

Orsay

N° d'ordre :

**Université de Paris-Sud
U.F.R. Scientifique d'Orsay**

Thèse
présentée par

Jean-Luc BIARROTTE

pour obtenir le grade de

**Docteur es Sciences
de l'université Paris XI Orsay**

Sujet :

**Etude de cavités supraconductrices
pour les accélérateurs de protons de forte puissance**

Soutenue le 22 décembre 2000 devant la Commission d'examen :

M. Bernard BONIN
M. Tomas JUNQUERA (rapporteur)
M. Alex MUELLER
M. Jean-Michel ORTEGA (président du jury)
M. Carlo PAGANI (rapporteur)
M. Henri SAFA

Etude de cavités supraconductrices pour les accélérateurs de protons de forte puissance

Résumé

Le programme de recherche sur les réacteurs hybrides a récemment débuté en France afin d'étudier les technologies permettant d'assurer la transmutation des déchets nucléaires grâce à une source de neutrons de spallation alimentée par un accélérateur linéaire de protons de forte intensité. L'étude de la partie haute énergie de cet accélérateur (Accélérateur Supraconducteur pour Hybride) a d'ores et déjà commencé, et a pour objectif la conception des cavités radiofréquences supraconductrices devant constituer les deux différentes sections de l'accélérateur ($\beta=0,47$ & $\beta=0,65$). Ce mémoire de thèse présente l'évolution du travail effectué sur ce sujet depuis 1997, avec en particulier le design et l'optimisation de ces cavités 5-cellules fonctionnant à la fréquence de 704,4MHz. La partie expérimentale de l'étude a été menée en parallèle avec la fabrication par l'industrie (CERCA) de plusieurs prototypes de cavités mono-cellules. Ces cavités ont développé de très bonnes performances RF lors des tests en cryostat vertical ; la cavité A102 a notamment développé un Q_0 de 7.10^{10} (indiquant des pertes RF extrêmement faibles) et a atteint un champ accélérateur de 25MV/m, soit plus de 2 fois la valeur spécifiée (d'environ 10MV/m). Enfin, une nouvelle méthode d'analyse du risque lié à l'excitation des modes supérieurs est proposée ; cette méthode montre notamment l'inutilité de la mise en place de coupleurs HOM sur nos cavités pour une utilisation en faisceau continu.

Abstract

The hybrid program has been recently started in France in order to explore nuclear waste transmutation technology, based on a spallation neutron source driven by a high intensity proton linear accelerator. The study of the high energy part of this accelerator (Superconducting Accelerator for Hybrid) has begun : it aims at developing 704,4MHz superconducting radiofrequency cavities for the two different beta sections ($\beta=0,47$ & $\beta=0,65$). This thesis presents the work done on this subject since 1997, based on the design and the optimisation of such 5-cells cavities. An experimental study has also been started with the fabrication in industry (CERCA) of several single-cell prototypes ; excellent RF performances have been demonstrated during cryogenic tests, especially for cavity A102 : the Q_0 value was as high as 7.10^{10} (showing extremely low RF losses) and the accelerating field went up to 25MV/m, exceeding by more than a factor 2 the design point (around 10MV/m). Finally, a new method is proposed to analyse the danger induced by the high order modes excitation ; this method leads to the conclusion that HOM couplers are useless for this kind of cavities under CW operation.

Mots Clefs

Cavités accélératrices – Supraconductivité – Hyperfréquences
Linac à protons – Réacteur hybride – Excitation des HOM

Sommaire

Introduction	p9
---------------------	----

CHAPITRE 1 : TRANSMUTATION & ACCELERATION

1.1. Le retraitement des déchets nucléaires

1.1.1. La situation actuelle

La loi de 1991 en France (p15) – Une solution en vue : la transmutation (p16)

1.1.2. Nature des déchets nucléaires

La récupération de l'uranium combustible (p19) – Le cas ambigu du plutonium (p20) – Les actinides mineurs et autres produits de fission et d'activation (p21) – Les ordres de grandeur des quantités transmutables en France (p22)

1.1.3. La transmutation et les réacteurs hybrides

*Premières expériences (p25) – Le concept du réacteur hybride (p26) – Les différentes options envisagées (p28)
Le projet de réacteur hybride en France (p29) – A propos de l'accélérateur de protons (p31)*

1.2. Les accélérateurs de particules

1.2.1. Le principe accélérateur

Les équations de Maxwell (p34) – L'accélération électrostatique (p35)

L'accélération par induction magnétique (p36) – L'accélération électromagnétique (p36)

1.2.2. L'accélérateur linéaire RF

Notions d'ondes guidées (p40) – L'équation de dispersion (p43) – Le guide accélérateur (p44)

Ondes progressives Vs ondes stationnaires (p46) – Choix des structures dans un linac (p47)

1.2.3. Les accélérateurs linéaires de protons de haute intensité

Le choix de la supraconductivité (p50) – Le choix de la fréquence de fonctionnement (p52)

Le projet d'accélérateur pour hybride en France (p54)

CHAPITRE 2 : CAVITES RESONANTES & SUPRACONDUCTIVITE

2.1. Les cavités électromagnétiques résonantes

2.1.1. Le modèle de la cavité « pill-box »

Calcul des champs dans la cavité pill-box (p59) – Expression des champs pour les modes TE (p62)

Expression des champs pour les modes TM (p63) – Situation le long de l'axe faisceau (p64)

2.1.2. Paramètres caractéristiques d'une cavité

Notion de fréquence de coupure (p67) – Le champ accélérateur E_{acc} (p68) – Le « bêta géométrique » (p71)

Champs pics de surface (p72) – Le facteur de qualité Q_0 (p73) – L'impédance shunt et le r/Q (p75)

2.1.3. Notions de couplage p76

La cavité multi-cellules (p76) – Couplage avec l'extérieur (p79)

2.2. Eléments de supraconductivité p81

2.2.1. Propriétés fondamentales p81

L'absence de résistivité (p81) – L'effet Meissner (p83)

Les 3 grandeurs critiques (p85) – Les 2 types de supraconductivité (p86)

2.2.2. Origine microscopique p89

Origine de la résistivité dans un métal normal (p89) – La théorie quantique BCS (p92)

La théorie thermodynamique de Ginzburg-Landau (p96)

2.3. Les cavités supraconductrices p101

2.3.1. Supraconductivité et hyperfréquence p101

Résistance de surface d'un métal normal (p101) – Résistance de surface d'un supraconducteur (p103)

Choix du matériau : le niobium (p105) – Influence de la pureté du niobium sur R_{BCS} (p107) – Champs RF critiques (p109)

Les conditions de fonctionnement (p110)

2.3.2. Performances d'une cavité supraconductrice p113

Le quench thermique (p114) – L'émission de champ (p116) – Le multipacting (p118)

Objectifs en ce qui concerne les cavités ASH (p121)

CHAPITRE 3 : ETUDE & DESIGN des CAVITES ASH p123
--

3.1. Etudes préliminaires p125

3.1.1. Première approche p125

La cavité pill-box de base (p125) – Ajout des tubes faisceau (p126) – Influence de l'inclinaison des parois (p129)

Le théorème de Slater (p131) – Choix d'un design préliminaire (p132)

3.1.2. Les outils de calcul RF p136

Généralités sur les codes de calcul (p136) – Validité des codes de calcul utilisés (p138)

3.2. Optimisation du linac p143

3.2.1. Choix du nombre de cellules p143

Influence sur le champ accélérateur (p143) – Le facteur de remplissage (p146) – Choix des cavités 5-cellules (p148)

Choix du nombre de cavités par cryomodule (p150)

3.2.2. Choix des sections accélératrices p151

Influence du β_0 sur le champ accélérateur (p151) – Choix des sections : $\beta_0=0,47$ et $\beta_0=0,65$ (p152)

Conclusion sur le design du linac ASH (p153)

3.3. Optimisation des cavités	p155
3.3.1. Design des cellules internes	p155
<i>Paramétrisation (p155) – Choix de la longueur des cellules L (p157) – Choix de l'ouverture des iris R_b (p157)</i>	
<i>Choix de l'angle α des parois de la cellule (p160) – Choix de la position des parois de la cellule d (p162)</i>	
<i>Choix de la forme de l'ellipse b/a à l'iris (p164) – Choix de la forme de l'ellipse B/A à l'équateur (p166)</i>	
<i>Bilan sur l'optimisation de la géométrie d'une cellule (p168)</i>	
3.3.2. Design des cellules externes	p170
<i>Détermination de la géométrie des cellules externes (p170) – Détermination de la longueur des tubes faisceau (p173)</i>	
<i>Caractéristiques et performances des cavités ASH optimisées (p175)</i>	
3.3.3. Mise en place des ports de couplage	p181
<i>Les divers ports de couplage (p181) – Spécifications pour le port de puissance (p182) – Méthode d'estimation du couplage (calcul 2D) (p183) – Etude du couplage dans les cavités ASH (p184) – Validation par calcul 3D (p188)</i>	
3.3.4. Considérations mécaniques	p189
<i>Détermination des épaisseurs de niobium nécessaires (p189) – Considérations sur le « detuning » de Lorentz (p191)</i>	
<i>Remarques finales (p194)</i>	
<hr/>	
CHAPITRE 4 : ETUDE EXPERIMENTALE	p195
4.1. Introduction	p197
4.1.1. Fabrication et préparation des cavités	p198
<i>Fabrication des cavités (p198) – Dimensions et caractéristiques HF des cavités testées (p201)</i>	
<i>Préparation des cavités (p203)</i>	
4.1.2. Principe d'un test HF	p207
<i>Analyse de la cavité couplée (p207) – Mesure du Q_0 d'une cavité (p210) – Notion de couplage critique (p212)</i>	
<i>Procédure expérimentale lors d'un test à très basse température (p214)</i>	
4.2. Mesures à température ambiante	p217
4.2.1. Mesures HF à 300°K	p217
<i>Mesure des couplages et choix de la longueur des antennes (p217) – A propos de la fréquence de résonance (p219)</i>	
<i>A propos du facteur géométrique G (p221) – Mesure des fréquences HOM sur A101 (p222)</i>	
4.2.2. Mesures mécaniques	p224
<i>Mesure 3D du profil des cavités (p224) – Mesures de déformation mécanique (p228)</i>	
4.3. Mesures à très basses températures	p231
4.3.1. Cavité A102	p231
<i>Les excellentes performances de A102 (p231) – A propos de la pente observée (p232) – Mesure du detuning de Lorentz et de la résistance de surface (p233) – A propos de la température de fonctionnement (p236)</i>	
<i>Mise en évidence et traitement de l'effet 100K (p238)</i>	

