

Remerciements

Ce document représente mes trois mois de stage au CEA Saclay, qui se sont déroulés dans de très bonnes conditions, et ce, grâce à un certain nombre de personnes. Cette page leur est consacrée.

Je remercie tout d'abord Mr Alamanos, chef du DAPNIA/SPhN et Françoise Auger, son adjointe pour avoir bien voulu m'accueillir dans leur service.

Ensuite, je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Egle Tomasi-Gustafsson, ma responsable de stage, pour sa gentillesse, sa pédagogie et toute l'attention portée à mon travail.

Je n'oublierais pas non plus l'EGIM, mon école, sans qui ce stage n'aurait pas eu lieu.

Mes remerciements iront également à tout le personnel du service SPhN pour leur accueil chaleureux et également à l'équipe de football du CEA pour les matchs endiablés que nous avons disputé.

Résumé

Les facteurs de forme électromagnétiques (FF) sont utilisés pour décrire la structure interne du nucléon : ils contiennent l'information sur la distribution de charges électriques et magnétiques dans le noyau.

Les FF sont accessibles expérimentalement par des mesures de sections efficaces de diffusion élastique électron-nucléon ou avec des électrons polarisés longitudinalement et mesurant la polarisation des protons diffusés, méthode beaucoup plus difficile mais plus précise. Le choix du faisceau et du type de réaction déterminent la région cinématique que l'on souhaite étudier : plus grande est l'énergie de la particule, meilleure est la résolution spatiale pour étudier la particule sondée. Dans les calculs théoriques sur la structure interne du nucléon, ils interviennent dans l'expression du courant électromagnétique.

La Chromodynamique Quantique (QCD) décrit le nucléon comme étant composé de trois quarks (considéré à ce jour comme un des composants ultimes de la matière) ce qui est valable uniquement à hautes énergie ($\gg 10$ GeV). Toutefois, dans la région cinématique de quelques GeV, des modèles phénoménologiques basés sur des degrés de liberté effectifs qui prennent en compte la présence de paires de quarks (mésons) sont plus appropriés.

Pendant mon stage, à l'aide du logiciel ROOT développé par le CERN, les facteurs de forme ont été calculés que ce soit pour le proton ou pour le neutron selon les prédictions de quelques modèles phénoménologiques. Cela a permis la comparaison des modèles avec les données expérimentales, puis de vérifier graphiquement les conditions limites des différents modèles.

Enfin, une étude des propriétés analytiques des modèles a été réalisée : conditions limites, comportement asymptotique, relation de dispersion et valeur des rayons carrés moyens, permettant de mettre en évidence la fiabilité et les limites de ces modèles, ainsi qu'un calcul d'observables de polarisation.

Abstract

The electromagnetic form factors (FF) describe the internal structure of the nucleon : they contain information on its electric and magnetic charge distribution.

The FF are accessible in experiments by measuring the unpolarized electron - nucleon elastic scattering cross sections or using longitudinally polarized electrons and measuring the polarization of the scattered protons, method much more difficult but more precise. The choice of the beam and the type of reaction determines the kinematic area which one wishes to study : higher is the energy of the particle, better is the space resolution to study the probed particle. In theoretical calculations on the internal structure of the nucleon, they enter in the expression of the electromagnetic current.

Quantum Chromodynamics (QCD) describes the nucleon as being composed of three quarks (considered to be as one of the ultimate components of the matter) what is valid only with high energy ($\gg 10$ GeV). However, in the kinematic range of few

GeV, the phenomenological models based on effective degrees of freedom which take into account the presence of pair of quarks (mesons) in the nucleon, are more suitable.

During my training, using software ROOT developed by the CERN, the form factors were calculated for the proton and the neutron according to predictions of some phenomenological models. That allowed the comparison of the models with the experimental data, then to graphically check the limiting conditions of the various models.

Lastly, a study of the analytical properties of the models was carried out : limiting conditions, asymptotic behaviour, dispersion relations and value of the root mean square radius, allowing to highlight the reliability and the limits of these models.

Table des matières

Présentation de l'entreprise	x
Introduction	4
1 Les FF électromagnétiques du nucléon	7
1.1 Qu'est ce qu'un nucléon ?	7
1.2 Qu'est ce qu'un facteur de forme ?	8
1.2.1 Formalisme	9
1.2.2 Facteurs de forme et distributions électromagnétiques	11
1.3 Le choix de la sonde	11
1.3.1 La diffusion élastique électron-nucléon	12
1.3.2 Autres réactions utilisées	12
1.4 Les différentes méthodes de mesure	13
1.4.1 Section efficace de diffusion σ_{Mott}	13
1.4.2 L'extraction Rosenbluth	13
1.4.3 La technique de polarisation de recul	14
2 Présentation des différents modèles	19
2.1 Bibliographie	19
2.1.1 Les données dans la région espace	19
2.1.2 Les données dans la région temps	21
2.2 Les principaux modèles	22
2.2.1 La pQCD	22
2.2.2 Modèle à dominance vectorielle (VMD)	23
2.2.3 Le modèle d'Hohler	26
2.2.4 Modèle polynômial	26
3 Comparaison avec les données expérimentales	29
3.1 Analyse des données avec ROOT	29
3.1.1 Le programme de base	29
3.2 Les facteurs de forme de Sachs	30
3.2.1 Prélude	30
3.2.2 Comparaison des modèles avec les données	31
3.3 Les facteurs de forme de Dirac et Pauli	37

3.3.1	Région espace	37
4	Propriétés analytiques des facteurs de forme	43
4.1	Conditions aux limites	43
4.1.1	Propriétés à l'infini	43
4.1.2	Valeur des facteurs de forme en $-4m_N^2$ et 0	48
4.2	Relation de dispersion	49
4.2.1	Formalisme	49
4.2.2	Méthode de calcul	49
4.2.3	Vérification des modèles	50
4.3	Rayon carré moyen	51
4.4	Conclusion	53
5	Observables de polarisation	55
5.1	Cinématique	55
5.2	Formalisme	56
5.2.1	Le courant leptonique	57
5.2.2	Le courant hadronique	57
5.2.3	La section efficace non-polarisée	58
5.2.4	Observables de double polarisation	59
5.3	Les prédictions des modèles	60
	Conclusion Générale	62
	A Glossaire	65
	B Valeur des paramètres	69
	C Propriétés des matrices de Dirac et Pauli	71
	D Conférences	73

Présentation de l'entreprise

Le Commissariat à l'énergie atomique (C.E.A.) fut fondé en 1945 par le général de Gaulle et Frédéric Joliot. C'est l'organisme de recherche chargé de donner à la France la maîtrise de l'atome. Il intervient dans trois grands domaines : l'énergie, les technologies pour l'information et la santé et, la Défense.

Dans le domaine de l'énergie, ses objectifs sont l'optimisation du parc actuel de réacteurs nucléaires et de la gestion des déchets radioactifs, la recherche de réacteurs et combustibles nucléaires du futur ainsi que leur impact sanitaire et environnemental, l'essor de nouvelles technologies pour l'énergie, la maîtrise de la fusion thermonucléaire. Des recherches dans les sciences du climat et de l'environnement, dans les sciences de la matière, en chimie et sur les interactions rayonnement-matière sont également menées.

En ce qui concerne le secteur des technologies pour l'information et la santé, le C.E.A. dispose d'une recherche de haut niveau dans le domaine des micro et nanotechnologies. Mais il faut également compter sur les technologies logicielles (systèmes embarqués, traitement du signal...), les biotechnologies et la recherche médicale. Ces programmes s'appuient sur des recherches en nanophysique et ingénierie moléculaire, en sciences des matériaux et cryotechnologies.

Pour ce qui est de la Défense, le CEA développe les programmes nécessaires pour garantir la pérennité de la dissuasion nucléaire française. Il met également en oeuvre un programme de simulation à la suite de l'arrêt des essais nucléaires. Enfin, il contribue à la surveillance du respect des traités internationaux et participe à la lutte contre la prolifération des armes nucléaires.

Le C.E.A. emploie plus de 15 000 personnes réparties dans neuf centres à travers la France, dont le centre de Saclay (qui emploie 5500 personnes sur 223 ha) situé dans un plateau scientifique et technologique à 20 km de Paris. C'est une force de proposition, d'expertise et de conseil pour les pouvoirs publics. Il prépare l'avenir et apporte son soutien à l'industrie nucléaire. Il étudie des palettes de solutions scientifiques et techniques afin que les décideurs, pouvoirs publics et industriels, soient en mesure de prendre les décisions les mieux adaptées.

Le C.E.A. est un établissement public organisé selon une structure à plusieurs niveaux : direction générale, directions, départements, services et laboratoires. La di-



FIG. 1 – Situation géographique du plateau de Saclay.

rection générale comprend quatre pôles dont la Direction des Sciences de la Matière (D.S.M.). Celle-ci contribue :

- à approfondir nos connaissances fondamentales sur la structure de la matière,
- à appliquer ces connaissances dans le domaine de l'innovation industrielle, spécialement dans les secteurs stratégiques pour le pays,
- à étudier de nouvelles formes d'énergie compatibles avec un développement durable et équitable.

La D.S.M. est subdivisée en sept départements dont le Département d'Astrophysique, de Physique des particules, de Physique Nucléaire et de l'Instrumentation Associée (DAPNIA) lui même comprenant le Service de Physique Nucléaire (SPhN) où s'est déroulé le stage.

Le SPhN se consacre essentiellement à la recherche fondamentale en physique nucléaire. Son activité est principalement expérimentale mais avec également des études théoriques nécessaires à la compréhension des résultats. Les activités de recherche du SPhN sont focalisées sur la compréhension du nucléon et du noyau ainsi que sur les réactions nucléaires et sur les mécanismes de réaction reliés à la transmutation des déchets qu'elles engendrent.

Introduction

L'étude de la structure des hadrons, par la connaissance de leurs facteurs de forme électromagnétiques est actuellement en plein essor, due aux expériences récentes au Jefferson Laboratory (USA) et au Fermi-Lab, qui explorent un domaine cinématique nouveau. Les résultats récents mettent en cause les interprétations et les modèles courants. En particulier, il a été montré que les charges magnétiques et électriques à l'intérieur du proton ne sont pas égales. Depuis le travail "pionnier" qui a valu un prix Nobel à R. Hofstadter en 1966, un travail théorique et expérimental s'est poursuivi pour connaître la structure interne du nucléon de façon plus précise.

A ce jour, il n'existe pas une description globale satisfaisante des facteurs de forme électriques et magnétiques, du proton et du neutron dans tout le domaine cinématique.

Il s'agit donc tout d'abord de comparer les différents modèles existant avec les données expérimentales pour les facteurs de forme électromagnétiques du proton et du neutron. Puis, dans un second temps, d'étudier leurs propriétés analytiques et de vérifier si celles ci correspondent aux prévisions et théorèmes établis.

Ce manuscrit comporte cinq chapitres. Le premier chapitre présente les connaissances théoriques et expérimentales relatives aux facteurs de forme électromagnétiques du nucléon. Le deuxième chapitre est une présentation des données expérimentales publiées et des principaux modèles ayant pour vocation de décrire ces facteurs de forme. Le chapitre suivant présente la comparaison entre les modèles et les données, et le quatrième chapitre et une étude des propriétés analytiques de ces modèles. Le dernier chapitre est un calcul d'observables de polarisation pour la réaction d'annihilation $\bar{p}p \rightarrow e^+e^-$.

Chapitre 1

Les FF électromagnétiques du nucléon

1.1 Qu'est ce qu'un nucléon ?

La matière qui nous entoure est formée d'atomes, eux mêmes composés d'électrons liés à un noyau constitué de nucléons (protons et neutrons).

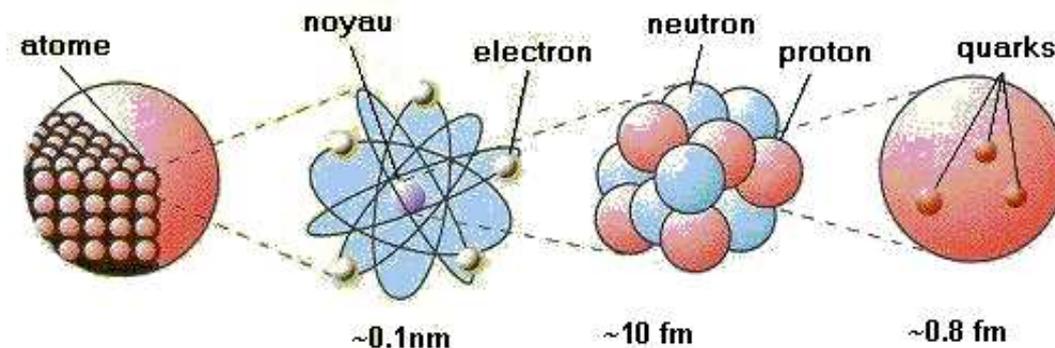


FIG. 1.1 – Composition de la matière.

Lors de leur découverte, en 1919 pour le proton et en 1931 pour le neutron, on pensait avoir découvert les constituants élémentaires de la matière. Cependant, des expériences menées dans les années cinquante ont montré que le proton possédait une structure interne ([1, 2]), comme le présageait la mesure des moments magnétiques des nucléons.

En effet, pour une particule ponctuelle sans structure interne, le moment magnétique nucléaire est défini par :

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m_{NC}} = \mu_B$$

où e désigne la charge électrique, m la masse, c la célérité de la lumière et μ_B le magnéton de Bohr. On obtient alors $\mu = 1$ pour le proton et $\mu = 0$ pour le neutron (en unité de μ_B).

Cependant, la valeur expérimentale du moment magnétique du nucléon diffère de ces valeurs ($\mu_p \approx 2.79 \mu_B$ et $\mu_n \approx -1.91 \mu_B$, cf [3]), ce qui implique que le nucléon possède une nature composite.

On définit alors κ le moment magnétique anomal (toujours en unité de μ_B) tel que :

$$\mu_p = 1 + \kappa_p \text{ avec } \kappa_p \approx 1.79 \text{ et } \mu_n = 0 + \kappa_n \text{ avec } \kappa_n \approx -1.91$$

Actuellement, le nucléon est décrit comme un ensemble de quarks en interaction [4]. Tout assemblage de quarks est appelé hadron et est soumis à l'interaction forte. Parmi ceux-ci, les particules formées à partir d'un quark et d'un antiquark sont appelées mésons, alors que les particules constituées de trois quarks, sont appelées baryons.

L'étude des interactions montre que leur intensité varie avec les énergies mises en jeu. Cette intensité s'appelle constante de couplage (à noter que le terme constante est mal choisi puisque la valeur varie).

L'interaction électromagnétique, qui est responsable de la liaison atomique, est décrite par l'électrodynamique quantique (QED), modélisant l'interaction entre particules chargées par l'intermédiaire de photons. En revanche, la cohésion des noyaux et des quarks à l'intérieur du nucléon relève de l'interaction forte. Celle-ci est décrite par la chromodynamique quantique (QCD) (cf [5] et [6]) et repose sur l'échange de gluons.

En physique des hautes énergies, la constante de couplage de l'interaction forte étant assez faible (α_s tend vers 0 à l'infini), un traitement perturbatif de la QCD permet d'avoir une bonne description de la structure interne du nucléon comme étant constitué de trois quarks de valence.

En physique nucléaire où les énergies utilisées sont plus faibles, ce traitement perturbatif ne s'applique plus. Il faut alors introduire la présence de champs mésoniques (appelés mer) autour de ces trois quarks.

Enfin, à la limite statique, le nucléon apparaît comme une particule ponctuelle avec une masse et un moment magnétique bien défini.

La compréhension des phénomènes mis en jeu dans la région cinématique intermédiaire est donc essentielle pour avoir une compréhension globale de la structure interne du nucléon. C'est pourquoi il est donc indispensable de mesurer des quantités capables de rendre compte de ces phénomènes : les facteurs de forme.

1.2 Qu'est ce qu'un facteur de forme ?

Les facteurs de forme sont des quantités qui décrivent la structure interne des hadrons. Ils sont d'une part expérimentalement accessibles par des mesures de section

efficace et de polarisation dans la diffusion élastique électron-proton, et d'autre part, entrent dans l'expression du courant électromagnétique et donc, sont calculables par des modèles.

Dans une théorie (comme la QED) invariante par l'opérateur de parité (inversion spatiale) et invariante dans le temps, le nombre de facteurs de forme électromagnétiques d'une particule de spin S est de $2S + 1$. Le nombre de facteurs de forme décrivant la structure électromagnétique du nucléon est donc de 2. Cette structure étant différente pour le proton et le neutron, leurs facteurs de forme seront différents.

Comme nous le verrons ensuite, l'étude de la structure du nucléon se fait essentiellement par diffusions de leptons (électrons, muons...). En effet, ces particules présentent l'avantage d'être ponctuelles et présentent une interaction bien connue avec le nucléon (la QED) ce qui permet d'avoir des informations directement liées à la structure du nucléon.

1.2.1 Formalisme

Si on considère la diffusion d'électrons sur une charge statique et ponctuelle Z , la fonction d'onde de l'électron, déterminée par la QED, peut s'écrire sous forme d'un développement limité en puissance de $(Z\alpha)$, où α est la constante de couplage électromagnétique :

$$\psi(r) = \psi_0 + \alpha Z \psi_1 + (\alpha Z)^2 \psi_2 + \dots + (\alpha Z)^n \psi_n$$

Le terme ψ_0 correspond à la fonction d'onde d'un électron libre et le terme $(\alpha Z)^n \psi_n$ à la contribution d'échange de n photons. En raison de la faible valeur de α ($\alpha = \frac{1}{137}$) on peut négliger les termes d'ordre supérieur à α et faire l'approximation d'un seul photon échangé [7] (approximation de Born).

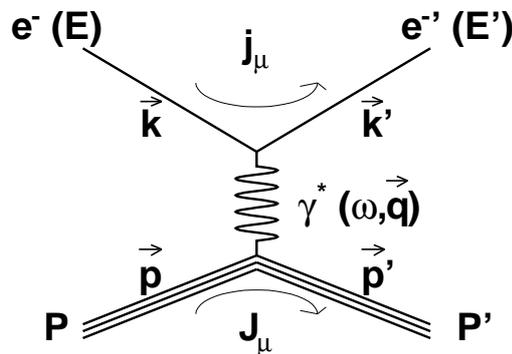


FIG. 1.2 – Diagramme de Feynman pour la diffusion élastique d'un électron sur un nucléon. Les notations d'énergie et impulsion sont indiquées pour chaque particule, et notamment pour le photon virtuel de vecteur quadri-impulsion $Q^2 = -q^2 = (\omega, \vec{q})$.

Sur le diagramme de Feynman, les lignes représentent la notion de particule et les vertex représentent leurs interactions. La propagation du photon est indiquée par la courbe ondulante, celle de l'électron par une ligne droite et celle du proton par trois lignes droites chacune représentant un quark. La ligne joignant les deux vertex correspond à une particule virtuelle (sa masse au repos diffère du quadri-vecteur énergie impulsion). L'axe des ordonnées représente l'espace et celui des abscisses le temps orienté de la gauche vers la droite.

L'élément de matrice correspondant à l'échange d'un photon virtuel entre un électron et un nucléon s'écrit [8] :

$$M = \frac{e^2}{q^2} l_\mu J_\mu \quad (1.1)$$

où les termes l_μ et J_μ sont les courants électromagnétiques associés à l'électron et au nucléon. Le courant associé aux électrons est déterminé par l'électrodynamique quantique et vaut :

$$l_\mu = \bar{u}(k') \gamma_\mu u(k) \quad (1.2)$$

En revanche, le courant hadronique doit satisfaire à quelques conditions supplémentaires en raison de la structure interne du nucléon (taille finie et non pas ponctuelle entre autres). On obtient donc (cf [9]) :

$$J_\mu = \bar{u}(p') \left[F_1(Q^2) \gamma_\mu - \frac{F_2(Q^2)}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} q_\nu \right] u(p) \quad (1.3)$$

où u et \bar{u}' sont les spineurs initial et final de l'électron et du nucléon, γ_μ les matrices de Dirac et $\sigma_{\mu\nu} = \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu}{2}$. F_1 et F_2 désignent respectivement les facteurs de forme de Dirac et Pauli. Ils ne dépendent que du carré du vecteur quadri-impulsion Q^2 car c'est le seul invariant relativiste scalaire qui puisse être formé [8]. Lorsque Q^2 tend vers 0, les facteurs de forme doivent reproduire les propriétés statiques du nucléon. Cela entraîne (voir [10]) :

$$F_{1p}(0) = 1, \quad F_{2p}(0) = \kappa_p \quad (1.4)$$

$$F_{1n}(0) = 0, \quad F_{2n}(0) = \kappa_n \quad (1.5)$$

On préfère toutefois utiliser les facteurs de forme de Sachs [11], définis comme tels :

$$\begin{cases} G_E(Q^2) = F_1(Q^2) - \tau F_2(Q^2) \\ G_M(Q^2) = F_1(Q^2) + F_2(Q^2) \end{cases} \quad (1.6)$$

avec $\tau = \frac{Q^2}{4M^2}$. On a alors :

$$G_{Ep}(0) = 1, \quad G_{Mp}(0) = \mu_p, \quad G_{En}(0) = 0, \quad G_{Mn}(0) = \mu_n \quad (1.7)$$

On reconnaît ici, pour les valeurs de G_E la charge électrique du proton et du neutron, et pour les valeurs de G_M , leur moment magnétique.

