

No d'ordre : 2002INPG0093

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

THESE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : Méthodes Physiques Expérimentales et Instrumentation

préparée aux laboratoires CERN/SL/BI et CEA/DAPNIA/SACM
dans le cadre de l'**Ecole Doctorale de Physique**

présentée et soutenue publiquement
par

Laurette CADET PONCE

le 10 octobre 2002

**Diagnostic par
rayonnement synchrotron des
faisceaux de protons du LHC**

Directeurs de thèse :

F. Méot
R. Jung

JURY

M. B. Aune , rapporteur
M. R. Brissot , président
Mme C. Johnstone , rapporteur
M. R. Jung
Mme M.P. Level
M. F. Méot

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

THESE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : Méthodes Physiques Expérimentales et Instrumentation

préparée aux laboratoires CERN/SL/BI et CEA/DAPNIA/SACM
dans le cadre de l'**Ecole Doctorale de Physique**

présentée et soutenue publiquement
par

Laurette CADET PONCE

le 10 octobre 2002

**Diagnostic par
rayonnement synchrotron des
faisceaux de protons du LHC**

Directeurs de thèse :

F. Méot

R. Jung

JURY

M. B. Aune , rapporteur

M. R. Brissot

Mme C. Johnstone , rapporteur

M. R. Jung

Mme M.P. Level

M. F. Méot

Remerciements

Alors qu'on s'attendrait à ce que ce soit la partie la plus facile à rédiger dans le mémoire de thèse, les remerciements restent un exercice de style périlleux. Comment conserver dans ce chapitre le caractère d'originalité que doit présenter un travail de recherche lorsque toutes les thèses commencent de la même façon et surtout comment n'oublier personne ? Mais il faut bien se lancer et espérer que la maladresse de la forme n'éclipsera pas la sincérité du fond.

En premier lieu, je tiens donc à remercier les deux personnes qui sont à l'origine de mes trois années de dur labeur, François Méot et Roland Jung, mes directeurs de thèse. De leur complémentarité est né un sujet de thèse enrichissant à la fois basé sur des simulations et calculs théoriques, et ancré dans la réalité du projet LHC. Grâce à eux, j'ai découvert deux aspects d'un même projet entre lesquels mon cœur balance : le côté ingénieur et le côté physicien. Je leur suis très reconnaissante de leur disponibilité, malgré l'éloignement géographique pour l'un et les responsabilités hiérarchiques pour l'autre, aussi bien au niveau scientifique que dans des circonstances plus personnelles lorsque le besoin s'en est fait sentir.

Je remercie également C. Johnstone, M. P. Level, B. Aune, R. Brissot, et les deux directeurs de thèse pour avoir accepté d'être membre du jury et de juger mon travail.

J'adresse également un grand merci à Jacques Bosser pour ses relectures attentives et incroyablement rapides de l'ensemble de mon travail. Je lui suis très reconnaissante du temps qu'il m'a très cordialement consacré et de ses critiques, dans le bon sens du terme, qui m'ont fait aller de l'avant.

D'une façon générale, je remercie l'ensemble du SACM de Saclay qui malgré mon éloignement géographique et mes rares visites m'a acceptée comme membre à part entière et co-financée. Le groupe BI qui m'a accueillie au CERN étant constitué de plus de 50 membres, je suis obligée de leur adresser un merci global pour les pauses café, les sorties communes, mais aussi pour le soutien logistique. J'exprime en même temps toute ma gratitude au chef de groupe Hermann Schmickler et au chef de division Steve Myers pour avoir accepté puis soutenu le projet d'onduleur au LHC.

Je tiens également à remercier Albert Hofmann pour ses explications sur la physique du rayonnement synchrotron, sur les champs électriques émis et plus généralement pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail.

Il convient également de ne pas oublier Piotr Komorowski, Davide Tommasini, Manfred Sassowski, Stephan Russenschuck et Pascal Elleaume pour les discussions techniques sur la conception d'aimants et pour les simulations de champs magnétiques. Dans le même registre, je tiens à remercier Oleg Chubar pour m'avoir aidée à entrer dans l'utilisation de SRW et pour la petite procédure qu'il m'a fournie et qui m'a grandement simplifié le travail.

Je ne peux pas conclure ce chapitre sans une pensée particulière pour l'ancienne section de Roland, dans le désordre Claude, Jan, Franco, Bernd, Edda, Federico, Claudine, Jean-Michel, Gérard, Jacky, Jean-Claude, Michel, Jean-Pierre, Philippe, pour leurs conseils et compétences techniques, mais aussi pour leur amitié et les nombreux cafés que je me suis fait offrir. Enfin je n'oublie pas "El professor" Alessandro. Son expérience sur le rayonnement de transition et le diagnostic transverse et ses conseils pratiques m'ont été d'une aide précieuse. Nos grandes discussions autour d'un café resteront des moments inoubliables.

Et la liste ne serait pas complète sans un immense merci à Sébastien, mon expert informaticien personnel qui a en plus le bon goût d'être un excellent mathématicien doublé d'un physicien. Merci d'être là.

Table des matières

Remerciements	5
Glossaire	11
Introduction	13
1 Le LHC. Diagnostic des faisceaux	15
1.1 Présentation de la machine	15
1.2 Faisceaux du LHC	17
1.2.1 Définition de l'émittance du faisceau	17
1.2.2 Dimensions du faisceau en IR4 et IR5	18
1.3 Les diverses méthodes de mesure de profil.	20
1.4 Utilisation du rayonnement synchrotron pour le diagnostic.	21
1.4.1 Principe général du moniteur	21
1.4.2 Hypothèses de travail	22
2 Le rayonnement synchrotron : rappels théoriques	25
2.1 Champ émis par une particule en mouvement	25
2.1.1 Les échelles de temps	25
2.1.2 Champ rayonné	26
2.2 Différentes expressions du champ électrique	27
2.2.1 En temps particule t'	27
2.2.2 En temps observateur t	28
2.3 Densité spectrale angulaire d'énergie ; intensité à l'observateur	29
3 Modèles pour le calcul de l'intensité	31
3.1 Différents modèles de sources	31
3.1.1 Dipôle	31
3.1.2 Aimant court	33
3.1.3 Effet de bord	34
3.1.4 Onduleur	35
3.2 Modèle basse fréquence	37
3.2.1 A l'ordre 0	37
3.2.2 Aux ordres supérieurs.	41
3.3 Interférences entre deux sources	42
3.3.1 Formalisme	42
3.3.2 Interférences entre deux bords successifs.	43
3.3.3 Interférences entre les bords d'un dipôle long.	43

3.3.4	Application dans le cas du modèle basse fréquence.	45
3.4	Conclusions	48
4	Mise en oeuvre des calculs numériques	49
4.1	Codes de calcul utilisés	49
4.1.1	Calcul de la trajectoire	50
4.1.2	Calcul du champ électrique	50
4.1.3	Calcul de la transformée de Fourier	52
4.1.4	Intégration spatiale ou fréquentielle	53
4.2	Extension au rayonnement onduleur.	54
4.3	Comparaison entre modèles et simulations.	55
4.3.1	Cas du dipôle LHC.	55
4.3.2	Cas de l'aimant court.	56
4.3.3	Onduleur	57
4.4	Conclusions	59
5	Les sources de rayonnement synchrotron dans le LHC	61
5.1	Intensités émises par différentes sources potentielles	61
5.1.1	Le dipôle D2	61
5.1.2	Miniwiggler supraconducteur	65
5.1.3	Onduleur chaud	69
5.1.4	Onduleur supraconducteur	76
5.2	Comparaisons des différentes sources	79
5.3	Sources retenues pour le diagnostic.	82
5.3.1	Sur toute la gamme d'énergie : onduleur et bord de D3	82
5.3.2	De 2 TeV à 7 TeV : dipôle D2	84
5.4	Conclusion	85
6	Analyse de l'optique du système de diagnostic	87
6.1	Choix du dispositif optique	87
6.1.1	Détecteur	87
6.1.2	Chaîne optique	95
6.2	Formation d'image.	96
6.2.1	Spécificité de la lumière synchrotron	97
6.2.2	Propagation à travers un diaphragme	98
6.2.3	Action d'une lentille sur un front d'onde	100
6.3	Méthode des opérateurs.	101
6.3.1	Définition des opérateurs	101
6.3.2	Application au moniteur RS	102
6.3.3	Particularités de la source de lumière synchrotron.	104
6.4	Analyse optique du moniteur à rayonnement synchrotron	105
6.4.1	Utilisation de SRW en protons	106
6.4.2	Approche qualitative	109
6.4.3	Etude de l'influence des différents paramètres	113
6.4.4	Utilisation d'une fente dans le plan focal	124
6.5	Conclusions	127
	Conclusion	129

Bibliographie	131
Annexes	133
A Calcul basse fréquence à l'ordre 2	135
A.1 Calcul de l'ordre 0 : $R_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\phi, \psi, t) dt$	135
A.2 Calcul de l'ordre 1 : $R_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\phi, \psi, t) t dt$	136
A.3 Calcul de l'ordre 2 : $R_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\phi, \psi, t) t^2 dt$	138
B Calcul du temps de déphasage	139
C Exemple de fichier Zgoubi	141
C.1 Exemple de fichier	141
C.2 Description du mot code UNDULATOR	142
D Simulations magnétiques de l'onduleur	143
E Equivalent optique du télescope.	147

Glossaire

- $\alpha = \frac{B.L}{B\rho} = \frac{L}{\rho}$ [rad] déviation d'un aimant de longueur L,
- $\beta = \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2}}$ vitesse normalisée,
- $\beta_{H,V}$ [m] fonction bêatron dans le plan horizontal (H) ou vertical (V),
- $B\rho = \frac{p}{q}$ [T.m] rigidité de la particule,
- $c = 2.998 \cdot 10^8$ [m.s⁻¹] vitesse de la lumière dans le vide,
- $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ [F.m⁻¹] permittivité du vide,
- $\epsilon_{H,V}$ [m] émittance du faisceau de particules, définie à 1 σ rms, dans le plan horizontal ou vertical,
- $\epsilon_n = \epsilon_{H,V}\beta\gamma$ [m.rad] émittance normalisée du faisceau de particules,
- $E_0 = m_0c^2$ [GeV] énergie au repos des protons,
- $E = \gamma m_0c^2$ [TeV] énergie du faisceau de protons,
- $\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$ définition de la transformée de Fourier,
- $\gamma = \frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$,
- G grandissement du système optique,
- $g1$ gamme spectrale 1.3-6.2 eV, soit 200-900 nm,
- $g2$ gamme spectrale 1.46-2.75 eV, soit 450-850 nm,
- $g3$ gamme spectrale 1.13-3.54 eV, soit 350-1100 nm,
- IP point d'interaction des faisceaux dans LHC,
- IR région d'interaction (section droite autour d'un IP),
- $k_u = \frac{2\pi}{\lambda_u}$, fréquence spatiale de l'onduleur,
- $\lambda_1(\theta)$ [m] longueur d'onde émise dans la direction θ par un onduleur,
- λ_u [m] période spatiale d'un onduleur,
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [N A⁻²] perméabilité du vide, $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$
- m_0 [kg] masse de la particule, $m_0=1.672 \times 10^{-27}$ kg = 938.272 MeV pour les protons,
- $\nu = \frac{c}{\lambda}$ [Hz] fréquence,
- $p = \gamma m_0c$ [kg.m.s⁻¹] pour $v \equiv c$, moment de la particule,
- $q = 1.602 \cdot 10^{-19}$ [C] charge électrique d'une particule,
- $r_0 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2} = 1.53510^{-18}$ m rayon classique du proton,
- ρ [m] rayon de courbure de la trajectoire dans un champ magnétique,

$\sigma = \sqrt{Esp([X - Esp(X)]^2)}$, avec $Esp(X)$ espérance de X , écart quadratique moyen, appelé “largeur rms”.

t temps “observateur”,

t' temps “particule”,

(x, y, z) axes d’un repère en coordonnées cartésiennes, critique d’un onduleur,

(ϕ, ψ) coordonnées angulaires définies sur la figure (1),

$\omega_0 = \frac{c}{\rho}$ fréquence angulaire de révolution,

$\omega_1 = \frac{4\pi\gamma^2 c}{\lambda_u(1+\gamma^2\theta^2)}$ [rad.s⁻¹] fréquence angulaire

$\omega_c = \frac{3\gamma^3 c}{2\rho}$ [rad.s⁻¹] fréquence angulaire critique dite “fréquence critique”,

ω_l [rad.s⁻¹] fréquence angulaire limite définissant le régime basse fréquence, dite “fréquence limite”,

· produit scalaire,

* produit de convolution,

× produit vectoriel,

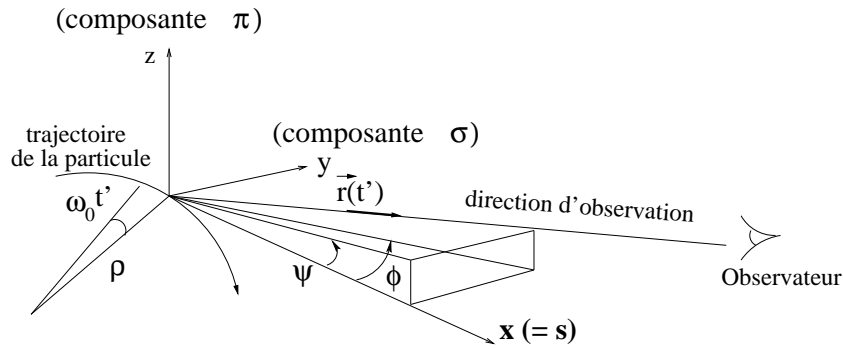


FIG. 1 – Définitions des notations

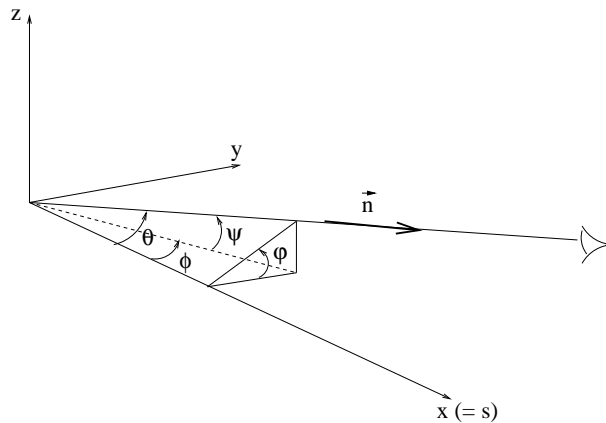


FIG. 2 – Correspondance entre les angles (ϕ, ψ) et (θ, φ) .

Introduction

Toute particule chargée relativiste lorsqu'elle suit une trajectoire courbe émet un rayonnement électromagnétique appelé rayonnement synchrotron [1]. Observé pour la première fois le 24 avril 1947 [2] dans un synchrotron à électrons de 70 MeV, ce rayonnement correspond à une perte d'énergie de la particule et a longtemps été considéré comme un facteur limitant pour la construction des grands accélérateurs circulaires. Les études menées par la suite pour mieux comprendre ses caractéristiques ont permis d'en développer les applications jusqu'à la construction d'anneaux de stockage d'électrons, dédiés à la production de rayonnement synchrotron intense pour l'analyse des propriétés intrinsèques de la matière. Suivant le développement des accélérateurs circulaires, un autre type d'utilisation est également apparu : l'utilisation du rayonnement synchrotron pour le diagnostic de faisceaux [3]. Cette méthode couramment utilisée sur les machines à électrons, est plus difficile à mettre en oeuvre pour les machines à protons compte-tenu des niveaux beaucoup plus faibles de signaux émis. Cependant, la montée en énergie des accélérateurs et le développement de détecteurs optiques de plus en plus sensibles ont rendu possible la mesure des profils de faisceaux sur des synchrotrons à protons [4]. Le travail réalisé ici présente les développements qui ont été nécessaires pour concevoir une installation de lumière synchrotron destinée à mesurer des profils de faisceaux de protons sur toute la gamme d'énergie du LHC.

Le premier chapitre introduit les caractéristiques de la machine, les questions relatives au diagnostic transverse et les contraintes de travail.

Dans le deuxième chapitre les principaux résultats de la théorie du rayonnement synchrotron utiles pour notre étude sont rappelés.

Le troisième chapitre regroupe les différents calculs analytiques qui ont été réalisés pour évaluer quantitativement le rayonnement synchrotron émis pour différents types de source, dans différentes conditions d'approximation. Sans être un catalogue exhaustif de toutes les sources existantes, il regroupe les résultats pour des sources utilisables dans le LHC afin de les comparer en terme d'efficacité pour le diagnostic et pour le choix du moniteur.

Le quatrième chapitre présente le code de calcul, Zgoubi, qui a été utilisé pour simuler les cas où le calcul analytique n'est plus possible. Après avoir confronté les résultats numériques et analytiques dans des cas simples, ce code a servi à évaluer les densités spectrales d'énergie dans les conditions réelles, notamment avec des cartes de champ magnétique et dans des configurations à plusieurs sources interférentielles.

Dans le cinquième chapitre, les performances des différentes sources étudiées pour le cas particulier du LHC sont exposées. Elles sont ensuite comparées afin d'expliquer le choix de la solution proposée, en fonction des contraintes d'espace et de performance.

Le sixième chapitre aborde les performances optiques du moniteur. Il présente d'abord la chaîne optique du moniteur, appelée télescope, puis évalue les différentes pertes de résolution introduites par l'optique (diffraction et profondeur de champ) en tenant compte des propriétés particulières de la source de lumière retenue pour le LHC.

Chapitre 1

Le LHC. Diagnostic des faisceaux

1.1 Présentation de la machine

Le **Large Hadron Collider** (LHC) est un collisionneur protons-protons conçu pour permettre aux physiciens des particules d'apporter des éléments de réponses aux questions que pose encore le modèle standard : l'origine de la masse liée à l'existence du champ de Higgs et de sa particule associée (boson de Higgs), l'existence des particules supersymétriques, l'extension du modèle standard à la gravitation...

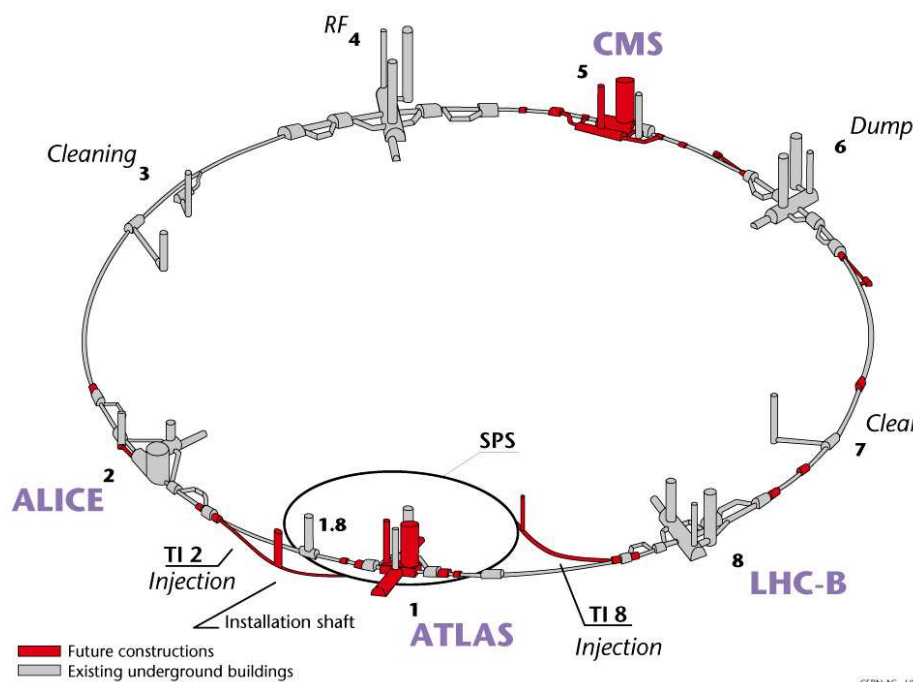


FIG. 1.1 – Agencement du LHC

Dans le LHC, lors d'une collision entre les composants élémentaires des protons (quarks et gluons), l'énergie véhiculée se transforme en masse disponible pour créer de nouvelles particules. Le modèle standard prévoit l'existence des bosons de Higgs et des nouvelles particules entre 0.1 et 1 TeV. Un quark transportant moins de 10 % de l'énergie totale du proton (et le gluon encore moins), l'énergie nominale dans le centre

de masse pour le LHC est de 14 TeV pour pouvoir atteindre les masses intéressantes. Les deux faisceaux de protons sont injectés depuis le SPS à 450 GeV puis accélérés jusqu'à une énergie de collision de 7 TeV.

En pratique, le LHC, figure (1.1), est une machine d'environ 27 km de circonférence à aimants supraconducteurs, composée de huit arcs et huit sections droites (IR) accueillant les quatre principales expériences (ATLAS en IR1, ALICE en IR2, CMS en IR5 et LHCb en IR8), l'accélération (IR4), les régions de "nettoyage" (IR3 et IR7) et les décharges de faisceaux (IR6). Les deux faisceaux circulent dans deux chambres à vide séparées qui se croisent au droit des quatre expériences. Les dipôles sont conçus sur un principe de "deux en un" : les deux chambres à vide sont incorporées dans la même culasse.

Les paramètres du LHC [5] sont rappelés dans le tableau (1.1).

		Injection	collision
Géométrie			
Circonférence	[m]	26658.883	
Diamètre chambre à vide	[mm]	56	
Séparation entre les chambres à vide	[mm]	194	
Fréquence de révolution	[kHz]	11.25	
Dipôle de courbure			
Nombre de dipôle principaux		1232	
Longueur	[m]	14.2	
Champ magnétique	[T]	0.539	8.386
Rayon de courbure	[m]	2784.32	
Dipôle de séparation : type D2			
Longueur	[m]	9.45	
Champ magnétique	[T]	0.17	2.65
Rayon de courbure	[m]	8829.5	
Dipôle de séparation : type D3			
Longueur	[m]	9.45	
Champ magnétique	[T]	0.29	4.5
Rayon de courbure	[m]	8786.1	
Données faisceau			
Energie	[TeV]	0.45	7
Luminosité	[cm ⁻² s ⁻¹]	10 ³⁴	
Emittance transverse normalisée	[μ m.rad]	3.75	
Courant moyen circulant par faisceau	[A]	0.56	
Particules par paquet nominal		1.1 10 ¹¹	
Particules par paquet pilote		5 10 ⁹	
Nombre de paquets		2808	
Espace entre paquet	[ns]	25	
Longueur rms des paquets	[cm]	13	7.7
Longueur rms des paquets	[ns]	0.434	0.257

TAB. 1.1 – Paramètres nominaux du LHC

1.2 Faisceaux du LHC

1.2.1 Définition de l'émittance du faisceau

L'agencement des éléments d'un accélérateur est défini pour une orbite nominale des particules. Cependant, du fait de la présence des différents éléments optiques de la machine, les particules s'écartent de l'orbite nominale en suivant des oscillations "bêatron". Dans le cas d'une machine circulaire, ce mouvement est décrit par les équations de Hill [6] :

$$u'' + K(s)u = 0 \quad (1.1)$$

avec $K(s)$ fonction périodique, s abscisse curviligne et u coordonnée dans le plan transverse (y ou z). La solution générale de cette équation peut se mettre sous la forme $u(s) = a\sqrt{\beta(s)}\cos[\mu(s) - S]$, avec a et S des constantes, $\beta(s)$ appelée fonction bêatron et $\mu(s)$ fonction phase ayant la même périodicité que $K(s)$. A partir de cette solution générale, il est possible de définir un invariant du mouvement, appelé invariant de Courant-Snyder :

$$\gamma(s)u^2(s) + 2\alpha(s)u(s)u'(s) + \beta(s)u'^2(s) = a^2 \quad (1.2)$$

avec¹ α , β et γ paramètres de Twiss [7], liés par la relation $\beta(s)\gamma(s) = 1 + \alpha^2(s)$ et définis par la géométrie de la machine. Pour un s donné, l'équation (1.2) définit une ellipse de surface πa^2 dans l'espace des (u, u') , appelé espace des phases, figure (1.2). Les paramètres de Twiss déterminent alors la forme et l'orientation de cette ellipse.

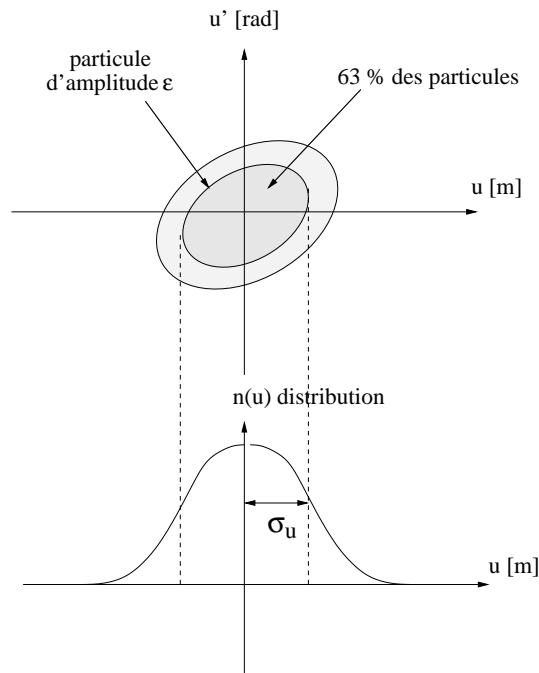


FIG. 1.2 – Définition du profil de faisceau : projection sur les plans H et V de la distribution des particules.

Dans cet espace, chaque couple (u, u') représente une particule du faisceau et l'ellipse

¹ne pas confondre le paramètre de Twiss $\gamma(s)$ avec le facteur de Lorentz $\gamma = \frac{E}{E_0}$

de paramètre a englobe les particules ayant une "amplitude" d'oscillation bêatron a . Lorsque le paramètre a est tel que 63% des particules du faisceau sont contenues dans l'ellipse alors $a = \epsilon$ et ϵ s'appelle **émittance** du faisceau². La projection de la distribution de particules du faisceau $n(u)$ sur la coordonnée u dans l'espace des phases (u, u') définit le profil du faisceau, figure (1.2). Les dimensions rms du faisceau gaussien au point de mesure, H pour horizontale ($u=y$) et V pour verticale ($u=z$), s'écrivent alors pour une dispersion nulle :

$$\sigma_{H,V} = \sqrt{(\beta_{H,V}\epsilon_{H,V})} \quad (1.3)$$

avec $\beta_{H,V}$ fonction bêatron horizontale ou verticale et $\epsilon_{H,V}$ émittance horizontale ou verticale .

Le long de la trajectoire, l'ellipse change continuellement de forme et d'orientation avec l'évolution des paramètres de Twiss, mais sa surface reste constante et elle revient à sa forme initiale après avoir décrit une période complète. L'équation (1.2) permet de décrire l'évolution des paramètres de Twiss le long de s . Connaissant deux conditions initiales u_0 et u'_0 en un point de référence s_0 de la trajectoire, la solution en tout autre point s s'écrit grâce à la matrice de transfert :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u(s) \\ u'(s) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C(s) & S(s) \\ C'(s) & S'(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\mu + \alpha(s)\sin\mu & \beta(s)\sin\mu \\ -\gamma(s)\sin\mu & \cos\mu - \alpha(s)\sin\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Cette matrice de transfert permet d'obtenir l'invariant de Courant-Snyder au point s par le transport des paramètres de Twiss :

$$\begin{pmatrix} \beta(s) \\ \alpha(s) \\ \gamma(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C^2(s) & -2C(s)S(s) & S^2(s) \\ -C(s)C'(s) & S'(s)C(s) + S(s)C'(s) & -S(s)S'(s) \\ C'^2(s) & -2S'(s)C'(s) & S'^2(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \alpha_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

1.2.2 Dimensions du faisceau en IR4 et IR5

Après le choix de l'énergie de collision, les caractéristiques d'un accélérateur sont déterminées par la luminosité L souhaitée, c'est-à-dire le taux de collision proton-proton par seconde. Une expression simplifiée de L est :

$$L = \frac{I^2}{4\pi q^2 N f_{rev} \sigma_H \sigma_V} F \quad (1.6)$$

avec I courant des faisceaux de protons, f_{rev} fréquence de révolution, N nombre de paquets et F facteur de réduction dû à l'angle entre les faisceaux au point d'interaction. Pour augmenter la luminosité du LHC, l'optique est changée lorsque le faisceau atteint l'énergie nominale. Les fonctions β sont diminuées aux points de collision 1 et 5 afin de réduire les dimensions transverses σ_H et σ_V du faisceau et augmenter la luminosité. Par le principe de la focalisation, de faibles β aux IP signifie de grands

²Une autre définition de l'émittance est aussi utilisée pour l'optique machine. On définit l'émittance comme la surface contenant 95 % des particules. La définition retenue dans ce document est celle utilisée pour le diagnostic transverse, à savoir la surface contenant 63% des particules.

β dans les derniers quadrupôles et donc des dimensions de faisceau également plus grandes, permettant une mesure optique plus confortable.

Les différentes fonctions optiques des régions où le diagnostic pourrait être fait sont données dans les figures (1.3, 1.4 et 1.5). Le tableau (1.2) présente les fonctions

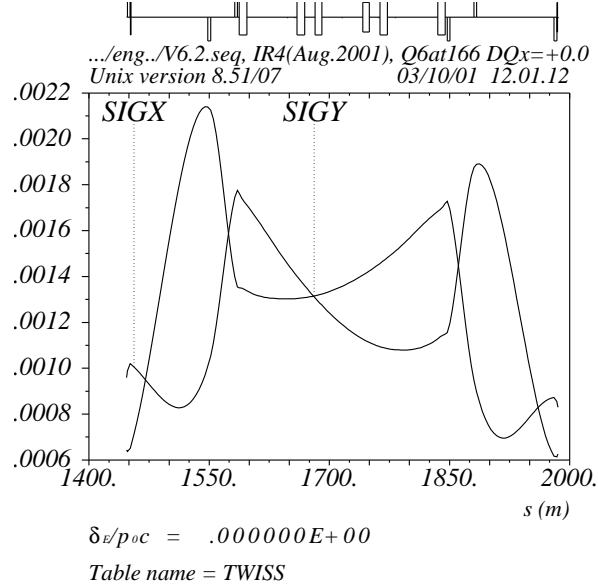


FIG. 1.3 – Evolution de la taille des faisceaux (σ_H =SIGX et σ_V =SIGY pour 450 GeV) en IR4. D3 se trouve à l'abscisse $s=1760$ m

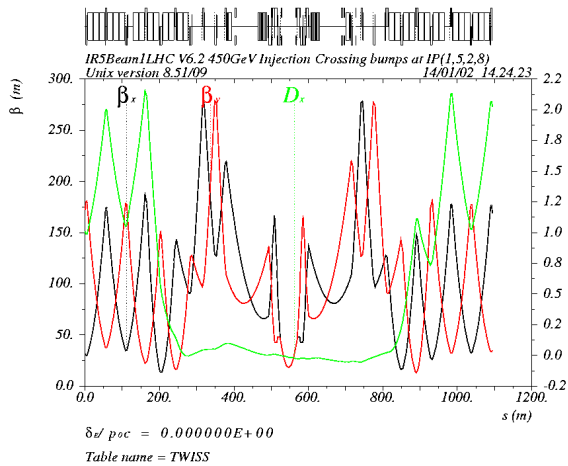


FIG. 1.4 – Fonctions optiques dans IR5 à 450 GeV. D2 se trouve en $s=400$ m.

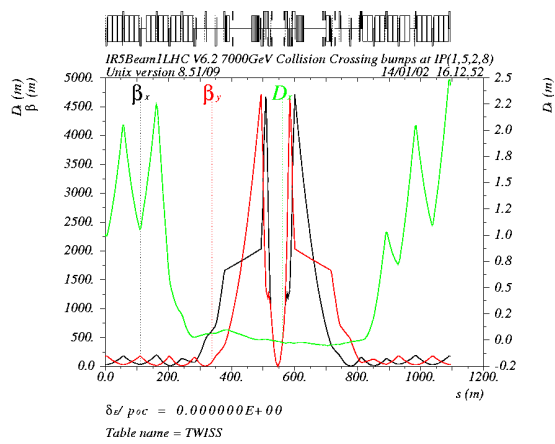


FIG. 1.5 – Fonctions optiques dans IR5 à 7 TeV en optique de collision. D2 se trouve en $s=400$ m.

$\beta_{H,V}$ et les dimensions du faisceau $\sigma_{H,V}$ pour les deux positions possibles des sources de rayonnement synchrotron : l'entrée du dipôle D3 en IR4 et l'entrée du dipôle D2 en IR5.

Energie (TeV)	γ	D3 en IR4				D2 en IR5			
		β_H (m)	σ_H (mm)	β_V (m)	σ_V (mm)	β_H (m)	σ_H (mm)	β_V (m)	σ_V (mm)
0.45	480.6	160	1.12	280	1.48	100	0.88	200	1.26
1	1066.3	160	0.75	280	0.99	100	0.59	200	0.83
2	2132.6	160	0.53	280	0.70	100	0.42	200	0.6
7 injection	7461.5	160	0.28	280	0.38	100	0.22	200	0.32
7 collision	7461.5	160	0.28	280	0.38	600	0.55	1840	0.96

TAB. 1.2 – Dimensions du faisceau au droit de la source de rayonnement synchrotron au point 4 et au point 5.

1.3 Les diverses méthodes de mesure de profil.

Pour le contrôle de la machine, il est important de connaître précisément les dimensions transverses des faisceaux $\sigma_{H,V}$. Puisque l'émittance est un invariant du faisceau, la connaissance de $\sigma_{H,V}$ et $\beta_{H,V}$ en un point donné de la circonférence permet de déduire l'émittance $\epsilon_{H,V}$ par l'équation (1.3). Puis par transport optique avec la matrice (1.5), il est possible de connaître les fonctions $\beta_{H,V}$ en n'importe quel autre point de la machine et de calculer l'enveloppe $\sigma_{H,V}$ du faisceau.

Différentes méthodes de mesure des profils transverses sont développées en parallèle pour le LHC : le fil mobile (Wire-Scanner), le moniteur à ionisation (Ionisation Profile Monitor), la luminescence et la lumière synchrotron.

Fil mobile : en traversant le faisceau de particules, le fil émet des électrons secondaires de basse énergie, créant ainsi un courant. On peut alors soit mesurer directement le courant dans le fil, soit mesurer l'émission des particules secondaires par l'intermédiaire d'un scintillateur. Ce système, bien que lent, donne de bonnes résolutions, mais nécessite plusieurs passages d'un paquet pour donner un profil et ne peut donc pas mesurer d'instabilité tour après tour. D'autre part, une étude réalisée au CERN [8] a montré que ce système ne pourra pas être utilisé avec l'intensité nominale dans le LHC, l'échauffement produit détruisant le fil. En revanche, il pourra servir pour calibrer les autres instruments à l'aide d'un nombre réduit de paquets sur toute la gamme d'énergies du faisceau LHC.

Luminescence : un gaz (azote N_2) est injecté dans la chambre à vide [9]. Au passage du faisceau, les molécules de gaz sont ionisées et excitées en N_2^+ qui se désexcitent en émettant des photons de longueur d'onde 391.4 nm. L'observation directe des photons émis permet de mesurer le profil de faisceau. C'est un dispositif simple, mais avec une faible sensibilité due au faible rendement de la luminescence.

Moniteur à ionisation : le faisceau ionise le gaz résiduel dans la chambre à vide (10^{-8} Pa). Un champ électrique sépare les ions et les électrons émis [10]. Les électrons, guidés par un champ magnétique pour limiter la divergence angulaire, ou les ions sont recueillis et le signal amplifié par une plaque multicanaux (MCP). Les électrons produits par la MCP heurtent alors un écran de phosphore et on observe la lumière émise. Ce système a une meilleure efficacité que la luminescence.

Lumière synchrotron : le système utilise la lumière visible émise par le faisceau au passage dans un champ magnétique externe. Ce moniteur fait l'objet du travail développé dans ce document et son fonctionnement est détaillé dans le paragraphe suivant.

Tous ces moniteurs fournissent la projection dans le plan vertical ou horizontal de l'image du faisceau. La lumière synchrotron présente en plus l'avantage de déduire les deux projections d'une même image en deux dimensions du faisceau permettant de "voir" un couplage éventuel entre le plan horizontal et le plan vertical sous la forme d'une ellipse inclinée par rapport aux axes transverses Oy et Oz. De plus, en utilisant directement la lumière produite par le faisceau, le moniteur à lumière synchrotron n'est pas limité par les vitesses de diffusion (IPM), de désexcitation (Luminescence) ou par la stabilité du faisceau (échantillonnage pour le fil mobile), et peut ainsi réaliser des mesures paquet par paquet.

1.4 Utilisation du rayonnement synchrotron pour le diagnostic.

La méthode utilisant le rayonnement synchrotron est non interceptive et peut permettre trois types de mesures :

- les dimensions transverses des faisceaux par formation d'image,
- la divergence angulaire du faisceau par observation directe sans système d'imagerie [3] lorsque cette divergence est grande devant l'ouverture angulaire du cône de rayonnement (ce qui n'est pas le cas dans LHC),
- la distribution longitudinale des particules par l'observation de la structure temporelle du rayonnement [11].

Nous nous intéresserons dans la suite au premier type de mesure, qui permet d'obtenir l'émittance ϵ du faisceau en supposant les fonctions $\beta_{H,V}$ connues avec précision.

1.4.1 Principe général du moniteur

A la traversée d'un élément magnétique, le faisceau émet un rayonnement dont la partie spectrale dans le visible est focalisée sur un détecteur (ensemble Intensificateur et CCD) par un système optique, figure (1.6), décrit plus précisément au paragraphe (6.1.2). Le faisceau a une distribution spatiale transverse de largeur rms σ . Ce rayonnement est **incohérent**, i.e. l'intensité totale recueillie est proportionnelle au nombre de particules dans le faisceau. Pour un faisceau en paquet, le rayonnement est incohérent pour les longueurs d'ondes observées inférieures à la longueur des paquets. Dans le cas du LHC avec $\sigma_{paquet} = 7.7$ cm et des longueurs d'onde observées dans la gamme [200-900 nm], le critère est largement vérifié. La distribution spatiale de l'intensité $D(y, z)$ recueillie sur le détecteur, est donc le produit de convolution de l'image obtenue à partir du rayonnement d'un proton $I(y, z)$ (Fonction de Dispersion du Point) par la distribution spatiale des protons dans le faisceau $O(y, z)$ [12] :

$$D(y, z) = I(y, z) * O(y, z) \quad (1.7)$$

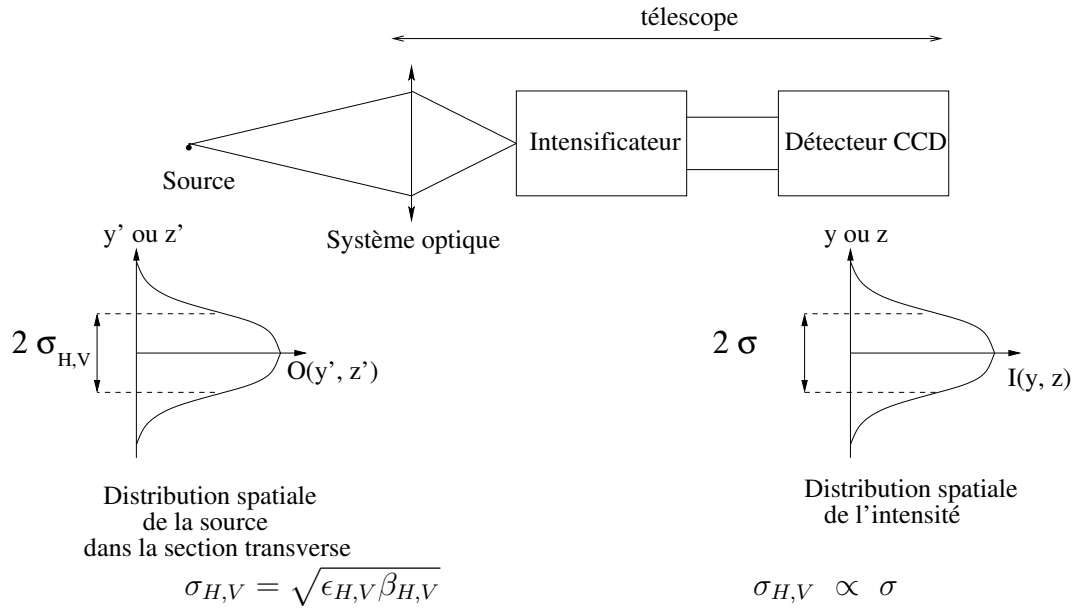


FIG. 1.6 – Principe du détecteur à rayonnement synchrotron.

En considérant l'optique comme parfaite, la largeur rms $\sigma_{H,V}$ de $D(y, z)$ est donc liée à la largeur rms σ de $O(y, z)$ et à la largeur rms de $I(y, z)$, Fonction de Dispersion du Point (FDP), c'est-à-dire l'image obtenue pour une source supposée ponctuelle (un proton dans notre cas). Il faut ensuite ajouter les différentes contributions de l'optique (diffraction, profondeur de champ, aberrations...). Pour obtenir une bonne précision sur la mesure de profils, il est nécessaire de calculer $I(y, z)$ en déterminant d'une part la distribution d'intensité rayonnée par un proton (chapitres 2, 3 et 5), et d'autre part, la fonction de transfert de l'optique (chapitre 6).

Les mesures des profils horizontaux et verticaux sont obtenues, comme pour les autres moniteurs, par projection dans les deux plans. Cependant le moniteur à rayonnement synchrotron fournit également une image en deux dimensions du faisceau permettant de "visualiser" la distribution des particules : gaussienne, faisceau plat, etc ...

1.4.2 Hypothèses de travail

L'ensemble des chapitres suivants expose le travail effectué pour concevoir une source de rayonnement synchrotron et une chaîne optique permettant de réaliser les mesures de profils demandées. Pour mieux comprendre les choix effectués, il nous semble nécessaire de préciser dès maintenant les conditions particulières d'utilisation du moniteur et les contraintes ainsi introduites.

Modes d'utilisation du moniteur

Deux modes de fonctionnement sont prévus pour le moniteur à rayonnement synchrotron. Le premier, "mode TV", doit fournir une image en deux dimensions utilisée en fonctionnement normal sur toute la gamme d'énergie pour contrôler l'évolution de l'enveloppe du faisceau. L'intensité recueillie est alors intégrée sur 20 ms (soit 225

tours dans le LHC), temps de rafraîchissement des écrans vidéo. Dans ce cas, l'utilisation d'une caméra CCD seule comme détecteur est suffisante, si le niveau de signal est suffisant.

Le deuxième type d'utilisation, "mode tour par tour", doit permettre de suivre l'évolution d'un paquet de particules ou d'un ensemble de paquets. En effet, le "scénario" de démarrage de la machine [13] prévoit l'injection et l'accélération d'un paquet pilote avant le remplissage à pleine intensité. Le moniteur de profil doit donc pouvoir fonctionner avec ce paquet pilote (5×10^9 particules). L'intensité collectée étant directement proportionnelle au nombre de particules et au temps d'intégration, l'ajout d'un intensificateur devant le détecteur CCD est nécessaire pour cette application.

Ajoutons que pour mesurer des profils avec 5 % de précision pour le paquet nominal, compte-tenu des seuils de sensibilité et du bruit sur les pixels de la caméra CCD, il faut une énergie minimale émise par un proton et par passage de 1.5×10^{-23} J pour la gamme de longueurs d'onde g1, paragraphe (6.1.1).

Contraintes géométriques.

La lumière émise par le faisceau est extraite de la chambre à vide par un miroir, situé dans la chambre à vide et renvoyant le faisceau de photons dans le télescope. Pour éviter d'affecter l'acceptance de la machine, le bord de ce miroir doit rester à une distance minimale de $15 \sigma_{H \text{ ou } V}$ de l'axe du faisceau, avec $\sigma_{H \text{ ou } V}$ la largeur rms du faisceau. Les dimensions du faisceau diminuent lorsque l'énergie du faisceau augmente (variation en $1/\sqrt{\gamma}$). Il apparaît alors possible de rapprocher le miroir de l'axe du faisceau au fur et à mesure de la montée en énergie. Cette solution n'est cependant pas retenue a priori dans les différentes configurations étudiées car elle nécessite un système de positionnement asservi à l'énergie. Dans ce cas, la contrainte la plus forte est à l'énergie d'injection et le bord du miroir est donc toujours à $15 \sigma_{450 \text{ GeV}}$ de l'axe du faisceau de protons.

Pour recueillir le maximum de lumière, il faut utiliser un miroir d'extraction le plus grand possible. Mais compte-tenu des dimensions de la chambre à vide, tableau (1.1), l'insertion du miroir en respectant la distance demandée par rapport à l'axe du faisceau de protons, nécessite un élargissement local de la chambre à vide. Celle-ci doit ensuite être ramenée à dimension standard avant d'entrer dans les autres éléments de la machine. Cette condition limite la distance entre le miroir d'extraction et la source en fonction de l'espace disponible au lieu d'implantation de la source dans la machine (de 20 m en IR 5 à 40 m en IR 4, figures (1.3 et 1.4)).

La qualité souhaitée pour ce miroir étant très haute (précision sur la surface meilleure que $\frac{\lambda}{10}$), un miroir carré de 40 mm ou 50 mm de côté sera implanté en fonction de l'élargissement possible de la chambre à vide. Ainsi, dans la suite, les dimensions de miroir et la distance d'extraction seront précisées pour chacune des configurations étudiées.

Contraintes sur les longueurs d'onde exploitables.

Après le miroir d'extraction, la lumière traverse la paroi de la chambre à vide au niveau d'un hublot de quartz transparent pour les ultraviolets proches. La bande passante (90 % de transmission) du hublot correspond à une gamme de longueurs d'onde entre 200 et 2500 nm.

D'autre part, le détecteur optique utilisé sera une caméra CCD avec éventuellement un intensificateur, paragraphe (6.1). Les bandes passantes varient en fonction des modèles, mais les valeurs typiques utilisées dans la suite sont les suivantes. Deux gammes sont utilisées pour la caméra CCD : $g1 = [200 - 900 \text{ nm}]$ et $g3 = [350 - 1100 \text{ nm}]$ et une gamme pour l'intensificateur (par exemple de type "super S25" [14] dopé pour décaler la bande passante vers le rouge) $g2 = [450 - 850 \text{ nm}]$.

Chapitre 2

Le rayonnement synchrotron : rappels théoriques

La théorie du rayonnement synchrotron a été largement développée dans de nombreux ouvrages [1, 15, 16]. Nous nous contenterons donc de rappeler ici les principaux résultats qui ont directement servi aux calculs qui suivent.

Tout d'abord, l'expression du champ électrique reçu par l'observateur en fonction de la position et de la fréquence d'observation est déterminée à partir des potentiels retardés. Cette formule sert de base, dans le chapitre 3, pour les approximations permettant de calculer analytiquement la transformée de Fourier de ce champ électrique. Elle permet également de déterminer les densités spectrales angulaires d'énergie qu'il est possible de produire avec les différents types de sources présentes dans le LHC.

2.1 Champ émis par une particule en mouvement

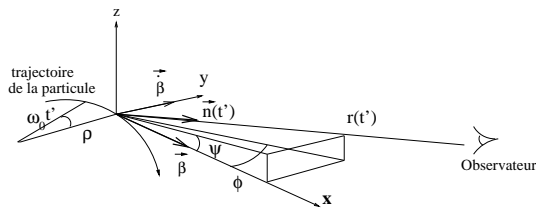


FIG. 2.1 – Rappel des notations

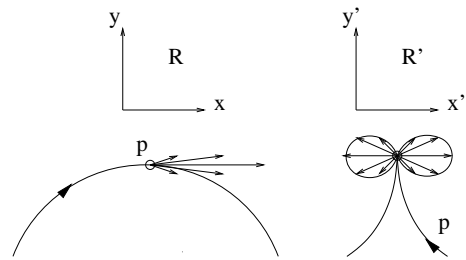


FIG. 2.2 – Trajectoires de la particule dans les référentiels R et R'

2.1.1 Les échelles de temps

Lorsqu'une particule chargée est accélérée, elle émet, à un instant t' , un rayonnement électromagnétique qui se propage. Un observateur fixe situé à la distance $\vec{r}(t')$ de la particule, distance variant avec le mouvement de la particule, reçoit ce rayonnement à l'instant t , figure (2.1). Le temps de propagation de la particule au point d'observation s'écrit :

$$t = t' + \frac{\vec{r}(t')}{c} \quad (2.1)$$

avec c vitesse de la lumière dans le vide. t' est appelé le “temps particule” et t le “temps observateur”.

Dans le référentiel R' se déplaçant à la vitesse de la particule et tangentiellement à la trajectoire, la particule décrit une cycloïde avec une forte accélération au point de rebroussement, figure (2.2, droite). Le rayonnement de la charge dans le référentiel R' est réparti dans l'espace à l'instar d'un dipôle oscillant. En revenant dans le référentiel fixe R de l'observateur par l'application de la transformation de Lorentz, un photon émis à 90 degrés par rapport à la tangente à la trajectoire dans R' apparaît à un angle $1/\gamma$ dans R . Le rayonnement est concentré vers l'avant dans un cône d'ouverture angulaire $1/\gamma$ et d'axe tangent à la trajectoire, figure (2.2, gauche).

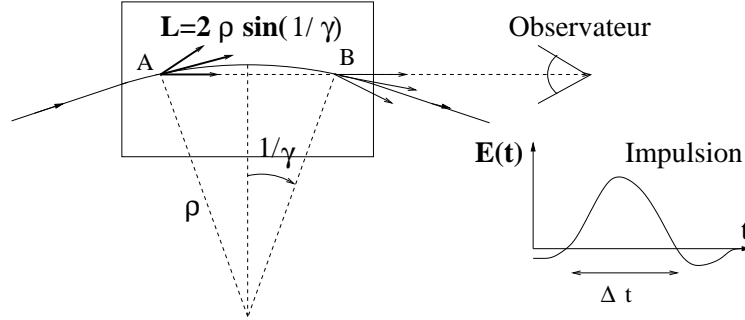


FIG. 2.3 – Durée de l'impulsion de champ électrique.

Compte-tenu de la faible ouverture angulaire du cône de lumière pour des particules relativistes (typiquement de l'ordre du mrad), l'observateur ne “voit”, en pratique, le rayonnement qu'entre le point A, où la trajectoire fait un angle $-1/\gamma$ avec la direction d'observation, et le point B, où la trajectoire fait un angle $+1/\gamma$ avec la direction d'observation, figure (2.3). La durée de l'impulsion de champ électrique Δt reçue par l'observateur correspond à la différence entre le temps t_p de parcours de l'arc \widehat{AB} par la particule et le temps t_{photon} de parcours du segment \overline{AB} par le photon émis en A :

$$\Delta t = t_p - t_{\text{photon}} = \frac{2\rho}{\beta\gamma c} - \frac{2\rho \sin 1/\gamma}{c} \quad (2.2)$$

avec ρ rayon de courbure de l'arc \widehat{AB} , β vitesse normalisée de la particule. Pour des particules relativistes, $\gamma \gg 1$ et $1 - \beta \simeq \frac{1}{2\gamma^2}$, donc :

$$\begin{aligned} \Delta t &\simeq \frac{2\rho}{\beta\gamma c} \left(1 - \left(\beta - \frac{\beta}{6\gamma^2} \right) \right) \\ &\simeq \frac{2\rho}{\gamma c} \left(\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{1}{6\gamma^2} \right) \\ \Delta t &\simeq \frac{4\rho}{3\gamma^3 c} \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.1.2 Champ rayonné

Le champ électromagnétique reçu à l'instant t se calcule à partir des équations de Maxwell et des potentiels de Liénard-Wiechert donnant les potentiels retardés créés

à l'instant t' par une charge en mouvement. Les détails de ces calculs ne seront pas rappelés ici car largement développés dans la littérature (voir par exemple [1, 16]). Les champs électrique et magnétique émis par une charge q de vitesse $\vec{v} = \vec{\beta}c$ s'écrivent :

$$\vec{E}(t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(1 - \beta^2(t'))(\vec{n}(t') - \vec{\beta}(t'))}{r^2(t')(1 - \vec{n}(t') \cdot \vec{\beta}(t'))^3} + \frac{\vec{n}(t') \times [(\vec{n}(t') - \vec{\beta}(t')) \times \dot{\vec{\beta}}(t')]}{cr(t')(1 - \vec{n}(t') \cdot \vec{\beta}(t'))^3} \right) \quad (2.4)$$

$$\vec{B}(t) = \frac{\vec{n}(t') \times \vec{E}(t')}{c} \quad (2.5)$$

avec ϵ_0 permittivité du vide et $\vec{n} = \vec{r}/r$ direction de l'observation, figure (2.1).

Dans l'application qui nous intéresse, l'observation se fait à grande distance de la source du rayonnement synchrotron. Le premier terme en $1/r^2$ de l'équation (2.4) (champ de vitesse) devient alors négligeable devant le deuxième terme en $1/r$ (champ d'accélération). L'expression du champ électrique à l'observateur s'écrit alors sous la forme :

$$\vec{E}(t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{\vec{n}(t') \times [(\vec{n}(t') - \vec{\beta}(t')) \times \dot{\vec{\beta}}(t')]}{r(t')(1 - \vec{n}(t') \cdot \vec{\beta}(t'))^3} \quad (2.6)$$

2.2 Différentes expressions du champ électrique

Le calcul du champ électrique en temps particule t' et en temps observateur t a déjà été explicité [16] dans le cas du rayonnement synchrotron émis par une particule sur une orbite circulaire : le problème est alors indépendant de la position de l'observateur dans le plan de l'orbite et donc de la variable angulaire ϕ , figure (2.1). Cependant, pour la plupart des sources étudiés pour le diagnostic au LHC, le champ magnétique traversé par la particule sur la portion de trajectoire observée n'est plus nécessairement uniforme. La seule dépendance en ψ des expressions n'est plus suffisante et le calcul en trois dimensions a été nécessaire.

