fuite des ions  $H_2^+$  (ce qui favorise encore plus leur accumulation).

Ces deux dernières conditions sont enregistrées dans le cas de réduction de l'intensité du faisceau d'ions  $H^{-}$  <sup>(21)</sup>. Ceci justifie l'importance relative du degré de CCE dans le cas du faisceau de *l mA* et à partir de la deuxième phase du régime transitoire (cf. Figure V-24). Ces mêmes conditions augmentent considérablement la durée d'établissement de l'équilibre.

### V.3.5. Conclusions

Afin de quantifier le temps d'établissement dans les différents cas illustrés dans cette partie de conclusions, nous considérons que l'équilibre est atteint lorsque le degré de CCE se stabilise autour de 100% à 1% prés.

Le cas des faisceaux d'ions  $H^-$  est caractérisé essentiellement par l'enregistrement d'une phase de surcompensation très déterminante pour le régime transitoire.

Avec des paramètres constants du faisceau, l'évolution relative (par rapport au temps caractéristique) de la CCE est conservée dans le cas des très faibles pressions du gaz résiduel (inférieur à environ  $10^{-5}$  hPa). Le temps d'établissement dans ce cas de pressions est pratiquement toujours égal à un seul temps caractéristique de CCE. Ce temps caractéristique ainsi que la dynamique des particules secondaires changent par contre considérablement dans le cas d'augmentation de la pression du gaz résiduel. Ce temps d'établissement dépasse par exemple 1.5  $T_{CCE}$  dans le cas de 4.10<sup>-4</sup> hPa.

A part le cas d'une taille transverse du faisceau très voisine de l'ouverture de la chambre à vide, le variation du rapport  $r_{tube} / r_f$  n'influe pas significativement sur la cinétique du mécanisme de CCE à pression constante. L'équilibre est alors atteint en un seul  $T_{CCE}$ .

La variation de l'intensité du faisceau influe peu sur la cinétique du mécanisme de CCE pour les intensités supérieures à environ 10 mA. Dans le cas contraire (intensité inférieur à quelques mA), nous enregistrons de très lents temps d'établissement et une phase de surcompensation s'étalant pratiquement sur tout le régime transitoire.

### V.4. La CCE de faisceaux groupés en paquets

Le but de cette étude est de donner un aperçu de la dynamique du mécanisme de la CCE dans le cas des faisceaux groupés en paquets. Une réexamination des hypothèses, utilisées dans les études précédentes, était indispensable avec les nouveaux paramètres du faisceau et du gaz résiduel. Ces paramètres ont été choisis en se référant aux conditions typiques des faisceaux et du gaz résiduel à la sortie du RFQ d'IPHI [7].

Le passage du faisceau dans le RFQ d'IPHI permet à la fois de l'accélérer jusqu'à 3 MeV et de le transformer en une série de paquets ayant respectivement comme fréquence de répétition et comme extension en phase : 352 MHz et  $60^{\circ}$ . La nouvelle énergie du faisceau implique plusieurs changements sur les paramètres d'ionisation du gaz résiduel :

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> La réduction du l'intensité du faisceau s'accompagne par la diminution de la quantité des particules secondaires produites par ionisation du gaz et par conséquent par la réduction de la quantité des ions  $H_2^+$  accumulés dans la phase de surcompensation.

La section efficace d'ionisation du gaz  $H_2$  par le faisceau (ions  $H^+$  ou  $H^-$ ) de 3 MeV est réduite d'un facteur 16 (elle passe de 2.5  $10^{-20} m^2$  à 0.15  $10^{-20} m^2$ ) par rapport au cas de 100 keV [8]. D'autre part, il est possible de déduire le spectre de l'énergie initiale des particules secondaires produites à partir d'études expérimentales sur des faisceaux d'ions  $H^+$  [3,9]. Les résultats de ces références montrent que le spectre de l'énergie initiale des particules secondaires est peu sensible à des variations de l'énergie du faisceau de 50 à 300 keV. Nous supposons que le comportement reste le même jusqu'à 3 MeV. Le spectre de l'énergie initiale correspondant au cas du faisceau de 95 keV est ainsi maintenu.

La pression du gaz résiduel à la sortie du RFQ est au moins dix fois plus faible que dans la partie basse énergie ( $\leq 10^{-6} hPa$ ). Ces nouvelles valeurs de pression entraînent quelques réserves au sujet de l'hypothèse de l'uniformité de la distribution du gaz résiduel. Nous avons noté dans le chapitre précédent que la densité du gaz résiduel à  $5.10^{-5} hPa$  est environ 250 fois plus grande que la densité du faisceau de protons de 100 mA, 95 keV et de 3 cm de rayon. Cette condition permettait de considérer que la densité du gaz, constamment renouvelé dans la ligne, est invariante. Avec une pression de gaz résiduel inférieure à  $10^{-6} hPa$  et un faisceau de 3 MeV, le rapport entre les deux densités respectives avoisine la valeur 30. Cette valeur justifie moins l'hypothèse d'invariabilité du gaz résiduel suite aux interactions avec le faisceau.

Afin de présenter une approche de la dynamique du mécanisme de la CCE dans ce cas de faisceaux, nous réutilisons le modèle numérique et les mêmes approximations déjà employées dans le cas des faisceaux continus.

### V.4.1. Critère de stabilité et vérification

La stabilité des particules neutralisantes dans le cas d'un faisceau groupé par paquets a été déjà étudiée analytiquement par plusieurs auteurs [10,11]. Le but de leurs études était d'établir un critère permettant de garantir l'instabilité et donc la perte de toute particule neutralisante produite dans un anneau de stockage. Nous présentons, dans la première partie cette section, le critère de stabilité de ces particules. En appliquant les approximations d'établissement du critère, nous comparons ensuite ses résultats avec des calculs de notre modèle numérique.

Dans le cas d'un fonctionnement en mode groupé, l'ionisation du gaz résiduel dans une section longitudinale donnée coïncide avec chaque passage d'un paquet de faisceau. Les particules secondaires produites subissent périodiquement (suivant la fréquence de pulsation du faisceau) les effets du passage de ces paquets. Elles sont soumises respectivement aux forces produites par la charge d'espace totale (au moment du passage d'un paquet) suivie par la force produite par leur seule charge d'espace propre (entre deux paquets). Dépendant de plusieurs paramètres du faisceau (courant, énergie, taille et fréquence de pulsation), la dynamique des particules neutralisantes peut être instable et induire par conséquent leur perte sur les parois de la chambre à vide. Nous présentons dans ce suit l'expression de la fréquence de coupure (en fonction du reste des paramètres du faisceau) permettant de vérifier par exemple la stabilité des électrons dans le cas d'un faisceau d'ions  $H^+$  groupé.

En négligeant toute charge produite par les particules secondaires et en supposant que la charge totale ne dépend que la distribution du faisceau d'ions  $H^+$ , il est possible d'établir une condition de stabilité pour les électrons (le même raisonnent est valable dans le cas des faisceaux d'ions  $H^-$ ). A partir de la méthode de calcul illustrée dans la référence [10], nous approchons l'expression de la fréquence de coupure  $f_{RF_c}$  par [12] :

$$f_{RF_c} = \sqrt{\frac{u \cdot c \cdot r_e}{2 \cdot e \cdot m_p} \cdot \frac{I_f}{\beta \cdot R_f^2}}$$
(V-10)

*u* est l'unité de masse atomique (kg);  $r_e$  est le rayon classique d'un électron (m);  $m_p$  est la masse d'un proton (kg);  $I_f$ ,  $\beta$  et  $R_f$  sont respectivement l'intensité (A), la vitesse réduite et le rayon (m) du faisceau.<sup>22</sup>

LA dynamique des électrons est stable pour des fréquences de pulsation supérieures à la fréquence de coupure  $f_{RF_c}$ . Dans le cas du faisceau d'ions  $H^+$  de 100 mA et 3 MeV  $(\beta \approx 8.10^{-2})$ , le calcul (cf. Equation (V-7)) donne une fréquence de coupure de 60.3 MHz pour un rayon de faisceau de 3 cm.

Nous avons essayé de déduire numériquement, avec le modèle 1D, cette même valeur de fréquence de coupure. Pour cela, nous produisons un ensemble d'électrons (sans énergie initiale) uniquement avec le passage du premier paquet du faisceau d'ions  $H^+$  et nous calculons leurs dynamiques pendant 100 périodes de pulsation (de l'ordre de quelques  $\mu s$ ). Le piégeage de ces électrons doit être normalement noté si la condition de stabilité  $f_f > f_{RFc}$  est vérifiée.

La Figure V-25 illustre la fraction des électrons piégés en fonction de la fréquence de répétition des paquets (seul la densité du faisceau est prise en compte dans le calcul de la charge d'espace).



Figure V-25 : Vérification de la valeur de la fréquence de coupure.

Nous déduisons facilement à partir du résultat de la Figure V-25 que la dynamique de l'ensemble des électrons produits est instable pour des fréquences de pulsation inférieures à *57 MHz*. Le piégeage des électrons s'intensifie ensuite plus ces fréquences sont supérieures à la fréquence de coupure.

Nous avons vérifié, de la même manière, les valeurs des fréquences de coupure pour deux autres cas de faisceaux d'ions  $H^+$  ( $R_f = 1 \text{ cm}$  et  $R_f = 9 \text{ cm}$ ). Les valeurs déduites numériquement approchent toujours (à 3% près) les valeurs analytiques. L'écart entre ces résultats est réduit avec l'augmentation de la durée du calcul numérique (>100 périodes d'oscillation) et du nombre de mailles radiales (une meilleure discrétisation du champ de charge d'espace).

<sup>22</sup> Le rayon classique d'un électron est définie par  $r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot m_e \cdot c^2}$ ;  $u = 1.6605 \ 10^{-27} \ kg$ .

### V.4.2. Particularité de l'étude de la CCE des faisceaux groupés

Comparé aux cas des faisceaux étudiés dans la première partie de ce chapitre, l'étude de ce cas de faisceau groupé implique le changement de la structure temporelle et l'augmentation de l'énergie. Nous présentons dans cette partie uniquement les effets du changement de l'énergie du faisceau sur le mécanisme de la CCE.

L'accélération d'un faisceau d'ions  $H^+$  ou  $H^-$ , de 95 keV à 3 MeV, se traduit par une augmentation de sa vitesse d'un facteur 6 et par une réduction de sa section efficace d'ionisation du gaz  $H_2$  d'un facteur 16 [8]. En fixant la pression du gaz à  $4.10^{-5}$  hPa, le temps caractéristique de CCE est, par conséquent, presque 3 fois plus grand (d'après l'équation (V-1) :  $T_{CCE}=29.66 \ \mu s$ ).

Nous notons, à partir de l'équation (V-6), que le puits de potentiel total d'un faisceau est inversement proportionnel à sa vitesse de propagation. Ce puits de potentiel est égal à 718 V pour un faisceau uniforme et rigide d'ions  $H^+$  (100 mA, 95 keV et 3 cm de rayon) dans une section sans champ de 10 cm de rayon. Le puits de potentiel de ce même faisceau est réduit à 128 V pour une énergie de 3 MeV. Cette réduction rend l'accumulation des électrons plus difficile et ralentit par conséquent l'évolution du mécanisme de CCE par rapport au cas du faisceau de 95 keV : les résultats précédents de ce chapitre dans le cas du faisceau d'ions  $H^+$  de 95 keV (Figure V-16), présente un degré de CCE de 90 % après un seul  $T_{CCE}$ . Avec le faisceau de 3 MeV, le degré de CCE atteint seulement 70 % après ce premier  $T_{CCE}$  (cf. Figure V-26).



Figure V-26 : Evolution de la CCE dans le cas du faisceau d'ions  $H^+$  continu de 3 MeV.