4.3.2. Cavités A103 et A104	p241
<i>Performances de A103 (p241) – Considérations sur le multipacting (p243)</i>	
<i>Performances de A104 (p246) – A propos du Q_0 de A104 (p248)</i>	
4.3.3. Cavité Z101 et perspectives	p251
<i>Performances de Z101 (p251) – Bilan et perspectives (p254)</i>	
CHAPITRE 5 : ANALYSE de l'EXCITATION des HOM	p257
5.1. Excitation d'un mode par le faisceau	p259
5.1.1. Passage d'une particule ponctuelle dans une cavité	p260
<i>Modélisation (p260) – Théorème du « beam loading » (p262)</i>	
5.1.2. Passage d'un « bunch » dans une cavité	p263
<i>Modélisation d'un bunch (p263) – Cas du bunch gaussien et du bunch créneau (p264)</i>	
5.1.3. Passage d'un faisceau continu dans une cavité	p266
<i>Modélisation d'un faisceau continu (p266) – Puissance RF déposée dans un mode (p268)</i>	
<i>Premières considérations dans le cadre de ASH (p271)</i>	
5.2. Le risque HOM dans les cavités ASH	p273
5.2.1. Repérage des HOM dans les cavités ASH $\beta_g=0,65$	p273
<i>Choix des modes supérieurs considérés (p273) – Etude des modes monopolaires TM_{0np} (p275)</i>	
<i>Etude des modes dipolaires ($m=1$) (p277) – Première estimation de la puissance déposée dans les HOM (p280)</i>	
<i>A propos de la validité de l'estimation précédente (p282)</i>	
5.2.2. Traitement statistique du risque HOM (faisceau CW)	p286
<i>Modélisation utilisée (p286) – Le risque HOM dans les cavités ASH (p290) – Considérations finales (p293)</i>	
Conclusion	p297
Annexe 1 : Notations, constantes et outils mathématiques	p301
Annexe 2 : Modes résonants dans une cavité « pill-box »	p309
Annexe 3 : Analyse d'une cavité 5-cellules	p327
Annexe 4 : Calcul de la résistance de surface d'un supraconducteur grâce au modèle des 2 fluides	p331
Annexe 5 : Le système de la cavité couplée (en régime stationnaire)	p337
Annexe 6 : Les modes supérieurs dans la cavité ASH $\beta_g=0,65$	p347
Annexe 7 : Excitation d'un mode HOM par un faisceau pulsé	p359
Bibliographie	p367
Remerciements	p373

*A la Merveille,
et au Néant.*

*A leur prochaine fille,
ou à leur prochain fils...*

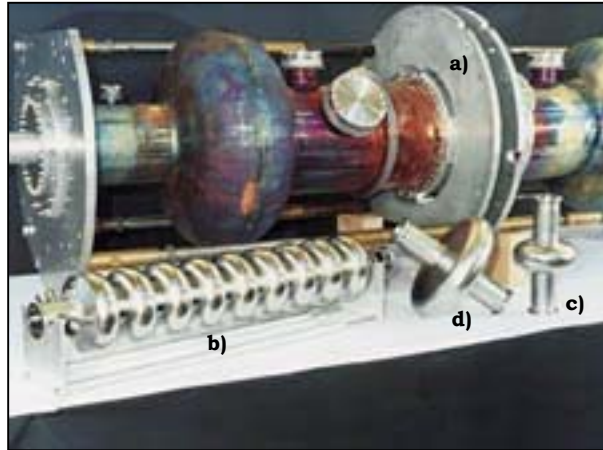
Introduction

Depuis la fin des années 1990, l'ensemble de la communauté scientifique internationale porte un intérêt de plus en plus marqué à l'égard des accélérateurs de protons de forte puissance. Cet intérêt est essentiellement motivé par les multiples applications que ce type d'accélérateur permet d'envisager : transmutation des déchets nucléaires, sources de neutrons de spallation, faisceaux d'ions radioactifs « exotiques », faisceaux intenses de muons et neutrinos, irradiation de matériaux sous haut flux de neutrons, etc.. Tous ces projets sont basés sur la production de faisceaux de protons de très haute intensité (jusqu'à 100mA) via un accélérateur linéaire utilisant la technologie des cavités hyperfréquences supraconductrices.

Grâce aux récents progrès en matière de supraconductivité HF, ce nouveau type de cavité accélératrice permet d'atteindre des champs électriques accélérateurs nettement plus élevés qu'avec les cavités classiques en cuivre utilisées auparavant ; ce nouveau type de cavité a également l'avantage d'assurer un bien meilleur rendement entre la puissance fournie au faisceau et la puissance électrique consommée. Devant le grand attrait de cette technologie, la recherche sur les cavités résonantes* supraconductrices a ainsi connu un grand essor depuis quelques années : grâce à l'activité des laboratoires travaillant sur le sujet - comme le Service d'Etude des Accélérateurs (SEA/DAPNIA/CEA) de Saclay -, plusieurs projets d'accélérateurs supraconducteurs à électrons ou à protons ont ainsi vu le jour.

Parmi les divers nouveaux projets mettant en jeu un accélérateur de protons de forte puissance, le « réacteur hybride », qui vise le retraitement des déchets nucléaires à vie longue par transmutation, est sans doute un des projets majeurs en France, car il revêt des enjeux aussi bien scientifiques qu'économiques ou sociaux. C'est essentiellement dans l'objectif de la mise au point d'un tel instrument « incinérateur de déchets nucléaires » que cette étude a été menée, comme nous ne manquerons pas de le rappeler.

* Commençons ici par une petite note orthographique prouvant que l'exception dans la langue française n'est pas loin d'être une généralité : le verbe « résonner » prend en effet 2 « n », alors que la « résonance » n'en prend qu'un ; nous sommes par contre libres de choisir entre une cavité « résonante » ou une cavité « résonnante », liberté que nous ne manquerons pas de prendre le plus souvent possible...



Vue de quelques cavités accélératrices conçues au SEA :

- a) cavité à électrons SOLEIL (Nb/Cu, 350MHz) ;*
- b) cavité 9-cellules à électrons TESLA (Nb, 1,3GHz) ;*
- c) cavité expérimentale GECS* (Nb, 1,5GHz) ;*
- d) cavité à protons ASH (Nb, 700MHz).*

Ce manuscrit décrit donc le travail de recherche et de développement effectué depuis 1997 sur la conception et la mise au point de cavités accélératrices supraconductrices destinées à être utilisées dans un accélérateur de protons de forte puissance - et plus spécifiquement dans l'accélérateur ASH (Accélérateur Supraconducteur pour Hybride) conçu dans le cadre du premier projet européen de réacteur hybride - .

Nous avons pris le parti d'essayer de présenter ce travail de la manière la plus claire et la plus complète possible ; une longue introduction sera ainsi développée au cours des 2 premiers chapitres, afin de décrire tour à tour :

- les principaux enjeux motivant le projet de réacteur hybride (p15).
- le principe de fonctionnement d'un accélérateur (p33).
- les principaux paramètres caractérisant une cavité accélératrice (p59).
- les bases de la supraconductivité et leur application aux cavités résonantes (p81).

Nous entrerons ensuite dans le vif du sujet en présentant de façon détaillée comment a été effectuée la conception des cavités accélératrices ASH (chapitre 3, p123), puis en analysant les premiers résultats expérimentaux obtenus sur nos cavités prototypes (chapitre 4, p195) ; nous terminerons enfin par l'étude spécifique des risques liés à l'excitation des modes supérieurs par le faisceau (chapitre 5, p257).

* GECS : Groupe d'Etude des Cavités Supraconductrices du SEA.

*« Ne t'accoutume point à te comporter dans la moindre des choses
sans réfléchir »*

PYTHAGORE



- Chapitre 1 -



TRANSMUTATION & ACCELERATION

Illustration au dos :

Piscine d'entreposage des déchets nucléaires à l'usine de retraitement de La Hague (COGEMA).

1. 1. Le retraitement des déchets nucléaires.

1. 1. 1. La situation actuelle.

Depuis une cinquantaine d'années, les activités basées sur les technologies nucléaires se sont développées de façon importante, que ce soit dans le secteur militaire ou civil. Ces activités ont eu pour effet de produire une grande quantité de « déchets nucléaires » radioactifs qui représentent, de l'avis du grand public, un danger potentiel non négligeable en regard de leur haute radiotoxicité et de leur longue durée de vie. Aujourd'hui, 17% de la production mondiale d'électricité provient des centrales nucléaires, et le stock de déchets augmente sans cesse...

La question de la gestion de ces déchets s'avère ainsi devenir une question vitale pour l'avenir de l'électronucléaire mondial, d'autant que ce secteur énergétique reste plus que jamais d'actualité, et notamment en France comme le souligne le rapport de 1998 des députés C. Bataille et R. Galley sur l'aval du cycle nucléaire¹ :

« Malgré les campagnes de dénigrement et les attaques insidieuses ou non fondées dont elle fait l'objet dans le monde et, depuis quelque temps, dans notre pays, l'énergie nucléaire n'est pas condamnée, loin s'en faut. On peut même affirmer qu'il s'agit, à partir des considérations techniques, économiques et politiques actuelles, d'une énergie décisive à l'horizon du siècle qui vient. »

La loi de 1991 en France -----

Pour trouver une solution à ce problème de la gestion des déchets nucléaires, divers programmes de recherche ont été lancés dans de nombreux pays. En France, la loi de 1991², dans son article 4, définit trois axes principaux de recherche :

Axe 1 : *« la recherche de solutions permettant la séparation et la transmutation des éléments radioactifs à vie longue présents dans ces déchets, »*

Axe 2 : « l'étude des possibilités de stockage réversible ou irréversible dans les formations géologiques profondes, notamment grâce à la réalisation de laboratoires souterrains, »

Axe 3 : « l'étude des procédés de conditionnement et d'entreposage de longue durée en surface de ces déchets. »

La méthode du stockage irréversible en grande profondeur a longtemps été l'axe privilégié des programmes de recherche. Présentée à la fin des années 80 comme la seule solution rationnelle de gestion des déchets à vie longue (ou du moins comme l'option la plus viable du point de vue à la fois économique et technique), cette méthode est aujourd'hui battue en brèche par plusieurs groupes de pression (écologistes, médias, etc.). Elle est également remise en cause par de nombreux experts, et ce pour plusieurs raisons :

- cette solution n'apporte aucune garantie technique sur des périodes longues (supérieures à quelques centaines d'années), alors que les échelles temporelles mises en jeu sont ici de plusieurs dizaines de milliers d'années, c'est-à-dire totalement hors de portée de toute vision humaine.
- s'il peut exister dans le futur une possibilité de retraiter ces déchets nucléaires, le choix du stockage irréversible peut alors se révéler comme un mauvais choix à posteriori.
- enfin, cette solution implique également un problème d'ordre moral puisqu'elle revient à « léguer » à notre descendance des déchets potentiellement nocifs.

