

Structures de bobinages supraconducteurs pour croissance cristalline sous champ magnétique en environnement de micro-gravité

L. Quettier(*), O. Vincent-Viry(*), A. Mailfert (*), F.P. Juster (**)

(*) G.R.E.E.N. Groupe de Recherche en Electronique et Electrotechnique de Nancy
2, av. de la Forêt de Haye, 54516 Vandoeuvre-les-Nancy, France

(**) CEA Saclay DAPNIA/STCM , 91191 Gif-sur-Yvette, France

Résumé—Cet article présente de nouvelles configurations de bobinages supraconducteurs générant un environnement de micro-gravité, en vue d'applications pour la croissance cristalline de protéines en milieu aqueux. Ces structures procèdent d'une méthode de résolution du problème inverse de synthèse de source développée au GREEN. La stabilité de la lévitation, le choix du décalage angulaire entre la force magnétique et le champ magnétique dans la zone de travail, ainsi que les phénomènes de convection sont également abordés.

Mots clés—Convection, croissance cristalline, micro-gravité, supraconducteurs.

I. INTRODUCTION

Un des objectifs de la cristallogénèse est l'amélioration des propriétés de diffractions des cristaux. Des expériences récentes ont montré que la micro-gravité, ou simulation d'apesanteur, a une influence positive sur la perfection des cristaux de plusieurs protéines [1], ce qui peut par exemple s'avérer être capital dans l'accomplissement du projet Génome Humain (Human Genome Project) [2]. La gravité peut être compensée avec succès par des forces magnétiques pour les substances diamagnétiques [3], ce qui est le cas de la plupart des protéines et de l'eau, dans laquelle elles sont généralement en solution.

La condition de lévitation d'une substance diamagnétique est donnée par :

$$\text{grad}B^2 = -2 \frac{\rho g \mu_0}{|\chi|} \quad (1)$$

où ρ et χ sont respectivement la masse volumique et la susceptibilité magnétique de la substance.

Ceci donne pour l'eau $\text{grad}B^2 = -2800 \text{ T}^2/\text{m}$ avec $\rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$, $g = 9.81 \text{ m}/\text{s}^2$, $\chi = -8.8 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}$.

D'autre part il apparaît qu'une précision de 1% sur

l'uniformité de $\text{grad}B^2$ dans la zone de travail suffit à assurer la stabilité de la lévitation [2]. En effet les tensions superficielles à la surface de la goutte d'eau suffisent alors à maintenir sa cohérence.

Il s'agit clairement ici d'un « problème inverse de synthèse de source » : identifier les sources de courant permettant de générer dans une zone la plus grande possible $\text{grad}B^2 = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$ à 1% près.

Cet article présente plusieurs structures d'aimants supraconducteurs offrant des solutions intéressantes à ce problème. Le phénomène de convection dans l'eau au sein de la zone de travail est également étudié.

II. CONFIGURATION DES BOBINAGES SUPRACONDUCTEURS

Pour résoudre ce problème inverse, nous nous appuyons sur une méthode mise au point au G.R.E.E.N. Cette méthode consiste en trois étapes [4]:

- Identifier une distribution de champ magnétique possédant les propriétés recherchées.
- Identifier une structure idéale de bobinage supraconducteur (idéale car les courants sont modélisés par des densités purement superficielles) générant la distribution de champ magnétique précédente.
- Discrétiser la structure idéale précédente (les courants sont ici modélisés par des densités volumiques) ; vérifier qu'elle possède bien les propriétés prescrites, éventuellement l'optimiser.