Le résultat de la Figure V-26 confirme l'augmentation considérable du temps d'établissement de la CCE avec l'augmentation de l'énergie du faisceau d'ions  $H^+$ . Nous verrons plus loin que ce temps d'établissement est approximativement de 0.3 ms.

Le cas des faisceaux d'ions  $H^-$  nous a permis d'autre part de confirmer que le ralentissement du temps d'établissement de la CCE est dû principalement à la faiblesse du puits de potentiel par rapport aux énergies initiales des particules neutralisantes. Les ions  $H_2^+$ , contribuant à la CCE des faisceaux d'ions  $H^-$ , ne possèdent pratiquement pas d'énergie initiale. La vitesse d'évolution du mécanisme de CCE, dans ce cas, est indépendante du changement de l'énergie du faisceau. Cette conclusion est confirmée par le résultat de la Figure V-27 où nous enregistrons que la charge d'espace du faisceau de *3 MeV* est presque totalement compensée au bout d'un seul temps  $T_{CCE}$ . Ce même résultat a été déjà enregistré dans le cas des faisceaux d'ions  $H^-$  de 95 keV (cf. Figure V-23).





### V.4.3. Evolution de la CCE dans le cas de faisceaux groupés

En plus de son accélération, le passage d'un faisceau dans un RFQ implique sa mise en paquets tout en conservant son courant moyen. Les particules du faisceau sont alors réparties et compressées longitudinalement dans un train de paquets. En supposant que les paquets obtenus sont cylindriques (rectangulaires en (r,z)), la densité volumique  $nf_{AC}$  du faisceau groupé peut s'écrire à une position longitudinale donnée et en fonction du temps par:

$$nf_{AC}(t) = nf_{DC} \cdot \frac{T_{RF}}{t_{paquet}} \qquad si \quad k \cdot T_{RF} < t \leq k \cdot T_{RF} + t_{paquet}$$

$$nf_{AC}(t) = 0 \qquad si \quad k \cdot T_{RF} + t_{paquet} < t \leq (k+1) \cdot T_{RF}$$
(V-11)

où  $nf_{DC}$  est la densité volumique moyenne du faisceau  $(nf_{DC} = I_f / (e \cdot v_f \cdot \pi \cdot r_f^2))$ ;  $T_{RF}$  est la période RF de répétition  $(T_{RF} = 1/f_{RF})$ ;  $t_{paquet}$  est la durée d'un paquet ; k est le nombre de périodes écoulées dans le temps.

Il est facile de vérifier, à partir de l'équation (V-11), que la densité des paquets de durée  $60^{\circ}$  est 6 fois la densité moyenne.



Figure V-28: Evolution de la quantité de charges secondaires produites dans 2 cas de faisceaux.

La durée d'interaction d'un faisceau groupé avec le gaz résiduel est dépendante de son extension en phase  $\phi_f$ . Plus  $\phi_f$  est petite, plus cette durée d'interaction est réduite. D'autre part, nous avons mentionné que la densité du faisceau est inversement proportionnelle à  $\phi_f$ .

Ceci accroît les interactions de chaque paquet du faisceau avec le gaz résiduel.

A la sortie du RFQ d'IPHI, la densité du faisceau (regroupé en paquets de durée  $60^{\circ}$ ) devient six fois plus importante. L'interaction avec le gaz dure six fois moins longtemps. La quantité des particules secondaires produites par ces interactions pendant *k* périodes égalise celle produite par le même faisceau dégroupé (cf. Figure V-28). Nous déduisons que la durée requise théoriquement pour compenser la charge d'espace du faisceau est la même pour les deux modes continu et groupé. Le temps caractéristique  $T_{CCE}$  (défini par l'équation (V-1)) est ainsi conservé.

A partir de l'expression de la densité (V-8), nous déduisons que le champ de charge d'espace produit par chaque paquet de faisceau s'intensifie aussi avec la réduction de l'extension en phase. Ce champ disparaît ensuite avec l'annulation de la densité entre les paquets.

Les particules secondaires, dans le cas d'IPHI, sont soumises à une charge d'espace six fois plus importante du fait de la mise en paquets du faisceau. Cette charge d'espace est ressentie par les particules uniquement durant 1/6 de chaque période RF. Si cette période est suffisamment petite par rapport à la constante de temps de la dynamique des particules secondaires, l'effet global du champ périodique de charge d'espace peut être considéré équivalent à l'effet d'un champ continu ayant comme amplitude la moyenne sur une période RF du champ périodique. Les particules secondaires dans le cas d'IPHI sont par conséquent soumises à un champ équivalent au champ permanent du faisceau <u>dégroupé</u> qui est six fois plus faible que le faisceau groupé.

Nous présentons dans ce qui suit la modélisation du mécanisme de CCE dans le cas du faisceau uniforme ( $H^+$ ) de 3 MeV et 3 cm de rayon (le courant à l'entrée du RFQ est 100 mA). La fréquence de répétition et l'extension en phase sont respectivement: 352 MHz ( $>f_{RFc}$ ) et 60°.



Figure V-29 : Les états, à l'équilibre et entre deux paquets successifs du faisceau d'ions  $H^+$ , du plasma créé et de la charge d'espace.

Contrairement à l'étude de vérification du critère de stabilité, nous considérons maintenant dans le calcul de la charge d'espace toutes les particules secondaires et nous réutilisons les conditions initiales d'ionisation déjà étudiées. La charge d'espace est calculée en fonction de la distribution de toutes les macro particules avec et sans passage de paquets.

Le calcul de la densité volumique du faisceau étudié donne une densité de 5.53  $10^{13} m^{-3}$  dans chaque paquet. Les résultats de modélisation du comportement du plasma résiduel montrent une densité de particules neutralisantes (les électrons) qui tend à l'équilibre vers le 1/6 de la densité du faisceau (cf. Figure V-29). Ce comportement est conforme à nos précédentes conclusions : le faisceau groupé dans le cas d'IPHI produit une charge d'espace équivalente à une charge permanente six fois moins importante que celle des paquets. Les particules neutralisantes tendent à neutraliser seulement la charge équivalente.

Le comportement de neutralisation partielle du plasma résiduel se traduit par un degré de CCE qui n'atteint, dans les paquets du faisceau, que 15% (cf. Figure V-30). Le taux de CCE n'atteint pas à l'équilibre la valeur exacte de 16.66% (égale à 100 / 6) à cause du résidu d'ions  $H_2^+$  qui s'accumulent aussi durant la phase transitoire (cf. Figure V-29). Ce même comportement d'accumulation d'ions secondaires a été déjà observé (avec les mêmes proportions) dans l'étude du cas de faisceau continu à  $10^{-5} hPa$ .

Avec ce nouveau cas de faisceau, l'équilibre est atteint après une dizaine de  $T_{CCE}$  (équivalent à environ 0.3 ms). Une grande équivalence est constatée, durant la phase transitoire, entre les évolutions du degré de CCE en modes groupé et continu (Figure V-30 et Figure V-26) : l'évolution relative du degré de CCE (par rapport au seuil de 15%) est la même comparée à l'évolution relative dans le cas continu (par rapport au seuil de 100%). Nous notons, par exemple après 1  $T_{CCE}$ , la proportion de 70% du seuil final dans les deux cas de faisceaux (80% du seuil final après 2  $T_{CCE}$ ). Cette relation offre la possibilité de déduction du temps d'établissement dans le cas groupé à partir des résultats en mode continu.

Nous avons essayé de vérifier aussi, dans le cas des faisceaux d'ions  $H^-$ , la validité de la relation liant le degré de CCE à l'équilibre et l'extension en phase du faisceau groupé :

$$Taux\_CCE \ (a \ l' \acute{equilibre}) = \frac{\phi_f}{360}$$
 (V-12)

La modélisation de la CCE dans le cas de faisceaux  $H^-$ , avec les mêmes paramètres précédents du faisceau  $H^-$  et ayant comme les extensions en phase : 60°, 120°, 180° et 360° (continu), donne respectivement les degrés 16%, 33%, 49% et 100% à l'équilibre (Figure V-31).



Figure V-30 : Evolution de la CCE dans le cas du faisceau d'ions  $H^+$  groupé de 3 MeV.



Figure V-31 : Evolutions de la CCE dans le cas de faisceaux groupé d'ions  $H^-$  (3 MeV).

Nous vérifions également à partir de la Figure V-31 que le temps d'établissement de la CCE se conserve indépendamment de l'extension en phase du faisceau d'ions  $H^-$  (résultat vérifié aussi dans le cas des faisceau d'ions  $H^+$ ).

### V.5. Conclusions du chapitre

L'objectif de ce chapitre était d'étudier le mécanisme, le temps d'établissement et le degré à l'équilibre de la CCE pour différents cas de faisceaux d'ions  $H^+$  et  $H^-$ . Toutes les études ont été réalisées avec des faisceaux rigides et dans une section sans champ extérieur. Les paramètres de ces faisceaux et du gaz résiduel ont été choisis en se référant au cas du démonstrateur IPHI.

Dans le cas d'un faisceau continu d'ions  $H^+$  (100 mA, 95 keV et 3 cm de rayon) et avec une pression de gaz résiduel de 3.8 10<sup>-5</sup> hPa, la charge d'espace initiale est compensée presque totalement (99 %) en 50 µs. En incluant une modélisation des collisions élastiques électronsfaisceau, contribuant au chauffage des électrons, la CCE à l'équilibre ne tend plus vers la valeur de 100 % mais se stabilise à 98 %.

Les différents résultats de modélisation, dans le cas des faisceaux d'ions  $H^+$ , montrent que les temps d'établissement de la CCE changent considérablement avec la variation (1) de la pression du gaz résiduel, (2) de l'énergie et de l'intensité du faisceau et (3) du rapport entre le rayon de la chambre à vide et le rayon du faisceau. L'équilibre est toujours précédé par trois étapes intermédiaires et distinctes du régime transitoire. Une étape particulière a été notée dans le cas des très faibles intensités du faisceau (étape de surcroît de la charge d'espace initiale : valeurs négative du degré de CCE).

Dans le cas des faisceaux continus d'ions  $H^-$ , nous avons noté essentiellement une phase considérable de surcompensation pendant le régime transitoire. La durée de cette phase ainsi que le temps d'établissement de CCE étaient sensibles au changement de la taille du faisceau, de son intensité et surtout à la variation de la pression du gaz résiduel.

Dans les deux cas de faisceaux d'ions  $H^+$  et  $H^-$ , le changement de leurs paramètres et/ou de la pression du gaz résiduel impliquait souvent des variations sur le mécanisme et l'évolution temporelle de la CCE. Les forces de charge d'espace, dans le régime transitoire, varient aussi par conséquent avec ces changements de paramètres. Cette conséquence doit entraîner de considérables modifications sur la dynamique d'un faisceau transporté dans une charge d'espace partiellement compensée : nous verrons dans le chapitre suivant que plusieurs facteurs dans une ligne de transport peuvent empêcher la compensation totale de la charge d'espace du faisceau. La conservation d'un même degré de compensation partielle n'implique pas forcément la conservation de la distribution des forces de charge d'espace dans le faisceau.

Nous avons essayé aussi dans ce chapitre de préparer des éventuelles études de CCE dans le cas de faisceaux groupés en paquets (un recensement d'une partie des limites des approximations employées est détaillé).

La confrontation des résultats du modèle 1D avec le critère théorique de stabilité des particules neutralisantes était très concluante. Nous avons constaté d'autre part qu'il était possible de prédire analytiquement le degré de CCE à l'équilibre dans ce type de faisceau. Le temps d'établissement est aussi directement prévisible à partir des résultats en mode continu.