2.2.1 En temps particule t'

Avec les notations de la figure (1), en prenant $\phi=0$ pour $\omega_0 t'=0$ (avec $\omega_0 = c/\rho$ fréquence de révolution et ρ rayon de courbure), les vecteurs \vec{n} et $\vec{\beta}$ de l'équation (2.6) s'écrivent :

$$\vec{n} = (\cos \psi \cos \phi, \cos \psi \sin \phi, \sin \psi) \quad , \quad \vec{\beta} = \beta(\cos \omega_0 t', \sin \omega_0 t', 0) \quad (2.7)$$

Il est commode d'utiliser la composante du rayonnement dans le plan de la trajectoire, appelée¹ composante σ (ou horizontale), et la composante orthogonale au plan de la trajectoire, appelée composante π (ou verticale), figure (1). Dans l'approximation champ lointain et compte-tenu des faibles ouvertures angulaires du rayonnement, il est possible de faire un développement limité des coordonnées en ne retenant que les

¹La dénomination σ est usuelle, à ne pas confondre avec la notation σ pour les dimensions de faisceaux.

termes d'ordre 2 maximum en ϕ , ψ et avec $\beta \simeq 1 - \frac{1}{2\gamma^2}$. L'équation (2.6) donne alors les deux composantes :

$$\begin{aligned} E_\sigma(t') &\simeq \frac{q\omega_0\gamma^4}{\pi\epsilon_0cr} \frac{(1 + \gamma^2\psi^2) - \gamma^2(\omega_0t' - \phi)^2}{(1 + \gamma^2\psi^2 + \gamma^2(\omega_0t' - \phi)^2)^3} \\ E_\pi(t') &\simeq \frac{q\omega_0\gamma^4}{\pi\epsilon_0cr} \frac{-2\gamma\psi\gamma(\omega_0t' - \phi)}{(1 + \gamma^2\psi^2 + \gamma^2(\omega_0t' - \phi)^2)^3} \end{aligned} \quad (2.8)$$

2.2.2 En temps observateur t

L'expression précédente (2.8) permet d'obtenir le champ électrique $\vec{E}(t')$ émis par la particule. Pour l'application considérée, i.e. la mesure de profils, c'est l'intensité au point d'observation qu'il faut connaître et donc le champ $\vec{E}(t)$ reçu par l'observateur. Le calcul développé dans la suite est une généralisation de la méthode utilisée dans [16] au cas où l'observateur n'est pas dans le plan de la trajectoire ($\phi \neq 0$). Pour des particules ultra-relativistes ($\gamma \gg 1$), en utilisant les développements d'ordre 2 des coordonnées (2.7), la relation entre t et t', équation (2.1), s'écrit en fonction de la position (ϕ, ψ) de l'observateur :

$$t \simeq \frac{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} t' - \frac{c\phi}{2\rho} t'^2 + \frac{c^2}{6\rho^2} t'^3 \quad (2.9)$$

ou encore, par différenciation et réarrangement des termes avec $\omega_0 = c/\rho$:

$$\frac{dt}{dt'} = 1 - \vec{n}(t')\vec{\beta}(t') \simeq \frac{1 + \gamma^2\psi^2 + \gamma^2(\omega_0t' - \phi)^2}{2\gamma^2} \quad (2.10)$$

Pour obtenir $\vec{E}(t)$ à partir des équations (2.8) en fonction de t', il faut calculer t'(t) en inversant la relation (2.9). La méthode trigonométrique de résolution d'une équation du troisième degré donne dans ce cas :

$$t' = -2\frac{\rho}{c\gamma} \sqrt{1 + \gamma^2\psi^2} \sinh \left[\frac{1}{3} \text{Asinh } u \right] + \frac{\rho\phi}{c} \quad (2.11)$$

avec

$$u = \frac{1}{2} \frac{\gamma\phi}{\sqrt{1 + \gamma^2\psi^2}} \left(3 + \frac{\gamma^2\phi^2}{1 + \gamma^2\psi^2} \right) - 2\frac{\omega_c}{(1 + \gamma^2\psi^2)^{3/2}} t \quad (2.12)$$

En reportant dans l'équation (2.8), le champ électrique reçu par l'observateur devient :

$$\begin{aligned} E_\sigma(\phi, \psi, t) &= \frac{q\omega_0\gamma^4}{\pi\epsilon_0cr(1 + \gamma^2\psi^2)^2} \frac{(1 - 4 \sinh^2[\frac{1}{3} \text{Asinh } u(\phi, \psi, t)])}{(1 + 4 \sinh^2[\frac{1}{3} \text{Asinh } u(\phi, \psi, t)])^3} \\ E_\pi(\phi, \psi, t) &= \frac{q\omega_0\gamma^4}{\pi\epsilon_0cr(1 + \gamma^2\psi^2)^{5/2}} \frac{4\gamma\psi \sinh[\frac{1}{3} \text{Asinh } u(\phi, \psi, t)]}{(1 + 4 \sinh^2[\frac{1}{3} \text{Asinh } u(\phi, \psi, t)])^3} \end{aligned} \quad (2.13)$$

avec u défini par l'équation (2.12).

La densité spectrale angulaire d'énergie, s'obtient en calculant la transformée de Fourier (TF) temporelle des équations précédentes (2.13) [1, 16]. Dans le cas général, cette opération n'est pas réalisable de façon analytique et demande un calcul numérique. Pour faciliter le calcul analytique de la TF, il est souvent préférable de se ramener par changement de variable à un calcul en temps particule t' pour utiliser l'expression approchée (2.8), fraction rationnelle de t'.

2.3 Densité spectrale angulaire d'énergie ; intensité à l'observateur

Le flux d'énergie instantané (Watt/m²) transporté par une onde électromagnétique se calcule à partir du vecteur de Poynting \vec{S} :

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} = \frac{1}{\mu_0 c} \vec{E}^2 \vec{n} \quad (2.14)$$

L'énergie reçue lors d'un passage de la particule se calcule alors en intégrant le vecteur de Poynting sur la surface (Σ) du détecteur liée à l'angle solide (Ω) par $d\Sigma = r^2(t)d\Omega$ et sur la durée de l'impulsion (Δt) :

$$W = \int_{\Sigma} \int_{\Delta t} |\vec{S}| d\Sigma dt = \frac{1}{\mu_0 c} \int_{\Omega} d\Omega \int_{\Delta t} \vec{E}^2 r^2(t) dt \quad (2.15)$$

avec $r(t)$ distance à l'instant t entre la particule et l'observateur. Lorsque celle-ci est grande devant la longueur de la source, il est d'usage de considérer $r(t)=r=\text{constante}$ dans le calcul de l'intégrale. Cependant, dans les calculs d'intensité avec plusieurs sources successives, la validité de cette approximation doit être vérifiée.

En considérant qu'il n'y a pas d'émission en dehors de l'intervalle Δt , il est possible d'étendre les bornes de l'intégration temporelle à l'infini et d'utiliser la transformée de Fourier (TF) du champ électrique [16] définie par :

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(t) e^{-i\omega t} dt \text{ et son inverse } \vec{E}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.16)$$

avec $\omega = 2\pi c/\lambda$ fréquence angulaire et λ longueur d'onde de l'émission considérée. En utilisant le théorème de Parseval :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{E}(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |\vec{E}(t)|^2 dt \quad (2.17)$$

l'équation (2.15), avec $r=\text{constante}$, s'écrit alors :

$$W = \frac{2r^2}{\mu_0 c} \int_{\Omega} \int_0^{\infty} |\tilde{E}(\omega)|^2 d\Omega d\omega \quad (2.18)$$

en ne considérant que les fréquences positives pour la TF. La densité spectrale d'énergie reçue à l'instant t par un observateur situé à la distance $r(t)$ d'une particule rayonnant à l'instant $t' = t - \vec{r}(t')/c$ se déduit des équations précédentes :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \omega \partial \Omega} = 2\epsilon_0 c r^2 |\tilde{E}(\omega)|^2 \quad (2.19)$$

Cette dernière équation est à la base de la plupart des calculs analytiques et numériques d'intensité reçue au point d'observation développés dans la suite. Pour calculer l'intensité reçue sur un détecteur, il suffit de l'intégrer sur la gamme de fréquences angulaires $\Delta\omega$ souhaitée et sur l'acceptance angulaire $\Delta\Omega$ du système considéré.

Chapitre 3

Modèles pour le calcul de l'intensité

La mise au point d'un système de diagnostic transverse des faisceaux du LHC passe par deux étapes :

1. le choix de la source de lumière synchrotron et donc l'évaluation du flux de photons que l'on peut recueillir,
2. l'étude de l'optique permettant d'obtenir l'image du faisceau et donc l'évaluation des effets de diffraction et de profondeur de champ liés aux spécificités de la source.

Ces deux étapes, en principe indépendantes, nécessitent toutes deux la détermination des caractéristiques du rayonnement synchrotron reçu à partir de l'équation (2.19). Les calculs présentés dans le chapitre précédent ont montré que le champ électrique émis dépend de la trajectoire de la particule et donc de la forme du champ magnétique traversé. Il existe donc différents types de sources de rayonnement synchrotron, définis en fonction du champ magnétique qui les engendrent : aimant infiniment long (champ constant), aimant court (déviation angulaire inférieure à l'ouverture du cône de lumière), effet de bord (variation rapide du champ magnétique aux extrémités d'un dipôle), onduleur (champ sinusoïdal)... Ce chapitre présente, tout d'abord, les modèles analytiques permettant de décrire ces sources. Ces résultats seront notamment utilisés dans le chapitre suivant pour valider les méthodes numériques. Dans un deuxième temps, sont exposées des méthodes de calcul en combinaison avec le modèle simplificateur des basses fréquences qui permettent l'évaluation des intensités produites par une succession de plusieurs sources.

3.1 Différents modèles de sources

3.1.1 Dipôle

La première source historiquement étudiée, qui est également celle présente dans toutes les machines est le dipôle. C'est la solution déjà utilisée avec succès pour le diagnostic des faisceaux d'électrons et positrons du LEP [17]. Dans ce cas, le champ magnétique est considéré comme uniforme sur une portion de trajectoire $2L_0$ corre-

spondant à l'émission sur un arc d'ouverture typique $1/\gamma$, figure (2.3) :

$$L_0 = \frac{m_0 c}{qB} = \frac{\rho}{\gamma} \quad (3.1)$$

avec m_0 masse de la particule, q charge de la particule, B champ magnétique vu par la particule, et ρ rayon de courbure de la trajectoire. L'expression de la puissance

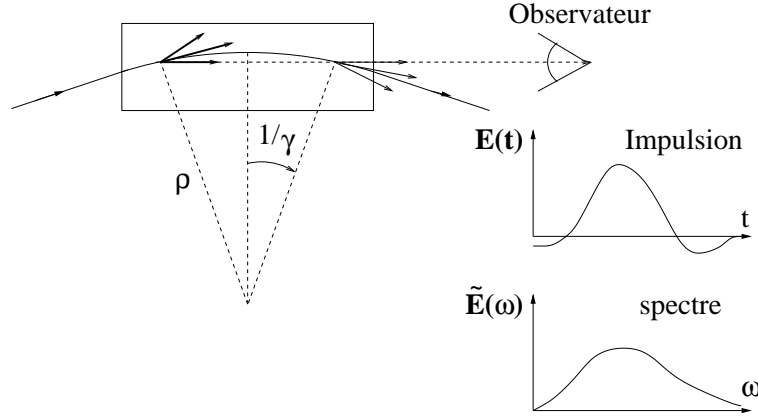


FIG. 3.1 – Dipôle long.

rayonnée dans le plan de la trajectoire ($\psi = 0$) est donnée dans de nombreuses publications [1, 15, 16]). Elle est obtenue à partir de la densité spectrale angulaire d'énergie, équation (2.19), la transformée de Fourier étant calculée à partir de l'équation (2.6). On a donc :

$$\frac{\partial P}{\partial \omega \partial \Omega}(\psi, \omega) = \left(\frac{3}{2\pi} \right)^3 P_0 \frac{\gamma}{\omega_c (1 + \gamma^2 \psi^2)} \left[K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\gamma^2 \psi^2}{1 + \gamma^2 \psi^2} K_{1/3}^2(\xi) \right] \quad (3.2)$$

avec $\omega_c = 2\pi\nu_c = \frac{3c\gamma^3}{2\rho} \simeq \frac{2}{\Delta t}$ fréquence angulaire critique en rad.s^{-1} , $P_0 = \frac{2}{3} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{cq^2\gamma^4}{\rho^2}$ puissance totale rayonnée par une particule en J.s^{-1} , $\xi = \frac{\omega}{2\omega_c} (1 + \gamma^2 \psi^2)^{3/2}$, $K_{1/3}$ et $K_{2/3}$ les fonctions de Bessel modifiées.

Le terme entre crochets représente la somme des contributions de chacune des polarisations, celui en $K_{2/3}$ provient de la composante σ et celui en $K_{1/3}$ désigne la composante π , figure (1).

L'intégration sur tout l'angle solide de l'équation (3.2) permet d'obtenir la densité spectrale d'énergie représentée sur la figure (3.2). La courbe est caractérisée par la position de ω_c coupant le spectre d'énergie en deux parties de même intégrale et correspondant à deux fois l'inverse de la durée de l'impulsion de champ électrique Δt , équation (2.3), reçu par l'observateur.

La figure (3.2) montre que, pour un dipôle long, les courbes de densité spectrale d'énergie ont la même forme quelle que soit la valeur de ω_c et sont simplement "décalées". De plus, pour une gamme de fréquences d'observation donnée, par exemple $g3$ matérialisée en grisé sur la figure (3.2), la position relative de ω_c est déterminante pour le niveau de signal recueilli : dans le cas des protons dans LHC à 7 TeV et des électrons dans LEP à 45 GeV (ω_c au-dessus de $g3$), le niveau de signal est sensiblement le même. Il est cependant des ordres de grandeurs supérieur à celui des protons dans

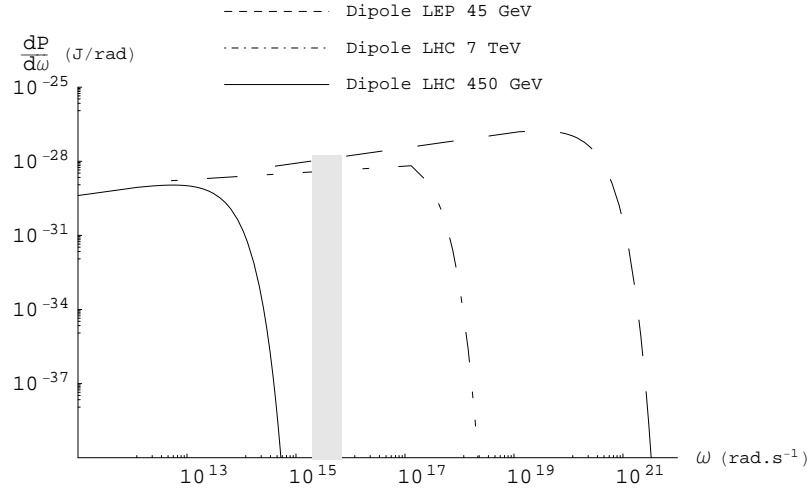


FIG. 3.2 – Densité spectrale d’énergie pour un dipôle LHC avec des protons de 450 GeV et 7 TeV et un dipôle LEP avec des électrons de 45 GeV. Le rectangle grisé représente la gamme g3.

LHC à 450 GeV (ω_c juste en-deçà de g3). Dans le cas du dipôle principal du LHC, la fréquence angulaire critique est déterminée par les paramètres de la machine et ne peut donc pas être ajustée. Le dipôle ne fournit donc pas assez d’intensité à 450 GeV. C’est pourquoi, d’autres types de sources sont envisagées dans le but d’augmenter le rayonnement pour $\omega > \omega_c$.

3.1.2 Aimant court

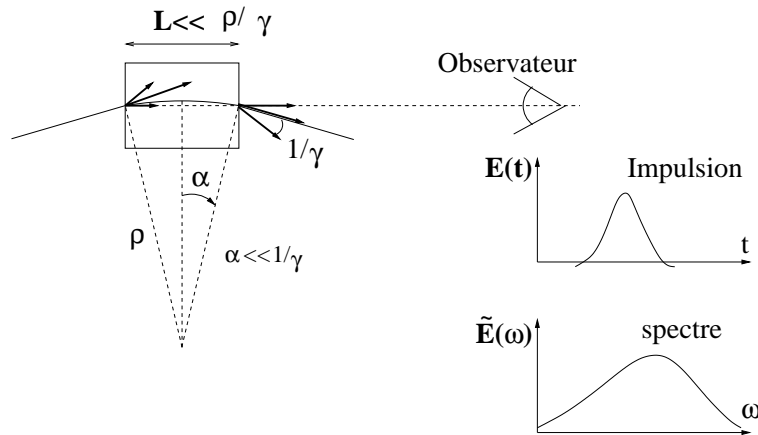


FIG. 3.3 – Schéma d’un aimant court.

Un aimant court est un dipôle dans lequel la déviation $\alpha = \frac{BL}{B\rho}$ de la particule vérifie $\alpha \ll 1/\gamma$, figure (3.3). La longueur de la trajectoire L dans la source est alors inférieure à la longueur caractéristique L_0 définie par l’équation (3.1), figure (3.3). La

durée de l'impulsion de champ électrique est donc plus courte :

$$\Delta t = \frac{L}{\beta c} - \frac{L}{c} \simeq \frac{L(1-\beta)}{\beta c} \simeq \frac{L}{2\gamma^2 c} \quad (3.3)$$

et la fréquence angulaire critique du spectre ω_c s'écrit :

$$\omega_{c, \text{aimant court}} = \frac{4c\gamma^2}{L} \quad (3.4)$$

A énergie équivalente, l'aimant court permet ainsi de décaler le maximum de la densité spectrale vers des fréquences angulaires détectables par rapport au cas du dipôle. Par exemple, à 450 GeV pour un dipôle de courbure LHC, $\omega_c = 5.6 \times 10^{13} \text{ rad.s}^{-1}$ tandis que pour un petit aimant de 50 cm, $\omega_{c, \text{aimant court}} = 1.7 \times 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$ (à comparer par exemple à $g3 = 1.7 - 5.4 \times 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$).

Nous avons vu précédemment que la puissance rayonnée peut s'exprimer en fonction de la transformée de Fourier du champ électrique, équation (2.19). Dans l'approximation "aimant court", la direction d'observation \vec{n} peut être considérée comme constante : $\vec{n} \cdot \vec{\beta} = \beta \cos \alpha \simeq \beta$ (car $\alpha \ll 1/\gamma \ll 1$). La transformée de Fourier du champ électrique est alors, d'après l'équation (2.5), proportionnelle à celle du champ magnétique [18] :

$$\frac{\partial P}{\partial \Omega \partial \nu} = C^2 \gamma^6 f^2 \tilde{B}^2(t) = \frac{1}{4} C^2 \gamma^2 f^2 (1 + \gamma^2 \theta^2)^2 \tilde{B}^2 \left(\frac{1 + \gamma^2 \theta^2}{2\gamma^2} \nu \right) \quad (3.5)$$

avec $C = \left(\frac{e^2}{\pi m} \right) \left(\frac{1}{\epsilon_0 c} \right)^{1/2} = 9.45 \times 10^{-11} \text{ m}^{3/2} \cdot \text{s}^{-1/2}$ pour les protons et f une fonction des angles θ et φ , figure (2), avec $f^2 = (1 + \gamma^2 \theta^2)^{-6} [(1 - \gamma^2 \theta^2)^2 + 4\gamma^2 \theta^2 \sin^2 \varphi]$. La fonction $\tilde{B} \left(\frac{1 + \gamma^2 \theta^2}{2\gamma^2} \nu \right)$ est obtenue par la transformée de Fourier de $B(t) = B(x/c)$ en remplaçant la variable ν' correspondant à t' par $\frac{1 + \gamma^2 \theta^2}{2\gamma^2} \nu$.

3.1.3 Effet de bord

L'*effet de bord* est l'émission de rayonnement par la particule lorsqu'elle traverse le champ de fuite d'un dipôle, i.e. la variation sur quelques dizaines de centimètres du champ magnétique d'un dipôle en son extrémité. La durée typique de l'impulsion de champ électrique est alors à nouveau très courte devant celle émise dans le dipôle long. Si l'on s'intéresse à des fréquences angulaires supérieures à la fréquence angulaire caractéristique du dipôle, c'est un cas particulier d'aimant court, qui présente l'avantage de ne pas avoir à insérer d'aimant supplémentaire dans l'agencement de la machine : il est possible d'utiliser les bords des aimants de courbures. Cette technique a déjà été utilisée avec succès au Sp̄S [4] et au SPS [19].

La densité spectrale angulaire d'énergie est toujours donnée par l'équation (2.19). La difficulté, dans ce cas, est de trouver une expression analytique représentant le champ de fuite des aimants [18]. Pour les dipôles du LHC, le modèle de champ de fuite utilisé est du type :

$$B(x) = B_0 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \frac{x}{L} \right] = \frac{B_0}{\pi L} \frac{1}{1 + (x/L)^2} * H(x) \quad (3.6)$$

où $H(x)$ est la distribution de Heaviside, $*$ désigne le produit de convolution et le champ B_0 dépend de l'énergie.

3.1.4 Onduleur

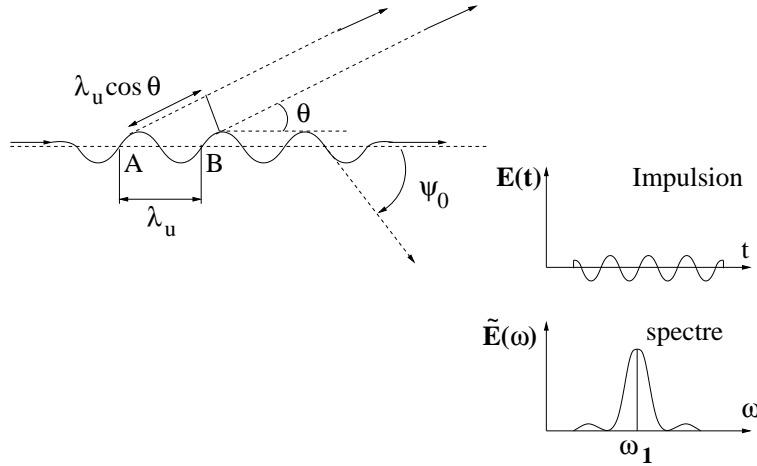


FIG. 3.4 – Schéma d'un ondulateur

Un ondulateur est une structure magnétique périodique généralement utilisée pour produire un rayonnement synchrotron quasi-monochromatique, figure (3.4). Dans le cas d'un ondulateur plan harmonique, de période spatiale λ_u , le champ magnétique produit est de la forme :

$$B(x) = B_y(x) = B_0 \cos(k_u x) \quad (3.7)$$

avec $k_u = 2\pi/\lambda_u$ et B_0 champ crête. Si le champ magnétique n'est pas trop fort, la trajectoire des particules effectue de petites oscillations autour de l'axe des x :

$$y(x) \simeq \frac{qB_0}{m_0 c \gamma k_u^2} \cos(k_u x) \quad (3.8)$$

Le paramètre de déflexion d'un ondulateur, caractérisant le rapport entre l'angle maximum de déflexion ψ_0 et l'ouverture naturelle du rayonnement synchrotron $1/\gamma$, est défini par :

$$K = \frac{qB_0 \lambda_u}{2\pi m_0 c} = \gamma \psi_0 \quad (3.9)$$

Lorsque K est supérieur à 1, l'ouverture du cône de lumière est petite devant la déflexion et le rayonnement observé provient principalement des sommets de la trajectoire sinusoïdale. Le champ électrique reçu est constitué d'une série de pics dont le spectre (transformée de Fourier) contient une série d'harmoniques du fondamental. On parle dans ce cas de wiggler. En revanche, lorsque K est inférieur à 1, le cône de rayonnement est plus large que la déviation de la trajectoire et l'observateur reçoit une émission quasi continue. La transformée de ce champ électrique quasi-sinusoïdal se résume à une harmonique unique. On parle alors d'ondulateur.

Pour des protons, avec des valeurs maximales typiques de champ magnétique de l'ordre du Tesla et une période λ_u de quelques dizaines de centimètres, les valeurs typiques de K sont quelques 10^{-2} donc $K \ll 1$. Pour des faibles valeurs de K , on peut appliquer l'approximation des petites oscillations dans le calcul de la trajectoire de la particule dans l'ondulateur [16]. Le rayonnement émis sur une période par une

particule présente une relation de cohérence temporelle avec le rayonnement émis sur les autres périodes, donnant lieu à un système d'interférences entre fronts d'onde [20]. En deux points A et B de la trajectoire équivalents (i.e. séparés par une période λ_u), figure (3.4), la particule émet dans la direction θ deux fronts d'onde identiques, mais séparés de la distance d correspondant au retard pris par la particule pour arriver en B sur le front d'onde émis en A :

$$d = \frac{\lambda_u}{\beta} - \lambda_u \cos\theta \quad (3.10)$$

Dans le cas des petites oscillations, $\beta \simeq 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{4\gamma^2}$ et $\cos\theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$.

$$d \simeq \lambda_u \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2} + \frac{K^2}{4\gamma^2} - \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) \right) \simeq \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2\theta^2 \right) \quad (3.11)$$

Lorsque cette distance d vaut un nombre entier de longueur d'ondes $n\lambda$, alors les interférences sont constructives. Pour $n=1$, on peut écrire :

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2\theta^2 \right) \underset{K \ll 1}{\simeq} \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} (1 + \gamma^2\theta^2) \quad (3.12)$$

La valeur particulière émise dans la direction $\theta = 0$ est notée $\lambda_1(\theta = 0) = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2}$ et est appelée "longueur d'onde fondamentale". Dans le cas de petites oscillations, en dérivant la trajectoire équation (3.8) par rapport à $x \simeq ct$, on obtient les coordonnées de \vec{n} et $\vec{\beta}$ [16], avec les notations de la figure (2) :

$$\vec{n} \simeq (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta) \quad \text{et} \quad \vec{\beta} \simeq \left(-\frac{\beta K}{\gamma} \sin(k_u x), 0, 0 \right) \quad (3.13)$$

Le champ électrique émis par une particule traversant l'onduleur s'écrit alors en reportant dans l'équation (2.6) les expressions des vecteurs \vec{n} et $\vec{\beta}$ avec $\theta \ll 1$:

$$\begin{aligned} E_\sigma(t) &= \frac{4r_0cB_0\gamma^3}{r} \frac{(1 - \gamma^2\theta^2 \cos(2\varphi))}{(1 + \gamma^2\theta^2)^3} \cos(k_u ct') \\ E_\pi(t) &= \frac{4r_0cB_0\gamma^5}{r} \frac{\theta^2 \sin(2\varphi)}{(1 + \gamma^2\theta^2)^3} \cos(k_u ct') \end{aligned} \quad (3.14)$$

avec r_0 rayon classique du proton (voir glossaire).

A nouveau, en utilisant la transformée de Fourier, il est possible d'écrire la densité spectrale angulaire d'énergie émise dans un onduleur observée dans la direction (θ, φ) [16] (avec $\theta^2 = \phi^2 + \psi^2$ et $\varphi = \text{Arctan} \frac{\psi}{\phi}$), figure (2) :

$$\frac{d^2W_\sigma}{d\Omega d\omega} = \frac{r_0e^2B_0^2N_u\lambda_u\gamma^4}{\pi m_0} \frac{(1 - \gamma^2\theta^2 \cos(2\varphi))^2}{(1 + \gamma^2\theta^2)^5} \frac{N_u}{\omega_1} \left(\frac{\sin\left(\frac{(\omega - \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}\right)}{\frac{(\omega - \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}} + \frac{\sin\left(\frac{(\omega + \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}\right)}{\frac{(\omega + \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}} \right)^2 \quad (3.15)$$

$$\frac{d^2W_\pi}{d\Omega d\omega} = \frac{r_0e^2B_0^2N_u\lambda_u\gamma^4}{\pi m_0} \frac{(\gamma^2\theta^2 \sin(2\varphi))^2}{(1 + \gamma^2\theta^2)^5} \frac{N_u}{\omega_1} \left(\frac{\sin\left(\frac{(\omega - \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}\right)}{\frac{(\omega - \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}} + \frac{\sin\left(\frac{(\omega + \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}\right)}{\frac{(\omega + \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}} \right)^2$$

avec N_u nombre de périodes de l'onduleur et $\omega_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = 4\pi\gamma^2 c/\lambda_u(1 + \gamma^2\theta^2)$ la fréquence angulaire critique correspondant à la longueur d'onde émise dans la direction d'observation. Pour des fréquences angulaires d'observation ω proches de ω_1 , $\frac{(\omega-\omega_1)\pi N_u}{\omega_1} \ll \frac{(\omega+\omega_1)\pi N_u}{\omega_1}$ et le deuxième terme dans la parenthèse est négligeable devant le premier. On peut alors utiliser l'expression simplifiée :

$$\frac{d^2W_\sigma}{d\Omega d\omega} = \frac{r_0 e^2 B_0^2 N_u \lambda_u \gamma^4 (1 - \gamma^2 \theta^2 \cos(2\varphi))^2 N_u}{\pi m_0 (1 + \gamma^2 \theta^2)^5 \omega_1} \left(\frac{\sin\left(\frac{(\omega-\omega_1)\pi N_u}{\omega_1}\right)}{\frac{(\omega-\omega_1)\pi N_u}{\omega_1}} \right)^2 \quad (3.16)$$

$$\frac{d^2W_\pi}{d\Omega d\omega} = \frac{r_0 e^2 B_0^2 N_u \lambda_u \gamma^4 (\gamma^2 \theta^2 \sin(2\varphi))^2 N_u}{\pi m_0 (1 + \gamma^2 \theta^2)^5 \omega_1} \left(\frac{\sin\left(\frac{(\omega-\omega_1)\pi N_u}{\omega_1}\right)}{\frac{(\omega-\omega_1)\pi N_u}{\omega_1}} \right)^2$$

En revanche, lorsque la fréquence angulaire d'observation est grande devant ω_1 , les termes sont équivalents et il faut utiliser l'expression complète (3.15).

3.2 Modèle basse fréquence

Lorsque la fréquence angulaire d'observation ω et la durée totale de l'impulsion de champ électrique Δt sont telles que $\omega\Delta t$ soit très inférieur à 1, il est possible de simplifier l'expression de la transformée de Fourier en faisant un développement limité de l'exponentielle.

$$e^{-i\omega t} = 1 - i\omega t - \frac{(\omega t)^2}{2} + i\frac{(\omega t)^3}{6} + \dots + \frac{(-i\omega t)^n}{n!} + \dots \quad (3.17)$$

3.2.1 A l'ordre 0

En ne retenant que le premier terme du développement (3.17), il est possible de définir un modèle approché simple permettant de représenter de façon satisfaisante le rayonnement reçu par un observateur en régime "basse fréquence" [21]. Avec $e^{-i\omega t} \simeq 1$ et \mathbf{E} nul partout où l'approximation n'est pas valable (en dehors de l'intervalle Δt considéré), on peut écrire :

$$\vec{E}(\phi, \psi, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\phi, \psi, t) e^{i\omega t} dt \quad (3.18)$$

$$\underset{\omega \ll \omega_l}{\simeq} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\Delta t} \vec{E}(\phi, \psi, t) dt \quad (3.19)$$

où ω_l vérifiant $\omega_l \Delta t = 1$, fréquence angulaire limite d'application du modèle.

On est alors ramené au calcul de l'intégrale de $\vec{E}(\phi, \psi, t)$ sur un petit intervalle Δt , c'est-à-dire autour du maximum de l'impulsion¹. Dans ce cas, il est souvent plus aisé pour le calcul de se placer en temps particule t' . En effet, l'expression $\vec{E}(\phi, \psi, t')$ (2.8) et celle de dt/dt' (2.10) sont des fractions rationnelles de t' . L'intégrale sur un

¹L'intégrale de $\vec{E}(\phi, \psi, t)$ est rigoureusement nulle pour une durée d'impulsion infinie. Dans le cas considéré ici, l'intégrale est tronquée.

intervalle borné est donc définie et le calcul de la transformée de Fourier peut se faire analytiquement.

$$\vec{E}(\phi, \psi, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\Delta t} \vec{E}(\phi, \psi, t') \frac{dt}{dt'} dt' \quad (3.20)$$

Comme dans le cas de l'onduleur, on peut définir un paramètre de déflexion $K = \frac{\alpha\gamma}{2}$. On obtient alors, dans le cas d'un dipôle de longueur finie $L=\alpha\rho$ [21], annexe A :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_\sigma(\phi, \psi, \omega) &= \frac{q\gamma}{(2\pi)^{3/2}\epsilon_0 c r} \left[\frac{K - \gamma\phi}{1 + \gamma^2\psi^2 + (K - \gamma\phi)^2} + \frac{K + \gamma\phi}{1 + \gamma^2\psi^2 + (K + \gamma\phi)^2} \right] \\ \tilde{E}_\pi(\phi, \psi, \omega) &= \frac{q\gamma^2}{(2\pi)^{3/2}\epsilon_0 c r} \psi \left[\frac{1}{1 + \gamma^2\psi^2 + (K - \gamma\phi)^2} - \frac{1}{1 + \gamma^2\psi^2 + (K + \gamma\phi)^2} \right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

La densité spectrale angulaire d'énergie rayonnée correspondante est obtenue en introduisant ces relations dans l'équation (2.19) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W_\sigma}{\partial\omega\partial\phi\partial\psi} &= \frac{q^2\gamma^2}{4\pi^3\epsilon_0 c} \left[\frac{K - \gamma\phi}{1 + \gamma^2\psi^2 + (K - \gamma\phi)^2} + \frac{K + \gamma\phi}{1 + \gamma^2\psi^2 + (K + \gamma\phi)^2} \right]^2 \\ \frac{\partial^2 W_\pi}{\partial\omega\partial\phi\partial\psi} &= \frac{q^2\gamma^4}{4\pi^3\epsilon_0 c} \psi^2 \left[\frac{1}{1 + \gamma^2\psi^2 + (K - \gamma\phi)^2} - \frac{1}{1 + \gamma^2\psi^2 + (K + \gamma\phi)^2} \right]^2 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Exemple 1 : dipôle court

Pour un dipôle court de longueur L et de champ magnétique B , la durée de l'impulsion Δt correspond à la différence de temps de parcours de l'aimant entre le proton et le photon, annexe B :

$$\Delta t = \frac{L}{2\gamma^2 c} \left[1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2) - \gamma^2\phi\alpha + \frac{\alpha^2\gamma^2}{3} \right] \quad (3.23)$$

avec $\alpha = BL/B\rho$. La limite basse fréquence s'écrit dans ce cas :

$$\omega \ll \omega_l = \frac{2\gamma^2 c}{L \left[1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2) - \gamma^2\phi\alpha + \frac{\alpha^2\gamma^2}{3} \right]} \quad (3.24)$$

Pour des prototypes des dipôles LHC, avec $L=1$ m et $B=6$ T, les valeurs typiques pour la direction $(\phi, \psi)=(0,0)$ sont $\omega_l = 2.6 \times 10^{16} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (soit 16.8 eV) à 7 TeV et $\omega_l = 2.1 \times 10^{15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (soit 1.4 eV) à 450 GeV. L'allure des spectres d'énergie est donnée sur la figure (3.5). Dans l'approximation basse fréquence, la densité spectrale d'énergie devient indépendante de la fréquence. Ainsi, en fonction de la gamme de fréquences d'observation et de l'énergie des particules, la densité spectrale angulaire d'énergie peut avoir des formes très variées pour une même source.

La comparaison des courbes obtenues à partir de l'équation (2.8) avec le modèle analytique est présentée figure (3.6), pour la gamme d'observation g3, dans le cas où le modèle s'applique parfaitement (à 7 TeV) et dans le cas où l'on est en limite de validité (à 2 TeV). Elle montre que la densité spectrale d'énergie émise dans un aimant de ce type dans la gamme d'observation choisie peut être représentée par les équations (3.22).

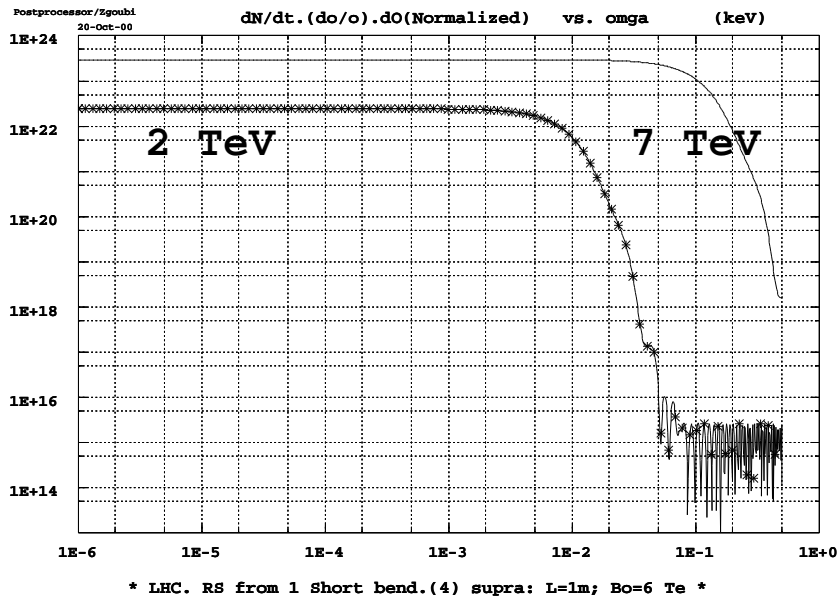


FIG. 3.5 – Spectre d'énergie dans la direction $(\phi, \psi) = (0, 0)$, pour 7 TeV (en trait continu) et 2 TeV (*) dans le cas de dipôle de longueur 1 m et de champ $B = 6$ T.

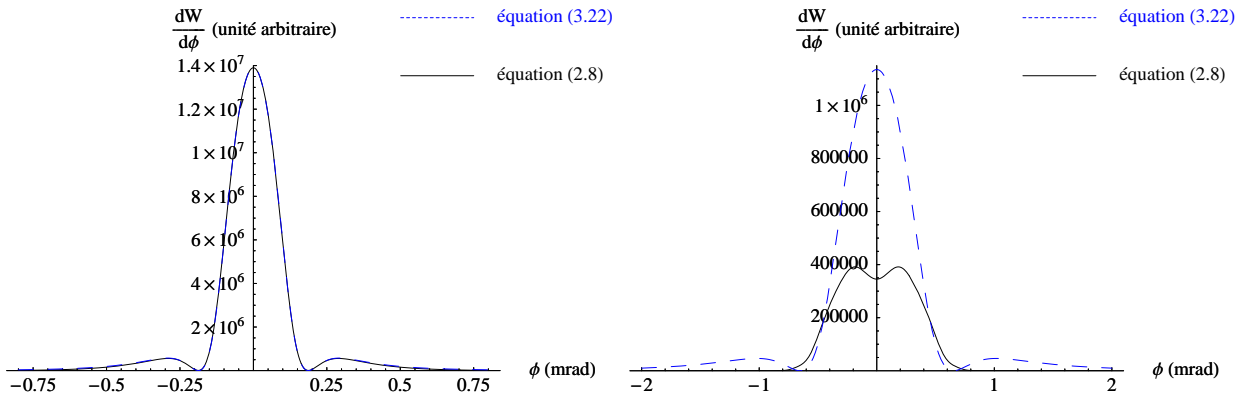


FIG. 3.6 – Coupes dans le plan $\psi = 0$ de la densité spectrale angulaire d'énergie pour 7 TeV (à gauche) et 2 TeV (à droite) pour $\omega = 1.71 \cdot 10^{15}$ rad.s⁻¹. La courbe en trait plein représente le calcul exact obtenu à partir de l'équation (2.8) et la courbe en pointillés est l'approximation à partir de l'équation (3.22).

Exemple 2 : dipôle long

Dans le cas d'un dipôle long à forte déviation ($K = \frac{\alpha\gamma}{2} \gg 1$), la densité spectrale angulaire d'énergie dans la direction $\psi = 0$ s'annule pour les angles ϕ correspondant aux bords de l'aimant à cause de la troncature de l'impulsion de champ électrique due à la longueur finie de l'aimant [21]. On retrouve, comme dans le cas des électrons, deux pics de densité d'énergie centrés en $\pm 1/\gamma$ de part et d'autre des bords de l'aimant (maximum principal vers l'intérieur de l'aimant et maximum relatif vers l'extérieur), figure (3.7). L'amplitude de chaque pic est obtenue à partir de l'équation (3.22) avec $\psi = 0$ et :

$$\gamma\phi = \pm(K + 1) \quad \text{pour le plus grand pic} \quad (3.25)$$

$$\gamma\phi = \pm(K - 1) \quad \text{pour le plus petit pic} \quad (3.26)$$

On peut donc comparer le rapport entre les amplitudes obtenues par le modèle analytique :

$$\frac{\partial^2 W_{\sigma, \text{pic secondaire}}}{\partial \omega \partial \Omega} / \frac{\partial^2 W_{\sigma, \text{pic principal}}}{\partial \omega \partial \Omega} = \frac{\left(1 + \frac{1}{K}\right)^{-2}}{\left(1 - \frac{1}{K}\right)^{-2}} \quad (3.27)$$

avec celui mesuré à partir des graphes. Typiquement, la densité spectrale angulaire

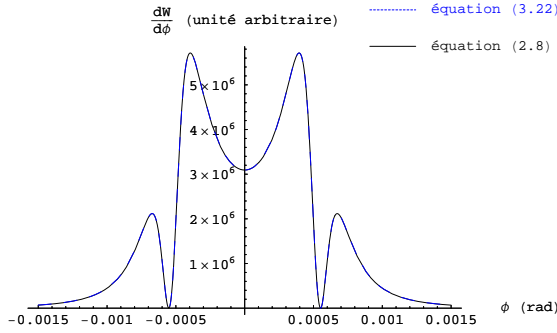


FIG. 3.7 – Coupe dans la direction $\psi = 0$ de la densité spectrale angulaire d'énergie émise dans D2 à 7 TeV pour $\omega = 1.51 \cdot 10^{13} \text{ rad.s}^{-1}$.

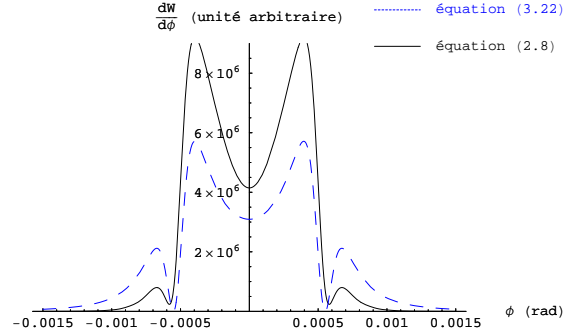


FIG. 3.8 – Coupe dans la direction $\psi = 0$ de la densité spectrale angulaire d'énergie émise dans D2 à 7 TeV pour $\omega = 1.51 \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$.

d'énergie obtenue dans le cas d'un dipôle de type D2, tableau (1.1), de 9.45 m de long et avec un champ magnétique de 2.65 T à 7 TeV ($K=4$), observé à la fréquence angulaire $\omega = 1.53 \cdot 10^{13} \text{ rad.s}^{-1}$ (dans ce cas, $\omega_l = 5.6 \cdot 10^{13} \text{ rad.s}^{-1}$) a la forme de la figure (3.7) .

Pour les protons à 7 TeV, dans un dipôle de type D2, le rapport donné par l'équation (3.2.1) vaut 0.36 et la mesure sur les coupes obtenues à partir de l'équation (2.8), figure (3.7), donne 0.37. L'accord est donc très bon.

De même, le rapport des amplitudes entre le maximum d'énergie et le rayonnement émis dans un dipôle long, équivalent au rayonnement émis dans le centre de D2 (direction $\phi = 0$ sur la figure (3.7)), s'écrit :

$$\frac{\partial^2 W_{\sigma, \text{dipôle long}}}{\partial \omega \partial \Omega} / \frac{\partial^2 W_{\sigma, \text{pic principal}}}{\partial \omega \partial \Omega} = \frac{16}{(K)^2} \left(1 - 1/(K)\right)^2 \quad (3.28)$$

et vaut ici 0.56. La mesure (sur la figure (3.7)) donne 0.52.

Dans le cas où la fréquence angulaire d'observation est proche de la fréquence angulaire limite ω_l , équation (3.24), ce qui est le cas pour le système de diagnostic, le modèle n'est plus en si bon accord avec la simulation numérique. En effet, la position des maxima reste identique, mais les hauteurs relatives des pics et du centre ne correspondent plus aux prévisions du calcul, figure (3.8).

3.2.2 Aux ordres supérieurs.

Lorsque l'approximation à l'ordre 0 n'est pas suffisante, il est possible de prendre des termes supplémentaires afin d'affiner le modèle. Le calcul analytique reste possible car le développement limité (3.17) transforme l'intégrande de l'équation (3.18) en fraction rationnelle. Pour les besoins de la section suivante, les calculs jusqu'à l'ordre 2 ont été réalisés. Dans ce cas, l'équation (3.18) s'écrit :

$$\vec{E}(\phi, \psi, \omega) \underset{\omega \ll \omega_l}{\simeq} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\Delta t} \vec{E}(\phi, \psi, t) (1 - i\omega t - (\omega t)^2/2) dt \quad (3.29)$$

Il faut alors calculer des intégrales de la forme $\int E(t)t^n dt$ avec n entier entre 0 et 2. En faisant un changement de variable de t en t', en utilisant les expressions (2.8, 2.9 et 2.10), et en faisant plusieurs intégration par parties en cascade, on obtient les résultats suivants pour la composante σ , calculs détaillés en annexe A :

$$\int_0^{\frac{L}{c}} E_\sigma(\phi, \psi, t) dt = \frac{q\gamma^2}{2\pi\epsilon_0 cr} \left(\frac{\alpha - \phi}{1 + \gamma^2\psi^2 + \gamma^2(\alpha - \phi)^2} + \frac{\phi}{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)} \right) \quad (3.30)$$

$$\int_0^{\frac{L}{c}} E_\sigma(\phi, \psi, t) t dt = \frac{q\gamma^2\alpha\rho}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \left[\left(\frac{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{\gamma^2} - \alpha\phi + \frac{\alpha^2}{3} \right) \frac{\alpha - \phi}{1 + \gamma^2((\alpha - \phi)^2 + \psi^2)} + \frac{2\phi - \alpha}{2\gamma^2} \right] \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{L}{c}} E_\sigma(\phi, \psi, t) t^2 dt = & \frac{q\rho^2(1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2))}{4\pi\epsilon_0 c^3 r \gamma^2} \left[\left(\frac{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} - \alpha\phi \right) \frac{\gamma^2\alpha^2(\alpha - \phi)}{1 + \gamma^2((\alpha - \phi)^2 + \psi^2)} \right. \\ & - \alpha \left(\frac{1 + \gamma^2(\psi^2 - 2\phi^2)}{\gamma^2} - \frac{3}{2}\alpha\phi \right) \\ & - \frac{2\phi(1 + \gamma^2(\psi^2 - \phi^2/2))}{\gamma^2} \left[\ln \left(1 + \frac{\gamma^2(\alpha - \phi)^2}{1 + \gamma^2\psi^2} \right) - \ln \left(1 + \frac{\gamma^2\phi^2}{1 + \gamma^2\psi^2} \right) \right] \\ & \left. + \frac{\sqrt{1 + \gamma^2\psi^2}(1 + \gamma^2(\psi^2 - 5\phi^2))}{\gamma^3} \left(\text{Arctan} \frac{\gamma(\alpha - \phi)}{\sqrt{1 + \gamma^2\psi^2}} - \text{Arctan} \frac{-\gamma\phi}{\sqrt{1 + \gamma^2\psi^2}} \right) \right] \quad (3.32) \end{aligned}$$

Ces formules seront utilisées pour la représentation de l'interférence entre deux dipôles dans le paragraphe suivant.

3.3 Interférences entre deux sources

Tout élément magnétique de la machine est une source potentielle de rayonnement synchrotron. Le long de sa trajectoire, la particule traverse donc une succession de sources et le rayonnement émis dans chaque portion de trajectoire présente un certain degré de cohérence temporelle avec les rayonnements émis sur d'autres portions. Ainsi, en fonction des distances entre les différentes sources, des directions principales d'émission et de l'énergie de la particule, différentes sources peuvent créer un phénomène d'interférences qu'il convient d'étudier pour connaître la distribution d'intensité reçue par le détecteur.

Le formalisme permettant de décrire le phénomène d'interférences entre sources de rayonnement synchrotron est un calcul classique d'interférences et a été utilisé dans différents cas en électrons [22] en utilisant le modèle basse fréquence. Cependant, l'application du modèle existant au cas des protons à haute énergie a mis en évidence une limite supplémentaire aux conditions d'application du modèle basse fréquence à l'ordre 0 et a nécessité un développement aux ordres supérieurs.

3.3.1 Formalisme

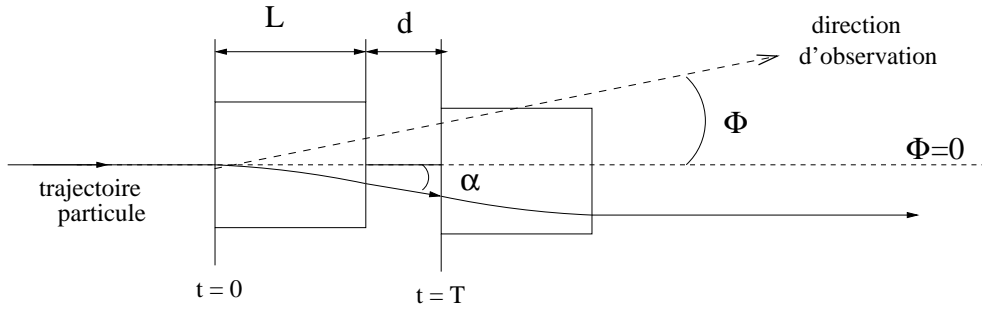


FIG. 3.9 – Interférences entre deux sources identiques

Le passage d'une particule dans deux dipôles courts successifs s'apparente à un ensemble de deux sources cohérentes. Le champ électrique total émis est la somme des champs électriques émis par le faisceau à la traversée de chacun des 2 éléments magnétiques :

$$E_{tot}(\phi, \psi, t) = E_1(\phi, \psi, t) + E_2(\phi, \psi, t + T) \quad (3.33)$$

où $E_1(\phi, \psi, t)$ (resp. $E_2(\phi, \psi, t)$) représente le champ électrique émis dans le premier (resp. second) aimant. Le temps T représente l'intervalle de temps entre les deux impulsions reçues par l'observateur.

En effectuant un changement d'origine des temps pour rendre l'expression (3.33) symétrique par rapport à t (c'est-à-dire en plaçant l'instant $t=0$ au centre de la portion droite entre les deux aimants), on obtient :

$$E_{tot}(\phi, \psi, t) = E_1(\phi, \psi, t - T/2) + E_2(\phi, \psi, t + T/2) \quad (3.34)$$

L'expression générale de la transformée de Fourier s'écrit alors :

$$\tilde{E}_{tot}(\phi, \psi, \omega) = e^{-i\omega T/2} \tilde{E}_1(\phi, \psi, \omega) + e^{i\omega T/2} \tilde{E}_2(\phi, \psi, \omega) \quad (3.35)$$

avec $\tilde{E}_{1,2}(\phi, \psi, \omega)$ transformée de Fourier de $E_{1,2}(\phi, \psi, t)$.

Cette expression peut prendre une forme simplifiée dans différents cas particuliers traités ultérieurement, notamment dans le cas où $E(t)$ est une fonction impaire de t et dans l'approximation basse fréquence.

3.3.2 Interférences entre deux bords successifs.

Précisons d'abord le cas de l'interférence entre deux bords successifs de deux dipôles identiques séparés par la distance d [22], figure (3.10).

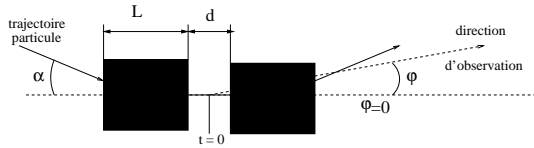


FIG. 3.10 – Dipôles avec interférence entre bords.

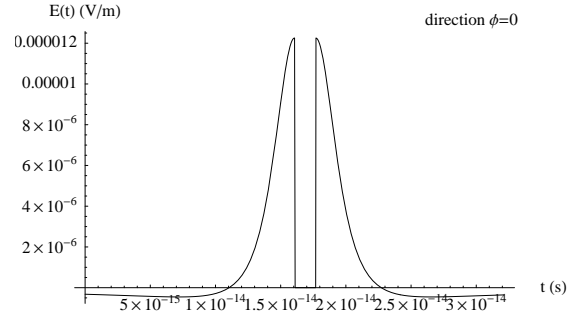


FIG. 3.11 – Champ électrique émis dans la direction $\varphi = 0$, équation (2.13).

Par symétrie des bords, le champ électrique rayonné dans la direction $\phi = 0$ correspondant à celle de la trajectoire entre les deux aimants est une fonction paire de t , figure (3.11), et $E_2(0, \psi, t) = E_1(0, \psi, -t)$. L'équation (3.35) s'écrit alors :

$$\tilde{E}_{tot}(0, \psi, \omega) = e^{-i\omega T/2} \tilde{E}_1(0, \psi, \omega) + e^{i\omega T/2} \tilde{E}_1(0, \psi, -\omega) \quad (3.36)$$

La densité spectrale angulaire rayonnée est proportionnelle au module carré de la transformée de Fourier de $E_{\sigma, tot}(0, \psi, t)$ et s'écrit donc :

$$\frac{\partial^3 W_{\sigma, tot}}{\partial \omega \partial \phi \partial \psi} = 2\epsilon_0 c r^2 \left(|\tilde{E}_1(\omega)|^2 + |\tilde{E}_1(-\omega)|^2 + 2\cos(\omega T) \tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_1(-\omega) \right) \quad (3.37)$$

avec T le temps de traversée de la section droite de longueur d séparant les deux sources.

3.3.3 Interférences entre les bords d'un dipôle long.

Considérons maintenant le cas complémentaire de celui présenté figure (3.10) du point de vue du champ magnétique total : celui de l'interférence entre les bords d'un même dipôle, figure (3.12).

Dans le cas d'une faible déviation de l'aimant ($\alpha < 1/\gamma$), le dipôle se comporte comme un aimant court et le champ électrique est proportionnel au champ magnétique, paragraphe (3.1.2). Le champ électrique total émis par le dipôle dans la direction $\phi = 0$, figure (3.13), peut donc être approximé par la différence de deux fonctions échelons correspondant aux deux bords avec une partie presque constante correspondant à l'intérieur de l'aimant. Les bords et l'intérieur de l'aimant émettent dans des domaines spectraux différents : haute fréquence pour les bords et basse fréquence pour le centre. Dans le domaine spectral haute fréquence correspondant

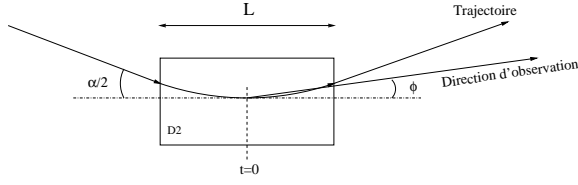


FIG. 3.12 – Géométrie considérée pour les interférences entre les bords de D2.