Une solution en vue : la transmutation -----

La transmutation, étudiée depuis quelques années seulement (en France depuis la loi de 1991), se présente aujourd'hui comme une solution techniquement attractive en matière de gestion des déchets. Il s'agit, par des réactions nucléaires appropriées, de transformer des éléments fortement radioactifs en des éléments peu radioactifs et si possible stables ou au moins à courte période*, donc à faible durée de vie.

* La période radioactive (ou demi-vie) est le temps nécessaire pour qu'une quantité donnée de matière radioactive perde la moitié de sa radioactivité. Au bout d'une période, la moitié des atomes radioactifs présents au départ ont

Les résultats acquis à ce jour indiquent que la séparation et la transmutation semblent possibles pour certains éléments, mais difficiles pour d'autres. Cependant, devant la rapidité de développement des sciences et techniques nucléaires, certains experts sont résolument optimistes, et pensent, au cours du prochain demi-siècle, trouver la méthode adaptée et économique qui permettrait, par la construction de grands instruments « incinérateurs de déchets », de retraiter en temps réel les déchets produits dans les centrales. Cette position, non dénuée de fondements, implique que dans l'intervalle qui nous sépare de cet idéal, toute décision prise concernant la gestion des déchets nucléaires doit être réversible ou ne pas être.

Dès lors, la solution de l'entreposage réversible prend toute son importance, car elle peut être vue comme une solution d'attente, permettant d'assurer la réversibilité des stockages, et de conserver des marges d'action par rapport à l'évolution des techniques. Les deux voies de la transmutation et de l'entreposage réversible apparaissent donc aujourd'hui plus complémentaires qu'opposées.

Quant au stockage irréversible en couche géologique profonde, il pourrait représenter une solution de rattrapage en cas d'échec de la recherche ou en cas d'urgence ; de plus, il pourrait également constituer la solution finale pour les éventuels déchets « ultimes » que l'on ne serait pas parvenu à séparer ou à retraiter. C'est pourquoi la position officielle se traduit encore aujourd'hui par un « axe 2 » relativement fort, et que peu de gens contestent.

En réalité, la loi du 30 décembre 1991 a fixé un rendez-vous - 2006 - pour faire le point sur les résultats de recherches, qui dans l'intervalle, doivent concerner aussi bien la séparation et la transmutation, que le stockage* réversible ou irréversible dans les formations géologiques profondes, et que les procédés de conditionnement et d'entreposage de longue durée en surface.

disparu et se sont transformés en atomes stables. Au bout de 2 périodes, la radioactivité tombe à $\frac{1}{4}$ de son niveau initial. Au bout de 10 périodes, elle tombe à $1/1000^{\text{ème}}$, et au bout de 20 périodes, à environ $1/1\ 000\ 000^{\text{ème}}$.

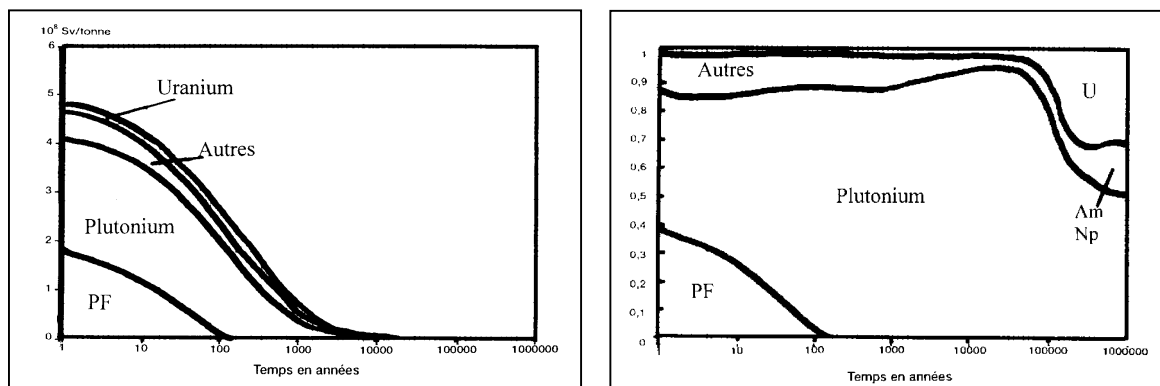
* En ce qui concerne les études sur le stockage, le principal site ayant fait l'objet d'un avis favorable de la part de l'ANDRA (Agence Nationale pour la gestion des Déchets RAdioactifs) est le site de Bure (Meuse) permettant des recherches sur le comportement des radionucléides dans l'argile.

1. 1. 2. Nature des déchets nucléaires.

Le combustible utilisé produit par les centrales est composé de quatre types de résidus radioactifs : l'uranium non consommé, les actinides*, les produits de fission, et les produits d'activation issus de l'irradiation des structures dans les réacteurs.

La radiotoxicité totale de ces résidus décroît progressivement avec le temps (figure 1-1a) et devient inférieure à 10^8 Sv/tonne[†] au bout de 1000 ans. La figure 1-1b, qui présente une version normalisée des mêmes résultats, permet d'explicitier le rôle des différents éléments plus précisément :

- au bout de 200 ans environ, la part des produits de fission (PF) s'annule presque quasiment.
- l'impact du plutonium devient massif de 100 à 50 000 ans environ.
- ensuite, l'uranium 235 et les actinides mineurs américium et neptunium contribuent plus fortement à la radiotoxicité.



Figures 1-1 : a) radiotoxicité totale du combustible utilisé ; b) radiotoxicité normalisée (source : COGEMA).

* Les « actinides » sont une famille à part entière de la classification périodique (située sur la 7^{ème} ligne). Certains existent à l'état naturel, comme l'actinium (Ac, Z=89), le thorium (Th, Z=90), le protactinium (Pa, Z=91), ou l'uranium (U, Z=92). Les actinides de numéro atomique $Z > 92$ sont eux produits par capture de neutrons dans les réacteurs nucléaires. Le principal d'entre eux est bien sûr le plutonium (Pu, Z=94). Les autres sont communément dénommés « actinides mineurs » ; ils regroupent entre autres et principalement le neptunium (Np, Z=93), l'américium (Am, Z=95), et le curium (Cm, Z=96).

† Le Sievert (Sv) est l'unité utilisée pour exprimer l'équivalent de dose, qui est la dose absorbée (en Grays) multipliée par un facteur tenant compte de la nocivité relative des rayonnements ($1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem}$). Rappelons à titre indicatif et pour fixer les ordres de grandeur que les limites de dose annuelle étaient, au début de l'année 2000, de 50 mSv/an pour les travailleurs du nucléaire et de 5mSv/an pour le public (ces limites sont susceptibles d'être abaissées) ; précisons que l'irradiation naturelle est d'environ 0,2 à 0,4mSv/an.

Une représentation plus précise de cette décroissance (figure 1-2) permet de rendre compte du rôle joué par les principaux actinides et produits de fission ; elle permet également de constater que le temps à attendre pour retrouver une radioactivité naturelle de référence est d'environ 1 million d'années.

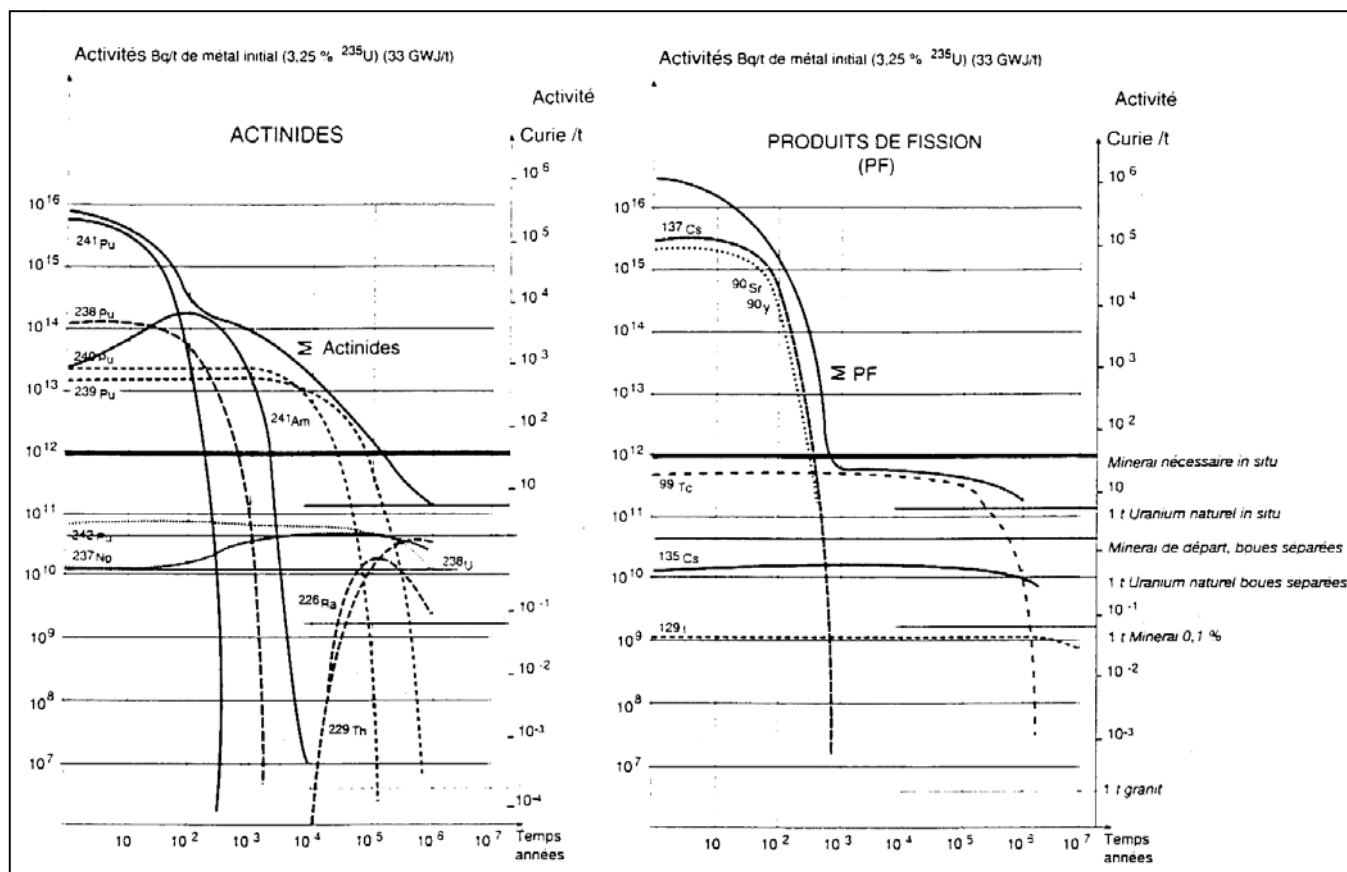


Figure 1-23 : évolution de l'activité (en Curie/t)* des actinides et produits de fission issus du combustible d'un réacteur nucléaire.