### **Bibliographie**

- [1] X. Fleury, Thèse, Ecole Polytechnique, *Modélisation et simulation de la neutralisation de charge d'espace d'un faisceau de protons*, France, (2000).
- [2] R. Ferdinand et al, *Space-charge neutralization measurement of a 75kev, 130mA H*+ *beam*, PAC97, Vancouver Canada, (1997).
- [3] M.W. Gealy et al, *Energy and angular distribution of electrons from ion impact on atomic and molecular hydrogen. I. 20-114 keV H*<sup>+</sup>+H<sub>2</sub>, Phys. Rev. A, 51, p.2247, (1995).
- [4] R. Baartman et D. Yuan, *Space charge neutralization studies of an H- beam*, EPAC88, Rome, (1988).
- [5] J. Sherman et al, *H- beam neutralization measurements with a gridded-energy analyzer, a noninterceptive beam diagnostic*, LINAC88, Williamsburg, (1988).
- [6] R. Duperrier, A. Ben Ismaïl et S. Lin, *CEA developments for HIPPI*, HIPPI annual meeting, Frankfurt, (2004).
- [7] P-Y. Beauvais, *Recent evolution in the design of the French high intensity proton injector*, EPAC 04, *Lucerne*, (European Physical Society Accelerator Group, 2004), p. 1273–1275.
- [8] C.F. Barnett et al, *Atomic Data for Controlled Fusion Research* (Oak Ridge National Laboratory, 1977), ORNL Report 5206, 5207.
- [9] M.E. Rudd et al, *Energy and angular distributions of electrons ejected from hydrogen and helium by 100- to 300-keV protons*, Phys. Rev. vol 151, p.20, (1966).
- [10] W. Schnell et B-W. Zotter, *A simplified criterion for transverse stability of a coasting beam, and its application to the ISR*, CERN-ISR-GS-RF-76-26, (1976).
- [11] Y. Baconnier and G. Brianti, *The stability of ions in bunched beam machines*, CERN-SPS 80-2, (1980).
- [12] King-Yuen Ng, Electron-proton instabilities for intense proton rings, ICFA Mini-Workshop on Two-Stream Instabilities in Particle Accelerators and Storage Rings, p.2, (2000).

### Annexe 1 : Le temps de fuite des particules secondaires non-neutralisantes

Nous calculons dans cet annexe le temps requis par les particules non-neutralisantes pour fuir l'espace d'un faisceau uniforme.

Nous notons par : R le rayon du faisceau et par V la différence de potentiel entre l'axe (r=0) et le bord du faisceau (r=R). Le champ électrostatique produit par le faisceau s'écrit :

$$E_r(r) = \frac{2 \cdot V}{R^2} \cdot r \tag{A1-1}$$

L'évolution de la vitesse de ces particules en fonction de la charge  $q_i$  et de la masse  $m_i$  s'écrit :

$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{q_i}{m_i} \cdot \frac{2 \cdot V}{R^2} \cdot r \tag{A1-2}$$

En supposant que les particules sont créées sans vitesses initiales, nous déduisons facilement l'expression de l'évolution de la position radiale d'une particule :

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{q_i}{m_i} \cdot \frac{2 \cdot V}{R^2} \cdot r \tag{A1-3}$$

dont la solution est :

$$r(t) = r_0 \cdot \exp\left(t \cdot \sqrt{\frac{q_i}{m_i} \cdot \frac{2 \cdot V}{R^2}}\right)$$
(A1-4)

Le temps requis par une particule, créée à la position r, pour fuir radialement le faisceau est déduit à partir de (A1-4) :

$$t = \frac{\ln(R/r)}{\sqrt{\frac{q_i}{m_i} \cdot \frac{2 \cdot V}{R^2}}}$$
(A1-5)

Nous remarquons que les particules créées au voisinage de l'axe du faisceau passent un temps très long avant d'être perdues. Nous calculons par conséquent le temps de fuite pour qu'une fraction de ces particules (créées au delà de la position r) quitte l'espace du faisceau. Soit n(r) cette fraction :

$$n(r) = 1 - \frac{r^2}{R^2}$$
(A1-6)

Le temps requis pour qu'une fraction n quitte le faisceau devient :

$$t = \frac{-\ln(1-n) \cdot R/\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{\frac{q_i}{m_i} \cdot V}}$$
(A1-7)
$$t \cong \frac{R}{2 \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{m_i c^2/q_i}{V}}$$

75% des ions quittent le faisceau après :

### Annexe 2 : Concentration sur l'axe du faisceau des particules secondaires neutralisantes

Le but de cette annexe est de calculer l'expression analytique de la densité de particules neutralisantes oscillant dans un puits de potentiel statique. Ces particules sont créées avec un faisceau et un gaz résiduel ayant des distributions uniformes.

Nous supposons que la charge d'espace est induite uniquement par la distribution du faisceau et que les particules secondaires sont créées sans vitesse initiale. La dynamique des particules secondaires est, par conséquent, une oscillation radiale linéaire par rapport à l'axe du faisceau.

L'amplitude d'oscillation de chaque particule secondaire correspond à sa position initiale de création  $r_0$ . La position radiale est donnée par :

$$r(t) = r_0 \cdot \left| \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot (t - t_0)\right) \right|$$
(A2-1)

où T est la période d'oscillation de la particule (entre  $-r_0$  et  $r_0$ ) et est le temps initial de création.

Afin de simplifier l'étude dans un premier temps, nous limitons le champ de déplacement de chaque particule à <sup>1</sup>/<sub>4</sub> d'oscillation  $(0 < t < \frac{T}{4})$ . Ceci revient à étudier le déplacement dans l'intervalle  $0 < r \le r_0$ .

La probabilité  $\frac{dP(r,r_0)}{dr} \cdot dr$  pour qu'une particule, d'amplitude d'oscillation  $r_0$ , se trouve entre r et r+dr à un instant t est égale au temps  $\frac{dt(r,r_0)}{dr} \cdot dr$ , requis pour parcourir l'intervalle [r, r+dr], divisé par le <sup>1</sup>/<sub>4</sub> de la période d'oscillation :

$$\frac{dP(r,r_0)}{dr} \cdot dr = \frac{4 \cdot \frac{dt(r,r_0)}{dr} \cdot dr}{T(r_0)}$$
(A2-2)

Soit  $Ni(r) \cdot dr$  le nombre de particules par unité de longueur  $(m^{-1})$  entre la position radiale r et r+dr. Cette quantité peut être déduite à partir du nombre de particules ayant des amplitudes d'oscillation  $r_0$  qui dépassent la position radiale r :

$$Ni(r) \cdot dr = \int_{r}^{\infty} \left( \frac{dP(r, r_0)}{dr} \cdot dr \cdot Ni_0(r_0) \right) dr_0$$
(A2-3)

où  $Ni_0(r_0) \cdot dr_0$  est le nombre d'ions ayant des amplitudes d'oscillation comprises entre  $r_0$  et  $r_0+dr_0$ .

Etant donné l'uniformité de la distribution du gaz résiduel et de la densité du faisceau (de rayon R), nous définissons :

$$Ni_0(r) = \begin{cases} 2 \cdot \pi \cdot r \cdot ni_0 & \text{si } r < R\\ 0 & \text{si } r \ge R \end{cases}$$
(A2-4)

où *ni*<sup>0</sup> est une constante représentant l'amplitude de la densité du faisceau.

A partir de l'expression de la probabilité (A2-2), l'équation (A2-2) s'écrit :

$$Ni(r) \cdot dr = \int_{r}^{\infty} \left( 4 \cdot \frac{\frac{dt(r, r_0)}{dr} \cdot dr}{T(r_0)} \cdot Ni_0(r_0) \right) dr_0$$
$$= 4 \cdot \int_{r}^{\infty} \left( \frac{1}{\left| \frac{dr}{dt} \right|} \cdot \frac{dr}{T} \cdot Ni_0(r_0) \right) dr_0$$
(A2-5)

Nous déduisons  $\frac{dr}{dt}$  à partir de (A2-1). L'expression (A2-5) devient alors :

$$Ni(r).dr = 2 \cdot \left\langle \int_{r}^{\infty} \left( \frac{dr}{\pi \cdot r_0 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot (t - t_0)\right)} \cdot Ni_0(r_0) \right) dr_0 \right\rangle_{t_0}$$
(A2-6)

où  $\langle \ \rangle_{t_0}$  est la moyenne sur tous les temps de création des particules.

Nous simplifions l'équation (A2-6) en utilisant (A2-4) :

$$Ni(r).dr = 4 \cdot n_{i0} \cdot dr \cdot \left\langle \int_{r}^{R} \frac{1}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right)} dr_{0} \right\rangle_{t_{0}}$$
(A2-7)

Avec les conditions déjà énoncées, une transformation de (A2-1) avec  $0 < r \le r_0$  donne :

$$\sin^{2}\left(\frac{2\cdot\pi}{T}\cdot t\right) = 1 - \left(\frac{r}{r_{0}}\right)^{2}$$
(A2-8)

Nous utilisons cette dernière relation dans (A2-7) :

$$Ni(r).dr = 4 \cdot n_{i0} \cdot dr \cdot \int_{r}^{R} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2}} dr_0$$
(A2-9)

Cette expression implique aussi :

$$Ni(r) = 4 \cdot ni_0 \cdot \int_{r}^{R} \frac{r_0}{\sqrt{r_0^2 - r^2}} dr_0$$
  
= 4 \cdot ni\_0 \cdot \sqrt{R^2 - r^2} (A2-10)

L'expression finale de la densité volumique des particules est donnée par :

$$ni(r) = \frac{Ni(r)}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{2}{\pi} \cdot ni_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{R}{r}\right)^2 - 1}$$
(A2-11)



Le traçé de  $\frac{ni(r)}{r}$ (à partir de (A2-11)) en fonction de *r* donne :

Figure A2-1 : Distribution radiale de la densité des particules neutralisantes.

La Figure A2-1 montre bien que le comportement général des particules oscillantes par rapport à l'axe du faisceau est caractérisé par une concentration relativement importante au voisinage de r = 0.

## **Chapitre VI**

### Modélisation 2D de la dynamique d'un faisceau de protons dans un régime de CCE

VI.1. MO	DELISATIONS PRELIMINAIRES	126
VI.1.1.	Modélisation des effets de la charge image sur la CCE	127
VI.1.2.	Modélisation des effets d'un solénoïde sur la CCE	130
VI.2. ETU	JDE DE LA DYNAMIQUE D'UN FAISCEAU DE PROTONS DANS LA	
PRE	EMIERE SECTION DE LA LBE D'IPHI	134
VI.2.1.	Cadre expérimental et emplacement des diagnostics	134
VI.2.2.	Les résultats des diagnostics expérimentaux	135
VI.2.3.	Résultats de modélisation et confrontations	137
VI.2.4.	Conclusion	142
VI.3. MO	DELISATION DE LA DYNAMIQUE D'UN FAISCEAU DE PROTONS I	DANS
TOU	JTE LA LBE D'IPHI	142
VI.4. CON	NCLUSIONS DU CHAPITRE	149

## **Chapitre VI**

### Modélisation 2D de la dynamique d'un faisceau de protons dans un régime de CCE

Le but de ce chapitre est de donner un aperçu sur la dynamique d'un faisceau intense et d'un plasma produit par ionisation du gaz résiduel et présent dans une structure de transport durant tout le régime de la CCE. Nous nous restreindrons à l'étude de la dynamique d'un faisceau d'hydrogène <sup>23</sup> produit par la source SILHI dans la ligne basse énergie d'IPHI [1]. Ce choix nous permettra de confronter une partie des résultats de modélisation avec les mesures expérimentales que nous avons déjà relevées.

La charge d'espace considérée dans ce nouveau cas d'étude présente à la fois des composantes radiale et <u>longitudinale</u>. Les modélisations seront ainsi réalisées avec la version (r,z) du code CARTAGO (cf. section IV.4.2 du Chapitre IV).