Il existe des ouvrages où les facteurs de forme de Dirac et Pauli sont normalisés à 1 ou 0. On obtient alors pour la définition des facteurs de forme de Sachs :

$$G_E = F_1 - \tau\kappa F_2 \quad (1.8)$$

$$G_M = F_1 + \kappa F_2 \quad (1.9)$$

C'est cette convention que j'utiliserai par la suite.

1.2.2 Facteurs de forme et distributions électromagnétiques

Les facteurs de forme G_E et G_M définis précédemment correspondent respectivement aux transformées de Fourier de la distribution des charges électrique et magnétique (voir [12] et [13] pour démonstration). Cependant cela n'est valide que si on se place dans le référentiel de Breit défini comme le référentiel où l'énergie du photon est nulle ($\vec{p}' = -\vec{p} = \vec{q}/2$) ou alors dans un cadre non relativiste. Dans ce contexte, on a :

$$G_E(Q^2) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d^3\vec{r}$$

$$G_E(Q^2) = \int \rho(\vec{r}) d^3\vec{r} - \frac{q^2}{6} \int \rho(\vec{r}) r^2 d^3\vec{r} + \dots \quad (1.10)$$

avec ρ la distribution spatiale de charge.

La première intégrale dans le développement (1.10) donne la charge totale en unité de e et la deuxième, le rayon de charge carré moyen. Il est relié au facteur de forme G_E par :

$$\langle r^2 \rangle = -6 \left. \frac{dG_E}{dQ^2} \right|_{Q^2=0} \quad (1.11)$$

Cette grandeur représente la répartition spatiale moyenne des charges. Une distribution de charge exponentielle $\rho = \rho_0 e^{-r/r_0}$ avec $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.81$ fm (un fm représente 10^{-15} mètres) correspond à un facteur de forme dipolaire :

$$G_D = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{0.71}\right)^2} \quad (1.12)$$

Cette notion de forme dipolaire sera très utilisée par la suite.

1.3 Le choix de la sonde

Le choix de la particule initiale est très important pour la mesure des facteurs de forme du nucléon comme nous allons maintenant le voir.

1.3.1 La diffusion élastique électron-nucléon

Les variables cinématiques intervenant dans la diffusion élastique sont présentées sur la figure 1.1. Les quadrivecteurs des électrons initial et final sont notés respectivement $k = (E, \vec{k})$ et $k' = (E', \vec{k}')$.

L'électron incident transfère une énergie $\omega = E - E'$ et un moment $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$ au photon virtuel. On définit alors le quadri-moment de transfert q^2 , quantité invariante, tel que :

$$q^2 = \omega^2 - (\vec{q})^2 = (E - E')^2 - (\vec{k} - \vec{k}')^2$$

En développant q^2 , sachant que $E = mc^2$ et en adoptant la convention $\hbar = c = 1$, on trouve :

$$q^2 = 2m_e^2 - 2EE' + 2\sqrt{E^2 - m_e^2}\sqrt{E'^2 - m_e^2} \cos \theta_e$$

où θ_e est l'angle de diffusion de l'électron sortant. Comme on s'intéresse ici à des énergies de l'ordre de quelques GeV, on a $E \gg m_e$ et on peut donc poser $m_e = 0$. Ce qui donne ensuite :

$$q^2 = -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} < 0 \quad (1.13)$$

Le fait que q^2 soit négatif signifie que la composante spatiale (\vec{q}) est plus grande que la composante temporelle (E). On dit alors qu'on se trouve dans la région espace (Space-Like (SL)). Inversement, si q^2 était positif, on se situerait dans la région temps (Time-Like (TL)). On remarquera que la diffusion élastique électron-proton permet donc uniquement de sonder la région espace.

Lorsque q^2 est négatif on préfère définir la quantité positive $Q^2 = -q^2$. D'après la relation de De Broglie, la longueur d'onde associée à une particule d'énergie E est $\lambda = \frac{\hbar c}{E}$. Ce qui implique que plus Q^2 est élevé, plus λ est petit et donc meilleure est la précision avec laquelle on peut sonder les objets. L'impulsion initiale caractérise donc la résolution spatiale de la sonde. Un électron d'énergie de quelques GeV permet de sonder l'intérieur du nucléon. Par exemple, une impulsion de 1 GeV donne une longueur d'onde d'environ $1.2 \cdot 10^{-15}$ m soit 1.2 fm, ce qui correspond à la dimension du nucléon.

1.3.2 Autres réactions utilisées

Comme vu précédemment, la région temps est définie par $q^2 > 0$ et ne peut être atteinte par la diffusion électron-proton. Toutefois d'autres réactions permettent d'y accéder. A titre d'exemples nous citerons les principales réactions utilisées :

- $\bar{p} + p \rightarrow l^- + l^+$ avec $l = e, \mu$.
- $e^+ + e^- \rightarrow N + \bar{N}$.

Un calcul similaire de celui effectué pour la réaction électron-nucléon montre que nous avons bien $q^2 > 0$. Toutefois, la présence d'un seuil ($q^2 = 4m^2$, ie $q^2 > 3.521$ GeV² pour le proton, $q^2 > 3.531$ GeV² pour le neutron) pour la réaction $e^+e^- \rightarrow$

$N + \bar{N}$ ne permet pas de sonder la région où q^2 est inférieure à cette valeur. D'autres réactions comme $\bar{N}N \rightarrow \pi l^+ l^-$ le permettent mais cela n'a encore jamais été réalisé expérimentalement. Dans la région temps, les facteurs de forme sont des fonctions complexes de q^2 dû aux interactions entre les nucléons dans l'état initial ou final.

Il est également possible à l'aide de certaines réactions de sonder la structure du neutron. Celle-ci est assez mal connue comparée à celle du proton. En effet, il n'existe pas de neutrons stables à l'état libre (son temps de vie est de $\tau = 885.7 \pm 0.8$ s [3]). On utilise donc des noyaux légers tels que l'hélium 3 ou le deuton pour mesurer les facteurs de forme du neutron. La présence d'un proton ou plus dans le noyau cible complique énormément les calculs et rend souvent les résultats dépendant de modèles. De plus, le neutron possède une charge électrique nulle et donc $G_E^n(0) = 0$. Les sections efficaces sont aussi dominées par G_M^n ce qui rend l'extraction de G_E^n encore plus difficile. Il est toutefois intéressant de mesurer cette quantité car elle donne des informations sur la distribution des quarks à l'intérieur du neutron.

1.4 Les différentes méthodes de mesure

1.4.1 Section efficace de diffusion σ_{Mott}

On appelle section efficace la probabilité qu'une interaction particulière ait lieu entre des particules.

La diffusion d'une particule ponctuelle de spin 1/2 sur une particule ponctuelle sans spin et de masse infinie est entièrement connue théoriquement. La section efficace correspondante appelée σ_{Mott} est donnée par la formule suivante :

$$\sigma_{Mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta/2)}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \quad (1.14)$$

Pour tenir compte de la masse finie de la particule cible, on ajoute le terme de recul qui s'exprime par le quotient E'/E . Cette équation n'est valable, pour la diffusion électron-nucléon que si la structure interne du nucléon est négligée.

Il est donc intéressant de mesurer la section efficace de diffusion car la différence avec σ_{Mott} dépend du spin du proton et de sa structure interne.

1.4.2 L'extraction Rosenbluth

La section efficace élastique électron-hadron de diffusion a été dérivée pour la première fois en 1950 par M. Rosenbluth [14]. Elle s'exprime dans le référentiel lié au laboratoire par :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sigma_{Mott}\sigma_{red}}{(1 + \tau)\epsilon} \quad (1.15)$$

Avec pour valeur de σ : $\sigma_{red} = \epsilon G_{Ep}^2(Q^2) + \tau G_{Mp}^2(Q^2)$

et ϵ la polarisation du photon virtuel : $\epsilon = [1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \frac{\theta_e}{2}]^{-1}$, $\tau = \frac{Q^2}{4M^2}$.

Les facteurs de forme ont traditionnellement été déterminés par la technique d'extraction Rosenbluth. Cette méthode consiste à effectuer des mesures en faisant varier θ et en gardant Q^2 fixé. La linéarité de la section efficace en fonction de la variable ϵ permet d'extraire la pente (G_E^2) et l'ordonnée à l'origine (G_M^2). Deux principaux inconvénients sont inhérents à cette méthode :

- elle ne permet pas d'obtenir le signe du facteur de forme,
- à Q^2 élevé, le terme G_E^2 devient négligeable par rapport à celui contenant G_M^2 .

Des hypothèses sur G_E sont donc nécessaires pour extraire G_M , telles que $G_E = 0$ ou encore $G_E = G_M/\mu_p$ (cf [15, 16, 17, 18]). Ces deux hypothèses peuvent donner, si la statistique est faible, à peu près les mêmes valeurs de G_M , ce qui signifie qu'une mesure de section efficace est principalement une mesure de G_M . L'influence de G_E sur la section efficace est par conséquent très faible.

Il est également à noter que dans la région temps, la section efficace s'exprime par [19] :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s\beta} \left[|G_M|^2(1 + \cos^2 \theta) + \frac{4m}{s}|G_E|^2 \sin^2 \theta \right] \quad (1.16)$$

avec α la constante de structure fine, θ l'angle de production du nucléon (avec le faisceau dans le centre de masse), et $\beta = \sqrt{1 - 4m^2/s}$ l'énergie du nucléon dans le centre de masse.

On retrouve la même dépendance angulaire ce qui est dû à l'hypothèse d'échange d'un photon.

1.4.3 La technique de polarisation de recul

Une manière pratique de mesurer un terme de faible valeur en présence d'un terme dominant est de mesurer l'interférence entre les deux. Ce terme d'interférence peut être utilisé grâce au degré de liberté de spin de l'électron incident ou de nucléon final. La technique de polarisation de recul permet la détermination du rapport G_E/G_M en mesurant la polarisation du nucléon émis dans la diffusion d'un faisceau d'électrons polarisés linéairement sur une cible non-polarisée.

Ce rapport est donné par :

$$\frac{G_E}{G_M} = \frac{hP_y}{hP_z} \frac{E + E'}{2m} \tan \frac{\theta_e}{2} \quad (1.17)$$

P_y et P_z sont les composantes transverses et longitudinales du proton de recul, h la polarisation du faisceau incident et m la masse du nucléon. On garde l'hélicité dans la formule, car quand celle ci est nulle, on ne peut calculer le rapport par cette méthode.

Cette méthode offre de nombreux avantages expérimentaux sur la séparation de Rosenbluth. En effet, pour un Q^2 donné, seulement une unique mesure est nécessaire car le polarimètre peut mesurer deux composantes en même temps.

Ceci réduit considérablement les erreurs associées à la résolution du spectromètre. De plus la mesure d'interférence $G_E.G_M$ permet la caractérisation du facteur de forme électrique avec une précision bien meilleure qu'avec une mesure de section efficace et permet la connaissance du signe du facteur de forme.

Cette idée, développée pour la première fois en 1968 par Akhiezer et M.P. Rekalo [20], requiert un faisceau polarisé de grande intensité et un polarimètre qui soit capable de mesurer la polarisation du nucléon à quelques GeV. Cette méthode n'a pu être mise en oeuvre que très récemment, avec la mise en service d'un accélérateur d'électrons de 6 GeV à cycle utile 100% près du Jefferson Laboratory (USA), et à la suite d'études de polarimétrie au Laboratoire National Saturne (France) et Laboratoire des Hautes Energies (Dubna, Russie)

Alors que le facteur de forme électrique peut être extrait de ce rapport (1.17) en utilisant une mesure de G_M , provenant de l'extraction Rosenbluth par exemple, la valeur du rapport est elle aussi, d'un intérêt considérable. En effet, il existe une relation entre ce rapport et le rapport des facteurs de forme de Pauli et Dirac F_2/F_1 . La théorie de l'interaction forte à haute énergie, la pQCD, a des prédictions asymptotiques sur le rapport F_2/F_1 , qui peuvent être ensuite directement testées par ce type expérience.

Enfin, signalons que pour le neutron, la méthode d'extraction de Rosenbluth et les méthodes de mesures par polarisation s'appliquent également ¹, mais il est alors nécessaire d'ajouter des corrections qui prennent en compte les effets du milieu pour les ions légers.

Ci dessous est représentée une vue du hall expérimental dit Hall A au Jefferson Laboratory (USA).

¹Pour plus d'info, consulter [27, 28] et [29-43]

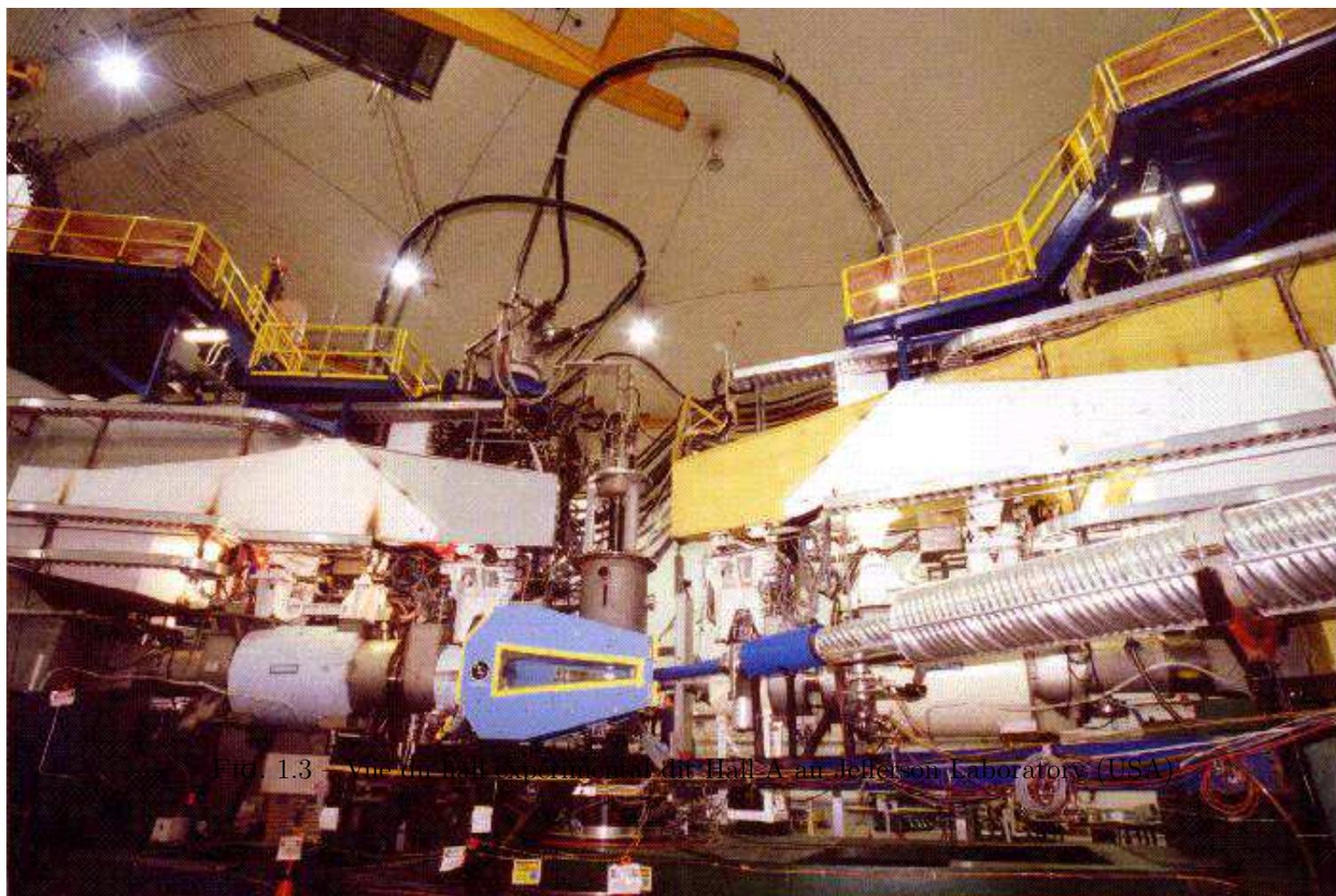


FIG. 1.3 – vue du hall expérimental dit Hall A au Jefferson Laboratory (USA)

Chapitre 2

Présentation des différents modèles

2.1 Bibliographie

2.1.1 Les données dans la région espace

Les données présentées dans le paragraphe suivant ont toutes été choisies postérieures à 1980 car beaucoup plus précises.

2.1.1.1 Le proton

Comme indiqué au paragraphe 1.4.2, de nombreuses mesures de diffusion élastique ep ont été effectuées pour mesurer les rapports $\frac{G_M}{\mu G_D}$ et $\frac{\mu_p G_E}{G_M}$, avec G_D la loi dipole. Les données suivantes ont été utilisées :

- Les données de L. Andivahis *et al.* [21] publiées en 1994, provenant du SLAC (Stanford Linear Accelerator Center). Ces données sont issues de la méthode de séparation Rosenbluth, pour des valeurs de Q^2 allant de 1.75 à 8.83 (GeV/c)².
- Les données de R.C. Walker *et al.* [22] publiées en 1994, provenant du SLAC. Ces données sont issues de la méthode de séparation Rosenbluth, pour des valeurs de Q^2 allant de 1 à 3 (GeV/c)².
- Les données de M. K. Jones *et al.* [23] publiées en 2000, provenant du JLab (The Jefferson Lab) Hall A. Ces données sont issues des mesures de polarisations, pour des valeurs de Q^2 allant de 0.49 à 3.47 (GeV/c)².
- Les données de O. Gayou *et al.* [24],[25] publiées en 2002, provenant du JLab Hall A. Ces données sont issues des mesures de polarisations, pour des valeurs de Q^2 allant de 3.5 à 5.54 (GeV/c)².
- Les données de M.E. Christy *et al.* [26](version 4), provenant du JLab Hall C. Ces données sont issues de la méthode de séparation Rosenbluth, pour des valeurs de Q^2 allant de 0.65 à 5.20 (GeV/c)².
- Les données de A.F. Sill *et al.* [16] publiées en 1993, provenant du SLAC. Le facteur de forme G_M est extrait sous l'hypothèse $G_E = G_M/\mu_p$ pour des valeurs

de Q^2 allant de 2.862 à 31.20 (GeV/c)².