A. Un potentiel complexe particulier

Considérons la distribution de champ magnétique bidimensionnelle, invariante par translation suivant l'axe z , et définie par le potentiel complexe suivant:

$$W(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2} \quad \text{où } \underline{z} = x + iy \quad (1)$$

Le champ magnétique est donné par :

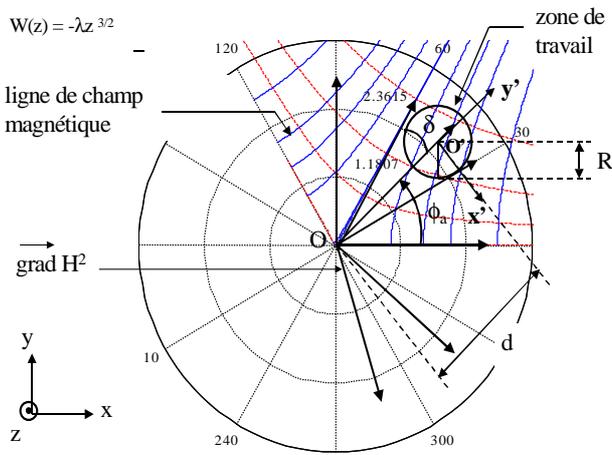
$$\vec{H} = -\text{grad} \vec{Im}(W(\underline{z})) \quad (2)$$

On obtient alors:

$$\text{grad} \bar{H}^2 \begin{cases} \frac{9}{4} \lambda^2 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \text{ dans le repère cylindrique } (\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z) \quad (3)$$

Le gradient du carré du champ magnétique, donc le champ de force magnétique, ainsi obtenu est purement radial et de norme constante dans tout l'espace.

Il est donc possible de définir, dans cette carte de champ, une infinité de zones de travail cylindrique (rayon : R), dans lesquelles le champ de force magnétique est uniforme à n% près. Si δ_n est l'angle sous lequel le cercle est vu depuis



l'origine, δ_n ne dépend que de n ; ainsi, pour $n=1$, $\delta_1 = 8,1^\circ$.

Fig. 1. Distribution de champ $W(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2}$

Suivant la valeur de ϕ_a , la zone de travail choisie se déplace, permettant ainsi de décaler angulairement les directions du champ magnétique et du champ de force magnétique.

De plus, la force magnétique étant orientée dans le sens inverse de $\text{grad} \bar{B}^2$ ($\chi < 0$ pour les diamagnétiques), celle-ci tend à ramener la substance lévitante vers le milieu de la zone de travail.

B. Structure multipolaire idéale

Le théorème de découpe suivant un disque circulaire dans une carte de champ magnétique 2-D présenté dans [4] donne la densité superficielle de courant \vec{K} à distribuer sur le cylindre de rayon R pour reproduire à l'intérieur de celui-ci la distribution de champ magnétique correspondant à

$$W(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2} :$$

$$\vec{K} = 2H_t \vec{u}_z = \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n R^{n-1} \cos \left(n\varphi + \phi_a \left(\frac{3}{2} - n \right) \right) \right) \vec{u}_z \quad (4)$$

où H_t est le champ tangentiel à la zone de travail définie dans la figure 1.

φ est l'angle polaire du repère cylindrique centré sur la zone de travail.

$$\text{Et } A_n = 2\lambda d^2 \frac{\frac{3}{2} \dots \left(\frac{3}{2} - n + 1 \right)}{(n-1)!} \quad (5)$$

On remarque que les coefficients A_n ne dépendent pas de l'angle ϕ_a .

d est déterminé par la donnée de l'angle δ ($\delta = 8,1^\circ$) et le rayon de la zone utile ($R = 10$ mm), soit $d = 70,9$ mm.

λ est fixé de telle manière à assurer $\text{grad} B^2 = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$ soit $\lambda = 35,28 \text{ T.m}^{-3/2}$

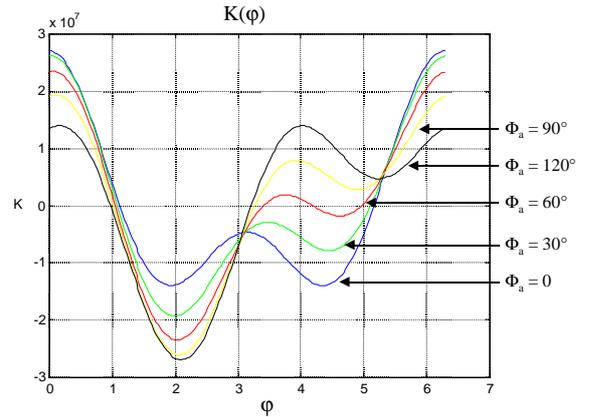


Fig. 2. Courbe $K(\varphi)$ de la densité superficielle de courant distribuée sur le cylindre

La densité superficielle de courant \vec{K} est obtenue sous forme d'une série de multipôles. Ce type de structure est donc particulièrement adapté à une réalisation effective par association de plusieurs aimants supraconducteurs de type aimants d'accélérateurs.