Le but de la première partie du chapitre est d'introduire les effets (1) de la variation de l'ouverture interne de la chambre à vide et (2) des éléments magnétiques de transport sur l'évolution du mécanisme de CCE. Ces deux études seront réalisées avec un faisceau circulaire, uniforme et <u>rigide</u>. Nous étudions ensuite le transport d'un faisceau <u>dynamique</u> dans la première section de la LBE. Des confrontations avec des mesures expérimentales d'émittance, de CCE et de transmission seront effectuées dans cette partie. La dernière section du chapitre détaillera le transport d'un faisceau d'hydrogène de *100 mA* et de *95 keV* dans toute la LBE d'IPHI et durant tout le régime de la CCE.

### VI.1. Modélisations préliminaires

Les résultats de modélisation 1D du Chapitre V montrent que, indépendamment des paramètres du faisceau et du gaz résiduel, la CCE d'un faisceau continu et rigide <u>dans une</u> section sans champ finit toujours par tendre asymptotiquement vers des degrés très élevés de neutralisation. Ce seuil est de 100% en absence de processus collisionnels autres que l'ionisation. Nous avons vérifié aussi ce résultat avec la version 2D du code CARTAGO dans le cas d'un faisceau de protons uniforme et rigide (100 mA, 95 keV et 3 mm de rayon) et dans une section sans champ cylindrique (la pression du gaz résiduel était de 4.10<sup>-4</sup> hPa). Les effets de la variation de la taille radiale de cette section sont étudiés dans la partie VI.1.1.

En présence d'un champ magnétique, les résultats du Chapitre III démontrent que les particules secondaires, contribuant au mécanisme de la CCE, présentent de nouveaux comportements. Nous étudions dans la section VI.1.2 la dynamique globale du plasma créé, pour un faisceau de protons uniforme, continu et rigide, dans un solénoïde de caractéristiques comparables à celles dans la LBE d'IPHI.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> En plus du faisceau primaire de protons, une source ECR produit des faisceaux secondaires d'ions  $H_2^+$ ,  $H_3^+$  et d'ions lourds avec des proportions moindres. Nous désignons, dans ce chapitre, l'ensemble de ces faisceaux par le faisceau d'« hydrogène ».

### VI.1.1. Modélisation des effets de la charge image sur la CCE

L'étude est réalisée dans une section sans champ à ouverture radiale variable et de 25 cm de long (cf. Figure VI-1). Le faisceau de protons, remplissant initialement toute la section, est considéré continu, uniforme et rigide (le rayon de ce faisceau est 3 mm).



Figure VI-1 : Les paramètres géométriques du faisceau de protons et de la section sans champ.

La dynamique globale des particules secondaires est modélisée, durant toute la phase transitoire du régime de CCE, à travers cette section sans champ extérieur. Le processus de création continue de ces particules résulte de l'ionisation du gaz résiduel (dihydrogène à  $3.8 \ 10^{-4} \ hPa$ ) par le faisceau continu de protons de  $100 \ mA$  et de  $95 \ keV$ .

Afin de définir les conditions aux limites longitudinales du domaine modélisé, nous supposons que la section sans champ étudiée est périodique. La valeur du champ électrique longitudinal sur les deux extrémités de la section est donc nulle (condition de Neumann).



Figure VI-2 : La distribution (r,z) initial du potentiel électrique de charge d'espace.

Dans le cas d'un faisceau uniforme, l'équation (V-1) du Chapitre V montre que, plus le rapport entre le rayon de la chambre à vide et le rayon du faisceau est grand, plus le puits de potentiel total de la charge d'espace est profond. Cette conséquence a été vérifiée, au début du processus de la CCE, par la modélisation de la section à ouverture variable (cf. Figure VI-2). Des valeurs relativement grandes du puits de potentiel total sont enregistrées au milieu de la section sans champ (partie à grande ouverture radiale) et entraînent la création d'un puits de potentiel longitudinal.

Dans le cas d'une charge d'espace uniquement radiale (modélisations 1D du Chapitre V), les électrons commencent à s'accumuler au voisinage de l'axe du faisceau, c'est-à-dire, dans la partie présentant les plus grandes valeurs du potentiel électrique.

Dans le nouveau cas de modélisation, les électrons adoptent la même dynamique mais dans les deux plans radial et longitudinal. Le puits de potentiel enregistré au milieu de la section sans champ attire longitudinalement ces particules neutralisantes et entraîne leur accumulation dès le début du processus de la CCE. Ce résultat est illustré par la Figure VI-3.

Les effets longitudinaux de ce dernier puits de potentiel sur les ions secondaires  $H_2^+$  favorisent normalement leurs accumulations sur les extrémités de la section sans champ. Cependant, la répulsion radiale continue de la charge d'espace empêche ces accumulations d'ions  $H_2^+$ .



Figure VI-3 : La distribution (r,z) des électrons après  $0.2 \ \mu s$  de CCE.

L'accumulation longitudinale des électrons se poursuit, au milieu de la section sans champ, tant que la valeur du puits de potentiel total dans cette zone est supérieure au puits de potentiel sur les extrémités. Une fois que la charge d'espace <u>longitudinale</u> est nulle dans tout l'espace du faisceau, l'accumulation des électrons devient alors possible dans ces extrémités de la section. Nous enregistrons aussi à partir de ce stade, une forte réduction de la charge d'espace du faisceau au milieu de la section sans champ. Cette réduction est ensuite suivie d'une compensation progressive et globale (dans toute la section) de la charge d'espace radial du faisceau. La Figure VI-4 illustre la distribution (r,z) du potentiel de charge d'espace du faisceau après  $1.5 \ \mu s$  de CCE. Cette distribution confirme déjà l'annulation de la charge d'espace du faisceau.



Figure VI-4 : La distribution (r,z) du potentiel électrique après 1.5  $\mu$ s de CCE.

Afin d'évaluer avec précision l'état de la charge d'espace radiale de la Figure VI-4, nous comparons la distribution radiale du potentiel électrique par rapport à la distribution initiale (à  $t=0.05 \ \mu s$ ), à l'entrée et au milieu de la section de transport. Ces différentes distributions sont portées sur la Figure VI-5.

La comparaison entre les distributions du potentiel électrique (Figure VI-5-a et Figure VI-5-b) à  $t=0.05 \ \mu s$  et à  $t=1.5 \ \mu s$  montrent que la charge d'espace radiale est très fortement réduite dans tout l'espace du faisceau. Cette charge d'espace prend des valeurs presque nulles.



Figure VI-5 : Distributions radiales du potentiel électrique à l'entrée et au milieu de la section.

#### **Conclusion**

Nous avons étudié, avec la version 2D du code CARTAGO, la CCE dans une section sans champ à ouverture variable. Dans le cas d'une section périodique, les résultats pour un faisceau de protons uniforme et rigide (100 mA, 95 keV et 3 mm de rayon) montrent une CCE convergeant vers 100% dans tout le faisceau. L'évolution transitoire de cette compensation est plus rapide dans les zones présentant un grossissement du rapport entre le rayon de la chambre à vide et le rayon du faisceau.

### VI.1.2. Modélisation des effets d'un solénoïde sur la CCE

La longueur de la section de transport étudiée dans cette partie et l'emplacement longitudinal du solénoïde décrivent approximativement la structure et les paramètres géométriques de la première partie de la LBE d'IPHI. Cette partie de la ligne sera étudiée dans la section suivante du chapitre.

L'étude est réalisée dans une section de transport, de 1.9 m de longueur et de 3 cm de rayon, comprenant un solénoïde excité par un courant typique de 150 A. Le faisceau d'ions  $H^+$ , remplissant initialement toute la section de transport, est considéré continu, uniforme, rigide et de 1 cm de rayon (les géométries de la section et du faisceau sont données par la Figure VI-6).



Figure VI-6 : Les paramètres géométriques du faisceau de protons et de la section de transport.

Nous utilisons les développements analytiques de la Section III.1.1 du Chapitre III pour représenter le champ magnétique des solénoïdes de la LBE. Les effets des structures de blindage ne sont pas ainsi inclus. La distribution du champ magnétique longitudinal sur l'axe de révolution est reportée sur la Figure VI-7.



Figure VI-7 : Le champ magnétique longitudinal sur l'axe de révolution du solénoïde.

La dynamique globale des particules secondaires est modélisée, durant toute la phase transitoire du régime de CCE, à travers la section de transport et le champ magnétique décrits précédemment. Le processus de création continue de ces particules résulte de l'ionisation du gaz résiduel ( $H_2$ ) de 3.8 10<sup>-4</sup> hPa par le faisceau continu de protons de 100 mA et de 95 keV. Afin de définir les conditions aux limites longitudinales du domaine modélisé, nous supposons que la section sans champ étudiée est périodique. La valeur du champ électrique longitudinal sur les deux extrémités de la section est donc nulle (condition de Neumann).

Les résultats analytiques et numériques du Chapitre III (trajectoires de particules dans des conditions de champ similaires) démontrent qu'il est possible de confiner transversalement et longitudinalement au milieu du solénoïde les deux espèces différentes des particules secondaires. Le champ électromagnétique, produit par le solénoïde et par le faisceau, confine longitudinalement les électrons vers le milieu du solénoïde. Par contre, les ions  $H_2^+$ , présents à l'intérieur du solénoïde, sont repoussés longitudinalement vers les champs de fuite.

Ces différents comportements des particules secondaires sont confirmés par les nouveaux résultats de modélisation 2D durant toute la première partie de la CCE (cf. Figure VI-8). Nous enregistrons ainsi une concentration des électrons au milieu du solénoïde due à la focalisation longitudinale. Ces électrons se déplacent également suivant les lignes de champ magnétique dans le champ de fuite (cf. Figure VI-8-a).

Le comportement des deux espèces des particules secondaires dans les deux extrémités de la section de transport (zones d'annulation du champ magnétique) est conforme à l'étude sans champ extérieur du Chapitre V : après  $1.5 \ \mu s$  de CCE (correspondant à une réduction des forces de charge d'espace d'environ 92%), les amplitudes d'oscillation des électrons deviennent relativement grandes alors que les ions  $H_2^+$  poursuivent leur mouvement de fuite radiale vers les parois internes de la chambre à vide.



(a) La distribution (r,z) des électrons (ne)



Figure VI-8 : Les distributions (r,z) des particules secondaires en présence du champ magnétique du solénoïde et après  $1.5 \ \mu s$  de CCE.

Le champ électromagnétique incluant la charge d'espace restant, après 1.5  $\mu s$  de CCE, peut encore empêcher la fuite radiale des ions  $H_2^+$  au milieu du solénoïde (cf. Figure VI-8-b).



(a) La distribution (r,z) des électrons (ne) (b) La distribution (r,z) des ions  $H_2^+$  (ni) Figure VI-9 : Les distributions (r,z) des particules secondaires en présence du champ magnétique du solénoïde et après  $9 \ \mu s$  de CCE.

Nous enregistrons, après quelques  $\mu s$  de CCE, une densité volumique d'électrons supérieure à la densité des ions  $H_2^+$  dans tout l'espace du faisceau. La Figure VI-9 illustre les deux distributions à 9  $\mu s$ . Ce surpassement implique forcément une réduction de la charge d'espace dans tout ce domaine. Afin de déduire le résultat de la CCE à l'équilibre dans ce cas d'étude, nous analysons la distribution (r,z) du potentiel de charge d'espace avec comme référence la distribution initiale produite par le faisceau seul (distribution à t=0  $\mu s$ ).

Dès le début du processus de CCE, la focalisation longitudinale des électrons vers le milieu du solénoïde favorise une neutralisation locale rapide. Nous enregistrons ainsi un puits de potentiel relativement plus faible au milieu du solénoïde et à  $t=0.25\mu s$  (cf. Figure VI-10-a).