2.1.1.2 Le neutron

Pour le neutron, les données se font plus rares, bien que le nombre de références soit sensiblement équivalent à celui du proton. En effet, due à la difficulté des expériences qui demandent une cible polarisée ou un polarimètre, bien souvent une référence correspond à un seul point ! Voici les données utilisées :

- Les données de A. Lung *et al.* [28] publiées en 1993, provenant du SLAC, obtenues par la réaction $ed \rightarrow epn$. Q^2 varie de 1.75 à 4 (GeV/c)².
- Les données de S. Rock *et al.* [30] publiées en 1982, provenant du SLAC pour des valeurs de Q^2 variant de 2.5 à 10 (GeV/c)², obtenues par la réaction $ed \rightarrow epn$, assumant l'hypothèse $G_E^n = 0$.
- Les données de D. Rohe *et al.* [32] publiées en 1999, provenant du MAMI (MAMI), pour $Q^2 = 0.67$ GeV², obtenues par la réaction ${}^3\vec{H}e(\vec{e}, e'n)pp$.
- Les données de J. Becker *et al.* [33] publiées en 1999, provenant du MAMI, pour $Q^2 = 0.39$ GeV², obtenues par la réaction ${}^3\vec{H}e(\vec{e}, e'n)$.
- Les données de C. Herberg *et al.* [34] publiées en 1999, provenant du MAMI, pour $Q^2 = 0.15$ GeV², obtenues par la réaction $D(\vec{e}, e'\vec{n})p$.
- Les données de I. Passchier *et al.* [35] publiées en 1999, provenant du NIKHEF (National Institute for Nuclear Physics and High Energy Physics) d'Amsterdam, pour $Q^2 = 0.21$ GeV², obtenues par la réaction ${}^2\vec{H}(\vec{e}, e'n)p$.
- Les données de T. Eden *et al.* [36] publiées en 1994, provenant du Bates Linear Accelerator Center au MIT, pour $Q^2 = 0.255$ GeV², obtenues par la réaction ${}^2\vec{H}(\vec{e}, e'\vec{n})^1H$.
- Les données de E.E.W. Bruins *et al.* [37] publiées en 1995, provenant du ELSA (Elektronen Stretcher-Anlage) à Bonn, pour des valeurs de Q^2 variant de 0.125 à 0.605 (GeV/c)², obtenues par les réactions ${}^2H(e, e'n)$ et ${}^2H(e, e'p)$.
- Les données de C.E. Jones-Woodward *et al.* [38] publiées en 1991, provenant du Bates Linear Accelerator Center au MIT, pour $Q^2 = 0.16$ GeV², obtenues par la diffusion sur une cible d'hélium polarisée (${}^3\vec{H}e$).
- Les données de H. Anklin *et al.* [39] publiées en 1998, provenant du MAMI, pour des valeurs de Q^2 variant de 0.235 à 0.784 (GeV/c)², obtenues par les réactions $D(e, e'n)$ et $D(e, e'p)$.
- Les données de M. Meyerhoff *et al.* [40] publiées en 1994, provenant du MAMI, pour $Q^2 = 0.31$ GeV², obtenues par les réactions ${}^3\vec{H}e(\vec{e}, e'n)$ et $D(\vec{e}, e'\vec{n})$.
- Les données de J. Golak *et al.* [41] publiées en 2001, provenant du JLab, pour $Q^2 = 0.1$ GeV² et $Q^2 = 0.2$ GeV², obtenues par la réaction ${}^3\vec{H}e(\vec{e}, e')$.
- Les données de H. Zhu *et al.* [42] publiées en 2001, provenant du JLab, pour $Q^2 = 0.495$ GeV², obtenues par la réaction $\vec{d}(\vec{e}, e'n)p$.
- Les données de M. Ostrick *et al.* [43] publiées en 1999, provenant du MAMI, pour $Q^2 = 0.34$ GeV², obtenues par la réaction ${}^2\vec{H}(\vec{e}, e'\vec{n})p$.
- Les données de Madey *et al.* publiées en 2003, obtenues par la réaction de diffusion

d'un électron polarisé sur une cible de deuton et en mesurant la polarisation du neutron de recul. Les valeurs de Q^2 sont : $Q^2 = 0.0447, 1.132, 1.45$. [44]

2.1.2 Les données dans la région temps

Pour la région temps, les données se font très rares. Voici les données utilisées :

2.1.2.1 Le proton

- Les données de M. Castellano *et al.* [45] publiées en 1973, provenant de ADONE au Frascati National Laboratory, pour $q^2 = 4.3 \text{ GeV}^2$, obtenues par la réaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$.
- Les données de G. Bassompierre *et al.* [46, 47] publiées en 1977 et en 1983, provenant du CERN, pour $q^2 = 3.52 \text{ GeV}^2$ et $q^2 = 3.61 \text{ GeV}^2$, obtenues par mesure de $B_{e^+e^-} = \Gamma(\bar{p}p \rightarrow e^+e^-)/\Gamma(\bar{p}p \rightarrow \text{total})$.
- Les données de B. Delcourt *et al.* [48] publiées en 1979, provenant du DCI d'Orsay, pour q^2 variant de 3.75 à 4.56 GeV^2 , obtenues par la réaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$.
- Les données de D. Bisello *et al.* [49] publiées en 1983, provenant du DCI d'Orsay, pour q^2 variant de 4.0 à 5.0 GeV^2 , obtenues par la réaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$.
- Les données de T.A. Armstrong *et al.* [50] publiées en 1993, provenant du LEAR (Low Energy Antiproton Ring) au CERN, pour q^2 variant de 8.9 à 13.0 GeV^2 , obtenues par la réaction $p\bar{p} \rightarrow e^+e^-$.
- Les données de G. Bardin *et al.* [51] publiées en 1994, provenant du LEAR au CERN, pour q^2 variant de 3.52 à 4.18 GeV^2 , obtenues par la réaction $p\bar{p} \rightarrow e^+e^-$.
- Les données de A. Antonelli *et al.* [52] publiées en 1994, provenant de l'expérience FENICE à ADONE, pour q^2 variant de 3.69 à 5.95 GeV^2 , obtenues par la réaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$.
- Les données de M. Ambrogiani *et al.* [56] publiées en 1999, provenant du Fermilab, issues de la mesure de la section efficace de la réaction $\bar{p}p \rightarrow e^+e^-$, pour q^2 variant de 8.84 à 18.40 GeV^2 .
- Les données de M. Andreotti *et al.* [57] publiées en 2003, provenant du Fermilab, issues de la mesure de la section efficace de la réaction $\bar{p}p \rightarrow e^+e^-$, pour q^2 variant de 11.63 à 18.22 GeV^2 .

2.1.2.2 Le neutron

Les premières mesures concernant le neutron débutèrent seulement en 1991 par la collaboration FENICE à ADONE. Les données (issue de la réaction $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$) furent publiées par A. Antonelli *et al.* [58] en 1998, pour q^2 variant de 3.61 à 5.95 GeV^2 . Ce sont actuellement les seules données disponibles pour le neutron dans la région temps.

2.2 Les principaux modèles

De nombreux modèles ont été développés pour décrire les nucléons dans la région de faible Q^2 , alors que la pQCD s'applique à grands moments transférés. La liste présentée ici n'est bien évidemment pas exhaustive, seuls quelques uns d'entre eux seront utilisés.

2.2.1 La pQCD

Comme nous l'avons vu au chapitre 1.1.2, en raison de la faible valeur de la constante de couplage α_s à haute énergie, un traitement perturbatif de la QCD permet de décrire correctement la composition du nucléon. Cependant, à basse énergie, α_s est proche de 1, et les résultats ne sont donc plus valables.

Il y a une vingtaine d'années, une simulation numérique de l'interaction forte a vu le jour : la QCD sur réseau. Malheureusement, la puissance des ordinateurs étant trop faible, de nombreuses approximations sont effectuées et le pas du réseau est choisi assez élevé ce qui donne des résultats avec des marges d'erreur considérables, même si actuellement, d'énormes progrès sont en cours.

Les facteurs de forme élastiques représentent la probabilité de retrouver le nucléon intact après l'interaction avec un photon virtuel de moment Q^2 . Chaque fois qu'un quark intervient, la probabilité diminue d'un facteur $1/Q^2$. Comme le montre le schéma suivant, pour un nucléon, si on se place à grands moments transférés, les trois quarks interagissent par l'échange de gluons ce qui donne un comportement asymptotique en Q^{-4} (on multiplie par un facteur Q^{-2} à chaque échange de gluons). Cependant, ceci n'est valable que pour le terme F_1 uniquement. Le terme F_2 qui décrit le changement d'hélicité (spin flip) doit encore être multiplié par un facteur Q^{-2} .

Ceci donne des lois d'échelle [53, 54, 55], qui s'appliquent à tous les hadrons :

$$F(Q^2) = \frac{1}{[1 + (Q^2)/(n\beta^2)]^{n-1}} \quad (2.1)$$

avec n le nombre de quarks constituant l'hadron [pions (2 quarks), nucléon (3 quarks), deuton (6 quarks)...] et β l'impulsion moyenne portée par les quarks.

Un fit sur le pion permet de déduire β . Appliquée au proton, cette formule permet de retrouver la loi de dipole avec $n\beta^2 = 0.71$, ce qui coïncide, par des approches totalement différentes, avec la prédiction semi-classique (cf paragraphe 1.2.2).

Dans la région temps, expérimentalement, on utilise l'expression inspirée de QCD où on a introduit un terme logarithmique :

$$|G_M| = \frac{A}{s^2 \ln^2(s/\Lambda^2)} \quad (2.2)$$

avec $\Lambda = 0.3 \text{ GeV}$ le paramètre d'échelle de la QCD (QCD scale parameter), A est un paramètre libre qu'on ajuste sur les points expérimentaux. En effet, QCD ne peut donner la valeur absolue d'une réaction exclusive sans hypothèses supplémentaires.

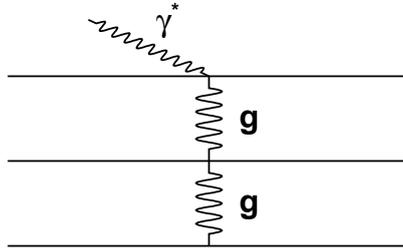


FIG. 2.1 – Diagramme de l'interaction d'un photon virtuel avec un nucléon dans le cadre de QCD.

Dans la région temps, on fait l'hypothèse $|G_E^p| = |G_M^p|$ et $|G_E^n| = 0$ dû à l'impossibilité de séparer les facteurs de forme.

2.2.2 Modèle à dominance vectorielle (VMD)

Dans ce modèle [59, 60], le photon virtuel interagit avec le nucléon par couplage avec des mésons vecteurs. Les premiers mésons vecteurs sont ρ , ω et ϕ . En effet, ce sont les mésons les plus légers avec un spin $J = 1$.

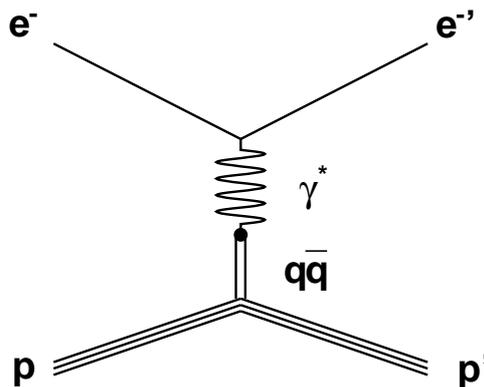


FIG. 2.2 – Modèle VMD

Nous donnerons ici, à titre d'exemple, quelques paramétrisations des facteurs de forme basées sur ce modèle.

2.2.2.1 La paramétrisation de Iachello, Jackson et Lande (IJL)

La paramétrisation de Iachello, Jackson et Lande est basée sur un modèle à deux composantes, où une partie intrinsèque très compacte est décrite par un facteur $g(Q^2)$, de forme dipolaire, et un nuage pionique paramétrisé en fonction de mésons vecteurs ρ , ω et ϕ .

La fonction IJL, présentée en 1973 [59] contient 5 paramètres : γ , β_ρ , β_ω , β_ϕ et α_ϕ . On introduit les FF isovecteurs F_i^v et isoscalaires F_i^s qui décrivent respectivement les échanges de mésons isoscalaires ω et ϕ et isovecteurs ρ . Voici son expression littérale :

$$\begin{aligned} F_1^p &= F_1^v + F_1^s, & F_2^p &= F_2^v + F_2^s \\ F_1^n &= F_1^s - F_1^v, & F_2^n &= F_2^s - F_2^v \end{aligned} \quad (2.3)$$

avec :

$$\begin{aligned} F_1^s(Q^2) &= \frac{1}{2}g(Q^2) \left[(1 - \beta_\omega - \beta_\phi) + \beta_\omega \frac{m_\omega^2}{m_\omega^2 + Q^2} + \beta_\phi \frac{m_\phi^2}{m_\phi^2 + Q^2} \right] \\ F_1^v(Q^2) &= \frac{1}{2}g(Q^2) \left[(1 - \beta_\rho) + \beta_\rho \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 + Q^2} \right] \\ F_2^s(Q^2) &= \frac{1}{2}g(Q^2) \left[(-0.120 - \alpha_\phi) \frac{m_\omega^2}{m_\omega^2 + Q^2} + \alpha_\phi \frac{m_\phi^2}{m_\phi^2 + Q^2} \right] \\ F_2^v(Q^2) &= \frac{1}{2}g(Q^2) \left[3.760 \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 + Q^2} \right] \end{aligned}$$

$g(Q^2) = (1 - \gamma Q^2)^{-2}$, $m_\rho = 0.77$ GeV est la masse du méson ρ , $m_\omega = 0.78$ GeV la masse du méson ω , et $m_\phi = 1.02$ GeV la masse du méson ϕ .

Pour tenir compte de la largeur associée à la masse du méson ρ , on remplace $\frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 + Q^2}$ dans les équations précédentes par :

$$\frac{m_\rho^2 + 8\Gamma_\rho m_\pi / \pi}{(m_\rho^2 + Q^2) + (4m_\pi^2 + Q^2)\Gamma_\rho \alpha(Q^2) / m_\pi} \quad (2.4)$$

avec :

$$\alpha(Q^2) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{Q^2 + 4m_\pi^2}{Q^2} \right]^{1/2} \ln \left[\frac{(Q^2 + 4m_\pi^2)^{1/2} + (Q^2)^{1/2}}{2m_\pi} \right] \quad (2.5)$$

où $\Gamma_\rho = 0.1$ GeV est la largeur du méson ρ et $m_\pi = 0.139$ GeV est la masse du méson π^\pm .

Nous nous intéresserons plus particulièrement à ce modèle car l'extension analytique dans la région temps est facilement réalisable. En effet, bien qu'originellement écrit pour la région espace, il est possible de l'étendre dans la région temps en procédant aux transformations "standard" suivantes [61, 62] :

$$Q^2 = -q^2 = q^2 e^{-i\pi} \implies \begin{cases} \ln(Q^2) = \ln(q^2) - i\pi \\ \sqrt{Q^2} = -i\sqrt{q^2} \end{cases} \quad (2.6)$$

2.2.2.2 La paramétrisation de Lomon

Le modèle VDM n'a pas de raison de s'appliquer à grand Q^2 . Des extrapolations phénoménologiques qui reproduisent les comportements asymptotiques de QCD ont donc été développées. M.F. Gari et W. Krümpelmann proposèrent un tel modèle en 1975 (cf [63, 64, 65]). Les fonctions obtenues dépendent d'une dizaine de paramètres.

E.L. Lomon [66] a apporté des améliorations au modèle de Gari-Krümpelmann en 2002. Il a ajouté entre autres des termes correspondant à plus de résonances mésoniques. En contrepartie, il obtient une relativement bonne description des données avec une douzaine de paramètres.

F_i^s et F_i^v sont définis dans le paragraphe précédent en fonction de F_i^p et F_i^n où :

$$\begin{aligned}
F_1^v(Q^2) &= N/2 \frac{1.0317 + 0.0875 (1 + Q^2/0.3176)^{-2}}{1 + Q^2/0.5496} F_1^p(Q^2) + \frac{g_{\rho'}}{f_{\rho'}} \frac{m_{\rho'}^2}{m_{\rho'}^2 + Q^2} F_1^p(Q^2) \\
&\quad + \left(1 - 1.1192 N/2 - \frac{g_{\rho'}}{f_{\rho'}}\right) F_1^D(Q^2) \\
F_2^v(Q^2) &= N/2 \frac{5.7824 + 0.3907 (1 + Q^2/0.1422)^{-2}}{1 + Q^2/0.5362} F_2^p(Q^2) + \kappa_{\rho'} \frac{g_{\rho'}}{f_{\rho'}} \frac{m_{\rho'}^2}{m_{\rho'}^2 + Q^2} * \\
&\quad F_1^p(Q^2) + \left(\kappa_{\nu} - 6.1731 N/2 - \kappa_{\nu} \frac{g_{\rho'}}{f_{\rho'}}\right) F_2^D(Q^2) \\
F_1^s(Q^2) &= \frac{g_{\omega}}{f_{\omega}} \frac{m_{\omega}^2}{m_{\omega}^2 + Q^2} F_1^{\omega}(Q^2) + \frac{g_{\omega'}}{f_{\omega'}} \frac{m_{\omega'}^2}{m_{\omega'}^2 + Q^2} F_1^{\omega}(Q^2) + \frac{g_{\phi}}{f_{\phi}} \frac{m_{\phi}^2}{m_{\phi}^2 + Q^2} F_1^{\phi}(Q^2) \\
&\quad + \left(1 - \frac{g_{\omega}}{f_{\omega}} - \frac{g_{\omega'}}{f_{\omega'}}\right) F_1^D(Q^2) \\
F_2^s(Q^2) &= \kappa_{\omega} \frac{g_{\omega}}{f_{\omega}} \frac{m_{\omega}^2}{m_{\omega}^2 + Q^2} F_1^{\omega}(Q^2) + \kappa_{\omega'} \frac{g_{\omega'}}{f_{\omega'}} \frac{m_{\omega'}^2}{m_{\omega'}^2 + Q^2} F_1^{\omega}(Q^2) + \\
&\quad + \kappa_{\phi} \frac{g_{\phi}}{f_{\phi}} \frac{m_{\phi}^2}{m_{\phi}^2 + Q^2} F_1^{\phi}(Q^2) + \left(\kappa_{\nu} - \kappa_{\omega} \frac{g_{\omega}}{f_{\omega}} - \kappa_{\omega'} \frac{g_{\omega'}}{f_{\omega'}} - \kappa_{\phi} \frac{g_{\phi}}{f_{\phi}}\right) F_1^D(Q^2)
\end{aligned}$$

Les facteurs de forme mésoniques sont paramétrés de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
F_1^{\alpha,D}(Q^2) &= \frac{\Lambda_{1,D}^2}{\Lambda_{1,D}^2 + Q^2} \frac{\Lambda_{2,D}^2}{\Lambda_{2,D}^2 + Q^2} \\
F_2^{\alpha,D}(Q^2) &= \frac{\Lambda_{1,D}^2}{\Lambda_{1,D}^2 + Q^2} \left(\frac{\Lambda_{2,D}^2}{\Lambda_{2,D}^2 + Q^2}\right)^2 \\
F_1^{\Phi}(Q^2) &= F_2^{\alpha} \left(\frac{Q^2}{\Lambda_1^2 + Q^2}\right)^{1.5} \\
F_2^{\Phi}(Q^2) &= F_1^{\alpha} \left(\frac{\Lambda_1^2}{\mu_{\phi}^2} \frac{Q^2 + \mu_{\phi}^2}{\Lambda_1^2 + Q^2}\right)^{1.5}
\end{aligned}$$

avec $\alpha = \rho, \omega$ et :

$$Q^2 = Q^2 \frac{\ln [(\Lambda_2^2 + Q^2) / \Lambda_{QCD}^2]}{\ln (\Lambda_2^2 / \Lambda_{QCD}^2)} \quad (2.7)$$

2.2.3 Le modèle d'Hohler

Le modèle suivant est basé sur une formule théorique [60] (cf *chapitre 4*) :

$$\begin{aligned} F_1^\rho &= 0.5 \left(0.955 + \frac{0.09}{\left(1 + \frac{Q^2}{0.355}\right)^2} \right) \frac{1}{1 + \frac{Q^2}{0.536}} \\ F_2^\rho &= 0.5 \left(5.335 + \frac{0.962}{\left(1 + \frac{Q^2}{0.268}\right)^2} \right) \frac{1}{1 + \frac{Q^2}{1.603}} \\ F_1^s &= \frac{p0}{p1 + Q^2} + \frac{p2}{p3 + Q^2} + \frac{p4}{p5 + Q^2} \\ F_2^s &= \frac{p4}{p1 + Q^2} + \frac{p6}{p3 + Q^2} + \frac{p8}{p5 + Q^2} \\ F_1^v &= F_1^\rho + \frac{p9}{p10 + Q^2} + \frac{p11}{p12 + Q^2} + \frac{p13}{p14 + Q^2} \\ F_1^v &= F_2^\rho + \frac{p15}{p10 + Q^2} + \frac{p16}{p12 + Q^2} + \frac{p17}{p14 + Q^2} \end{aligned}$$

Les F_i^p et F_i^n sont déterminés de la même manière en fonction des F_i^s et F_i^v que dans le paragraphe 2.2.2.2 *Paramétrisation de Lomon*.

2.2.4 Modèle polynômial

Les modèles du nucléon ont essentiellement été développés dans la région espace. Certains peuvent s'exprimer sous forme analytique simple facilement prolongeable pour $q^2 > 0$. P.E. Bosted [67, 68] proposa plusieurs fonctions empiriques capables de reproduire les données dans la région espace. Les résultats de fonctions polynômiales ne dépendant que de Q^2 n'étant pas assez satisfaisants, il proposa d'utiliser l'inverse d'un polynôme en $\sqrt{Q^2}$, ce qui reproduit mieux les données.

Les fonctions utilisées sont :

$$\begin{aligned}
 G_E^p &= \frac{1}{1 + aQ + bQ^2 + cQ^3 + dQ^4} \\
 \frac{G_M^p}{\mu_p} &= \frac{1}{1 + eQ + fQ^2 + gQ^3 + hQ^4 + iQ^5} \\
 G_E^m &= j\mu_n \frac{Q^2}{4 * 0.939^2} \frac{G_D(Q^2)}{1 + k * Q^2 / (4 * 0.939^2)} \\
 G_M^m &= \mu_n \frac{1}{1 + lQ + mQ^2 + nQ^3 + oQ^4}
 \end{aligned}$$

et G_D représente le facteur de forme dipolaire.

Chapitre 3

Comparaison avec les données expérimentales

3.1 Analyse des données avec ROOT

La librairie Root est développée au CERN. C'est une librairie en C++ très performante, qui permet :

- de faire du graphisme évolué (dessiner des axes, des courbes, des surfaces, des objets en 3D,..), mais aussi du graphisme simple (lignes, points, ronds,..)

- de traiter des données pour faire des statistiques ; cela est très utile au CERN pour étudier les petabytes (1 peta= 10^{15}) de données issus d'une expérience de collisions entre particules.

- de faire des interfaces pour un programme (gestion de la souris, menus déroulants, boîtes de dialogues avec boutons, ...)