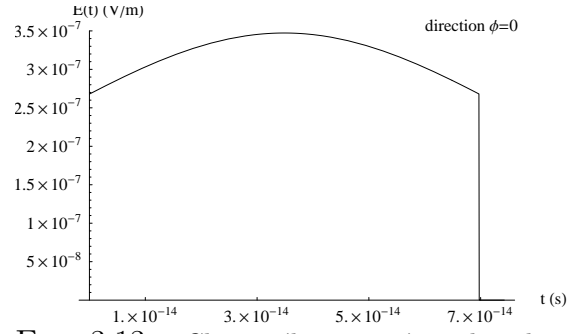


FIG. 3.13 – Champ électrique émis dans le dipôle D2 à 450 GeV, équation (2.13).

aux bords, le rayonnement du dipôle se ramène à l'interférence entre deux sources (les deux bords) séparées par la distance L , longueur de l'aimant. La densité spectrale angulaire d'énergie est représentée par l'équation (3.37), avec $\vec{E}_1(\omega)$ représentant la TF du champ électrique produit par un bord.

Par définition d'un échelon de Heaviside, dans ce cas, $E_1(t)$ est impaire² donc $\vec{E}_1(\omega) = -\vec{E}_1(-\omega)$ et l'équation (3.37) se simplifie en :

$$\frac{\partial^3 W_{\sigma, tot}}{\partial \omega \partial \phi \partial \psi} = 4 \sin^2 \left(\omega \frac{T}{2} \right) \frac{\partial^3 W_{\sigma, 1}}{\partial \omega \partial \phi \partial \psi} \quad (3.38)$$

avec $\frac{\partial^3 W_{\sigma, 1}}{\partial \omega \partial \phi \partial \psi}$ la densité angulaire spectrale d'énergie émise dans un bord. Dans le cas

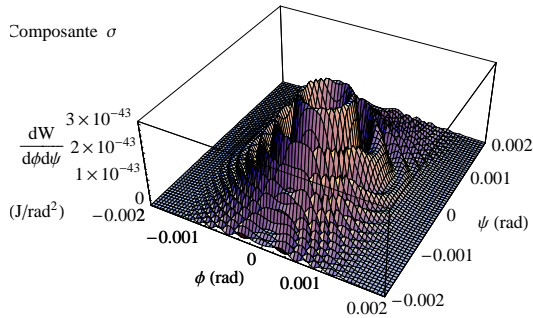


FIG. 3.14 – Densité d'énergie émise dans l'ensemble de D2 (composante σ) par un proton à 450 GeV pour $\omega = 9.1 \cdot 10^{14} \text{ rad.s}^{-1}$.

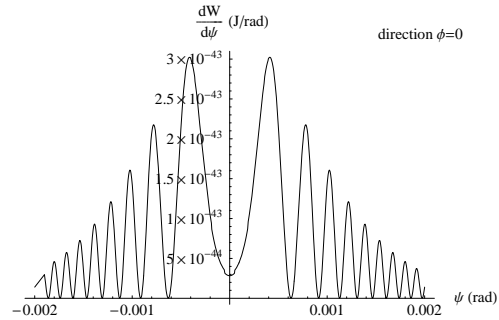


FIG. 3.15 – Coupe dans le plan $\phi = 0$ de la densité spectrale angulaire d'énergie rayonné par le dipôle D2 pour $\omega = 9.1 \cdot 10^{14} \text{ rad.s}^{-1}$, soit $\lambda = 2\mu\text{m}$, à 450 GeV.

particulier du dipôle D2 à 450 GeV, la déviation angulaire α est de 1 mrad, alors que l'ouverture angulaire des cônes de rayonnement est d'environ $1/\gamma = 2$ mrad. Il y a recouvrement des directions d'émission et donc interférence entre les deux bords, figures (3.14) et (3.15). Le temps T , calculé en annexe B, est alors le temps de traversée du dipôle, c'est-à-dire de la longueur de l'arc $L \simeq \rho \alpha$, figure (3.12) :

$$T = \frac{L}{2\gamma^2 c} (1 + K^2/3 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)) \quad (3.39)$$

²à une composante d'offset constante près qui, en TF donne un pic de Dirac localisé à l'origine et donc en-dehors du domaine d'observation

avec $K = \alpha\gamma/2$ (appelé par analogie avec le cas de l'onduleur paramètre de déflexion). Le terme en $\sin^2(\omega T/2)$ dans équation (3.38) décrit une série d'oscillations comparables à des anneaux de Newton. Les minima sont donnés par $T = n\frac{2\pi}{\omega}$, soit :

$$n\frac{\lambda}{c} = \frac{L}{2\gamma^2 c} (1 + K^2/3 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)) \quad (3.40)$$

Pour vérifier la pertinence du modèle, il suffit de tracer une coupe dans le plan $\phi = 0$ de la densité spectrale d'énergie pour une fréquence donnée, figure (3.15). La résolution de l'équation (3.40) en ψ pour une longueur d'onde choisie, donne la position des différents minima (ψ en fonction de n), à comparer avec la coupe dans le plan $\phi = 0$ de la densité spectrale d'énergie, figure (3.15). L'accord obtenu dans le cas de D2 à 450 GeV, pour $\omega = 9.1 \times 10^{14} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (soit $q\omega/\hbar = 0.6 \text{ eV}$) est très bon (tableau (3.1)). La dernière ligne du tableau met en évidence l'effet non négligeable de

Valeur de n	11	12	13	14	15
$\psi_{\text{calculé}}$ (en mrad)	0.608	0.904	1.116	1.297	1.456
$\psi_{\text{numérique}}$ (en mrad)	0.62	0.91	1.12	1.31	1.45
$\psi_{\text{calculé}}$ avec $K = 0$	0.682	0.950	1.158	1.333	1.488

TAB. 3.1 – Comparaison des positions angulaires des minima d'ordre élevé données par la simulation numérique, le calcul avec le terme en K et sans le terme en K de l'équation (3.39)

$K \neq 0$ (traduisant la courbure de la trajectoire entre les deux "sources" matérialisées aux bords du dipôle) sur l'ouverture angulaire des premiers anneaux, par contraste avec deux sources disposées de part et d'autre d'une *section sans champ* (telle que $K = 0$), figure (3.10).

3.3.4 Application dans le cas du modèle basse fréquence.

Le paragraphe (3.2.1, page 38) montre que le modèle basse fréquence peut s'appliquer au cas d'un petit dipôle de 1 m de long avec $B = 6 \text{ T}$ et des protons de 7 TeV observé pour ω appartenant à g1. Le champ électrique émis dans un dipôle s'écrit donc avec l'équation (3.22).

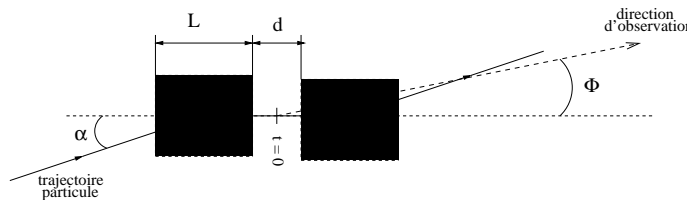


FIG. 3.16 – Interférences entre deux sources.

Dans le cas de deux aimants de champs magnétiques opposés, séparés par la distance d , figure (3.16), le champ électrique total émis, représenté figure (3.17) est la somme des deux champs émis dans chacun des dipôles. L'anti-symétrie de la configuration magnétique permet d'écrire en outre $E_2(\phi, \psi, t) = -E_1(\phi, \psi, -t + T)$. Le temps

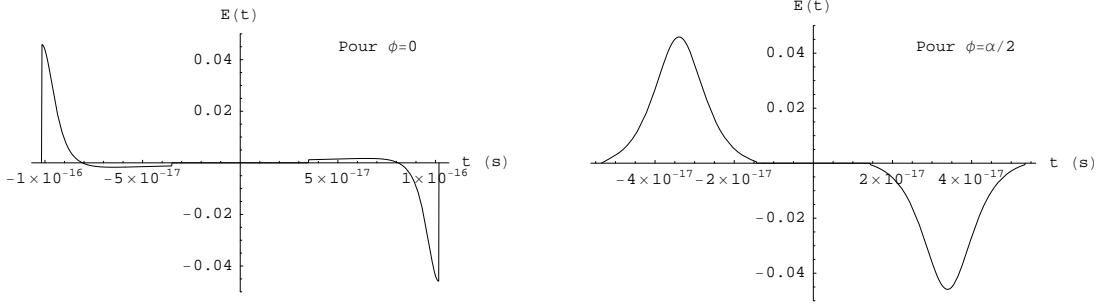


FIG. 3.17 – Impulsions de champ électrique reçues par l’observateur regardant le bord d’entrée du premier aimant (à gauche) ou le milieu de l’aimant (à droite).

T correspond au temps de parcours de l’ensemble des deux dipôles de longueur L et de la portion droite d , annexe B :

$$T = \frac{\alpha\rho}{\gamma^2 c} \left[1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2) - \gamma^2\phi\alpha + \frac{\alpha^2\gamma^2}{3} \right] + \frac{d}{2\gamma^2 c} [1 + \gamma^2((\phi - \alpha)^2 + \psi^2)] \quad (3.41)$$

avec d distance entre les deux aimants, figure (3.16). La position apparente du maximum de l’impulsion électrique varie lorsque l’observateur se déplace dans le plan de déviation des aimants, figure (3.17) ; c’est pourquoi, le temps de parcours dépend des coordonnées (ϕ, ψ) .

L’équation (3.35) s’écrit dans ce cas :

$$\tilde{E}_{tot}(\phi, \psi, \omega) = e^{i\omega T/2} \tilde{E}_1(\phi, \psi, \omega) - e^{-i\omega T/2} \tilde{E}_1(\phi, \psi, -\omega) \quad (3.42)$$

avec $E_1(\phi, \psi, \omega)$ champ émis dans le premier dipôle, décrit par l’équation (3.21). Dans l’approximation basse fréquence, le champ électrique est indépendant de ω , donc $\tilde{E}_1(\phi, \psi, \omega) = \tilde{E}_1(\phi, \psi, -\omega)$ et l’équation (3.42) devient $\tilde{E}_{tot}(\phi, \psi, \omega) = (e^{i\omega T/2} - e^{-i\omega T/2}) \tilde{E}_1(\phi, \psi, \omega)$. La densité spectrale angulaire d’énergie s’écrit alors à nouveau avec l’équation (3.38). Cependant la figure (3.18) montre que l’accord entre ce modèle et la simulation numérique n’est pas très bon.

En effet, en explicitant les expressions des transformées de Fourier avec les intégrales, l’équation (3.35) se réécrit :

$$\tilde{E}_{tot}(\phi, \psi, \omega) = \frac{-2i}{\sqrt{2\pi}} \left[\cos\omega T/2 \int_{-\infty}^{\infty} E_1(\phi, \psi, t) \sin\omega t dt - \sin\omega T/2 \int_{-\infty}^{\infty} E_1(\phi, \psi, t) \cos\omega t dt \right] \quad (3.43)$$

avec $E_1(\phi, \psi, t)$ champ émis dans le premier dipôle, décrit par l’équation (3.22). L’approximation basse fréquence à l’ordre 0 revient à négliger le premier terme du crochet devant le deuxième :

$$\tilde{E}_{tot}(\phi, \psi, \omega) \underset{\omega t \ll 1}{\simeq} \frac{2i}{\sqrt{2\pi}} \left[\sin\omega T/2 \int_{-\infty}^{\infty} E_1(\phi, \psi, t) dt \right] \quad (3.44)$$

Or dans le cas particulier des deux aimants de 1 m avec $d = 0.5$ m, ces deux termes sont comparables au premier ordre, figures (3.19 et 3.20).

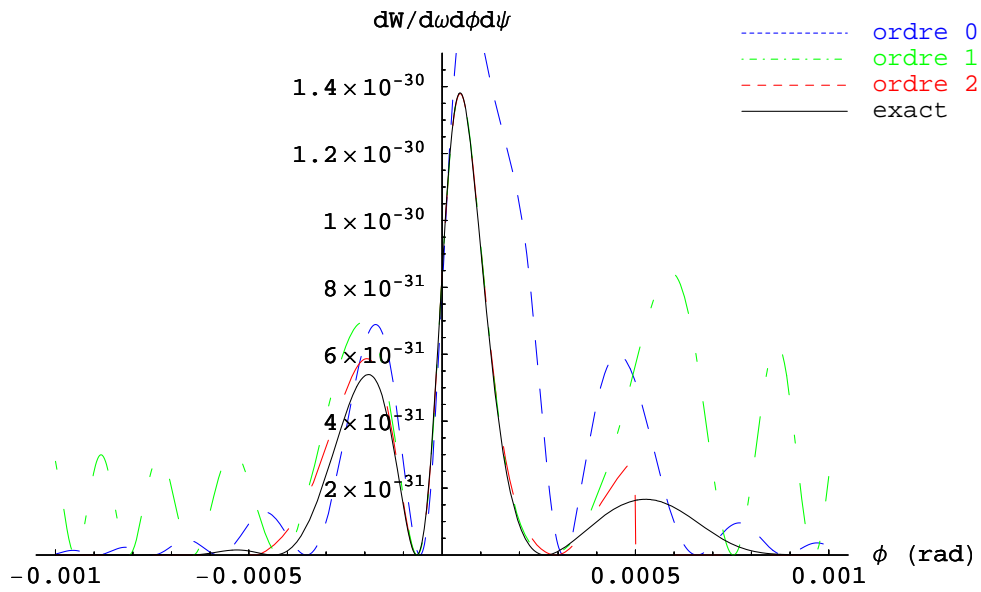


FIG. 3.18 – Comparaison entre les différents ordres de développement : calcul exact en trait plein noir, ordre 0 en pointillés, ordre 1 en tirets et pointillés et 2 en tirets.

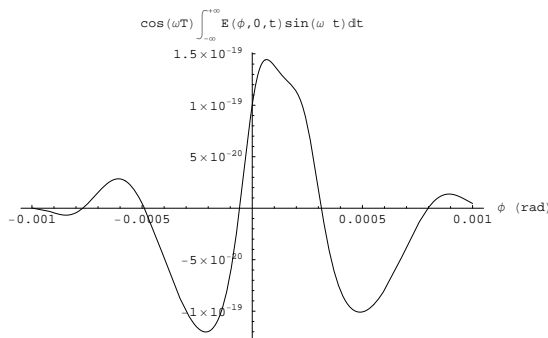


FIG. 3.19 – $\cos(\omega T) \int_{-\infty}^{+\infty} E(\phi, 0, t) \sin \omega t$

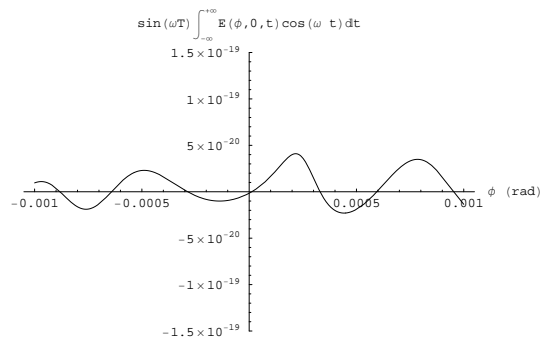


FIG. 3.20 – $\sin(\omega T) \int_{-\infty}^{+\infty} E(\phi, 0, t) \cos \omega t$

Pour tenir compte de cet effet, il faut donc un développement à des ordres supérieurs de l'équation (3.43) :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{tot}(\phi, \psi, \omega) = & \frac{-2i}{\sqrt{2\pi}} \cos\omega T/2 \int_{-\infty}^{\infty} E_1(\phi, \psi, t)(\omega t) dt \\ & - \frac{-2i}{\sqrt{2\pi}} \sin\omega T/2 \int_{-\infty}^{\infty} E_1(\phi, \psi, t)(1 - (\omega t)^2/2) dt \quad (3.45) \end{aligned}$$

Cette différence de deux termes peut se calculer à différents ordres de développement en utilisant les calculs d'intégrale effectués au paragraphe (3.2.2), équations (3.30, 3.31 et 3.32). La comparaison avec le calcul numérique exact, figure (3.18), montre qu'il faut aller au moins jusqu'à l'ordre 2 pour avoir des résultats satisfaisants dans le cas d'interférence entre deux dipôles.

3.4 Conclusions

Nous avons essayé de montrer dans cette partie qu'il existe un ensemble d'outils à disposition permettant d'évaluer de façon plus ou moins précise les densités spectrales angulaires d'énergie produites par plusieurs types de sources ou par différentes configurations de source. Cependant, ces outils ne restent utilisables que pour des applications très limitées et une étude plus systématique des sources possibles pour le diagnostic passe par la mise en oeuvre de méthodes numériques.

Chapitre 4

Mise en oeuvre des calculs numériques

Les outils analytiques présentés dans le chapitre précédent permettent de calculer la densité spectrale angulaire d'énergie émise par une particule, mais uniquement dans des cas particuliers ou avec des approximations limitant les applications réelles. Pour des configurations magnétiques plus complexes où les modèles ne peuvent être utilisés, les champs électriques émis doivent alors être évalués numériquement. Le programme Zgoubi utilisé pour cela, développé depuis le début des années 70 [23] et déjà mis en oeuvre pour le miniwiggler du LEP [24, 25, 26], est basé sur le calcul de trajectoires de particules chargées dans des champs magnétiques, permettant de calculer le rayonnement synchrotron émis. Pour s'assurer du bon fonctionnement de la méthode numérique utilisée dans le cas particulier des sources étudiées pour le moniteur du LHC, différents tests et confrontations avec les modèles analytiques ont été réalisés. La première partie de ce chapitre présente donc tout d'abord le fonctionnement du code et les différentes conditions d'utilisation. La deuxième partie décrit une procédure ajoutée au code pour permettre le calcul du rayonnement synchrotron émis dans un onduleur. Finalement, les différentes comparaisons entre modèles analytiques et simulations numériques équivalentes réalisées sont résumées pour permettre de conclure sur la fiabilité de la méthode.

4.1 Codes de calcul utilisés

Le code "Zgoubi" est basé sur le calcul pas à pas de la trajectoire des particules dans des champs magnétiques quelconques, fournissant les composantes de la vitesse et de l'accélération nécessaires au calcul du champ électrique rayonné. Puis, à partir de la transformée de Fourier de ce dernier et de l'équation (2.19), il est possible de déterminer les caractéristiques du rayonnement synchrotron. La méthode de calcul est décrite dans cette partie en relation avec l'application particulière au moniteur à rayonnement synchrotron.

4.1.1 Calcul de la trajectoire

Le principe de la méthode numérique repose sur l'intégration pas à pas de l'équation de Lorentz :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{b} \quad (4.1)$$

avec \vec{b} champ magnétique traversé par la particule et \vec{v} vitesse de la particule de masse $m = \gamma m_0$ et de charge q .

Partant d'une position $\vec{R}(M_0)$ et d'une vitesse normalisée $\vec{u}(M_0)$, définie par $\vec{u} = \frac{\vec{v}}{v}$, la position $\vec{R}(M_1)$ et la vitesse $\vec{u}(M_1)$ après un déplacement Δs sont obtenues par des séries de Taylor tronquées à l'ordre 6 :

$$\begin{aligned} \vec{R}(M_1) &\approx \vec{R}(M_0) + \vec{u}(M_0) \Delta s + \vec{u}'(M_0) \frac{\Delta s^2}{2!} + \dots + \vec{u}^{(5)}(M_0) \frac{\Delta s^6}{6!} \\ \vec{u}(M_1) &\approx \vec{u}(M_0) + \vec{u}'(M_0) \Delta s + \vec{u}''(M_0) \frac{\Delta s^2}{2!} + \dots + \vec{u}^{(5)}(M_0) \frac{\Delta s^5}{5!} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Les valeurs des dérivées $\vec{u}^{(n)} = \frac{d^n \vec{u}}{ds^n}$ sont calculées à partir de la différentiation de l'équation de Lorentz (4.1) en posant $\vec{B} = \frac{\vec{b}}{B\rho}$:

$$\begin{aligned} \vec{u}^{(2)} &= \vec{u}' \times \vec{B} + \vec{u} \times \vec{B}' \\ \vec{u}^{(3)} &= \vec{u}^{(2)} \times \vec{B} + 2\vec{u}' \times \vec{B}' + \vec{u} \times \vec{B}^{(2)} \\ \vec{u}^{(4)} &= \vec{u}^{(3)} \times \vec{B} + 3\vec{u}^{(2)} \times \vec{B}' + 3\vec{u}' \times \vec{B}^{(2)} + \vec{u} \times \vec{B}^{(3)} \\ \vec{u}^{(5)} &= \vec{u}^{(4)} \times \vec{B} + 4\vec{u}^{(3)} \times \vec{B}' + 6\vec{u}^{(2)} \times \vec{B}^{(2)} + 4\vec{u}' \times \vec{B}^{(3)} + \vec{u} \times \vec{B}^{(4)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Les dérivées n-ième de \vec{B} sont obtenues par des procédures différentes selon le type de description du champ magnétique : cartes de champ ou modèle analytique. La description détaillée de ces différentes méthodes est donnée dans [27]. Par exemple, pour un multipôle avec un modèle analytique en 3-D du champ magnétique, les trois composantes du champ et leurs dérivées sont calculées tout le long de la trajectoire à partir de l'expression analytique du potentiel scalaire. Dans le cas de cartes de champ, les dérivées sont obtenues par extrapolations polynômiales à des ordres plus ou moins élevés [28].

A partir des conditions initiales $\vec{B}(M_0)$, $\vec{u}(M_0)$ et des équations (4.3), il est possible de calculer successivement les dérivées de ces conditions et en reportant dans l'équation (4.2) d'en déduire $\vec{R}(M_1)$ et $\vec{u}(M_1)$.

Moyennant une dérivation supplémentaire, Zgoubi fournit donc \vec{R} , \vec{v} et $\vec{\dot{v}}$ en tout point de la trajectoire dans un champ magnétique quelconque, déterminé par carte de champ ou par des modèles analytiques (aimant court, dipôle, multipôle...). Le post-processeur de Zgoubi permet alors de tracer la trajectoire dans le champ magnétique étudié, figure (4.1) avec le référentiel défini figure (1).

4.1.2 Calcul du champ électrique

Connaissant la position, la vitesse et l'accélération de la particule tout au long de la trajectoire, l'équation (2.4) permet de calculer le champ électrique rayonné par

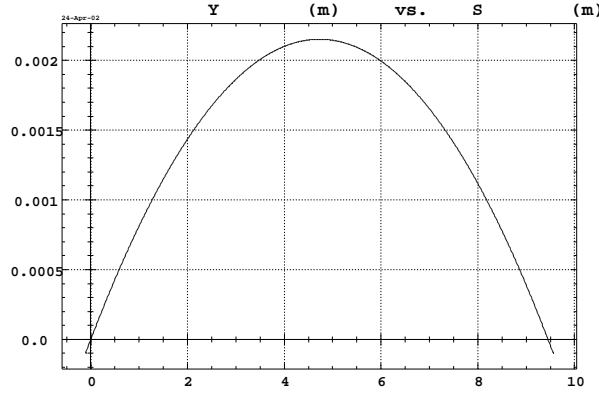


FIG. 4.1 – Exemple de trajectoire dans un dipôle de type D3, tableau (1.1), pour un proton d'énergie 450 GeV.

la particule. L'approximation utilisée par Zgoubi est celle d'une observation à longue distance, appelée "approximation en champ lointain", soit :

$$\vec{E}(t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{\vec{n}(t') \times [(\vec{n}(t') - \vec{\beta}(t')) \times \vec{\beta}(t')]}{r(t')(1 - \vec{n}(t') \cdot \vec{\beta}(t'))^3} \quad (4.4)$$

Du point de vue numérique, la difficulté est d'arriver à évaluer le terme au dénominateur. En effet, dans la plupart des applications, la direction d'observation \vec{n} est presque tangente à la trajectoire, soit parallèle à $\vec{\beta}$. De plus, pour des particules avec une énergie supérieure à quelques centaines de fois leur masse au repos, $\beta \simeq 1 - 1/2\gamma^2$ est très proche de 1. Avec la précision numérique des ordinateurs, on a donc pour beaucoup de cas $\vec{n} - \vec{\beta} \simeq 0$ et $1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta} \simeq 0$, correspondant à une division par 0 dans l'équation (4.4). La solution au problème est l'implémentation d'une méthode du calcul de ce produit scalaire expliquée dans [24] utilisant un développement en série à convergence rapide de $\vec{\beta}$.

$$\begin{aligned} \vec{\beta} &= (\sqrt{\beta^2 - \beta_y^2 - \beta_z^2}, \beta_y, \beta_z) \\ &= (\sqrt{1 - 1/\gamma^2 - \beta_y^2 - \beta_z^2}, \beta_y, \beta_z) \\ &= (1 - \underbrace{(a/2 + a^2/8 + a^3/16 + \dots)}_{\xi_x}, \beta_y, \beta_z) \end{aligned} \quad (4.5)$$

avec $a = 1/\gamma^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2$. D'autre part, l'expression de \vec{n} s'écrit :

$$\vec{n} = (\cos\psi\cos\phi, \cos\psi\sin\phi, \sin\psi) \quad (4.6)$$

$$= (1 - \epsilon_x, n_y, n_z) \quad (4.7)$$

avec $\epsilon_x = 2(\sin^2\phi/2 + \sin^2\psi/2) - 4\sin^2\phi/2\sin^2\psi/2$.

En combinant les deux expressions (4.6 et 4.7), en posant $\xi_x = a/2 + a^2/8 + a^3/16 + \dots$, les deux expressions posant problème s'écrivent :

$$\begin{aligned} \vec{n} - \vec{\beta} &= (-\epsilon_x + \xi_x, n_y - \beta_y, n_z - \beta_z) \\ 1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta} &= \epsilon_x + \xi_x - \epsilon_x \xi_x - n_y \beta_y - n_z \beta_z \end{aligned} \quad (4.8)$$

Les angles ϕ et ψ étant de l'ordre de $1/\gamma$, les termes n_y et n_z sont en $1/\gamma^2$, comme les termes en β_y et β_z , ϵ_x est de l'ordre de $1/\gamma^2$. Les équations (4.8) se calculent donc avec des termes de même ordre permettant une évaluation numérique sans problème de précision. De plus la précision du calcul est directement liée à l'ordre de développement de la série $\xi_x = a/2 + a^2/8 + a^3/16 + \dots$ qui est rapidement convergente. On a donc une bonne précision avec très peu de termes, donc un calcul rapide.

A nouveau, le post-processeur de Zgoubi permet de tracer les champs électriques calculés avec cette méthode pour une direction d'observation quelconque en fonction du temps observateur ou du temps particule. Les figures (4.2 (a) et (b)) montrent un exemple pour un dipôle de type D3, tableau (1.1), avec des protons à 7 TeV observé dans la direction tangente au centre du dipôle et dans la direction d'entrée du faisceau.

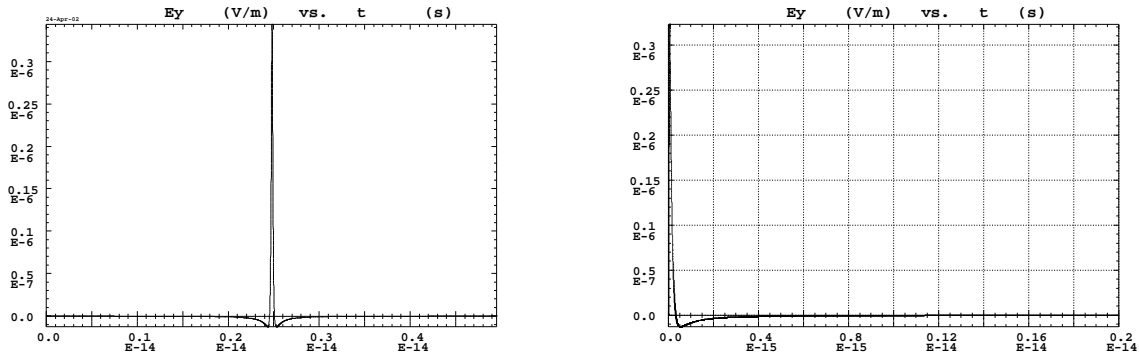


FIG. 4.2 – Champs électriques en fonction du temps observateur simulés par Zgoubi, pour un dipôle de type D3 et des protons à 7 TeV, observés dans la direction tangente au centre du dipôle, (a) et dans la direction du bord d'entrée, (b).

4.1.3 Calcul de la transformée de Fourier

A partir du champ électrique émis par la particule et de l'équation (2.19), Zgoubi calcule alors la transformée de Fourier de ce champ pour obtenir finalement la densité spectrale angulaire d'énergie reçue par l'observateur en une position donnée, figure (4.3 (a) et (b)).

Le calcul des transformées de Fourier [24] est fait sans utiliser les algorithmes de FFT (“Fast Fourier Transform”), par la simple intégration du champ électrique reçu sur l'intervalle Δt , le temps de traversée des éléments définissant la trajectoire, $\frac{1}{2\pi} \int_{\Delta t} E(t) \exp(-i\omega t) dt$. La principale raison en est que le pas d'intégration en temps observateur n'est pas constant. En effet, l'utilisateur choisit le pas d'intégration spatiale Δs constant utilisé pour le calcul de la trajectoire. Le pas d'intégration en temps particule $dt' = \Delta s/\beta c$ est lui aussi constant, mais la relation permettant d'obtenir le pas d'intégration en temps observateur dt à partir de dt' , équation (2.10, page 28), est une fonction du terme variable $1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta}$ et du pas d'intégration. Dans la région autour du pic de champ électrique, correspondant au cas $1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta} \simeq 1/\gamma^2$, figure (4.2), pour la précision du calcul, dt doit être très petit, des ordres de grandeur plus petit que la durée totale de l'impulsion. A nouveau à cause de la précision des ordinateurs, il ne peut être déterminé par une différence entre 2 instants $t_n - t_{n-1}$, mais à partir de

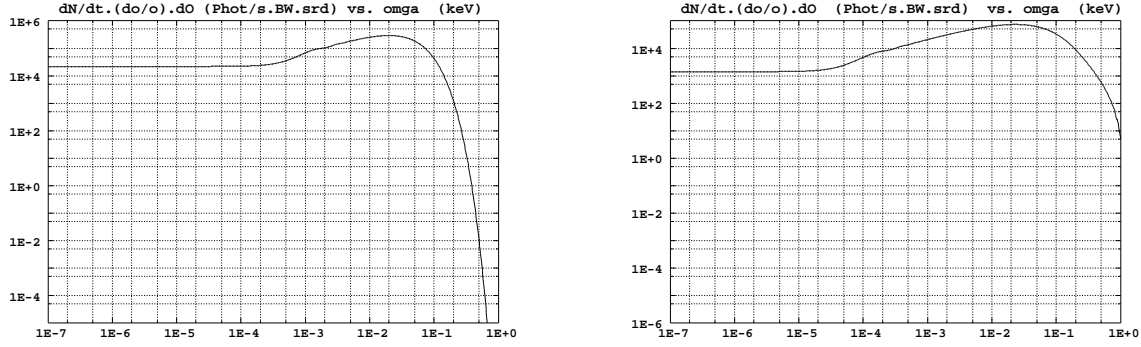


FIG. 4.3 – Densités spectrales angulaires d'énergie simulées par Zgoubi, pour un dipôle de type D3 et des protons à 7 TeV, observés dans la direction tangente au centre du dipôle, (a) et dans la direction du bord d'entrée, (b).

$1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta}$ avec la méthode précédemment décrite. Ce pas n'est donc pas constant et le nombre de pas n'est pas nécessairement une puissance de 2, ce qui empêche d'utiliser les FFT standards.

4.1.4 Intégration spatiale ou fréquentielle

A partir de la densité spectrale angulaire d'énergie $\frac{\partial^2 W}{\partial \Omega \partial \omega}$, comme pour le calcul analytique, en intégrant soit en fréquence angulaire, soit en angle solide, soit les deux, le code permet de calculer l'énergie reçue pour une gamme de longueurs d'onde choisie (demandée à l'utilisateur sous forme d'une gamme de fréquences angulaires en keV) et une acceptation angulaire donnée. En effet, le post-processeur de Zgoubi permet à l'utilisateur de choisir l'emplacement et les dimensions d'une fenêtre d'intégration simulant une acceptation angulaire finie pour l'observation et sur laquelle on définit un maillage. Zgoubi effectue alors le calcul de la densité spectrale angulaire d'énergie en chaque point du quadrillage et trace pour chacune des composantes de polarisation soit les vues 3D des densités angulaires, figures (4.4), soit des projections intégrées en fréquence ν , ou en angle ϕ ou ψ , figure (4.5 (a) et (b)). L'intégration de l'une quelconque de ces courbes sur un intervalle donné fournit la puissance reçue dans une ouverture angulaire et une gamme de fréquences choisies.

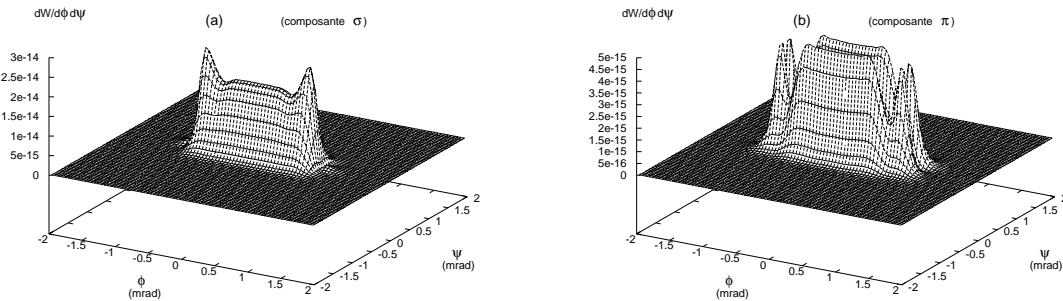


FIG. 4.4 – Densités angulaires d'énergie intégrée sur la gamme g3 simulées par Zgoubi, pour un dipôle de type D3 et un proton à 7 TeV, composante σ (a) et composante π (b).

La simulation par Zgoubi peut effectuer différentes intégrations numériques dont l'utilisateur choisit les pas. La première intégration concerne le calcul de l'impulsion de

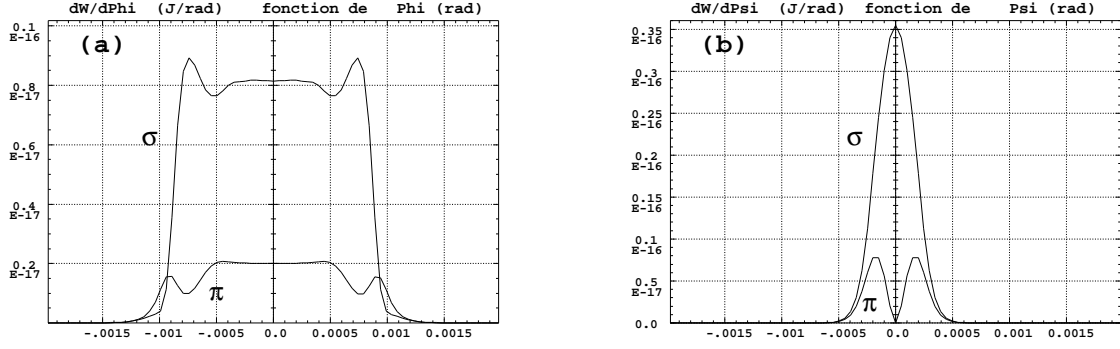


FIG. 4.5 – Projections dans le plan vertical $\psi = 0$ (a) et dans le plan horizontal $\phi = 0$ (b) de la densité angulaire d'énergie intégrée sur la gamme d'énergie de photons 1.3-6.2 eV (correspondant à la gamme de longueurs d'onde g3) simulées par Zgoubi, pour un dipôle de type D3 et un proton à 7 TeV. Les deux courbes sur chaque figure représentent la composante de polarisation horizontale (notée σ) et la composante verticale (notée π).

champ électrique avec un échantillonnage en temps (ou en coordonnée longitudinale) et la seconde permet d'obtenir la transformée de Fourier de ce champ, avec un pas en fréquence. Le choix de ces pas résulte d'un compromis entre le temps de calcul et la précision désirée. Il faut donc procéder à des tests préliminaires afin d'optimiser ces deux paramètres.

4.2 Extension au rayonnement onduleur.

L'étude des différentes sources de rayonnement synchrotron envisageables pour la mesure d'émittance a conduit à développer une procédure permettant de calculer la trajectoire dans le champ magnétique d'un onduleur décrit de façon analytique par la longueur de l'élément, le nombre de périodes et son champ magnétique crête [27, 28]. La méthode numérique de base est celle décrite au paragraphe (4.1.1). La procédure de calcul du champ magnétique, appelée par le mot code UNDULATOR, utilise une série de Taylor tronquée calculée à partir des équations de Maxwell [27, 29] :

$$\begin{aligned}
 B_x(x, y, z) &= z \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{z^3}{6} \left(\frac{\partial^3 B}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 B}{\partial x \partial y^2} \right) \\
 B_y(x, y, z) &= z \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{z^3}{6} \left(\frac{\partial^3 B}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 B}{\partial y^3} \right) \\
 B_z(x, y, z) &= B - \frac{z^2}{2} \left(\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right) + \frac{z^4}{24} \left(\frac{\partial^4 B}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 B}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 B}{\partial y^4} \right)
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

avec x , y et z définies sur la figure (1) La procédure utilise un modèle à 2 dimensions avec symétrie par rapport au plan médian de l'onduleur :

$$\begin{aligned}
 B_x(x, y, 0) &= 0 \\
 B_y(x, y, 0) &= 0 \\
 B_x(x, y, z) &= -B_x(x, y, -z) \\
 B_y(x, y, z) &= -B_y(x, y, -z) \\
 B_z(x, y, z) &= B_z(x, y, -z)
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Les équations (4.9) s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} B_x(x, y, z) &= z \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{z^3}{6} \frac{\partial^3 B}{\partial x^3} \\ B_y(x, y, z) &\equiv 0 \\ B_z(x, y, z) &\equiv B - \frac{z^2}{2} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{z^4}{24} \frac{\partial^4 B}{\partial x^4} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Le champ magnétique B et ses dérivées jusqu'à l'ordre quatre sont calculées à partir de l'expression analytique caractérisant le champ sinusoïdal dans un onduleur :

$$B_z(x, y, 0) = B_0 \sin(k_u x) \quad (4.12)$$

avec $k_u = 2\pi/\lambda_u$ et $\lambda_u = L_u/N_u$ période magnétique de l'onduleur. En l'état actuel, la procédure ne prend pas en compte les champ de fuite dans l'onduleur. Un exemple de fichier type de commande de Zgoubi pour la simulation dans un onduleur est donné en annexe (C).

4.3 Comparaison entre modèles et simulations.

Une première série de simulations numériques [30] a été effectuée afin de confronter les résultats donnés par le code Zgoubi avec ceux donnés par les modèles analytiques [31] pour trois types de source. Dans chacun des cas étudiés, de faibles divergences apparaissaient entre les différents résultats. Même si l'ordre de grandeur est satisfaisant pour pouvoir valider le code de calcul afin de l'utiliser dans des cas plus complexes, il convient de comprendre l'origine de ces divergences. Une étude systématique du code a donc été entreprise et a permis de faire converger les résultats.

4.3.1 Cas du dipôle LHC.

L'énergie instantanée (en J.s^{-1}) émise par une particule s'écrit [16] :

$$P_o = \frac{2}{3} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{e^2 c \gamma^4}{\rho^2} \quad (4.13)$$

Les synchrotrons du type LHC sont constitués de portions droites et d'arcs. Le rayonnement synchrotron n'est donc pas émis sur la circonférence complète de la machine. La puissance rayonnée par une particule sur toute la circonférence s'obtient en pondérant l'énergie émise par le rapport entre le temps d'émission et le temps de parcours d'un tour complet de la machine, soit :

$$P_o \times \frac{2\pi\rho}{c} / \frac{2\pi R}{c} = P_o \frac{\rho}{R} \quad (4.14)$$

avec R rayon moyen de la machine.

Dans le cas du LHC, le rayon local de courbure dans un élément et le rayon moyen sont différents. La puissance spectrale rayonnée par une particule pour un passage dans l'élément s'écrit donc :

$$\frac{dP}{d\omega} = \frac{\rho}{R} \frac{P_o}{\omega_c} \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) d\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \quad (4.15)$$

avec $K_{5/3}(\eta)$ fonction de Bessel modifiée, et la puissance totale rayonnée dans une gamme de fréquences angulaires $[\omega_1, \omega_2]$ s'écrit :

$$P_{[\omega_1, \omega_2]} = \frac{\rho}{R} \frac{P_0}{\omega_c} \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left[\left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) d \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \right] d\omega \quad (4.16)$$

Le tableau (4.1) présente la comparaison des résultats analytiques calculés à partir de l'équation (4.16) et du programme *Mathematica* avec les simulations de Zgoubi. L'accord est très bon pour les énergies où le modèle analytique est applicable. En effet, comme cela sera montré dans le chapitre suivant, en-dessous de 2 TeV, le rayonnement émis dans l'intérieur du dipôle D2 est négligeable devant celui des deux bords et l'équation (4.16) ne peut plus être utilisée.

Energie (TeV)	Puissance		
	équation (4.16) (W)	Zgoubi (W)	Zgoubi /équation (4.16)
1.00	6.78×10^{-8}	3.3×10^{-7}	4.9
3.00	2.27×10^{-3}	2.28×10^{-3}	1.00
5.00	3.93×10^{-3}	4.015×10^{-3}	1.02
7.00	4.47×10^{-3}	4.6×10^{-3}	1.02

TAB. 4.1 – Comparaison des simulations numériques de Zgoubi avec le modèle analytique pour un dipôle de type D2.

4.3.2 Cas de l'aimant court.

Pour calculer la puissance rayonnée par une particule, on définit un vecteur $\vec{U}(t)$ [1] tel que :

$$\frac{d^2P}{d\Omega dt} = \left| \vec{U}(t) \right|^2 \quad (4.17)$$

L'énergie totale rayonnée par unité d'angle solide s'écrit alors, d'après le théorème de Parseval :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \vec{U}(t) \right|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \tilde{\vec{U}}(\omega) \right|^2 d\omega \quad (4.18)$$

où $\tilde{\vec{U}}(\omega)$ est la transformée de Fourier de $\vec{U}(t)$ et l'on a :

$$\frac{\partial P}{\partial \Omega \partial \omega} = \left| \tilde{\vec{U}}(\omega) \right|^2 \quad (4.19)$$

Le vecteur $\vec{U}(t)$ est donc proportionnel à $r\vec{E}(t)$ et s'écrit :

$$\vec{U}(t) = C\gamma^3 B \vec{f}(\theta, \varphi) \quad (4.20)$$

avec $C = \frac{e^2}{\pi m} \left(\frac{1}{\epsilon_0 c} \right)^{1/2}$, $\vec{f}(\theta, \varphi)$ facteur angulaire et $B=B(t)$ champ magnétique fonction du temps observateur t .

Puisque les fréquences angulaires négatives n'ont pas de sens physique, on limite généralement l'intégration aux fréquences angulaires positives et l'énergie rayonnée par unité d'angle solide devient :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \int_0^{+\infty} \frac{\partial^2 P}{\partial \omega \partial \Omega} d\omega \quad (4.21)$$

avec $\frac{\partial^2 P}{\partial \omega \partial \Omega}$ densité angulaire spectrale de puissance.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \omega \partial \Omega} = \left| \tilde{U}(\omega) \right|^2 + \left| \tilde{U}(-\omega) \right|^2 \quad (4.22)$$

et puisque dans notre cas $\tilde{U}(t)$ est réel, on a :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \omega \partial \Omega} = 2 \left| \tilde{U}(\omega) \right|^2 \quad (4.23)$$

La puissance spectrale rayonnée s'écrit alors :

$$\frac{\partial P}{\partial \omega \partial \Omega} = 2C^2 \gamma^6 f^2 \tilde{B}(t)^2 \quad (4.24)$$

Finalement, si on le rajoute dans les formules de [18], la puissance détectée dans la gamme de fréquences $[\nu_1, \nu_2]$ devient :

$$P_{sm} = \frac{\pi^3 C_1^2}{2c^2} B_0^2 L^2 N_p f_{rev} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \left\{ \int_1^{\infty} (y^{-2} - 2y^{-3} + 2y^{-4}) e^{-xy} dy \right\} d\nu \quad (4.25)$$

Le tableau (4.2) présente la comparaison entre les résultats numériques obtenus avec Zgoubi et les calculs analytiques basés sur l'équation (4.25) dans le cas d'un dipôle de longueur $L=0.15$ m, avec un champ magnétique de forme lorentzienne [31] :

$$B(z) = \frac{B_0}{1 + (z/L)^2} \quad (4.26)$$

avec $B_0=1$ T. L'accord est très bon dans le domaine de validité du modèle. En effet, à haute énergie, l'approximation supposant la déviation de l'aimant très inférieure à l'ouverture du cône de rayonnement $1/\gamma$ n'est plus vérifiée : à 7 TeV, $\frac{\rho}{\gamma} = \frac{m_0 c}{eB} = 0.3$ m.

4.3.3 Onduleur

La densité spectrale angulaire d'énergie rayonnée par un onduleur est donnée par l'équation (3.16, page 37). En intégrant sur tout l'angle solide et sur toutes les fréquences, l'énergie totale émise s'écrit [16] :

$$W = \frac{r_0 e^2 c^2 B_0^2 L_u \gamma^2}{3m_0 c^2} \quad (4.27)$$

avec $L_u = N_u \lambda_u$ longueur totale de l'onduleur. La puissance émise par une particule traversant l'onduleur est donnée par la relation $P_u = Wc/L_u$ et la densité spectrale angulaire de puissance se met sous la forme :

Energie en TeV	équation (4.25) (W)	Zgoubi (W)	Zgoubi /équation (4.25)
0.45	8.52×10^{-9}	8.59×10^{-9}	1.01
0.55	5.26×10^{-8}	5.3×10^{-8}	1.01
0.6	1.00×10^{-7}	1.02×10^{-7}	1.02
0.7	2.64×10^{-7}	2.67×10^{-7}	1.01
0.9	8.74×10^{-7}	8.93×10^{-7}	1.02
1	1.29×10^{-6}	1.32×10^{-6}	1.02
3	8.82×10^{-6}	8.92×10^{-6}	1.01
5	1.15×10^{-5}	1.15×10^{-5}	1.00
6	1.22×10^{-5}	1.31×10^{-5}	1.07
7	1.27×10^{-5}	1.44×10^{-5}	1.13

TAB. 4.2 – Comparaison entre le modèle analytique de l'équation (4.25) et les simulations de Zgoubi pour le dipôle court ($L=0.15$ m, $B_0 = 1$ T) pour 10^{14} protons et la gamme de fréquences g3.

$$\frac{d^2 P_\sigma}{d\Omega d\omega} = P_u \gamma^2 \frac{3}{\pi} F_{u,\sigma}(\theta, \varphi) f_{N_u}(\omega - \omega_1) \quad (4.28)$$

$$\frac{d^2 P_\pi}{d\Omega d\omega} = P_u \gamma^2 \frac{3}{\pi} F_{u,\pi}(\theta, \varphi) f_{N_u}(\omega - \omega_1)$$

avec les définitions suivantes :

$$F_{u,\sigma}(\theta, \varphi) = \frac{(1 + \gamma^2 \theta^2 \cos(2\varphi))^2}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^5} \quad (4.29)$$

$$F_{u,\pi}(\theta, \varphi) = \frac{(\gamma^2 \theta^2 \sin(2\varphi))^2}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^5} \quad (4.30)$$

$$f_{N_u}(\omega - \omega_1) = \frac{N_u}{\omega_1} \left(\frac{\sin\left(\frac{(\omega - \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}\right)}{\frac{(\omega - \omega_1)\pi N_u}{\omega_1}} \right)^2 \quad (4.31)$$

Pour un grand nombre de périodes ($N_u \gg 1$), l'intégration des équations (4.28) sur tout l'angle solide donne la densité spectrale de puissance [16] :

$$\frac{dP_{u\sigma}}{d\omega} = \frac{3P_u}{\omega_{10}} \frac{\omega}{\omega_{10}} \left[\frac{1}{2} - \frac{\omega}{\omega_{10}} + \frac{3}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_{10}} \right)^2 \right] \quad (4.32)$$

$$\frac{dP_{u\pi}}{d\omega} = \frac{3P_u}{\omega_{10}} \frac{\omega}{\omega_{10}} \left[\frac{1}{2} - \frac{\omega}{\omega_{10}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_{10}} \right)^2 \right]$$

avec $\omega_{10} = \omega_1(\theta = 0) = 2\gamma^2 c 2\pi / \lambda_u$ la fréquence angulaire critique dans le plan médian de l'onduleur.

La comparaison des densités spectrales de puissance simulée avec Zgoubi et calculée avec les équations (4.32) fait apparaître un très bon accord, figure (4.6). Le bord abrupte pour la fréquence angulaire $\omega = \omega_{10}$ donné par le calcul analytique pour $N_u = \infty$ est adouci dans la simulation numérique en raison du nombre fini de périodes ($N_u=20$) utilisé.

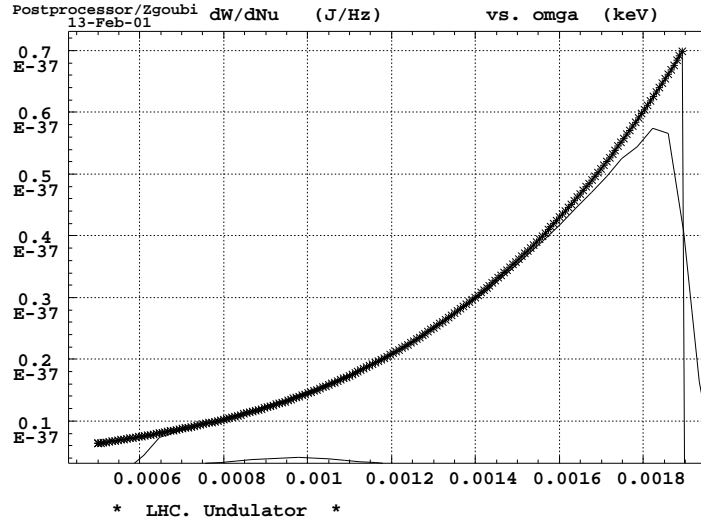


FIG. 4.6 – Densité spectrale d'énergie intégrée sur tout l'angle solide simulé par Zgoubi (trait plein) et calculée avec le modèle analytique (4.32), (trait plein avec les étoiles).

4.4 Conclusions

Le code numérique Zgoubi a été testé dans des cas particuliers permettant la comparaison avec des modèles analytiques existants. Le très bon accord du point de vue qualitatif comme du point de vue quantitatif permet de valider les méthodes numériques utilisées.

Pour le choix d'une source de rayonnement synchrotron pour le moniteur de profils, l'étude préliminaire [31] effectuée à partir des modèles analytiques pour un aimant court, un dipôle et l'effet de bord a souligné la nécessité d'étudier d'autres sources pour couvrir toute la gamme d'énergie des faisceaux de protons. Les modèles analytiques n'étant pas applicable à la plupart des configurations envisagées, l'évaluation des intensités produites présentées dans le chapitre suivant a été réalisée par simulations numériques en utilisant le code Zgoubi.

Chapitre 5

Les sources de rayonnement synchrotron dans le LHC

Pour obtenir des mesures précises des profils de faisceau, la première étape est de choisir la meilleure source possible en termes de flux recueilli par le télescope. Ce choix est guidé non seulement par les performances absolues des différentes sources, mais aussi par les possibilités d'extraction de la lumière produite. Dans ce chapitre sont décrites les études réalisées pour recenser les sources utilisables et estimer leurs performances dans les conditions particulières d'implantation dans la machine. L'intensité émise par un dipôle de type D2, source principale envisagée, s'est avérée insuffisante pour le diagnostic à des énergies inférieures à 2 TeV. Quatre autres sources ont alors été étudiées pour couvrir les énergies entre 450 GeV et 2 TeV :

1. un ensemble de 4 dipôles supraconducteurs improprement appelé "miniwiggler",
2. une variante de ce miniwiggler avec un deuxième miroir d'extraction destiné au diagnostic en mode paquet par paquet à 450 GeV,
3. un onduleur à température ambiante,
4. un onduleur supraconducteur.

Ces différentes sources sont tout d'abord présentées avec leurs conditions particulières d'exploitation. Elles sont ensuite comparées en termes d'intensité recueillie pour finalement exposer le choix de la source qui est actuellement en cours de réalisation.

5.1 Intensités émises par différentes sources potentielles

5.1.1 Le dipôle D2

Une étude préliminaire [30, 31] a permis de montrer que l'utilisation du rayonnement synchrotron émis par les aimants supraconducteurs de courbure n'était pas possible (problème de place pour l'extraction du faisceau de lumière notamment). En revanche, l'agencement de la machine permettrait d'exploiter le rayonnement synchrotron émis par un dipôle de séparation de type D2 à proximité des IP1 ou 5.

D2 est un dipôle de longueur magnétique 9.45 m avec un champ maximum de 2.65 Tesla à 7 TeV, suivant la montée en énergie de façon à maintenir un angle de

déflexion constant $\alpha = 1.07$ mrad, soit un rayon de courbure $\rho = 8829.5$ m. Le tableau (5.1) donne l'évolution de la fréquence angulaire critique ω_c de ce dipôle, définie page 32, avec l'énergie.

Energie (TeV)	Centre dipôle		Bord dipôle	
	$\hbar\omega_c/q$ (eV)	ω_c (rad . s ⁻¹)	$\hbar\omega_c/q$ (eV)	ω_c (rad . s ⁻¹)
0.45	0.0037	5.64×10^{12}	5.2	7.9×10^{15}
0.75	0.017	2.61×10^{13}	14.4	2.2×10^{16}
2	0.33	4.94×10^{14}	102	1.56×10^{17}
7	13.9	2.12×10^{16}	1256	1.9×10^{18}

TAB. 5.1 – Caractéristique du rayonnement dans D2 (centre et bord). On remarque que la fréquence angulaire critique ω_c traverse la gamme de fréquences angulaires d'observation (g1 ou g3) pendant la montée en énergie pour le centre de D2 alors que celle du bord reste toujours au-dessus de la gamme.