(a) à  $t=0.25 \ \mu s$ 

(b) à  $t=2.25 \ \mu s$ 

Figure VI-10 : Les distributions (r,z) du potentiel électrique (V) en présence du champ magnétique du solénoïde et après  $0.25 \ \mu s$  et  $2.25 \ \mu s$  de CCE.

La charge d'espace est ensuite réduite progressivement dans toute la section de transport jusqu'à environ  $2 \mu s$  de simulation où nous enregistrons un début d'équilibre, caractérisé par une variation peu significative de la distribution du potentiel électrique. Le résultat à  $t=2.25 \mu s$  est un potentiel de charge d'espace fortement réduit surtout dans à l'entrée et à la sortie du solénoïde (cf. Figure VI-10-b).

Afin d'évaluer avec précision l'évolution de la CCE loin du solénoïde, nous comparons les distributions radiales du potentiel électrique, à  $t=0 \ \mu s$  et à  $t=2.25 \ \mu s$ , à l'entrée de la section de transport : à  $z=0.04 \ m$  (cf. Figure VI-11-a). La réduction du puits de potentiel dans le faisceau (de 210 V à 4 V) confirme la forte CCE notée dans la Figure VI-10-b. Le calcul du degré de CCE à  $t=2.25 \ \mu s$  (en utilisant l'expression (I-10) du Chapitre I) donne une neutralisation de 98 %. Cette valeur de CCE est égale à la valeur déduite de l'étude du cas de faisceau rigide dans une section sans champ au Chapitre V.

La comparaison des deux distributions du potentiel électrique (à  $t=0 \ \mu s$  et à  $t=2.25 \ \mu s$ ) <u>au milieu du solénoïde</u> illustre aussi une réduction de la charge d'espace du faisceau (cf. Figure VI-11-b). Nous notons cependant, qu'à l'équilibre, le potentiel radial sur le bord du faisceau (76 V) est supérieur au potentiel sur l'axe (53 V). Ceci illustre une <u>surcompensation</u> à l'intérieur du faisceau <sup>24</sup> malgré la présence d'un puits de potentiel total positif entre l'axe de révolution et les parois de la chambre à vide. Cette surcompensation est due à l'effet du confinement radial magnétique, par le solénoïde, des électrons fuyant une charge d'espace devenue répulsive.



Figure VI-11: Distributions radiales du potentiel électrique au centre et loin du solénoïde.

Le calcul du degré de la CCE, au milieu du solénoïde, donne une neutralisation de 107 % à  $t=2.25 \ \mu s$ . La partie centrale du plasma résiduel, siège de cette surcompensation, est équivalente à une lentille focalisante pour un faisceau qui la parcoure. Cependant, la forme de la distribution radiale du potentiel électrique à l'équilibre entraîne une non linéarité sur la distribution radiale du champ induit par la charge d'espace. Cette non linéarité sera une source de grossissement d'émittance dans le cas d'un faisceau dynamique.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> L'étude d'une charge d'espace purement radiale dans le **Chapitre IV** (équation (IV.4.1.9)) démontre que le champ électrique change de signe avec l'accumulation d'une charge négative d'électrons supérieur à celle produite par le faisceau et les ions  $H_2^+$ . Ce surpassement entraîne à la fois l'inversion du signe de la charge d'espace (une surcompensation) et l'inversion du signe de la pente du potentiel électrique.

### **Conclusion**

L'étude de la CCE en présence d'un solénoïde de focalisation et d'un faisceau continu, uniforme et rigide, a permis de souligner plusieurs nouveaux aspects :

- le mécanisme de la CCE peut atteindre des états d'équilibres différents de *100* % de neutralisation (une surcompensation a été notée dans ce cas d'étude de solénoïde).
- la distribution de la charge d'espace à l'équilibre présente des non linéarités radiales et longitudinales.

# VI.2. Etude de la dynamique d'un faisceau de protons dans la première section de la LBE d'IPHI

Le but de cette section est d'étudier la dynamique d'un faisceau d'hydrogène produit par la source SILHI et transporté jusqu'à la cage de Faraday.

Nous commençons, dans ce qui suit, par décrire la structure de la ligne parcourue par le faisceau. La version 2D du code CARTAGO est ensuite employée pour modéliser la dynamique (r,z) du faisceau. Les résultats de modélisation sont confrontés avec des mesures d'émittance, de degré de CCE et de transmission relevés dans la ligne.

### VI.2.1. Cadre expérimental et emplacement des diagnostics

La première partie de LBE comprend notamment un solénoïde de focalisation, un trèfle, un déviateur et une cage de Faraday (cf. Figure VI-12). L'étude expérimentale a été réalisée sur un faisceau continu d'hydrogène (de 100 mA et de 95 keV) produit par la source SILHI. Ce faisceau regroupe, avec des proportions différentes, des ions  $H^+$ ,  $H_2^+$ ,  $H_3^+$  et des ions lourds. La pression du gaz résiduel, relevée au moment des expériences entre le solénoïde 1 et la source SILHI, est d'environ 7.10<sup>-5</sup> hPa.



Figure VI-12 : Schéma de la première partie de la LBE.

### VI.2.2. Les résultats des diagnostics expérimentaux

Un ensemble de diagnostics de faisceaux a été réalisé au niveau de la cage de Faraday et entre le solénoïde 1 et la source SILHI (cf. Figure VI-12). Le rendement électrique de la source, l'émittance et les paramètres de Twiss du faisceau d'ions  $H^+$  sont relevés par un émittancemètre (cf. section II.4.1 du Chapitre II) au niveau du premier emplacement de diagnostics : entre le solénoïde et la source. Dans ce même emplacement, des mesures de degré de CCE sont réalisées avec l'analyseur 4 grilles (cf. section II.4.3 du Chapitre II). Afin d'éviter les perturbations induites par le champ magnétique du solénoïde, nous avons effectué l'ensemble de ces dernières mesures avec un courant de focalisation nul. La transmission du faisceau d'hydrogène en fonction de la focalisation du solénoïde est ensuite relevée par une mesure calorimétrique au niveau de la cage de Faraday.

Les mesures du rendement électrique de la source, en aval du système d'extraction, ont donné 67% d'ions  $H^+$ , 22% d'ions  $H_2^+$ , 7% d'ions  $H_3^+$  et 4% d'ions lourds <sup>25</sup>.

La distribution radiale du faisceau de protons est mesurée avec l'émittancemètre (cf. Figure VI-13-a). Les données correspondant à cette distribution sont traitées numériquement (en supposant la symétrie cylindrique du faisceau dans les deux espaces (x,y) et (x',y'): cf. section II.4.2 du Chapitre II) afin de déduire l'émittance verticale et les paramètres de Twiss du faisceau de protons (cf. Figure VI-13-b).

Les valeurs correspondants à l'émittance verticale rms normalisée et aux paramètres de Twiss sont respectivement :  $\varepsilon_{v \ rms} = 0.17 \ \pi.mm.mrad$ ,  $\alpha = -13.2$  et  $\beta = 9 \ mm/\pi.mrad$ .

La dissymétrie et le décentrement du faisceau de protons constatés sur la Figure VI-13-a (la position 0 correspond à l'axe mécanique de la ligne) altère les deux hypothèses de symétrie cylindrique du faisceau dans les deux espaces de phase (x,y) et (x',y'). Les résultats de mesures ainsi obtenus ne sont par conséquent qu'approximatifs.



Figure VI-13 : Mesure expérimentale de l'émittance du faisceau d'hydrogène (a) relevée directement par l'émittancemètre et (b) traitée ensuite numériquement avec les hypothèses de symétrie cylindrique du faisceau dans les deux espaces (x,y) et (x',y').

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> Lors des expériences (fév-2005), les paramètres de SILHI (venant de redémarrer après un long arrêt) n'ont pas été optimisés. Ces conditions expliquent le faible rendement en protons du faisceau extrait.

La transmission du faisceau d'hydrogène en fonction de la focalisation du solénoïde 1 a été mesurée au niveau de la cage de Faraday. L'intensité du faisceau est calculée à partir de la quantité de chaleur déposée sur cette cage (cf. Annexe 1). L'évolution de la transmission du faisceau en fonction du courant de focalisation du solénoïde est illustrée dans la Figure VI-14.



Figure VI-14 : La transmission du faisceau d'hydrogène, enregistrée au niveau de la cage de Faraday, en fonction du courant de focalisation du solénoïde 1.

Des mesures de degré de CCE ont été également réalisées (en mars 2003) sur des faisceaux d'hydrogène de 100 mA et de 95 keV. La pression du gaz résiduel était de  $1.1 \ 10^{-4} \ hPa$ . La mesure effectuée, entre la source et le solénoïde, avec annulation du courant de focalisation est illustrée par la Figure VI-15. Cette mesure donne un puits de potentiel dans le faisceau d'environ **30** V (voir la procédure de calcul dans la section II.4.2 du Chapitre II). Etant donnée la valeur du puits de potentiel initial du faisceau de 100 mA et de 95 keV (210 V), la mesure du degré de CCE est de 86 %.



Figure VI-15 : La mesure du degré de CCE du faisceau d'hydrogène avec annulation du courant de focalisation du solénoïde 1.

### VI.2.3. Résultats de modélisation et confrontations

Afin de permettre la confrontation des résultats 2D du code CARTAGO avec les mesures expérimentales, nous avons commencé par définir un domaine de simulation ayant une structure (r,z) déduite de celle la LBE. La partie à modéliser de la LBE est schématisée par la Figure VI-12. Ce domaine, considéré à symétrie de révolution par rapport à l'axe mécanique de la ligne, est illustré par la Figure VI-16.



Figure VI-16 : Modèle de la structure (r,z) de la première partie de la LBE dIPHI.

Afin d'imposer des conditions aux limites réalistes, cette structure s'étend de l'électrode repousseuse de la source SILHI (cf. section II.2.2 du Chapitre II) jusqu'à la cage de Faraday. Cette cage ainsi que toutes les parois internes de la chambre à vide sont considérées à la masse. Le calcul du champ produit par le solénoïde 1 (intégrant les effets du blindage magnétique) est réalisé avec le code OPERA-2D [2]. Le courant de focalisation est de *150A*.

Pour modéliser la dynamique du faisceau d'hydrogène, extrait par la source SILHI, nous créons continuellement, au niveau des électrodes d'extraction, trois faisceaux différents d'ions  $H^+$ ,  $H_2^+$ , et  $H_3^+$ . Les intensités portées par ces faisceaux, extraits avec l'énergie de 95 keV, sont de 67 mA pour les protons, 22.5 mA pour les  $H_2^+$  et 8 mA pour les  $H_3^+$ . Les 2.5 mA restants et correspondants aux ions lourds sont négligés.

Afin d'approcher les paramètres optiques initiaux, au niveau des électrodes de la source SILHI, nous avons utilisé le résultat de modélisation du système d'extraction par le code PBGUNS [3]. Les paramètres optiques des faisceaux extraits sont déduits de ce résultat en supposant que l'émittance géométrique est la même pour les 3 espèces d'ions. L'émittance rms normalisée et les paramètres de Twiss, employés dans ce qui suit, sont respectivement :  $\varepsilon_{x rms} = 0.04 \pi.mm.mrad$ ,  $\alpha = -0.1$  et  $\beta = 4 mm/\pi.mrad$ .

Les électrons et les ions secondaires  $H_2^+$  sont produits avec l'ionisation continue du gaz résiduel par le faisceau d'hydrogène. Etant données les proportions des ions  $(H^+, H_2^+, \text{ et } H_3^+)$ dans le faisceau d'hydrogène et les différentes sections efficaces d'ionisation, nous considérons seulement les deux processus d'ionisation du gaz résiduel par le faisceau de protons et le faisceau d'ions  $H_2^+$ . La pression du gaz est supposée constante dans toute la LBE. Afin de réduire par environ six la durée du calcul numérique, la valeur de la pression dans le modèle est plus grande que celle mesurée en amont du solénoïde  $(4 \ 10^{-4} \ hPa$  au lieu de  $7 \ 10^{-5} \ hPa$ ). Cette variation de la pression a permis actuellement de réduire la durée de calcul à une dizaine de jours. Cependant, la vérification de l'authenticité des résultats à  $7 \ 10^{-5} \ hPa$  reste à vérifier.