Cette librairie est connue au départ pour les physiciens des particules travaillant au CERN et participant aux grandes expériences du LHC (Large Hadron Collider). L'accélérateur, auprès duquel s'organisent quatre collaborations comprenant quelques milliers de physiciens, devrait démarrer pendant l'été 2007 (premiers résultats prévu pour 2008). L'objectif principal de cette machine est la découverte du Boson de Higgs, pièce manquante pour valider le modèle standard (modèle qui donne à ce moment la meilleure connaissance des particules et des phénomènes observés en physique des hautes énergies). Cette librairie est gratuite et est disponible à l'adresse root.cern.ch.

La version utilisée ici est la version 3.10.

3.1.1 Le programme de base

Le point de départ fut un programme élaboré par mon prédécesseur, Florent Lacroix [69]. Ce programme permet d'afficher des données préalablement recueillies ($G_E(Q^2)$ et $G_M(Q^2)$), d'optimiser les paramètres des modèles étudiés par minimisation du χ^2

entre la fonction théorique et les données. L'affichage se faisait dans la région espace et dans la région temps.

3.1.1.1 Le programme actuel

Mon premier travail a d'abord été de permettre l'affichage des points expérimentaux $F_1(G_E, G_M)$ et $F_2(G_E, G_M)$ grâce aux données déjà recueillies et aux formules 1.8 et 1.9, ainsi que les courbes correspondantes.

L'erreur sur les points a été calculée de deux manières :

- par la méthode des différentielles logarithmiques (si $f = ab$ alors $\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$).
- ou l'erreur quadratique moyenne (pour $f(a, b) : \frac{\Delta f}{f} = \sqrt{\left(\frac{\delta f}{\delta a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\delta f}{\delta b} \Delta b\right)^2}$).

La première correspond à l'erreur maximale et est systématiquement plus grande que la deuxième qui correspond à un moment d'ordre 2.

Parallèlement à cela, en ce qui concerne l'affichage des modèles, quelques options ont été rajoutées :

- affichage de la partie réelle, de la partie imaginaire ou du module de la fonction dans la région temps,
- possibilité ou non d'afficher la fonction minimisée (qui l'était automatiquement avant),
- fait de pouvoir choisir les bornes de l'intervalle sur lequel on veut tracer la fonction,
- possibilité de tracer sur un même graphe la fonction dans la région temps et espace.
- capacité de visualiser le rapport F_2/F_1 .

Au total, cela permet de choisir parmi plusieurs options et de visualiser ainsi plus de 350 courbes différentes.

3.2 Les facteurs de forme de Sachs

3.2.1 Prélude

Région espace

Etant donné que G_E^p et G_M^p décroissent très rapidement en fonction de Q^2 , on normalise généralement par la fonction dipôle. On préfère donc tracer le rapport $\mu_p \frac{G_E^p}{G_M^p}$ au lieu de G_E^p (d'autant plus que les mesures de polarisation fournissent directement ce rapport) et à $\frac{G_M^p}{\mu_p G_D}$ au lieu de G_M^p .

En effet, pendant longtemps, avant d'avoir des mesures plus précises de G_E , la relation suivante était considérée comme une assez bonne description des résultats expérimentaux :

$$G_E^p \approx \frac{G_M^p}{\mu_p} \approx G_D \quad (3.1)$$

Pour le neutron, en ce qui concerne G_M^n , on tracera de même le rapport $\frac{G_M^n}{\mu_n G_D}$; mais on préférera toutefois visualiser directement G_E^n .

Région temps

Dans la région temps, les facteurs de forme deviennent complexes. On mesure donc, à travers la section efficace, leur module. Toutefois, comme faute de statistiques, il n'a pas été possible de séparer les deux facteurs de forme, l'hypothèse $G_E = G_M$ (ou $G_E = 0$) a été utilisée.

Il n'est pas vain de rappeler que les valeurs de $|G_M|^2$ extraites de la section efficace varient peu suivant ces deux hypothèses (15-20%).

On tracera ici le rapport $\frac{G_M^N}{\mu_N G_D}$ pour les distributions de charges magnétiques et on fera l'hypothèse $|G_E^p| = |G_M^p|$.

3.2.2 Comparaison des modèles avec les données

3.2.2.1 Région espace

En raison d'un grand nombre de données expérimentales dans la région de faibles Q^2 pour le proton, celles-ci seront présentées avec une échelle logarithmique en abscisse.

Les données

Les données sont présentées sur la figure 3.1.

Pour G_E^n , on note que les données les plus précises donnent ce facteur de forme incompatible avec zéro. Malgré une charge électrique globale nulle, le neutron possède donc une distribution électrique dans sa structure interne.

Pour chaque facteur de forme, les données provenant d'expériences différentes sont compatibles entre elles, sauf pour le rapport G_E^p/G_M^p . En effet, à grand Q^2 , on note clairement deux tendances : les données pour lesquelles les facteurs de forme ont été extraits à l'aide de l'extraction Rosenbluth donnent le rapport constant, alors que les dernières expériences réalisées au JLab par M. K. Jones *et al.* [23] et O. Gayou *et al.* [24, 25] donnent une décroissance de ce rapport. Jusqu'à présent aucune explication convaincante expliquant cette différence n'a été trouvée.

pQCD

Dans la région espace, pour le rapport $\frac{\mu_p G_E^p}{G_M^p}$, les prédictions s'accordent bien avec les données jusqu'à 1 GeV². Ensuite, les données issues de l'extraction Rosenbluth sont

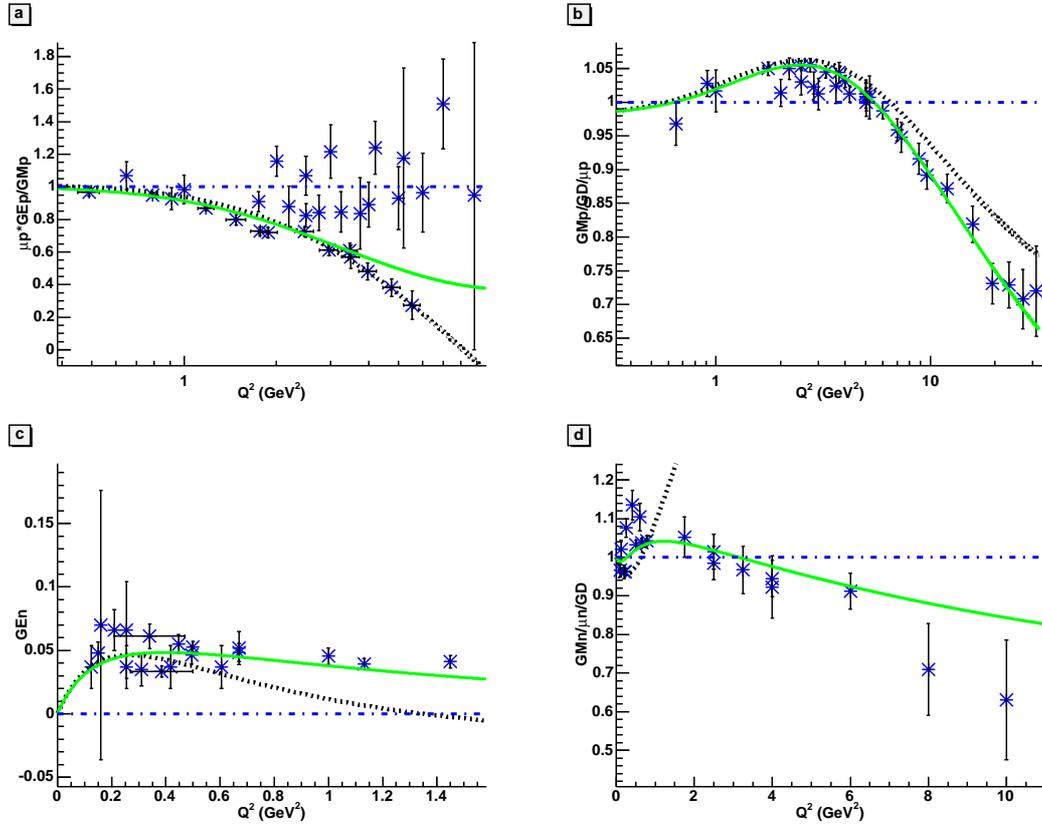


FIG. 3.1 – Les données dans la région espace pour pQCD (bleu, pointillé), Lomon (noir, tiret) et IJL (vert, continu)

compatibles avec la pQCD, tandis que les données issues des méthodes de mesure par polarisation, plus précises, sont clairement en désaccord. Ces données tendent à montrer que le rapport $\frac{\mu_p G_E^p}{G_M^p}$ décroît fortement (cf figure 3.1). Ce rapport va-t-il s’annuler ? Seulement d’autres mesures pourront répondre à cette question. Cependant, la pQCD prédit que pour des valeurs de Q^2 assez élevées, ce rapport doit tendre vers 1. Un changement de comportement devra donc avoir lieu, mais dire pour quelle valeur de Q^2 reste encore impossible à ce jour.

Pour G_M , on voit nettement que dans la région $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ la loi dipôle n’est valable qu’à 20% près.

Pour le neutron, le manque de données précises rend l’analyse plus difficile. Cependant, on note que, comme pour le proton, la loi “dipôle” est approximativement suivie par le FF magnétique. G_E^n est petit, mais positif pour les petites valeurs de Q^2 .

Le modèle IJL

Dans la région espace, on obtient les courbes représentées en vert figure 3.1.

Pour le rapport $\frac{\mu_p G_E^p}{G_M^p}$, la courbe passe parfaitement bien par les données issues de mesures de polarisation. La courbe prédit l'annulation de ce rapport entre 8 et 9 GeV². On voit ici le désaccord avec les prédictions de QCD.

Pour G_M^p , le modèle est bien en accord avec les données, la courbe suit bien l'allure globale des points. En particulier, le creux de G_M pour $Q^2 = 0.2$ est lié à la paramétrisation choisie pour le ρ . Cependant, là non plus, la limite du rapport n'est pas 1.

En ce qui concerne le neutron, la fonction IJL reproduit bien les données mais uniquement pour G_E^n . En effet, pour G_M^n , la différence est flagrante. Le modèle IJL prédit des valeurs bien supérieures à celles mesurées et de nouveau les limites prédites par la pQCD ne sont pas vérifiées puisque le rapport tend vers 4, 4.5 environ.

La paramétrisation de Lomon

Les remarques qui peuvent être faites ici sont identiques à celles qui viennent d'être faites pour le modèle IJL. Cependant, les résultats concernant le rapport $\frac{G_M^n}{\mu_n G_D}$ sont bien meilleurs car la courbe suit bien les points. En ce qui concerne les limites, excepté G_E^n , aucune ne vérifie les prédictions de la pQCD.

Le modèle polynomial de Bosted

Globalement, le modèle polynomial de Bosted décrit correctement les données expérimentales. Léger inconvénient peut être, en ce qui concerne le rapport $\frac{\mu_p G_E^p}{G_M^p}$, la courbe suit plus les données provenant de mesures faites par extraction Rosenbluth que celles effectuées par méthodes de polarisation.

Autre inconvénient, les prédictions de la pQCD ne sont, là non plus, pas vérifiées.

Le modèle d'Höhler

En ce qui concerne le modèle de Höhler, les mêmes remarques que précédemment peuvent être faites, sauf que pour le rapport $\frac{G_M^n}{\mu_p G_D}$, comme pour le modèle IJL, les valeurs de la courbe sont largement supérieures aux valeurs expérimentales.

Les prédictions sont également supérieures aux données expérimentales. Cependant, le modèle date de 1973, et les données représentées ici sont toutes postérieures à 1982. De plus, excepté G_E , les fonctions divergent pour des valeurs élevées de Q^2 .

3.2.2.2 Région temps

Les résultats sont présentés sur les figures 3.3 et 3.4.

En raison des nombreuses hypothèses effectuées sur le facteur de forme électrique ($|G_E^p| = |G_M^p|$), ne sera représenté ici que le facteur de forme G_M , pour le proton et

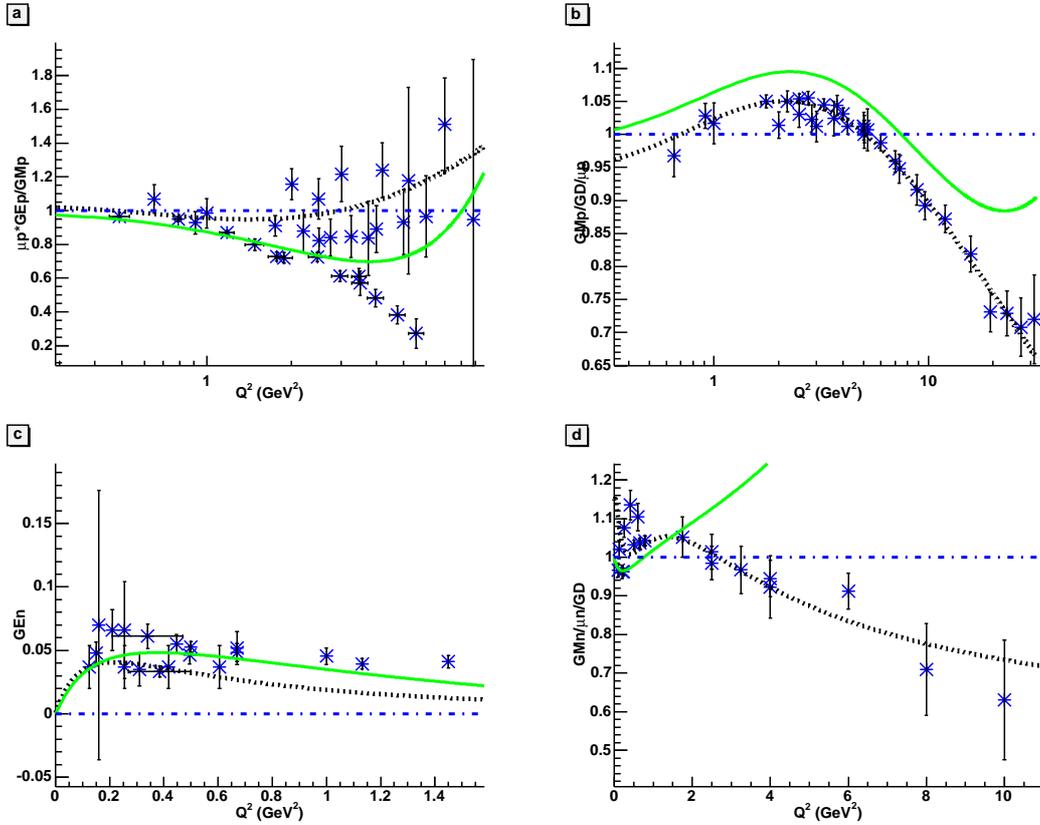


FIG. 3.2 – Les données dans la région espace pour pQCD (bleu, pointillé), Bosted (noir, tiret) et Hohler (vert, continu)

pour le neutron. Les résultats de la région espace ont également été retracés à titre comparatif.

Il apparaît clairement que le nombre de données dans la région temps est bien plus faible que dans la région espace. Ainsi, aucune constatation ne peut être faite en ce qui concerne le neutron en raison du nombre insuffisant de données expérimentales dans cette région.

On note que $\frac{|G_M^p|}{\mu p G_D}$ est beaucoup plus grand à faible $|q^2|$ dans la région temps que dans la région espace, or on s'attendrait à ce que l'écart entre les deux régions soit faible [70] ! Autre remarque importante : l'erreur sur l'ordonnée des points est beaucoup plus élevée dans la région espace que dans la région temps.

Les prédictions de la pQCD ne sont pas tellement en accord avec les données expérimentales, en effet la courbe ne semble pas suivre globalement les points. En ce qui concerne les modèles, les résultats ne sont guère plus satisfaisants. Mais, il est

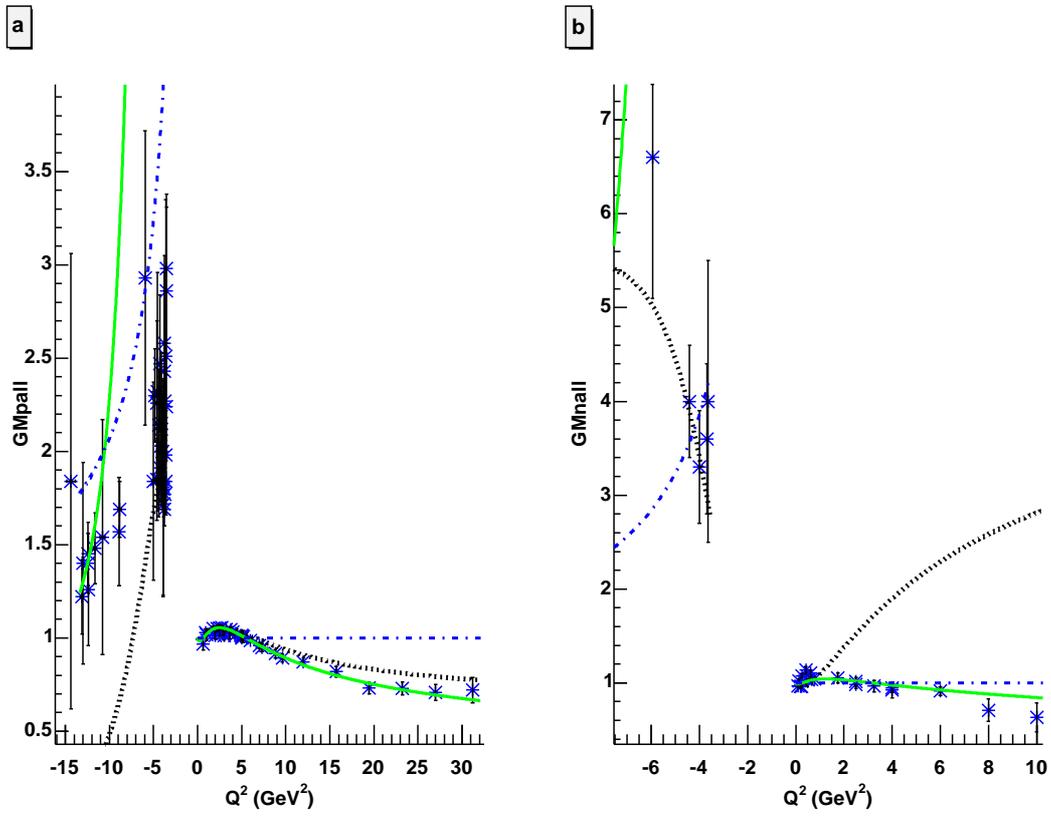


FIG. 3.3 – Les données dans la région temps pour pQCD (bleu, pointillé), IJL (noir, tiret) et Lomon (vert, continu)

tout de même à préciser que la plupart des modèles ont été élaborés pour décrire au mieux la structure du nucléon dans la région espace et non dans la région temps.