Les caractéristiques de D2 sont telles qu'aucun modèle analytique simple ne peut être utilisé pour calculer la production de lumière sur toute la gamme d'énergie. En effet, l'angle de déflexion est de 1.07 mrad quelle que soit l'énergie et à 450 GeV, l'ouverture moyenne du cône de lumière vaut $1/\gamma = 2.08$ mrad. Par conséquent, les cônes émis dans chacun des deux bords se recouvrent¹, figure (5.1, gauche), donnant les interférences de la figure (5.1, droite). En revanche, à 2 TeV, l'ouverture moyenne du cône de lumière vaut seulement $1/\gamma = 0.47$ mrad. Les cônes de lumière peuvent alors être distingués, figure (5.2 gauche et droite).

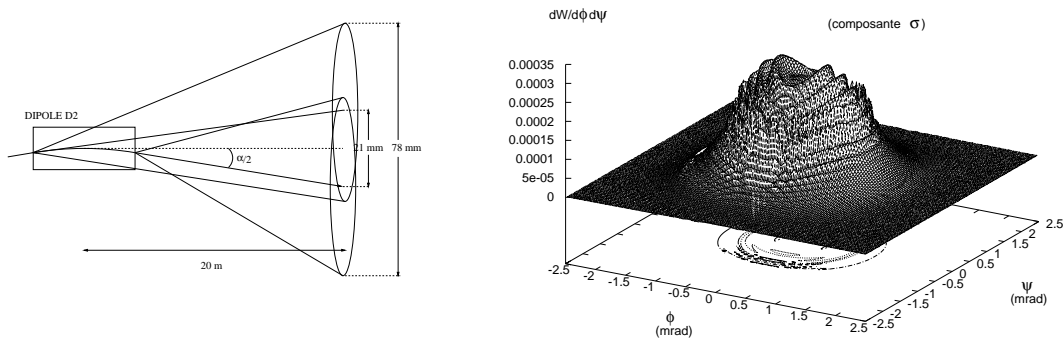


FIG. 5.1 – Schéma du rayonnement de D2 pour un proton de 450 GeV à gauche et à droite, densité angulaire d'énergie émise à 450 GeV (intégrée sur la gamme de fréquences angulaires g3) par D2 (composante σ), simulation de Zgoubi.

A 450 GeV, le rayonnement émis dans le dipôle D2 provient essentiellement de ses deux bords avec une interférence décrite au paragraphe (3.3.3, page 43), tandis qu'à 7 TeV, compte-tenu du resserrement du cône de lumière émis, l'observation du centre

¹Le diamètre de la chambre à vide de 50 mm permet au rayonnement synchrotron émis dans le bord d'entrée de ressortir sans être intercepté.

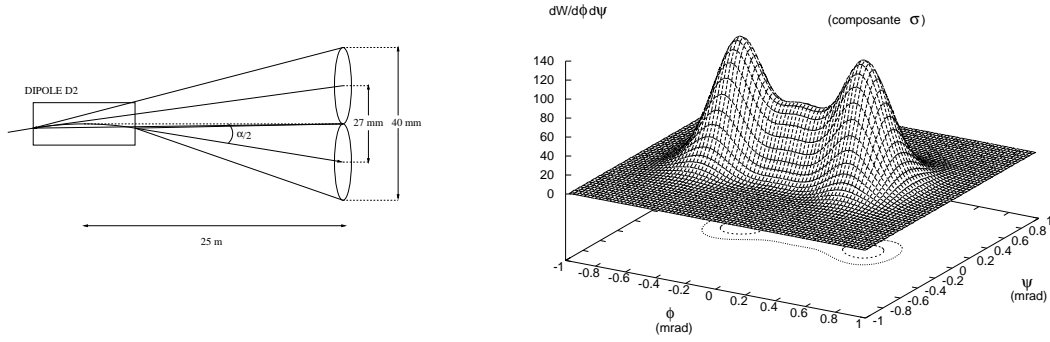


FIG. 5.2 – Schéma du rayonnement de D2 pour un proton de 2 TeV à gauche et à droite, densité angulaire d'énergie émise à 2 TeV (intégrée sur la gamme de fréquences angulaires g_3) par D2 (composante σ), simulation de Zgoubi.

de l'aimant devient possible et le modèle de rayonnement synchrotron classique peut être utilisé. En revanche, pour les énergies intermédiaires, aucun modèle simple n'est à disposition et il faut utiliser des moyens numériques.

Le code Zgoubi permet de calculer l'intensité totale émise lors d'un passage dans le dipôle D2 pour la gamme de fréquences angulaires choisie (g_3) et pour les différentes énergies atteintes tout au long de l'accélération. L'ouverture angulaire du cône donnée dans le tableau (5.2) correspond dans le plan vertical à l'ouverture du cône de rayonnement de bord, tandis que dans le plan horizontal, elle comprend également la déflexion angulaire de l'aimant (ouverture des cônes de chaque bord plus α).

Energie protons (TeV)	Energie émise (J) 1 part. 1 tour	Puissance émise (W) 10^{14} protons	ouverture angulaire (mrad)	
			Horiz.	Vert.
0.45	9.7×10^{-28}	$1. \times 10^{-9}$	4.2	4.6
1	2.7×10^{-25}	2.9×10^{-7}	2.4	2.6
2	4.4×10^{-23}	4.8×10^{-5}	1.8	1.05
7	4.2×10^{-21}	4.6×10^{-3}	1.5	0.8

TAB. 5.2 – Energie totale émise dans le dipôle D2, par un proton sur un tour de LHC ($89 \mu s$) et puissance émise par le faisceau nominal (10^{14} protons) dans la gamme de fréquences angulaires g_3 . L'ouverture angulaire est ici la largeur angulaire prise à 5% de l'intensité maximale. Dans le plan horizontal, elle inclut la déflexion α de l'aimant.

Compte-tenu de la faible déviation angulaire de D2, le système d'imagerie intercepte le rayonnement provenant de la quasi-totalité de l'aimant. Pour raccourcir la portion de trajectoire "vue", de façon à limiter les effets de profondeur de champ, il faut restreindre l'acceptance angulaire de l'optique, paragraphe (6.4.4). Une fente placée dans le plan focal du télescope [32, 33] permet, comme dans le télescope du LEP [17], d'obtenir des valeurs typiques de 0.25 mrad dans le plan horizontal, mais elle limite en même temps le flux de lumière entrant. Pour en tenir compte, l'intégration angulaire de la simulation numérique se limite donc à $\Delta\phi = 0.25$ mrad dans le plan

de la trajectoire. Avec un rayon de courbure de $\rho = 8829.5$ m, cette acceptation angulaire limite la portion l de trajectoire que “voit” l’observateur à $l = \rho\Delta\phi = 2.2$ m, en référence à la figure (2.3). Ainsi, en fonction de la position de la fente dans le plan horizontal, il est possible de viser une partie seulement du dipôle, soit l’intérieur, soit un bord, figure (5.3).

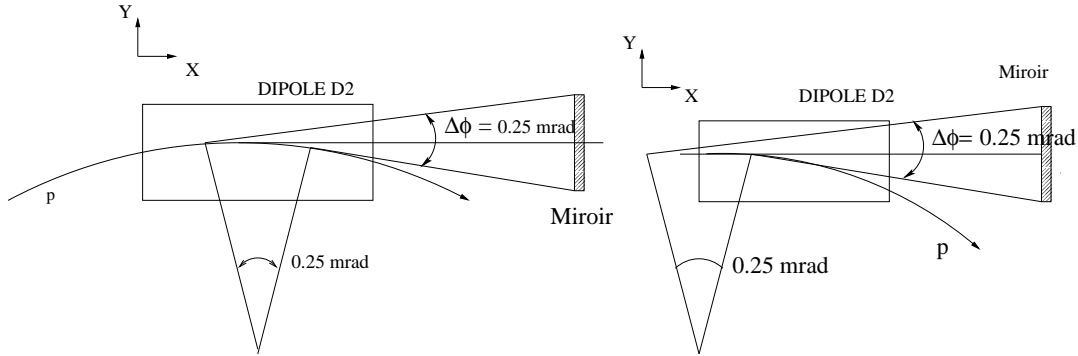


FIG. 5.3 – Portion de trajectoire interceptée par le miroir avec une acceptation angulaire réduite à 0.25 mrad pour simuler l’action d’une fente dans le plan focal visant le bord ou l’intérieur du dipôle.

Les énergies pour un proton ainsi recueillies sur le miroir sont présentées dans le tableau (5.3).

Energie des protons (TeV)	Energie collectée (pour un proton)	
	centre de D2 (J)	bord de D2 (J)
0.45	2.3×10^{-28}	1.9×10^{-28}
1	1.1×10^{-26}	4.5×10^{-26}
2	4.6×10^{-24}	8.4×10^{-24}
7	9×10^{-22}	3.6×10^{-22}

TAB. 5.3 – Intensités collectées par le détecteur dans le cas où l’acceptation angulaire est limitée par une fente placée dans le plan focal du système optique, pour g3.

Le tableau ci-dessous répète les résultats donnés dans le tableau (6.3) qui seront démontrés ultérieurement et donne les énergies minimales nécessaires en fonction des caractéristiques du dispositif optique choisi pour permettre la mesure de profil.

Energie protons (TeV)	Energie minimale par proton (J)			
	pour 20 ms (225 tours)		en mode tour par tour	
	5×10^9 p	10^{11} p	5×10^9 p	10^{11} p
0.45	2.9×10^{-22}	1.5×10^{-23}	1.3×10^{-24}	6.4×10^{-26}
7	7.5×10^{-23}	3.8×10^{-24}	3.3×10^{-25}	1.7×10^{-26}

TAB. 5.4 – Energies minimales par proton nécessaires pour permettre la mesure de profil à 5 % avec un paquet pilote (5×10^9 protons) ou avec un paquet nominal (10^{11} protons).

En se référant à ce tableau, les résultats donnés dans le tableau (5.3) montrent que le dipôle D2 fournit assez de lumière pour permettre la mesure des dimensions

transverses du faisceau au-dessus de 2 TeV. En revanche, pour des énergies inférieures à 2 TeV, il faut trouver une autre source. Les différentes sources qui sont présentées dans la suite ont été étudiées pour l'utilisation dans cette gamme de basses énergies.

5.1.2 Miniwiggler supraconducteur

Pour construire les dipôles de courbure du LHC, des prototypes plus courts ont été testés. Partant de la possibilité de récupérer les bobines de ces prototypes pour diminuer le coût de construction des aimants, l'implantation au point 4 d'un miniwiggler supraconducteur composé de 4 aimants à champ magnétique fort a été étudiée, figure (5.4). Pour éviter de compliquer le système optique en prévoyant un système

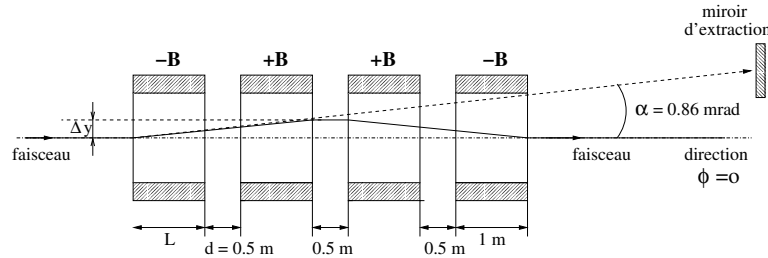


FIG. 5.4 – Configuration du miniwiggler supraconducteur avec direction de visée constante.

d'alignement asservi à l'énergie du faisceau, il a été décidé de viser un point fixe de la trajectoire des particules, en l'occurrence la direction du faisceau à la sortie du premier aimant. Pour cela, il faut opérer à déviation constante dans les aimants en augmentant le champ magnétique proportionnellement au moment des protons. La source envisagée doit compléter le dipôle D2 pour la gamme d'énergie allant de 450 GeV à 2 TeV. Pour maintenir la déviation constante et maximale sur cet intervalle, il faut par conséquent atteindre le maximum de champ magnétique à 2 TeV. Les dipôles prototypes testés font 1 m de long et peuvent atteindre un champ magnétique de 6 T, soit une déflexion $\alpha = 0.86$ mrad pour 2 TeV.

L'insertion d'un unique aimant dans la portion droite provoque un défaut d'orbite fermée qu'il faut refermer localement pour éviter sa propagation dans la machine. La déviation angulaire obtenue dans cette configuration ne permet pas d'extraire la lumière produite par un aimant unique et de refermer le défaut d'orbite fermée en aval du miroir d'extraction dans la distance réservée pour l'ensemble du dispositif. Il faut donc dévier le faisceau de particules après la source de lumière de façon à pouvoir placer le miroir d'extraction à la distance de sécurité de 15σ . La solution retenue est de placer 4 aimants dans une configuration de champ magnétique -B, B, B, -B, figure (5.4).

Les densités spectrales obtenues avec les quatre aimants sont présentées sur la figure (5.5).

A 450 GeV, figure (5.5-(a))

A l'énergie d'injection, compte tenu de la grande ouverture angulaire du cône de rayonnement (de l'ordre de $1/\gamma = 2$ mrad), la déviation des aimants n'est pas suffisante pour séparer angulairement les rayonnements émis d'une part par les deux

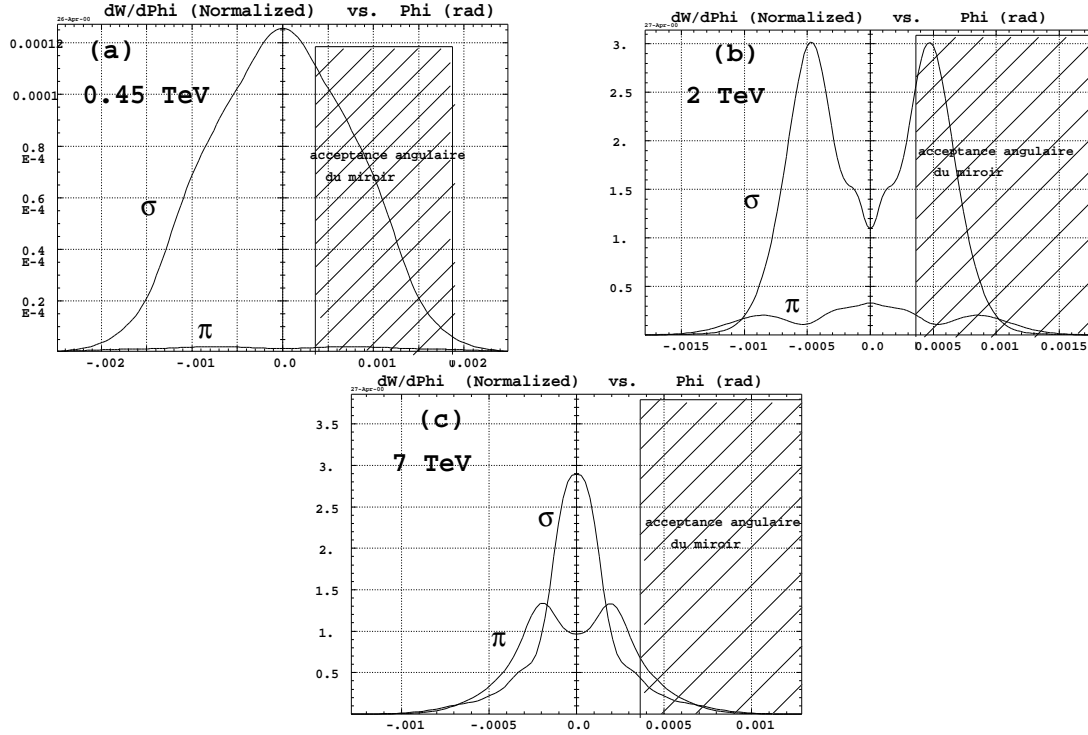


FIG. 5.5 – Projection dans le plan horizontal ($\psi = 0$) des densités spectrales d'énergie émises par 4 aimants pour 450 GeV (a), 2 TeV (b) et 7 TeV (c), intégrée sur la gamme de longueurs d'onde 350-1100 nm. La direction $\phi = 0$ correspond à la direction de sortie du faisceau. Les deux courbes sur chaque figures correspondent à la composante horizontale (σ) et à la composante verticale (π).

premiers aimants (dans la direction $\phi = \alpha/2$) et d'autre part par les deux derniers (dans la direction $\phi = -\alpha/2$). Il y a donc recouvrement angulaire partiel des densités spectrales angulaires de lumière et le maximum d'intensité est émis dans la direction du faisceau de particules ($\phi = 0$ sur la figure (5.5)). Le miroir dont le bord est à 15σ n'intercepte donc qu'une fraction de l'intensité totale émise, environ 25%.

A 2 TeV, figure (5.5-(b))

L'ouverture du cône de rayonnement se réduit à $1/\gamma \simeq 0.5$ mrad. Les deux groupes d'aimants émettent respectivement en $\phi = \pm\alpha/2 = \pm 0.43$ mrad. Il y a donc suffisamment de séparation angulaire entre les deux cônes de rayonnement pour qu'il n'y ait recouvrement que dans la zone de faible intensité et les interférences produites ne sont pas perceptibles : le maximum d'intensité n'est donc pas émis dans la direction du faisceau de particules et il est possible d'intercepter une portion importante du rayonnement produit par les deux premiers dipôles.

A 7 TeV, figure (5.5-(c))

A haute énergie, la déviation produite par un aimant est de 0.26 mrad et la direction principale d'émission est $\phi = \alpha/2 = 0.13$ mrad. L'ouverture angulaire du rayonnement étant de l'ordre de $1/\gamma \simeq 0.13$ mrad, il y a recouvrement des deux émissions et donc interférences. On a vu qu'à 7 TeV l'approximation basse fréquence peut être utilisée pour un aimant. Dans ce cas, le temps de traversée de la source caractéristique des interférences défini au paragraphe (3.3) varie linéairement à d/γ^2

(pour une longueur d'aimant donnée), avec d la distance entre les aimants [22]. Dans cette configuration, les interférences sont destructives, il y a moins d'énergie totale produite pour des protons à 7 TeV que pour des protons à 2 TeV, tableau (5.5). De plus, le maximum d'intensité est émis dans la direction du faisceau et ne peut donc pas être recueilli par le miroir d'extraction. Le bord du miroir coupe donc la densité spectrale angulaire d'énergie créant de la diffraction supplémentaire à l'énergie où elle est déjà maximum, voir chapitre 6.

Le système n'est donc utilisable que sur la gamme d'énergie 450 GeV-2 TeV pour laquelle il a été conçu. Le tableau (5.5) donne l'énergie totale produite par le miniwig-

Energie (TeV)	champ B (T)	déviations 1 aimant (mrad)	amplitude Δy (mm)	Energie reçue (1 proton 1 passage)	
				totale (J)	miroir 40×40 mm ² à 40m (J)
0.45	1.3	0.86	1.3	2.3×10^{-25}	5.6×10^{-26}
2	5.78	0.86	1.3	3.2×10^{-21}	4.4×10^{-22}
7	6	0.26	0.4	1.1×10^{-21}	3.4×10^{-22}

TAB. 5.5 – Caractéristiques du miniwigglers supraconducteur.

glers et celle contenue dans la portion recueillie par le miroir d'extraction compte-tenu des conditions d'utilisation. Les résultats comparés au tableau (5.4) montrent que le miniwigglers supraconducteur ne permettra pas d'obtenir de bonnes précisions sur les mesures paquet par paquet, tour par tour avec le paquet nominal, et encore moins avec le paquet pilote à l'énergie d'injection. Une variante de cette solution, conservant finalement le principe des 4 aimants, a donc été envisagée pour améliorer les performances à 450 GeV.

Optimisation des performances pour les mesures paquet par paquet à 450 GeV.

Pour augmenter l'intensité produite à l'énergie d'injection, une solution consiste à opérer au maximum de champ magnétique à 450 GeV, soit $B = 6$ T. Dans ce cas, ce sont les bords des aimants qui rayonnent principalement, figure (5.6). La séparation angulaire entre les deux cônes de rayonnement est alors égale à la déviation de l'aimant, soit $\alpha = BL/B\rho = 4$ mrad ($B\rho = 1504.165$ T.m).

Plusieurs configurations, résumées dans le tableau (5.6), ont été simulées, utilisant un, deux et quatre aimants. Les deux dernières colonnes donnent respectivement l'intensité totale produite par le dispositif et l'intensité interceptée par le miroir d'extraction à 10 m de la source. En effet, la forte déviation α d'un aimant permet d'atteindre sur une courte distance dans ce cas la distance de sécurité de 15σ par rapport à l'axe optique de la machine. De plus, la distance entre l'axe du cône de rayonnement et la trajectoire du faisceau augmente très rapidement et pour ne pas avoir à élargir de façon trop importante les dimensions de la chambre à vide, il faut placer le miroir d'extraction assez près de la source.

En comparant les données avec celles du tableau (5.5), on remarque qu'un seul aimant avec 6 T pour 450 GeV permet d'obtenir plus d'intensité que le miniwigglers

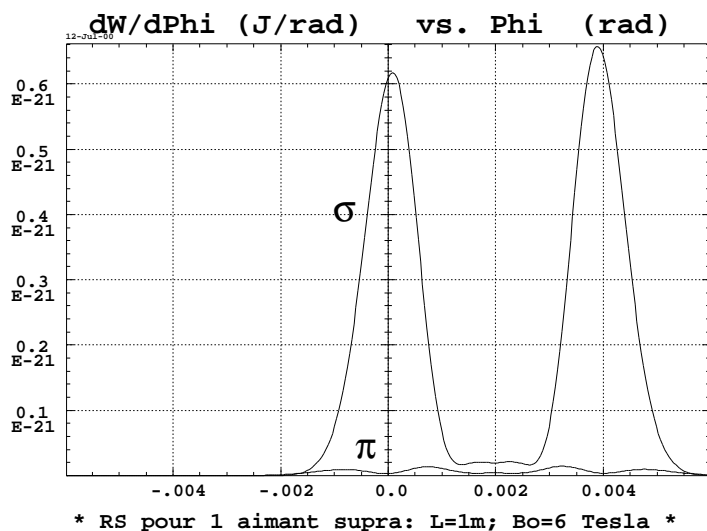
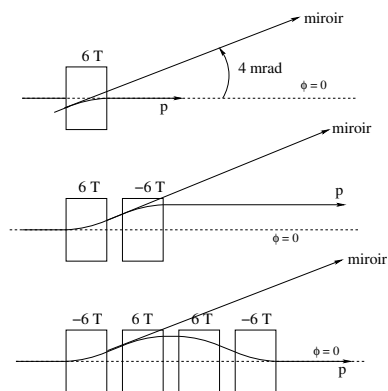


FIG. 5.6 – Projection dans le plan $\psi=0$ de la densité d'énergie rayonnée par une particule à 450 GeV dans un aimant avec $B = 6$ T intégrée sur la gamme de fréquences angulaires $g3$. La direction $\phi = 0$ correspond à celle du faisceau à l'entrée de l'aimant.

dispositif	champ B (T)	Energie totale	Energie avec miroir
1 aimant	6	1.5×10^{-24}	7.6×10^{-25}
2 aimants	6 et -6	3×10^{-24}	1.5×10^{-24}
4 aimants	-6,6,6,-6	6.2×10^{-24}	1.6×10^{-24}



TAB. 5.6 – Résultats des différentes configurations simulées.

avec 1.3 T. Cependant, les problèmes de compensation du défaut d'orbite fermée créé par l'insertion d'un aimant subsistent. La solution la plus simple est donc à nouveau d'ajouter trois aimants avec la configuration miniwiggler pour refermer localement le défaut d'orbite fermée. L'intensité totale émise dans les 4 aimants est deux fois celle obtenue avec deux aimants, mais compte-tenu des grandes séparations angulaires entre les cônes émis dans chacun des bords (égales à la déviation des aimants), on ne peut extraire que la partie correspondant aux bords de sortie du premier aimant et d'entrée du deuxième (ou de façon équivalente sortie du troisième et entrée du dernier), figure (5.7).

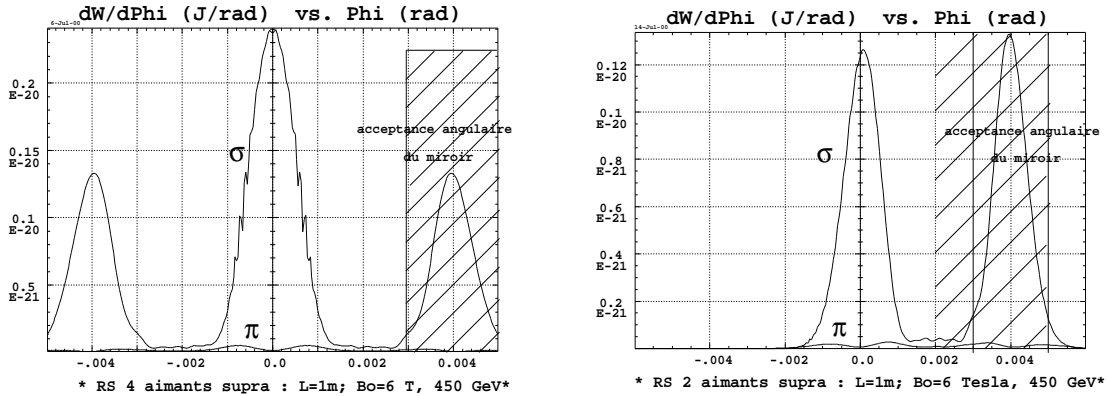


FIG. 5.7 – Projection dans le plan $\psi=0$ de la densité d'énergie rayonnée par quatre aimants (à gauche) et par deux aimants (à droite) à 450 GeV, avec $B = 6$ T et intégrée sur la gamme de fréquences g_3 . La direction $\phi = 0$ correspond à celle du faisceau à l'entrée et à la sortie du miniwiggler.

La solution proposée pour réaliser des mesures tour par tour pour un paquet nominal à l'injection est donc d'utiliser la configuration miniwiggler, figure (5.4), avec un champ magnétique de 6 Teslas à 450 GeV. L'intensité recueillie par le miroir est alors suffisante pour faire un profil. Cependant, compte-tenu des grandes ouvertures angulaires, il faut placer le miroir d'extraction à environ 10 m de la source. Lorsque l'énergie augmente, le champ magnétique dans les aimants étant maximum dès l'injection, la direction d'émission des cônes de rayonnement se rapproche de la direction du faisceau. La distance entre la source et le miroir d'extraction devient alors trop faible pour permettre d'extraire la lumière en restant à 15σ du faisceau.

Pour pouvoir suivre la montée en énergie jusqu'à 2 TeV, tout en permettant la mesure tour par tour pour un paquet nominal à l'injection, la solution proposée est d'utiliser la même source avec deux miroirs d'extraction, figure (5.8). Un premier miroir, placé à 10 m de la source est utilisé uniquement avec le miniwiggler à 6 T pour l'énergie d'injection. Pour couvrir la gamme 450 GeV-2 TeV, un deuxième miroir placé à 40 m extrait la lumière produite par le miniwiggler avec champ magnétique variable présenté précédemment.

5.1.3 Onduleur chaud

L'objectif est toujours de compléter le moniteur utilisant D2 comme source de lumière synchrotron, c'est-à-dire de couvrir la gamme d'énergie allant de 450 GeV à 2 TeV.

B = 6 T pour 1 paquet 1 tour à 450 GeV
 B=1.3 T – 6 T pour la gamme d'énergies 450GeV–2TeV

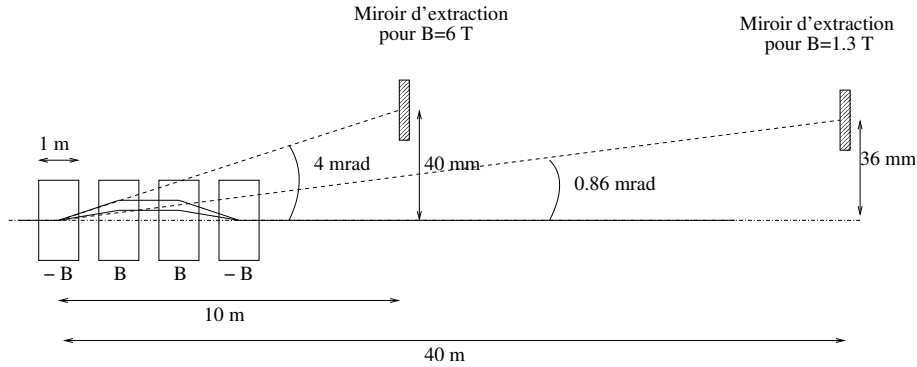


FIG. 5.8 – Configuration en double extraction : un premier miroir permet d'extraire la lumière à 450 GeV et un second entre 450 GeV et 2 TeV.

Choix de la géométrie de l'onduleur

L'équation (3.12) $\lambda_1 = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} (1 + \gamma^2\theta^2)$ montre que la longueur d'onde émise pour θ fixé diminue lorsque l'énergie augmente. Pour pouvoir utiliser l'onduleur sur la gamme d'énergie la plus étendue possible, on choisit donc $\lambda_1(\theta = 0)$ (émission dans la direction $\theta = 0$) proche du maximum de la gamme d'acceptance en longueur d'onde des détecteurs optiques, soit $\lambda_1(\theta = 0) = 760$ nm. La période spatiale de l'onduleur fixée à $\lambda_u = 35$ cm en découle. Lorsque l'énergie du faisceau augmente, la longueur

Energie des protons	450 GeV	750 GeV	1 TeV	2 TeV	7 TeV
γ	480.6	837.2	1116.3	2232.58	7460
$\lambda_1(\theta = 0)$ (nm)	760	250	140	35	3.1
$\hbar\omega_1(\theta = 0)/q$ (eV)	1.63	4.97	8.87	35.5	400.6

TAB. 5.7 – Longueur d'onde et énergie du rayonnement synchrotron émis à $\theta = 0$ par l'onduleur de 35 cm de période.

d'onde émise en $\theta = 0$ se situe hors de la gamme spectrale des détecteurs (200-900 nm), tableau (5.7). Cependant, l'équation (3.12) montre aussi que la longueur d'onde émise augmente avec l'angle d'observation. Avec le miroir d'extraction à 30 m, l'acceptance angulaire est de 1.33 mrad, permettant ainsi d'élargir la gamme de longueurs d'onde recueillies, équation (3.12) et figure (5.9).

En ce qui concerne l'intensité émise, elle est proportionnelle au carré du champ magnétique et au nombre de périodes, équation (3.16). Avec les technologies actuelles en aimants classiques ou permanents [34], le champ maximum est d'environ $B_0 = 1.2$ T. Le choix du nombre de périodes est déterminé d'une part par la longueur totale de la source et d'autre part par la dispersion spectrale autour de la fréquence angulaire ω_1 , proportionnelle à $1/N_u$, équation (3.16). Dans le cas de la mesure de profils de faisceaux, les longueurs d'onde émises dans l'acceptance angulaire du miroir traversent la gamme spectrale du détecteur avec la montée en énergie du faisceau, tableau (5.7). Une source quasi-monochromatique n'est donc pas un avantage. De plus, la longueur

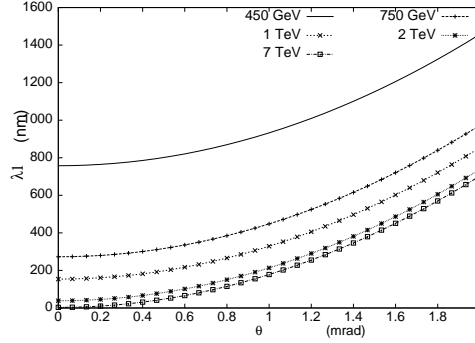


FIG. 5.9 – Longueurs d'onde émises dans l'onduleur de 35 cm de périodes pour différentes directions d'observation θ et différentes énergies des protons.

totale de la source conditionne les effets de profondeur de champ, voir chapitre 6. Un nombre limité de périodes est donc souhaitable. Pour couvrir la gamme d'énergie 450 GeV-2 TeV en maximisant l'intensité émise, l'onduleur est donc composé de 5 périodes. Avec ces caractéristiques, on a $K=0.02$; l'approximation de l'équation (3.12) est donc justifiée. Il est à noter que le cône de rayonnement émis à 450 GeV est dissymétrique entre le plan vertical et le plan horizontal horizontal, figure (5.10).

Densité spectrale angulaire d'énergie pour 2 TeV

La figure (5.11) montre la densité spectrale émise dans l'onduleur à 2 TeV pour la gamme g3. Au lieu d'une distribution annulaire de rayon 1 mrad, du fait de la dissymétrie en ϕ , l'intersection du terme spatial $F_{u,\sigma}(\theta, \varphi) = \frac{(1-\gamma^2\theta^2 \cos(2\varphi))^2}{(1+\gamma^2\theta^2)^5}$ et du terme spectral $f_{N_u}(\omega - \omega_1) = \frac{N_u}{\omega_1} \left(\frac{\sin \left(\frac{(\omega - \omega_1) \pi N_u}{\omega_1} \right)}{\left(\frac{\omega - \omega_1}{\omega_1} \right)} \right)^2$ de l'équation (3.16) donne une série de pics, plus élevés dans le plan vertical ($\varphi = \frac{\pi}{2}$ donne $\cos(2\varphi) = -1$) que dans le plan horizontal ($\varphi = 0$ donne $\cos(2\varphi) = 1$).

La longueur d'onde minimale détectée de g3 (i.e. 350 nm) correspond pour 2 TeV à un angle de $\theta = 1.33$ mrad. Or l'intensité émise dans la direction θ varie approximativement comme $1/(1+\gamma^2\theta^2)^3$, équation (3.16). Le maximum d'intensité émis dans la direction $\theta = 1.33$ mrad est donc 750 fois moins important que celui émis en $\theta = 0$. En s'éloignant de l'axe de l'onduleur, on intercepte les anneaux correspondant aux longueurs d'onde visibles par les détecteurs, figure (5.11), mais on perd énormément en intensité. Les niveaux sont alors comparables à ceux émis à 450 GeV, tableau (5.8).

Energie (TeV)	Config			Energie 1 proton 1 passage (J)
	B_0 (T)	λ_u (cm)	$\lambda_1(\theta = 0)$ (nm)	
0.45	1.1	35	760	1.8×10^{-24}
2	1.1	35	35	2.1×10^{-24}

TAB. 5.8 – Energie recueillie dans le cas d'un onduleur de 5 périodes de 35 cm avec un champ magnétique de 1.1 T.

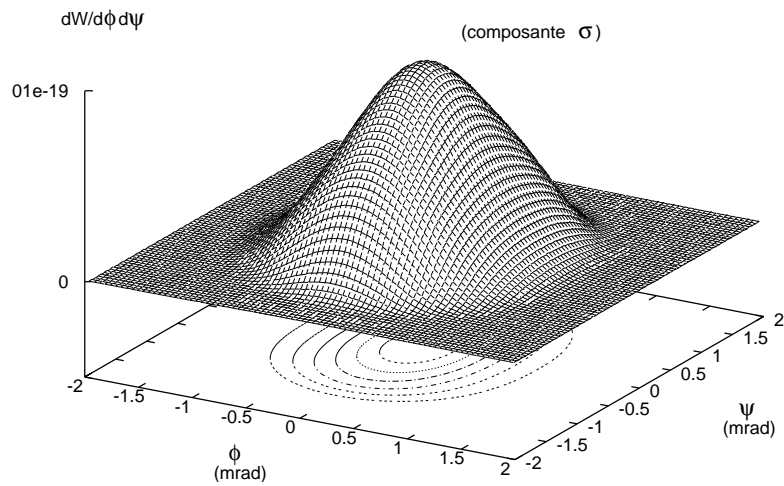
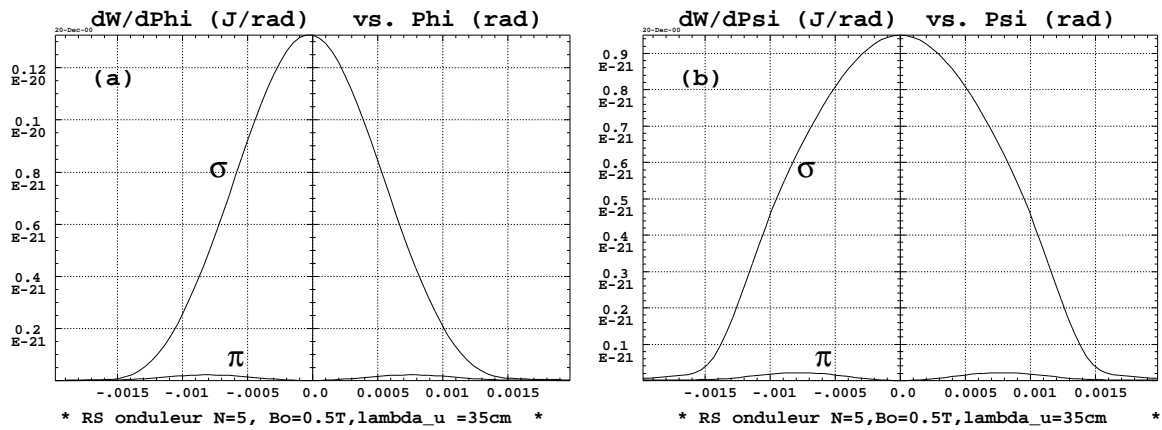


FIG. 5.10 – Projections dans le plan horizontal $\psi = 0$ (a), dans le plan vertical $\phi = 0$ (b) et vue 3 D (composante σ) de la densité d'énergie intégrée sur la gamme de longueurs d'onde 350–1100 nm pour un onduleur $\lambda_u = 35$ cm, $B_0 = 1.1$ T, $N_u = 5$ périodes à 450 GeV.

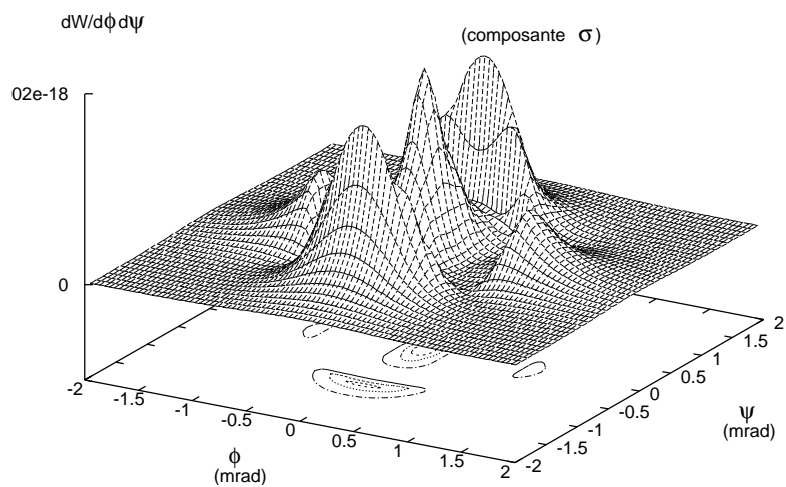
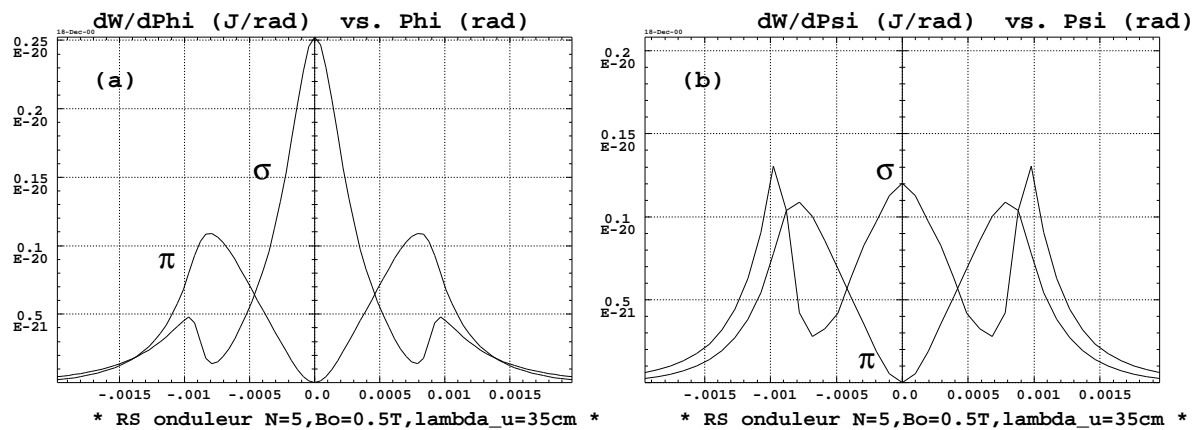


FIG. 5.11 – Projections dans le plan horizontal $\psi = 0$ (a), dans le plan vertical $\phi = 0$ (b) et vue 3 D (composante σ) de la densité d'énergie intégrée sur la gamme de longueurs d'onde 350–1100 nm pour un onduleur $\lambda_u = 35$ cm, $B_0 = 1.1$ T, $N_u = 5$ périodes à 2 TeV.

Configuration proposée.

D'après l'équation (3.12), la longueur d'onde émise augmente avec l'angle d'observation θ , mais en même temps l'intensité diminue de façon très rapide avec le terme $F_u(\theta, \varphi) = \frac{(1+\gamma^2\theta^2 \cos(2\varphi))^2}{(1+\gamma^2\theta^2)^5}$, équation (3.16). Ainsi, au-delà de $1/\gamma$ l'intensité rayonnée devient négligeable devant celle émise dans la direction $\theta = 0$, environ 2000 fois moins. Pour obtenir un niveau de signal suffisant à 450 GeV, il est préférable d'intercepter la lumière émise dans la direction de l'axe de l'onduleur. Dans l'IR 4 du LHC, la source de rayonnement synchrotron est initialement placée dans une section droite entre deux quadrupôles ; la direction de l'axe de l'onduleur est donc aussi celle du faisceau de particules à sa sortie. Pour pouvoir extraire la lumière avec une faible ouverture du cône, il faut donc insérer des aimants de déviation et créer comme dans le cas du miniwiggler une déviation locale d'orbite fermée, figure (5.12). Quatre aimants de 5 m

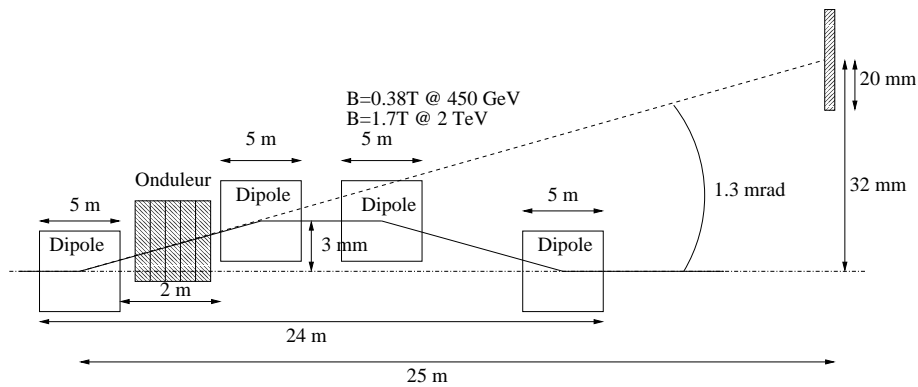


FIG. 5.12 – Configuration de la source de lumière avec l'onduleur. L'ensemble est composé de 4 dipôles chauds créant un défaut d'orbite fermée localement refermé. La source proprement dite, i.e. l'onduleur, est placée entre les deux premiers aimants. La direction $\theta = 0$ d'émission du RS est décalée de 1.3 mrad par rapport à l'axe du faisceau de protons au point d'extraction.

avec un champ crête allant de 0.38 T à 450 GeV jusqu'à 1.7 T à 2 TeV, doivent être spécialement insérés pour créer la déviation d'orbite fermée. En plaçant l'onduleur entre les deux premiers aimants, la direction principale d'émission du rayonnement est séparée de l'axe du faisceau de 1.3 mrad, figure (5.12). Le dispositif a une longueur totale de 24 m et l'extraction se fait à 25 m du centre du premier aimant de déviation.

Cependant, avec B=1.7 T à 2 TeV, les bords des aimants émettent également dans la gamme spectrale considérée avec une intensité comparable à celle de l'onduleur. La source est donc constituée des deux bords et de l'onduleur, figure (5.13). La direction $\phi = 0$ correspondant à la direction de l'axe de l'onduleur, la comparaison des densités angulaires d'énergie avec et sans onduleur montre qu'en réalité sa présence ne modifie que très peu le niveau de signal émis dans les deux bords.

Pour essayer de faire émerger le signal de l'onduleur à 2 TeV, et limiter ainsi la longueur de la source, nous avons envisagé d'ajouter à la suite du premier onduleur optimisé pour 450 GeV, un deuxième onduleur optimisé pour 2 TeV. Mais pour ramener la longueur d'onde émise en $\theta = 0$ à 2 TeV dans la gamme g3, il faudrait une période de 1.7 m. Avec comme objectif de limiter la longueur de la source, il faut alors réduire le nombre de périodes et se limiter à $N_u=2$.

On améliore sensiblement le niveau d'intensité émis dans l'onduleur $\lambda_u = 1.7$ m

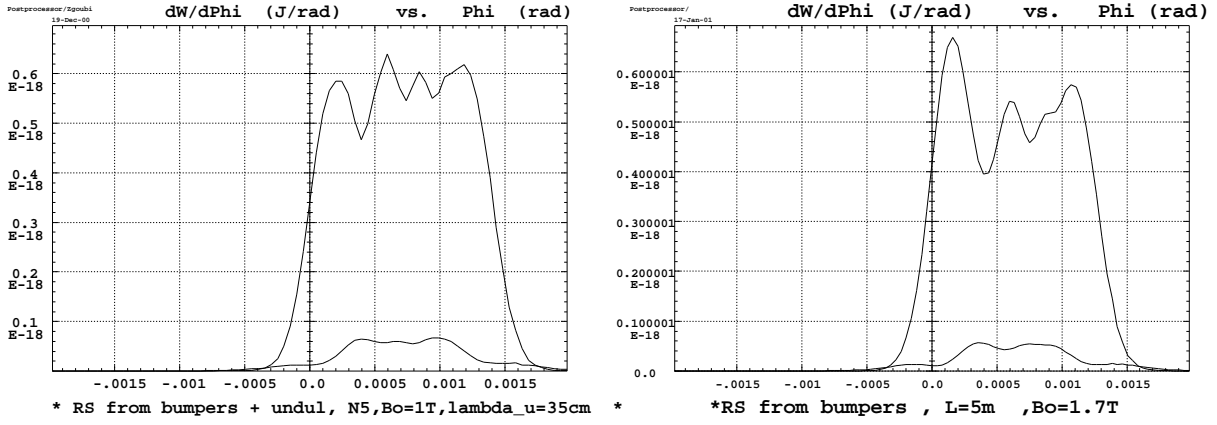


FIG. 5.13 – Projections dans le plan horizontal de la densité d'énergie intégrée sur la gamme de fréquences 350–1100 nm pour un ondulateur 35 cm, 1.1 T, 5 périodes à 2 TeV avec deux aimants de déviation 5 m et 1.7 T (à gauche), et pour les aimants seuls (à droite).

par rapport à l'ondulateur plus court $\lambda_u = 35$ cm, mais compte-tenu du faible nombre de périodes, les bords émettent encore plus de lumière. Il n'apparaît donc pas intéressant d'introduire une autre source spécifique pour 2 TeV, le diagnostic pouvant être fait avec les bords des deux premiers aimants de déviation (sortie du premier dipôle et entrée du deuxième).

Performances de l'ondulateur entre 450 GeV et 2 TeV

Une configuration possible est donc celle présentée sur la figure (5.12), avec 4 aimants longs (5 m) pour dévier l'axe du rayonnement ondulateur de la direction du faisceau de protons. L'ondulateur est inséré entre les deux premiers aimants pour renforcer l'intensité recueillie à l'énergie d'injection. Le champ magnétique dans les aimants de déviation suit la montée en énergie du faisceau de protons pour maintenir constante la direction d'émission du rayonnement synchrotron de l'ondulateur. Le tableau (5.9) montre que cette source permet de faire un diagnostic sur toute la gamme d'énergie 450 GeV-2 TeV.

Energie protons (TeV)	$\lambda_1(\theta = 0)$ (nm)	Energie (J) : 1 proton/1passage	
		total	miroir (40×40 mm ² à 25 m)
0.45	760	1.7×10^{-24}	1.1×10^{-24}
0.75	250	8.3×10^{-24}	6×10^{-24}
1	140	1.4×10^{-23}	9.3×10^{-24}
2	38	8.8×10^{-22}	4.7×10^{-22}
7	3	2.5×10^{-21}	4.3×10^{-23}

TAB. 5.9 – Energie recueillie par le miroir d'extraction dans le cas d'un ondulateur de 5 périodes de 35 cm, avec $B_0 = 1$ T et avec une séparation de 1.3 mrad entre l'axe du faisceau de protons et l'axe de l'ondulateur, à comparer avec le tableau (5.4).

5.1.4 Onduleur supraconducteur

Pour augmenter les performances de l'onduleur tout en gardant une longueur de source raisonnable, une solution consiste à augmenter le champ magnétique crête. L'utilisation d'aimants supraconducteurs s'avère alors nécessaire. L'augmentation du champ magnétique crête d'un facteur 5 permet de diminuer le nombre de périodes à 2 tout en augmentant l'intensité, équation (3.16), de façon à réduire encore l'étendue longitudinale de la source et limiter les effets de profondeur de champ pour l'optique. L'onduleur supraconducteur étudié est donc constitué de 2 périodes de 28 cm avec un champ crête de 6 Tesla.

Les différentes longueurs d'onde émises dans une direction d'observation en fonction de l'énergie des protons sont présentées dans le tableau (5.10). A l'énergie d'in-

λ (nm)	θ (mrad)				
	0	0.5	1	1.5	2
450 GeV	600	643	748	923	1168
2 TeV	31	66	171	346	591
7 TeV	2.5	38	143	318	563

TAB. 5.10 – Longueur d'onde émise dans la direction θ pour différentes énergies de protons par un onduleur de période spatiale $\lambda_u = 28$ cm, $K=0.074$.

jection, la longueur d'onde en $\theta = 0$ se trouve au milieu de la gamme d'acceptance spectrale g3 du détecteur et la distribution spatiale d'intensité (figure (5.14, gauche)) est un cône émis dans la direction du faisceau.

En revanche, à 2 TeV, l'onduleur est "désaccordé" : les longueurs d'onde utiles (dans la gamme g1) sont émises à des angles θ de l'ordre du mrad et donc atténuées par rapport au maximum émis en $\theta = 0$ par le terme angulaire $F_u(\theta, \varphi) = \frac{(1-\gamma^2\theta^2 \cos(2\varphi))^2}{(1+\gamma^2\theta^2)^5}$ de l'équation (3.16). Parallèlement, l'atténuation de l'intensité émise dans la direction $\theta = 0$ pour une longueur d'onde quelconque λ par rapport au fondamental dans cette direction $\lambda_1(\theta = 0) = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2}$ varie en $f_{N_u}(\omega - \omega_1) = \frac{N_u}{\omega_1} \left(\frac{\sin \left(\frac{\omega - \omega_1 \pi N_u}{\omega_1} \right)}{\frac{\omega - \omega_1 \pi N_u}{\omega_1}} \right)^2$. Or, pour 2 TeV, $N_u = 2$ et $\omega = 9.42 \times 10^{15}$ rad.s⁻¹, les rapports d'atténuation entre ($\theta = 0$, $\lambda = 31$ nm) et ($\theta = 1.5$ mrad, $\lambda = 318$ nm) sont :

$$\frac{F_u(0, 0)}{F_u(1.5 \times 10^{-3}, 0)} = 2095.16 \quad (5.1)$$

$$\frac{f_{N_u}(\omega - \omega_{1,\theta=0})}{f_{N_u}(\omega - \omega_{1,\theta=1.5\text{mrad}})} = 98.47 \quad (5.2)$$

$$(5.3)$$

Les longueurs d'onde utiles sont donc plus atténuées à grand θ et le pic central, bien que désaccordé reste supérieur à la couronne du fait du faible nombre de périodes. En revanche, pour un grand nombre de période (e.g. $N_u = 20$, $\frac{f_{N_u}(\omega - \omega_{1,\theta=0})}{f_{N_u}(\omega - \omega_{1,\theta=1.5\text{mrad}})} > 79000$), le pic central est plus atténué que la couronne.

Différentes possibilités ont été envisagées pour l'extraction de la lumière. Dans un premier temps, l'existence d'une longue section droite libre (environ 90 m) en IR4,

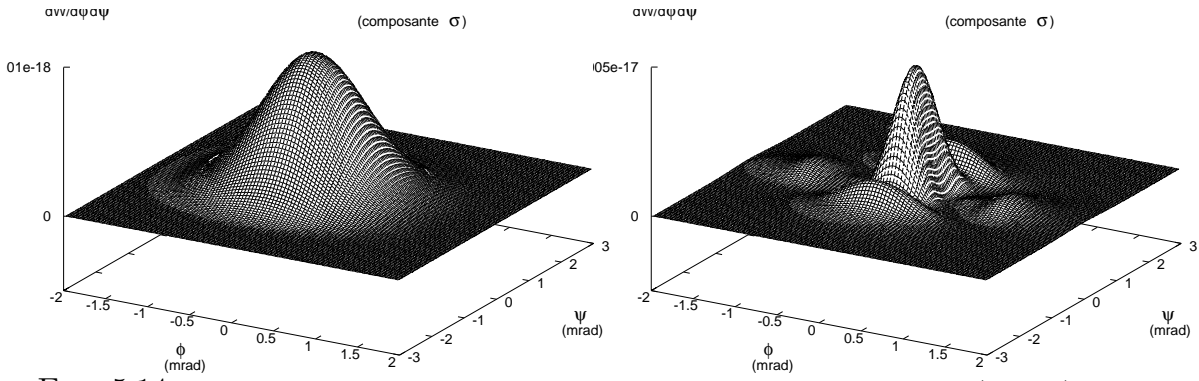


FIG. 5.14 – Densité angulaire d'énergie émise dans l'onduleur pour 450 GeV (gauche) et 2 TeV (droite) dans la gamme de fréquences g_3 .

permet d'envisager une extraction dans le plan vertical avec un onduleur seul. En effet, en jouant sur la période spatiale, il est possible de choisir la direction d'émission d'une longueur d'onde donnée pour une énergie donnée. Cependant, on ne peut choisir des angles trop importants en raison de l'amortissement lié au facteur de forme (3.16). La limite est fixée autour de 2 mrad ce qui permet d'extraire la lumière sans déviation du faisceau de particules avec une distance source miroir de 35 m, figure (5.15). Dans

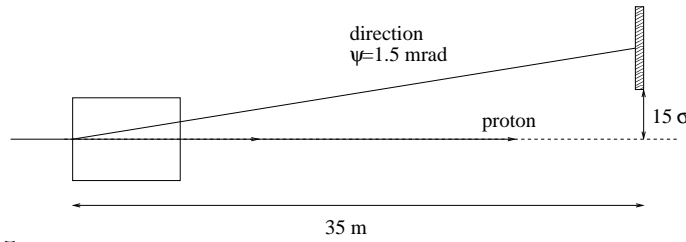


FIG. 5.15 – Extraction de la lumière dans le plan vertical avec onduleur seul.

ce cas, l'extraction se fait dans le plan où les dimensions du faisceau sont les plus petites pour se rapprocher le plus possible du faisceau avec toujours comme distance limite 15σ .