La récupération de l'uranium combustible -----

Le combustible nucléaire est élaboré à base d'oxyde d'uranium ; il comprend de l'uranium 235 fissile qui, dans les réacteurs à eau pressurisée, est présent en moyenne à hauteur de 3,5 %, le reste étant de l'uranium 238. C'est cet uranium 235 qui donne lieu à la réaction de fission et à la production d'énergie. Il n'est toutefois pas consommé en totalité : en moyenne sur 1 tonne de combustible, on compte 35 kg d'uranium 235 au départ et on en retrouve 8 kg après l'irradiation⁴.

* L'activité représente le nombre de désintégrations par seconde au serin d'une matière radioactive ; elle se mesure en Becquerel (1Bq=1désintégration/s) ou en Curie (1Ci=3,7.10¹⁰Bq).

Les procédés de retraitement du combustible irradié permettent de récupérer l'uranium 235 non brûlé, ainsi que l'uranium 238 non transformé, et de les reconditionner en combustible neuf. Cette récupération permet par la même occasion de réduire la radiotoxicité du combustible usé en éliminant la contribution de l'uranium 235.

Le cas ambigu du plutonium -----

Le plutonium apparaît inévitablement au cours de l'irradiation de l'uranium 238 : l'uranium 238 se transforme en partie par capture d'un neutron thermique en uranium 239 instable qui donne par émission du neptunium de période très courte et qui par le même processus se transforme en plutonium 239. Celui-ci peut capturer à son tour un neutron thermique, et ainsi de suite. Plusieurs isotopes du plutonium coexistent au final, l'isotope 239 restant le plus abondant. Au total, pour 1000 kg de combustible présents au départ, le plutonium formé au cours de l'irradiation représente environ 10kg.

Le plutonium est considéré comme une matière à haut potentiel énergétique en France comme dans certains pays. Le plutonium est en effet – comme d'ailleurs la plupart des actinides – une matière fissile en elle-même. Son contenu énergétique est encore plus élevé que l'uranium 235 car sa fission donne lieu à la naissance de deux fois plus de neutrons utiles pour la réaction en chaîne que ce dernier.

A l'inverse, d'autres pays le considèrent comme un déchet au demeurant dangereux en raison de son utilisation militaire potentielle mais aussi en raison de sa haute radiotoxicité, comme l'illustre la figure 1-2.

A partir de ces considérations, l'industrie nucléaire française propose trois voies pour le traitement du plutonium :

- son recyclage dans les réacteurs à neutrons thermiques par la voie du combustible MOX (combustible enrichi au plutonium). En 1997 par exemple, COGEMA a produit 5,7 tonnes de plutonium pour la fabrication de ce combustible. Ce recyclage exclut cependant les isotopes pairs du plutonium qui sont de véritables poisons pour les réacteurs thermiques.

- son utilisation dans des réacteurs à neutrons rapides, qui permettent de le brûler avec efficacité, tout aussi bien que d'en régénérer. Cependant, dans la situation actuelle (fermeture de Superphénix), la filière des réacteurs à neutrons rapides - qui eux peuvent brûler tous les types de plutonium - perd de son actualité.

- le considérer comme un déchet et donc envisager son stockage ou sa transmutation.

Toujours est-il qu'actuellement, le plutonium produit dans les centrales est récupéré par COGEMA : 95,9 tonnes de plutonium ont ainsi été fabriquées à La Hague de 1976 à 1997 par retraitement des combustibles irradiés, dont une partie est réutilisé dans du combustible neuf, tandis que l'autre partie reste en attente d'une utilisation potentielle.

Reste à savoir si, dans l'avenir, ce plutonium pourra être recyclé en totalité dans les réacteurs (combustibles MOX, MIX ou futurs EPR*), ou s'il devra être, au moins en partie, considéré comme un déchet... La question ambiguë du plutonium devient ainsi une des principales préoccupations en matière de retraitement du combustible usé, d'autant que le démantèlement de l'arsenal nucléaire a pour effet de faire gonfler les stocks de Pu, notamment aux Etats-Unis où le problème devient critique pour la DOE† .

Les actinides mineurs et autres produits de fission ou d'activation -----

Sous le terme générique « déchets nucléaires » sont regroupés en réalité tous les produits inutiles, à savoir les actinides mineurs, et les produits de fission ou d'activation.

Les actinides mineurs sont créés, comme le plutonium, à la suite de captures de neutrons à partir de l'uranium 238. Malgré les faibles quantités produites, leur haute radiotoxicité les rend très dangereux. Le neptunium 237, les américium 241 et 243 sont les isotopes les plus problématiques du fait de leur très longue durée de vie. Le curium en lui-même pose moins de problèmes car il se transforme par décroissance en plutonium ou en neptunium.

Les produits de fission et produits d'activation sont eux très variés, et sont globalement moins radiotoxiques que les actinides mineurs. Les plus encombrants sont globalement ceux qui possèdent la plus grande durée de vie (Technétium 99, Zirconium 93, Césium 135 et Iode 129, dont la radiotoxicité est relativement forte). Deux isotopes ayant des durées de vie plus courtes (Strontium 90 et surtout Césium 137) peuvent aussi être mentionnés car ils sont particulièrement

* European Pressurized Reactor : projet franco-allemand de réacteur à eau pressurisée du futur développé par Framatome et Siemens.

† Department Of Energy.

radiotoxiques, et représentent la cause principale de radioactivité issue des déchets durant les premières centaines d'années (cf. figure 1-2).

En France, ces déchets sont classés traditionnellement en trois catégories* :

- les déchets de catégorie A sont des déchets à vie courte et d'activité faible ou moyenne. Ils contiennent essentiellement des radioéléments émetteurs des rayons bêta et gamma, dont la période est inférieure à 30 ans, et dont la radioactivité devient négligeable au bout de 300 ans.
- les déchets de catégorie B, aussi appelés "déchets alpha" en raison du rayonnement qu'ils émettent, présentent une activité faible ou moyenne, mais qui peut durer des dizaines de milliers d'années.
- les déchets de catégorie C, aussi appelés "déchets vitrifiés" parce qu'on les coule dans du verre, sont des déchets de très haute activité et de très longue période. Pendant quelques centaines d'années, ils émettent surtout des rayonnements bêta et gamma ; ils émettent ensuite des rayonnements alpha.

Une estimation des volumes de déchets nucléaires accumulés en France en une année donne⁵ :

- 30 000 m³ de déchets A (1% de la radioactivité).
- 4 000 m³ de déchets B.
- 200 m³ de déchets C (98% de la radioactivité).

Les ordres de grandeur des quantités transmutables en France -----

Résumons-nous en notant qu'une tonne de combustible irradié EDF de référence[†] se compose d'environ (figure 1-3) :

- 955kg d'uranium - dont 8kg d'uranium 235 -.
- 10kg de plutonium.
- 35kg de produits de fission et actinides mineurs – dont 32kg de radionucléides stables ou à vie courte, 2kg de produits de fission et d'activation à vie longue, et 1 kg d'actinides mineurs.

* Cette ancienne nomenclature reste très floue (elle ne prend pas en compte notamment les déchets de très faible activité), et devrait être prochainement remplacée par une classification plus adéquate.

† UO₂ enrichi à 3,5 % - 33 000 MWj/t - gaine zircalloy - 3 ans après le déchargement.

	Isotope	Période (années)	Poids (g)
Uranium	U 235	7,1 10 ⁸	8000
Plutonium	Pu 238	86	150
	Pu 239	24400	5690
	Pu 240	6580	2200
	Pu 241	14,4	1170
	Pu 242	379000	490
Actinides mineurs			
Neptunium	Np 237	2,1 10 ⁶	430
Curium	Cm 243	28	0,3
	Cm 244	18	21,4
	Cm 245	8500	1,2
Américium	Am 241	430	220
	Am 243	7400	100
Produits de fission et d'activation			
Césium	Cs 134	2,1	38,7
	Cs 135	2,3 10 ⁶	1312*
	Cs 137	30,2	1130
Iode	I 129	1,6 10 ⁷	170
Palladium	Pd 107	6,5 10 ⁶	200
Sélénium	Se 79	65000	4,7
Samarium	Sm 147	1,1 10 ¹¹	186
	Sm 148	8 10 ¹⁵	118
	Sm 149	4 10 ¹⁴	3,7
	Sm 151	90	16
	Sm 153	0,005	100
Etain	Sn 121	55	0,3
	Sn 126	100000	20
Strontium	Sr 90	28,8	?
Technétium	Tc 99	210000	810
Zirconium	Zr 93	1,5 10 ⁶	713

Figure 1-3 : quelques caractéristiques des principaux radionucléides[†] présents dans 1 tonne de combustible irradié EDF de référence (source : CEA).

* Ou 360g selon les sources...

† Précisons que cette liste n'inclut que les principaux isotopes radioactifs pour chaque élément ; la masse totale d'un élément avant séparation est souvent bien plus importante.

Etant donné qu'un réacteur à eau pressurisée de 1GW électrique consomme environ 30 tonnes de combustible nucléaire par an, on peut alors faire une estimation des quantités « transmutables » produites par les quelques 60GW installés du parc EDF en France en 1999 ; on obtient alors des ordres de grandeur du type :

- neptunium : 800 kg/an.
- américium : 600 kg/an.
- produits de fission et d'activation : 3,5 tonnes/an.