C. Structure multipolaire effective

Il convient maintenant de discrétiser la structure multipolaire précédente, les courants étant cette fois-ci modélisés par des densités volumiques. Le C.E.A. Saclay, travaillant depuis de nombreuses années sur les aimants supraconducteurs d'accélérateurs de particules, a développé un formalisme permettant d'obtenir une structure effective des bobinages [5]. La distribution de champ magnétique ainsi obtenue est calculée numériquement à l'aide du code de calcul Roxie [6]. Le conducteur utilisé est un câble Nb_3Sn de type Rutherford dont la densité de courant critique est $J_c = 3000 \text{ A/mm}^2$ dans le supraconducteur à 4,2 K sous 5 T.

La configuration des bobinages supraconducteurs est ensuite optimisée, grâce aux fonctions disponibles dans le logiciel Roxie, de telle manière à minimiser la variation de la force magnétique sur l'axe central vertical de la structure (poids : 5) et à maximiser la valeur de la force magnétique obtenue (poids : 1).

Deux structures de bobinages ont été envisagées pour $\phi_a = \frac{\pi}{3}$

c'est à dire un champ magnétique de même direction que la force magnétique au centre de la zone :

- Une structure de type $\cos\theta$, calquée directement sur les structures d'aimants d'accélérateurs, où les bobines ont une forme de selle de cheval.
- Une structure de type « racetrack », où les bobines sont exclusivement planes de forme type piste de course.

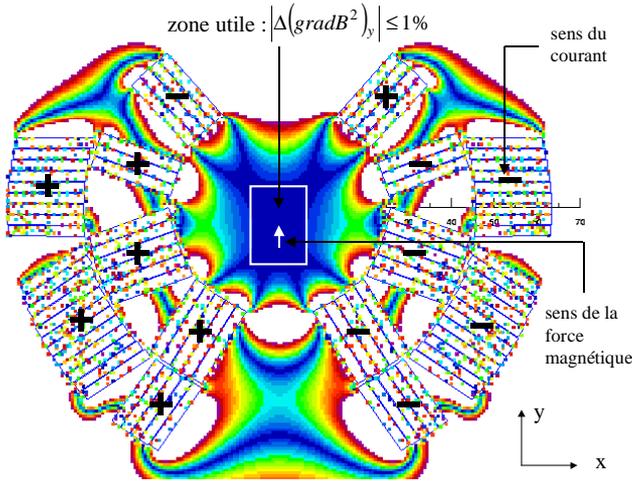


Fig. 3. Vue en coupe de la structure $\cos\theta$, uniformité de la composante selon Oy de la force magnétique

Nous obtenons une zone utile de l'ordre de 1 cm^2 , dans laquelle la force magnétique verticale est uniforme à 1 % près et où le gradient du champ magnétique au carré vaut $2800 \text{ T}^2/\text{m}$.

Il est donc possible à l'intérieur de cette zone utile d'envisager de faire léviter de l'eau.

Dans certaines applications, notamment la cristallogenèse, un dispositif dans lequel champ magnétique et force magnétique n'ont pas la même direction peut s'avérer intéressant, de manière à étudier comment la direction du champ magnétique peut influencer sur la cristallisation. Des structures effectives de bobinages supraconducteurs générant un champ magnétique perpendiculaire à la force magnétique (ce qui correspond à $\phi_a = 0$) sont actuellement étudiées au GREEN.