Par la suite, la configuration du point 4 a été modifiée et il est désormais possible de placer l'onduleur en amont du dipôle D3, figure (5.16). Ce dipôle du même type que le dipôle D2, mais avec un champ magnétique à l'énergie de collision de 4.5 T, assure la séparation des deux chambres à vide pour le passage dans les cavités accélératrices.

Energie (TeV)	γ	ω_c		ω_l (eV)
		(eV)	(s^{-1})	
0.45	480.6	0.006	9.59×10^{12}	0.009
0.75	800.3	0.029	2.43×10^{13}	0.022
1	1066.8	0.069	1.05×10^{14}	0.036
2	2132.6	0.55	8.39×10^{14}	0.084
7	7461.5	23.66	3.56×10^{16}	0.14

TAB. 5.11 – Tableau des caractéristiques de D3. On remarque que la fréquence angulaire critique traverse la gamme de fréquence angulaire d'observation pendant la montée en énergie.

Le dipôle D3 placé à la suite de l'onduleur permet d'extraire la lumière émise dans la direction de l'axe de l'onduleur et donc de recueillir le maximum d'intensité émis en $\theta = 0$, figure (5.16). Cependant, il introduit en même temps une deuxième source de lumière qui devient prépondérante à haute énergie puisque le bord d'entrée de D3 rayonne dans la même direction que l'onduleur. Il faut donc en tenir compte dans l'évaluation de l'intensité émise ainsi que dans les calculs de performance de l'optique (profondeur de champ). Le tableau (5.12) présente les intensités recueillies avec la configuration de la figure (5.16), pour un bord de D3 seul, pour l'onduleur seul et pour l'ensemble onduleur et dipôle. A basse énergie (au-dessous de 1 TeV) la

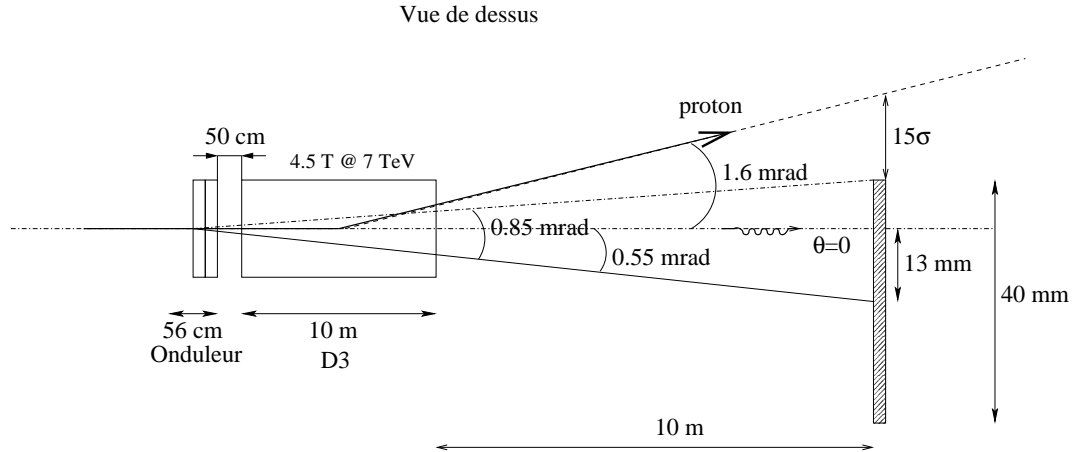


FIG. 5.16 – Configuration au point 4 : onduleur de 2 périodes de 28 cm devant le dipôle D3.

Energie (TeV)	centre D3 (J)	bord de D3 seul (J)	ondul seul (J)	ondul + bord de D3 (J)
0.45	1.22×10^{-28}	9.13×10^{-28}	9.98×10^{-24}	9.97×10^{-24}
0.9	2.8×10^{-27}	2.09×10^{-25}	3.12×10^{-23}	3.13×10^{-23}
1	2.9×10^{-27}	4.15×10^{-25}	2.04×10^{-23}	2.09×10^{-23}
1.5	7.4×10^{-25}	8.67×10^{-24}	8.46×10^{-24}	1.94×10^{-23}
2	4.1×10^{-23}	1.76×10^{-22}	5.82×10^{-24}	1.84×10^{-22}
7	3.7×10^{-21}	1.27×10^{-20}	6.15×10^{-25}	1.27×10^{-20}

TAB. 5.12 – Energie recueillie pour la gamme g1 par un miroir $40 \times 40 \text{ mm}^2$ à 20 m décalé de 0.55 mrad par rapport à l'axe d'entrée dans l'onduleur, à comparer avec le tableau (5.4). La distance entre l'onduleur et l'entrée de D3 est de 50 cm. La colonne "centre de D3" correspond à l'énergie reçue avec une fente limitant l'acceptance horizontale à 0.25 mrad, pour comparaison.

principale source est l'onduleur, tandis qu'à haute énergie (au-dessus de 2 TeV), c'est le bord de D3 qui rayonne le plus. Pour les énergies intermédiaires, la contribution des deux sources est sensiblement la même.

5.2 Comparaisons des différentes sources

Les comparaisons présentées ici tiennent compte des configurations géométriques spécifiques de chaque solution. Les sources comparées ont donc été :

1. **Miniwiggler**, figure (5.4, page 65) : 4 aimants supraconducteurs de 1 m avec $B_0 = 6$ T ; champ magnétique augmenté proportionnellement à la montée en énergie entre 450 GeV et 2 TeV ; extraction à 25 m dans la direction de sortie du premier aimant.
2. **Miniwiggler avec double extraction**, figure (5.8, page 70) : même miniwiggler (4 aimants supraconducteurs avec extraction à 25 m), avec un miroir d'extraction supplémentaire à 10 m pour augmenter l'intensité à 450 GeV avec un paquet pilote et le champ magnétique à 6 Tesla.
3. **onduleur classique**, figure (5.12, page 74) : onduleur de 35 cm de période et 1 T de champ magnétique ; 4 dipôles de 5 m de long permettant une déflexion constante de 1.3 mrad de 450 GeV à 2 TeV ; extraction dans la direction de sortie du premier aimant.
4. **onduleur supra**, figure (5.16, page 78) : onduleur de 2 périodes de 28 cm avec un champ de 6 T en amont de D3 ; extraction à 25 m de l'onduleur dans la direction de l'axe grâce au dipôle D3.

Les tableaux (5.13) et (5.14) comparent entre elles les différentes sources étudiées, en termes d'intensité recueillie simulée au droit du miroir d'extraction sur la gamme de longueurs d'onde g3 à 450 GeV et à 2 TeV. Le minimum requis pour faire un profil est rappelé dans le tableau (5.4).

dispositif	Config		Energie (J) miroir (1 part., 1 tour)
	B, B_0 (T)	longueur totale	
miniwiggler	1.3	5.5 m	5.6×10^{-26}
double extraction	6	5.5 m	1.6×10^{-24}
onduleur classique	1	5×35 cm	1.1×10^{-24}
onduleur supraconducteur	6	2×28 cm	1.04×10^{-23}

TAB. 5.13 – Comparaison des intensités recueillies dans les différentes configurations étudiées à 450 GeV. Simulation pour la gamme de longueurs d'onde g3.

dispositif	Config		Energie (J) miroir J (1 part., 1 tour)
	B, B_0 (T)	longueur totale	
miniwiggler	6	5.5 m	4.4×10^{-22} à 40 m
onduleur classique	1	5×35 cm	4.7×10^{-22} à 25 m
onduleur supraconducteur	6	2×28 cm	$5. \times 10^{-23}$ à 25 m

TAB. 5.14 – Comparaison des énergies recueillies dans les différentes configurations étudiées à 2 TeV. Simulation pour la gamme de longueurs d'onde g3. Le cas de la double extraction est le même que le miniwiggler simple extraction à cette énergie, figure (5.8, page 70).

Pour rendre la comparaison plus proche de la réalité, différentes simulations de cartes de champs magnétiques dans les différents éléments considérés ont été réalisées et utilisées pour le calcul numérique de l'intensité recueillie.

Miniwiggler "réel"

Pour les aimants prototypes supraconducteurs de 1 m du miniwiggler, le champ magnétique simulé présente de fortes irrégularités à l'extrémité, figure (5.17), et n'atteint pas la valeur nominale de 6 T. De plus la longueur magnétique effective est de 90 cm.

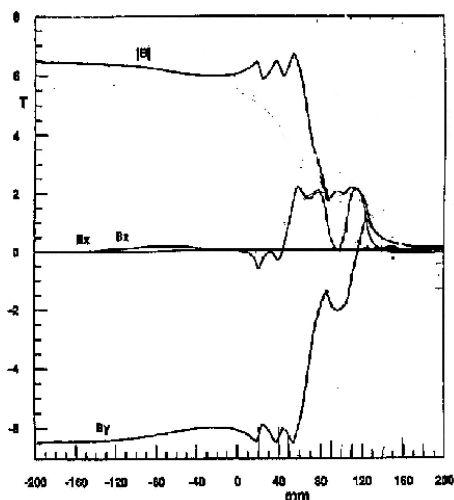


FIG. 5.17 – Simulation des champs de fuite dans un dipôle supraconducteur de 1m de long (Roxie [35]).

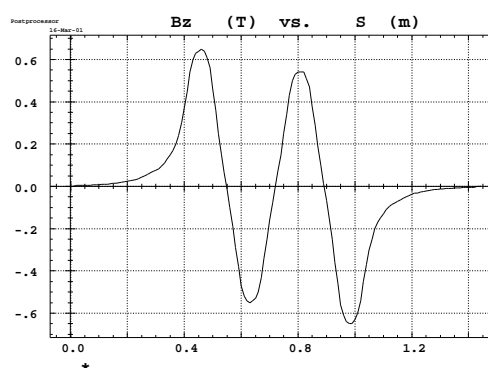


FIG. 5.18 – Simulation de la composante B_z du champ magnétique avec 2 périodes de 35 cm (OPERA 3D [36])

Les écarts obtenus sur l'intensité en fonction de ces différents paramètres peuvent atteindre un facteur 5, tableau (5.15).

Energie proton (TeV)	config		α (mrad)	d (m)	Energie (J) : 1 proton 1 tour miroir (40×40 mm)
	L (m)	B (Tesla)			
0.45	1	-6;6;6;-6	4	0.5	1.6×10^{-24} à 10m
0.45	0.9	-6;6;6;-6	3.6	0.7	8.6×10^{-25} à 15m
0.45	0.9	-5;5;5;-5	3	0.7	5.4×10^{-25} à 15m
0.45	0.9	-4;4;4;-4	2.4	0.7	3.2×10^{-25} à 15m

TAB. 5.15 – Energies tenant compte des différentes erreurs par rapport aux paramètres nominaux pour le miniwiggler à 450 GeV. La première ligne rappelle les paramètres souhaités. L est la longueur des dipôles et d, la distance entre les dipôles, figure (5.4).

Onduleurs “réels”

Pour l’onduleur chaud, la carte de champ magnétique simulée, figure (5.18), a été utilisée avec la procédure TOSCA de Zgoubi [28, 29], paragraphe (4.2, page 54). Avec ce type d’assemblage de petits dipôles, il n’est pas possible de réduire la période de l’onduleur et le champ crête accessible est de $B_0 = 0.6$ Tesla. Dans ces conditions, les performances de l’onduleur chaud sont nettement en-deçà de celles attendues, tableau (5.16).

Type	B_0 (T)	λ_u (cm)	L_u (cm)	Energie recueillie (J) par proton par tour	
				centre	15σ
onduleur chaud	1.2	22.2	111	9.31×10^{-25}	5.84×10^{-25}
simulation OPERA3D	0.6	40	140	9.10×10^{-26}	3.81×10^{-26}
onduleur chaud	0.6	35	70	1.06×10^{-25}	4.61×10^{-26}
onduleur chaud	0.6	35	175	3.39×10^{-25}	1.39×10^{-26}

TAB. 5.16 – Energies tenant compte des différentes erreurs par rapport aux paramètres nominaux (première ligne) pour l’onduleur chaud à 450 GeV. La dénomination “ondul. chaud” désigne un onduleur idéal en aimant classique et le terme “simulation OPERA3D” une simulation de l’onduleur utilisant des cartes de champ calculée au moyen du programme OPERA3D.

Seules les simulations de champ magnétique réalisées pour l’onduleur supraconducteur correspondent aux paramètres optimaux, figure (5.19) et tableau (5.17).

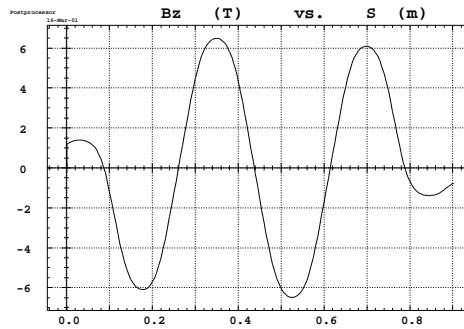


FIG. 5.19 – Simulation du champ avec 2 périodes (ROXIE)

Type	B_0 T	λ_u cm	Energie recueillie (J) par proton par tour	
			400-600 nm	200-900 nm
onduleur supra	6	22.2	2.88×10^{-24}	5.41×10^{-24}
simulation ROXIE	6	35	2.75×10^{-25}	4.8×10^{-24}
onduleur supra	4.5	22.2	1.64×10^{-24}	3.07×10^{-24}

TAB. 5.17 – Comparaison entre des champs parfaitement sinusoïdaux simulés avec la procédure UNDULATOR (“ondul. supra”) et les cartes de champs ROXIE utilisées avec la procédure TOSCA (“simulation ROXIE”).

Comparaison entre les sources “réelles”

En tenant compte des paramètres réalisables pour chacune des sources, la comparaison entre les différentes solutions est très nettement en faveur de l'onduleur supraconducteur, tableau (5.18).

Type	B, B_0 (T)	λ_u (cm)	L, L_u (cm)	ΔY (μm)	Energie par proton par tour (J)
Miniwiggler réel	5	90	555	4800	5.4×10^{-25}
Onduleur chaud réel	0.6	40	140	29	9.10×10^{-26}
Aimant permanent	1.2	22.2	111	33	9.31×10^{-25}
Onduleur supra réel	6	35	70	100	4.8×10^{-24}

TAB. 5.18 – Comparaison des simulations des sources basées sur des cartes de champ magnétique à 450 GeV. Une solution en aimant permanent a été ajoutée de façon à comparer l'intensité recueillie avec un dispositif semblable à l'onduleur chaud, mais plus proche des paramètres souhaités.

5.3 Sources retenues pour le diagnostic.

5.3.1 Sur toute la gamme d'énergie : onduleur et bord de D3

Parmi toutes les sources étudiées, l'onduleur supraconducteur est celle qui fournit le plus d'intensité et qui a la plus courte longueur. La figure (5.20) rappelle la configuration proposée pour la source qui sera implantée en IR4.

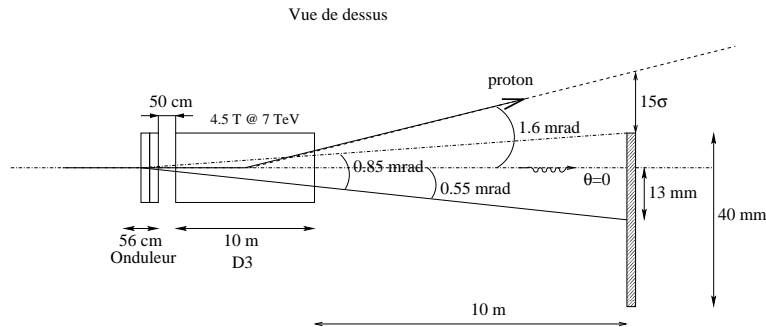


FIG. 5.20 – Configuration de l'onduleur supraconducteur au point 4

Les performances et caractéristiques de cette source sont présentées dans le tableau (5.19) et sur les figures (5.21), montrant les coupes de l'intensité recueillie au droit du miroir d'extraction pour trois énergies représentatives.

L'onduleur supraconducteur fournit l'intensité suffisante pour permettre de mesurer les profils avec 5% de précision de l'énergie d'injection jusqu'à 1 TeV environ. De 1 à 2 TeV, les contributions de l'onduleur et du bord sont comparables en niveau de signal. Il y a interférences entre les deux sources et l'effet de profondeur de champ dégrade la précision de la mesure. Pour minimiser cet effet, la distance entre les deux

Energie protons TeV	Energie récupérée sur le miroir (J)			
	200-900 nm 1part./1 tour	400-600 nm 1part./1 tour	600-900 nm 1part./1 tour	400-900 nm 1part./1 tour
0.45	1.51×10^{-23}	4.05×10^{-24}	1.10×10^{-23}	1.5×10^{-23}
0.75	6.11×10^{-23}	6.14×10^{-24}	1.08×10^{-24}	7.22×10^{-24}
1	3.30×10^{-23}	2.86×10^{-24}	8.52×10^{-25}	3.71×10^{-24}
2	5.47×10^{-23}	1.69×10^{-23}	2.42×10^{-23}	4.11×10^{-23}
7	2.21×10^{-21}	4.92×10^{-22}	3.04×10^{-22}	7.96×10^{-22}

TAB. 5.19 – Energies produites par la source au point 4 pour différentes gammes de longueur d'onde correspondant aux différentes acceptances des détecteurs.

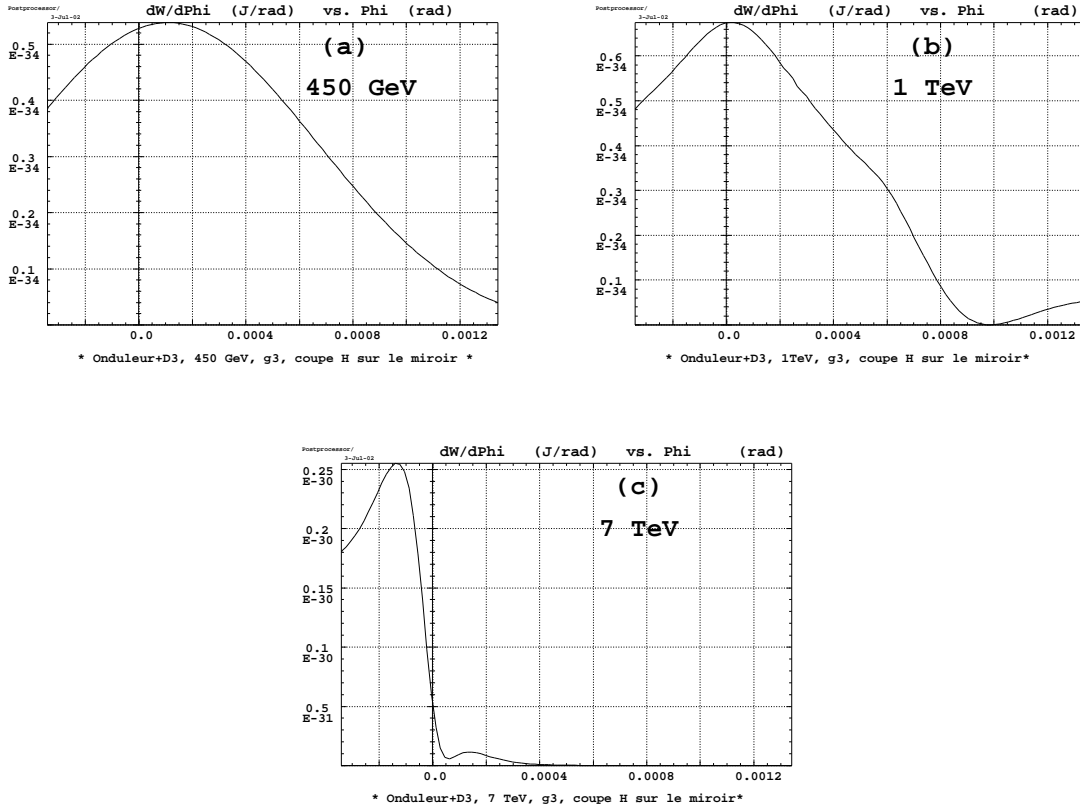


FIG. 5.21 – Coupes dans le plan horizontal ($\psi = 0$) des densités spectrales d'énergie émises par l'ensemble onduleur-D3 pour 450 GeV (a), 1 TeV (b) et 7 TeV (c), intégrée sur la gamme de longueurs d'onde 200-900 nm. La direction $\phi = 0$ correspond à la direction d'entrée du faisceau dans l'onduleur. La courbe correspond à la composante horizontale (σ).

Période	280 mm
Nombre de périodes	2
Longueur de la culasse de fer	710 mm
Ouverture de l'aimant	60 mm
dimension du tube faisceau	50 mm intérieur / 53 mm extérieur
Champ magnétique maximum dans l'ouverture	5 T
Erreur maximum sur le champ à ± 10 mm de l'axe	0.25 %
Courant d'alimentation	250 A
Energie totale stockée pour 250 A	150 kJ
Inductance magnétique	4.8 H
Section des bobines	$36.5 \times 42.5 \text{ mm}^2$
dimension des câbles supraconducteur	$1.25 \times 0.73 \text{ mm}^2$
Dimension totale de la bobine	$140 \times 220 \times 36.5 \text{ mm}^3$
Température de fonctionnement	4.2 K
Marge sur la ligne de charge pour le quench	20%

TAB. 5.20 – Principaux paramètres de construction de l'onduleur.

sources doit être minimale et l'onduleur doit être placé directement dans le cryostat du dipôle D3, paragraphe (6.4.3, page 116). La distance minimale entre les deux sources serait alors de 50 cm.

Au-dessus de 2 TeV, c'est le bord du dipôle D3 qui émet assez de lumière dans la gamme de longueurs d'onde recueillies. Dans la première partie de ce chapitre, l'étude du dipôle D2 avait permis de conclure que son utilisation comme source convenait à partir de 2 TeV. Le dipôle D3 émet encore plus de lumière, son champ magnétique étant plus fort.

La combinaison de l'onduleur et de D3 permet donc d'avoir une source qui couvre toute la gamme d'énergie. L'onduleur est actuellement en phase de construction. Une étude de conception a été réalisée [37], figure (5.22), avec les paramètres donnés dans le tableau (5.20) et en annexe D.

5.3.2 De 2 TeV à 7 TeV : dipôle D2

Pour améliorer la résolution pour la mesure de profils à l'énergie de collision, il est possible, en ajoutant un télescope, d'utiliser le dipôle D2 au point 5 (ou 1), comme prévu initialement. En effet, les fonctions optiques de la machine sont modifiées lors du passage en mode collision "low β ", figures (1.4 et 1.5, page 19) et tableau (1.2). Au point de mesure, les fonctions β sont augmentées d'un facteur 6 (de 100 m à 600 m dans le plan horizontal) et le faisceau à mesurer est donc 2.4 fois plus gros. L'effet de la diffraction et de la profondeur de champ restant les mêmes pour un même ensemble de diagnostic, leur effet relatif par rapport aux dimensions du faisceau diminue et il est ainsi possible d'obtenir une meilleure résolution.

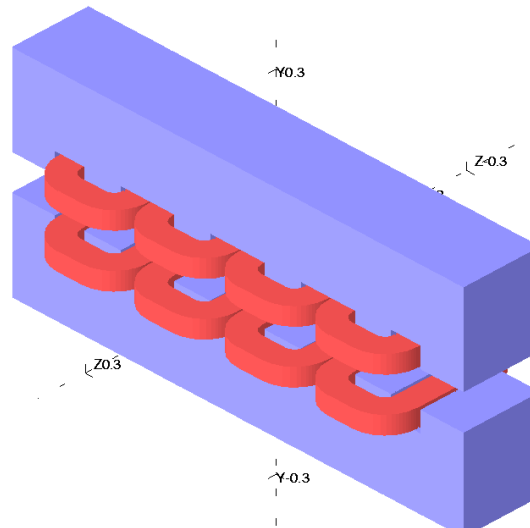


FIG. 5.22 – Vue en 3D de l'onduleur sans le cryostat.

5.4 Conclusion

L'étude de différents types de sources de rayonnement synchrotron pour le diagnostic dans le LHC, résumée dans ce chapitre, a permis de faire évoluer le choix final. Le moniteur utilisant le dipôle D2 initialement prévu comme moniteur principal ne sera installé que pour faire des mesures de précision en optique de collision, si cela s'avère utile. Pour la mesure de profil sur toute la gamme d'énergie, le moniteur utilisant l'onduleur supraconducteur combiné avec D3 a finalement été retenu comme seul moyen de diagnostic avec le rayonnement synchrotron pour le démarrage de LHC.

Chapitre 6

Analyse de l'optique du système de diagnostic

La source de rayonnement synchrotron a été choisie en fonction de l'optimisation du niveau de signal recueilli, de façon à pouvoir mesurer des profils sur toute la gamme d'énergie des protons. Cependant, il reste à évaluer la dégradation des performances du moniteur introduite par les effets de diffraction, de profondeur de champ et par le système de formation d'image. La première partie de ce chapitre décrit l'ensemble appelé "télescope", constitué de la chaîne optique et du détecteur CCD. Les deux parties suivantes exposent la méthodologie utilisée pour évaluer les effets de diffraction. Enfin, la dernière partie présente l'analyse des performances en fonction des différents paramètres ajustables du système, traitée numériquement avec le code de calcul SRW [38].

6.1 Choix du dispositif optique

6.1.1 Détecteur

Le détecteur CCD utilisé est constitué d'une matrice de pixels ayant chacun $23 \mu\text{m} \times 23 \mu\text{m}$ de surface, répartis sur 288 lignes et 384 colonnes. La réponse spectrale du détecteur s'étend, selon les types de composants, de 200 nm à 900 nm [39] (gamme appelée g1) ou de 350 nm à 1100 nm [40] (gamme appelée g3). Le capteur CCD considéré est composé de deux parties : la zone image utilisée pour l'acquisition des données et une zone mémoire dans laquelle sont stockées temporairement ces données. Le transfert de l'une à l'autre des zones, d'une durée de 0.16 ms environ, se fait à la fin du temps d'intégration, permettant ainsi de lire les données pendant qu'une autre acquisition débute. L'électronique de commande de la CCD permet de choisir les temps d'intégration et de lecture [33]. En mode TV, la CCD est intégrée à une caméra TV conventionnelle avec un temps d'exposition de 20 ms. En mode numérique, le temps d'intégration peut être choisi entre 100 μs et 65 ms et les pixels sont lus un par un à la fréquence de 1 MHz.

Pour les mesures sur un paquet ou en "tour par tour", un obturateur opto-électronique de type MCP (Multi Channel Plate) est couplé à la CCD [17] car l'intervalle de temps entre les paquets n'est que de 25 ns. Constitué d'une photocathode, sa bande spectrale est généralement plus limitée, typiquement entre 450 nm et 850 nm

(gamme appelée g2) pour des systèmes dopés de type Super S25 [14].

Seuils minimum et maximum de détection

Un capteur de type CCD a une efficacité quantique η_λ pour une longueur d'onde donnée λ , correspondant au nombre de photo-électrons produits pour un photon de longueur d'onde λ arrivant sur la CCD. La réponse de la CCD pour cette longueur d'onde est généralement caractérisée par le constructeur par un coefficient $R(\lambda)$, en $V.cm^2.\mu J^{-1}$, donnant la tension de sortie pour une énergie reçue par unité de surface. L'efficacité quantique est donc incluse dans cette réponse R . Le signal recueilli pour un photon de longueur d'onde λ arrivant sur un pixel de surface $(\Delta x)^2 cm^2$ est donc

$$V[\text{Volt}] = R[V.cm^2.\mu J^{-1}] \frac{hc}{\lambda[m]} \frac{1}{(\Delta x)^2[cm^2]} 10^6 \quad (6.1)$$

Pour que ce signal puisse être détecté, il faut qu'au minimum il soit supérieur au bruit d'obscurité. Ce bruit a une distribution gaussienne de valeur rms σ_{bruit} et nous postulons que le signal peut être distingué du bruit dans 95% des cas s'il est supérieur à $2\sigma_{bruit}$. Dans ce cas, le signal minimum nécessaire, correspondant au niveau de bruit, est :

$$NR \frac{hc}{\lambda} \frac{1}{(\Delta x)^2} 10^6 \geq 2\sigma_{bruit} \quad (6.2)$$

avec N le nombre de photons arrivant sur le pixel. Le seuil de détection est alors donné par le nombre N_{bruit} de photons correspondant au signal de bruit à $2\sigma_{bruit}$:

$$N_{bruit} = \frac{\sigma_{bruit} \lambda (\Delta x)^2}{R \pi c \hbar 10^6} = 1.01 \times 10^{19} \frac{\sigma_{bruit} \lambda (\Delta x)^2}{R} \quad (6.3)$$

En considérant des pixels de $23 \mu m$ de côté, avec la courbe de réponse d'une CCD Thomson [40], le nombre minimum de photons par pixel détecté est donné dans le tableau (6.1) pour différentes longueurs d'onde entre 450 et 900 nm, pour $2\sigma_{bruit}=0.3$ mV correspondant à un temps d'intégration de 20 ms. Les valeurs pour $\lambda = 200$ nm sont basées sur une CCD de Hamamatsu, avec un bruit de 9000 électrons par pixel et par seconde.

λ (nm)	η_λ (%)	R pour 20 ms ($V.cm^2.\mu J^{-1}$)	Nombre de photons		Energie correspondante	
			bruit ($20^\circ C$) par pixel	saturation par pixel	bruit (J/pixel)	saturation (J/pixel)
200	62	/	290	1×10^6	2.9×10^{-16}	9.6×10^{-13}
450	20	5	720	8.6×10^6	3.2×10^{-16}	3.8×10^{-12}
600	40	14	340	4×10^6	1.1×10^{-15}	1.4×10^{-12}
850	30	14	480	5.7×10^6	1.1×10^{-16}	1.3×10^{-12}
900	20	10	720	8.6×10^6	1.6×10^{-16}	1.9×10^{-12}

TAB. 6.1 – Seuils minimum et maximum de détection pour une surface de pixel de $(\Delta x)^2 = (23\mu m)^2$ et un temps d'intégration de 20 ms, correspondant au nombre de photons de bruit à 2σ (minimum) et de saturation (maximum).

Pour mesurer les profils jusqu'à $\pm 2\sigma$, il faut donc que le nombre de photons reçus à 2σ soit supérieur au nombre de photons de bruit donné dans le tableau (6.1). En

supposant la densité de distribution f des photons gaussienne, le pixel central doit recevoir environ 8 fois plus de photons (correspondant au rapport entre $f(0)$ et $f(2\sigma)$). Le rapport signal sur bruit ainsi obtenu est de 1 sur le pixel situé à 2σ et représente le minimum pour réaliser une mesure. En pratique, pour assurer une marge de sécurité, on se fixe un rapport signal sur bruit S/B de 5 sur le pixel situé à 2σ .

Nombre de pixels nécessaire.

Pour mesurer la luminosité à 10 % de précision, il faut connaître les dimensions horizontale et verticale du faisceau de protons avec 5 % de précision, équation (1.6).

Plusieurs types d'erreurs sont à considérer pour estimer la précision de la mesure du profil. La première est l'erreur due au nombre fini de points (appelée ici erreur d'échantillonnage $\Delta\sigma_1^2$) et représente l'erreur entre la valeur exacte à mesurer $\sigma_{\text{théorique}}$ et la valeur σ_{mesure} des mesures supposées idéales. Il faut ensuite ajouter les différentes erreurs commises sur la mesure elle-même, que nous détaillerons plus loin.

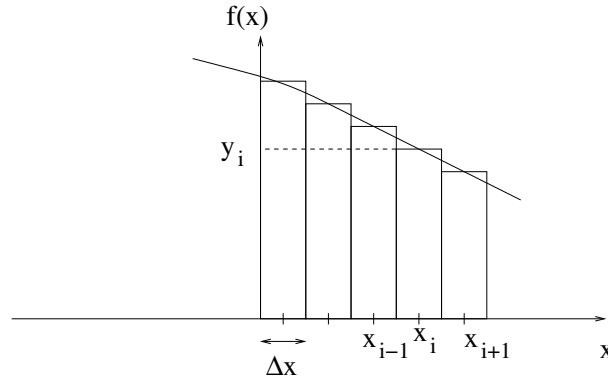


FIG. 6.1 – notations

La valeur lue sur le i -ème pixel de dimension Δx centré en $x_i = i\Delta x$ est $y_i = \int_{x_i - \frac{\Delta x}{2}}^{x_i + \frac{\Delta x}{2}} f(u) du$, figure (6.1). Considérons un ensemble de $2N$ points (x_i, y_i) . La valeur rms σ_{mesure} de ces mesures et la valeur rms théorique $\sigma_{\text{théorique}}$ de la distribution $f(x)$ à mesurer (supposée de moyenne nulle) sont par définition :

$$\sigma_{\text{mesure}}^2 = \frac{\sum_{i=-N}^N x_i^2 y_i}{\sum_{i=-N}^N y_i} \quad \sigma_{\text{théorique}}^2 = \frac{\int u^2 f(u) du}{\int f(u) du} \quad (6.4)$$

Pour N suffisamment grand, les deux dénominateurs sont égaux. L'erreur $\Delta\sigma_1^2$ commise du fait de la discrétisation s'écrit :

$$\Delta\sigma_1^2 = \sigma_{\text{mesure}}^2 - \sigma_{\text{théorique}}^2 \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} &= (\sigma_{\text{mesure}} + \sigma_{\text{théorique}})(\sigma_{\text{mesure}} - \sigma_{\text{théorique}}) \\ &\simeq 2\sigma_{\text{théorique}}\Delta\sigma_{\text{théorique}} \end{aligned} \quad (6.6)$$

En reportant les équations (6.4) dans l'équation (6.5), l'erreur $\Delta\sigma_1^2$ se détaille sous la forme :

$$\Delta\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=-N}^N x_i^2 y_i - \int u^2 f(u) du}{\int f(u) du} \quad (6.7)$$

En discrétisant l'intégrale sur u en N intervalles Δx et en reportant la valeur de y_i , on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_1^2 &= \frac{\sum_{i=-N}^N x_i^2 \int_{x_i - \frac{\Delta x}{2}}^{x_i + \frac{\Delta x}{2}} f(u) du - \sum_{i=-N}^N \int_{x_i - \frac{\Delta x}{2}}^{x_i + \frac{\Delta x}{2}} u^2 f(u) du}{\int f(u) du} \\ &= \frac{\sum_{i=-N}^N \left(\int_{x_i - \frac{\Delta x}{2}}^{x_i + \frac{\Delta x}{2}} (x_i^2 - u^2) f(u) du \right)}{\int f(u) du} \end{aligned} \quad (6.8)$$

Sur chacun des intervalles $[x_i - \frac{\Delta x}{2}, x_i + \frac{\Delta x}{2}]$, il est possible de minorer u par $x_i - \frac{\Delta x}{2}$ et donc de majorer $(x_i^2 - u^2)$ par $(u\Delta x + (\frac{\Delta x}{2})^2)$. Ainsi :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_1^2 &\leq \frac{\sum_{i=-N}^N \Delta x \int_{x_i - \frac{\Delta x}{2}}^{x_i + \frac{\Delta x}{2}} u f(u) du}{\int f(u) du} + \frac{\sum_{i=-N}^N (\Delta x/2)^2 \int_{x_i - \frac{\Delta x}{2}}^{x_i + \frac{\Delta x}{2}} f(u) du}{\int f(u) du} \\ &\leq \frac{\Delta x \int u f(u) du}{\int f(u) du} + \frac{(\Delta x/2)^2 \int f(u) du}{\int f(u) du} \\ &\leq \Delta x \frac{\int u f(u) du}{\int f(u) du} + (\Delta x/2)^2 \end{aligned} \quad (6.9)$$

Dans notre cas f est paire donc le premier terme est nul. Ainsi, l'erreur due à l'échantillonnage est majorée par :

$$\Delta\sigma_1^2 \leq \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \quad (6.10)$$

avec Δx dimension d'un pixel.

Or, d'après l'équation (6.6), $\Delta\sigma_1^2 \simeq 2\sigma_{\text{théorique}} \Delta\sigma_{\text{théorique}}$, donc :

$$\frac{\Delta\sigma_{\text{théorique}}}{\sigma_{\text{théorique}}} \leq \frac{(\Delta x)^2}{8\sigma_{\text{théorique}}^2} \quad (6.11)$$

Pour obtenir une précision de 5 % sur la valeur de σ , il faut donc avoir au minimum $\frac{(\Delta x)^2}{8\sigma^2} \geq 0.05$, correspondant à 1.6 pixel par σ , soit pratiquement 2 pixels par σ pour être conservateur.

Nombre minimum de photons.

Il faut ajouter, à l'erreur d'échantillonnage, l'erreur sur les valeurs mesurées y_i , due au bruit d'obscurité sur un pixel. Ce bruit correspond à une valeur aléatoire δy_i

qui s'ajoute à la valeur idéale y_i . La variable aléatoire δy_i a une densité de distribution gaussienne centrée sur 0 avec la valeur rms σ_{bruit} définie précédemment. Pour évaluer l'erreur $\delta\sigma$ introduite par ce bruit sur la valeur de σ mesurée en fonction de la valeur rms du bruit, nous utilisons une simulation numérique.

Un générateur de variable aléatoire permet d'ajouter à chaque y_i de la gaussienne idéale une valeur de bruit aléatoire δy_i de distribution gaussienne, figure (6.2). On

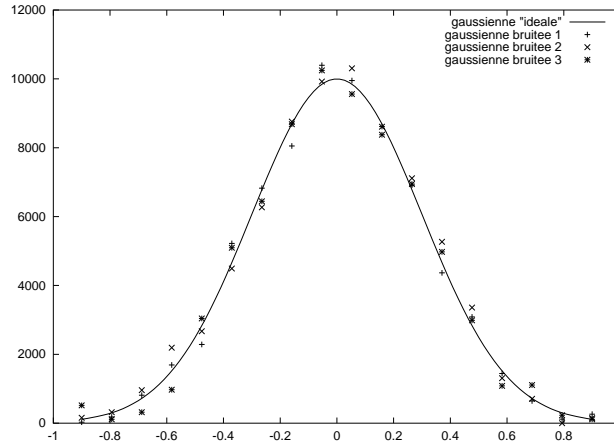


FIG. 6.2 – En abscisse, longueur en mm, en ordonnées, nombre de photons. Trois exemples de gaussiennes bruitées superposées sur la gaussienne idéale à mesurer.

calcule alors la variance σ_i des couples $(x_i, y_i + \delta y_i)$. L'opération est répétée pour un grand nombre de tirages de valeurs de bruit, typiquement 10000, pour obtenir la distribution des variances σ_i mesurées avec le bruit autour de la valeur moyenne théorique σ . Il est alors possible de calculer la variance $\delta\sigma$ des variances σ_i qui représente en fait l'erreur relative sur σ introduite par le bruit d'obscurité. En rendant le calcul des variances σ_i dépendant du maximum de la gaussienne idéale, du nombre de points par σ , du nombre de points (exprimé en nombre de σ) utilisé pour le calcul, etc..., il est alors possible d'étudier l'influence de ces différents paramètres sur la mesure du σ . Pour pouvoir réaliser les mesures de profils avec 5 % de précision dans 95 % des cas, il faut donc que $2 \delta\sigma$ reste inférieure à la précision demandée (soit 5%).

La procédure de lissage gaussien sur les mesures $y_i + \delta y_i$, identique à celle utilisée pour tous les moniteurs de profils, consiste à chercher le maximum puis les valeurs de part et d'autre de ce point correspondant à 60% de ce maximum. Pour une courbe gaussienne, ces deux points correspondent à $\pm\sigma$. En choisissant le niveau retenu pour le lissage, (60 % , 13 %... du maximum), il est possible d'ajuster le nombre de points utilisés. Dans la suite, les termes "lissage à 1 σ , 2 σ " précisent donc le pourcentage du maximum considéré par les différentes procédures.

Dans un premier temps, nous considérerons les mesures de profils sur 20 ms avec la CCD décrite précédemment. Pour évaluer le nombre de photons minimum nécessaire pour mesurer le profil, nous nous plaçons dans le cas le plus défavorable du niveau de bruit correspondant à $2\sigma_{bruit}$ donné dans le tableau (6.1), soit 720 photons. La variable aléatoire δy_i a donc dans ce cas une distribution gaussienne de valeur rms $\sigma_{bruit} = 360$ photons pour un temps d'intégration de 20 ms. Le tableau (6.2) donne pour 360 photons de bruit, l'erreur $\delta\sigma$ et $2 \delta\sigma$ sur la mesure de σ en fonction du nombre de pixels par σ , du nombre de photons au maximum de la distribution, et

du nombre de σ (correspondant en fait au nombre de points) utilisé pour le lissage gaussien.

maximum de photons par pixel	pixels/ σ	nombre de σ pour le lissage	$\delta\sigma$ %	$2\delta\sigma$ %
500	12	1	4.3	8.7
500	14	1	4.	7.9
500	21	1	3.1	6.2
500	12	2	7.2	14.4
750	12	1	3.2	6.4
1000	3	1	6.4	12.7
1000	5	1	4.3	8.7
1000	12	1	2.5	5
1000	12	2	4.9	9.8
3000	3	2	4.9	9.9
3000	4	2	4.1	8.2
3000	4	1	1.7	3.3
3000	12	1	0.85	1.7
4000	3	2	3.2	6.4
4000	3	1	1.5	3
4000	12	1	0.64	1.3
6500	2	2	3.4	6.8
6500	3	2	2.5	5
6500	4	2	2	4
6500	3	1	0.9	1.8
10000	3	2	1.6	3.2
10^5	2	4	0.8	1.7
10^5	3	2	0.2	0.3
10^6	2	4	0.1	0.2
10^6	3	2	0.02	0.03

TAB. 6.2 – Erreur relative (à $\pm 2\sigma$ soit 95 % des mesures) commise sur la mesure de σ nominal pour différentes valeurs de paramètres, pour une température donnée correspondant à $\sigma_{bruit} = 360$ photons pour 20 ms de temps d'intégration.

Ces simulations montrent qu'on peut détecter une variation de σ de 5 % dans au moins 95 % des cas (i.e. à $\pm 2\delta\sigma$) avec 3 pixels par σ pour 6500 photons arrivant sur le pixel central pour le cas le plus défavorable de bruit d'obscurité. En utilisant une procédure d'ajustement permettant d'utiliser uniquement le sommet de la courbe ("lissage à $\pm 1\sigma$ "), il est alors possible d'obtenir le même résultat avec seulement 1000 photons au maximum et 12 pixels par σ .

Les résultats précédents correspondent à des coupes de la distribution. Dans le cas de projections, la courbe obtenue correspond à la somme des pixels dans une direction. Par conséquent, la contribution du bruit est moyennée sur le nombre de pixels sommés et est donc réduite. D'autre part, les indications données sur les notices

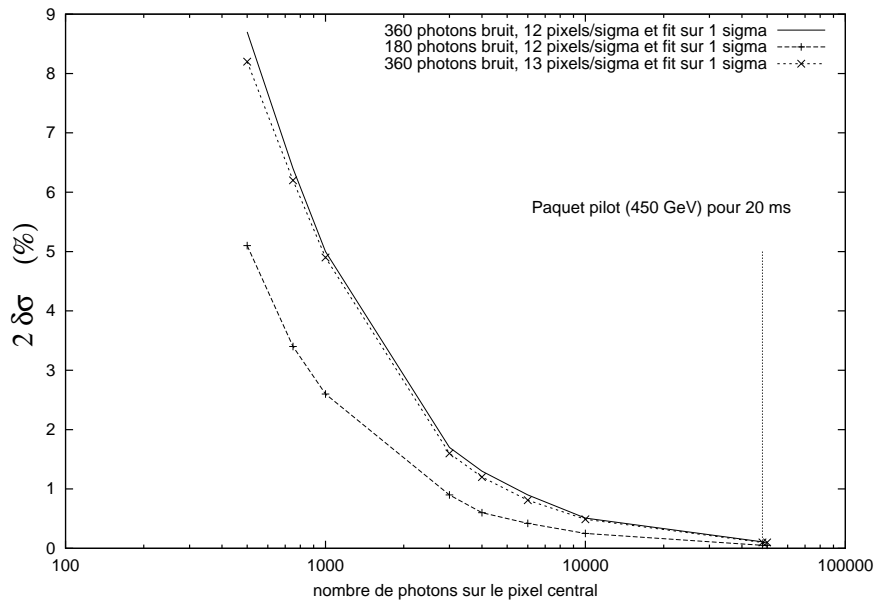


FIG. 6.3 – Erreur relative (à $\pm 2\delta\sigma$ soit 95 % des mesures) sur le σ nominal en fonction du nombre de photons arrivant sur le pixel central pour différents types d'ajustement adaptés à l'énergie des protons de 450 GeV et pour différentes valeurs de σ_{bruit} .

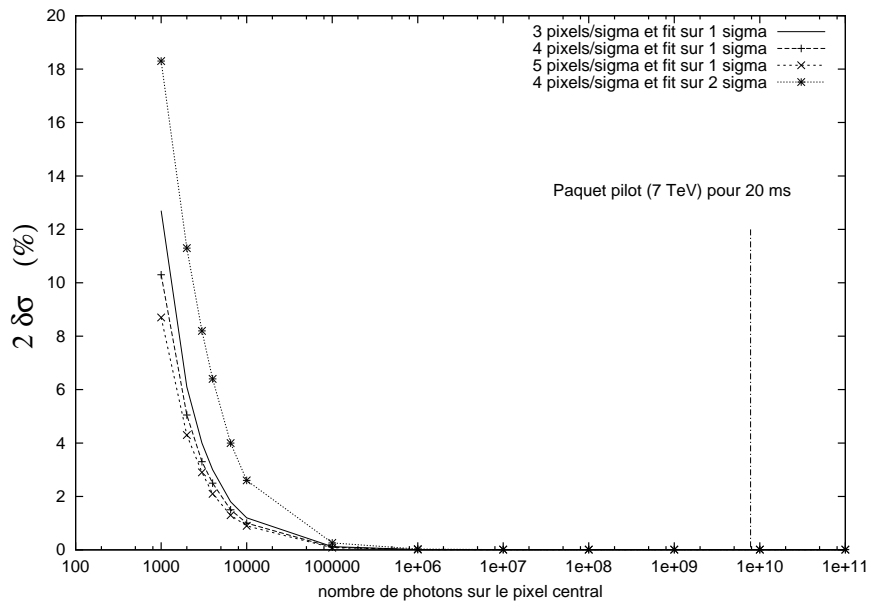


FIG. 6.4 – Erreur relative (à $\pm 2\delta\sigma$ soit 95 % des mesures) sur le σ nominal en fonction du nombre de photons arrivant sur le pixel central pour différents types d'ajustement adaptés à l'énergie des protons de 7 TeV pour $\sigma_{bruit} = 360$ photons.

des CCD indiquent que le bruit d'obscurité peut être diminué par refroidissement du capteur. Le nombre de photons de bruit est ainsi divisé par 2 tous les 8 degrés. Les évaluations précédentes sont donc très conservatrices.

En conclusion, avec un facteur 10 supplémentaire traduisant les pertes dues à la transmission, pour pouvoir mesurer des variations de profils de 5 %, nous prendrons deux points de fonctionnement correspondant aux deux dimensions extrêmes du faisceau :

1. pour 450 GeV : 12 pixels par σ et 5000 photons sur le pixel central en 20 ms avec refroidissement de 8 degrés.
2. pour 7 TeV : 3 pixels par σ et 20 000 photons sur le pixel central en 20 ms.

Energie minimale par proton

Pour permettre la comparaison directe avec les résultats du chapitre précédent, il est intéressant de ramener ce nombre de photons minimum sur le pixel central à l'énergie en Joule qu'il faut recueillir sur la CCD entière pour un proton.

Pour le premier point de fonctionnement prévu pour 450 GeV, il faut 5000 photons sur le pixel central avec 12 pixels par σ . Le pixel central (de dimension $\sigma/12$) reçoit dans ce cas, d'après les abaques de valeurs de densité de probabilité [42], 0.11 % de l'amplitude maximale et il faut donc au total 4.5×10^6 photons sur la CCD. De la même façon, pour 7 TeV, les 20 000 photons sur le pixel central avec 3 pixels par σ correspondent à 3.8×10^6 photons au total (le pixel central recevant alors 1.7 % du maximum). Les photons ayant une énergie moyenne de 2 eV (soit 621 nm), le nombre de photons total qu'il faut recueillir en 20 ms correspond à une énergie minimale de 1.5×10^{-12} Joule permettant de réaliser les profils à 450 GeV et de 3.8×10^{-13} Joule à 7 TeV. L'intensité recueillie étant proportionnelle au temps d'intégration et aux nombres de protons dans le faisceau, en divisant cette énergie totale par le nombre de protons dans le paquet à mesurer (pilote ou nominal), on obtient alors l'énergie par proton nécessaire pour un temps d'intégration de 20 ms, tableau (6.3). Enfin, pour permettre la comparaison directe avec les valeurs d'énergie données dans le chapitre 5, en divisant encore par le nombre de tours effectués en 20 ms, on obtient l'énergie minimale moyenne par proton et par tour permettant de réaliser en 20 ms la mesure de profils à 5%.

Energie protons TeV	méthode d'ajustement	Energie minimale par proton (J)			
		pour 20 ms (225 tours)		pour 1 tour	
		5×10^9 p	10^{11} p	5×10^9 p	10^{11} p
0.45	12 pixels par σ	2.9×10^{-22}	1.5×10^{-23}	1.3×10^{-24}	6.4×10^{-26}
7	3 pixels par σ	7.5×10^{-23}	3.8×10^{-24}	3.3×10^{-25}	1.7×10^{-26}

TAB. 6.3 – Energies minimales par proton (donnant 1.5×10^{-12} Joule à 450 GeV et 3.8×10^{-13} Joule à 7 TeV) permettant la mesure de profil à 5 % avec un paquet pilote (5×10^9 protons) ou avec un paquet nominal (10^{11} protons) avec un temps d'intégration de 20 ms. Les deux dernières colonnes donnent cette énergie minimale ramenée à un tour en divisant par le nombre de tours en 20 ms.

Pour l'étude en mode tour par tour, une MCP est nécessaire en amont de la CCD pour isoler un tour et pour amplifier le signal. Dans ce cas, il faut considérer la chaîne

entière de transmission pour évaluer le bruit d'obscurité par tour. Les valeurs fournies par les constructeurs sont généralement des moyennes sur un temps d'intégration donné alors que pour obtenir les valeurs de bruit en mode tour par tour, il faudrait en toute rigueur connaître la densité de distribution du bruit. Faute de mesures existantes de ces données, il faut faire des hypothèses supplémentaires ou les mesurer expérimentalement. Une étude spécifique est donc nécessaire pour pouvoir conclure sur le mode tour par tour.

6.1.2 Chaîne optique

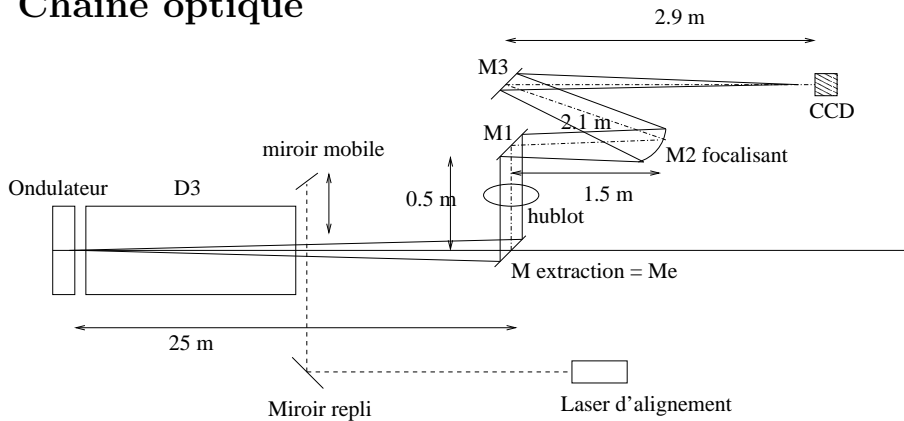


FIG. 6.5 – Dimensions du système optique, basé sur celui du LEP.

Pour permettre la mesure des profils sur toute la gamme d'énergie du LHC, une gamme de longueurs d'onde très étendue est utilisée, de 200 nm (limite basse fixée par le hublot de séparation) à 1000 nm (limite haute fixée par la gamme spectrale des CCD). Cette gamme de travail conduit à utiliser un système catoptrique pour éviter les aberrations chromatiques introduites par un système à lentilles. De plus, pour éviter les déformations de l'image dues aux imperfections de la surface réfléchissante, les miroirs retenus devront avoir une précision de surface meilleure que $\frac{\lambda}{10}$.

Pour garantir la précision souhaitée sur la mesure de $\sigma_{H,V}$, il faut 3 pixels par $\sigma_{H,V}$ pour les plus petites dimensions. Le faisceau étant le plus petit à 7 TeV dans le plan horizontal, l'optique doit donc permettre d'obtenir 3 pixels/ σ sur le plan image pour $\sigma_{H,7\text{ TeV}} = 0.28$ mm dans le plan objet, soit un grandissement $G=0.19$ avec des pixels de moins de $20\mu\text{m}$ de côté. On obtient alors les 12 pixels/ σ à 450 GeV avec la même optique. Avec une distance objet de $p=27$ m et un miroir focalisant (M2) disponible de LEP [43] de 4.167 m de distance focale, la distance M2-image est de $p'=5$ m, figure (6.5). Les dimensions caractéristiques de l'ensemble optique correspondent à celles du télescope utilisé sur le LEP. Il apparaît donc possible de réutiliser tout l'ensemble pour limiter le coût du système de diagnostic pour LHC.