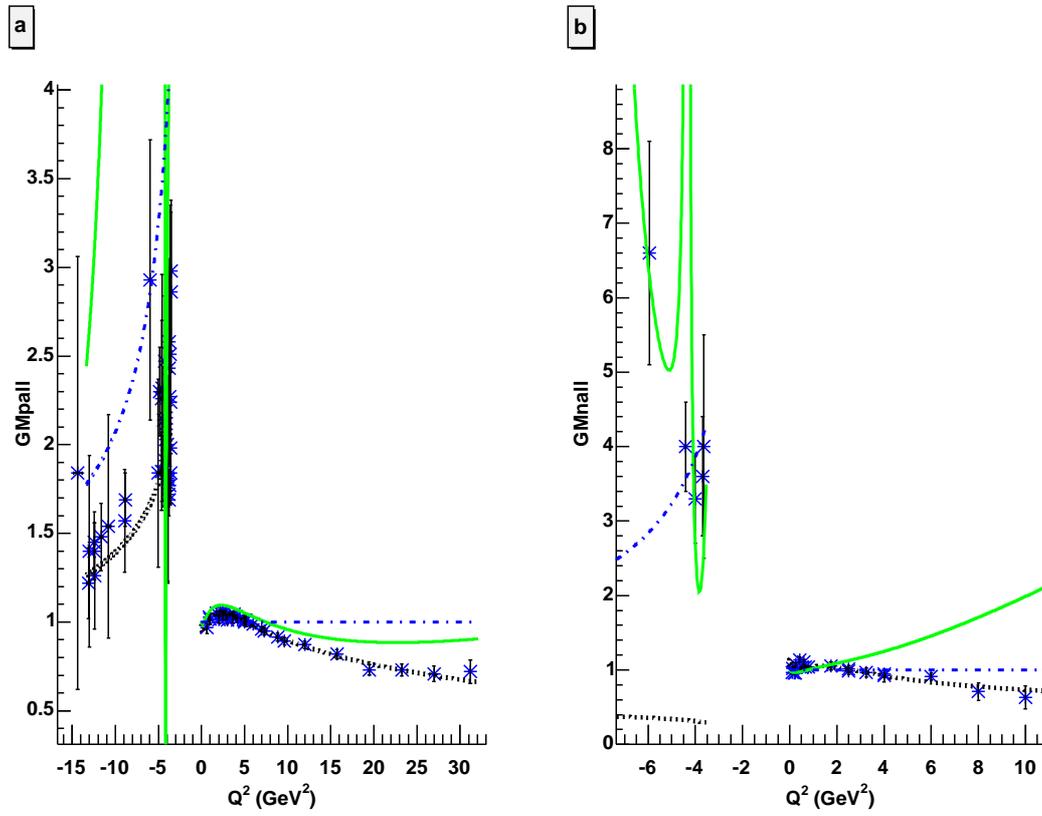


FIG. 3.4 – Les données dans la région temps pour pQCD (bleu, pointillé), Bosted (noir, tiret) et Hohler (vert, continu)

3.3 Les facteurs de forme de Dirac et Pauli

3.3.1 Région espace

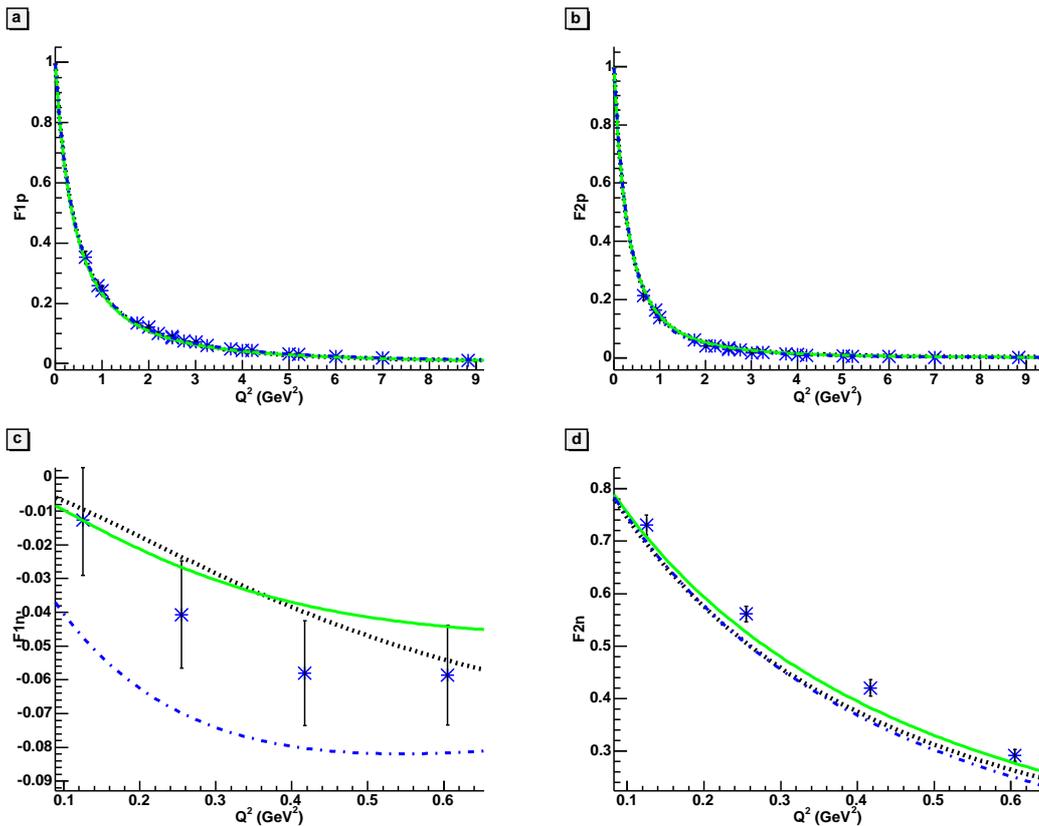


FIG. 3.5 – Les données dans la région espace pour pQCD (bleu, pointillé), Lomon (noir, tiret) et IJL (vert, continu)

Les données

Comme il a déjà été dit précédemment, les points proviennent de mesures de polarisation et d'extraction Rosenbluth. Une transformation à l'aide des formules :

$$F_1 = \frac{G_E + \tau G_M}{1 + \tau} \text{ et } F_2 = \frac{G_M - G_E}{\kappa_N(1 + \tau)}$$

permet d'obtenir les points voulus.

A noter que pour le rapport F_2/F_1 , les valeurs peuvent être obtenues uniquement à partir du rapport G_E/G_M provenant de mesures de polarisation.

On remarque que pour le proton, l'erreur sur les points est relativement faible, alors que celle concernant le neutron est assez élevée. A noter que l'erreur affichée ici est l'erreur quadratique moyenne.

L'allure des points semblent bien vérifier les conditions en statique (cf 1.4 et 1.5),

Il en est de même en ce qui concerne les conditions asymptotiques prédites par la pQCD, sauf peut être pour F_1^n où il semble y avoir une légère remontée, mais l'incertitude est telle qu'il serait hasardeux d'émettre une quelconque hypothèse sur leur comportement.

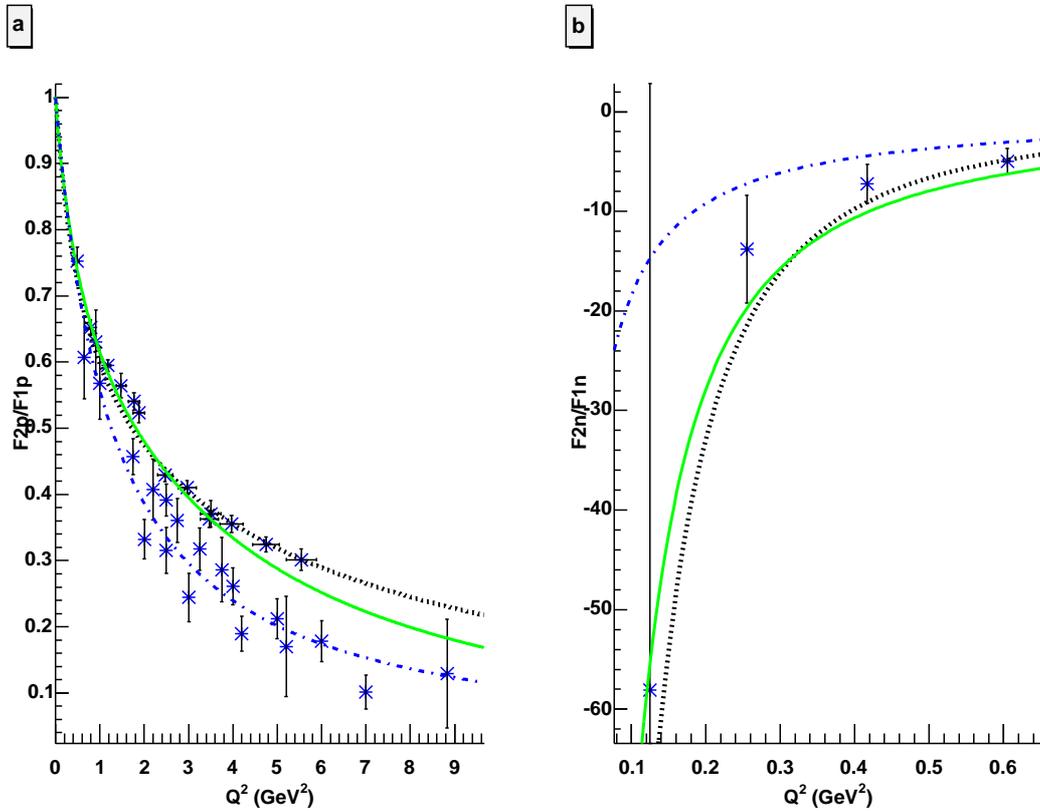


FIG. 3.6 – Les données dans la région espace pour pQCD (bleu, pointillé), Lomon (noir, tirit) et IJL (vert, continu)

Les modèles

Une description des conditions aux limites des modèles étant donnée au chapitre suivant, il ne sera signalé ici que toutes les courbes ont la même allure mis à part pour

F_1^n où les temps de remontée sont plus ou moins longs selon les modèles. Les courbes concernant les modèles de Bosted et d'Höhler ne sont pas jointes ici. En effet, après vérification, leur comportement est assez similaire aux autres modèles.

Les facteurs de forme représentant la probabilité de retrouver le nucléon intact après l'interaction avec un photon virtuel, on peut d'ores et déjà constater qu'à grands moments transférés celle ci décroît fortement quelque soit le facteur de forme. Tous les facteurs de forme semblent strictement décroissants sauf pour F_1^n .

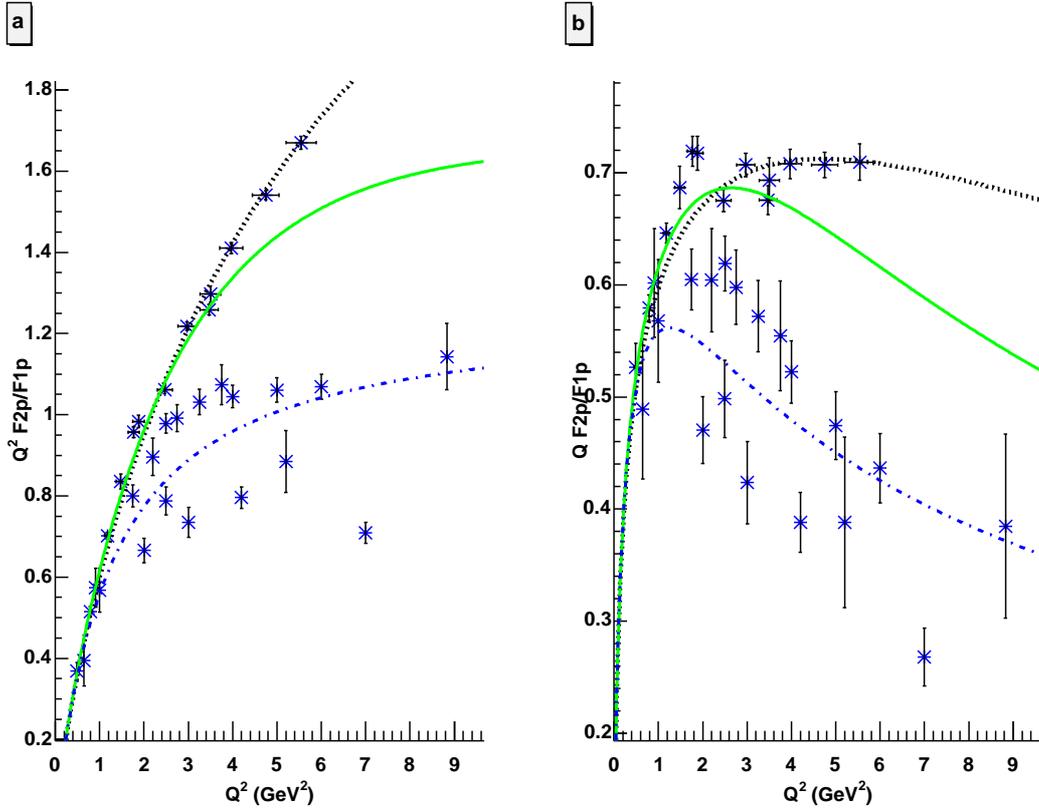


FIG. 3.7 – Les données dans la région espace pour pQCD (bleu, pointillé), Lomon (noir, tiret) et IJL (vert, continu)

Ont également été représentés les rapports F_2/F_1 pour le proton et le neutron. En effet, comme nous l'avons dit précédemment, ce rapport est directement accessible par certaines expériences. Il est donc intéressant de connaître le comportement asymptotique de ce rapport et de voir si il correspond aux prédictions de la pQCD qui donnent un comportement en Q^{-2} . Pour cela, j'ai également tracé $Q^2 F_2/F_1$ et $Q F_2/F_1$. Comme le montrent les figures 3.7a et 3.7b, on remarque que, contre toute attente (la pQCD prévoit le rapport comme étant équivalent à Q^{-2} à hautes énergies), le rapport semble plutôt avoir une décroissance en Q^{-1} .

Concernant le neutron, on remarque que le rapport F_2^n/F_1^n diverge vers moins l'infini en 0 du fait que $F_2^n(0) = 1$ et F_1^n tend vers 0 du coté des nombres négatifs. Ceci est dû aux poids relatifs des FF isoscalaires et isovecteurs.

3.3.1.1 Région temps

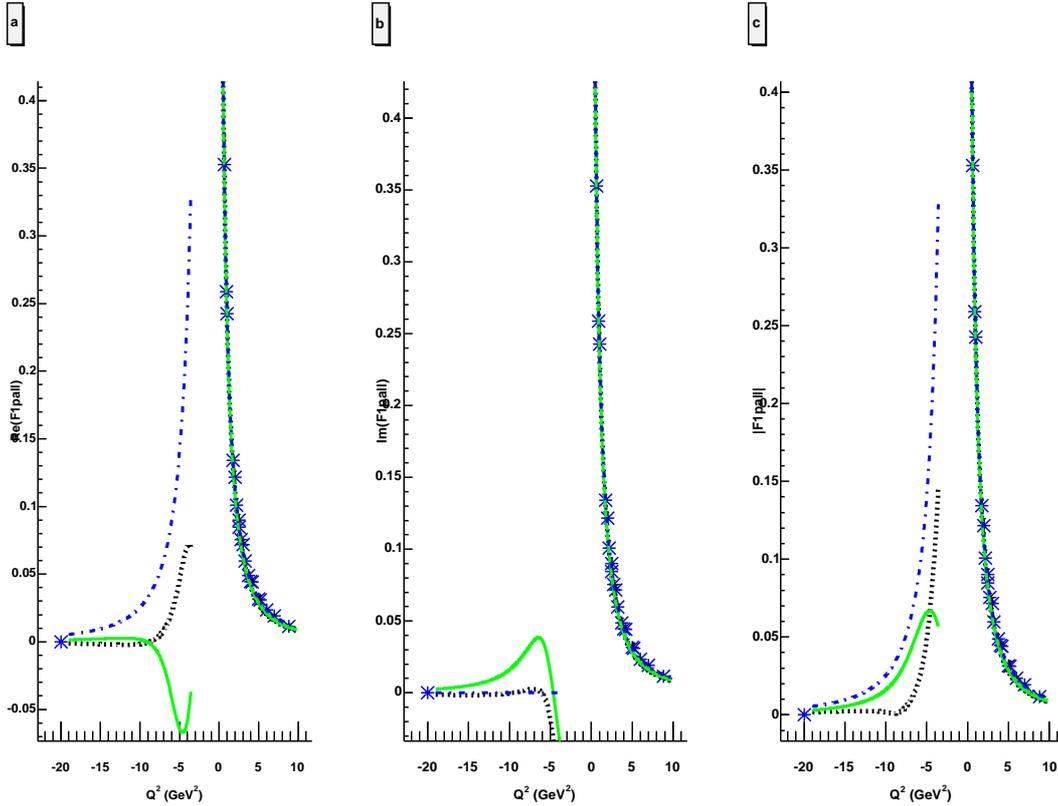


FIG. 3.8 – F_1^p pour pQCD (bleu, pointillé), Lomon (noir, tiret) et IJL (vert, continu)

Seulement F_1^p a été représenté. En effet, en ce qui concerne le neutron, le nombre de données est trop faible pour pouvoir en tirer des conclusions et l'erreur sur les valeurs bien trop importante dans la région temps pour pouvoir effectuer une comparaison avec les données de la région espace. Ce sont pour ces mêmes raisons que les données n'ont pas été affichées dans la région temps.

Les modèles prédictifs représentés ici sont pQCD, le modèle GK et le modèle IJL. Le modèle polynômial de Bosted n'a pas été tracé en raison d'une divergence en $-4m_N^2$ et le modèle d'Hohler non plus car sa partie imaginaire est nulle mise en part en quelques points isolés, comme nous le verrons par la suite.

Les courbes ne sont pas affichées dans la région non physique $[-4m_N^2, 0]$ en raison de nombreux points singuliers où les fonctions divergent.

Ces courbes permettent de visualiser les comportements asymptotiques simultanément dans la région temps et espace, mais nous ne nous étendrons pas plus longtemps sur le sujet car c'est l'objectif du chapitre suivant. Une des seules constatations qui puisse être faite ici et que partie réelle et partie imaginaire de F_1^p tendent bien vers 0 à grands moments transférés. La notion de "grands moments transférés", c'est à dire à partir de quelles valeurs peut-on considérer que la limite hautes énergies est atteinte sera abordée dans le chapitre suivant.

Il est également à noter que la partie imaginaire de pQCD est nulle avec les hypothèses que nous avons prises.

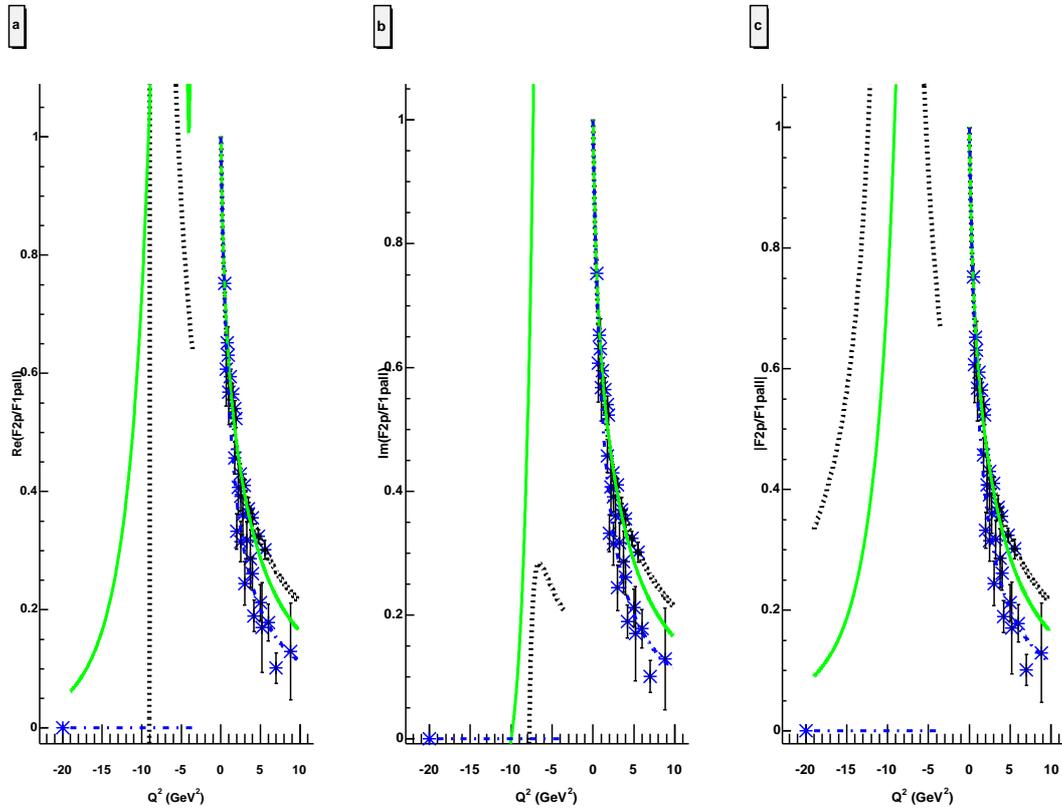


FIG. 3.9 – F_2^p/F_1^p pour pQCD (bleu, pointillé), Lomon (noir, tîret) et IJL (vert, continu)

Chapitre 4

Propriétés analytiques des facteurs de forme

Les facteurs de forme sont des ingrédients essentiels du courant électromagnétique, ils doivent donc vérifier certaines propriétés analytiques.

4.1 Conditions aux limites

4.1.1 Propriétés à l'infini

Une propriété intéressante des facteurs de forme est donnée par le théorème de Phragmén - Lindelöf [71] qui s'applique à toute fonction analytique de variables complexes :

Soit \mathcal{C} un contour fermé, et $f(z)$ une fonction régulière dans C . Si $f(z) \rightarrow a$ quand $z \rightarrow \infty$ le long d'une ligne droite, si $f(z) \rightarrow b$ quand $z \rightarrow b$ le long d'une autre ligne droite, et si $f(z)$ est régulière et bornée dans l'angle formé par ces deux droites, alors $a = b$ et $f(z) \rightarrow a$ uniformément dans cet angle.

Soit, dans le cas qui nous intéresse [73, 72] :

$$\lim_{q^2 \rightarrow -\infty} F^{(SL)}(q^2) = \lim_{q^2 \rightarrow +\infty} F^{(TL)}(q^2) \quad (4.1)$$

où SL signifie space-like (région espace) et TL time-like (région temps).

Comme les facteurs de forme sont réels dans la région espace (en raison de l'hermiticité du courant), cela implique que dans la région temps, la partie imaginaire s'annule à l'infini et la partie réelle tend vers $F^{SL}(-\infty)$.

A grands moments transférés, les facteurs de forme sont sensés vérifier des comportements asymptotiques prédits par la QCD, c'est à dire $F_1 \sim Q^{-4}$ et $F_2 \sim Q^{-6}$.