III. CONVECTION NATURELLE

On s'intéresse dans cette section aux mouvements de convection naturelle dans une cavité placée dans la zone de champ ayant fait l'objet de l'optimisation décrite plus haut. En effet, les mouvements de convection du liquide sont un élément perturbateur qu'il convient de minimiser. Pour évaluer comment le gradient de champ magnétique créé permet de modifier les mouvements de convection naturelle dans l'eau, on va se placer dans le cas d'une cavité carrée de 1 cm^2 supposée infiniment longue, maintenue à une température chaude T_c sur sa face inférieure et à une température froide T_f sur sa face supérieure, les deux autres

faces étant isolées.

A. Équations

Pour un fluide incompressible soumis à une force volumique Fm et placé dans un champ de pesanteur g , les mouvements de convection sont régis par les équations de Boussinesq :

Équation du mouvement :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \rho \vec{v} = \rho \vec{g} - \nabla p + \rho \nu \nabla^2 \vec{v} + \vec{F}m \quad (6)$$

$$\vec{F}m = \frac{1}{2} \chi \nabla \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \rho \chi g \nabla \frac{B^2}{\mu_0}$$

Équation de conservation de la masse :

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (7)$$

Équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T = D \nabla^2 T \quad (8)$$

L'approximation de Boussinesq revient à considérer que le fluide est visqueux et incompressible ($\rho = \rho_0$) sauf pour évaluer le terme ρg de l'équation du mouvement où l'on pose $\rho = \rho_0(1 - \beta \Delta T)$. C'est ce terme qui introduit le couplage entre les équations (6) et (8).

Nous avons résolu numériquement ce problème avec le code de calcul CASTEM2000 (formulation éléments finis semi-implicite, [7]). Pour prendre en compte le terme de force magnétique dans le code, nous substituons un champ de gravité 'effectif' au champ de pesanteur classique en écrivant l'équation (8) sous la forme :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \rho \vec{v} = \rho \vec{g}_{eff} - \nabla p + \rho \nu \nabla^2 \vec{v} \quad (9)$$

$$\vec{g}_{eff} = (1 + \chi g \nabla \frac{B^2}{\mu_0}) \cdot \vec{g}$$

On a retenu les valeurs suivantes :

$\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $D = 1.457 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\chi_g = -8.8 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}$, $\beta = 2.5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, $T_c = 22^\circ\text{C}$, $T_f = 20^\circ\text{C}$. Ces valeurs fournissent les nombres adimensionnalisés suivants : $Pr = 6.86$ (Prandtl), $Gr = 4905$ (Grashof) et $Ra = 33655$ (Rayleigh).

Deux calculs 2D ont été faits : un premier calcul sans champ magnétique et un second avec champ magnétique optimisé avec structure de bobinages en $\cos\theta$ (voir section II). Dans les deux cas on impose une condition de non-glissement en paroi. On a utilisé un maillage régulier de 40×40 éléments carrés et un critère de convergence sur les vitesses calculées de 10^{-6} . Les calculs ont montré qu'un raffinement de ces deux paramètres ne conduisait pas à des améliorations significatives de la précision des résultats ($< 0.1\%$) mais entraînait en revanche des temps de calcul réhibitivement longs.

B. Calcul sans champ magnétique ($g_{eff} = g$)

La Fig.4 présente la carte de température obtenue, sur la

Fig. 5 on a tracé les iso valeurs du potentiel ψ dont dérive le champ des vitesses, ce sont aussi les lignes de courant. La vitesse maximale calculée est de 0.773 mm/s. Il n'y a qu'une seule cellule de convection. La solution présentée correspond à un tourbillon en rotation dans le sens normal alors que le sens de rotation est a priori indéterminé. La seconde solution est obtenue en symétrisant les deux cartes présentées par rapport à la médiatrice commune aux deux faces à température imposée.