Le miroir de repli M3, figure (6.5), est motorisé pour centrer l'image sur le détecteur. Fort de l'expérience acquise sur LEP, un système d'alignement à partir d'une source d'étalonnage est également prévu. Un laser, placé au niveau du télescope émet un faisceau de lumière vers D3, figure (6.5). Cette lumière est repliée dans la chambre à vide par un ensemble de 2 miroirs à 45 degrés placés à la sortie de D3 puis renvoyée sur le miroir d'extraction. Le deuxième miroir est mobile, figure (6.5), pour être introduit dans la chambre à vide en phase d'alignement et retiré ensuite. Le

télescope peut ainsi être aligné en utilisant cette source d'étalonnage. Le tableau (6.4) récapitule les dimensions caractéristiques de l'optique.

distance entrée onduleur-Me	25 m
distance Me-M2	2 m
distance M2-CCD	5 m
grandissement	0.19
distance focale	4.167 m (disponible)
pupille d'entrée	miroir extraction $50 \times 50 \text{ mm}^2$

TAB. 6.4 – Dimensions de l'optique. Le sous-système constitué du laser, du miroir de repli et du miroir mobile sert uniquement à l'alignement de l'ensemble des miroirs du télescope.

Le télescope est équivalent, du point de vue de l'optique géométrique, à une lentille de focale 4.167 m (le miroir M2, figure (6.5)), diaphragmée par une ouverture carrée, correspondant au miroir d'extraction (Me), située à 2 m de l'élément focalisant, voir annexe E.

6.2 Formation d'image.

Les dimensions finies des différents composants introduisent des dégradations de l'image transformant le point image géométrique en une distribution d'amplitude appelée fonction de dispersion du point (FDP). En transposant ce phénomène au rayonnement synchrotron [12], la distribution angulaire du rayonnement synchrotron joue le rôle d'ouverture d'amplitude. Ainsi, même en l'absence de toute ouverture physique finie, pour évaluer la résolution du système optique, il faut déterminer la fonction de dispersion d'un point source. Pour cela, dans toute cette partie, nous considérerons le rayonnement monochromatique émis par un proton afin de simplifier les calculs et accélérer les simulations numériques. Pour passer ensuite au cas où la gamme de longueurs d'onde du détecteur est étendue, il faudrait intégrer sur la gamme considérée.

Le télescope est équivalent à un dispositif optique simple (lentille diaphragmée). Mais l'image recueillie est celle de la source de lumière elle-même et non celle d'un objet éclairé. L'étude de la formation d'image n'est donc pas faite dans un cadre classique. Tout d'abord, les caractéristiques de la source de rayonnement synchrotron combinent la notion d'éclairement incohérent (entre les différentes particules du faisceau) et cohérent (traversée de la source étendue par une particule). De plus, au cours de la montée en énergie, l'objet, constitué successivement de l'onduleur seul, de la combinaison de l'onduleur et de D3 puis du bord de D3 seul, présente donc une étendue longitudinale variable, modifiant le point de focalisation. Cette partie, après avoir expliqué les particularités de la source, introduit le rôle des différents composants du télescope dans la formation de l'image.

6.2.1 Spécificité de la lumière synchrotron

Lumière polarisée

Nous avons vu précédemment que la lumière synchrotron est polarisée. Il est possible de séparer par des polariseurs les composantes horizontale (σ) et verticale (π) du champ électrique émis et donc de la distribution d'amplitude émise par un proton correspondante :

$$\vec{F}(y, z) = \vec{F}_\sigma(y, z) + \vec{F}_\pi(y, z) \quad (6.12)$$

La théorie scalaire de la diffraction peut s'appliquer à chacune des composantes [12, 44] et la distribution d'intensité totale recueillie dans le plan image est la somme des intensités de chacune des composantes :

$$I(y, z) = |\vec{F}(y, z)|^2 = |\vec{F}_\sigma(y, z)|^2 + |\vec{F}_\pi(y, z)|^2$$

Chacune des composantes peut donc être étudiée indépendamment. Dans la suite, pour simplifier les écritures, nous omettrons de préciser la composante considérée (σ ou π) lorsque les formules s'appliquent aux deux.

Lumière "incohérente"

La source de rayonnement synchrotron est constituée de deux éléments essentiels : le faisceau de particules et un ensemble d'éléments magnétiques. Si l'on considère l'ensemble du faisceau, chaque particule émet, dans la gamme de longueurs d'onde qui nous intéresse, un rayonnement indépendamment des autres particules. En ce sens, le rayonnement synchrotron est dit "incohérent". La distribution d'intensité résultante $D(y,z)$ dans le plan du détecteur est la convolution de la distribution spatiale des protons $O(y,z)$, ramenée dans le plan image, par la distribution d'intensité $I(y,z)$ résultant d'un proton unique :

$$D(y, z) = O(y, z) * I(y, z)$$

Les deux distributions $O(y,z)$ et $I(y,z)$ sont indépendantes. Dans ce cas, les largeurs rms des différentes distributions sont liées par la relation :

$$\sigma_{E(y,z)}^2 = \sigma_{O(y,z)}^2 + \sigma_{I(y,z)}^2 \quad (6.13)$$

Ainsi, en mesurant la distribution spatiale d'intensité dans le plan image et en connaissant la distribution d'intensité émise par un proton ramenée dans le plan image (c'est-à-dire en tenant compte du grandissement éventuel du système optique), il est possible d'en déduire la distribution spatiale des particules dans le faisceau.

Lumière "cohérente"

Dans le cas où la source de lumière est un ensemble de plusieurs éléments magnétiques, $F(y, z)$ est la somme "cohérente" des contributions de chacune des parties distinctes de la source, selon la méthode décrite au chapitre 3. L'étendue longitudinale de la source introduit dans la distribution angulaire d'amplitude une structure de phase déterminante pour la formation d'image. Il n'est alors plus possible de raisonner

en terme d'intensité transmise et il faut utiliser des méthodes de propagation de fronts d'onde.

La méthode utilisée pour calculer la distribution d'amplitude dans le plan du détecteur est basée sur l'optique de Fourier [45] utilisée par le code de simulations numériques SRW (Synchrotron Radiation Workshop) [46].

6.2.2 Propagation à travers un diaphragme

D'après le principe énoncé par Huygens [47], tous les points de l'espace atteints par un front d'onde se comportent comme des sources secondaires émettant des ondelettes sphériques. L'enveloppe de ces ondelettes constitue le front d'onde. La construction de cette enveloppe à différents instants permet de représenter la propagation de la lumière et de construire l'image d'un objet. Une ouverture physique (i.e. diaphragme) placée sur le parcours de l'onde limite son étendue spatiale, et annule donc les contributions de certains ensembles de sources secondaires. L'enveloppe du front d'onde est alors déformée par rapport à la propagation dans l'espace libre, donnant lieu à une dispersion de la lumière.

Ainsi, pour évaluer l'effet de la diffraction dans le moniteur de lumière synchrotron pour le LHC, il faut tenir compte de deux contributions : la présence d'un diaphragme correspondant aux dimensions finies du miroir d'extraction coupant la distribution à 450 GeV et la distribution angulaire limitée du rayonnement synchrotron créant de la diffraction dont l'effet se fait surtout sentir à 7 TeV, lorsque les dimensions du faisceau de protons sont les plus petites. En effet, dans le cas du rayonnement synchrotron, l'ouverture angulaire du cône de lumière est de l'ordre de $1/\gamma = 0.1$ mrad à 7 TeV. Cela correspond à une limitation naturelle de l'étendue de l'onde qui crée de la diffraction même en l'absence de toute ouverture physique [12].

Propagation entre deux plans.

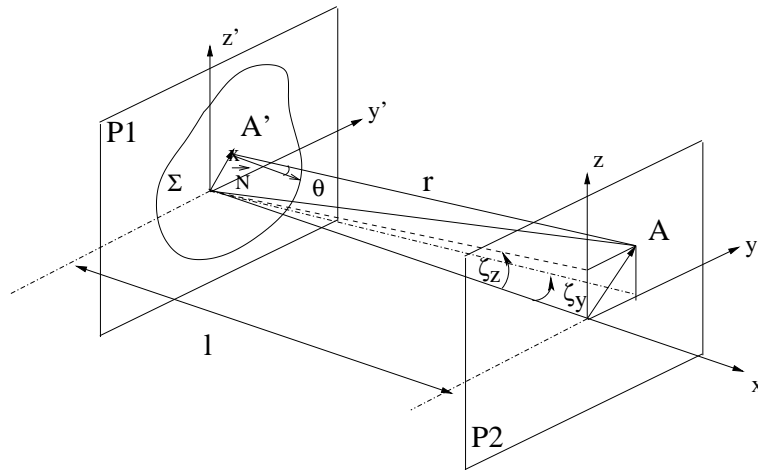


FIG. 6.6 – Propagation entre deux plans P1 et P2.

Le principe de Huygens-Fresnel [47] établit que l'amplitude d'une onde $F(A)$ reçue en un point A de coordonnées (y, z) dans le plan image P2 est la superposition des

ondes sphériques émises par les sources secondaires $F(A')$ situées sur le plan P1, figure (6.6). Pour une longueur d'onde λ donnée (lumière monochromatique), on a :

$$F(A) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{-\infty}^{+\infty} F(A') \frac{\exp(j\frac{2\pi}{\lambda}r)}{r} \cos\theta ds \quad (6.14)$$

avec A' un point de coordonnées (y', z') dans le plan P1, l distance séparant les deux plans, $\cos\theta = \frac{l}{r}$ angle entre la normale \vec{N} au plan P1 et la direction \vec{r} joignant les points A et A' . La distance r est donnée par :

$$r = \sqrt{l^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (6.15)$$

La présence d'un diaphragme revient à limiter l'étendue spatiale de l'onde sur le plan de cette ouverture. Mathématiquement, cela est équivalent à limiter l'intégration spatiale sur l'ouverture Σ ou à introduire dans l'intégrande une fonction pupillaire $\mathcal{P}(y', z')$ telle que $\mathcal{P}(y', z') = 1$ pour $(y', z') \in \Sigma$ et $\mathcal{P}(y', z') = 0$ en dehors de Σ . L'équation (6.14) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} F(y, z) &= \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} F(A') \frac{\exp(j\frac{2\pi}{\lambda}r)}{r} \cos\theta ds \\ &= \frac{1}{j\lambda} \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{P}(y', z') F(A') \frac{\exp(j\frac{2\pi}{\lambda}r)}{r} \cos\theta ds \end{aligned} \quad (6.16)$$

Pour le dénominateur en r de l'équation (6.16), l'approximation $r \simeq l$ est suffisante pour la plupart des applications courantes. En revanche, le terme en exponentielle exprimant le déphasage entre les ondelettes secondaires, est sensible à des variations de r de l'ordre de λ . Deux régions sont généralement distinguées en fonction des termes retenus dans le développement limité de r . Lorsque le point d'observation est suffisamment proche de P1 pour que tous les termes de phase apparaissant dans l'équation (6.17) aient le même ordre de grandeur, on parle alors de diffraction à distance finie, ou d'*approximation de Fresnel*. A l'inverse, lorsque la distance d'observation est suffisamment grande devant les dimensions de l'ouverture Σ pour pouvoir négliger les variations du terme quadratique $(y'^2 + z'^2)$ sur l'ouverture, on parle de diffraction à l'infini, ou d'*approximation de Fraunhofer*.

Approximation de Fresnel

Dans l'approximation de l'optique de Fourier considérant des directions de propagations proches de l'axe optique, l'expression de r peut se développer en :

$$r \simeq l \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y - y'}{l} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{z - z'}{l} \right)^2 \right) \quad (6.17)$$

où l est la distance entre les deux plans, figure (6.6). L'équation (6.16), avec $\cos\theta \simeq 1$, peut donc se réécrire sous la forme :

$$F(y, z) = \frac{\exp(j\frac{2\pi}{\lambda}l)}{jl\lambda} \iint_{\Sigma} F(y', z') \exp\left(j\frac{\pi}{\lambda l} ((y - y')^2 + (z - z')^2)\right) dy' dz' \quad (6.18)$$

En séparant les termes de phase pour ne garder dans l'intégrande que ceux dépendants des variables d'intégration, l'équation (6.18) apparaît comme la transformée de Fourier du produit de l'amplitude de champ sur l'ouverture Σ par un terme de phase quadratique :

$$F(y, z) = \frac{e^{(j\frac{2\pi}{\lambda}l)} e^{(j\frac{\pi}{\lambda l}(y^2+z^2))}}{jl\lambda} \iint_{\Sigma} \left(F(y', z') e^{(j\frac{\pi}{\lambda l}(y'^2+z'^2))} \right) e^{(-j\frac{2\pi}{\lambda l}(yy'+zz'))} dy' dz' \quad (6.19)$$

Approximation de Fraunhofer

Dans le cas de la diffraction à grande distance, si l vérifie la condition supplémentaire [45] :

$$l \gg \frac{\pi(y'^2 + z'^2)}{\lambda}$$

le terme de phase quadratique en $y'^2 + z'^2$ vaut approximativement 1 sur toute l'ouverture et ses variations peuvent être négligées. L'équation (6.18) s'écrit alors :

$$F(y, z) = \frac{e^{(j\frac{2\pi}{\lambda}l)} e^{(j\frac{\pi}{\lambda l}(y^2+z^2))}}{jl\lambda} \iint_{-\infty}^{+\infty} F(y', z') e^{(-j\frac{2\pi}{\lambda l}(yy'+zz'))} dy' dz' \quad (6.20)$$

Pour évaluer la précision de la mesure de profil, seule la distribution relative d'intensité dans le plan image est nécessaire, c'est-à-dire le module carré de $F(y, z)$. Dans ce cas, comme $|e^{i\xi}|^2 = 1 \forall \xi$, les termes de phase en facteur devant l'intégrale peuvent être omis. L'approximation de diffraction à l'infini suppose que les ondes qui se superposent dans le plan image sont issues de rayons parallèles. Elle établit une relation entre les fréquences spatiales définies par $u = \frac{y}{\lambda l}$ et $v = \frac{z}{\lambda l}$ et les cosinus directeurs de la direction d'observation définis par $\zeta_y = \frac{y}{l}$ et $\zeta_z = \frac{z}{l}$. Le terme dans l'exponentielle peut alors s'interpréter comme la différence de phase (ou de chemin optique) entre les rayons parallèles issus de deux points distincts de la surface diffractante. En introduisant les fréquences spatiales dans l'équation (6.20), le calcul de l'amplitude diffractée apparaît sous la forme d'une transformée de Fourier spatiale [12] :

$$F(u, v) = C \iint_{-\infty}^{+\infty} F(y', z') e^{(-j2\pi(y'u+z'v))} dy' dz' \quad (6.21)$$

avec $C = \frac{\exp(j\frac{2\pi}{\lambda}l)\exp(-j\pi\lambda l(u^2+v^2))}{jl\lambda}$.

Pour le cas particulier de notre système optique, les dimensions du diaphragme (le miroir d'extraction) sont de $50 \times 50 \text{ mm}^2$. Ainsi, pour une longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$, et un rayon $y'_{max} = z'_{max} = 2.5 \text{ cm}$, l'approximation de Fraunhofer, simplificatrice mais aussi contraignante, s'applique pour $l \gg \frac{\pi 2(2.5 \cdot 10^{-2})^2}{500 \cdot 10^{-9}} = 7800 \text{ m}$! Pour calculer les effets de la diffraction avec suffisamment de précision, cette approximation ne peut donc pas être retenue et il faut garder le terme de phase quadratique en $y'^2 + z'^2$, c'est-à-dire l'équation (6.19) et c'est ce qui a été fait pour la suite.

6.2.3 Action d'une lentille sur un front d'onde

Une lentille est communément constituée d'un matériau d'indice de réfraction supérieur à celui de l'air. Dans l'approximation "lentille mince", la coordonnée d'entrée

est la même que celle de sortie. Dans ce cas, une onde incidente subit en traversant la lentille une modification de la distribution de phase dans le plan incident proportionnelle à l'épaisseur de la lentille traversée en chaque point de ce plan. La différence de phase introduite par la lentille s'écrit :

$$\phi(y, z) = \frac{2\pi}{\lambda} n \Delta(y, z) + \frac{2\pi}{\lambda} [\Delta_0 - \Delta(y, z)] \quad (6.22)$$

où $\Delta(y, z)$ représente l'épaisseur de la lentille et est une fonction des rayons de courbure R_1 et R_2 de chaque face et des coordonnées (y, z) d'incidence sur la lentille [45], Δ_0 est l'épaisseur de la lentille sur l'axe optique. De façon équivalente, l'action de la lentille sur un front d'onde se représente par la multiplication de l'amplitude complexe par un terme de transformation de phase $t_l(y, z) = \exp(j\phi(y, z))$. En ne considérant que la portion de l'onde proche de l'axe de la lentille (approximation paraxiale), la fonction $\Delta(y, z)$ s'écrit sous la forme approchée :

$$\Delta(y, z) \simeq \Delta_0 - \frac{y^2 + z^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (6.23)$$

En définissant la focale f d'une lentille par

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (6.24)$$

et en négligeant le terme de phase constant, le développement de l'équation (6.22) conduit à exprimer l'action de la lentille comme la multiplication de l'amplitude incidente sur la lentille par un terme de déphasage quadratique t_l :

$$t_l(y, z) = \exp \left(-j \frac{\pi}{\lambda f} (y^2 + z^2) \right) \quad (6.25)$$

6.3 Méthode des opérateurs.

Lorsque le nombre de lentilles et de diaphragmes augmente dans le système optique considéré, le calcul global de la propagation de lumière dans l'ensemble du système sous forme d'intégrale se complique. Il nous semble donc intéressant d'introduire la méthode proposée dans [45] qui définit un ensemble d'opérateurs caractérisant les différentes transformations associées aux éléments optiques.

6.3.1 Définition des opérateurs

Les opérateurs sont définis par leur paramètre entre crochets [] et la fonction sur laquelle ils agissent entre accolades { }.

Multiplication par un terme de phase quadratique : avec c l'inverse d'une longueur :

$$\mathcal{Q}[c]\{U(y, z)\} = e^{j \frac{\pi}{\lambda} c (y^2 + z^2)} U(y, z) \quad (6.26)$$

Propagation sur une distance l : avec (y_2, z_2) les coordonnées après propagation :

$$\mathcal{R}[l]\{U(y_1, z_1)\} = \frac{1}{j\lambda l} \iint_{-\infty}^{+\infty} U(y, z) e^{j \frac{\pi}{\lambda l} ((y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2)} dy_1 dz_1 \quad (6.27)$$

On reconnaît l'équation de propagation de Fresnel.

Transformation de Fourier

$$\mathcal{F}\{U(y, z)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint_{-\infty}^{+\infty} U(y, z) e^{-j(uy+ vz)} dy dz \quad (6.28)$$

Réduction par une constante b

$$\nu[b]\{U(y, z)\} = b^{-1/2} U(by, bz) \quad (6.29)$$

Passage dans une ouverture Σ en définissant $P(y, z)=1$ pour (y, z) dans Σ et 0, partout ailleurs,

$$\mathcal{D}[\Sigma]\{U(y, z)\} = P(y, z)U(y, z) \quad (6.30)$$

La propagation d'un front d'onde à travers un système optique est représentée par la juxtaposition dans l'ordre inverse de propagation des opérateurs correspondants. Différentes relations entre les opérateurs détaillées dans [45] permettent de simplifier les expressions complexes de propagation en réduisant la chaîne d'opérateurs. Par exemple :

$$\mathcal{Q}\left[\frac{1}{d}\right] \nu\left[\frac{1}{\lambda d}\right] \mathcal{F} \mathcal{Q}\left[\frac{1}{d}\right] = \mathcal{R}[d] \quad (6.31)$$

6.3.2 Application au moniteur RS

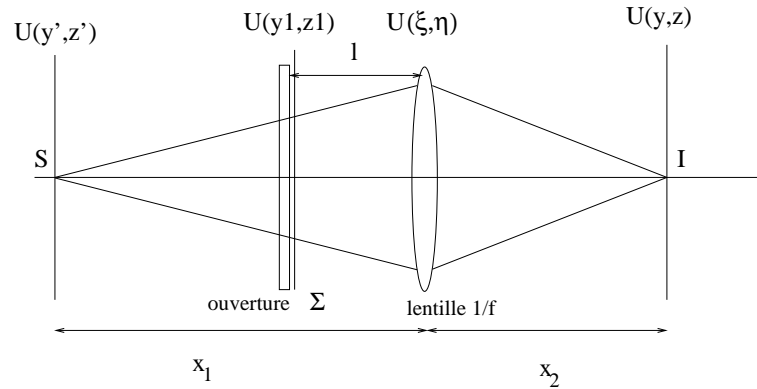


FIG. 6.7 – Géométrie équivalente au télescope : un objet situé dans le plan S est observé à travers un diaphragme et une lentille dans un plan I.

Pour illustrer l'utilisation des opérateurs dans un cas simple, considérons la configuration de la figure (6.7) représentant le moniteur à rayonnement synchrotron. L'opérateur total de la propagation du point source S au point image I s'écrit :

$$\mathcal{S} = \mathcal{R}[x_2] \mathcal{Q}\left[-\frac{1}{f}\right] \mathcal{R}[l] \mathcal{D}[\Sigma] \mathcal{R}[x_1 - l] \quad (6.32)$$

En remontant la chaîne de droite à gauche, on trouve la propagation sur une distance (x_1-l) , la traversée d'un diaphragme (équivalent du miroir d'extraction), la propagation sur la distance l , la traversée de la lentille de focale f et enfin la dernière propagation sur une distance x_2 .

Le programme numérique utilisé jusqu'alors et les méthodes analytiques développées au chapitre 3 permettent de calculer la distribution d'intensité dans le plan du miroir d'extraction. C'est pourquoi nous distinguons deux régions : la propagation de la source S jusqu'au plan P_1 juste derrière le diaphragme représentée par l'opérateur \mathcal{S}_1 , puis la propagation du plan P_1 jusqu'au plan du détecteur (appelé "plan image" bien qu'aucune relation particulière ne soit supposée a priori entre x_1 et x_2), représentée par l'opérateur \mathcal{S}_2 . En appelant $U(y', z')$ la distribution d'amplitude dans le plan source, $U(y_1, z_1)$ celle dans le plan P_1 et $U(y, z)$ celle dans le plan image, on a les relations :

$$U(y_1, z_1) = \mathcal{S}_1\{U(y', z')\} = \mathcal{D}[\Sigma]\mathcal{R}[x_1 - l]\{U(y', z')\} \quad (6.33)$$

$$U(y, z) = \mathcal{S}_2\{U(y_1, z_1)\} = \mathcal{R}[x_2]\mathcal{Q}\left[-\frac{1}{f}\right]\mathcal{R}[l]\{U(y_1, z_1)\} \quad (6.34)$$

Propagation dans le télescope

En notation intégrale, l'équation (6.34) se met sous la forme :

$$U(y, z) = \frac{e^{j\frac{\pi}{\lambda x_2}(y^2+z^2)}}{\lambda^2 x_2 l} \iint_{-\infty}^{+\infty} \left(\iint_{-\infty}^{+\infty} U(y_1, z_1) e^{j\frac{\pi}{\lambda l}(y_1^2+z_1^2)} e^{j\frac{\pi}{\lambda} \left[\frac{y}{l} + \frac{1}{x_2} - \frac{1}{f} \right] (\xi^2 + \eta^2)} \right. \\ \left. \times e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{y}{x_2} + \frac{y_1}{l} \xi + \frac{z}{x_2} + \frac{z_1}{l} \eta \right]} dy_1 dz_1 \right) d\xi d\eta \quad (6.35)$$

avec $U(y_1, z_1)$ la distribution d'amplitude dans le plan juste derrière l'ouverture, et (ξ, η) les coordonnées dans le plan de la lentille.

Si l'on suppose de plus que la lentille a un support opaque de dimension finie, l'intégrale en $d\xi d\eta$ se limite à l'ouverture Σ_{lentille} de ce support. Ainsi, à partir de la distribution d'amplitude dans le plan immédiatement derrière la pupille d'entrée du système, il est possible d'obtenir la figure d'intensité dans n'importe quel plan situé à la distance x_2 . La principale difficulté est alors d'évaluer $U(y_1, z_1)$ dans le cas particulier de la source de lumière synchrotron.

Différentes simplifications usuelles.

L'équation (6.35) peut se simplifier en considérant certains cas particuliers. Tout d'abord, si l'on s'intéresse à l'intensité dans le plan image, alors le terme en $(y^2 + z^2)$ de répartition de la phase dans le plan image peut être omis.

D'autre part, dans le cas où l'objet est un point source situé en (y_0, z_0) dans le plan (y_1, z_1) , alors $U(y_1, z_1) = \delta(y_1 - y_0, z_1 - z_0)$ et

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} U(y_1, z_1) e^{j\frac{\pi}{\lambda l}(y_1^2+z_1^2)} dy_1 dz_1 = e^{j\frac{\pi}{\lambda l}(y_0^2+z_0^2)} \quad (6.36)$$

A nouveau, si l'on ne s'intéresse qu'à la distribution d'intensité dans le plan image, le terme de phase quadratique en $(y_0^2 + z_0^2)$ peut être omis. L'équation (6.35) se réduit alors à :

$$U(y, z) \simeq \frac{1}{\lambda^2 x_2 l} \iint_{\Sigma_{\text{lentille}}} e^{j\frac{\pi}{\lambda} \left[\frac{y}{l} + \frac{1}{x_2} - \frac{1}{f} \right] (\xi^2 + \eta^2)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{y}{x_2} + \frac{y_0}{l} \xi + \frac{z}{x_2} + \frac{z_0}{l} \eta \right]} d\xi d\eta \quad (6.37)$$

Une simplification supplémentaire apparaît dans le cas où x_1 et x_2 vérifient la loi de conjugaison de la lentille $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f}$, i.e. lorsque l'optique est focalisée sur le point source. Le terme de phase quadratique en $(\xi^2 + \eta^2)$ disparaît alors de l'intégrale et on retrouve une expression de type transformée de Fourier. Ainsi, dans le cas où le système optique réalise l'image d'un point objet avec x_1 et x_2 conjugués au sens de l'optique géométrique, la distribution d'intensité dans le plan image est la figure de diffraction de Fraunhofer du support $\mathcal{P}(\xi, \eta)$ de la lentille, avec $\mathcal{P}(\xi, \eta)=1$ pour (ξ, η) appartenant à Σ_{lentille} , résultat classique de calcul de diffraction [47].

Cependant, les caractéristiques propres de la source de lumière synchrotron, détaillées dans la partie suivante, ne permettent pas d'utiliser ces simplifications.

6.3.3 Particularités de la source de lumière synchrotron.

Objet étendu

Dans le cas de la source de lumière synchrotron choisie pour le diagnostic, chapitre 5, l'objet a une étendue longitudinale finie et "variable" avec l'énergie du faisceau de protons dans la gamme spectrale du détecteur. A 450 GeV, seul l'onduleur émet suffisamment de lumière pour être détecté, tableau (5.12, page 78). La source a donc une longueur de 75 cm. A 7 TeV, la source est réduite à l'effet de bord du dipôle. Elle est donc d'une longueur de 15 cm et située plus près du miroir d'extraction. Pour une position longitudinale fixée du miroir d'extraction, la distance source-miroir focalisant varie donc aussi avec l'énergie. Ce sont les deux cas relativement simples. En revanche pour les énergies de faisceau intermédiaires, la source est en fait un doublet de sources, d'une longueur totale de 2 m environ. Pour la formation d'image, la distribution de la phase dans le front d'onde est donc déterminante. L'utilisation de la distribution d'intensité sur le miroir d'extraction n'est donc pas suffisante et il faut déterminer la distribution d'amplitude dans le plan du miroir d'extraction.

Utilisation des modèles analytiques.

Dans les cas particuliers de l'énergie d'injection et de l'énergie de collision, l'onduleur et l'effet de bord peuvent être assimilés à des sources ponctuelles et la relation de conjugaison de la lentille¹ est applicable. Il est donc a priori possible d'utiliser la relation simplifiée (6.37). On dispose d'un modèle analytique pour décrire la distribution d'amplitude dans la cas de l'onduleur, équation (3.14). De même, dans le cas où les densités spectrales angulaires d'énergie émise dans les deux sources peuvent être modélisées avec des formules analytiques, en utilisant les formules d'interférences données au chapitre 3, il est possible de calculer la distribution d'amplitude dans le plan du miroir d'extraction. Cependant, le modèle du chapitre 3 pour le rayonnement de bord de D3 n'est valable qu'en régime haute fréquence, c'est-à-dire à basse énergie, là où c'est en fait l'onduleur qui prédomine dans l'émission. Le calcul analytique, pour être poussé plus avant doit d'abord passer par la détermination d'un modèle simple de champ de fuite permettant le calcul de l'intégrale (6.37).

En ce qui concerne le programme numérique Zgoubi utilisé jusqu'alors, il ne fournit pas en l'état le terme de phase de l'onde nécessaire pour le calcul de l'intégrale (6.35).

¹cela suppose une modification de x_2 d'une dizaine de centimètres pour permettre de focaliser l'optique sur la source réelle dans chaque cas

Pour pouvoir étudier le cas qui semble a priori le plus critique (à l'énergie de collision), dans un souci d'efficacité, nous avons décidé d'utiliser des outils numériques supplémentaires disponibles dans d'autres laboratoires.

Calcul numérique

Le calcul de la distribution d'intensité dans le plan image et l'étude de l'importance de la profondeur de champ aux énergies de protons intermédiaires, doivent être effectués à partir de l'expression générale (6.35) :

$$U_{\sigma,\pi}(y, z) = \frac{e^{j\frac{\pi}{\lambda x_2}(y^2+z^2)}}{\lambda^2 x_2 l} \iint_{\Sigma_{\text{lentille}}} \left(\iint_{\Sigma_{\text{diaphragme}}} \tilde{E}_{\sigma,\pi}(y_1, z_1) e^{j\frac{\pi}{\lambda l}(y_1^2+z_1^2)} \right. \\ \left. \times e^{j\frac{\pi}{\lambda} \left[\frac{1}{l} + \frac{1}{x_2} - \frac{1}{f} \right] (\xi^2 + \eta^2)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{y}{x_2} + \frac{y_1}{l} \xi + \frac{z}{x_2} + \frac{z_1}{l} \eta \right]} dy_1 dz_1 \right) d\xi d\eta \quad (6.38)$$

avec $\tilde{E}_{\sigma,\pi}(y_1, z_1)$ la transformée de Fourier du champ électrique reçue sur le diaphragme (ou miroir d'extraction). Pour évaluer l'intégrale quadruple, nous avons utilisé un calcul numérique simple. Compte-tenu des ouvertures du diaphragme et de la lentille, la variation des termes dans les exponentielles est très "rapide" par rapport à l'intervalle d'intégration. Ainsi, pour avoir suffisamment de précision, il faut énormément de points d'intégration pour assurer la convergence des intégrales. Une rapide estimation montre que pour des ouvertures de l'ordre de 8 mm, il faut déjà 7×10^8 pas d'intégration pour calculer l'intensité en 1 point. Dans un premier temps, la solution retenue est de limiter le domaine d'intégration à 2×2 mm². Mais dans ce cas, la distribution de champ est assimilable à une onde sphérique et l'on retrouve la fonction de distribution du point. Des méthodes numériques plus élaborées sont donc nécessaires pour calculer l'intensité dans le plan image pour la source "onduleur-dipôle".

Ainsi, l'étude analytique à des énergies particulières comme l'implémentation d'une méthode numérique simple adaptée au cas de notre moniteur nécessiterait le développement d'outils supplémentaires. Pour pouvoir réaliser une étude complète de l'effet de la diffraction et de la profondeur de champ sur toute la gamme d'énergie, cette mise en oeuvre a été abandonnée au profit de l'utilisation d'un code numérique existant, développé à l'ESRF pour des électrons, SRW (Synchrotron Radiation Workshop) [38]. Le code est basé sur la méthode de propagation décrite précédemment [48].

6.4 Analyse optique du moniteur à rayonnement synchrotron

Les résultats présentés dans cette partie ont été obtenus avec le code numérique SRW. Le faisceau utilisé est un faisceau "filament"², c'est-à-dire d'émittance nulle, représentant le rayonnement émis par une particule. De plus, seule la composante σ de

²Le faisceau a l'intensité du faisceau nominal LHC, mais toutes les particules passent sur la même trajectoire; les effets d'émittance du faisceau de protons sont négligés et l'image est obtenue par simple convolution, équation(1.7).

polarisation dans le plan horizontal, généralement la moins diffractante et correspondant aux flux donnés dans le chapitre précédent, est considérée. Enfin, le rayonnement étudié est toujours monochromatique. Pour obtenir les images réelles dans le plan du détecteur, il faut donc intégrer les distributions sur les longueurs d'onde de la gamme d'acceptance considérée et convoluer par la distribution spatiale des protons dans le faisceau, équation(1.7), ce que ne permet pas de faire le code numérique utilisé.

6.4.1 Utilisation de SRW en protons

Bien qu'initialement destiné à l'utilisation en électrons, SRW donne les résultats recherchés en protons moyennant l'introduction de facteurs d'échelle³ correspondant pour l'énergie et les champs magnétiques utilisés au LHC. Pour assurer une bonne base de départ, une comparaison systématique des intensités recueillies au droit du miroir d'extraction, obtenues avec SRW d'une part et avec Zgoubi d'autre part, a été faite. Les deux cas les plus représentatifs sont présentés dans ce paragraphe.

A 7 TeV.

Les figures (6.8) montrent l'intensité émise par l'ensemble onduleur-D3 à l'énergie de collision, simulée avec Zgoubi d'une part, et avec SRW d'autre part. A 7 TeV, la principale source est le dipôle D3. Le rayonnement de l'intérieur de D3 devient comparable à celui des bords, correspondant aux deux pics en $\phi \simeq \pm \frac{\alpha}{2} \simeq \pm 0.8$ mrad.

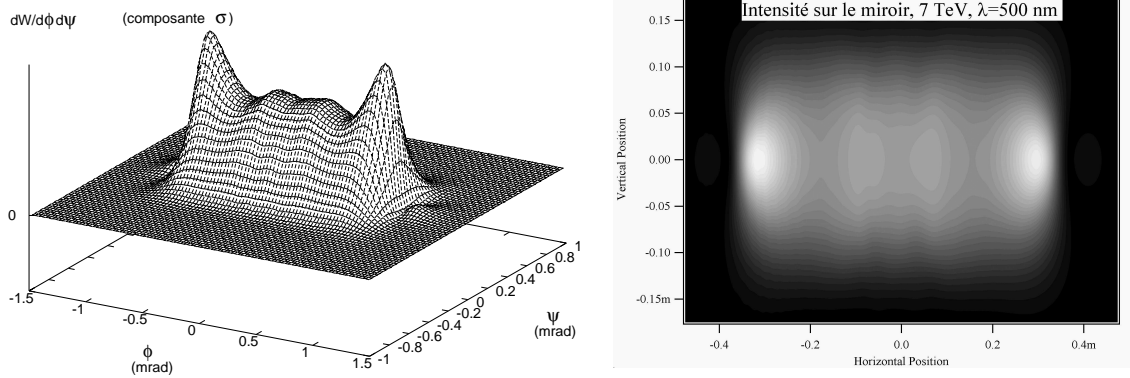


FIG. 6.8 – Intensité émise (composante σ) pour une énergie de protons de 7 TeV et $\lambda = 500$ nm, avec $d=1$ m entre les deux sources, simulée avec Zgoubi (à gauche) et avec SRW (à droite).

Sur les coupes dans le plan horizontal, figures (6.9), les pics de rayonnement de bord ne correspondent pas exactement à la position physique du bord de l'aimant, mais à $\phi = \pm(\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{\gamma})$ avec un pic secondaire à $\phi = \pm(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{\gamma})$, équations (3.25 et 3.26). Ces résultats concordent avec ceux déjà présentés au paragraphe 3.2, dans le domaine de validité du modèle basse fréquence, figure (3.8, page 40).

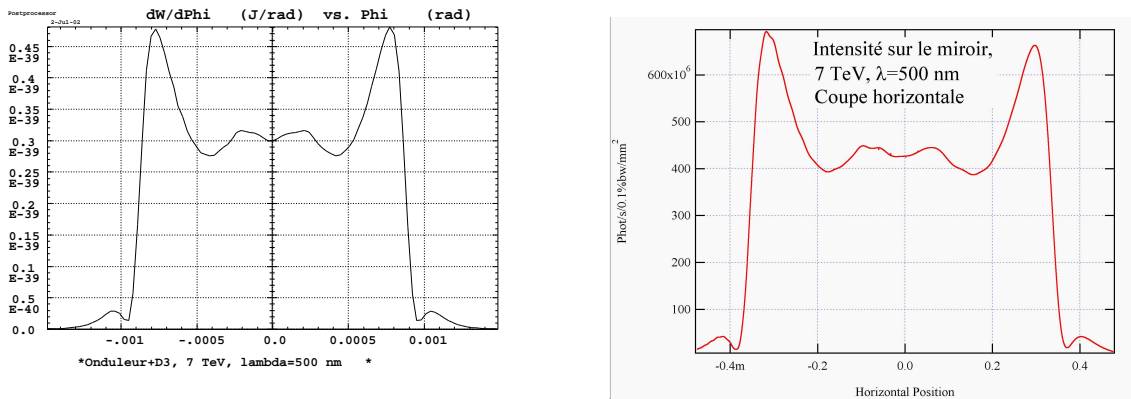


FIG. 6.9 – Coupe dans le plan horizontal de l'intensité émise (composante horizontale) pour une énergie de protons de 7 TeV et $\lambda = 500$ nm, avec une distance entre les deux sources $d=1$ m, simulée avec Zgoubi (à gauche) et avec SRW (à droite) pour une distance source miroir de 400 m.

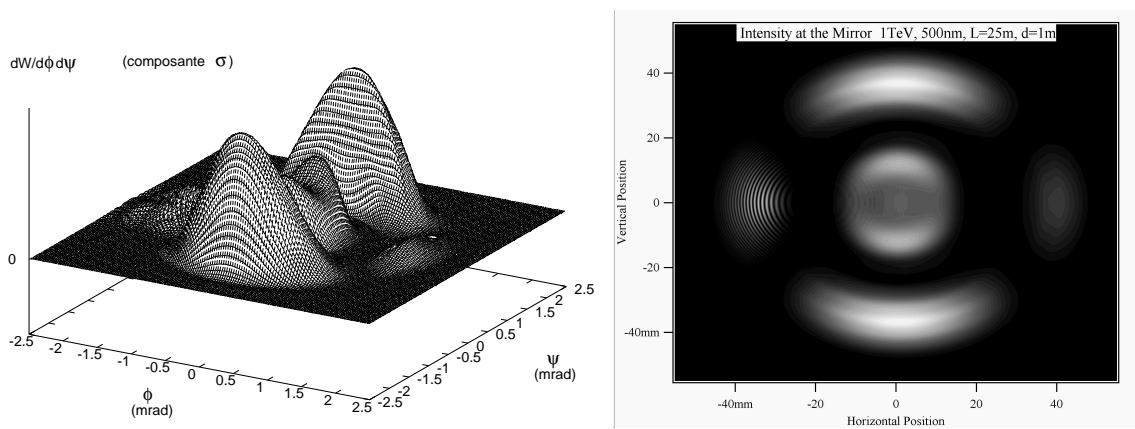


FIG. 6.10 – Intensité émise (composante horizontale) pour une énergie de protons de 1 TeV, $\lambda = 500$ nm, avec une distance entre les deux sources $d=1$ m, simulée avec Zgoubi (à gauche) et avec SRW (à droite).

A 1 TeV.

La figure (6.10) montre l'intensité recueillie dans le plan du miroir d'extraction à 1 TeV et $\lambda = 500$ nm simulée avec les deux codes numériques Zgoubi et SRW lorsque la source est composée de l'onduleur et du dipôle D3 à 1 m. Le premier code, Zgoubi, utilise l'approximation en champ lointain négligeant le terme en $1/r^2$ dans l'expression du champ électrique émis par la particule, équation (2.6, page 27), tandis que le deuxième, SRW, calcule la distribution d'intensité en incluant cette composante de champ proche [48], équation (2.4). Les deux méthodes donnent des caractéristiques de source identiques, justifiant l'approximation faite dans Zgoubi et consistant à considérer la distance r entre la source et l'observateur constante sur l'étendue de la source dans le calcul du module du champ électrique reçu.

Tout d'abord, le lobe central est composé de l'interférence entre l'émission dans la direction de l'axe de l'onduleur et l'émission du bord d'entrée du dipôle. L'intensité est donc modulée avec une période dépendant de la distance entre les deux sources, paragraphe (3.3, page 42). Ensuite, l'anneau correspondant à la direction d'émission de la longueur d'onde $\lambda = 500$ nm à 1 TeV, c'est-à-dire $\theta=1.6$ mrad d'après l'équation (3.12, page 36)) est modulé par le terme de distribution angulaire non symétrique de l'équation (3.16) ($F_u(\theta, \varphi)$ défini page 74). Il apparaît donc sous la forme de 4 pics d'intensités différentes (plus intenses dans le plan vertical que dans le plan horizontal). Enfin, la direction $\theta=1.6$ mrad correspond à la déviation du dipôle D3, paragraphe (5.1.4, page 76). Le bord de sortie du dipôle émet son rayonnement dans la même direction que l'anneau correspondant à la longueur d'onde $\lambda = 500$ nm de l'onduleur. Ils interfèrent avec une période d'oscillation variant linéairement avec la distance séparant les deux sources. On observe donc des franges

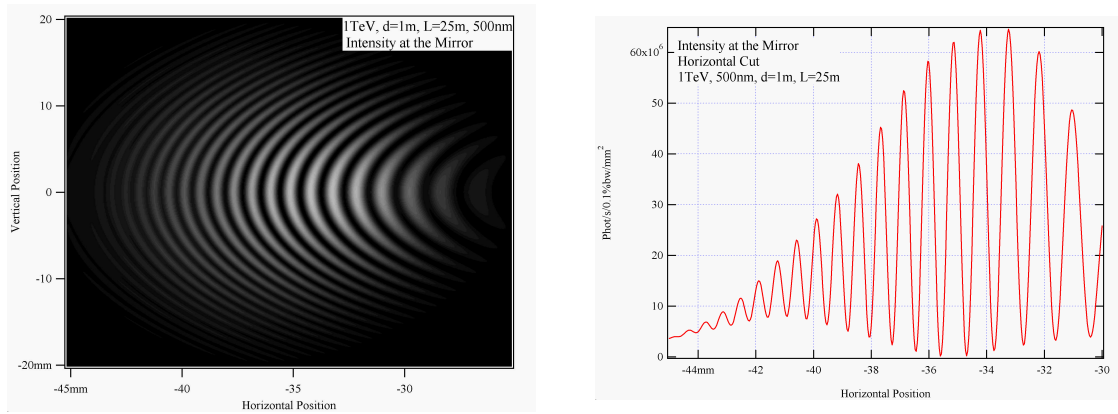


FIG. 6.11 – Densité spectrale angulaire d'énergie (zoom de la figure 6.10) et coupe dans le plan horizontal au droit du miroir d'extraction pour $\lambda = 500$ nm, avec $d = 1$ m, figure (6.12), et une énergie des protons de 1 TeV, composante de polarisation dans le plan horizontal.

noires d'interférence avec une fréquence plus élevée que celles observables sur le lobe central correspondant à l'interférence entre le bord d'entrée et l'onduleur, figure (6.11). D'après la méthode développée au paragraphe (3.3), la modulation d'intensité due à l'interférence entre les deux sources varie en $\sin(\frac{2\pi c}{\lambda} T)$ avec T temps de traversée

³un proton d'énergie E dans un champ magnétique B , est simulé par un électron d'énergie $E \times \frac{m_e}{m_p}$ dans un champ magnétique $B \times \frac{m_e}{m_p}$, avec $\frac{m_e}{m_p}$ rapport des masses au repos du proton et de l'électron.

de la portion droite de longueur d et du dipôle D3 de longueur L , soit d'après les équation (3.39) et (B.3) :

$$T = \frac{L}{2\gamma^2 c} \left[1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2) + \frac{K^2}{3} \right] + \frac{d}{2\gamma^2 c} [1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)] \quad (6.39)$$

avec $K = \frac{\alpha\gamma}{2}$ paramètre de déflexion du dipôle, et les coordonnées (ϕ, ψ) définies figure (1). Les positions angulaires $\phi(n)$ des franges noires dans la direction $\psi = 0$ sont définies par la résolution en ϕ de la condition :

$$\frac{2\pi cT}{\lambda} = n2\pi \quad (6.40)$$

avec n entier. L'application numérique pour $\lambda = 500$ nm et n de l'ordre de 30 pour se placer dans la région en ϕ de la figure (6.11), donne un interfrange angulaire $\phi(n) - \phi(n - 1)$ de 0.035 mrad, correspondant à 25 m à un interfrange de 0.9 mm, en accord avec les figures (6.11).

L'accord entre les deux programmes utilisant des approximations différentes est très bon et on remarquera donc que l'utilisation de la méthode en champ proche n'est pas nécessaire pour l'évaluation des flux dans notre application.

6.4.2 Approche qualitative

Avec la méthode de propagation de fronts d'onde, il est possible de calculer numériquement la distribution d'intensité dans n'importe quel plan et notamment d'obtenir la fonction de dispersion du point (FDP) dans le plan du détecteur. Avant d'étudier plus précisément l'influence des différents paramètres pour choisir une configuration optimale, la présentation des courbes obtenues pour trois énergies représentatives permet d'introduire quelques résultats importants.

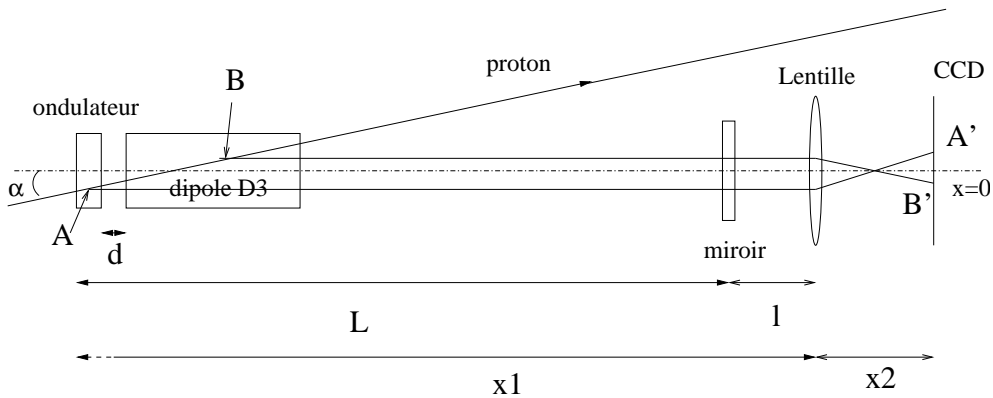


FIG. 6.12 – Configurations et notations utilisées pour les simulations numériques de la formation d'image. En fonction du point de focalisation choisi, A ou B par exemple, la position de l'image, A' ou B', est différente dans le plan du détecteur.

La configuration utilisée pour les simulations, équivalent optique du télescope, est rappelée sur la figure (6.12). Le calcul de propagation de SRW ne peut s'effectuer que pour des petits angles, de l'ordre du mrad. Pour rester dans cette approximation avec les tailles de miroir considérées, les éléments optiques ont été centrés sur l'axe $x=0$.

La trajectoire du faisceau filament entre donc dans l'onduleur avec un angle $\alpha = 0.7$ mrad, décalant l'axe du rayonnement de l'onduleur de l'axe optique de l'angle α . Ce décalage induit sur le rayonnement synchrotron un simple décalage des longueurs d'onde fondamentales émises. En effet, le faisceau ne "voit" pas la période spatiale réelle λ_u , mais sa projection sur la direction α soit $\lambda_u \cos \alpha$ ce qui représente une variation négligeable. De plus, la distance x_2 peut être modifiée permettant de choisir, pour une lentille donnée le point de la trajectoire focalisé dans le plan du détecteur. Le changement du point de l'objet sur lequel est focalisé l'optique, illustré par les points A et B sur la figure (6.12) additionné au décalage angulaire α est à l'origine du changement de position des images correspondantes (A' et B' sur la figure (6.12)) visible sur les différentes figures résultant des simulations avec le code SRW.

A l'énergie d'injection

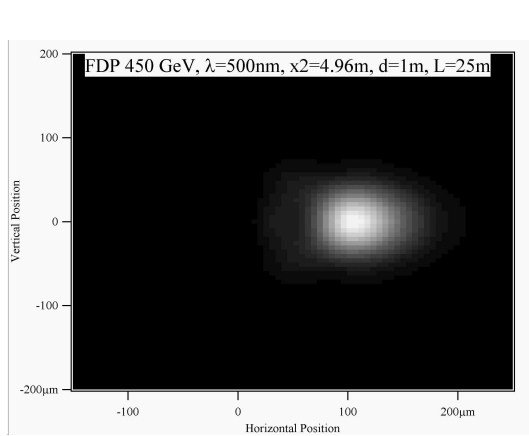


FIG. 6.13 – Intensité dans le plan du détecteur pour une énergie de 450 GeV, $\lambda = 500$ nm, l'optique étant "focalisée" sur la sortie de l'onduleur ($x_2 = 4.96$ m), recueillie avec un miroir de 50×50 mm² à $L = 25$ m dont le bord est à $15\sigma_{H,450 \text{ GeV}}$ du faisceau de protons.

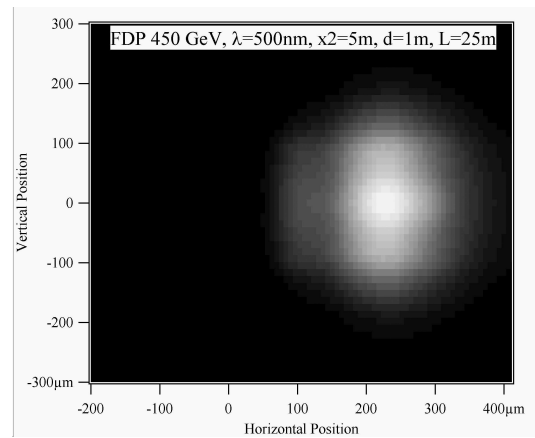


FIG. 6.14 – Intensité dans le plan du détecteur pour une énergie de 450 GeV, $\lambda = 500$ nm, avec l'optique "focalisée" sur le bord de D3 ($x_2 = 5$ m), recueillie avec un miroir de 50×50 mm² à $L = 25$ m dont le bord est à $15\sigma_{H,450 \text{ GeV}}$ du faisceau de protons (la contribution du bord à l'éclairement est négligeable).

A 450 GeV, l'intensité produite par le dipôle D3 est négligeable devant celle produite par l'onduleur, tableau (5.12, page 78). La source est donc composée uniquement de l'onduleur. Pour la longueur d'onde $\lambda = 500$ nm proche du fondamental, la distribution angulaire de rayonnement est un lobe centré sur l'axe de symétrie de l'onduleur. L'image de cette source obtenue en focalisant l'optique sur la sortie de l'onduleur ($x_2 = 4.96$ m, pour une focale de 4,167 m) est également un pic auquel s'ajoute l'effet de la diffraction, figure (6.13). Si l'optique est focalisée de façon à observer un point correspondant à l'entrée dans le dipôle D3, figure (6.14), on retrouve la même tache image mais "élargie".

A l'énergie de collision

A 7 TeV, la source est constituée du dipôle D3, bord et intérieur. Nous avons vu au paragraphe (3.2.1, page 40) que dans l'approximation basse fréquence (c'est-à-dire

pour des fréquences d'observation inférieures à l'inverse de la durée de l'impulsion), le rayonnement de bord au lieu d'être un cône centré sur la position physique du bord se décompose en deux cônes d'intensités différentes centrés en $\pm 1/\gamma$ de part et d'autre du bord, équations (3.25 et 3.26, page 40). La recombinaison par une lentille de ce rayonnement donne normalement un point. Cependant, la position du miroir dans ce cas ne permet pas de recueillir la totalité de la distribution émise dans le bord du dipôle, figure (6.15) correspondant à la figure (5.21-(c), page 83) à comparer avec la figure (6.9). La recombinaison au niveau de l'image par l'optique procède donc à

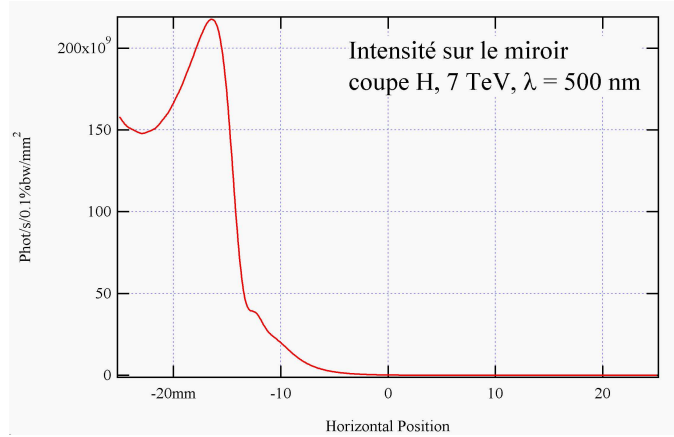


FIG. 6.15 – Coupe dans le plan horizontal de l'intensité recueillie sur le miroir d'extraction dont le bord est à $15\sigma_{H,450GeV} = 18$ mm de l'axe du faisceau de protons, pour $\lambda = 500$ nm et une énergie des protons de 7 TeV.

partir de distributions angulaires tronquées, donnant de la diffraction, figures (6.16 et 6.17). On retrouve les mêmes types de figures que pour 450 GeV, mais cette fois, le point de focalisation se trouve sur l'entrée de D3, figures (6.16 et 6.17).