Figure VI-17 : La distribution (r,z) du faisceau de protons au début du régime transitoire de la CCE et à deux instants différents. Le courant du solénoïde 1 est de 150 A.

Afin de pouvoir confronter les résultats du modèle avec les mesures effectuées dans la ligne, nous avons simulé la dynamique du faisceau d'hydrogène et le mécanisme de la CCE jusqu'à l'établissement de l'état d'équilibre. Les Figure VI-17 et Figure VI-18 illustrent le cas de la dynamique du faisceau de protons durant le régime transitoire. Ces résultats confirment que la fiabilité du calcul de ligne actuelle repose sur une forte CCE des faisceaux transportés (sans CCE et avec un fort courant de focalisation dans le solénoïde 1 (150 A) la transmission du faisceau de protons reste faible : 40%).

La dynamique du faisceau de protons devient stable à partir de  $6 \mu s$  (cf. Figure VI-18-b). A cause de leurs masses relativement importantes, la focalisation des faisceaux d'ions  $H_2^+$  et  $H_3^+$  est moins forte comparée au cas du faisceau de protons. Nous enregistrons, à l'équilibre (à  $6 \mu s$ ), des premières pertes de ces ions au niveau du trèfle (cf. Figure VI-19).



Figure VI-18 : La distribution (r,z) du faisceau de protons à la fin du régime transitoire de la CCE et à deux instants différents. Le courant du solénoïde 1 est de 150 A.



(a) Le faisceau d'ions  $H_2^+$  (b) Le faisceau d'ions  $H_3^+$ Figure VI-19 : Les distributions (r,z) des deux faisceaux d'ions  $H_2^+$  et  $H_3^+$  à l'équilibre (après  $6 \mu s$  de CCE). Le courant du solénoïde 1 est de 150 A.

Les différents comportements des particules secondaires, produites par ionisation du gaz résiduel, sont comparables à ceux décrits dans la Section VI.1.1 de ce chapitre (nous avons conservé la même longueur de la LBE, la même focalisation et le même emplacement longitudinal du solénoïde).

Nous retrouvons ainsi les effets du confinement transverse, par le champ électromagnétique, des électrons et des ions  $H_2^+$  dans le solénoïde (cf. Figure VI-20-a et Figure VI-20-b).

Ces particules sont attirées longitudinalement vers le milieu du solénoïde ou repoussées vers les champs de fuite suivant leurs signes de charge. Ceci induit une concentration relativement importante des électrons dans le solénoïde (comparée aux zones des champs de fuite).

A l'extérieur de ce solénoïde, nous retrouvons aussi la dérive par rapport aux lignes de champ magnétique dans les deux cas d'espèces de particules (résultats démontrés dans le Chapitre III). Toutes ces différentes dynamiques entraînent finalement le même comportement de la charge d'espace totale dans le solénoïde (cf. Figure VI-20-c). Le potentiel électrique total est réduit durant toute la phase transitoire et nous notons à l'équilibre des valeurs de potentiels radiaux sur le bord du faisceau de protons supérieures à celles sur l'axe. La charge d'espace est par conséquent surcompensée dans le solénoïde.

En amont et en aval du solénoïde, la charge d'espace longitudinale et les conditions aux limites sont différentes par rapport à la précédente étude de la Section VI.1.1. Dans cette nouvelle étude, les électrons, qui arrivent à atteindre une des deux limites longitudinales de la ligne, sont absorbés par la cage de Faraday ou éventuellement par les parois de l'électrode de la source. Les pertes sont enregistrées au niveau de l'extraction si les amplitudes radiales d'oscillation des électrons sont supérieures à l'ouverture de l'électrode : *15 mm*. Ces conditions entraînent des pertes longitudinales des électrons et peuvent limiter par conséquent la CCE.

Le déplacement longitudinal des électrons est induit par trois facteurs différents :

- La composante longitudinale de la vitesse initiale acquise par ionisation du gaz résiduel. Cette vitesse est orientée suivant le sens de déplacement du faisceau.
- Les forces produites par la charge d'espace longitudinale (orientées généralement vers les zones de concentration du faisceau).
- L'effet miroir du solénoïde induisant des forces longitudinales orientées du milieu du solénoïde vers l'extérieur.



Figure VI-20 : Les distributions (r,z) des particules secondaires et du potentiel électrique de la charge d'espace total à l'équilibre (après  $6 \mu s$  de CCE).

Malgré les effets longitudinaux, les électrons arrivent à s'accumuler au voisinage de la cage de Faraday et surtout aussi au voisinage du système d'extraction (cf. Figure VI-20–a). La quantité de charge apportée par ces particules ne dépasse pas, par contre, la charge totale produite par les trois faisceaux (ions  $H^+$ ,  $H_2^+$  et  $H_3^+$ ) et par les ions secondaires  $H_2^+$ .

La charge d'espace reste alors positive dans ces deux zones limites et nous enregistrons, à 62 cm des électrodes d'extraction, un puits de potentiel de **28.8** V. Cette valeur est très proche des **30** V relevés par l'analyseur 4 grilles dans ce même emplacement (cf. section VI.2.2). Ceci appuie la conclusion d'une compensation partielle à l'extérieur du solénoïde.

Nous avons déduit, à cette même position longitudinale, l'émittance rms normalisée et les paramètres de Twiss du faisceau de protons à partir de sa présentation dans l'espace de phase x-x' (cf. Figure VI-21).



Figure VI-21 : La présentation dans l'espace de phase x-x' du faisceau de protons à 62 cm de l'extraction.

Les valeurs obtenues correspondantes à l'émittance rms normalisée et aux paramètres de Twiss sont respectivement :  $\varepsilon_{rms} = 0.16 \pi.mm.mrad$ ,  $\alpha = -14$  et  $\beta = 9.6 mm/\pi.mrad$ . Ces résultats sont très comparables aux mesures déjà relevées par l'émittancemètre ( $\varepsilon_{rms}=0.17 \pi.mm.mrad$ ,  $\alpha = -13.2$  et  $\beta = 9 mm/\pi.mrad$ .) malgré les limites de ce diagnostics que nous avons détaillées dans la Section II.4.2 du Chapitre II. Nous notons d'autre part que la divergence maximale du faisceau modélisé (36 mrad) est bien inférieure à l'acceptance de l'appareil déjà calculée (43 mrad).

Afin de confronter aussi les résultats du code avec les mesures de transmission relevées dans la ligne, nous avons effectué plusieurs calculs de la dynamique du faisceau d'hydrogène en faisant varier le courant du solénoïde 1 de 50 à 170 A. Les intensités des trois faisceaux (ions  $H^+$ ,  $H_2^+$  et  $H_3^+$ ) modélisés ont été notées au niveau de la cage de Faraday en fonction de ce courant solénoïde. Les résultats expérimentaux et numériques de cette transmission ont été portés ensemble sur la Figure VI-22.

Avec 2.5 mA d'ions lourds négligés, le résultat de la modélisation montre une évolution du courant total (des trois faisceaux) proche de la mesure expérimentale. L'amélioration de ce résultat est peut être possible avec un calcul plus de précis des paramètres optiques du faisceau d'hydrogène à l'extraction.



Figure VI-22 : La transmission du faisceau d'hydrogène en fonction du courant du solénoïde.

### VI.2.4. Conclusion

Nous avons étudié dans cette partie du chapitre la dynamique d'un faisceau d'hydrogène, extrait de la source SILHI, dans la première partie de la LBE d'IPHI. La modélisation de cette dynamique, durant la phase transitoire de la CCE, confirme la surcompensation de la charge d'espace à l'intérieur du solénoïde (résultat démontrée avec l'étude du solénoïde seul).

Dû fait des nouvelles conditions aux limites (potentiels des électrodes et de la cage de Faraday), la charge d'espace reste partiellement compensée à l'extérieur du solénoïde. La distribution particulière de cette charge d'espace restante est la source de plusieurs non linéarités radiales et longitudinales du champ électrique.

Une partie de ces résultats de modélisation a été validée par un ensemble de mesures sur le faisceau d'hydrogène : mesures d'émittance, de degré de CCE et de transmission.

# VI.3. Modélisation de la dynamique d'un faisceau de protons dans toute la LBE d'IPHI

Le faisceau d'hydrogène étudié précédemment est repris dans ce nouveau paragraphe. Nous nous intéresserons à la dynamique des ions  $H^+$  compris dans ce faisceau et à travers toute la LBE d'IPHI (la structure actuelle de cette ligne est décrite dans le Chapitre II).

La prochaine mise en place du quadripôle radiofréquence (RFQ) nécessite la révision de la structure actuelle de la LBE. Cette ligne, qui sera chargée de transporter et d'adapter le faisceau à l'entrée du RFQ, sera plus courte et comprendra un cône d'injection à la place de la boite de diagnostics. Afin de permettre des confrontations des résultats du modèle 2D avec les prochains travaux de diagnostics, nous avons choisi de considérer la nouvelle version de la structure de la ligne. Cette ligne sera modélisée, dans ce qui suit, par une structure (r,z) à symétrie de révolution par rapport à l'axe mécanique (cf. Figure VI-23). Deux électrodes, de *16 mm* d'ouverture et portées successivement à la masse et à -2500 V, seront placées à l'extrémité de la LBE (dans le cône d'injection) afin d'empêcher le passage des électrons dans le RFQ. Les potentiels électriques de ces électrodes détermineront la nouvelle condition aux limites intégrée dans le modèle 2D.



Figure VI-23 : Modèle de la nouvelle structure (r,z) de la LBE dIPHI.

Parmi les conditions que la LBE doit assurer lors du transport des ions d'hydrogène, nous soulignons la bonne transmission et les paramètres optiques adaptés du faisceau de protons à l'entrée du RFQ. Plusieurs éléments de la ligne (les solénoïdes, les déviateurs, l'iris, etc) permettent d'ajuster ces deux conditions.

En plus de l'étude des effets transitoires de la CCE sur la dynamique du faisceau de protons, nous avons essayé, dans cette partie, de satisfaire la condition de bonne transmission dans toute la LBE. Un réglage avec « une faible focalisation » au niveau des deux solénoïdes de la ligne, a permis de transporter environ 90% des ions  $H^+$  jusqu'à l'entrée du RFQ (ce résultat est obtenu après écoulement de toute la phase transitoire de la CCE). La dynamique du faisceau de protons à l'équilibre, et avec des courants de 130 A et de 150 A respectivement dans les solénoïdes 1 et 2, est présentée dans la Figure VI-24. L'étude de cette partie est réalisée avec une pression constante du gaz résiduel de  $4 10^{-4} hPa$ .



Figure VI-24 : La distribution (r,z) du faisceau de protons à l'équilibre (à  $6.75 \ \mu s$ ). Les courants des solénoïdes 1 et 2 sont respectivement de 130 A et de 150 A.



Figure VI-25 : Distributions (r,z) des faisceaux  $H_2^+$  et  $H_3^+$  et à l'équilibre (à 6.75  $\mu s$ ). Les courants des solénoïdes 1 et 2 sont respectivement de 130 A et de 150 A.

Le réglage de la focalisation des solénoïdes, pour le cas du transport des de protons, entraîne de grandes pertes des ions  $H_2^+$  et  $H_3^+$  dans la ligne (cf. Figure VI-25) et seules les proportions respectives de 4% et 3% atteignent l'entrée du RFQ.<sup>26</sup>

Le comportement général des différentes particules secondaires, produites par ionisation du gaz résiduel, devient facilement prévisible à partir des résultats de la Section VI.2 (les mêmes paramètres du faisceau d'hydrogène et du gaz résiduel sont repris dans cette section du chapitre). Les nouveaux résultats de modélisation reconfirment par exemple le confinement simultané des électrons et des ions  $H_2^+$  dans les deux solénoïdes de la LBE (cf. Figure VI-26).