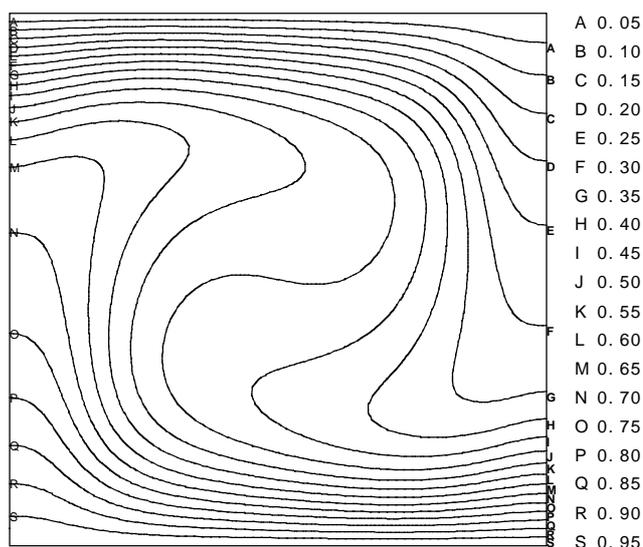


Fig. 4. Calcul sans champ magnétique. Carte de température normalisée : $T_c = 1$, $T_f = 0$. $Ra = 33655$

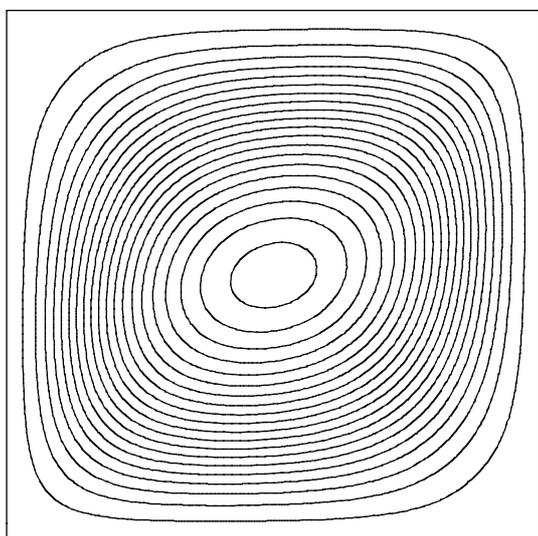


Fig. 5. Calcul sans champ magnétique. Lignes de courant.
 $V_{max} = 0.773 \text{ mm/s}$

C. Calcul avec champ magnétique

La Fig.6 présente la carte de température obtenue, la Fig. 7 les lignes de courant. On obtient deux tourbillons contrarotatifs, du fait de la symétrie par rapport à l'axe

vertical du champ de pesanteur effectif. Les mouvements de convection sont dominés par la composante en x du champ de gravitation résiduelle ; cette composante est négative sur la demi cellule de droite, positive sur la demi cellule de gauche, en d'autres termes la composante en x du champ est toujours dirigé vers l'axe médian de la cellule (champ 'centripète'). Compte tenu des conditions aux limites imposées, il n'y a donc pas d'indétermination sur le sens de rotation dans chacune des cellules : la composante en y du vecteur vitesse est négative sur l'axe médian. La vitesse maximale calculée est maintenant de $71.4 \mu\text{s}$ soit une réduction d'un ordre de grandeur par rapport au cas précédent. On peut également constater cet amortissement des mouvements de convection sur la carte de température qui présente une meilleure stratification.

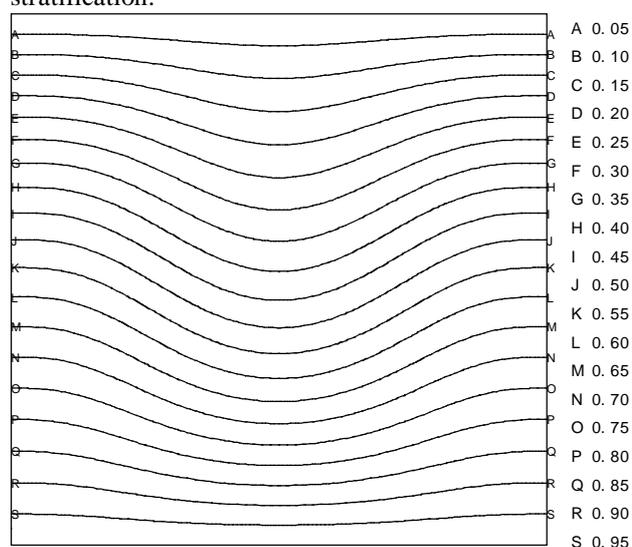


Fig. 6. Calcul avec champ magnétique en $\cos\theta$. Carte de température normalisée : $T_c = 1$, $T_f = 0$. $Ra = 33655$