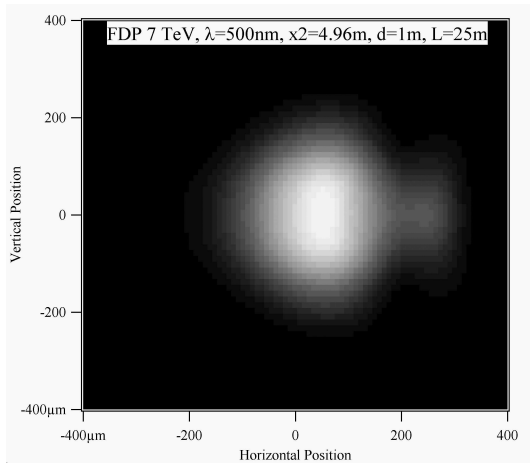


FIG. 6.16 – Intensité dans le plan du détecteur pour une énergie de 7 TeV, $\lambda = 500$ nm, l'optique étant focalisée sur la sortie de l'onduleur ($x_2 = 4.96$ m), recueillie avec un miroir de 50×50 mm² à $L = 25$ m. Le bord du miroir est à $15\sigma_{H,450 GeV}$ du faisceau de protons.

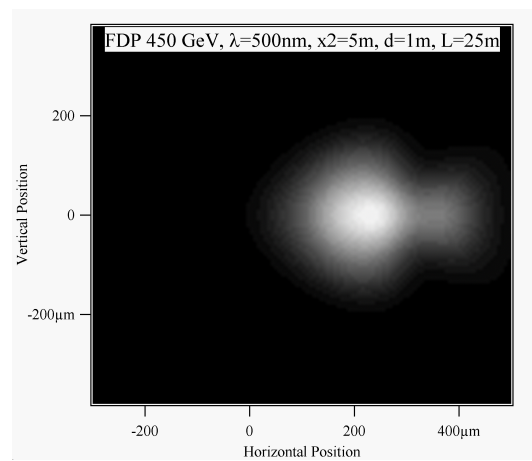


FIG. 6.17 – Intensité dans le plan du détecteur pour une énergie de 7 TeV, $\lambda = 500$ nm, avec l'optique focalisée sur le bord de D3 ($x_2 = 5$ m), recueillie avec un miroir de 50×50 mm² à $L = 25$ m. Le bord du miroir est à $15\sigma_{H,450 GeV}$ du faisceau de protons.

A 1 TeV

La structure angulaire du rayonnement de la source à cette énergie intermédiaire est complexe. Elle est composée d'un pic centré sur l'axe optique contenant la contribution de l'onduleur et de l'effet de bord de D3, et de 4 pics situés sur un anneau de rayon angulaire $\theta = 1.6$ mrad, correspondant à la direction d'émission de la longueur d'onde $\lambda = 500$ nm, figure (6.10). La figure (6.18) comparée à la figure (6.10) montre la partie de la distribution totale d'intensité recueillie par un miroir de 50×50 mm² à la distance $L = 25$ m dont le bord est à $15\sigma_{H,450 GeV}$ du faisceau de protons. Le

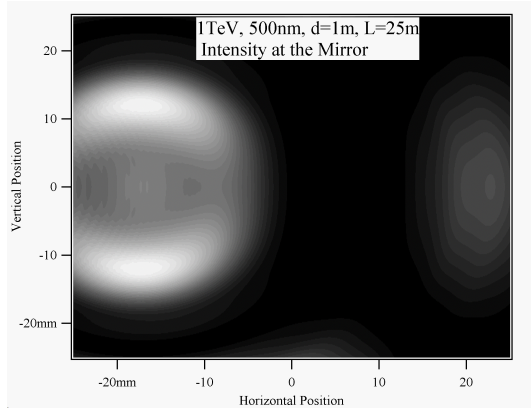


FIG. 6.18 – Intensité recueillie (composante σ) sur le miroir d'extraction de 50×50 mm² à $L = 25$ m dont le bord est à $15\sigma_{H,450 GeV}$ du faisceau de protons, pour une énergie de 1 TeV pour $\lambda = 500$ nm. Seul un carré de 50 par 50 mm² décentré est pris sur la figure (6.10) correspondant à un carré de 60 mm de côté.

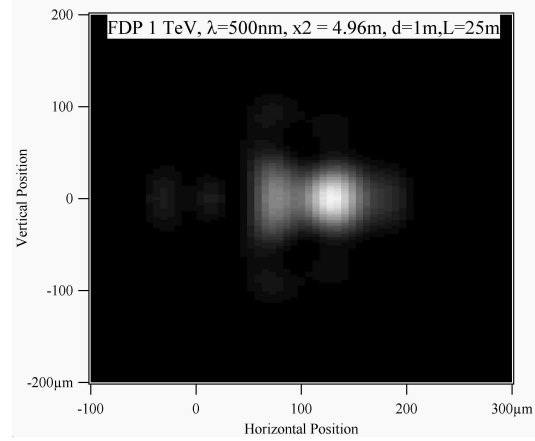


FIG. 6.19 – Intensité dans le plan du détecteur pour une énergie de 1 TeV, $\lambda = 500$ nm, avec l'optique focalisée sur la sortie de l'onduleur, recueillie avec un miroir de 50×50 mm² à $L = 25$ m dont le bord est à $15\sigma_{H,450 GeV}$ du faisceau de protons.

cône centré sur la direction α (soit -17.5 mm à 25 m) est la superposition cohérente des rayonnements émis dans l'onduleur et par le bord de D3 situé à la distance d . A cause de la position décentrée du miroir par rapport à l'axe d'émission du rayonnement de l'onduleur, seule une fraction de l'anneau correspondant à la longueur d'onde 500 nm est recueillie : les deux lobes apparaissant dans le plan vertical sur la figure (6.10) sont en-dehors de l'acceptance angulaire du miroir et donc disparaissent sur la figure (6.18). De même seul une toute petite portion du lobe dans le plan horizontal centré à 35 mm, figure (6.10), est recueillie par le miroir, figure (6.18). Lors de la recombinaison des contributions de phase par la lentille, la partie symétrique par rapport à l'axe d'émission de ce lobe est éliminée. On voit alors apparaître à gauche du pic central (inversion de l'image) un second pic très atténué correspondant à la partie de l'anneau recueillie.

Les images obtenues dans différents plans images correspondant à des points de focalisation différents sont représentées sur les figures (6.19, 6.20 et 6.21). En fonction du point de focalisation, les contributions au pic principal provenant des deux composantes de la source sont plus ou moins diluées. La forme de ce lobe (nombre de maxima locaux et largeur) varie donc avec la distance de focalisation.

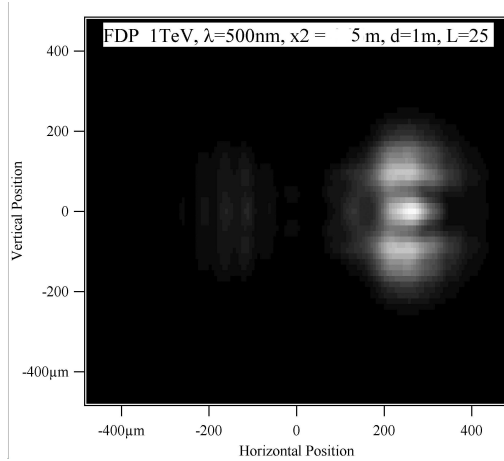


FIG. 6.20 – Intensité dans le plan du détecteur pour une énergie de 1 TeV, $\lambda = 500$ nm, avec l’optique focalisée sur le bord de D3, recueillie avec un miroir de 50×50 mm² à $L = 25$ m dont le bord est à $15\sigma_{H,450 GeV}$ du faisceau de protons.

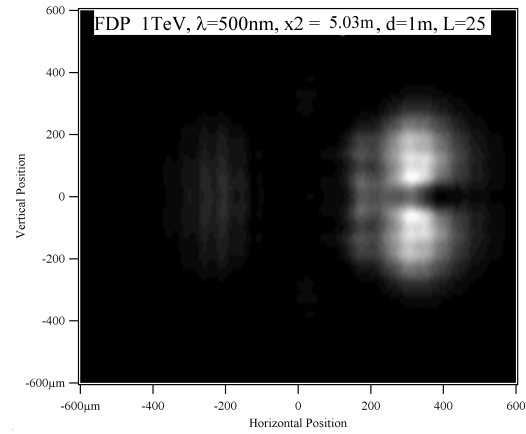


FIG. 6.21 – Intensité dans le plan du détecteur pour une énergie de 1 TeV, $\lambda = 500$ nm, avec l’optique focalisée sur l’intérieur de D3, recueillie avec un miroir de 50×50 mm² à $L = 25$ m dont le bord est à $15\sigma_{H,450 GeV}$ du faisceau de protons.

6.4.3 Etude de l’influence des différents paramètres

Bien que l’optique de notre détecteur soit simple, il est possible d’ajuster différents paramètres afin d’optimiser les performances en limitant notamment les effets de diffraction et de profondeur de champ. Ce paragraphe présente les études réalisées pour choisir la configuration donnant la meilleure résolution spatiale, c’est-à-dire la plus petite FDP.

Influence de λ

Les calculs de la distribution d’intensité dans le plan du détecteur dépendent de la longueur d’onde d’observation. Dans le cas du moniteur, la gamme spectrale d’utilisation des CCD et intensificateurs est relativement large (entre 200 et 900 nm). Il est donc possible, soit d’intégrer sur une large bande pour “lisser” les effets observés en lumière monochromatique, soit au contraire de choisir une gamme étroite autour d’une longueur d’onde optimale pour minimiser les effets de la diffraction. Le tableau (6.5) présente en fonction de l’énergie du faisceau de protons et de différentes longueurs d’onde, la dimension rms ramenée dans le plan objet des coupes dans le plan horizontal de la FDP, figures (6.22, 6.23 et 6.24).

Le tableau (6.5) permet de vérifier un résultat classique des calculs de diffraction : l’effet de diffraction diminue avec la longueur d’onde. Cependant, la longueur d’onde fondamentale émise dans l’onduleur à 450 GeV est 620 nm. L’intensité émise en dehors de cette longueur d’onde est beaucoup plus faible, figure (6.22) en échelle relative.

La longueur d’onde optimale du point de vue de la résolution spatiale est la plus petite possible. Cependant du point de vue du niveau de signal recueilli, il est préférable de travailler avec des longueurs d’onde proches du fondamental tant que le rayonnement de l’onduleur est visible. Puis, lorsque le bord devient prépondérant, on améliore la résolution en diminuant au maximum la longueur d’onde.

Point de focalisation : sortie de l'onduleur				
Energie proton (TeV)	valeur rms de la coupe H de la FDP (mm)			Dimension rms du faisceau de protons (mm)
	$\lambda=200$ nm	$\lambda=500$ nm	$\lambda=900$ nm	
0.45	0.064	0.15	0.2	1.12
1	0.078	0.19	0.35	0.75
7	0.21	0.52	0.91	0.28

TAB. 6.5 – Valeur rms de la coupe horizontale de la FDP ramenée au plan objet pour différentes longueurs d'onde. Le miroir d'extraction 50×50 mm² est à $L=25$ m de l'entrée de l'onduleur, le miroir focalisant est à $l=2$ m du miroir d'extraction et le détecteur est à $x_2=5$ m du miroir focalisant. La dimension du faisceau de protons est reportée dans la dernière colonne.

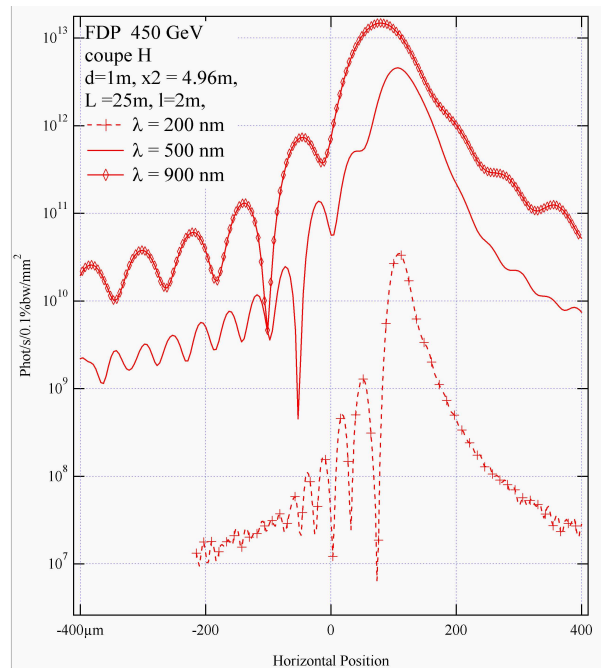


FIG. 6.22 – Comparaison pour différentes longueurs d'onde des coupes dans le plan horizontal de la FDP dans le plan du détecteur à 450 GeV pour la source contenant l'onduleur et D3 (négligeable).

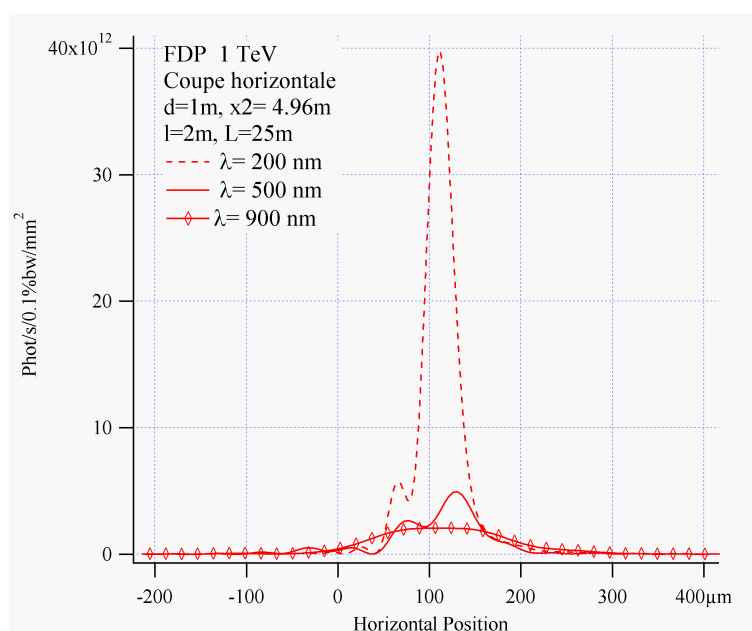


FIG. 6.23 – Comparaison pour différentes longueurs d’onde des coupes dans le plan horizontal de la FDP dans le plan du détecteur à 1 TeV pour l’onduleur et l’aimant D3 (contribution au rayonnement comparables).

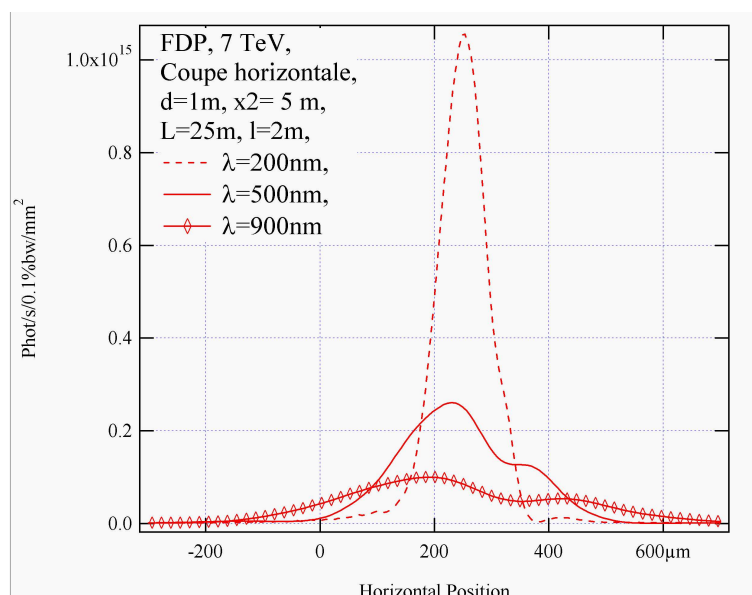


FIG. 6.24 – Comparaison pour différentes longueurs d’onde des coupes dans le plan horizontal de la FDP dans le plan du détecteur à 7 TeV pour la source contenant l’onduleur (négligeable) et D3.

Influence du choix du point de focalisation (profondeur de champ)

Nous avons montré qu'entre 1 et 2 TeV, le rayonnement est produit par des contributions équivalentes de l'onduleur et du bord du dipôle D3, tableau (5.12, page 78). Le système optique fait donc dans ce cas l'image d'une source d'étendue longitudinale $\overline{AB} = a$.

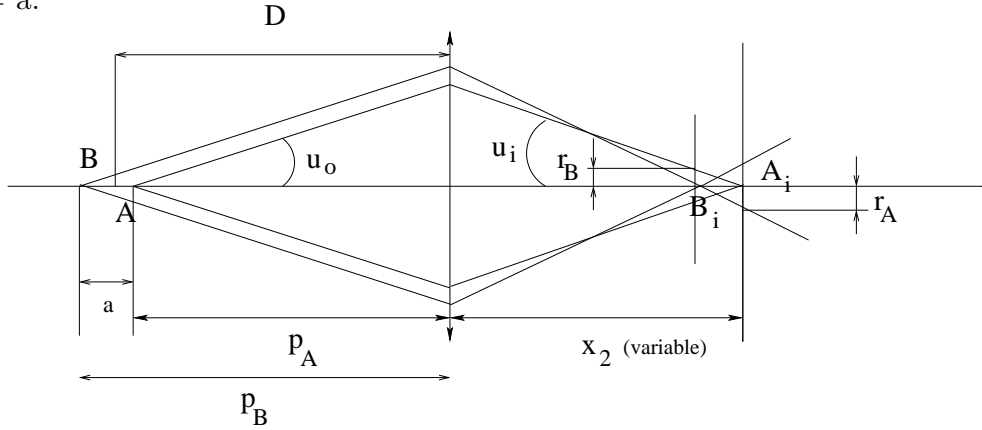


FIG. 6.25 – Définition de la profondeur de champ. A_i est l'image de A et B_i celle de B .

En appelant A_i et B_i les images respectives des points extrêmes de la source A et B , situés respectivement aux distances p_A et p_B de la lentille, figure (6.25), et en supposant l'optique focalisée sur le point A , l'image géométrique du point B dans le plan de A_i n'est pas un point mais un disque de rayon r_A :

$$r_A = \tan u_i \overline{A_i B_i} \quad (6.41)$$

En utilisant les relations de l'optique géométrique entre a et $\overline{A_i B_i}$, on obtient la relation [47] :

$$r_A = \frac{a u_i f^2}{p_A p_B} \quad (6.42)$$

avec f distance focale de la lentille. Ainsi, le rayon de la tache image augmente avec l'angle d'émission⁴ et avec la longueur a . r_A s'annule dans le cas d'une source ponctuelle située en A correspondant à $a=0$.

La distance optimale de focalisation D est obtenue en égalisant les rayons r_A et r_B calculés pour les deux positions extrêmes de focalisation correspondant aux distances objet p_A et p_B , figure (6.25). En appliquant les formules de Newton de conjugaison [47], on montre que D est donnée par :

$$D = \frac{2p_A p_B}{p_A + p_B} \quad (6.43)$$

Dans le cas de la source de rayonnement synchrotron composée de l'onduleur et de D3, a est de l'ordre de 2 m et p_B est la distance $x_1 = 27$ m. Pour étudier l'effet de la profondeur de champ, nous avons fait varier la position x_2 du détecteur entre les points B_i et A_i . Cela est équivalent à faire varier optiquement le point de la source observé (appelé ici "point de focalisation") entre les deux limites physiques A et B de l'objet. Le tableau (6.6) présente la variation de la dimension de la coupe horizontale de la FDP obtenue par ce balayage de la source entre l'entrée de l'onduleur et l'entrée de D3, soit sur environ 2 m.

$\lambda = 500 \text{ nm}$ $d=1 \text{ m}$			dimension rms			
			dans le plan image		dans le plan objet	
Energie des protons (TeV)	x_2 (m)	G	FDP coupe H (mm)	faisceau de protons (mm)	FDP coupe H (mm)	faisceau de protons (mm)
0.45	4.92	0.18	0.039	0.20	0.22	1.12
0.45	4.96	0.19	0.028	0.21	0.15	1.12
0.45	5	0.2	0.068	0.22	0.34	1.12
0.45	5.03	0.21	0.096	0.24	0.46	1.12
1	4.92	0.18	0.04	0.135	0.22	0.75
1	4.96	0.19	0.038	0.142	0.20	0.75
1	5	0.2	0.043	0.15	0.22	0.75
1	5.03	0.21	0.067	0.157	0.32	0.75
7	4.92	0.18	0.099	0.05	0.55	0.28
7	4.96	0.19	0.105	0.053	0.55	0.28
7	5	0.2	0.103	0.056	0.52	0.28
7	5.03	0.21	0.100	0.059	0.48	0.28
7	5.08	0.22	0.111	0.0129	0.50	0.28

TAB. 6.6 – Valeur rms de la coupe dans le plan horizontal de la distribution d'intensité, dans le plan du détecteur et rapportée au plan objet en divisant par G, pour différents points de focalisation. Le miroir d'extraction $50 \times 50 \text{ mm}^2$ est à 25 m de l'entrée de l'onduleur, le miroir focalisant est à 2 m du miroir d'extraction.

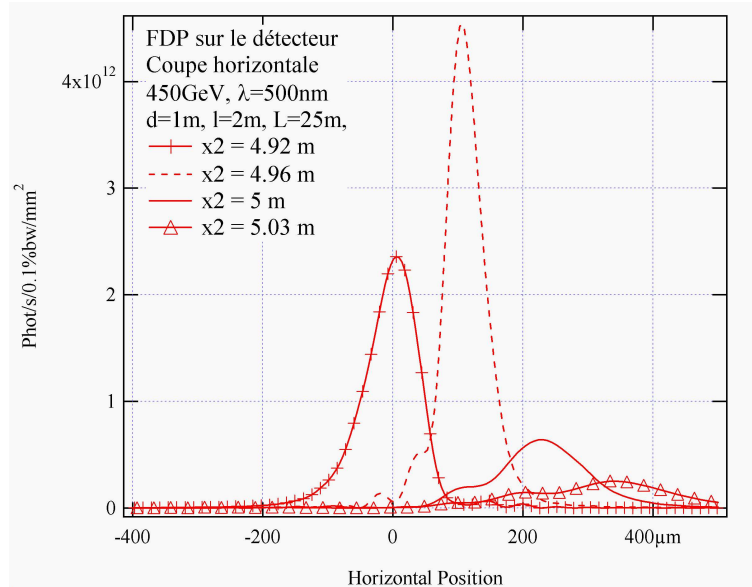


FIG. 6.26 – Comparaison pour différents points de focalisation des coupes dans le plan horizontal de la FDP dans le plan du détecteur à une énergie de protons de 0.45 TeV et pour $\lambda = 500 \text{ nm}$.

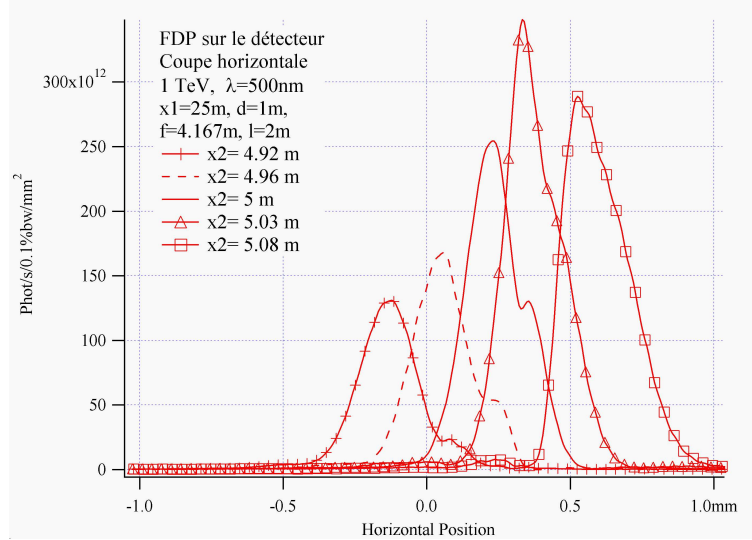


FIG. 6.27 – Comparaison pour différents points de focalisation des coupes dans le plan horizontal de la FDP dans le plan du détecteur à une énergie de protons de 7 TeV et pour $\lambda = 500$ nm.

Les figures (6.26 et 6.27) présentent la comparaison des dimensions horizontales de la FDP pour différents points de focalisation pour une énergie de faisceau de protons de 450 GeV et 7 TeV. Dans les deux cas, la source est quasi-ponctuelle. Ainsi, la taille de la tache est minimale lorsque l'optique est focalisée sur la position réelle de la source : sur l'onduleur pour 450 GeV et sur le bord de D3 à 7 TeV. D'autre part, l'ouverture du cône de rayonnement u_i est plus petite à haute énergie ($u_i = 0.13$ mrad) qu'à basse énergie ($u_i = 2$ mrad). En accord avec la relation (6.42), l'élargissement de la tache image due à la défocalisation induite par la profondeur de champ pour la longueur a de notre source est donc plus sensible à 450 GeV qu'à 7 TeV. Pour l'énergie d'injection et $u_i = 2$ mrad, la FDP est 3.5 fois plus large en focalisant sur le bord de D3 ($x_2 = 5.03$ m) que sur la sortie de l'onduleur ($x_2 = 4.96$ m), mais l'élargissement reste dans tous les cas acceptable devant la taille du faisceau à mesurer. En revanche à 7 TeV, lorsque la taille du faisceau est la plus petite, l'élargissement n'est que de 12% et reste négligeable devant l'effet de la diffraction (90%, à cette longueur d'onde, d'élargissement de la FDP par rapport à la taille réelle du faisceau).

La figure (6.28) présente la même comparaison effectuée à 1 TeV. A cette énergie, la source a effectivement une étendue longitudinale $a = 2$ m. Pour $p_B = x_1 = 27$ m, on trouve une distance optimale de focalisation de $D = 25.8$ m, correspondant à la sortie de l'onduleur, ce que l'on peut vérifier dans le tableau (6.6).

Pour minimiser les effets de profondeur de champ tout au long de la gamme d'énergie, il faut prévoir de modifier le point de focalisation, c'est-à-dire une course longitudinale du détecteur de 5 cm correspondant au balayage de la source entre la sortie de l'onduleur et l'entrée du dipôle. Cependant, puisque l'effet est important à basse énergie, là où la taille du faisceau à mesurer n'est pas critique, on peut se contenter de focaliser l'optique sur le bord de D3. L'élargissement de l'image par rapport à la taille du faisceau introduit à 450 GeV n'est que de 14 %.

⁴relié à l'angle u_i par la condition des sinus d'Abbe $n_0 \overline{A_0 B_0} \sin u_0 = n_i \overline{A_i B_i} \sin u_i$

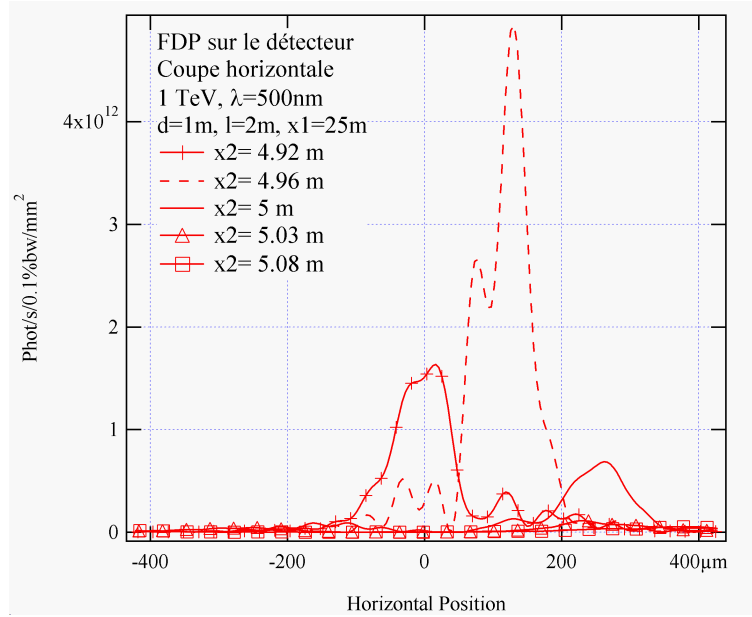


FIG. 6.28 – Comparaison pour différents points de focalisation des coupes dans le plan horizontal de la FDP dans le plan du détecteur à une énergie de protons de 1 TeV et pour $\lambda = 500\text{ nm}$.

Influence de la taille du miroir d'extraction

Energie protons TeV	x_2 m	dimensions du miroir mm*mm	Position bord du miroir $15\sigma_{H,450\text{GeV}}$	Dimensions rms			
				Plan image		Plan objet	
				image mm	faisceau mm	image mm	faisceau mm
0.45	25.8	50*50	$15\sigma_{H,450\text{GeV}}$	0.036	0.21	0.19	0.28
0.45	25.8	40*40	$15\sigma_{H,450\text{GeV}}$	0.028	0.21	0.15	0.28
7	25	50*50	$15\sigma_{H,450\text{GeV}}$	0.103	0.056	0.51	0.28
7	25	40*40	$15\sigma_{H,450\text{GeV}}$	0.103	0.056	0.51	0.28
7	25	40*40	$15\sigma_{H,7\text{TeV}}$	0.083	0.056	0.42	0.28
7	25	40*40	$7\sigma_{H,450\text{GeV}}$	0.062	0.056	0.31	0.28

TAB. 6.7 – Comparaison entre les dimensions de la tache de diffraction et du faisceau dans le plan image pour différentes tailles de miroir pour $\lambda = 500\text{ nm}$. Le point de focalisation est défini par sa distance par rapport au miroir de focalisation.

A 450 GeV, le cône de lumière a une ouverture angulaire supérieure à l'acceptance du miroir d'extraction. On ne recueille donc qu'une partie de la distribution angulaire et la coupure dans la distribution spectrale angulaire crée de la diffraction, effet du diaphragme. C'est donc la position du bord du miroir qui est déterminante pour l'élargissement de la tache image. Cependant, à cette énergie, la taille du faisceau de protons est suffisamment importante pour que l'élargissement de la FDP dû à l'effet de la diffraction ne soit pas limitant en résolution.

A 7 TeV, en revanche, l'ouverture du cône de lumière est inférieure à l'acceptance

du miroir et devrait donc être le facteur limitant. Cependant, la position du bord du miroir à $15\sigma_{H,450GeV}$ de l'axe du faisceau de protons ne permet pas de recueillir la totalité du rayonnement de bord du dipôle, figure (6.15). A nouveau, la coupure dans la distribution spectrale angulaire d'énergie crée de la diffraction de façon plus importante que l'ouverture limitée du cône de lumière. Pour réduire l'effet de la diffraction, une solution est d'approcher le bord du miroir de l'axe du faisceau de façon à recueillir la totalité du rayonnement de bord. Le tableau (6.7) montre que l'effet de la diffraction est fortement réduit à l'énergie de collision lorsque le bord est à $8\sigma_{H,7TeV}$ au lieu de $15\sigma_{H,450GeV}$ de l'axe du faisceau de proton. Lorsque l'on rapproche encore le bord du miroir, la FDP s'élargit de nouveau car alors l'effet de profondeur de champ augmente en récupérant le rayonnement provenant de l'intérieur de D3.

Ainsi, plus que la taille du miroir la position du bord du miroir apparaît comme un facteur influençant de façon significative la résolution du système. Cependant l'optimisation du flux recueilli à l'énergie d'injection conduit à prendre un miroir le plus grand possible, compte-tenu des contraintes géométriques imposées par la dimension de la chambre à vide. Pour des raisons économiques, si le flux est suffisant à l'énergie d'injection, l'utilisation d'un miroir de $40 \times 40 \text{ mm}^2$ est préférable.

Influence de la distance d entre l'onduleur et le dipôle.

Tant que l'une des deux sources est prépondérante sur l'autre, l'effet de la distance d se réduit à une défocalisation qui peut être corrigée avec un détecteur mobile longitudinalement. En revanche dans la gamme d'énergie de faisceau où les deux sources sont équivalentes du point de vue du flux émis, la distance d détermine la période des franges d'interférence, voir chapitre 3. Ces anneaux d'interférences entre onduleur et bords ont déjà été observés sur une expérience SPS [4]. Plus la distance d est grande plus le nombre d'anneaux visibles dans le lobe central dans le plan du miroir d'extraction est important, figures (6.29, 6.30, 6.31 et 6.32).

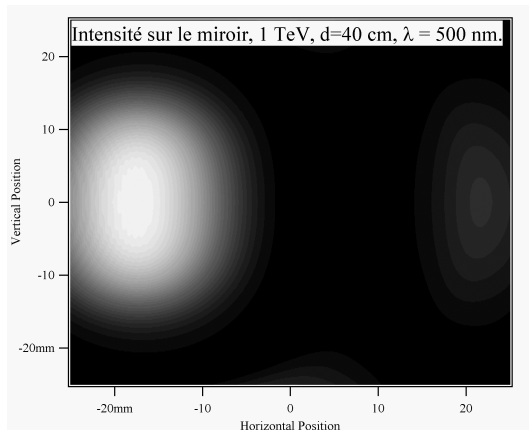


FIG. 6.29 – Intensité dans le plan du miroir à 1 TeV pour $d = 40 \text{ cm}$ émise par un faisceau filament d'intensité 0.56 A.

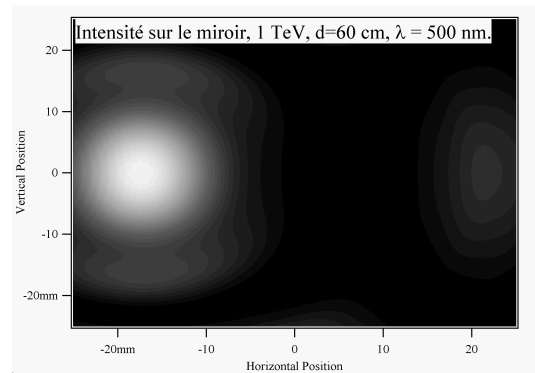


FIG. 6.30 – Intensité dans le plan du miroir à 1 TeV pour $d = 60 \text{ cm}$ émise par un faisceau filament d'intensité 0.56 A.

Cependant, les coupures dans la densité spectrale angulaire d'énergie sont sensiblement les mêmes et la contribution de la diffraction à l'élargissement de la FDP reste du même ordre de grandeur pour une gamme de variations de la distance d entre

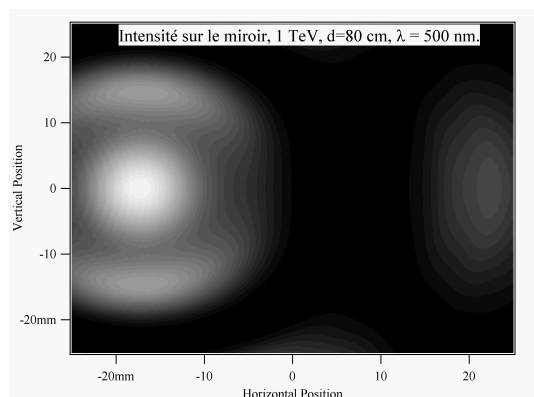


FIG. 6.31 – Intensité dans le plan du miroir à 1 TeV pour $d = 80$ cm émise par un faisceau filament d'intensité 0.56 A.

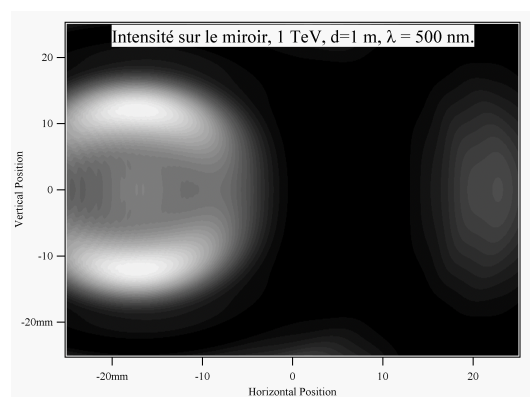


FIG. 6.32 – Intensité dans le plan du miroir à 1 TeV pour $d = 1$ m émise par un faisceau filament d'intensité 0.56 A.

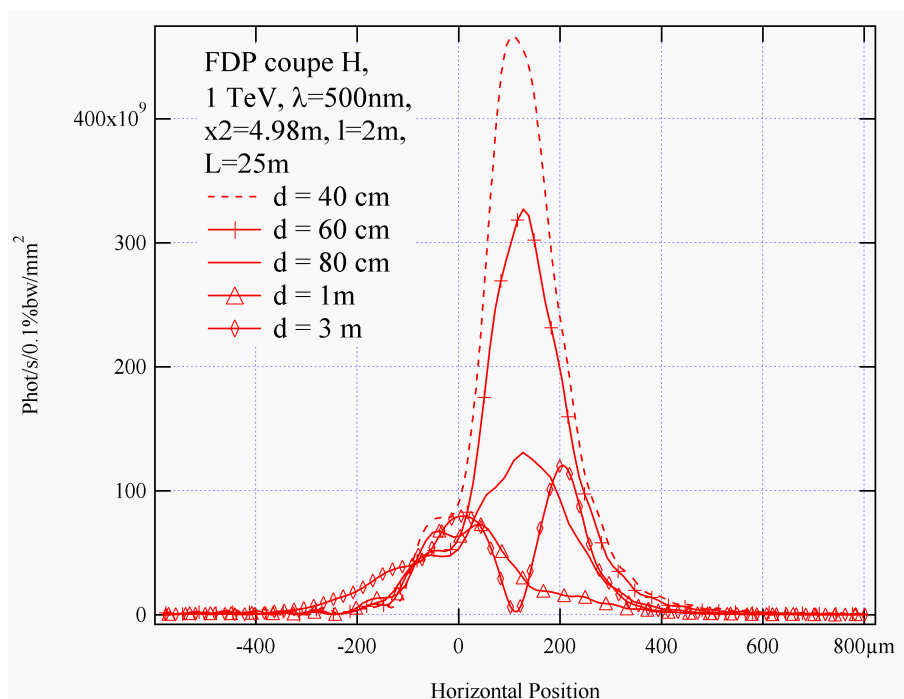


FIG. 6.33 – Comparaison pour différentes distances d des coupes dans le plan horizontal de la FDP dans le plan du détecteur à une énergie de protons de 1 TeV et pour $\lambda = 500$ nm.

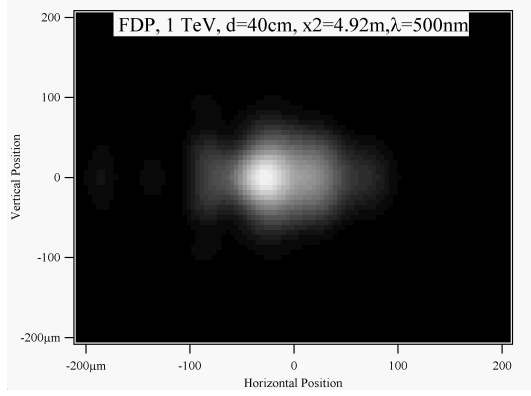


FIG. 6.34 – Intensité dans le plan du détecteur à 1 TeV pour $d = 40$ cm émise par un faisceau filament d'intensité 0.56 A.

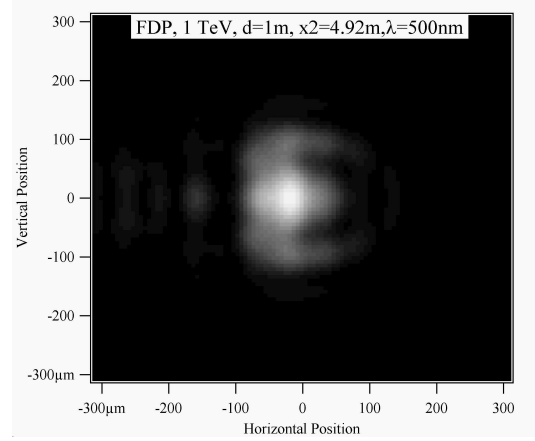


FIG. 6.35 – Intensité dans le plan du détecteur à 1 TeV pour $d=1$ m émise par un faisceau filament d'intensité 0.56 A.

40 cm et 1 m, figures (6.34 et 6.35). Au-delà de cette gamme, la défocalisation d'une des deux sources devient importante et l'on voit apparaître plusieurs taches dans le plan image, visibles sur la coupe avec $d = 3$ m, figure (6.33).

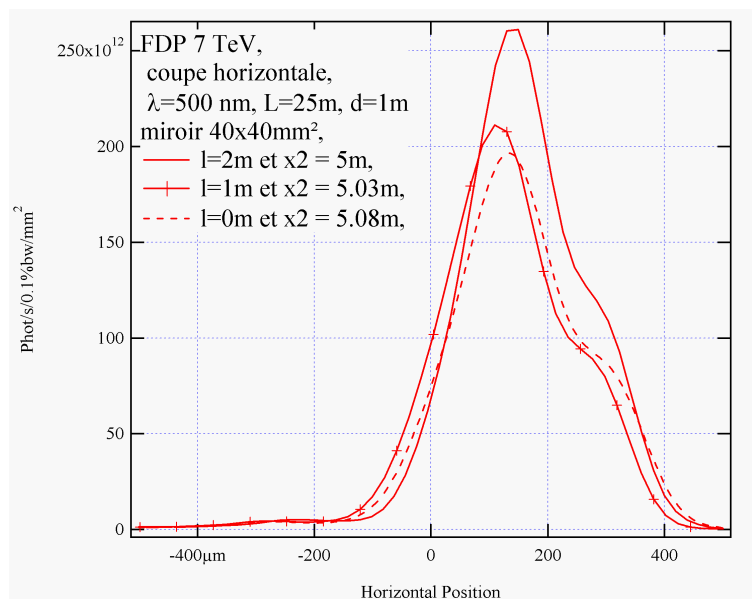
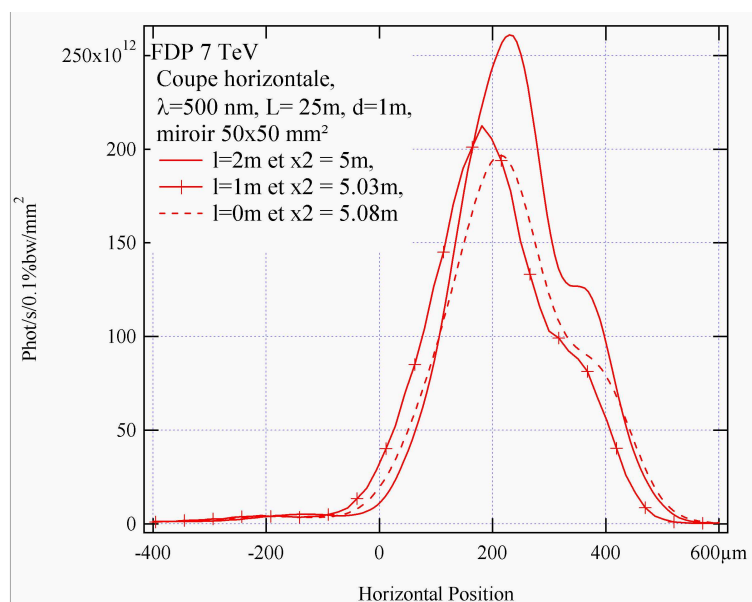
Lorsque la distance d augmente, l'intensité maximale recueillie diminue et la taille de la tache image augmente, figure (6.33). Au-delà d'une distance d de l'ordre de 1 m, les deux sources deviennent incohérentes et le lobe central se décompose en deux pics correspondants aux deux sources. Il est donc nécessaire de minimiser la distance entre l'onduleur et le dipôle D3 en tenant compte des contraintes d'implantation des cryostats de l'onduleur et du dipôle D3.

Influence de la distance l entre le miroir d'extraction et le miroir focalisant

Energie protons	l	L	dimensions du miroir	Dimensions rms			
				Plan image		Plan objet	
TeV	m	m	mm*mm	image	faisceau	image	faisceau
7	0	27	40*40	0.110	0.056	0.55	0.28
	1	26	40*40	0.109	0.056	0.54	0.28
	2	25	40*40	0.103	0.056	0.51	0.28
7	0	27	50*50	0.111	0.056	0.56	0.28
	1	26	50*50	0.106	0.056	0.53	0.28
	2	25	50*50	0.103	0.056	0.52	0.28
7	2	25	46.3*46.3	0.103	0.056	0.52	0.28

TAB. 6.8 – Comparaison des dimensions de la coupe horizontale de la FDP et du faisceau dans le plan image pour différentes distances entre le miroir d'extraction et le miroir focalisant pour $\lambda = 500$ nm et $x_2 = 5$ m.

Le déplacement du miroir d'extraction par rapport au miroir focalisant, pour les mêmes dimensions des miroirs et dans la mesure où le miroir d'extraction reste le

FIG. 6.36 – Coupes dans le plan H de la FDP à 7 TeV pour différents l et un miroir de 40×40 mm².FIG. 6.37 – Coupes dans le plan H de la FDP à 7 TeV pour différents l et un miroir de 50×50 mm².

diaphragme d'ouverture, revient à modifier l'acceptance angulaire du système. Plus l'acceptance est réduite, plus l'effet de diffraction est grand, tableau (6.8).

Cependant, à cause du décentrage du miroir d'extraction par rapport à l'axe de symétrie du rayonnement, pour une même acceptance angulaire d'un point de vue purement géométrique, l'effet diffractant est différent en fonction de l car la distribution angulaire du rayonnement n'est pas uniforme. Dans le cas du télescope, une distance l de 2 m permet d'augmenter l'acceptance angulaire pour des tailles de miroirs fixées en conservant sensiblement le même éclairement du miroir, figures (6.36 et 6.37).

6.4.4 Utilisation d'une fente dans le plan focal

Nous avons vu précédemment que la position du miroir d'extraction est déterminante à l'énergie de collision. Si le bord est trop éloigné de l'axe du faisceau, le miroir n'intercepte qu'une partie du rayonnement de bord. En revanche, si l'on approche le bord du miroir tout en restant à $15\sigma_{H, 7 TeV}$, il est possible de récupérer tout le rayonnement du bord mais la diffraction est alors supplantée par l'effet de profondeur de champ. L'utilisation d'une fente orientée verticalement dans le plan focal du miroir focalisant, apporte une solution au problème, comme cela a été réalisé dans le moniteur du LEP [17]. Cette fente est équivalente à une limitation de l'acceptance angulaire du système optique indépendante de la position du faisceau [32, 33]. En choisissant ses dimensions horizontale et verticale, ainsi que sa position horizontale, il est donc possible de sélectionner angulairement une portion du rayonnement émis.

A 7 TeV.

Nous supposons ici que le bord du miroir est à $15\sigma_{H, 7 TeV}$ de l'axe du faisceau de protons. Dans ce cas, la distribution angulaire d'intensité recueillie sur le miroir d'extraction, présentée figure (6.38), est composée du rayonnement du bord et d'une partie du rayonnement de l'intérieur du dipôle D3. On remarque que dans le plan vertical, la seule limitation vient de l'ouverture angulaire du rayonnement. La fente dans le plan focal, centrée sur la position du maximum du rayonnement de bord, permet de sélectionner angulairement le rayonnement provenant du dipôle et donc de limiter l'effet de profondeur de champ. La courbe (6.39) donne l'évolution des dimensions rms horizontale et verticale de la FDP en fonction de l'ouverture horizontale de la fente. La limitation de l'acceptance angulaire dans le plan horizontal revient à réduire la longueur de la source observée. Ainsi tant que la fente est suffisamment ouverte pour que tout le rayonnement provenant du bord soit recueilli, la dimension rms de la FDP diminue avec l'ouverture horizontale de la fente. Puis, lorsque celle-ci devient trop étroite et coupe dans la distribution angulaire du rayonnement de bord, la diffraction redevient plus importante et la FDP s'élargit à nouveau.

Dans le plan vertical, l'effet est différent. La limitation de l'acceptance angulaire horizontale réduit la profondeur de champ sans introduire de limitation dans le plan vertical. Cependant, l'effet est très réduit dans ce cas car la diffraction due à la petite ouverture angulaire reste prépondérante et la dimension rms dans le plan vertical de la FDP reste sensiblement constante.

La figure (6.40) montre la FDP et sa coupe dans le plan horizontal pour une énergie des protons de 7 TeV et $\lambda = 200$ nm. Le filtrage angulaire de la fente permet

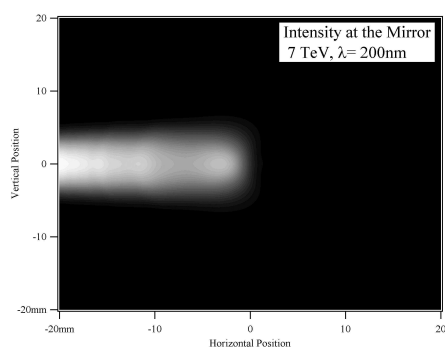


FIG. 6.38 – Intensité recueillie à 7 TeV sur un miroir d'extraction de $40 \times 40 \text{ mm}^2$ à 25 m dont le bord est à $15\sigma_H$, 7 TeV de l'axe du faisceau de protons, pour $\lambda = 200 \text{ nm}$. L'axe du faisceau est à -25 mm compte-tenu de la séparation angulaire entre l'axe optique (en $(0,0)$ sur la figure) et la direction du faisceau à la sortie de l'aimant D3.

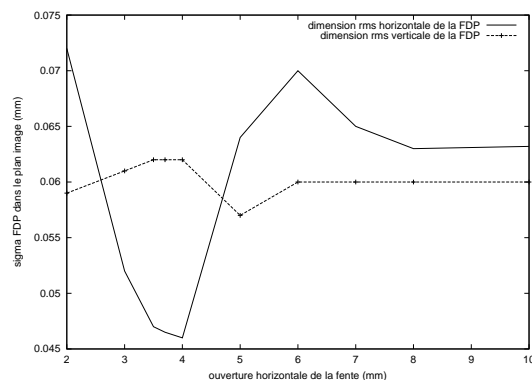


FIG. 6.39 – Evolution des dimensions rms horizontale et verticale de la FDP à l'énergie de 7 TeV en fonction de l'ouverture horizontale de la fente

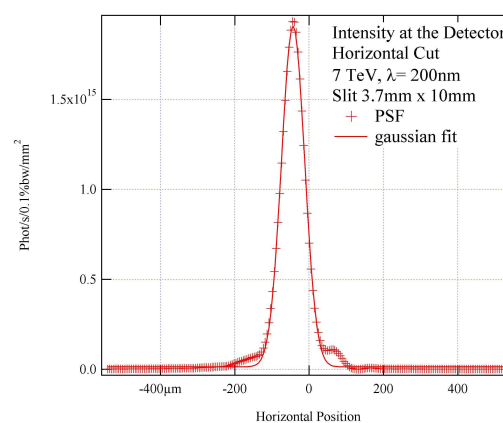
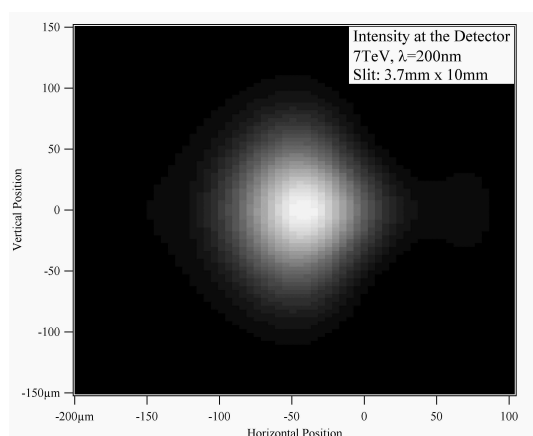


FIG. 6.40 – FDP et coupe dans le plan horizontal à 7 TeV, pour $\lambda = 200 \text{ nm}$ avec une fente verticale dans le plan focal de dimensions (H,V) 3.7 mm par 10 mm centrée sur la direction du bord d'entrée du dipôle.

non seulement d'améliorer la résolution, mais améliore aussi la qualité de l'image, à comparer avec la figure (6.17).

A 1 TeV

Nous avons vu précédemment qu'à 1 TeV, la densité spectrale angulaire d'énergie émise est coupée de façon asymétrique par le miroir d'extraction, figure (6.18), donnant une image avec deux taches, figure (6.19). La fente dans le plan focal permet de filtrer angulairement, pour le même miroir, la contribution provenant de la partie de l'anneau correspondant aux longueurs d'onde $\lambda = 500$ nm interceptée à l'origine du lobe secondaire, figure (6.41). La qualité de l'image est donc améliorée de façon

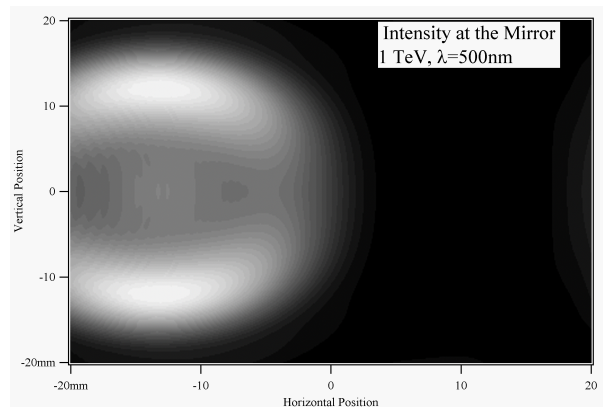


FIG. 6.41 – Intensité recueillie sur un miroir de 40×40 mm² à l'énergie de 1 TeV.

significative avec une fente (ou plus exactement un diaphragme rectangulaire) dans le plan focal, permettant de limiter l'acceptance angulaire, comparaison des figures (6.42 et 6.43).

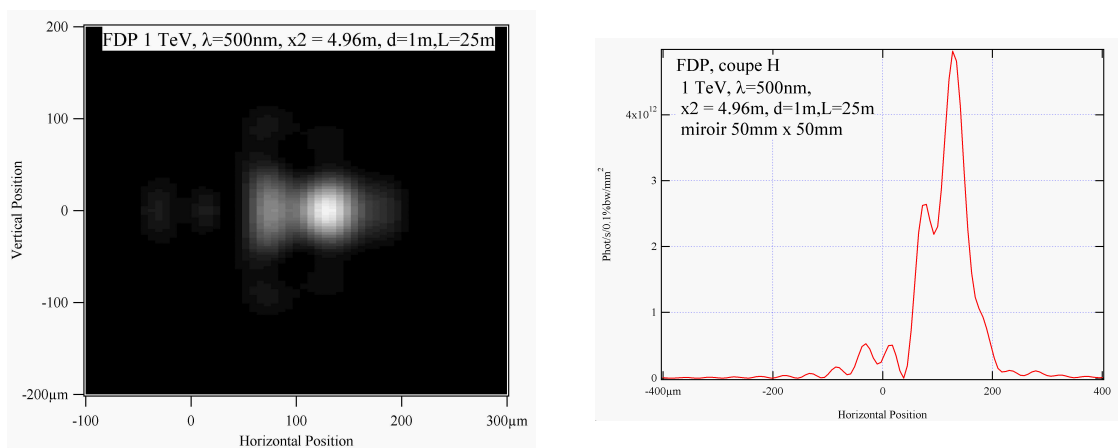


FIG. 6.42 – FDP et coupe dans le plan horizontal à 1 TeV, pour $\lambda = 500$ nm avec un miroir de 50×50 mm².