Figure VI-26 : Les distributions (r,z) des particules secondaires à l'équilibre (à  $6.75 \ \mu s$ ).

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Avec des vitesses réduites  $\beta$  très différentes de celle du faisceau d'ions  $H^+$ , les ions  $H_2^+$  et  $H_3^+$  sont faiblement accélérés dans le RFQ et sont ensuite immédiatement perdus dans la ligne de diagnostics (les valeurs des  $\beta$  des ions  $H^+$ ,  $H_2^+$  et  $H_3^+$  sont respectivement (à *95keV*): 0.014, 0.01 et 0.008) [4].


Figure VI-27 La distribution (r,z) du potentiel électrique de la charge d'espace totale à l'équilibre (à  $6.25 \ \mu s$ ). Les courants des solénoïdes sont respectivement de 130 A et de 150 A.

Nous avons enregistré, pratiquement durant toute la phase de la CCE, une densité volumique des électrons dépassant la densité des ions  $H_2^+$  dans tout l'espace du faisceau de protons (ce comportement est appuyé à l'équilibre par les résultats de la Figure VI-26). Ce surpassement a induit une réduction progressive de la charge d'espace dans tout le domaine. La distribution (r,z) à l'équilibre du potentiel électrique de la charge d'espace totale est illustrée par la Figure VI-27. Cette distribution montre que la charge d'espace dans le solénoïde 2 est nettement inférieure à celle qui existe dans le solénoïde 1. Ceci est dû à la décroissance progressive de la charge d'espace totale, suivant le sens du transport dans la LBE, induite par l'extension de la taille radiale et les pertes ascendantes des faisceaux  $H_2^+$  et des  $H_3^+$ .

Afin d'analyser l'état de la CCE, dans ce nouveau cas d'étude, nous reprenons séparément les distributions radiales du champ de charge d'espace dans différentes positions de la LBE. Ces positions sont situées longitudinalement sur les centres respectifs des cinq zones illustrées par la Figure VI-23. La zone 1 (z=0.1 m) reflètera l'état de la CCE juste après l'extraction du faisceau d'hydrogène. La zone 2 (0.6 m < z < 1.2 m) occupe le domaine longitudinale du solénoïde 1. Nous déduisons l'état de la CCE entre les deux solénoïdes avec la distribution dans la zone 3 (au voisinage de z=2 m). La zone 4 (2.8 m < z < 3.2 m) occupe le domaine longitudinale du solénoïde 2. L'état de la CCE juste avant l'entrée dans le RFQ est donné par la distribution du champ de charge d'espace de la zone 5 (z=3.5 m).

Nous présentons dans ce qui suit les différentes distributions radiales uniquement dans l'espace du faisceau de protons.

La distribution radiale du champ dans la zone 1 (cf. Figure VI-28-a) reflète une très forte charge d'espace défocalisante pour le faisceau de protons. Cette charge d'espace est presque équivalente à la charge d'espace d'un même faisceau non neutralisé (cf. Section V.2 du Chapitre V). La faible compensation dans cette zone est induite, comme dans la section d'étude précédente, par les grandes pertes des électrons sur les parois du système d'extraction.



(e) à la sortie de la LBE

faisceau  $H^+$  et dans cinq positions longitudinales différentes de la LBE

Les différentes distributions radiales du champ de charge d'espace à l'intérieur du premier solénoïde (cf. Figure VI-28-b : Zone 2) confirment les précédents résultats de surcompensation de la charge d'espace à l'équilibre. Cette surcompensation est restreinte au voisinage de l'axe du faisceau. La charge d'espace, par ailleurs, est relativement faiblement défocalisante pour le faisceau de protons.

A l'équilibre, la charge d'espace entre les deux solénoïdes (zone 3) est également sensiblement réduite. Elle présente cependant de fortes non-linéarités radiales (cf. Figure VI-28-c).

L'état de la CCE à l'intérieur du deuxième solénoïde (zone 4) est presque équivalent au cas du premier solénoïde. Nous notons ainsi des champs de charge d'espace focalisants au centre du faisceau de protons et défocalisants sur le bord (cf. Figure VI-28-d).

Juste avant de passer dans le RFQ, le faisceau de protons parcourt l'équivalent d'une lentille défocalisante (charge d'espace positive de la zone 5). Cette partie de la ligne est semblable à la zone 1 : les parois de l'électrode au potentiel nul sont le siège d'importantes pertes d'électrons neutralisants et la charge d'espace est par conséquent relativement importante.

L'ensemble des non linéarités notées dans les différentes zones de la LBE est une source de grossissement de l'émittance du faisceau transporté. La Figure VI-29 illustre l'évolution longitudinale de l'émittance rms normalisée du faisceau de protons dans le même cas de « focalisation faible » des solénoïdes (les courants respectifs sont de 130 A et 150 A).



Figure VI-29 : L'évolution longitudinale de l'émittance rms normalisée du faisceau de protons.

Nous observons que l'émittance rms normalisée du faisceau de protons (égale initialement à  $0.04 \pi.mm.mrad$ ) croit presque linéairement (suivant le sens de déplacement du faisceau) jusqu'à la sortie du deuxième solénoïde. Elle atteint alors une valeur presque 15 fois plus grande que la valeur initiale (l'émittance rms normlisée à z=3.41 m est  $\varepsilon_{rms} = 0.58 \pi.mm.mrad$ ). La valeur de cette émittance diminue ensuite avec les pertes du faisceau au niveau du cône d'injection. Nous notons la valeur  $0.42 \pi.mm.mrad$  à l'entrée du RFQ.

La valeur de cette émittance, à la sortie de la ligne, est comparable aux mesures expérimentales effectuées au même emplacement et avec des caractéristiques similaires du faisceau [5]. La plus petite valeur relevée par l'émittancemètre (après optimisation des paramètres de la source et de la focalisation dans la ligne) était de  $0.23 \pi.mm.mrad$ . Nous rappelons que cette dernière valeur est éventuellement réduite par l'acceptance de l'émittancemètre.<sup>27</sup>

D'autres mesures d'émittance relevées sur un faisceau de caractéristiques similaires et dans une LBE à deux solénoïdes mais <u>plus courte</u> (la LBE de 2.7 m du projet LEDA [6]) donnent la valeurs rms normalisées de  $0.21 \pi$ .mm.mrad.

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Nous avons démontré dans le chapitre 2 que l'acceptance de l'émittancemêtre était de 43 mrad. Les nouveaux résultats de modélisation, à la sortie de la LBE, montrent une divergence du faisceau d'ions  $H^+$  de 65 mrad. Cette condition doit réduire sensiblement la valeur de la mesure relevée par l'émittancemètre.

Conformément aux observations expérimentales [5], les résultats de modélisations montrent que la valeur de l'émittance du faisceau à l'extrémité de la ligne (z=3.55 m) est sensiblement dépendante du réglage de la focalisation au niveau des deux solénoïdes. Cette valeur rms normalisée est réduite par exemple à  $0.4 \pi$ .mm.mrad avec 130 A et 140 A respectivement dans le solénoïde 1 et 2 (La transmission par contre dans ce cas est de 80%). Elle est aussi de  $0.6 \pi$ .mm.mrad avec une « focalisation forte » dans la ligne (respectivement 150 et 170 A). La distribution (r,z) du faisceau de protons, avec ce dernier cas de focalisation et à l'état d'équilibre de la CCE, est illustrée par la Figure VI-30.



Figure VI-30 : La distribution (r,z) du faisceau de protons à l'équilibre (à 7.5  $\mu$ s). Les courants des solénoïdes 1 et 2 sont respectivement de 150 A et de 170 A.

### VI.4. Conclusions du chapitre

L'objectif de ce chapitre était de donner un aperçu sur la dynamique des faisceaux de protons dans le cas de la LBE du projet IPHI. Cette dynamique a été étudiée en tenant compte des effets transitoires de la CCE et des faisceaux secondaires produits avec le faisceau de protons par la source SILHI.

Nous avons commencé le chapitre par une modélisation simple (un faisceau continu, uniforme et rigide) du cas d'un solénoïde de focalisation et d'une section sans champ à ouverture variable. Le cas du solénoïde nous a permis de relever plusieurs nouveaux aspects :

- Le mécanisme de la CCE peut conduire à plusieurs états d'équilibres différents de *100* % de neutralisation (nous avons noté par exemple des zones de surcompensation au milieu du solénoïde).
- La distribution de la charge d'espace à l'équilibre, induit des non linéarités radiales et longitudinales.

Dans le cas d'une section sans champ périodique et à ouverture variable, les résultats montrent une CCE convergeant vers 100% dans tout le faisceau. L'évolution transitoire de cette compensation est plus rapide dans les zones présentant un grossissement du rapport entre le rayon de la chambre à vide et le rayon du faisceau.

Nous avons étudié, dans la deuxième sous-section du chapitre, le transport d'un faisceau d'hydrogène, extrait de la source SILHI, dans la première partie de la LBE d'IPHI.

La modélisation de cette dynamique, durant la phase transitoire de la CCE, confirme la surcompensation de la charge d'espace à l'intérieur du solénoïde. Nous avons noté également une compensation partielle de la charge d'espace à l'extérieur du solénoïde. Cette limitation de la compensation est due aux nouvelles conditions aux limites (potentiels des électrodes et de la cage de Faraday).

Une partie des résultats de modélisation de cette sous-section a été validée par une série de mesures sur le faisceau d'hydrogène : mesures d'émittance, de degré de CCE et de transmission.

Les résultats de modélisation de la dynamique du faisceau de protons dans toute la LBE ont été présentés dans la dernière sous-section du chapitre. Cette étude a illustré avec plus de précision la distribution (r,z) de la charge d'espace restante à l'équilibre. Les zones de surcompensation et des fortes non-linearités ont été retrouvées. L'évolution longitudinale du grossissement de l'émittance du faisceau dans la LBE est illustrée pour un cas particulier de focalisation des deux solénoïdes.

D'autre part, les résultats de ce chapitre ont remis en question certaines approximations dont nous avons déjà souligné l'importance. Les fortes concentrations des particules secondaires dans les solénoïdes imposent une réévaluation de l'importance de effets collisionnels « secondaires » sur le mécanisme de cette CCE.

Nous rappelons également la grande dépendance de la CCE en fonction de la valeur de la pression du gaz résiduel. Dans cette étude, nous avons gardé une pression constante du gaz dans toute la ligne et surtout plus élevée que la pression réelle. Nous avons noté par ailleurs que la dynamique du faisceau d'hydrogène change avec une pression encore plus élevée  $(4 \ 10^{-3} \ hPa$  au lieu de  $4 \ 10^{-4} \ hPa$ ).

Un choix plus précis de la valeur et de la distribution de la pression dans la LBE induira sûrement des résultats de modélisations plus précis.

### **Bibliographie**

- [1] P.Y. Beauvais, *Recent evolution in the design of the French high intensity proton injector*, EPAC 04, *Lucerne*, (European Physical Society Accelerator Group), p. 1273, (2004).
- [2] OPERA-2D, OPERA-3D Vector Fields Ltd, Oxford.
- [3] PBGUNS, J.E. Boers, Thunderbird Simulation, Texas.
- [4] R. Duperrier, communication privée, (2005).
- [5] R. Gobin et al, Saclay high intensity light ion source status, EPAC 02, Paris, p. 1712, (2002).
- [6] H. V. Smith, Jr, et al, Simulations of the LEDA LEBT H+ beam, PAC 97, Vancouver, p. 2746, (1997).

