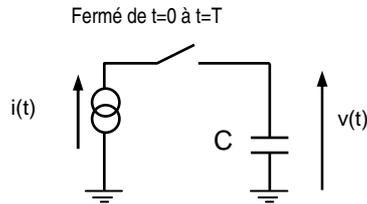


ETUDE DU BRUIT D'UN GENERATEUR DE RAMPE POUR UN CONVERTISSEUR WILKINSON

ETUDE ANALYTIQUE

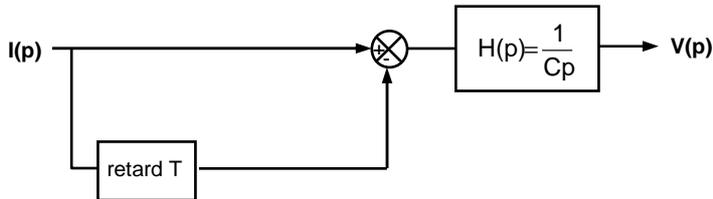


$$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau \text{ si } t \leq T \text{ et } v(t) = \frac{1}{C} \int_0^T i(\tau) d\tau \text{ si } t > T$$

On peut vérifier que cette fonction correspond à un système linéaire invariant en temps, de réponse impulsionnelle $h_T(t) = \Gamma(t) - \Gamma(t - T)$ où $\Gamma(t)$ est la fonction de Heaviside, nulle jusqu'à $t < 0$ et égale à 1 au-delà.

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) h_T(t - \tau) d\tau = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) \Gamma(t - \tau) d\tau - \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) \Gamma(t - T - \tau) d\tau = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) \Gamma(t - \tau) d\tau - \frac{1}{C} \int_0^{t-T} i(\tau) \Gamma(t - T - \tau) d\tau$$

Cette fonction de transfert correspond au schéma-bloc ci-dessous :



Dans le domaine des fréquences, la fonction de transfert correspondante est :

$$H_T(v) = \frac{1 - \exp(-2\pi j v T)}{2\pi j v C}$$

$$\text{Le carré du module de } H_T(v) \text{ est : } |H_T(v)|^2 = \frac{T^2 \sin^2(\pi v T)}{C^2 (\pi v T)^2}$$

La densité spectrale de bruit de la source de courant $i(t)$ étant $N_i(v)$, en sortie la densité spectrale de bruit vaut :

$$N_v(v) = N_i(v) |H_T(v)|^2 = N_i(v) \frac{T^2 \sin^2(\pi v T)}{C^2 (\pi v T)^2}$$

Le carré de la tension de bruit en valeur quadratique moyenne, mesurée à l'instant T, est :

$$B_s^2(T) = \int_0^\infty N_i(v) \frac{T^2 \sin^2(\pi v T)}{C^2 (\pi v T)^2} dv$$

Cas du bruit blanc :

La composante blanche $N_{Bi} = \text{Constante}$ du bruit en entrée, génère en sortie un bruit tel que :

$$B_{Bs}^2(T) = N_{Bi} \int_0^\infty \frac{T^2 \sin^2(\pi v T)}{C^2 (\pi v T)^2} dv = N_{Bi} \frac{T}{2C^2} \text{ d'où } B_{Bs}(T) = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{N_{Bi} T}{2}}$$

Dans le cas d'un ADC simple rampe à Nbit bits et de période d'horloge T_H , la tension de bruit rms maximum

$$\text{est } v_{\max_b} = B_{Bs}(T_{\max}) = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{N_{Bi} 2^{\text{Nbit}} T_H}{2}}$$

Rapporté à la tension d'un LSB, $V_{\text{LSB}} = \frac{I_0 \cdot T_H}{C} = \frac{V_{\max}}{2^{\text{Nbit}}}$ (V_{\max} étant la dynamique maximum du générateur de

$$\text{rampe), on obtient : } \frac{v_{\max_b}}{V_{\text{LSB}}} = \frac{1}{I_0 \cdot T_H} \sqrt{\frac{N_{Bi} 2^{\text{Nbit}} T_H}{2}} = 2^{\text{Nbit}} \sqrt{\frac{N_{Bi}}{2C I_0 V_{\max}}}$$

Si la source de courant est réalisée par un transistor MOS, alors la densité spectrale de courant de bruit N_{Bi} en forte inversion est :

$$N_{bi} = \frac{8}{3} k\Theta gm = \frac{8}{3} k\Theta 2\mu Cox \frac{W}{L} I_{ds} = \frac{16}{3} k\Theta \frac{I_0}{V_{GS} - V_T} \quad \text{d'où} \quad \frac{V_{max_b}}{V_{LSB}} = 2^{N_{bit}} \sqrt{\frac{8k\Theta}{3C V_{max} (V_{GS} - V_T)}}$$

- Θ : température absolue
- μ : mobilité des porteurs dans le canal
- Cox : capacité surfacique d'oxyde de grille
- W : largeur de grille
- L : longueur de grille
- $I_{ds}=I_0$: courant drain – source

Ce rapport décroît avec C et présente un minimum, à C donné, pour $V_{GS}-V_T = V_{max} = V_{DD}/2$.

Application numérique :

$$N_{bit} = 12$$

$$V_{DD} = 5 \text{ V}$$

$\frac{V_{max_b}}{V_{LSB}} = \frac{0.1725}{\sqrt{C(\text{pF})}}$ ce qui donne 0.0345 pour $C=25$ pF, à comparer avec $\frac{1}{\sqrt{12}} = 0.289$ apporté par la quantification.