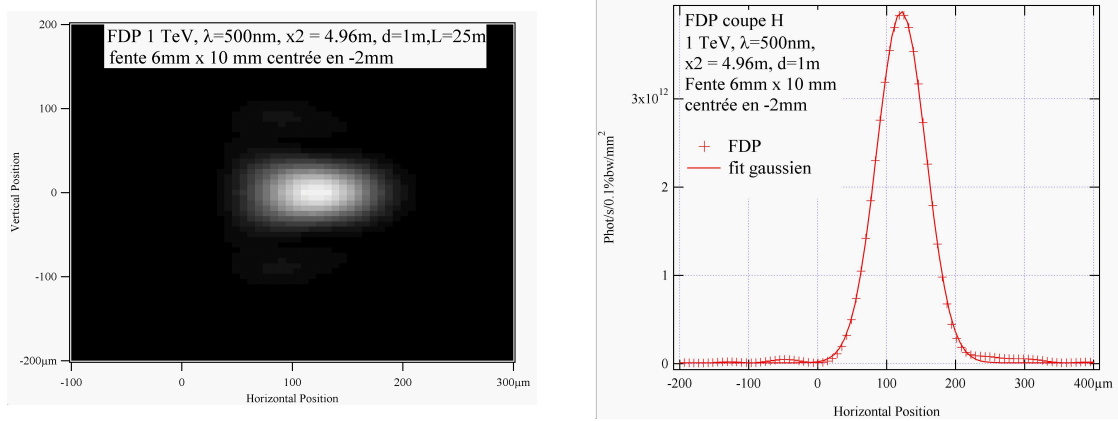


FIG. 6.43 – FDP et coupe dans le plan horizontal à 1 TeV, pour $\lambda = 500$ nm avec le miroir de 50×50 mm² et un diaphragme rectangulaire (H,V) 6 mm \times 7 mm dans le plan focal.

6.5 Conclusions

Avec le système optique et la source de rayonnement synchrotron choisis, pour optimiser la résolution à l'énergie de collision, il faut utiliser la plus petite longueur d'onde possible, c'est-à-dire 200 nm compte-tenu des composants existants. En revanche, pour les énergies plus basses, il est possible de travailler à des longueurs d'onde plus classiques, proche de 500 nm. Le mode opératoire proposé est donc d'utiliser une gamme de longueurs d'onde relativement large, pour maximiser le flux recueilli, autour de 500 nm à basse énergie, puis d'utiliser une gamme spectrale étroite proche de 200 nm à haute énergie, lorsqu'il n'y a pas de problème d'intensité.

Pour minimiser l'effet de profondeur de champ en gardant le point de focalisation fixe, il faut alors focaliser l'optique sur le bord du dipôle D3. Un perfectionnement supplémentaire peut être apporté pour les basses énergies en choisissant de focaliser l'optique sur la sortie de l'onduleur jusqu'à 1 TeV, puis seulement sur le bord du dipôle. Ainsi, pour limiter la course longitudinale du détecteur tout en améliorant la qualité de l'image, il faut réduire la distance entre l'onduleur et le dipôle. Un compromis entre le coût de fabrication et les performances optiques conduit à $d=80$ cm.

Enfin, la taille du miroir d'extraction n'est pas limitante pour la résolution, mais pour la quantité de flux recueilli. En revanche, la position du bord de ce miroir par rapport à l'axe de l'onduleur est déterminante, notamment à haute énergie. Il faut s'approcher le plus possible de l'axe du faisceau. Un miroir d'extraction mobile permet donc de rester à $15\sigma_H$ pour une énergie donnée tout en se rapprochant avec la montée en énergie du faisceau de protons.

Le tableau (6.9) résume les performances du système optique avec le mode opératoire décrit précédemment. Les tailles de faisceaux de protons ($\sigma_{O,H}$ ou v) proviennent du tableau (1.2), les tailles rms de la FDP ($\sigma_{FDP,H}$ ou v) sont obtenues à partir d'un lissage gaussien numérique, effectué par le code SRW, et ramenées dans le plan objet pour s'affranchir du grandissement G de l'optique. Les dimensions de l'image ($\sigma_{I,H}$ ou v) sont obtenues à partir de l'équation (6.13) en sommant quadratiquement les dimensions rms de la distribution des protons et de la FDP. Enfin, les deux dernières colonnes donnent l'élargissement en % de la tache image par rapport

aux dimensions réelles du faisceau dû à la diffraction et à la profondeur de champ :

$$\frac{\delta\sigma_{H \text{ ou } V}}{\sigma_{H \text{ ou } V}} = \frac{\sigma_{I,H \text{ ou } V} - \sigma_{O,H \text{ ou } V}}{\sigma_{H \text{ ou } V}} \quad (6.44)$$

Energie des protons (TeV)	Dimensions (μm)							
	faisceau de protons		FDP		Image			
	$\sigma_{O,H}$ μm	$\sigma_{O,V}$ μm	$\sigma_{FDP,H}$ μm	$\sigma_{FDP,V}$ μm	$\sigma_{I,H}$ μm	$\sigma_{I,V}$ μm	$\frac{\delta\sigma_H}{\sigma_H}$ %	$\frac{\delta\sigma_V}{\sigma_V}$ %
0.45	1120	1480	159	141	1131	1487	1	0.5
1	750	990	198	120	776	997	3.4	0.7
7	280	380	156	194	320	427	14.5	12.3

TAB. 6.9 – Performance de moniteur à rayonnement synchrotron utilisant comme source de lumière l'onduleur supraconducteur et le dipôle D3.

Dans tous les cas, l'élargissement de la tache image dû aux effets de diffraction et de profondeur de champ reste inférieur à 15 % de la taille du faisceau à mesurer, tableau (6.9). Il est donc suffisamment petit pour permettre d'obtenir la taille réelle du faisceau par soustraction quadratique. D'autre part, cet élargissement est déterminé principalement par la distribution angulaire du rayonnement, donc stable pour une énergie donnée. De plus, il est indépendant de l'intensité du faisceau. Les corrections à introduire peuvent donc être calculées puis calibrées à l'aide notamment des Fils mobiles [8].

Il est à noter que la résolution peut être améliorée en augmentant les fonctions optiques de la machine (fonction $\beta_{H,V}$ avec $\sigma_{H,V} = \sqrt{(\beta_{H,V}\epsilon_{H,V})}$) : pour le même élargissement, le faisceau à mesurer est alors plus gros. La possibilité d'utiliser le même télescope mais sur le dipôle D2, en un point du LHC où l'optique de la machine est modifiée en mode collision, reste alors intéressante pour la haute énergie.

Conclusion

L'objectif du travail de thèse est la conception d'un moniteur à rayonnement synchrotron permettant de mesurer les profils des faisceaux de proton du LHC sur toute la gamme d'énergie (450 GeV-7 TeV). Des études préliminaires avaient réalisé une présélection de sources possibles et avaient conduit à envisager l'utilisation d'un dipôle principal du LHC (dipôle du supprimeur de dispersion ou dipôle de séparation de type D2) en IR5 de 2 TeV à 7 TeV et l'insertion d'un dispositif spécial tel qu'aimant court de l'injection à 2 TeV. Cependant, les études analytiques et numériques réalisées dans le cadre de la thèse ont confirmé les faiblesses de ces solutions pour les basses énergies (au-dessous de 2 TeV). Une étude comparative des performances de plusieurs configurations magnétiques a alors conduit à choisir une source dédiée à la mesure de profils : un onduleur supraconducteur combiné à un effet de bord d'un dipôle.

Après un premier chapitre de présentation du LHC et des hypothèses de travail pour le moniteur, les principaux résultats de la théorie du rayonnement synchrotron sont exposés dans le deuxième chapitre introduisant ainsi les équations utilisées aussi bien pour le calcul analytique que par les outils numériques. Le troisième chapitre rassemble les différents modèles analytiques à disposition ou développés pour permettre le calcul des densités spectrales angulaires d'énergie de différents types de sources. Deux modèles simplificateurs sont notamment exposés : l'étude d'interférences entre deux sources et l'approximation basse fréquence de la densité spectrale angulaire d'énergie permettant d'obtenir des intégrales calculables analytiquement avec des développements limités à des ordres plus ou moins élevés. Le chapitre suivant présente le programme Zgoubi, utilisé pour simuler le rayonnement synchrotron émis dans des sources magnétiques quelconques et notamment lorsqu'aucun modèle connu n'est applicable. Un soin particulier a été accordé à croiser aussi souvent que possible les résultats avec le matériel analytique à disposition.

Les deux derniers chapitres constituent un aboutissement de l'ensemble des travaux réalisés. Tout d'abord, une comparaison approfondie des performances des différentes sources étudiées a été menée de façon à justifier le choix final. Les principales configurations envisagées sont le dipôle D2, un miniwiggler supraconducteur créant un défaut d'orbite auto-compensé, un onduleur chaud et finalement un onduleur supraconducteur. La comparaison des flux est largement en faveur de la combinaison d'un onduleur supraconducteur avec un effet de bord de dipôle. Enfin, le dernier chapitre expose l'étude des performances optiques du moniteur, basée sur des simulations avec le code SRW.

Le système finalement retenu est constitué d'un onduleur supraconducteur de deux périodes de 28 cm de long, avec un champ magnétique crête de 5 T, combiné avec l'effet de bord d'un dipôle de 9.45 m de long et avec un champ magnétique de 4.5 T à 7 TeV. Les performances aussi bien en terme d'intensité recueillie qu'en termes de

précision de l'optique devraient permettre de satisfaire aux impératifs du diagnostic de faisceaux.

En prolongement du travail réalisé, plusieurs points peuvent être encore développés. Tout d'abord, l'étude des performances optiques, basée sur les simulations de SRW, est réalisée avec des composants idéaux. Les imperfections de ces composants restent donc à introduire pour plus de rigueur. Des codes commerciaux de type Zemax disposent de catalogues complets permettant d'étudier de façon détaillée le télescope avec les composants réels. Cependant, ils ne permettent généralement pas de simuler les sources de rayonnement synchrotron. A l'autre extrémité de la chaîne, Zgoubi permet de simuler précisément la source, mais pas la propagation optique. Un développement intéressant peut donc être apporté au code Zgoubi en introduisant le calcul de propagation optique du rayonnement synchrotron basé sur la méthode des opérateurs. Les ingrédients nécessaires (méthodologie, équations et champs électriques) sont donnés et la plus grosse part de travail consiste à développer et tester le code.

D'autre part, l'évaluation de l'énergie recueillie par le télescope est calculée à partir de simulations de cartes de champ magnétiques de l'onduleur. Lorsque le prototype sera construit, il faudra sans doute réitérer les simulations avec les cartes de champ mesuré.

Pour conclure, l'objectif a été atteint. Un cahier des charges pour le moniteur à rayonnement synchrotron pour le LHC a été défini et la phase de construction de l'onduleur a commencé.

Bibliographie

- [1] J.Jackson, Classical Electrodynamics (3rd edition), New York : Wiley, 1998.
- [2] F.R. Elder, R.V. Langmuir, A. M. Gurewich, H.C. Pollock, Phys. Rev. 71, 827, 1947.
- [3] A. Hofmann, Diagnostics with synchrotron radiation, Geneva : Proc. of the CERN Accelerator School in Grenoble 1996, 1998.
- [4] J. Bosser, L. Burnod, R. Coisson, G. Ferioli, J. Mann and F. Méot, Characteristics of the radiation emitted by protons and antiprotons in an undulator, J. Physique Lett. 45(1984) pp.L343-351
- [5] The LHC Study group, The Large Hadron Collider Conceptual design, Geneva : Yellow Book CERN/AC/95-05(LHC), 20 october 1995.
- [6] H. Bruck, Accélérateurs circulaires de particules, Saclay : Bibliothèque de Sciences et Techniques Nucléaires, 1966.
- [7] M. Martini, Transverse Beam Dynamics, Archamps : Proc. Joint Universities Accelerator School, 1996.
- [8] J. Bosser and C. Bovet, Wire Scanners for LHC, Geneva : LHC Project Note-108, 1997.
- [9] G. Burtin, J. Camas, G. Ferioli, R. Jung, J. Koopman, R. Perret, A. Variola and J.M. Vouillot, The luminescence profile monitor of the CERN SPS, CERN-SL-2000-031 BI presented at EPAC'00 Vienna, Geneva : CERN, July 2000.
- [10] C. Fischer, J. Koopman, Ionisation profile monitor tests in the SPS, CERN-SL-99-046 BI presented at DIPAC 99, Geneva : CERN, August 1999.
- [11] E. Rossa, Proposition pour la mesure du profil longitudinal des paquets d'électrons circulant dans le LEP, par une méthode d'autocorrélation temporelle, CERN-LEP-Note-554, LEP Note 554, Genève : CERN, 1986.
- [12] A. Hofmann, F. Méot, Optical resolution of beam cross-section measurements by means of synchrotron radiation, CERN/ISR-TH/82-04, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. : 203, pp.483-493, 1982.
- [13] J.J. Gras, LHC Injection Scenarios and Consequences on Beam Instrumentation, Geneva : CERN, to be published.
- [14] MCP XX1450HD, DEP, Pays-Bas.
- [15] P. Rullhusen, X. Artru and P. Dhez, Novel radiation sources using relativistic electrons from Infrared to X-rays, Series on Synchrotron radiation Techniques and Applications-Vol 4, World Scientific.
- [16] A. Hofmann, Characteristics of Synchrotron Radiation, Geneva : Proc. of the CERN Accelerator School, Grenoble 1996, 1998.

- [17] R. Jung, Precision emittance measurements in LEP with imaging telescopes, comparison with wire scanner and X-ray detector measurements, CERN SL/95-63(BI), Geneva : CERN, June 1995.
- [18] R. Coisson, Angular-spectral distribution and polarisation from a 'short magnet', Phys. Rev. A20 p-524, 1979.
- [19] R. Bossart, J. Bosser, L. Burnod, R. Coisson, E. D'Amico, A. Hofmann et L. Mann, Observation of visible synchrotron radiation emitted by a high-energy proton beam at the edge of a magnetic field, Nucl. Instr. and Meth. 164, pp. 375-380, 1979.
- [20] R.P. Walker, Insertion Devices : Undulators and Wigglers, Geneva : Proc. of the CERN Accelerator School, Grenoble 1996, 1998.
- [21] F. Méot, A theory of low frequency far-field synchrotron radiation, Part. Acc., Vol.62, pp. 215-239.
- [22] F. Méot, L. Ponce and N. Ponthieu, Low frequency interference between short synchrotron radiation sources, Phys. Rev. ST- Accelerators and Beams, Vol. 4 063801, 2001.
- [23] D. Garreta, J.C. Faivre, First Version of Zgoubi, Dph-N, Saclay : CEA, 1972.
- [24] F. Méot, Synchrotron radiation interferences at the LEP mini-wiggler, CERN SL/94-22-AP, Geneva : CERN, June 1994.
- [25] C. Bovet, A. Burns, F. Méot, M. Placidi, E. Rossa, J. de Vries, Synchrotron radiation interferences between short dipoles at LEP, CERN-SL/97-59 BI, Geneva : CERN, December 1997.
- [26] A. Burns, Measurements of intensity of synchrotron light spots for different mini-wiggler currents, SL-Note 97-38 BI, CERN : Geneva, 1997.
- [27] F. Méot et S. Valero, Zgoubi user's guide, DSM/DAPNIA/SEA-97-13, Saclay : CEA, 1997.
- [28] L. Ponce et F. Méot, Undulator radiation simulation tool in view of proton beam diagnostics in LHC, SL-Note-2001-038 BI et DSM/DAPNIA/SEA-01-13, September 2001.
- [29] F. Méot, Raytracing in 3-D field maps with Zgoubi, Rapport interne CEA/LNS/GT/90-01, CEA/CEN-Saclay, 1990.
- [30] L. Cadet, Diagnostic par rayonnement synchrotron des faisceaux de protons du LHC, DSM/DAPNIA/SEA-99-06, Saclay : CEA, 1999.
- [31] J. Bosser, C. Bovet and R. Jung, Preliminary studies on a profile monitor for the LHC using Synchrotron radiation, LHC/Note 192 et PS/BD Note 92-03, Geneva : CERN, June 1992.
- [32] A.P. Sabersky, The geometry and optics of synchrotron radiation, Part. Acc. 1973, Vol. 5, pp. 199-206.
- [33] C. Bovet, G. Burtin, R.J. Colchester, B. Halvarsson, R. Jung, S. Levitt, J.M. Vouillot, The LEP synchrotron light monitors, CERN SL/91-25 (BI), Geneva : CERN, 1991.
- [34] Communication privée de P. Elleaume, ESRF.

- [35] communication des cartes de champ magnétiques simulées avec ROXIE par S. Russenschuck.
- [36] communication des cartes de champ magnétiques simulées avec OPERA 3D par M. Sassowsky.
- [37] P.A. Komorowski, Electromagnetic Design Study of the 5 T Superconducting Undulator for the Proton Synchrotron Light Source and LHC Beam Diagnostics, LHC-MMS Technical Note 2002-01, Janvier 2002.
- [38] O. Chubar, Synchrotron Radiation Workshop, user'guide.
- [39] Matrice CCD S7171-0909, Hamamatsu, Japon.
- [40] Matrice CCD TH7863, Thomson, France.
- [41] H. Koziol, Beam diagnostics for accelerators, Geneva : Proc. of the CERN Accelerator School, University of Jyväskylä, Finland 1992, 1994.
- [42] M. Chossat, Mathématiques de l'ingénieur : Aide mémoire, Paris :Dunod, 1977.
- [43] G. Burtin, R.J. Colchester, J.J. Gras, R. Jung, J.M. Vouillot, Adaptative optics for the LEP 2 Synchrotron light monitors, CERN SL-99-049 BI, Geneva : CERN, August 1999.
- [44] K. Honkavaara, X. Artru, R. Chehab, A. Variola, Considerations on the diffraction limitations to the spatial resolution of optical transition radiation, Part. Acc. Vol. 63, pp. 147-170, 1999.
- [45] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics (2nde édition), New York : MacGraw-Hill, 1996.
- [46] O. Chubar et P. Elleaume, SRW, Copyright ESRF.
- [47] J.-P. Pérez, Optique, Enseignement de la Physique (5ème édition), Paris : Masson, 1996.
- [48] O. Chubar and P. Elleaume, Accurate and efficient computation of synchrotron radiation in the near field region,Proc. EPAC'98, pp. 1177-1179, 1998
- [49] Zemax, Optical Design Program, Focus Software, INC.

Annexe A

Calcul basse fréquence à l'ordre 2

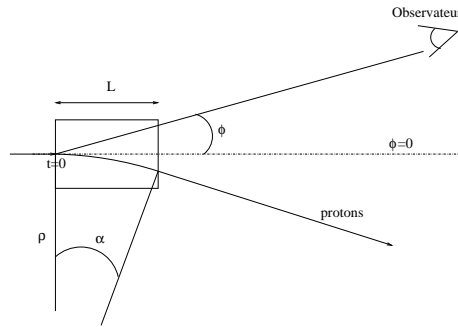


FIG. A.1 – Définition du repère utilisé pour le calcul.

Dans le cas où la fréquence d'observation ω est telle que $\omega\Delta t$ soit $\ll 1$, la transformée de Fourier du champ électrique s'écrit :

$$\begin{aligned} \tilde{E}(\phi, \psi, \omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\phi, \psi, t) e^{-i\omega t} dt \\ &\underset{\omega \ll \omega_l}{\approx} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\Delta t} E(\phi, \psi, t) \left(1 - i\omega t - \frac{(\omega t)^2}{2} + i\frac{(\omega t)^3}{6} + \dots + \frac{(i\omega t)^n}{n!} \right) dt \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Le calcul de $\tilde{E}(\phi, \psi, \omega)$ se ramène donc au calcul d'intégrales de la forme $\int E(t)t^n dt$ avec n entier.

A.1 Calcul de l'ordre 0 : $R_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\phi, \psi, t) dt$

D'après les équations (2.9, 2.10 et 2.8) avec $\omega_0 = \frac{c}{\rho}$, la composante σ du champ électrique est définie par :

$$\begin{aligned} t &= \frac{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} t' - \frac{\omega_0 \phi(t')^2}{2} + \frac{\omega_0^2}{6} (t')^3 \\ \frac{dt}{dt'} &= \frac{1 + \gamma^2\psi^2 + \gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2}{2\gamma^2} \\ E_\sigma(t') &= \frac{q\omega_0\gamma^4}{\pi\epsilon_0 cr} \frac{(1 + \gamma^2\psi^2) - \gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2}{(1 + \gamma^2\psi^2 + \gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2)^3} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

En posant $P(t') = \frac{(1+\gamma^2\psi^2)-\gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2}{(1+\gamma^2\psi^2+\gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2)}$, R_0 se réécrit sous la forme :

$$R_0 = \frac{q\omega_0\gamma^2}{2\pi\epsilon_0 cr} \int_0^{\frac{L}{c}} P(t') dt' \quad (\text{A.3})$$

En effectuant le changement de variable $u = \frac{\gamma(\omega_0 t' - \phi)}{\sqrt{1+\gamma^2\psi^2}}$, le calcul de $P_1(t') = \int P(t') dt'$ primitive de $P(t')$ s'écrit :

$$P_1(t') = \int P(t') dt' = \frac{1}{1+\gamma^2\psi^2} \int \frac{1-u^2}{(1+u^2)^2} \frac{\sqrt{1+\gamma^2\psi^2}}{\gamma\omega_0} du \quad (\text{A.4})$$

$$= \frac{1}{\gamma\omega_0\sqrt{1+\gamma^2\psi^2}} \frac{u}{1+u^2} \quad (\text{A.5})$$

$$P_1(t') = \frac{\omega_0 t' - \phi}{\omega_0 (1+\gamma^2\psi^2 + \gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2)} \quad (\text{A.6})$$

D'où l'expression de R_0 suivante, avec $K = \alpha\gamma/2$ et $\alpha = L/\rho$:

$$R_0 = \frac{q\gamma}{2\pi\epsilon_0 cr} \left[\frac{2K - \gamma\phi}{1+\gamma^2\psi^2 + (2K - \phi)^2} + \frac{\gamma\phi}{1+\gamma^2(\psi^2 + \phi^2)} \right] \quad (\text{A.7})$$

En effectuant le changement d'orientation du repère $\phi \Rightarrow \phi + \alpha/2$, figure (A.1), on retrouve l'expression (3.22, page 38) donnée au chapitre 3.

A.2 Calcul de l'ordre 1 : $R_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\phi, \psi, t) t dt$

De la même façon, R_1 s'écrit en fonction de t' pour un aimant de longueur L :

$$R_1 = \frac{q\omega_0\gamma^2}{2\pi\epsilon_0 cr} \int_0^{\frac{L}{c}} \frac{(1+\gamma^2\psi^2) - \gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2}{(1+\gamma^2\psi^2 + \gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2)^2} \left(\frac{1+\gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} t' - \frac{\omega_0\phi(t')^2}{2} + \frac{\omega_0^2(t')^3}{6} \right) dt' \quad (\text{A.8})$$

En posant $P(t') = \frac{(1+\gamma^2\psi^2)-\gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2}{(1+\gamma^2\psi^2+\gamma^2(\omega_0 t' - \phi)^2)^2}$, on réduit le problème aux calculs de plusieurs intégrales de type S_n :

$$R_1 = \frac{q\omega_0\gamma^2}{2\pi\epsilon_0 cr} \left[\frac{1+\gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} \underbrace{\int_0^{\frac{L}{c}} P(t') t' dt'}_{S_1} - \frac{\omega_0\phi}{2} \underbrace{\int_0^{\frac{L}{c}} P(t') t'^2 dt'}_{S_2} + \frac{\omega_0^2}{6} \underbrace{\int_0^{\frac{L}{c}} P(t') t'^3 dt'}_{S_3} \right] \quad (\text{A.9})$$

Calcul de $S_n = \int_0^{\frac{L}{c}} P(t') t'^n dt'$

Le calcul de R_1 se réduit au calcul de 3 intégrales $S_n = \int_0^{\frac{L}{c}} P(t') t'^n dt'$. En effectuant plusieurs intégrations par parties, on remarque que ces trois intégrales s'expriment à partir des primitives successives de $P(t')$. Par exemple, le calcul de S_3 par 3 intégrations par parties successives en intégrant $P(t')$ et en dérivant t'^3 conduit à :

$$S_3 = [P_1(t')]_0^{\frac{L}{c}} - 3 [P_2(t')]_0^{\frac{L}{c}} + 6 [P_3(t')]_0^{\frac{L}{c}} - 6 [P_4(t')]_0^{\frac{L}{c}} \quad (\text{A.10})$$

avec $P_n(t') = \int P_{n-1}(t') dt'$ primitive de $P_{n-1}(t')$. En introduisant les valeurs des $P_n(\frac{L}{c})$ et $P_n(0)$ dans les expressions de type (A.11), on obtient les expressions des S_n :

$$S_3 = P_1(L/c) \frac{L^3}{c^3} - 3P_2(L/c) \frac{L^2}{c^2} + 6P_3(L/c) \frac{L}{c} - 6(P_4(L/c) - P_4(0)) \quad (\text{A.11})$$

$$S_2 = P_1(L/c) \frac{L^2}{c^2} - 2P_2(L/c) \frac{L}{c} + 2(P_3(L/c) - P_3(0)) \quad (\text{A.12})$$

$$S_1 = P_1(L/c) \frac{L}{c} - 2(P_2(L/c) - P_2(0)) \quad (\text{A.13})$$

Calcul de $P_n(t') = \int P_{n-1}(t') dt'$

Le calcul de $P_1(t') = \int P(t') dt'$ a déjà été réalisé pour le calcul à l'ordre 0 :

$$P_1(t') = \frac{\omega_0 t' - \phi}{\omega_0 (1 + \gamma^2 \psi^2 + \gamma^2 (\omega_0 t' - \phi)^2)} \quad (\text{A.14})$$

Avec le même changement de variable $u = \frac{\gamma(\omega_0 t' - \phi)}{\sqrt{1 + \gamma^2 \psi^2}}$, les primitives suivantes donnent :

$$P_2(t') = \frac{1}{2(\gamma\omega_0)^2} \ln \left(1 + \frac{\gamma^2 (\omega_0 t' - \phi)^2}{1 + \gamma^2 \psi^2} \right) \quad (\text{A.15})$$

$$P_3(t') = \frac{\sqrt{1 + \gamma^2 \psi^2}}{(\gamma\omega_0)^3} \left[\text{Arctan} \left(\frac{\gamma(\omega_0 t' - \phi)}{\sqrt{1 + \gamma^2 \psi^2}} \right) - \frac{\gamma(\omega_0 t' - \phi)}{\sqrt{1 + \gamma^2 \psi^2}} \right. \\ \left. + \frac{\gamma(\omega_0 t' - \phi)}{2\sqrt{1 + \gamma^2 \psi^2}} \ln \left(1 + \frac{\gamma^2 (\omega_0 t' - \phi)^2}{1 + \gamma^2 \psi^2} \right) \right] \quad (\text{A.16})$$

$$P_4(t') = \frac{1 + \gamma^2 \psi^2}{(\gamma\omega_0)^4} \left[-\frac{3\gamma^2 (\omega_0 t' - \phi)^2}{4(1 + \gamma^2 \psi^2)} - \frac{1}{4} \ln \left(1 + \frac{\gamma^2 (\omega_0 t' - \phi)^2}{1 + \gamma^2 \psi^2} \right) \right. \\ \left. + \frac{\gamma(\omega_0 t' - \phi)}{\sqrt{1 + \gamma^2 \psi^2}} \text{Arctan} \frac{\gamma(\omega_0 t' - \phi)}{\sqrt{1 + \gamma^2 \psi^2}} + \frac{\gamma^2 (\omega_0 t' - \phi)^2}{4(1 + \gamma^2 \psi^2)} \ln \left(1 + \frac{\gamma^2 (\omega_0 t' - \phi)^2}{1 + \gamma^2 \psi^2} \right) \right] \quad (\text{A.17})$$

Report dans l'expression de R_1

Tous les ingrédients sont calculés, il ne reste qu'à remonter la chaîne jusqu'à R_1 . Tout d'abord, en introduisant les valeurs $P_n(\frac{L}{c})$ et $P_n(0)$ calculées à partir des équations (A.15) dans les expressions de S_n , équations (A.11), puis les expressions de S_n pour $n=1$ à 3 dans l'expression (A.9), on obtient finalement après simplification l'équation (3.31) :

$$R_1 = \int E(\phi, \psi, t) t dt \quad (\text{A.18}) \\ = \frac{q\gamma^2 \alpha \rho}{2\pi \epsilon_0 c^2 r} \left[\left(\frac{1 + \gamma^2 (\phi^2 + \psi^2)}{\gamma^2} - \alpha \phi + \frac{\alpha^2}{3} \right) \frac{\alpha - \phi}{1 + \gamma^2 ((\alpha - \phi^2) + \psi^2)} + \frac{2\phi - \alpha}{2\gamma^2} \right]$$

A.3 Calcul de l'ordre 2 : $R_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\phi, \psi, t) t^2 dt$

Le calcul à l'ordre 2 est en fait une approximation à l'ordre 3 en t' . En effet, le développement de t^2 en fonction de t' à partir de l'équation (2.9) donne en ne gardant que les termes d'ordre 3 en t' :

$$t^2 \simeq \frac{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} \left[\frac{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} t'^2 - \omega_0 \phi t'^3 \right] \quad (\text{A.19})$$

Avec la définition de $P(t')$ précédente, R_2 se met donc sous la forme :

$$R_2 = \frac{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} \frac{q\omega_0\gamma^2}{2\pi\epsilon_0 cr} \left[\frac{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} \underbrace{\int_0^{L/c} P(t') t'^2 dt'}_{S_2} - \omega_0 \phi \underbrace{\int_0^{L/c} P(t') t'^3 dt'}_{S_3} \right] \quad (\text{A.20})$$

On retrouve les mêmes intégrales qu'à l'ordre 1. Avec le même cheminement, on obtient donc l'expression (3.32) avec $\alpha = L/\rho$:

$$\begin{aligned} \int E(\phi, \psi, t) t^2 dt = & \frac{q\rho^2(1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2))}{4\pi\epsilon_0 c^3 r \gamma^2} \left[\left(\frac{1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)}{2\gamma^2} - \alpha\phi \right) \frac{\gamma^2 \alpha^2 (\alpha - \phi)}{1 + \gamma^2((\alpha - \phi)^2 + \psi^2)} \right. \\ & - \alpha \left(\frac{1 + \gamma^2(\psi^2 - 2\phi^2)}{\gamma^2} - \frac{3}{2}\alpha\phi \right) \\ & - \frac{2\phi(1 + \gamma^2(\psi^2 - \phi^2/2))}{\gamma^2} \left[\ln \left(1 + \frac{\gamma^2(\alpha - \phi)^2}{1 + \gamma^2\psi^2} \right) - \ln \left(1 + \frac{\gamma^2\phi^2}{1 + \gamma^2\psi^2} \right) \right] \\ & \left. + \frac{\sqrt{1 + \gamma^2\psi^2}(1 + \gamma^2(\psi^2 - 5\phi^2))}{\gamma^3} \left(\text{Arctan} \frac{\gamma(\alpha - \phi)}{\sqrt{1 + \gamma^2\psi^2}} - \text{Arctan} \frac{-\gamma\phi}{\sqrt{1 + \gamma^2\psi^2}} \right) \right] \quad (\text{A.21}) \end{aligned}$$

Temps de traversée d'une section droite

De la même façon, soit T_d le temps de traversée de la section droite d , correspondant à une courbure ρ infinie, vue sous l'angle ϕ , figure (B.1) :

$$T_d = \frac{d}{2\gamma^2 c} (1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2)) \quad (\text{B.3})$$

Exemple d'application.

Considérons deux aimants de même longueur L , même rayon de courbure ρ , séparée par la distance d , figure (B.1). Les deux aimants sont dans une configuration de champ magnétique opposé afin que les directions d'entrée et de sortie du faisceau soit confondues. La direction d'observation correspond à un angle ϕ . Le temps T de traversée de toute la structure magnétique est :

$$T = T^+ + T_d + T^- \quad (\text{B.4})$$

avec T^+ et T^- les temps de traversée du premier et du deuxième aimant respectivement et T_d le temps de traversée de la section droite. T^+ est donné par l'équation (B.2) et T_d par l'équation (B.3). Pour le deuxième dipôle, par symétrie, le problème se ramène à celui du premier dipôle avec un rayon de courbure $-\rho$, un angle de déviation $-\alpha$ et une direction d'observation $-\phi$. Par conséquent $T^- = T^+$. Finalement, le temps total de traversée de la structure en temps observateur s'écrit :

$$T = \frac{\alpha\rho}{\gamma^2 c} \left[1 + \gamma^2(\phi^2 + \psi^2) - \gamma^2\phi\alpha + \frac{\alpha^2\gamma^2}{3} \right] + \frac{d}{2\gamma^2 c} [1 + \gamma^2((\phi - \alpha)^2 + \psi^2)] \quad (\text{B.5})$$

C.2 Description du mot code UNDULATOR

UNDULATOR Undulator magnet

<i>IL</i>	<i>IL</i> = 1, 2 : print field and coordinates along trajectories (otherwise <i>IL</i> = 0)	0-2	I
<i>XL, N, B1</i>	Length; number of periods; field	cm, no dim., kG	3*E
<i>X_E, λ_E, W_E</i>	Entrance face : Integration zone extent; fringe field extent (normally \simeq gap height; zero for sharp edge); wedge angle SHARP EDGE ONLY FOR THE MOMENT	cm, cm, rad	3*E
<i>N, C₀-C₅</i>	Unused; fringe field coefficients : $B(s) = B1 F(s)$ with $F(s) = 1/(1 + \exp(P(s)))$ and $P(s) = \sum_{i=0}^5 C_i (s/\lambda)^i$	unused, 6*no dim.	I, 6*E
<i>X_S, λ_S, W_S</i>	Exit face : See entrance face	cm, cm, rad	3*E
<i>N, C₀-C₅</i>		unused, 6*no dim.	I, 6*E
<i>XPAS</i>	Integration step	cm	E
<i>KPOS, XCE, YCE, ALE</i>	<i>KPOS</i> =1 : element aligned, 2 : misaligned; shifts, tilt (unused if <i>KPOS</i> =1)	1-2, 2*cm, rad	I, 3*E

Fichier correspondant

Le fichier ci-dessous décrit un onduleur de 2 périodes de 28 cm, avec un champ crête de 5 T (donné en kG).

```

Undul , N=2, B=5T, lu=28cm  2.4 eV 450 GeV
'OBJET'                                1
1504165.
2
1 1
0. 0. 0. 0. 0. 1. '0'    Initial coordinates of the particle
1
'UNDULATOR'                            2
2
56. 2. 50.
0. 0.
000004 .015527 3.874961 -2.362230 2.978209 12.604429 15.025689
0. 0.
000004 .015527 3.874961 -2.362230 2.978209 12.604429 15.025689
.1
1 0. 0. 0.
'FAISCNL'
b_zgoubi.fai                             3
'END'

```

Annexe D

Simulations magnétiques de l'onduleur

L'onduleur est actuellement en phase de construction. Un modèle a été réalisé [37] et les figures suivantes donnent les performances obtenues.

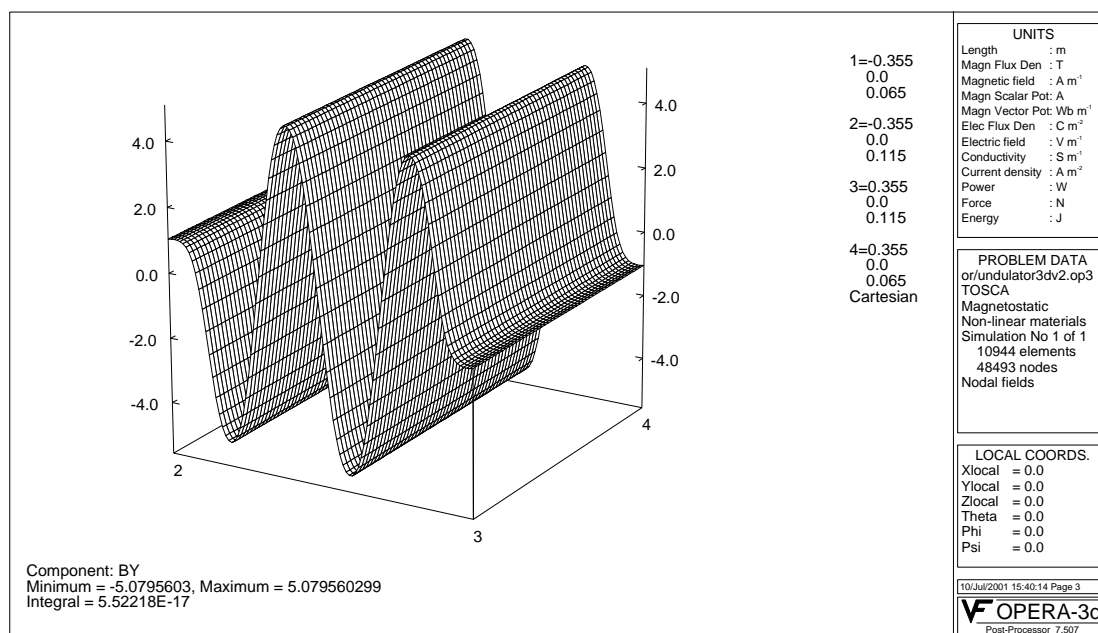


FIG. D.1 – Composante B_Y (verticale) du champ magnétique dans le plan médian horizontal de l'onduleur.

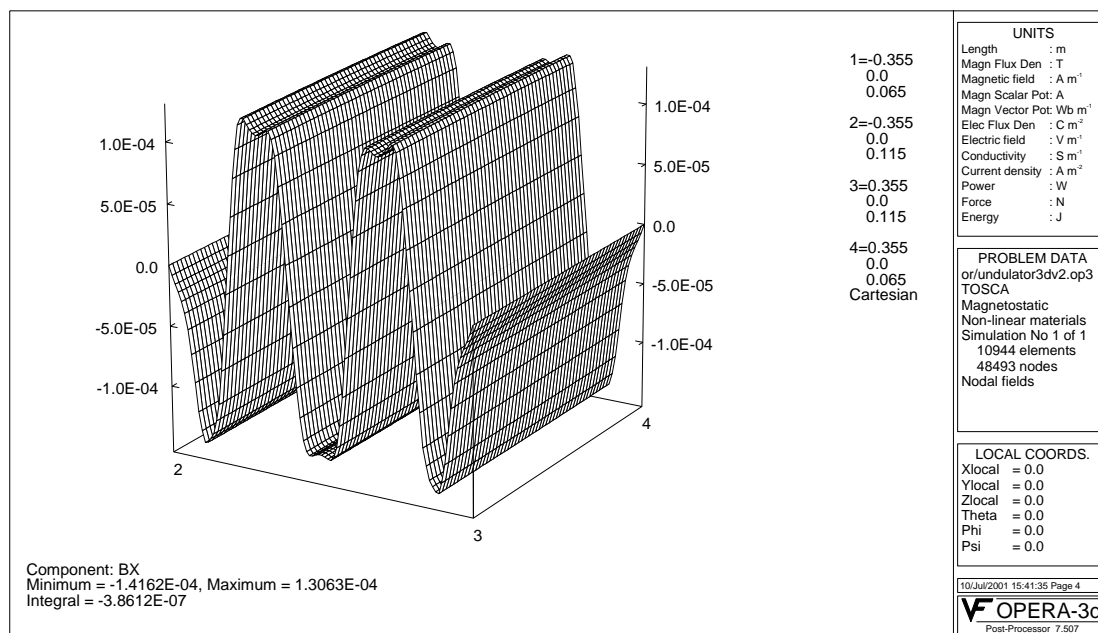


FIG. D.2 – Composante B_X (transverse, correspondant à la direction Y de la figure (1)) du champ magnétique dans le plan médian horizontal de l'onduleur.

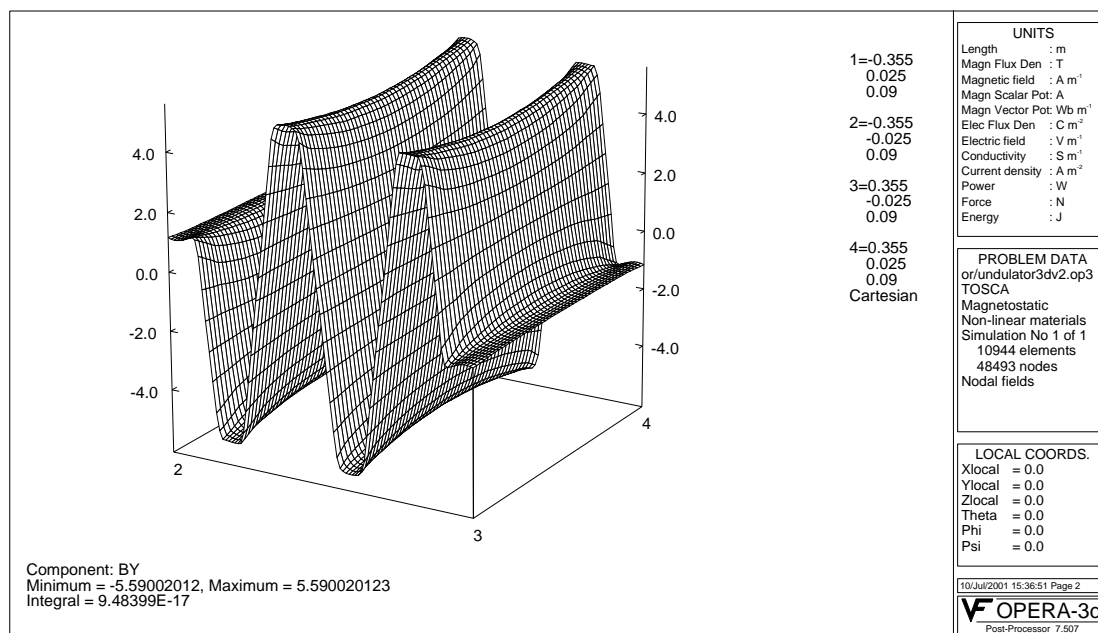


FIG. D.3 – Composante B_Y (verticale) du champ magnétique dans le plan médian vertical de l'onduleur.

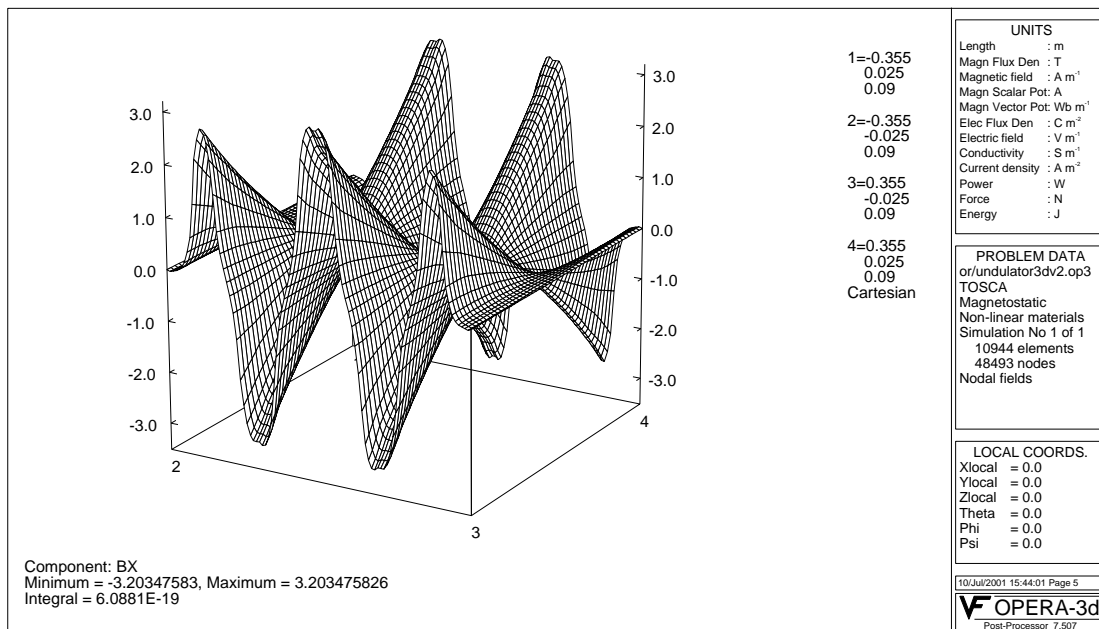


FIG. D.4 – Composante B_X (transverse, correspondant à la direction Y de la figure (1)) du champ magnétique dans le plan médian vertical de l'onduleur.

Annexe E

Equivalent optique du télescope.

Pour confirmer l'équivalence du point de vue des performances optiques entre le télescope de type BEUV et une lentille diaphragmée, nous avons comparé la MTF (Modulation transfer function, [45]) et une coupe de la FDP dans chaque cas, avec le programme Zemax [49].

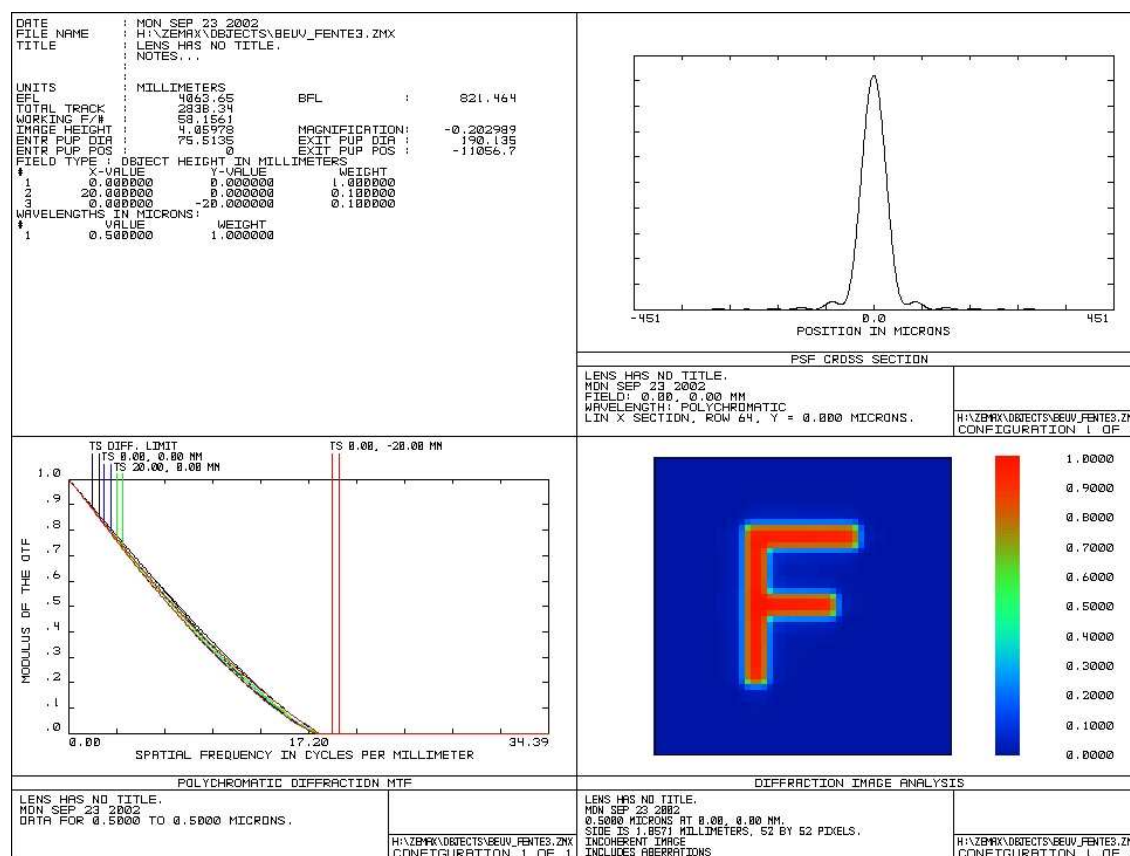


FIG. E.1 – Données optiques, coupe de la FDP, MTF et image diffractée du télescope de type BEUV.

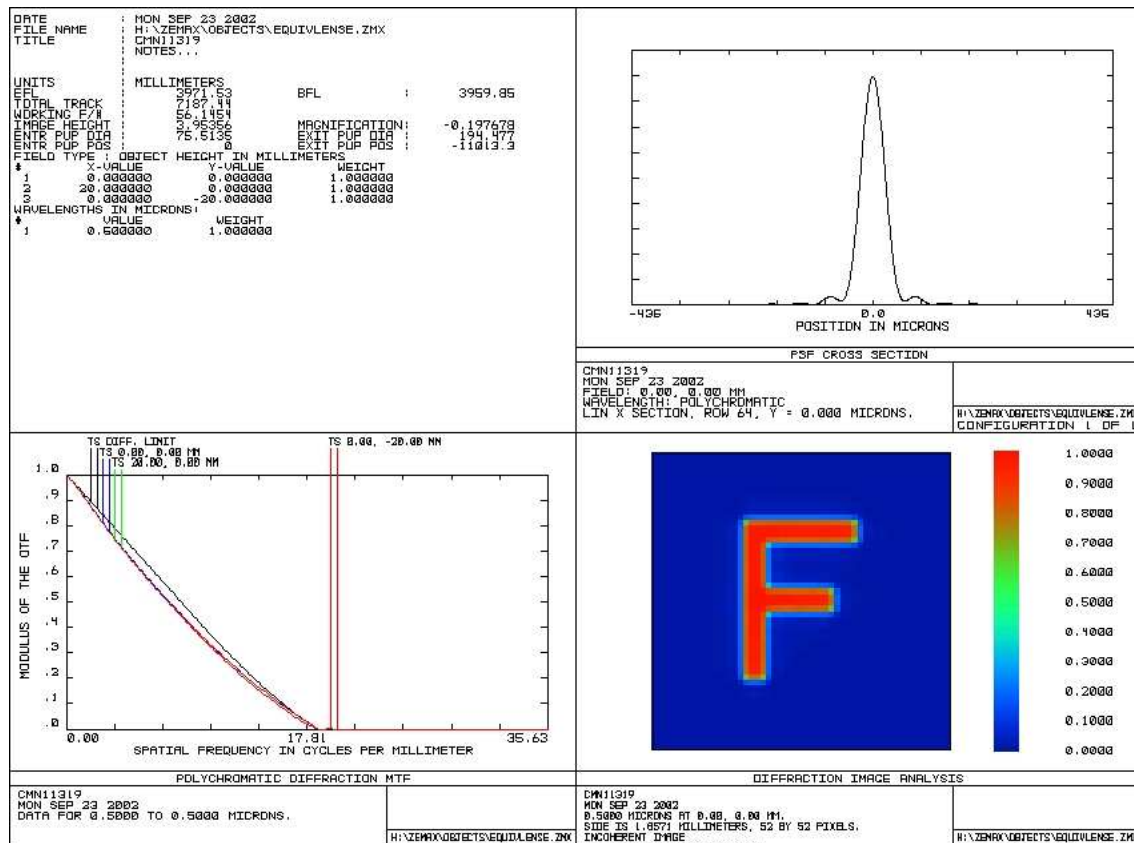


FIG. E.2 – Données optiques, coupe de la FDP, MTF et image diffractée de la lentille diaphragmée équivalente.

TITLE

DIAGNOSTIC WITH SYNCHROTRON RADIATION OF THE LHC PROTON BEAMS

ABSTRACT

To carry out the transverse diagnostic of the LHC proton beams, it is planned to use a synchrotron light monitor. In order to optimize the performance over the whole LHC energy range (from 450 GeV up to 7 TeV), a comparative study of various types of source was undertaken. First of all based on analytical models making it possible to determine the angular spectral energy density emitted by these sources, then using simplifying models like the low frequency model or the interference between sources derivations, the study was completed by numerical simulations to evaluate the sources performances in more real use conditions. The results obtained made it possible to propose the installation of a two 28 cm long periods superconducting undulator, combined with a separation dipole to make it possible to measure profiles over all the LHC energy ramp. Lastly, the monitor performance evaluation is supplemented by a detailed analysis of the optical system. First of all, the components of the telescope are described in order to evaluate the thresholds of detection. Then, the effects of diffraction and depth of field which constitute the limits of the system resolution were studied numerically. These results made it possible to come to the specification of a SR monitor making it possible to satisfy the LHC beams diagnostic requirements.

RESUME

Pour réaliser le diagnostic transverse des faisceaux de protons du LHC, il est prévu d'utiliser un moniteur de lumière synchrotron. Afin d'optimiser les performances sur toute la gamme d'énergie du LHC (de 450 GeV à 7 TeV), une étude comparative des différents types de source a été entreprise. Tout d'abord basée sur des modèles analytiques permettant de déterminer la densité spectrale angulaire d'énergie émise par ces sources, puis sur des méthodes de calcul simplificatrices comme le modèle basse fréquence ou le calcul d'interférences entre sources, l'étude s'est prolongée par des simulations numériques pour évaluer les performances de sources proches des conditions réelles d'utilisation. Les résultats obtenus ont permis de proposer l'installation d'un onduleur supraconducteur, constitué de deux périodes de 28 cm et combiné à un dipôle de séparation pour permettre de mesurer des profils sur toute la gamme d'énergie du LHC. Enfin, l'évaluation des performances du moniteur est complétée par une analyse détaillée du système optique. Les composants du télescope sont décrits de façon à évaluer les seuils de détection, puis les effets de diffraction et de profondeur de champ qui constituent les limites de résolution du système ont été étudiés numériquement.

L'ensemble des résultats a permis d'aboutir à la spécification d'un moniteur de rayonnement synchrotron permettant de satisfaire aux exigences du diagnostic des faisceaux du LHC.

SPECIALITES

Méthodes Physiques Expérimentales et Instrumentation

MOTS-CLES

rayonnement synchrotron	diagnostic	onduleur
dipôle	effet de bord	aimant court
interférence entre sources	modèle basse fréquence	CCD
diffraction	profondeur de champ	seuil de détection

INTITULE ET ADRESSE DES LABORATOIRES

CERN/SL/BI	CEA/DAPNIA/SACM
CH-1211 Genève 23	F-91191 Gif-sur Yvette
Suisse	France