Notons que ce bilan, de près de 5 tonnes/an au total pour la France uniquement, ne prend pas en compte les stocks accumulés depuis quelques dizaines d'années. De plus, il exclut le plutonium de la liste des déchets, position qui est susceptible d'évoluer dans les prochaines années comme nous l'avons évoqué précédemment...

1. 1. 3. La transmutation et les réacteurs hybrides.

Premières expériences -----

La transmutation se présente comme étant la solution idéale pour, par des bombardements intenses de neutrons, transformer les noyaux lourds des actinides mineurs et les noyaux légers des produits de fission en éléments cette fois stables et inoffensifs.

En réalité, soumis à un flux de neutrons, les radioéléments peuvent réagir de deux façons différentes. Certains d'entre eux absorbent purement et simplement un neutron et se transforment en un noyau plus lourd : c'est le phénomène de la capture. D'autres sont cassés en divers produits plus légers : c'est le phénomène de la fission.

La transmutation s'opère principalement par fission dans le cas de noyaux lourds, comme les actinides mineurs. En revanche, elle s'effectue par capture dans le cas des noyaux légers comme les produits de fission à vie longue (figure 1-4).

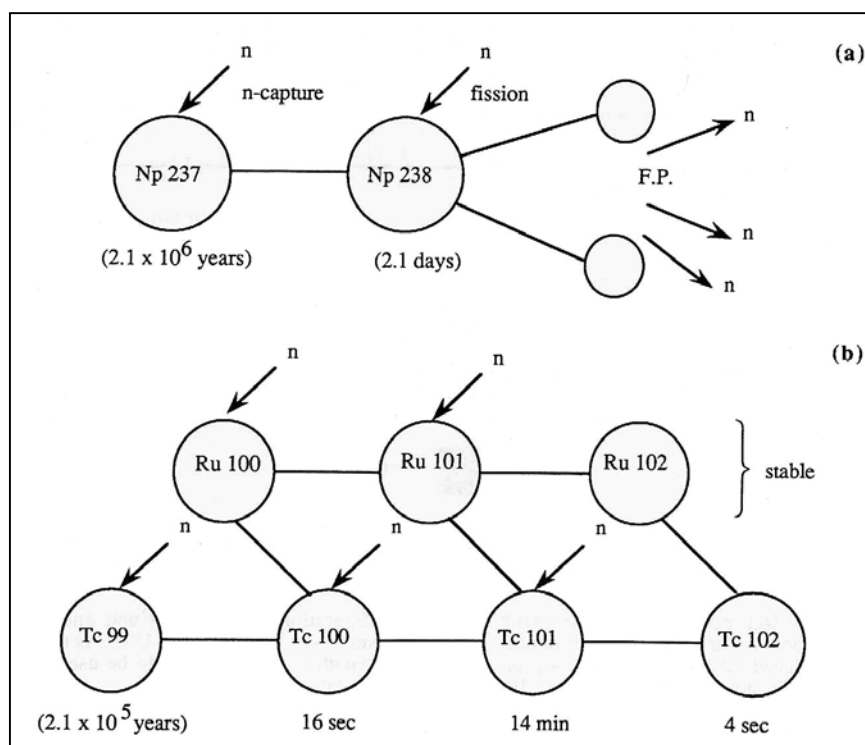


Figure 1-4⁶: exemples de transmutation du Np237 par fission (a) et du Tc99 par capture (b).

Si la transmutation apparaît théoriquement fondée, il reste à en explorer sa faisabilité spécifique, sans doute pour chaque élément. Il est important de remarquer à ce sujet que les références expérimentales dans le domaine sont au total peu nombreuses. La première expérience de transmutation d'actinide mineur réalisée par le CEA date de 1986. Il s'agissait de l'expérience « SUPERFACT » qui a montré la faisabilité de la transmutation non seulement du neptunium mais aussi de l'américium.

Enfin, outre la question de la faisabilité de la transmutation, le problème de la séparation des radioéléments est également un point majeur. Certains procédés sont d'ores et déjà au point (procédé PUREX, procédé DIAMEX, nouveau procédé SANEX*, etc.), et les techniques de séparation d'éléments tels que l'iode, le technétium ou le neptunium par exemple semblent aujourd'hui bien maîtrisées ; le cas de certains isotopes (américium, curium et césium notamment) reste pour l'instant épineux, mais devrait à terme être résolu. En fait, le défi majeur de ces procédés réside en l'obtention d'un rendement quasi parfait (>99,99%) afin de limiter au maximum la production des déchets « ultimes » dont nous avons déjà fait mention précédemment.

Le concept du réacteur hybride -----

En pratique, la transmutation en masse des déchets nucléaires est susceptible d'être effectuée au sein de grands instruments appelés « réacteurs hybrides ».

Le réacteur hybride (figure 1-5) est composé principalement de :

- un accélérateur de protons de forte intensité.
- une cible où se produit le phénomène de spallation, c'est-à-dire l'émission de neutrons par des noyaux lourds percutés par les protons à haute énergie : pour 1 proton incident, on cherche à produire (figure 1-6) quelques dizaines de neutrons.
- un réacteur sous-critique (taux de criticité de l'ordre de 0,95, gage de sûreté) au sein duquel on place les déchets à transmuter.

* Le nouveau procédé SANEX permet la séparation des actinides et des lanthanides (éléments de n° atomiques Z=57 à Z=71) ; le procédé PUREX est lui principalement utilisé pour la séparation de l'uranium et du plutonium du reste du combustible usé, tandis que le procédé DIAMEX permet de séparer les produits de fission de l'ensemble actinides+lanthanides.

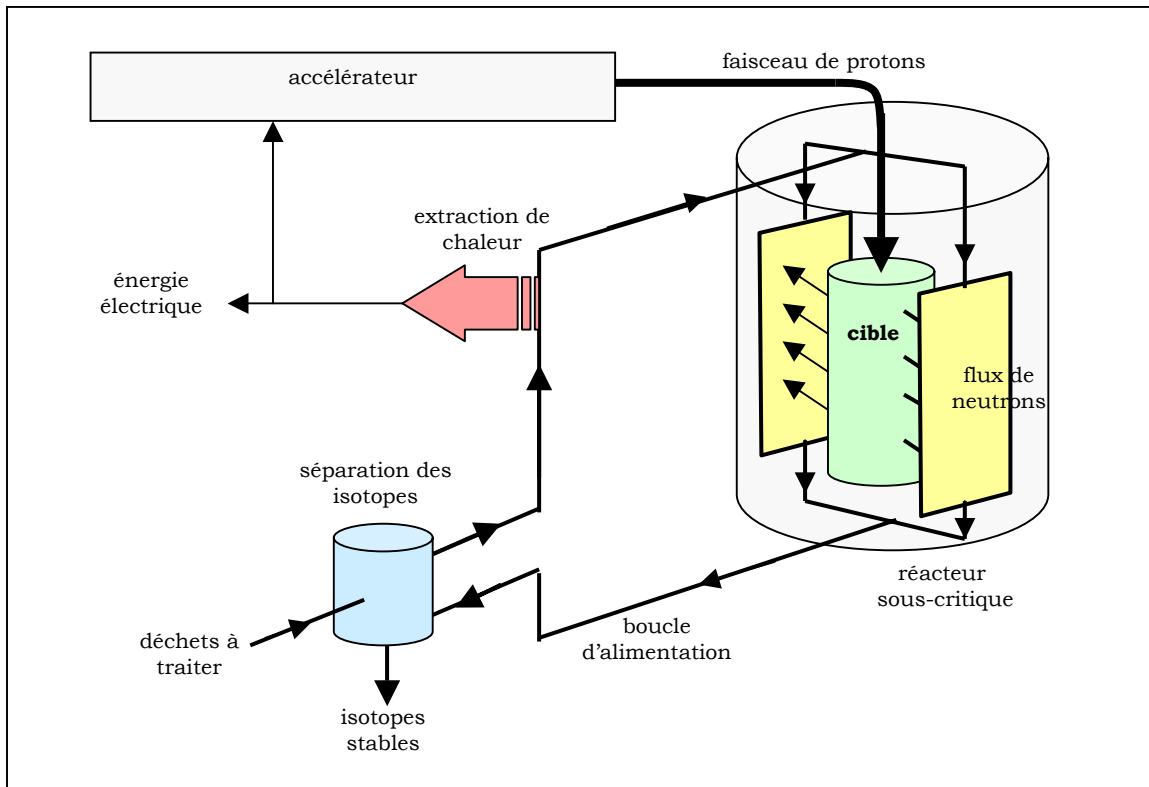


Figure 1-5 : schéma de principe du réacteur hybride.

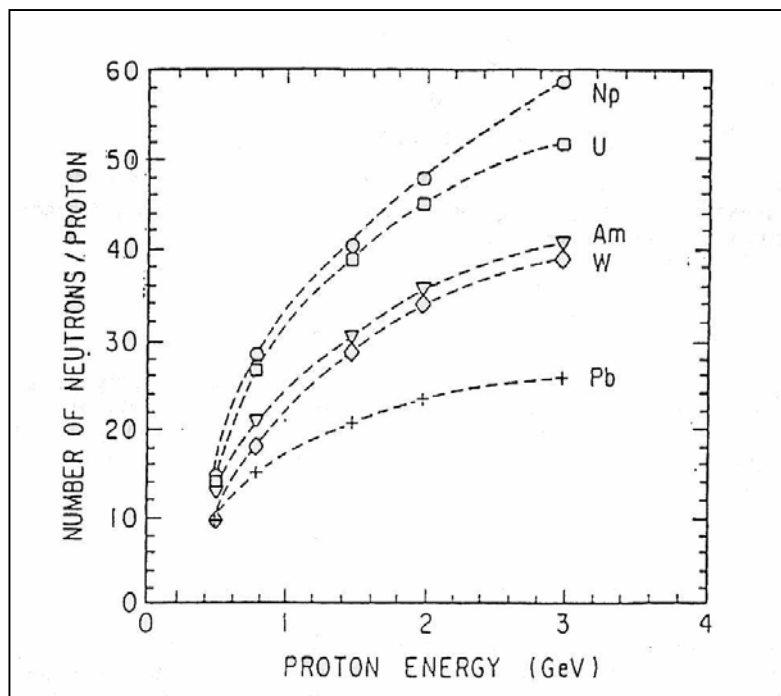


Figure 1-6⁷ : nombre de neutrons générés par spallation selon l'énergie du proton incident et la nature de la cible ($1\text{eV}=1,602.10^{-19}\text{J}$).