Cas du bruit en 1/f:

$$N_{fi}(f) = \frac{K_f}{f}$$

$$B_{fs}^2(T) = \int_0^\infty \frac{K_f T^2 \sin^2(\Pi v T)}{v C^2 (\Pi v T)^2} dv = \frac{K_f T^2}{C^2} \int_0^\infty \frac{\sin^2(\Pi v T)}{v (\Pi v T)^2} dv = \frac{K_f T^2}{C^2} \int_0^\infty \frac{\sin^2 x}{x^3} dx \quad \text{avec } x=\Pi f T$$

Cette intégrale est divergente pour la borne inférieure 0.

En prenant pour borne inférieure f_0 , et dans le cas où $x_0=\Pi f_0 T$ est petit ($\sin x_0 \sim x_0$) on obtient :

$$B_{fs}^2(T) = \frac{K_f T^2}{C^2} \int_{x_0}^\infty \frac{\sin^2 x}{x^3} dx = \frac{K_f T^2}{C^2} \left[\frac{3}{2} - Ci(2x_0) \right] \quad \text{où } Ci(z) = -\int_z^\infty \frac{\cos t}{t} dt = \gamma + \ln z + \int_0^z \frac{\cos t - 1}{t} dt \quad \text{est une fonction}$$

tabulée, $\gamma=0.577216$.

$$B_{fs}^2(T) = \frac{K_f T^2}{C^2} \left[\frac{3}{2} - \gamma - \ln(2x_0) + x_0^2 \right] \approx \frac{K_f T^2}{C^2} \left[\ln\left(\frac{f_c}{f_0}\right) + \frac{3}{2} - \gamma - \ln(2\Pi) \right] = \frac{K_f T^2}{C^2} \left[\ln\left(\frac{f_c}{f_0}\right) - 0.9151 \right]$$

$f_c = \frac{1}{T}$ représente la fréquence de coupure pour le bruit blanc :

95 % de la tension de bruit en sortie due au bruit blanc présent en entrée se situe dans la bande de fréquence $0 - f_c$.

La tension de bruit en sortie due au bruit en 1/f présent en entrée est donc :

$$B_{fs}(T) = \frac{T}{C} \sqrt{K_f \left[\ln\left(\frac{f_c}{f_0}\right) - 0.9151 \right]} = K \frac{T}{C} \sqrt{K_f}$$

Cette expression croît lentement en fonction du rapport $\frac{f_c}{f_0}$:

$\frac{f_c}{f_0}$	10^2	10^4	10^6	10^8	10^{10}	10^{12}
K	1.921	2.880	3.592	4.184	4.702	5.169

Dans le cas d'un ADC simple rampe à N_{bit} bits et de période d'horloge T_H , la tension de bruit rms maximum est $V_{max_b} = B_{fs}(T_{max}) = K \frac{2^{N_{bit}} T_H}{C} \sqrt{K_f}$

Rapporté à la tension d'un LSB, $V_{LSB} = \frac{I_0 T_H}{C} = \frac{V_{max}}{2^{N_{bit}}}$, on obtient : $\frac{V_{max_b}}{V_{LSB}} = \frac{2^{N_{bit}} K}{I_0} \sqrt{K_f}$

Si la source de courant est réalisée par un transistor MOS, plusieurs modèles existent pour le paramètre K_f :

- modèle disponible dans Spectre et Eldo, exact pour $AF=1$: $K_f = \frac{k_f I_{ds}^{AF}}{C_{ox} L_{eff}^2}$

- modèle disponible dans Eldo : $K_f = \frac{k_f gm^2}{C_{ox}^2 W_{eff} L_{eff}} = \frac{2k_f \mu I_{ds}}{C_{ox} L_{eff}^2}$ en forte inversion

$$\frac{V_{\max_b}}{V_{\text{LSB}}} = \frac{2^{N_{\text{bit}}} K}{L_{\text{eff}}} \sqrt{\frac{2k_i \mu}{I_0 C_{\text{ox}}}} = \frac{2^{N_{\text{bit}}} K}{L_{\text{eff}}} \sqrt{\frac{2^{N_{\text{bit}}+1} T_H k_i \mu}{V_{\max} C C_{\text{ox}}}}$$

Ce rapport décroît avec C et V_{\max} , croît avec T_H (paramètres extérieurs à la source de courant). Il décroît avec L_{eff} , paramètre géométrique de cette source.

Pour minimiser les contributions de ces deux sources de bruit, il est intéressant de prendre C (et par conséquent I_0) maximum, V_{\max} maximum en surveillant le produit $(V_{\text{GS}} - V_T) V_{\max}$ de façon à ne pas s'éloigner trop de l'optimum.

Pour le bruit en $1/f$, il faut choisir ensuite L maximum et aussi minimiser T_H .

COMPARAISON AVEC LA SIMULATION (simulation temporelle avec ELDO)

Bruit du générateur de rampe en fonction de la durée de la rampe :

Le bruit a été étudié à l'aide de simulation dans les domaines fréquence et temps, ainsi que par application numérique des formules analytiques.

L'accord entre simulations de bruit en fréquence et en temps est bon.

Le tableau suivant indique le bruit en fonction du temps donné par simulation transitoire de bruit et par calcul. Dans ce cas, les valeurs du bruit blanc et du bruit en $1/f$ à 1 Hz sont issues de la simulation de bruit en fréquence.

Temps(us)	1.5	5.5	9.5	14.5
Tension simulée (uV)	84.7	144.9	217	259
Tension calculée(uV)	64.5	135.4	191.4	256.1