Les équivalents à l'infini des facteurs de forme dans la région espace pour les différents modèles sont donnés ci-après.

pQCD

Les résultats concernant la pQCD sont :

$$F_1^p \sim 1.41 Q^{-4}, F_2^p \sim 1.77 Q^{-6} \quad (4.2)$$

$$F_1^n \sim -0.96 Q^{-4}, F_2^n \sim 1.77 Q^{-6} \quad (4.3)$$

Cependant, d'autres expressions plus en accord avec les nouvelles données obtenues par la méthode de polarisation sont parfois utilisées. Certaines contiennent un logarithme, d'autres sont fonctions de $\sqrt{Q^2}$ mais toutes ont pour vocation de décrire au mieux la structure du nucléon à l'aide des données expérimentales.

Le modèle de Bosted

Dans le cas présent, F_1^p est en Q^{-5} mais pour ce qui est des autres facteurs de forme, ils vérifient bien les prédictions de la pQCD, comme le montrent les formules suivantes :

$$F_1^p \sim 8.2 Q^{-5}, F_2^p \sim -2.36 Q^{-6} \quad (4.4)$$

$$F_1^n \sim -0.4 Q^{-4}, F_2^n \sim 0.9 Q^{-6} \quad (4.5)$$

Le modèle d'Hohler

$$F_1^p \sim 0.006 Q^{-2}, F_2^p \sim 0.0047 Q^{-2} \quad (4.6)$$

$$F_1^n \sim -0.186 Q^{-2}, F_2^n \sim 0.0045 Q^{-2} \quad (4.7)$$

La faible valeur de la constante devant les termes en Q^2 peut laisser supposer que ces valeurs ne sont dûes qu'à des erreurs d'arrondis ou à des simplifications de la part de l'auteur. Dans ce cas, si on effectue un développement à l'ordre supérieur, on n'obtient toujours pas les résultats prévus par la pQCD.

La paramétrisation de Lomon

Pour ce qui est des équivalents des F_1^i et F_2^i où $i = is, iv$ à une constante multiplicative près, on obtient :

$$F_1^i \sim [Q^2 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)]^{-2}, F_2^i \sim [Q^2 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)]^{-3}$$

soit pour F_1 et F_2 :

$$F_1^p \sim 49.3 [Q^2 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)]^{-2}, F_2^p \sim 570.9 [Q^2 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)]^{-3} \quad (4.8)$$

$$F_1^n \sim -32.9 [Q^2 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)]^{-2}, F_2^n \sim 599.7 [Q^2 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)]^{-3} \quad (4.9)$$

Les facteurs de forme doivent vérifier également ici le théorème de Phragmén et Lindelöf. En effet, en calculant les équivalents dans la région temps, on trouve :

$$\lim_{Q^2 \rightarrow +\infty} \Im m F(Q^2) = 0 \quad (4.10)$$

Ci après, sont représentés les FF et leurs équivalents : en trait plein, le modèle décrivant les FF, et en pointillé, son équivalent.

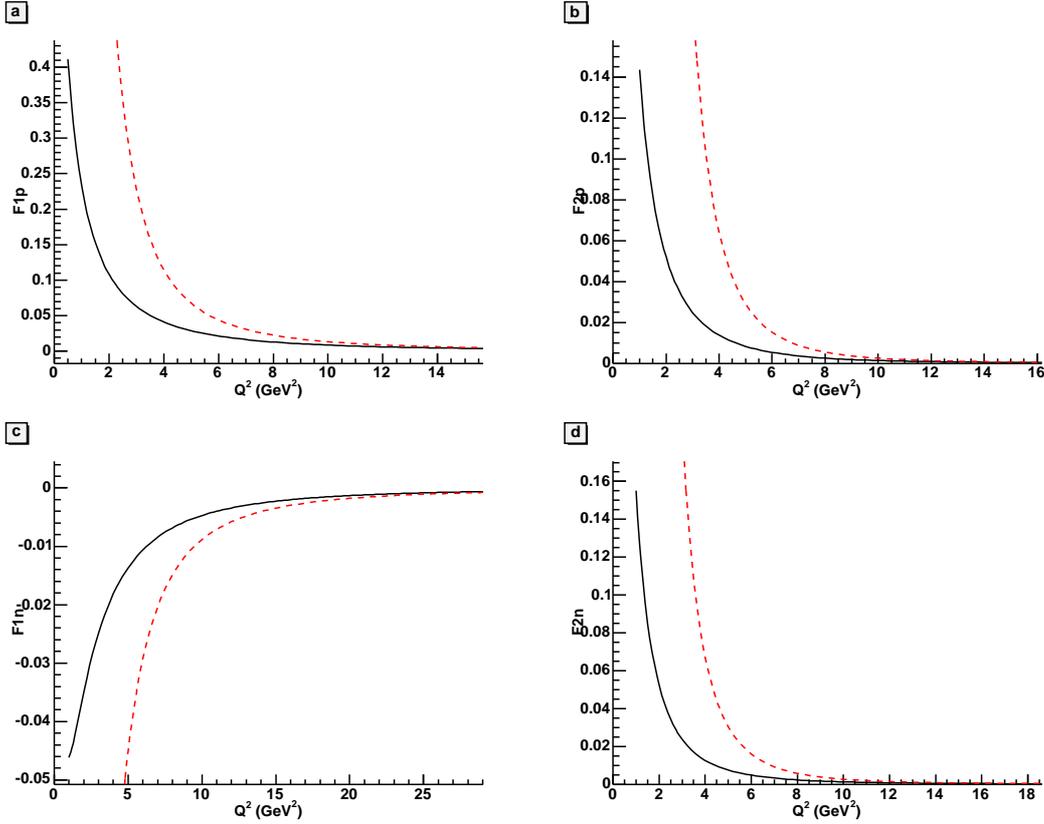


FIG. 4.1 – FF et leurs équivalents dans la région espace pour le modèle GK, en noir-continu le modèle, en rouge-tiret l'équivalent

La paramétrisation IJL

De même pour Iachello, les équivalents des F_1 et F_2 sont :

$$F_1^p \sim 0.912 Q^{-4}, \quad F_2^p \sim -0.42 Q^{-6} \quad (4.11)$$

$$F_1^n \sim -4.33 Q^{-4}, \quad F_2^n \sim 0.4 Q^{-6} \quad (4.12)$$

On remarquera que certains FF, comme F_2^p , sont de signe opposé à leurs valeurs en 0, ce qui indique qu'il y a changement de signe. En fait, on se rend compte que

pour F_2^p , par exemple, cela se produit pour $Q^2 = 55$ TeV. On ne peut donc se fier à ce comportement asymptotique puisque ce sont des échelles d'énergie inaccessibles avec les appareillages actuels.

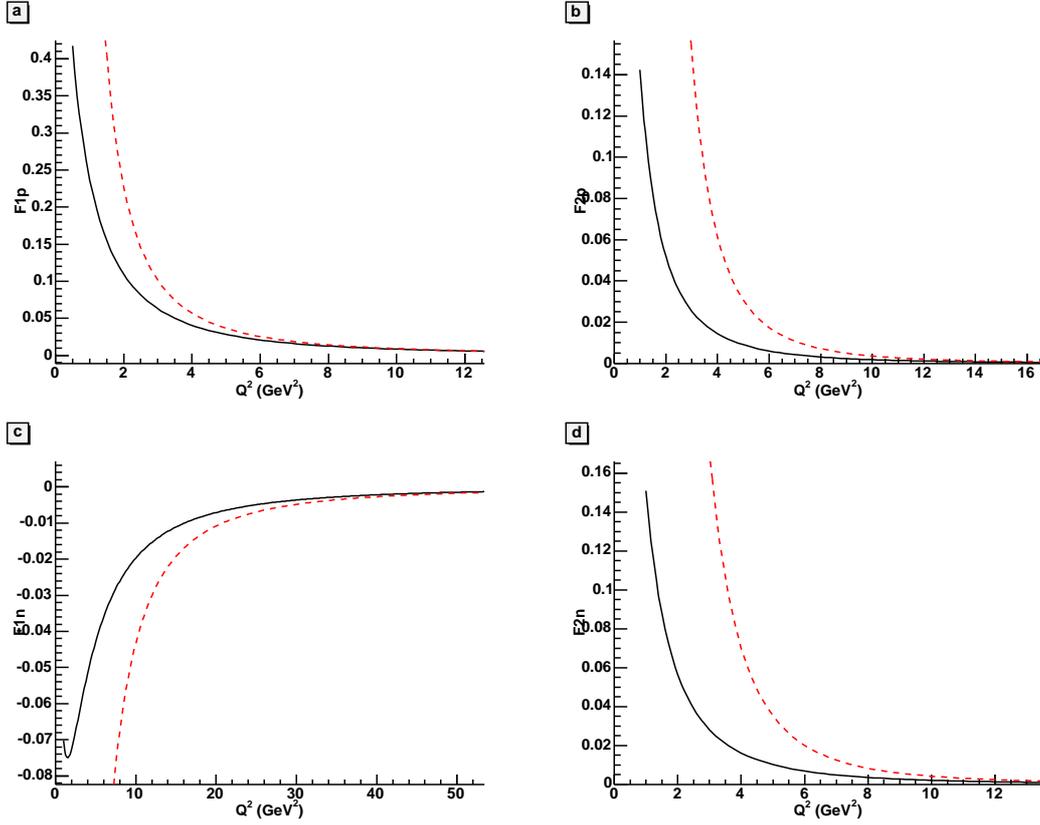


FIG. 4.2 – FF et leurs équivalents dans la région espace pour le modèle IJL, en noir-continu le modèle, en rouge-tiret l'équivalent

Récapitulatif

Le tableau suivant montre à partir de quel valeur de Q^2 l'équivalent du facteur de forme représente environ 90% de celui-ci. Les valeurs ont été calculées à partir de la formule :

$$\left| 1 - \left| \frac{eq}{FF} \right| \right|$$

Les résultats sont exprimés en GeV.

	Iachello	pQCD	Bosted	Lomon	Hohler
F_1^p	9.5	38	725	42	2000
F_2^p	80	49	11000	44	875
F_1^n	95	49	200	60	25
F_2^n	85	49	6	72	1100

On peut d'ores et déjà remarquer que la plupart des modèles adoptent en général un comportement asymptotique pour des grandes valeurs de Q^2 qui ne sont pas accessibles expérimentalement. Cela indique donc que ces comportements peuvent être testés expérimentalement. Il est également à noter que les résultats concernant F_2 pour le modèle IJL prennent en compte la contribution du terme en $F_2^v = -0.428 * \left(\frac{1}{Q^6} - \frac{24.16}{Q^6} \frac{1}{1+0.512 \ln(7.194 * \sqrt{Q^2})} \right)$, provenant de la largeur du méson ρ . Sans ce terme, la convergence est très longue et dépasse de loin le millier de TeV.

Ensuite, dans le tableau suivant, cette fois-ci, sont répertoriées les valeurs de Q^2 où la différence entre la module de la fonction dans la région temps et la fonction dans la région espace vaut moins de 10% de cette dernière.

	Iachello	pQCD	Bosted	Lomon	Hohler
F_1^p	21	/	700	30	3700
F_2^p	110	/	$> 10^4$	3300	1850
F_1^n	190	/	22	45	64
F_2^n	130	/	20	90	195

Les résultats sont exprimés en GeV^2 .

Les énergies pour lesquelles les modèles deviennent équivalents à 10% près sont assez élevées et donc inaccessibles à l'heure actuelle.

Dans tous les cas, la partie imaginaire tend bien vers 0. Cependant, il est à noter que selon les modèles, le comportement de celle-ci varie. En effet, il y a des modèles où celle-ci domine la partie réelle, d'autres où elle est équivalente à cette dernière (à une constante multiplicative près, et enfin où elle est négligeable). Celle-ci implique des significations physiques très différentes et seules les expériences pourront justifier la validité des modèles.

Les tableaux suivants représentent la partie imaginaire des FF dans la région temps pour le modèle IJL, le modèle GK et la pQCD.

En vert le modèle GK, en noir le modèle IJL et en bleu la pQCD avec la paramétrisation vue précédemment.

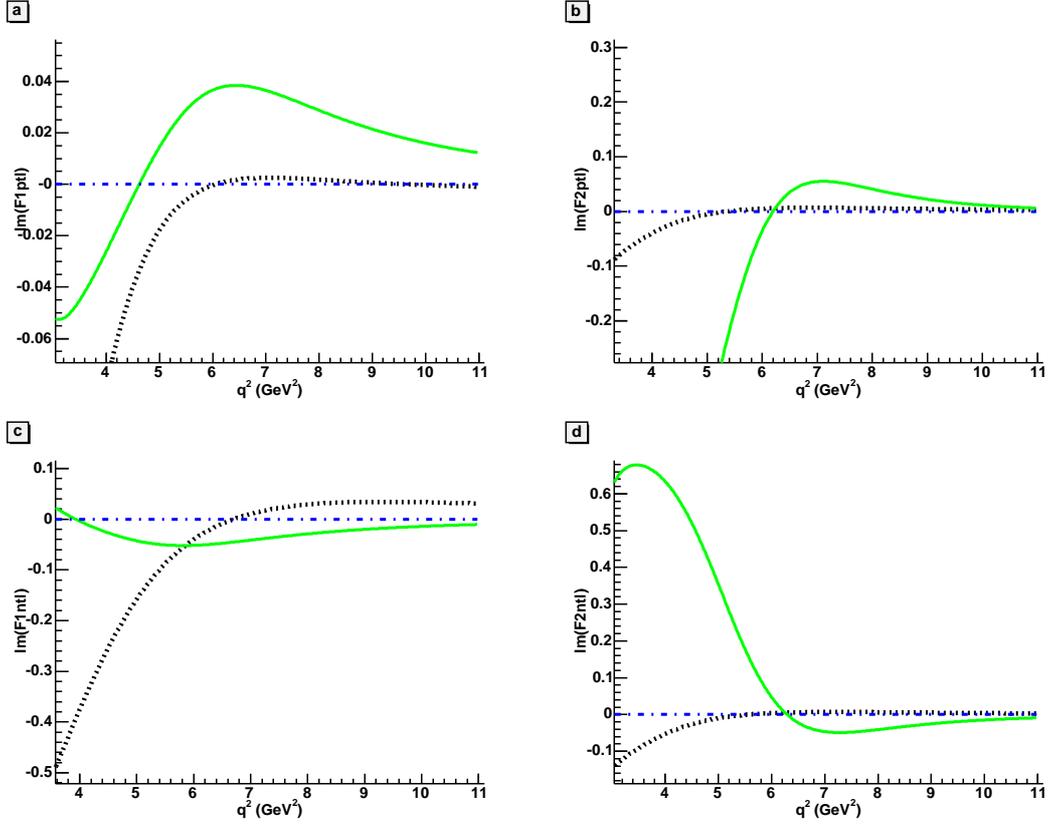


FIG. 4.3 – Partie imaginaire des FF pour quelques modèles, pQCD (bleu, pointillé), Lomon (noir, tiret) et IJL (vert, continu)

4.1.2 Valeur des facteurs de forme en $-4m_N^2$ et 0

valeur en $-4m_N^2$

Au seuil de réaction, c'est à dire $Q^2 = 4m_N^2$, la relation $F_1, F_2 = f(G_E, G_M)$ implique que :

$$G_E(-4m_N^2) = G_M(-4m_N^2)$$

La pQCD ne vérifie pas cette relation.

Pour ce qui est de la fonction de Iachello, la relation est bien vérifiée, puisque cette fois-ci la relation est inhérente à l'expression, tout comme celle de Lomon et de Hohler.

Par contre, en ce qui concerne le modèle de Bosted, G_E et G_M sont différents au seuil de réaction.

valeur en 0

Toutes les fonctions étudiées vérifient bien les conditions statiques vu en 1.2.1.

4.2 Relation de dispersion

4.2.1 Formalisme

On définit $F_1(z)$ le prolongement analytique de $F_1(q^2)$ de \mathbb{R} à \mathbb{C} . En utilisant les propriétés du prolongement analytique telles que [74] :

- $F(z)$ est analytique dans le demi plan fermé supérieur, excepté pour une coupure sur l'axe réel positif, défini par $z > 4m_\pi^2$
- $F(z)$ s'annule quand z tend vers l'infini partout dans le demi plan supérieur, ainsi que le théorème de Cauchy, on aboutit, moyennant quelques changements de variable, à la relation :

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\Im m F(t')}{t' - t} dt'$$

dite relation de dispersion avec $t = q^2$, ce qui donne en $t=0$:

$$F(0) = \frac{1}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\Im m F(t')}{t'} dt'$$

La vérification de cette propriété par les différents modèles sera étudiée par la suite.

4.2.2 Méthode de calcul

Le calcul de l'intégrale a été effectué avec l'aide de l'informatique, en programmation C++. La méthode de calcul utilisée est la méthode de Riemann comme présentée sur la figure 4.4

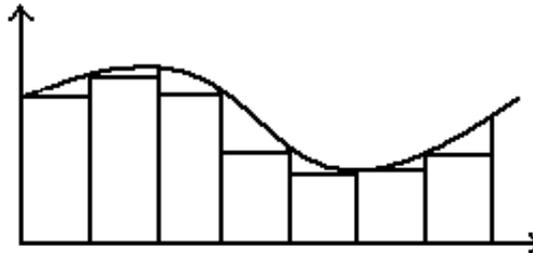


FIG. 4.4 – Principe de la méthode de Riemann.

Le pas a été choisi avec un nombre de décimales finies, c'est à dire inférieur à 10^{308} pour minimiser les erreurs d'approximation dûes à l'informatique. Il a également été pris très petit pour diminuer l'erreur entre intégrale réelle et intégrale calculée. En effet en prenant cette valeur très faible, un rapide calcul montre que, en faisant l'approximation que l'aire entre la courbe et un histogramme est un triangle, l'erreur est de $F(4m_\pi^2)/h$ où h est le pas.

L'intégration devant se faire de $4m_\pi^2$ à l'infini, pour des raisons évidentes liées à l'informatique, elle ne se fera que sur l'intervalle $[4m_\pi^2, 1000]$. En effet, les fonctions étant dominées ou équivalentes à l'infini à Q^{-4} , cela donne une erreur de l'ordre de ± 0.001 (cf *ch3*).

4.2.3 Vérification des modèles

pQCD

La pQCD ne peut vérifier la relation de dispersion au vue de l'expression dans la région temps et dans la région espace puisque la partie imaginaire est nulle dans la région temps.

Les autres modèles

Les modèles IJL, le modèles de Lomon ne vérifient pas la relation de dispersion car les F_i^s et F_i^v ne sont pas intégrables dans la région non-physique, c'est à dire pour $Q^2 < 3.52$. En effet, ceux ci possèdent au minimum trois pôles.

Dans le tableau suivant, sont indiquées les contributions des différents facteurs dans la région physique.

	Iachello	Bosted	Lomon
F_1^p	-0.0019	0.0063	0.0024
F_2^p	-0.0022	-0.0794	0.00155
F_1^n	-0.0327	-0.011	-0.0025
F_2^n	0.0037	0.0693	0.0008

On remarque que les contributions pour des valeurs supérieures à $4m_N^2$ sont vraiment très faibles et que tout se passe essentiellement dans la région non physique.

Le modèle de Bosted

Les expressions des facteurs de forme émises par Bosted, ne vérifient pas la relation de dispersion. Cependant, en changeant les paramètres, il est possible qu'elles le

feraient ensuite mais peut être au détriment d'un moins bon fit des points obtenus expérimentalement. A noter que les expressions sont discontinues en $4m_N^2$.

La paramétrisation de Hohler

Le modèle d'Hohler est basé sur une relation de dispersion vu précédemment mais approximée à :

$$\sum_v \frac{a_i(v)}{t_v - t}$$

ce qui correspond à :

$$\Im F_i(t) = \pi \sum_v a_i(v) \delta(t - t_v)$$

La continuation analytique de la fonction de Hohler a été discuté dans [60]. Plusieurs extensions dans la région temps sont possibles mais nécessitent approximations et hypothèses qui conduisent à des formes analytiques très différentes.

4.3 Rayon carré moyen

La relation de dispersion peut être utilisée pour trouver d'autres expressions comme par exemple [74], les rayons de charges et distributions courantes.

Celui ci est défini par :

$$r_{G_{Ep}}^2 = \frac{6}{G_{Ep}(0)} \frac{d}{dq^2} G_{Ep}(q^2) |_{q^2=0}$$

soit en fonction de F_1 et F_2 :

$$r_{G_{Ep}}^2 = r_{1p}^2 + 6 \frac{F_2(0)}{4m_N^2}$$

où r_{1p}^2 est calculé grâce à la même formule que celle de $r_{G_{Ep}}^2$

Dans un premier temps, les développements limités au premier ordre en 0 des facteurs de forme ont été calculé manuellement. Cela a permis de vérifier les valeurs trouvées en 0 précédemment.