Le réacteur hybride est en réalité une idée ancienne. L'idée d'utiliser les accélérateurs de particules pour produire des flux intenses de neutrons avait déjà été proposée dans les années 50 par W.B. Lewis⁸, et par E.O. Lawrence au laboratoire de Berkeley⁹, afin de faire des essais de matériaux ou de produire du plutonium. Or, depuis le début des années 90, la technologie des accélérateurs a atteint un point de sophistication tel qu'il a semblé naturel de vouloir reprendre cette idée, et l'étendre à la transmutation des espèces radioactives indésirables.

De nombreux projets de réacteurs hybrides ont ainsi vu le jour depuis quelques années¹⁰, avec en premier lieu, les études faites au laboratoire de Los Alamos¹¹, et le projet de Carlo Rubbia¹², ancien directeur général du CERN, prix Nobel de physique, qui a remis le sujet sur le devant de la scène en proposant son « amplificateur d'énergie à neutrons rapides de haute puissance » destiné à la fois à la production d'énergie et à l'incinération des déchets nucléaires.

Les différentes options envisagées -----

Le réacteur hybride est par nature composé d'un grand nombre d'éléments, et peut viser différents objectifs (destruction du plutonium, incinération des actinides mineurs ou/et des produits de fission, production de tritium, production d'énergie, etc..).

Selon les projets, différentes options sont proposées concernant :

- le choix du type d'accélérateur de protons.
- le choix du type de cible utilisée pour la spallation (plomb, plomb-bismuth...).
- le spectre d'énergie neutronique : neutrons rapides , thermiques (lents), ou intermédiaires (épithermiques).
- la forme du combustible utilisé : solide, liquide, ou quasi-liquide (lits de boulets).
- la nature du réfrigérant (hélium, sodium, plomb fondu..) et de l'éventuel modérateur (carbone, eau, eau lourde, sels fondus...).
- le type de cycle du combustible (actinides, uranium, thorium...).

En ce qui concerne le choix de l'accélérateur, le projet Rubbia retenait un cyclotron d'environ 1GeV, avec une intensité maximale du courant de protons de 10 mA*, ce qui limitait la puissance possible du réacteur à environ 100 MW électriques. Tous les projets convergent aujourd'hui vers le choix de l'option linac (accélérateur linéaire) qui permet d'atteindre une intensité du courant de protons et une puissance électrique bien supérieures (de l'ordre respectivement de plusieurs dizaines de mA et de 1GW).

Il apparaît en effet indispensable de pouvoir disposer de faisceaux de protons (et donc de neutrons) très énergétiques pour des questions de rendement, mais aussi d'adaptabilité : au fur et à mesure de la transmutation, le contenu en produits fissiles du réacteur variera fortement, et il sera nécessaire d'être capable de réguler la réactivité avec le flux de neutrons tout en conservant une confortable marge de sécurité en sous-criticité.

Au niveau du choix de la vitesse de ce flux de neutrons, la physique neutronique montre que plus les neutrons incidents sont énergétiques et plus l'on fait de fission et moins l'on fait de capture. D'autre part, l'efficacité de la transmutation dépend directement de la section efficace de l'élément considéré : certains éléments « préfèrent » ainsi un spectre thermique, d'autres un spectre rapide.

En somme, les spécialistes convergent à l'heure actuelle vers la solution d'un spectre mixte qui allierait à la fois neutrons rapides (à proximité de la cible) et neutrons thermiques (à la périphérie du réacteur) ; cette solution devrait permettre un rendement optimisé du procédé de transmutation pour chaque isotope.

Le projet de réacteur hybride en France -----

On dénombrait au début de l'année 2000 un certain nombre de projets de réacteur hybride dans le monde, dont les principaux sont le projet ATW¹³ aux Etats-Unis (Accelerator for Transmutation of Waste), le très ambitieux projet OMEGA¹⁴ au Japon (Option Making Extra Gains of Actinides and Fission Products), ainsi que le projet européen soutenu par le groupe français GEDEON¹⁵ (Gestion des Déchets pour des Options Nouvelles).

Créé en 1995, GEDEON regroupe le CEA, le CNRS, EdF et Framatome, et maintient une politique de collaboration européenne dans le cadre du 5^{ème} PCRD[†] (1999-2003) de la Communauté Européenne. Son objectif est la mise au point et la construction

* Pour un faisceau de protons ou d'électrons, 1A \approx 6,2.10¹⁸ charges par seconde.

† PCRD : Programme Communautaire de Recherche et de Développement.

d'un « démonstrateur » de réacteur hybride (d'une puissance réduite de 50 à 100MW thermiques) destiné à démontrer la faisabilité du procédé, suivi d'un réacteur « prototype » d'une puissance plus élevée (300 à 500MWth ou directement 1GWth) ; dans le cadre de cet objectif, plusieurs choix importants ont déjà été effectués :

- l'option de l'accélérateur linéaire de protons est retenue. Le courant nominal sera de l'ordre de 40mA pour le prototype (20mA pour le démonstrateur), et l'énergie des protons en fin d'accélérateur d'environ 1GeV.
- le fonctionnement se fera sans doute, comme nous l'avons souligné, en flux mixte (neutrons rapides + neutrons thermiques). Il est ici important de noter qu'au voisinage de la cible de spallation, le spectre de neutrons sera très dur et très intense ($>10^{15}\text{n/cm}^2\text{s}$) ; or, depuis la fermeture de Superphénix, Phénix reste désormais le seul réacteur à neutrons rapides disponible pour soumettre à de telles irradiations les actinides mineurs et les produits de fission.. Sa fermeture est prévue en 2004, et une solution de rechange doit être trouvée d'ici là pour poursuivre les études et examiner plus avant les caractéristiques des réactions de transmutation*.
- le réacteur fonctionnera probablement à l'uranium dans le cadre du démonstrateur, tandis que le prototype devrait pouvoir fonctionner avec les actinides + PF à transmuter.
- la cible et le fluide caloporteur seront probablement différents (cible en Pb/Bi, caloporteur sous forme d'hélium gaz sous pression), contrairement au projet Rubbia qui assignait ce double rôle au plomb fondu. Le modérateur sera sans doute du graphite (en petites billes ou en boulets).

Enfin, la question des quantités transmutables dans un réacteur hybride se pose. A titre d'exemple, en 1992, les premières études sur ATW¹⁶ prévoyaient qu'un réacteur hybride, alimenté par un accélérateur de protons de 250mA et 1,6GeV, pourrait transmuter en une année près de 2,5 tonnes d'actinides et 1 tonne de produits de fission. En 1998, ces prévisions étaient tombées à moins de 700kg d'actinides, et 75kg de produits de fission par an.

Si l'on conserve cet ordre de grandeur, cela signifie que pour retraiter les déchets (hors plutonium) produits par le parc EdF en France chaque année, il faudrait construire au moins 5 réacteurs hybrides dédiés...

* Il se pourrait ainsi que le démonstrateur de réacteur hybride serve aussi de banc de test d'irradiation en vue de la constructeur du prototype.

A propos de l'accélérateur de protons -----

La construction du « démonstrateur » de réacteur hybride devrait être lancée à partir de 2004, pour une mise en service aux alentours de 2010-2012*. Sa puissance ne sera donc que de 50 à 100MWth, et son objectif ne sera pas la production d'électricité, bien que le bilan énergétique de l'installation complète soit largement positif.

L'accélérateur de protons alimentant la cible de ce démonstrateur doit remplir trois principales qualités :

- la puissance du faisceau de protons doit être adaptée à la puissance désirée pour le réacteur. Pour un réacteur prototype de 1000MW thermiques, le faisceau doit délivrer environ 32MW. Dans l'optique préliminaire du démonstrateur européen de 100MW thermiques, un faisceau d'une puissance de 9MW semble suffisant¹⁷. Cela correspond à un faisceau de 20mA atteignant une énergie finale de 450MeV.
- la fiabilité de l'accélérateur doit être quasi parfaite afin de limiter les pannes de faisceau qui peuvent créer des chocs thermiques importants au niveau de la cible ou du combustible. Le nombre d'arrêts admis sera d'environ 5000 sur une période de 40 ans (durée de vie de la cible). Cela implique la nécessité de prendre des marges de sécurité conséquentes sur les paramètres relatifs au design de l'accélérateur, et de prévoir des systèmes de contrôle et de rattrapage afin de limiter les risques de panne du faisceau.
- enfin, le niveau de radioactivité induite sur les structures du linac doit rester extrêmement faible pour permettre une maintenance régulière. Ceci implique que la taille du halo autour du faisceau doit rester la plus petite possible afin de minimiser le nombre de protons perdus le long du linac.

Les études effectuées en France pour la mise au point d'un tel accélérateur démonstrateur sont effectuées conjointement par le CEA, le CNRS, et divers collaborateurs européens comme l'INFN[†] en Italie, tout cela en étroite liaison avec le groupe GEDEON.

* Le réacteur prototype devrait lui voir le jour à l'horizon 2020-2025.

[†] Istituto Nazionale di Fisica Nucleare.

Ces études se dirigent vers le design d'un accélérateur linéaire de forte intensité utilisant, dans sa partie haute énergie, la technologie des cavités supraconductrices ; les nombreux programmes de R&D sur la mise au point de tels accélérateurs dans le monde¹⁸ convergent d'ailleurs eux aussi vers cette même solution.

Cette technologie des cavités supraconductrices fait précisément l'objet de cette étude, et avant de la développer en détails, nous allons, dans les pages qui vont suivre, présenter quelques éléments sur le fonctionnement des accélérateurs en général, et des accélérateurs linéaires de protons à haute intensité en particulier.

1. 2. Les accélérateurs de particules

1. 2. 1. Le principe accélérateur.

Considérons une particule chargée en mouvement. Son énergie totale peut s'écrire* :

$$(101) \quad U = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} c^2 = m c^2 = E_c + m_0 c^2$$

avec : m_0 →masse de la particule au repos (kg)[†]
 m →masse de la particule en mouvement (kg)
 v →vitesse de la particule (m/s)
 c →vitesse de la lumière (=2,998.10⁸ m/s)
 E_c →énergie cinétique de la particule (J)

Pour accélérer cette particule chargée, il est nécessaire de lui appliquer un champ électrique \vec{E} . Dans ce cas, la force \vec{F} agissant sur la charge prend la forme :

$$(102) \quad \vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

avec : q →charge de la particule (Cb)
 E →champ électrique (V/m)
 B →induction magnétique (T)

L'équation (102) est l'expression de la *force de Lorentz*, qui règle le comportement d'une particule chargée sous l'action de champs électromagnétiques.