## Annexe 1 : Mesure calorimétrique du courant du faisceau

Cette annexe présente la procédure de calcul pour la mesure de l'intensité du faisceau à partir de la chaleur déposée sur le bloc d'arrêt. Dans le cas de la LBE d'IPHI, la cage de Faraday et le bloc d'arrêt sont continuellement refroidis par de l'eau.

La méthode de calcul du courant faisceau consiste à relever, dans un premier temps, le gradient de la température  $\Delta\theta$  (en kelvin) de l'eau à l'entrée et la sortie du système de refroidissement. La quantité de chaleur Q (en joule) échangée, avec l'environnement, par une masse m (en Kg) d'eau avec une température variant de  $\Delta\theta$  peut s'écrire :

$$Q = m \cdot C_{th} \cdot \Delta \theta \tag{A1-1}$$

où  $C_{th}$  (en J.Kg<sup>-1</sup>. K<sup>-1</sup>) est la capacité thermique massique de l'eau.

La puissance P (en W) diffusée par le faisceau à travers le bloc d'arrêt peut s'écrire différemment des deux manières suivantes :

$$P = Q / t = E_f. I_f \tag{A1-2}$$

où t (en s) est la durée d'interaction ;  $E_f$  et  $I_f$  sont respectivement l'énergie (en eV) et le courant (en A) du faisceau.

Le débit de l'eau circulant dans le bloc d'arrêt est défini par :

$$D = V/t \tag{A1-3}$$

où V (en litre) est le volume du fluide circulant durant un intervalle t.

Cette équation (A1-3) peut s'écrire aussi en fonction de la masse *m* et la densité volumique  $\rho$ :

$$D = m / (\rho \cdot t) \tag{A1-4}$$

A partir de (A1-2) et (A1-1), nous déduisons :

$$I_f = Q / (t \cdot E_f) = m \cdot C_{th} \cdot \Delta \theta / (t \cdot E_f)$$
(A1-5)

En intégrons l'équation (A1-4), l'expression de l'intensité du faisceau devient :

$$I_f = \rho \cdot C_{th} \cdot D \cdot \Delta \theta / E_f \tag{A1-6}$$

Avec des erreurs de mesures respectives du débit et du gradient de la température de 3% et de 1-2% et en négligeant l'erreur sur la valeur de l'énergie (environ 0.2%), l'erreur sur la mesure de l'intensité du faisceau avec cette procédure est d'environ <u>5%</u>.

# **Chapitre VII**

**Conclusion générale** 

# Chapitre VII Conclusion générale

Nous avons étudié, dans cette thèse, les effets transitoires de la compensation de charge d'espace sur la dynamique de faisceaux intenses. Cette étude a été appliquée au cas de faisceaux d'ions légers dans la ligne de transport basse énergie de l'Injecteur de Protons Haute Intensité (IPHI) de Saclay.

La charge d'espace produite par un faisceau transporté peut être compensée avec une dynamique particulière du plasma créé avec l'ionisation du gaz résiduel. Les travaux illustrés dans ce manuscrit comprennent (1) l'étude analytique du comportement élémentaire des particules chargées constituant le plasma, (2) le développement d'un nouveau code de transport permettant la modélisation de la dynamique d'un faisceau en tenant compte des effets de la CCE et (3) l'analyse des résultats de modélisation et les confrontations avec des études théoriques et expérimentales.

Nous avons commencé (dans le Chapitre II) par souligner, à partir de la présentation du cadre expérimental de l'étude, les paramètres typiques des faisceaux et du gaz résiduel étudiés. La description et l'étude des limites des diagnostics employés étaient essentielles pour anticiper la confrontation expérimentale des travaux de modélisation. Notre calcul de l'acceptance de l'émittancemètre de SILHI démontre par exemple que les mesures relevées sont forcément altérées à partir d'une divergence du faisceau supérieure à 43 mrad. Nous avons démontré également, dans le cas de l'analyseur 4 grilles, que les hypothèses actuelles pour le traitement des mesures relevées altèrent les valeurs déduites du degré de CCE. Ces mesures sont aussi très sensibles à la présence d'un champ magnétique.

L'étude mono-particulaire du Chapitre III a permis de donner une idée préliminaire sur la dynamique des particules du plasma dans les champs produits par un solénoïde et par la charge d'espace d'un faisceau de protons. Nous avons démontré essentiellement dans ce chapitre que le mécanisme classique de la CCE est totalement modifié en présence d'un champ magnétique important. L'exemple de l'étude au milieu d'un solénoïde montre que toutes les particules chargées du plasma sont confinées radialement.

Les démonstrations analytiques de ces études préliminaires ont permis de valider les routines numériques de l'intégration du mouvement des particules et de la discrétisation des champs extérieurs.

Nous avons présenté dans le Chapitre IV la structure et les méthodes numériques employées pour la mise au point du code de transport CARTAGO. En plus de la modélisation de l'évolution temporelle des interactions avec le plasma, le calcul de la dynamique d'un faisceau par ce code PIC intègre aussi la modélisation des éléments de transport. Le calcul du degré de CCE est basé sur une nouvelle définition que nous avons proposée et qui offre la possibilité d'une exploitation directe dans des calculs d'enveloppe.

Deux versions (1D et 2D) dérivent du code CARTAGO et permettent respectivement de modéliser la dynamique du plasma pour un faisceau rigide et de transporter un faisceau dynamique en tenant compte de ces interactions avec le plasma.

La version 1D du code a permis, dans le Chapitre V, de calculer le temps d'établissement et le degré à l'équilibre de la CCE pour différents cas de faisceaux d'ions  $H^+$  et  $H^-$ . Nous avons montré que la charge d'espace initiale est toujours totalement compensée dans une section sans champ extérieur et dans le cas de faisceaux continus et rigides. Les temps d'établissement sont par contre très dépendants de la variation (1) de la pression du gaz résiduel, (2) de l'énergie et de l'intensité du faisceau et (3) du rapport entre le rayon de la chambre à vide et le rayon du faisceau. Une étude préliminaire du cas de faisceaux groupés en paquets nous a permis de noter que la compensation à l'équilibre n'est pas totale. Nous avons montré que les temps d'établissement dans ce dernier cas se déduisent à partir des résultats des faisceaux continus et nous avons proposé une expression analytique permettant de déduire le degré final de la CCE à partir de la structure temporelle du faisceau.

La version 2D du code CARTAGO a permis, dans le Chapitre VI, de modéliser la dynamique des faisceaux d'hydrogène, dans le cas de la ligne de transport basse énergie de IPHI, en incluant le processus de la CCE. Ces modélisations illustrent l'enregistrement d'une surcompensation de charge d'espace à l'intérieur des solénoïdes de focalisation. A l'extérieur de ces solénoïdes, la compensation reste partielle. L'étude de l'évolution de l'émittance du faisceau à travers la ligne de transport montre un fort grossissement d'émittance. L'étude d'un cas de transport avec une focalisation « faible » au niveau des solénoïdes montre par exemple que la valeur de l'émittance à la sortie de la LBE se multiplie par un facteur 15. Une partie des résultats de modélisation de ce chapitre a été validée par des diagnostics du faisceau d'hydrogène réalisés dans la première partie de la ligne.

Ce travail peut être approfondi dans différentes directions. Les résultats de la version actuelle du code CARATAGO doivent être encore validés. Parmi les confrontations expérimentales, facilement réalisables dans la prochaine structure de la LBE d'IPHI, nous proposons de comparer les courbes de transmission du faisceau de protons à l'entrée du RFQ.

Plusieurs autres travaux d'études peuvent améliorer les résultats et les fonctionnalités du code. L'intégration d'une méthode de calcul de charge d'espace en 3D est essentielle. Ceci permettra de mieux modéliser tous les éléments de transport de la LBE et surtout de tenir compte du désalignement du faisceau par rapport à l'axe mécanique. L'intégration de cette dernière méthode augmentera encore la durée des calculs et devra être par conséquent accompagnée de travaux d'optimisations numériques.

L'importance de effets collisionnels « secondaires » est à réévaluer surtout avec la confirmation des fortes concentrations de particules secondaires dans les solénoïdes.

La fidélité de la valeur et de la distribution de la pression du gaz résiduel dans la LBE favorisera aussi des résultats de modélisations plus précis.

#### ETUDE DES EFFETS TRANSITOIRES DE LA COMPENSATION DE CHARGE D'ESPACE Sur La Dynamique D'Un Faisceau Intense

### <u>Résumé</u>

L'un des défis dans la réalisation des accélérateurs d'ions est la maîtrise de la dynamique des faisceaux intenses à basse énergie. Cette dynamique est dominée par des effets non linéaires du champ de Charge d'Espace (CE). Ce champ est une source de formation d'un halo pouvant induire des pertes le long du transport. Une fois ionisé par le faisceau, le gaz résiduel, diffusé par la source et produit par la désorption des parois internes de l'accélérateur, contribue à la production d'électrons et d'ions. Suivant leur signe de charge par rapport au faisceau, ces particules seront repoussées ou confinées. L'accumulation de particules dans le faisceau contribue à la compensation du champ de CE. Cette neutralisation entraîne cependant de nouvelles non linéarités variables dans le temps.

Cette thèse présente des travaux expérimentaux et de modélisation de la compensation de CE pour des faisceaux d'ions ( $H^+$  ou  $H^-$ ). La dynamique de ces faisceaux est modélisée par un nouveau code PIC, CARTAGO, assurant le couplage entre le plasma créé et ces faisceaux.

Une étude mono particulaire introduit la dynamique du plasma en présence du champ de CE et d'un champ magnétique extérieur. La modélisation de la compensation avec la version 1D du code a permis de donner les temps d'établissement et les degrés de compensation pour plusieurs cas de faisceaux et différentes pressions de gaz.

La compensation d'un faisceau de protons a été étudiée plus particulièrement dans la ligne basse énergie de l'Injecteur de Protons de Haute Intensité (IPHI) de Saclay. Des confrontations expérimentales des résultats de modélisation 2D (r,z) dans une partie de cette ligne sont aussi détaillées.

<u>Mots-Clés</u> : Faisceaux d'ions d'hydrogène, Dynamique de faisceau intense, Interaction faisceau / plasma, Compensation de charge d'espace, Modélisation numérique, Code PIC.

#### STUDY OF THE TRANSIENT EFFECTS OF THE SPACE CHARGE COMPENSATION ON THE DYNAMICS OF AN INTENSE BEAM

### **Abstract**

A main interest in the design of ion accelerators is the control of the dynamics of intense beams at low energy. This dynamics is dominated by nonlinear effects of the Space Charge (SC) field. This SC field induces a halo formation what can induce losses along the transport. Once ionized by the beam, the residual gas, diffused by the source and produced by the desorption of the vacuum chamber of the accelerator, contributes to the production of electrons and ions. According to their sign of charge compared to the beam, these particles will be repelled or confined. The accumulation of particles in the beam contributes to the compensation of the SC field. However, this neutralization induces others non linearity which are dependent on time.

This thesis presents an experimental and theoretical work of the SC compensation for ion beams  $(H^+ \text{ and } H^-)$ . The dynamics of these beams is modelled by a new PIC code, CARTAGO, ensuring the coupling between the created plasma and the studied beams.

A single-particle study introduces the dynamics of the plasma in presence of the SC field and of an external magnetic field. The modelization of the compensation with the 1D version of CARTAGO code gave the establishment times and the compensation degrees for several cases of beams and various gas pressures.

The compensation of a protons beam was studied more particularly in the low-energy line of the Injector of Protons of High Intensity (IPHI) at Saclay. Experimental confrontations of the 2D (r,z) modelization results in a part of this line are also detailed.

Key words : Hydrogen-ion beams, Intense-beam dynamics, Beam-plasma interaction, Space charge compensation, Numerical modelization, PIC code.