Ensuite, l'informatique a pris le relais, et grâce à un petit programme élaboré en C++, les dérivées en 0 ont été calculées.

pQCD

Même si la pQCD ne s'applique plus pour les faibles valeurs de Q^2 , on peut toujours effectuer un développement limité des expressions. Dans ce cas, on trouve :

$$F_1^p \sim 1 - 4.62 Q^2, \quad F_1^n \sim -1.91 Q^2$$

...et pour les rayons carrés moyens, sachant que celui du proton est $\sqrt{\langle r^2 \rangle} \sim 0.8\text{fm}$:

$$\sqrt{\langle r_{E,p}^2 \rangle} \sim 0.6 \text{ fm}, \quad \sqrt{\langle r_{E,n}^2 \rangle} \sim 0.44 \text{ fm}$$

La paramétrisation de Lomon

Les développements d'ordre 1 en 0 sont :

$$F_1^p \sim 1 - 2.38 Q^2, \quad F_1^n = o(Q^4)$$

et les dérivées premières en 0 calculées numériquement sont :

$$F_1^p '(0) = -2.44, \quad F_1^n '(0) = 0$$

ce qui donne pour les rayons carrés moyens :

$$\sqrt{\langle r_{E,p}^2 \rangle} \sim 0.72 \text{ fm}$$

ce qui est en accord avec les données.

La paramétrisation de Iachello

En raison d'un terme en racine dans la formule destiné à prendre en compte la largeur du méson ρ , on ne peut faire de développements limités ne dépendant que de Q^2 . Cependant, en négligeant ce terme on obtient :

$$F_1^p \sim 1 - 2.02 Q^2, \quad F_1^n \sim 0 - 0.37 Q^2$$

Cela donne un rayon carré moyen pour G_E^p de l'ordre de 0.49 fm. En effet, le modèle IJL est basé sur une image à deux dimensions, un coeur compact de dimension 0.49 fm et une composante mésonique de forme dipolaire.

La paramétrisation de Bosted

Comme pour la paramétrisation IJL, on ne peut faire ici de développements limités en Q^2 puisque les relations de Bosted sont polynômiales en fonction $\sqrt{Q^2}$. On ne peut également calculer de rayons carrés moyens, car les valeurs des dérivées sont aberrantes et donnent alors des rayons de l'ordre du micromètre. Ce qui supposerait que l'on puisse voir cette distribution à la loupe !

Le modèle d'Hohler

Les développements limités sont :

$$F_1^p \sim 1 - 2.51 Q^2, \quad F_1^n \sim 0 - 0.03 Q^2$$

Les dérivées premières en 0 sont :

$$F_1^p '(0) = -2.44, \quad F_1^n '(0) = -0.22$$

... ce qui donne pour les rayons carrés moyens :

$$\sqrt{\langle r_{E,p}^2 \rangle} \sim 0.723 \text{ fm}, \quad \sqrt{\langle r_{E,n}^2 \rangle} \sim -0.09 \text{ fm}$$

4.4 Conclusion

En général, les modèles vérifient bien les prédictions de la pQCD en ce qui concerne les équivalents en l'infini dans la région espace, même si certains auteurs ont rajouté des dépendances logarithmiques ou des termes en racine carré pour mieux correspondre aux données expérimentales. De même, dans l'ensemble, les modèles adoptent "un comportement asymptotique" assez tardivement, c'est à dire à des énergies inaccessibles expérimentalement pour l'instant.

Dans la région temps, le topo n'est pas le même. En effet, les modèles ont des comportements assez variés, ce qui donne des significations physiques assez différentes. Des expériences supplémentaires sont nécessaires pour comprendre quel est le comportement des facteurs de forme dans la région temps.

Pour ce qui est des valeurs en 0 et $-4m_N^2$, les modèles sont bien en accord mis à part le modèle polynômial de Bosted en $-4m_N^2$.

Par contre, aucun modèle ne vérifie la relation de dispersion comme elle a été définie dans ce chapitre.

Enfin, en ce qui concerne les rayons carrés moyens, les valeurs trouvées sont assez raisonnables dans l'ensemble.

Chapitre 5

Observables de polarisation

Pendant ma période de stage, je me suis également attaché à la vérification de calculs d'observables de polarisation que Mme Tomasi-Gustafsson avait effectué. Cela concerne la réaction d'annihilation proton-antiproton produisant une paire lepton-antilepton : $\bar{p} + p \rightarrow l^+ + l^-, l = e$

Les calculs sont effectués dans le centre de masse avec l'approximation d'un seul photon échangé.

5.1 Cinématique

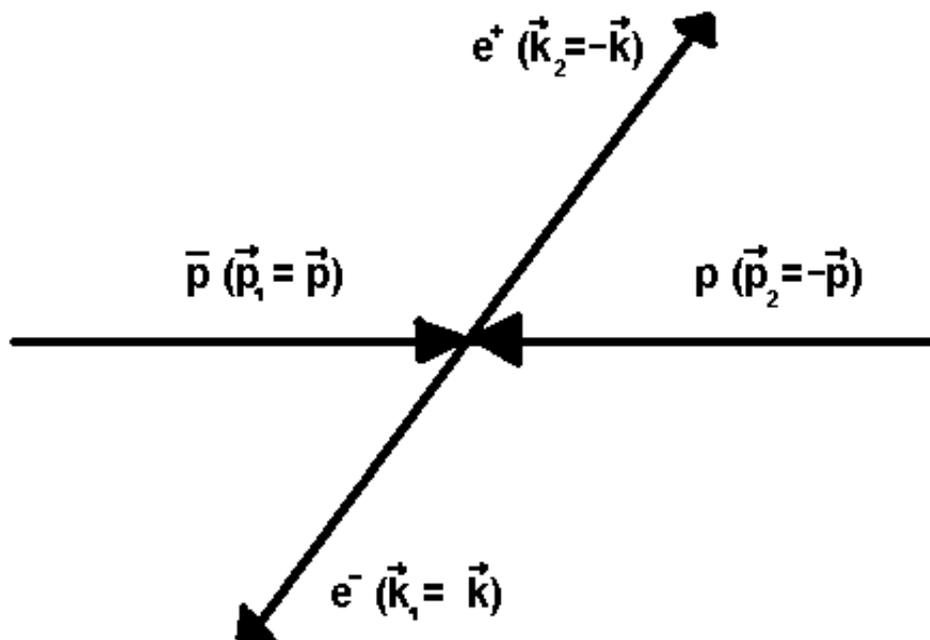


FIG. 5.1 – Cinématique de la réaction dans le système du centre de masse.

Les notations des moments sont indiqués sur la figure ci dessus.

On choisit de privilégier l'axe z comme axe de direction de l'antiproton. L'axe y sera choisit normal au plan de diffusion, et l'axe x pour formé un repère orthonormé direct.

Le quadri-vecteur désignant le proton (respectivement l'antiproton) est noté p_2 (p_1) et celui concernant l'électron (respectivement le positron) k_1 (k_2). On désigne par \hat{p} et \hat{k} les vecteurs normés ce qui donne $\hat{p} = (0, 0, 1)$ et $\hat{k} = (\sin \theta, 0, \cos \theta)$ où θ est l'angle de production de l'électron dans le système du centre de masse. Dans ce référentiel on a donc $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$. De plus en négligeant la masse de l'électron on a $k_1^2 = k_2^2 = 0$ ce qui donne pour le quadri-moment transféré : $t = (k_1 + k_2)^2 = 4E^2$ où E est l'énergie de l'antiproton.

On a également les relations dans le centre de masse : $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 = \vec{p}$ et $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = \vec{k}$

5.2 Formalisme

Les propriétés des matrices de Pauli et des matrices de Dirac seront démontrées en annexe.

Comme il a été dit précédemment, l'élément de matrice concernant la réaction $\bar{p} + p \rightarrow l^+ + l^-$, $l = e$ est définit dans le cadre d'un seul photon échangé par :

$$M = \frac{e^2}{t} \bar{u}(-k_2) \gamma_\mu u(k_1) \bar{u}(p_2) \left[F_1(t) \gamma_\mu - \frac{F_2(t)}{2m} \sigma_{\mu\nu} q_\nu \right] u(-p_1) \quad (5.1)$$

m est la masse du nucléon et F_1 et F_2 sont les facteurs de forme électromagnétiques de Dirac et Pauli, fonctions complexes de la variable t dans la région temps. De plus γ_μ sont les matrices de Dirac et $\sigma_{\mu\nu} = \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu}{2}$.

Les matrices de Dirac sont définis par :

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

avec σ les matrices de Pauli définies en annexe.

Les spineurs à quatre composantes u sont obtenus en résolvant l'équation de Dirac pour chaque particule et valent :

$$\begin{array}{cc} \text{antiproton,} & \text{proton} \\ u(-p) = \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi \\ \chi \end{pmatrix}, & u(p) = \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi \end{pmatrix} \\ \text{electron,} & \text{positron} \\ u(k) = \sqrt{\epsilon} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{\epsilon} \phi \end{pmatrix} = \sqrt{\epsilon} \begin{pmatrix} \phi \\ \vec{\sigma} \cdot \hat{k} \phi \end{pmatrix}, & u(-k) = \sqrt{\epsilon} \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \hat{k} \phi \\ \phi \end{pmatrix} \end{array}$$

Les spineurs de l'électron et du positron ont été calculés en négligeant la masse de ces derniers et ϵ représente leur énergie.

Nous avons vu que l'élément de matrice dans le cadre d'un seul photon échangé valait :

$$M = \frac{e^2}{t} l_\mu J_\mu = \frac{e^2}{t} (l_0 J_0 - \vec{l} \cdot \vec{J}) \quad (5.3)$$

Mais la conservation du courant implique que $l \cdot q = l_0 q_0 - \vec{l} \cdot \vec{q} = 0$ avec $\vec{q} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$ dans le centre de masse. Cela donne $l_0 = 0$ soit pour l'élément de matrice :

$$M = -\frac{e^2}{t} \vec{l} \cdot \vec{J} \quad (5.4)$$

5.2.1 Le courant leptonique

Calculons maintenant le courant leptonique dans le référentiel du centre de masse :

$$\begin{aligned} \vec{l} &= \bar{u}(-k_2) \vec{\gamma} u(k_1) = E \phi_2^\dagger(-\vec{\sigma} \cdot \hat{k}, I) \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vec{\sigma} \cdot \hat{k} \phi_1 \end{pmatrix} \\ &= E \phi_2^\dagger(-\vec{\sigma} \cdot \hat{k}, I) \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \vec{\sigma} \cdot \hat{k} \phi_1 \\ \vec{\sigma} \phi_1 \end{pmatrix} = E \phi_2^\dagger(-\vec{\sigma} \cdot \hat{k} \vec{\sigma} \vec{\sigma} \cdot \hat{k} + \vec{\sigma}) \phi_1 \\ &= 2E \phi_2^\dagger(\vec{\sigma} - \hat{k} \vec{\sigma} \cdot \hat{k}) \phi_1 \end{aligned}$$

où nous avons utilisé la relation $\vec{\sigma} \vec{\sigma} \cdot \vec{k} = 2\vec{k} - \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}$ et le fait que $\vec{k} \cdot \vec{k} = 1$.

Finalement on trouve :

$$\vec{l} = \sqrt{t} \phi_2^\dagger(\vec{\sigma} - \hat{k} \vec{\sigma} \cdot \hat{k}) \phi_1 \quad (5.5)$$

où ϕ_1 (ϕ_2) est le spineur à deux composantes de l'électron (positron).

5.2.2 Le courant hadronique

Le courant hadronique s'écrit :

$$J_\mu = \bar{u}(p_2) \left[F_1(t) \gamma_\mu - \frac{F_2(t)}{2m} \sigma_{\mu\nu} q_\nu \right] u(-p_1) \quad (5.6)$$

En utilisant la définition de $\sigma_{\mu\nu}$, le fait que $q = p_1 + p_2$, $\sigma_\mu \sigma_\nu + \sigma_\nu \sigma_\mu = 2g_{\mu\nu}$ (cf *Glossaire : quadri - vecteur* pour valeur de $g_{\mu\nu}$) et en utilisant l'équation de Dirac :

$$(p - m)u(p) = 0 \rightarrow pu(p) = mu(p), \quad (5.7)$$

$$\bar{u}(p)(p - m) = 0 \rightarrow \bar{u}(p)p = \bar{u}(p)m \quad (5.8)$$

on peut réécrire le courant hadronique sous la forme :

$$J_\mu = \bar{u}(p_2)[F_1(t) + F_2(t)]\gamma_\mu u(-p_1) - \bar{u}(p_2)\frac{p_2 - p_1}{m}F_2(t)u(-p_1) \quad (5.9)$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \vec{J} &= (E+m)[F_1(t) + F_2(t)]\chi_2^\dagger \left(I, \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \right) \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m}\chi_1 \\ \chi_1 \end{pmatrix} \\ &+ (E+m)F_2(t)\frac{\vec{p}}{m}\chi_2^\dagger \left(I, \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \right) \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m}\chi_1 \\ \chi_1 \end{pmatrix} \\ &= [F_1(t) + F_2(t)]\chi_2^\dagger \left(\vec{\sigma} - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(E+m)^2}\vec{\sigma}\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \right) \chi_1 + \frac{\vec{p}}{m}2F_2(t)\chi_2^\dagger \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m}\chi_1 \end{aligned}$$

Pour simplifier, on normalise $\vec{p} = |p|\hat{p}$ avec $p^2 = E^2 - m^2$ et en regroupant les termes correspondant à une même structure de spin, on a alors l'expression :

$$\vec{J} = \chi_2^\dagger \left[2E(F_1(t) + F_2(t))(\vec{\sigma} - \hat{p}\vec{\sigma} \cdot \hat{p}) + 2 \left(mF_1(t) + F_2(t)\frac{E^2}{m} \right) \hat{p}\vec{\sigma} \cdot \hat{p} \right] \chi_1 \quad (5.10)$$

Finalement, on utilisant les définitions usuelles concernant les facteurs de forme G_E et G_M :

$$G_M(t) = F_1(t) + F_2(t), \quad G_E(t) = F_1(t) + \tau F_2(t), \quad \tau = \frac{t}{4m^2} = \frac{E^2}{m^2} \quad (5.11)$$

on trouve pour le courant électromagnétique, l'expression :

$$\vec{J} = \sqrt{t}\chi_2^\dagger \left[G_M(t)(\vec{\sigma} - \hat{p}\vec{\sigma} \cdot \hat{p}) + \frac{1}{\sqrt{\tau}}G_E(t)\hat{p}\vec{\sigma} \cdot \hat{p} \right] \chi_1 \quad (5.12)$$

5.2.3 La section efficace non-polarisée

Pour calculer la section efficace quand les particules ne sont pas polarisées, d'après la règle d'or de Fermi, on fait la moyenne sur les polarisations de l'état final et on somme les polarisations de l'état final :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\overline{M}|^2 k}{64\pi^2 t p}, \quad k = \frac{\sqrt{t}}{2}, \quad p = \sqrt{\frac{t}{4} - m^2}, \quad |\overline{M}|^2 = l_{ab}J_{ab}\frac{e^4}{t^2} \quad (5.13)$$

avec

$$l_{ab} = \overline{l_a l_b} = Tr(\sigma_a - \hat{k}_a \vec{\sigma} \cdot \hat{k})(\sigma_b - \hat{k}_b \vec{\sigma} \cdot \hat{k}) = 2(\delta_{ab} - \hat{k}_a \hat{k}_b)$$

car $Tr\sigma_i = 0$, $Tr(\sigma_i \sigma_j) = 2\delta_{ij}$ et $Tr(\vec{\sigma} \cdot \hat{k})(\vec{\sigma} \cdot \hat{k}) = 2$ car $\hat{k} \cdot \hat{k} = 1$. En ce qui concerne le courant hadronique on a :

$$J_{ab} = \frac{1}{4} \left[G_M(t)(\sigma_a - \hat{p}_a \vec{\sigma} \cdot \hat{p}) + \frac{1}{\sqrt{\tau}} G_E(t) \hat{p}_a \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \right] \left[G_M^*(t)(\sigma_b - \hat{p}_b \vec{\sigma} \cdot \hat{p}) + \frac{1}{\sqrt{\tau}} G_E^*(t) \hat{p}_b \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \right]$$

où le coefficient $1/4$ provient du nombre d'états de spin pour la collision $p\bar{p}$:

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{(2s_p + 1)(2s_{\bar{p}} + 1)}$$

Calculons maintenant explicitement le terme relié à $|G_M|^2$:

$$Tr[(\sigma_a - \hat{p}_a \vec{\sigma} \cdot \hat{p})(\sigma_b - \hat{p}_b \vec{\sigma} \cdot \hat{p})](\delta_{ab} - \hat{k}_a \hat{k}_b) = \quad (5.14)$$

$$Tr[\sigma_a \sigma_b - \sigma_a \hat{p}_b \vec{\sigma} \cdot \hat{p} - \hat{p}_a \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \sigma_b + \hat{p}_a \hat{p}_b \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \hat{p}_b \vec{\sigma} \cdot \hat{p}](\delta_{ab} - \hat{k}_a \hat{k}_b) \quad (5.15)$$

$$\Rightarrow (\delta_{ab} - \hat{p}_a \hat{p}_b)(\delta_{ab} - \hat{k}_a \hat{k}_b) = 3 - 1 - 1 + (\cos \theta)^2 = 1 + \cos^2 \theta \quad (5.16)$$

car $\hat{p} \cdot \hat{p} = 1$, $\hat{k} \cdot \hat{k} = 1$ et $\hat{p} \cdot \hat{k} = \cos \theta$

Le calcul concernant le terme $|G_E|^2$ s'effectue de la même manière que celui concernant $|G_M|^2$ est donné $\frac{1}{\tau} \sin^2 \theta$

En calculant les termes reliés aux produits $G_E G_M^*$ et $G_E^* G_M$, on remarque qu'ils sont nuls. Cela signifie que la section efficace non polarisée ne contient pas de terme d'interférence.

Finalement, l'expression dans le centre de masse est :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \mathcal{N}[(1 + \cos^2 \theta)|G_M|^2 + \frac{1}{\tau} \sin^2 \theta |G_E|^2]$$

où $\mathcal{N} = \frac{\alpha^2}{\sqrt{t(t - 4m^2)}}$, $\alpha = e^2/(4\pi) \simeq 1/137$ est un facteur cinématique et n'entre pas dans le calcul de phénomènes de polarisation.

5.2.4 Observables de double polarisation

La contribution à la section efficace, quand deux particules en collision sont polarisées est calculée par l'expression :

$$A_{ab} = \frac{1}{2} tr \mathcal{J}_a \vec{\sigma} \cdot P_1 \mathcal{J}_b^* \vec{\sigma} \cdot P_2 \overline{\ell}_{ab}$$

où a et $b = x, y, z$ se réfère à la composante $a(b)$ de la cible (projectile). Sur les neuf termes, $A_{xy} = A_{yx} = A_{zy} = A_{yz} = 0$, et les autres composantes sont :

$$A_{xx} = -\sin^2 \theta [|G_M|^2 - \frac{1}{\tau} |G_E|^2],$$

$$A_{yy} = \sin^2 \theta [|G_M|^2 + \frac{1}{\tau} |G_E|^2],$$

$$A_{zz} = -(1 + \cos^2 \theta) |G_M|^2 + \frac{1}{\tau} (\sin^2 \theta) |G_E|^2,$$

$$A_{xz} = A_{zx} = -\frac{1}{\tau} \sin 2\theta Re G_E G_M^*.$$

5.3 Les prédictions des modèles

Les observables de polarisation pour la réaction $\bar{p} + p \rightarrow l^- + l^+$ n'ont encore jamais été mesurée. Il est donc intéressant de regarder les prédictions des modèles que nous avons vu précédemment. Ci dessous, ont été tracé les prédictions de pQCD, du modèle IJL, et du modèle GK.