La mécanique relativiste, de son côté, permet de décrire l'influence de cette force de Lorentz sur la particule. Elle prédit notamment :

- le mouvement de la particule :

$$(103) \quad \frac{d(m\vec{v})}{dt} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

* On trouvera en annexe 1 un lexique de toutes les notations utilisées, ainsi qu'un glossaire contenant les principales constantes physiques et égalités mathématiques remarquables.

[†] $m_0 c^2 = 0,511 \text{ MeV}$ pour les électrons, et $938,26 \text{ MeV}$ pour les protons.

- l'évolution de son énergie totale :

$$(104) \quad \left| \frac{dU}{dt} = q \vec{E} \cdot \vec{v} \right.$$

Les équations de Maxwell -----

Les champs électromagnétiques permettant le guidage et l'accélération de la particule sont eux déterminés par les 4 équations de Maxwell, qui sont à la base d'une grande partie de la physique moderne.

La première, et la plus ancienne, est la loi de Gauss, qui statue qu'un champ électrique ne peut exister en l'absence de charges :

$$(105) \quad \left| \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \right.$$

avec : $\rho \rightarrow$ densité de charges électriques (Cb/m³)
 $\epsilon \rightarrow$ permittivité électrique du milieu (farad/m)*

L'équation (105) exprime également le fait que le flux de champ électrique traversant les contours d'un volume est directement proportionnel à la charge enfermée dans ce volume.

La loi d'Ampère est la seconde équation de Maxwell, et exprime le fait que la force du champ magnétique agissant sur les contours d'une surface est proportionnel aux courants enfermés dans cette surface :

$$(106) \quad \left| \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu \cdot \left(\vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \right.$$

avec : $\mu \rightarrow$ perméabilité magnétique du milieu (henry/m)[†]
 $J \rightarrow$ densité de courant (A/m²)

Les lois de Gauss et d'Ampère décrivent la réponse des champs au milieu dans lequel ils évoluent. La troisième équation de Maxwell, ou loi de Faraday, décrit comment interagissent champs électriques et magnétiques, et en particulier, comment une variation de flux magnétique peut créer un champ électrique :

* On définit aussi la susceptibilité électrique du milieu χ_e définie comme $\epsilon = \epsilon_0(1+\chi_e)$, où ϵ_0 représente la permittivité électrique dans le vide ($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ farad/m).

† On définit aussi la susceptibilité magnétique du milieu χ_m définie comme $\mu = \mu_0(1+\chi_m)$, où μ_0 représente la perméabilité magnétique dans le vide ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ henry/m). Le champ magnétique est alors noté H (en A/m) et l'on a $B = \mu H = \mu_0 (H+M)$ où M représente l'aimantation développée par le milieu. Pour les milieux amagnétiques, $\chi_m=M/H=0$.

$$(107) \quad \boxed{\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Enfin, la dernière équation de Maxwell statue que le concept de charge magnétique n'existe pas, ou encore, que les lignes de champs magnétiques, contrairement aux lignes de champs électriques, forment toujours des boucles fermées :

$$(108) \quad \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$$

De ces équations, on tire également l'équation (109) exprimant la conservation de la charge :

$$(109) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

L'accélération électrostatique -----

Les équations de Maxwell permettent d'envisager 3 principales méthodes d'accélération : l'accélération électrostatique, l'accélération inductive, et l'accélération électromagnétique.

L'accélération électrostatique est uniquement gouvernée par la loi de Gauss. Le principe est de positionner le long de l'accélérateur un jeu d'électrodes auxquelles on applique des tensions de plus en plus élevées. Entre chacune d'entre elles est alors créé un champ électrique accélérateur (figure 1-7).

Ce type d'accélérateurs (appelés accélérateurs de Van De Graaf¹⁹ du nom de leur créateur) est limité par la tension maximale applicable (quelques dizaines de MV), et est dédié à l'accélération d'ions de très faible énergie.

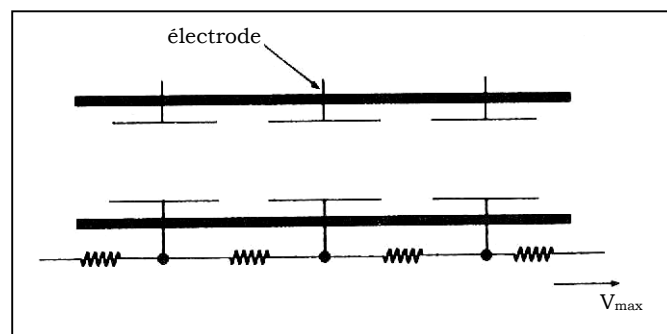
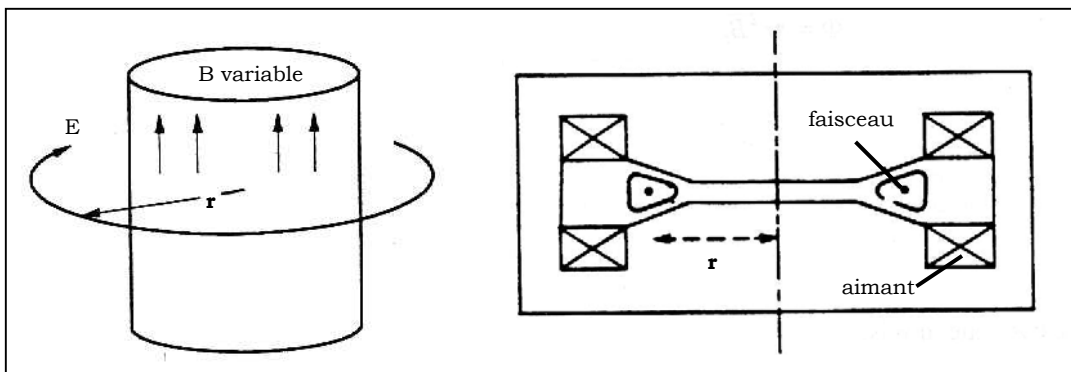


Figure 1-7²⁰ : Principe de l'accélérateur électrostatique.

L'accélération par induction magnétique -----

L'accélération par induction magnétique est elle gouvernée essentiellement par la loi de Faraday. L'accélération est ici produite par le biais d'un champ électrique induit par un champ magnétique variable.

L'idée a été développée pour la première fois par Wideröe, et a donné naissance au béatron (figures 1-8), mis en œuvre par Kerst²¹ dans les années 40, et utilisé encore dans certains hôpitaux et petits laboratoires, et au linac à induction (figure 1-9), capable d'accélérer des faisceaux d'ions de très grande intensité (plusieurs kA) jusqu'à des énergies moyennes (quelques MeV).



Figures 1-8^{22, 23} : Principe du béatron.

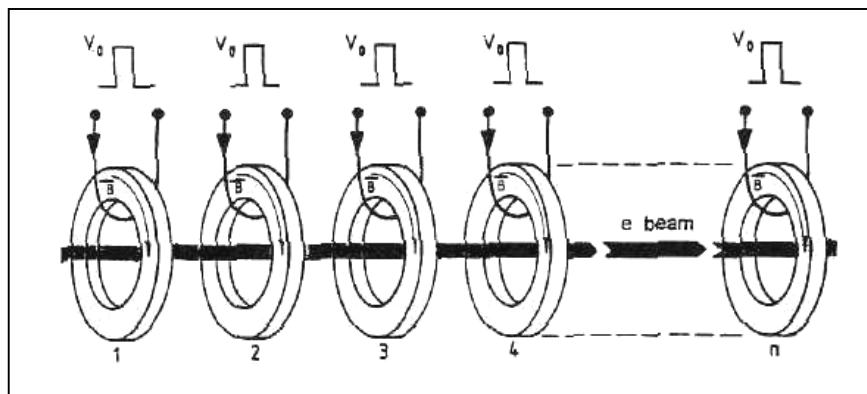


Figure 1-9²⁴ : Principe du linac à induction.

L'accélération électromagnétique -----

L'accélération électromagnétique se base sur les 4 équations de Maxwell à la fois. Son principe est de disposer, le long du parcours d'une particule, des « stations » où l'on applique une tension variable radio-fréquence (RF), et de faire en sorte que cette tension soit convenablement synchronisée afin que la particule rencontre toujours un champ accélérateur le long de son parcours.

L'idée a pour la première fois été émise en 1924 par Ising avec son projet d'accélérateur à tubes de glissement²⁵ (« drift tubes »), et mis en pratique par Widerøe en 1928, avec son prototype de linac radiofréquence²⁶, puis par Lawrence et Livingston avec l'élaboration du premier cyclotron²⁷ au début des années 30.

Cette méthode est de loin la plus efficace pour atteindre de hautes énergies. La grande majorité des accélérateurs actuels sont des accélérateurs de ce type. On peut les diviser en trois grandes familles :

- *les accélérateurs linéaires* (« linacs »), où la trajectoire des particules est rectiligne (figure 1-10), ce qui implique un nombre de « stations accélératrices » important pour atteindre de hautes énergies. Ce type d'accélérateur est ainsi limité de par sa longueur, et est utilisé principalement comme premier moyen d'accélération après la source de particules - il joue alors le rôle d'injecteur - ou comme dernier maillon accélérateur : c'est le cas dans les collisionneurs, comme à SLAC* où il permet d'accélérer les électrons et les positrons jusqu'à 50GeV. Néanmoins, les linacs sont capables de développer facilement des faisceaux de forte intensité et de très bonne qualité, d'où leur grand intérêt à la fois en recherche fondamentale, mais aussi dans l'industrie, la médecine, et pour des utilisations spécifiques comme le réacteur hybride qui nous intéresse ici. Nous reviendrons sur le fonctionnement de ce type d'accélérateur dans le paragraphe suivant.

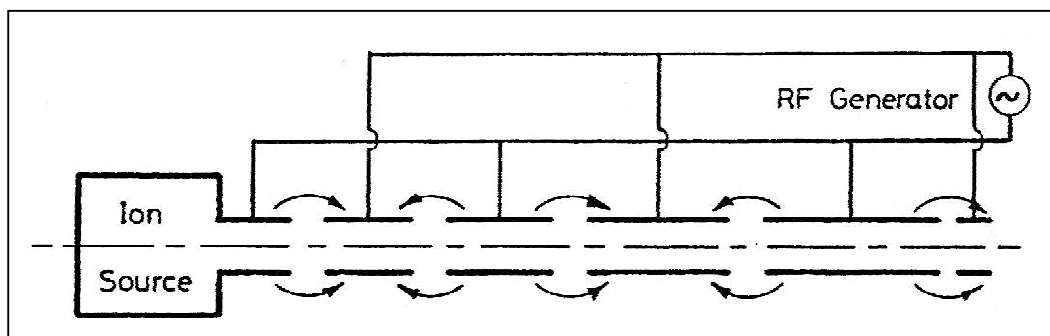


Figure 1-10²⁸ : Principe du linac RF.