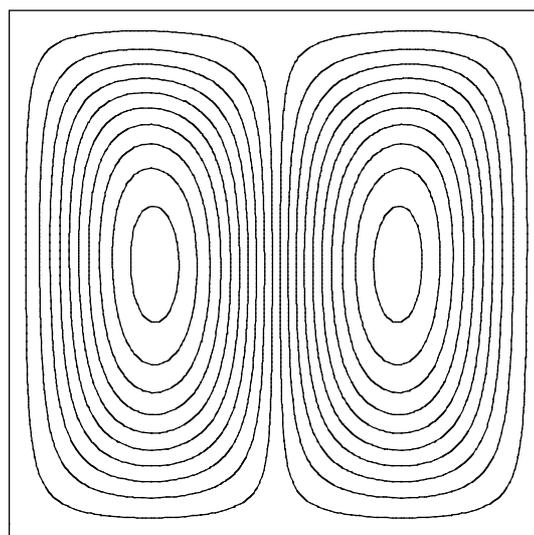


Fig.7. Calcul avec champ magnétique en $\cos\theta$. Lignes de courant.
 $V_{max} = 71.4 \mu\text{m/s}$

IV. CONCLUSION

La méthode de résolution du problème inverse de synthèse de source conduit à de nouvelles structures de bobinages supraconducteurs en vue d'applications à la croissance cristalline de protéines. De plus, la structure magnétique (2D) calculée permet de créer un champ de force magnétique quasi-homogène pour compenser la gravité dans une zone utile dont la taille n'est pas limitée, comme c'est classiquement le cas pour les structures solénoïdales utilisées dans les expériences de lévitation magnétique. Enfin, nous avons mis en évidence que les mouvements de convection naturelle dans le fluide diamagnétique pouvaient être contrôlés grâce à la force magnétique, ce qui permet une meilleure stratification de la température.

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient A. DAEL (CEA, Saclay) qui leur a proposé ce thème de recherche et S. RUSSENSCHUCK (CERN, Genève) pour avoir mis à leur disposition son logiciel Roxie.

REFERENCES

- [1] R. Giegé, *et al* "La cristallogenèse des macromolécules biologiques," *Rapport CNRS, Département des Sciences de la Vie*, <http://www.cnrs.fr/SDV/biolgiege.html>, 2001.
- [2] O. Ozaki, *et al* "Design study of superconducting magnet for uniform magnetic force fields," *Proceedings of the Symposium on New Magneto Sciences SNMS, 1999*, pp 568-573.
- [3] E. Beaugnon, R. Tournier "Levitation of water and inorganic substances in high static magnetic fields," *Journal of Physics III, France,1*, pp 1423-1428, 1991 .
- [4] A. Mailfert, O. Vincent-Viry "2-D inverse problems with applications to micro-gravity and energy storage" *COMPEL*, vol. 20, n°3, pp 869-878, 2001.
- [5] A. Devred "Review of superconducting dipole and quadrupole magnet for particle accelerators" *Rapport interne DAPNIA/STCM 99-24*, 1999.
- [6] S. Russenschuck "Roxie : Routine for the Optimization of magnet X-sections, Inverse field calculation and coil End design", *Proceedings of the First International Roxie Users Meeting and Workshop*, CERN, 16-18 March 1998.
- [7] H. Paillère et F. Dabbene "Initiation à la Simulation Numérique en Mécanique des Fluides à l'aide de CASTEM2000, Recueil d'Exemples Commentés" *Cours ENSTA MF307*.
- [8] Jianwei Qi, Nobuko I. Wakayama, Akira Yabe "Magnetic control of thermal convection in electrically non-conducting or low-conducting paramagnetic fluids" *International Journal of Heat and Mass transfer* 44 (2001) 3043-3052.
- [9] G. De Vahl Davies and I.P. Jones " Natural Convection in a square cavity : a Comparison Exercise" *International Journal for Numerical methods in Fluids*, 3:227-248, 1983.