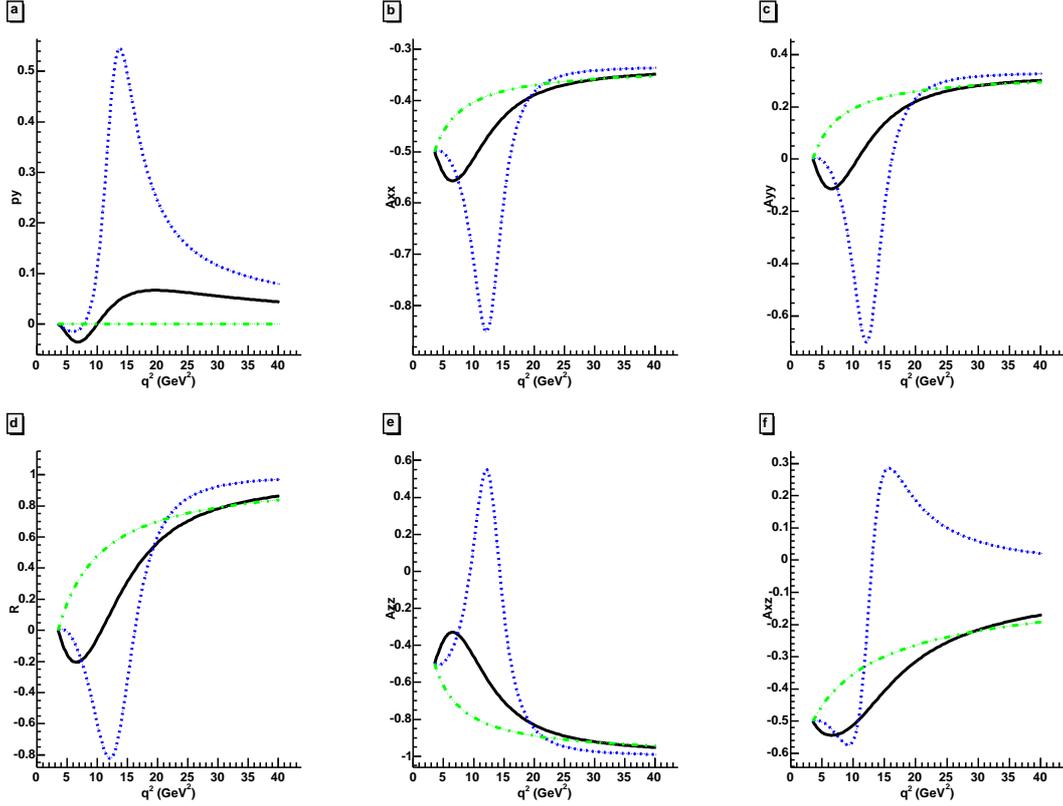


FIG. 5.2 – Observables de polarisation pour la réaction $\bar{p} + p \rightarrow e^+ + e^-$ pour pQCD (vert), Lomon (bleu) et IJL (noir)

On remarque que les prédictions du modèle IJL (trait plein) diffèrent nettement de celles de la QCD (pointillé). On remarquera également que si l'on fait l'hypothèse $G_E = G_M$, hypothèse souvent réalisée dans la littérature, on obtient $G_E^* G_M$ réel, ce qui implique \mathcal{P}_y nul. La mesure de \mathcal{P}_y peut donc s'avérer un très bon moyen pour vérifier expérimentalement l'hypothèse $G_E = G_M$.

Conclusion Générale

Dans ce rapport, nous avons étudié les propriétés analytiques des différents modèles de FF électromagnétiques du nucléon et comparé leurs prédictions avec les résultats expérimentaux. Celui ci n'est pas une critique des différents modèles suggérés pour décrire la structure interne du nucléon, mais propose une étude objective de leur propriétés (qu'elles soient analytiques ou purement descriptives). L'étude des facteurs de forme électromagnétiques du nucléon connaît actuellement un nouvel essor avec la construction d'accélérateurs à hautes énergies et de nouvelles techniques expérimentales beaucoup plus précises qui permettront, elles, de progresser dans la recherche d'une description cohérente de la structure du nucléon.

L'étude des facteurs de forme est sujet passionnant qui soulève encore de nombreuses questions, et ouvre la voie à de nombreuses recherches. En particulier, pendant ce stage, je me suis également intéressé au calcul d'observables de polarisation qui pourrait être testés grâce aux nouvelles améliorations citées précédemment.

Ce stage a été pour moi une expérience extrêmement intéressante. Il m'a permis d'acquérir de nombreuses connaissances, que ce soit sur les facteurs de forme ou la physique nucléaire en général, par le biais de lecture de documents, de conférences ou de discussions. Pendant ce stage, je me serai également familiarisé avec le système d'exploitation Linux, le système d'analyse de données ROOT et le traitement de texte scientifique (qui a permis la rédaction et la mise en forme de ce mémoire) LaTeX qui m'étaient totalement inconnus auparavant.

Il m'aura également permis d'avoir un premier contact avec le monde de la recherche au sein d'un groupe de renommée internationale qu'est le C.E.A. .

Annexe A

Glossaire

MATIÈRE ATOME NOYAU PROTON

LEPTONS		QUARKS	
FERMIONS		Pisonniers de particules plus grandes ils ne sont pas observés individuellement.	
<p>La matière ordinaire est composée de particules de ce groupe.</p>	<p>électron Responsable de l'électricité et des réactions chimiques. Sa charge est -1.</p>	<p>neutrino électron Sans charge électrique et interagissant très rarement avec le milieu environnant.</p>	<p>bas (down) Sa charge électrique est -1/3. Le proton en contient un, le neutron deux.</p>
<p>Pour la plupart, ces particules étaient présentes juste après le big bang.</p>	<p>muon Un compagnon plus massif de l'électron.</p>	<p>neutrino muon Propriétés similaires à celles du neutrino électron.</p>	<p>étrange (strange) Un compagnon plus lourd du "bas".</p>
	<p>tau Encore plus lourd.</p>	<p>neutrino tau Propriétés similaires à celles du neutrino électron.</p>	<p>beauté (beauty) Encore plus lourd.</p>

BOSONS			
Particules fondamentales qui assurent la transmission des forces de la nature.			
<p>photon Grain élémentaire de la lumière porteur de la force électromagnétique.</p>	<p>gluon Porteur de la force forte entre quarks.</p>	<p>bosons vecteurs Porteurs de la force faible, responsables de certaines formes de désintégration radioactive.</p>	<p>Graviton Pas encore observé; Supposé véhiculer la force de gravité.</p>

ANTIMATIÈRE

A chaque particule-fermion correspond une antiparticule, espèce d'image miroir.

BARYON : nom générique des particules lourdes formées de trois quarks, se divisants en nucléons et en hypérons. Les baryons appartiennent à la famille des Fermions. C'est un hadron de spin demi-entier.

BOSON : particule de spin entier qui obéit à la statique de Bose-Einstein. Les mésons, le gluon, le graviton et le photon sont des bosons, mais aussi les particules W, le Z_0 et le boson de Higgs. L'interaction entre deux particules se fait grâce à un échange de particules distinctes qui, précisément, sont les bosons.

FERMION : particule de spin demi-entier obéissant à la statique de Fermi-Dirac (leptons et baryons) par opposition au bosons.

GLUON : particule de la famille des bosons de spin 1. Le gluon est responsable de l'interaction forte entre les quarks. En fait, il existe huit gluons différents.

HADRON : Particule sensible aux interactions fortes (du grec hadros : fort) et composée d'autres particules appelées quarks. Protons et neutrons sont des hadrons composés chacun de trois quarks.

LEPTON : Particule de spin 1/2 se déplaçant librement et appartenant à la famille dite des fermions. Les leptons ont la caractéristique d'être "insensibles", à l'une des quatre lois fondamentales de la physique, à savoir l'interaction forte.

MATRICES DE PAULI : Les matrices de Pauli sont définies par :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

sans oublier I_2 , la matrice identité.

MESON : Particule formée de deux quarks appartenant à la famille des bosons, dont la caractéristique est d'être sensible à l'interaction forte (l'une des lois de la physique fondamentale).

PSEUDO-SCALAIRE : Un pseudo-scalaire est un objet mathématique dont le module reste invariant pour différents repères, tandis que le signe change en même temps que l'orientation du repère.

QUADRI-VECTEUR : Un quadri-vecteur est, comme son nom l'indique, un vecteur à quatre composantes. On note A^μ les quadri-vecteurs (A^0, \vec{A}) et A_μ les quadri-vecteurs $(A^0, -\vec{A})$. Le produit scalaire entre deux quadri-vecteurs est alors noté :

$$A \cdot B = A_\mu B^\mu = A^\mu B_\mu = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = g^{\mu\nu} A_\mu B_\nu$$

avec $g_{\mu\nu}$ le tenseur métrique défini par :

$g_{00} = 1$, $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$, les autres composantes étant nulles.

SPIN : mouvement de rotation des particules autour d'elles-mêmes. Nombre quantique de spin : valeur déterminant le moment cinétique d'une particule élémentaire (le moment cinétique étant égal au produit de la constante de Planck, $h=6.626.10^{-34}$ joule.seconde, par la valeur du spin). Cette valeur peut prendre une valeur entière (pour les bosons) ou demi-entière (pour les fermions).

SPINEUR : Un vecteur colonne à quatre composantes qui satisfait l'équation de Dirac est appelé "spineur de Dirac".

Annexe B

Valeur des paramètres

Les valeurs des paramètres concernant les fonctions citées au chapitre *Presentation des different modeles* sont exposés ci dessous.

pQCD

La constante multiplicative est $A=56.3$

La paramétrisation IJL

Les constantes de couplage sont données par :

$$\beta_\rho = 0.672, \beta_\omega = 1.102, \beta_\phi = 0.112, \alpha_\phi = -0.052$$

Le facteur de forme intrinsèque par :

$$\gamma = 0.25(\text{GeV})^2$$

et en ce qui concerne les masses standard :

$$m_\rho = 0.765\text{GeV}, m_\omega = 0.784\text{GeV}, m_\phi = 1.019\text{GeV}$$

et $\Gamma_\rho = 0.112\text{GeV}$.

Le modèle GK

Il existe de nombreuses paramétrisations concernant ce modèle. Celle utilisée ici est donnée par :

$$\begin{aligned} g(\rho')/f(\rho') &= 0.0608, \kappa(\rho') = 5.3038, g_\omega/f_\omega = 0.6896, \kappa_\omega = -2.8585 \\ g_\phi/f_\phi &= -0.1852, \kappa_\phi = 13.0037, \mu_\phi = 0.6848, g(\omega')/f(\omega') = 0.2346 \\ \kappa(\omega') &= 18.2284, \Lambda_1 = 0.9441, \Lambda_D = 1.235 \\ \Lambda_2 &= 2.8268, \Lambda_{QCD} = 0.15, N = 1 \end{aligned}$$

et enfin :

$$\begin{aligned}\kappa_v &= 3.706, \quad \kappa_s = -0.12, \quad m_\rho = 0.776\text{GeV}, \quad m_\omega = 0.784\text{GeV} \\ m_\phi &= 1.019\text{GeV}, \quad m_{\rho'} = 1.45\text{GeV}, \quad m_{\omega'} = 1.419\text{GeV}\end{aligned}$$

Hohler

$$\begin{aligned}par0 &= 0.75, \quad p1 = 0.784^2, \quad p2 = -0.61, \quad p3 = 0.97^2, \quad p4 = -0.23 \\ p5 &= 1.79^2, \quad p6 = -0.15, \quad p7 = 0.18, \quad p8 = -0.03, \quad p9 = 0.06 \\ p10 &= 1.22^2, \quad p11 = -0.32, \quad p12 = 2.08^2, \quad p13 = 0.1 \\ p14 &= 2.91^2, \quad p15 = -2.06, \quad p16 = 0.23, \quad p17 = 0.23\end{aligned}$$

Bosted

$$\begin{aligned}a &= 0.62, \quad b = 0.68, \quad c = 2.8, \quad d = 0.83, \quad e = 1.25, \quad f = 18.3, \quad g = 0.35, \quad h = 2.44 \\ i &= 0.5, \quad j = 1.04, \quad h = 0.34, \quad l = -1.74, \quad m = 0.29, \quad n = -7.63, \quad o = 4.63\end{aligned}$$

Annexe C

Propriétés des matrices de Dirac et Pauli

Propriétés des matrices de Pauli

Il s'agit d'un ensemble de matrices d'ordre 2 qui, avec la matrice identité forme une base complète.

$$\begin{array}{cccc} & \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 \\ \sigma_1 & I & i\sigma_3 & -i\sigma_2 \\ \sigma_2 & -i\sigma_3 & I & i\sigma_1 \\ \sigma_3 & i\sigma_2 & -i\sigma_1 & I \end{array}$$

d'où $\vec{\sigma} \cdot \vec{\sigma} = 3I$ et $\sigma_i \sigma_j \sigma_k = \pm iI$ avec $i, j, k = 1, 2, 3$ et i, j, k tous trois différents.

On montre également que :

$$\vec{\sigma} \vec{\sigma} \cdot \vec{k} = 2\vec{k}I - \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}$$

et que :

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{k} I$$

Concernant la trace, on a également les propriétés :

$Tr \sigma_i = 0$, $i = 1, 2, 3$ et $Tr \sigma_0 = I = 2$, et $Tr \sigma_i \sigma_j = 2\delta_{ij}$.

Propriétés des matrices de Dirac

Les matrices de Dirac sont définies à l'aide des matrices de Pauli par les relations :

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (C.1)$$

	$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu$
$\mu, \nu \neq 0, \mu \neq \nu$	0
$\mu = \nu, \mu \neq 0$	$-2I_4$
$\mu = 0, \nu \neq 0$	0
$\mu \neq 0, \nu = 0$	0
$\mu = \nu = 0$	$2I_4$

Du tableau suivant on déduit la relation : $\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}$

Annexe D

Conférences

Pendant mes trois mois de stage au C.E.A., j'ai eu la chance d'assister à des conférences, et ce notamment grâce à la proximité de l'I.N.S.T.N. (Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires). Voici la liste des conférences auxquelles j'ai pu participer :

- Approche microscopique de la dynamique de fission. Distribution en masse et énergie cinétique des fragments de fission de l' ^{238}U par Héloïse Goutte

DAM/DIF/DPTA/SPN Bruyères le Chatel.

- Do we understand charm and J/Ψ production in d+Au collisions at RHIC par Ramona Vogt ; LBL, Berkeley and UC, DAVIS.

- Systèmes à quelques nucléons : un zoom sur les problèmes dans la description de l'interaction nucléaire par Rimantas Lazauskas.

- En route vers l'ordinateur quantique ? par E. Vion

- soutenance de thèse, E. Dumonteil

Conférences internationales BARYONS 2004 :

- Measurement of the electromagnetic form factors, M. Seimetz

- Recent result from BLAST, D. Hasell

- A precise determination of the neutron magnetic form factor to higher Q^2

- Nucleon form factor at low momentum transfer, I.Sick

- Partonic calculation for beam normal spin asymmetry in elastic electron nucleon scattering, M.Gorschtein

- Two photon exchange and electromagnetic proton form factors, E. Tomasi - Gustafsson

- Experimental review of electromagnetic form factors, D.Day

Bibliographie

- [1] R. Hofstadter, “The electron-scattering method and its application to the structure of nuclei and nucleons”, Nobel Lecture (1961).
- [2] R. Hofstadter and R. W. McAllister, Phys. Rev. **98** (1955) 217.
- [3] K. Hagiwara *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Phys. Rev. D **66** (2002) 010001.
- [4] J. I. Friedman, Rev. Mod. Phys. **63** (1991) 615.
- [5] D. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1343, Phys. Rev. D **8** (1973) 3633.
- [6] H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1346.
- [7] M. Gourdin, Phys. Rept. **11** (1974) 29.
- [8] F. Halzen and A. Martin, *Quarks&Leptons*, John Wiley and Sons (1984).
- [9] G. Salzman, Phys. Rev. **99** (1955) 973.
- [10] F.J. Ernst, R.G. Sachs, K.C. Wali, Phys. Rev. **119** (1960) 1105.
- [11] K.J. Barnes, Phys. Lett. **1** (1962) 166.
- [12] R.G. Sachs, F.J. Ernst, Phys. Rev. **126** (1962) 2256.
- [13] J. J. Kelly, Phys. Rev. C **66** (2002) 065203
- [14] M. Rosenbluth, Phys. Rev. **79** (1950) 615.
- [15] W. Albrecht, H. J. Behrend, F. W. Brasse, W. Flauger, H. Hultschig and K. G. Steffen, Phys. Rev. Lett. **17** (1966) 1192.
- [16] A. F. Sill *et al.*, Phys. Rev. D **48** (1993) 29.
- [17] D. H. Coward *et al.*, Phys. Rev. Lett. **20** (1968) 292.
- [18] P. N. Kirk *et al.*, Phys. Rev. D **8** (1973) 63.
- [19] A. Zichichi, S. M. Cabibbo and R. Gatto, Nuovo Cimento XXIV, 170 (1962)
- [20] A. I. Akhiezer, M. p. Rekalov, Dokl. Akad. Nauk URSS, 180, 1081, (1968), [Soviet Physics - Doklady 13, 572 (1968)].
- [21] L. Andivahis *et al.*, Phys. Rev. D **50** (1994) 5491.
- [22] R. C. Walker *et al.*, Phys. Rev. D **49** (1994) 5671.

- [23] M. K. Jones *et al.* [Jefferson Lab Hall A Collaboration], Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 1398
- [24] O. Gayou *et al.* [Jefferson Lab Hall A Collaboration], Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 092301
- [25] O. Gayou *et al.*, Phys. Rev. C **64** (2001) 038202.
- [26] M. E. Christy *et al.* [E94110 Collaboration],
- [27] R. G. Arnold, C. E. Carlson and F. Gross, Phys. Rev. C **23** (1981) 363.
- [28] A. Lung *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 718.
- [29] W. Bartel *et al.*, Phys. Lett. B **30** (1969) 285.
- [30] S. Rock *et al.*, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 1139.
- [31] P. Stein, M. Binkley, R. McAllister, A. Suri and W. Woodward, Phys. Rev. Lett. **16** (1966) 592.
- [32] D. Rohe *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 4257.
- [33] J. Becker *et al.*, Eur. Phys. J. A **6** (1999) 329.
- [34] C. Herberg *et al.*, Eur. Phys. J. A **5** (1999) 131.
- [35] I. Passchier *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 4988
- [36] T. Eden *et al.*, Phys. Rev. C **50** (1994) 1749.
- [37] E. E. W. Bruins *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 21.
- [38] C. E. Jones-Woodward *et al.*, Phys. Rev. C **44** (1991) 571.
- [39] H. Anklin *et al.*, Phys. Lett. B **428** (1998) 248.
- [40] M. Meyerhoff *et al.*, Phys. Lett. B **327** (1994) 201.
- [41] J. Golak, G. Ziemer, H. Kamada, H. Witala and W. Gloeckle, Phys. Rev. C **63** (2001) 034006
- [42] H. Zhu *et al.* [E93026 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 081801
- [43] M. Ostrick *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 276.
- [44] Madey *et al.*, Phys. Rev. Lett. (2003)
- [45] M. Castellano *et al.*, Nuovo Cim. A **14** (1973) 1.
- [46] G. Bassompierre *et al.* [Mulhouse-Strasbourg-Turin Collaboration], Phys. Lett. B **68** (1977) 477.
- [47] G. Bassompierre *et al.*, Nuovo Cim. A **73** (1983) 347.
- [48] B. Delcourt *et al.*, Phys. Lett. B **86** (1979) 395.
- [49] D. Bisello *et al.*, Nucl. Phys. B **224** (1983) 379.
- [50] T. A. Armstrong *et al.* [E760 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 1212.
- [51] G. Bardin *et al.*, Nucl. Phys. B **411** (1994) 3.
- [52] A. Antonelli *et al.*, Phys. Lett. B **334** (1994) 431.

- [53] S. J. Brodsky and G. R. Farrar, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 1153.
- [54] S. J. Brodsky and G. R. Farrar, Phys. Rev. D **11** (1975) 1309.
- [55] V. A. Matveev, R. M. Muradian and A. N. Tavkhelidze, Lett. Nuovo Cim. **7** (1973) 719.
- [56] M. Ambrogiani *et al.* [E835 Collaboration], Phys. Rev. D **60** (1999) 032002.
- [57] M. Andreotti *et al.*, Phys. Lett. B **559** (2003) 20.
- [58] A. Antonelli *et al.*, Nucl. Phys. B **517** (1998) 3.
- [59] F. Iachello, A. D. Jackson and A. Lande, Phys. Lett. B **43** (1973) 191.
- [60] G. Hohler, E. Pietarinen, I. Sabba Stefanescu, F. Borkowski, G. G. Simon, V. H. Walther and R. D. Wendling, Nucl. Phys. B **114** (1976) 505.
- [61] F. Iachello and Q. Wan, Phys. Rev. C **69** (2004) 055204.
- [62] S. J. Brodsky, C. E. Carlson, J. R. Hiller and D. S. Hwang, Phys. Rev. D **69** (2004) 054022
- [63] M. Gari and W. Krumpelmann, Z. Phys. A **322** (1985) 689.
- [64] M. Gari and W. Krumpelmann, Phys. Lett. B **173** (1986) 10.
- [65] M. F. Gari and W. Krumpelmann, Phys. Lett. B **274** (1992) 159 [Erratum-ibid. B **282** (1992) 483].
- [66] E. L. Lomon, Phys. Rev. C **64** (2001) 035204
- [67] P. E. Bosted, Phys. Rev. C **51** (1995) 409.
- [68] E. J. Brash, A. Kozlov, S. Li and G. M. Huber, Phys. Rev. C **65** (2002) 051001
- [69] F. Lacroix, DAPNIA-04-154 (06/2004)
- [70] A. P. Bakulev, A. V. Radyushkin and N. G. Stefanis, Phys. Rev. D **62** (2000) 113001
- [71] E. C. Titchmarsh, M. A., F. R. S. Oxford University Press (1968) 176.
- [72] E. Tomasi-Gustafsson, M. P. Rekalo Phys. Lett, B504 (2001) 291-295.
- [73] S. M. Bilenkii, C. Giunti et V. Wataghin, Z. Phys. C59, 475 (1993).
- [74] S. D. Drell and F. Zachariasen, Oxford University Press (1961).