- *les accélérateurs circulaires* (figure 1-11), comme les synchrotrons ou les anneaux de stockage, où la trajectoire de la particule, grâce à un jeu d'aimants, est circulaire. Une seule « station accélératrice » suffit pour accélérer la même particule autant de fois que l'on veut. C'est ce type d'accélérateur qui permet

* Stanford Linear Accelerator Center.

d'atteindre les énergies les plus élevées, comme l'indique la bien connue charte de Livingston (figure 1-13).

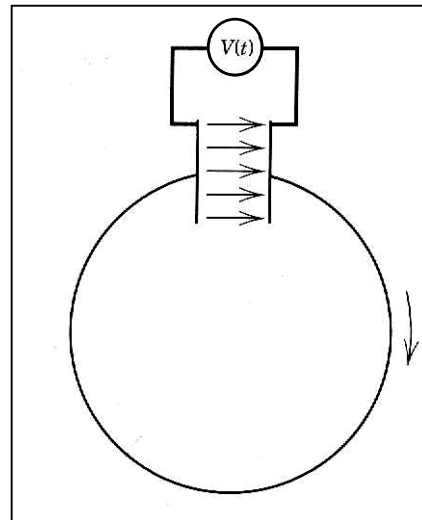


Figure 1-11 : Principe de l'accélérateur circulaire.

- les cyclotrons (figure 1-12), pour lesquels la trajectoire des particules est en forme de quasi spirale : les particules décrivent des demi cercles dont le rayon augmente à chaque passage entre les électrodes (« dees ») ; du fait de leur compacité, ils sont fréquemment utilisés pour des applications industrielles ou médicales (radiothérapie).

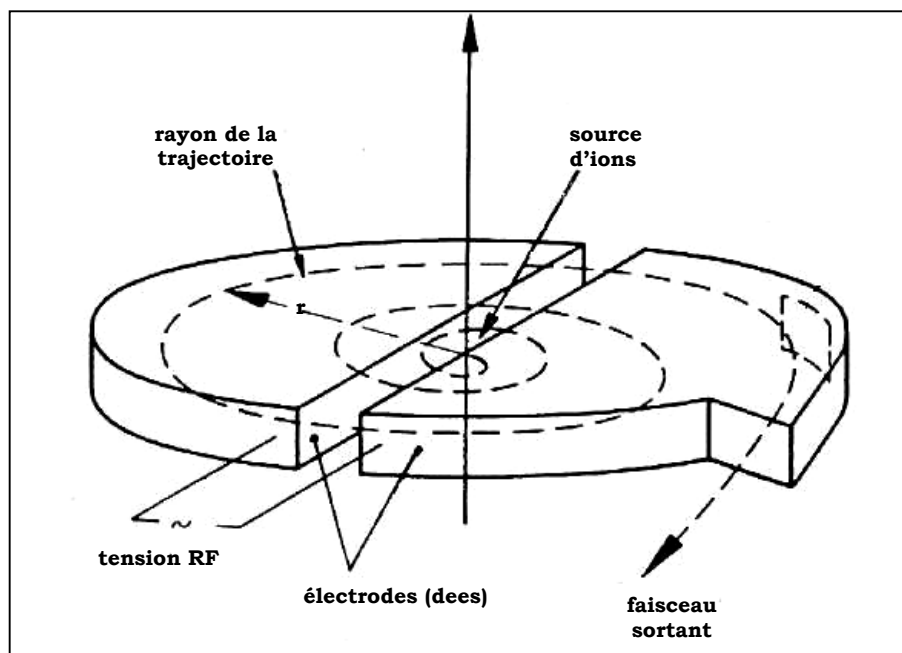


Figure 1-12 : Principe du cyclotron.

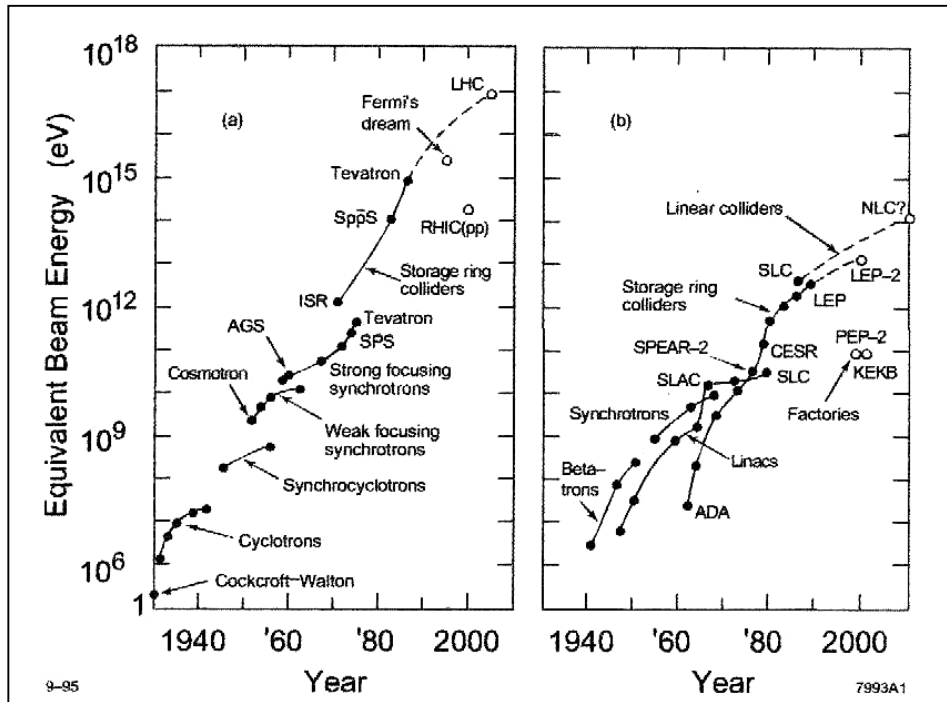


Figure 1-13²⁹ : « Livingston Chart » (publiée pour la première fois en 1954³⁰) :
 (a) machines à protons ; (b) machines à électrons

(l'énergie indiquée correspond à l'énergie équivalente du faisceau percutant un proton-cible fixe ; l'énergie dans le centre de masse est sensiblement plus faible : 200GeV par exemple pour le LEP-2, et 15TeV pour le LHC).

1. 2. 2. L'accélérateur linéaire RF.

Ce n'est qu'après la seconde guerre mondiale que le développement des accélérateurs linéaires a véritablement pris son envol, notamment grâce aux progrès de la technologie des radars qui permit la mise au point de sources de puissance RF adaptées : puissances de l'ordre du MW (en régime pulsé), fréquences de quelques centaines de MHz. Ainsi, en 1946, Alvarez construisait à Berkeley le premier accélérateur linéaire de protons, fonctionnant à une fréquence de 200MHz, et atteignant une énergie de 32MeV. La même année, le développement du premier accélérateur d'électrons fonctionnant à 3GHz commençait à Stanford. Depuis, de nombreux linacs ont vu le jour, et la technologie ne cesse de progresser. Etudions à présent le principe de fonctionnement de telles machines, basé sur la théorie des ondes guidées.

Notions d'ondes guidées -----

D'après les équations de Maxwell, les ondes électromagnétiques dans le vide sont du type TEM* : les champs \vec{E} et \vec{B} sont perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde. C'est ce type d'ondes que l'on retrouve aussi dans les lignes coaxiales³¹.

En ce qui concerne l'accélération de particules chargées, il est nécessaire d'utiliser une onde qui possède un champ électrique non nul dans sa direction de propagation, ce qui n'est pas le cas de ces ondes TEM. La solution est alors de modifier de façon adéquate les conditions aux limites du milieu de propagation : en plaçant des « murs » métalliques† à des endroits spécifiques, on peut donner à l'onde électromagnétique la forme désirée.

Le guide d'ondes est un tube métallique basé sur ce principe : il permet de guider une onde électromagnétique incidente en produisant des champs non nuls dans la direction de sa propagation (z).

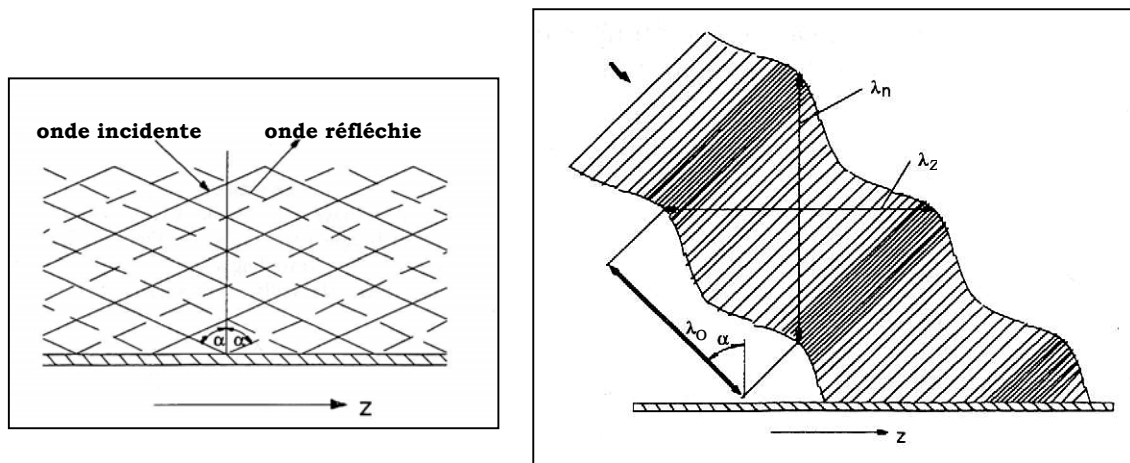
Dans le cas où l'on trouve un champ magnétique non nul dans la direction de propagation ($B_z \neq 0$), on parlera d'onde **TE** (transverse électrique).

* TEM : Transverse ElectroMagnétique.

† Aux limites d'un conducteur parfait, la composante tangentielle du champ électrique E_t et la composante normale du champ magnétique B_n sont nulles.

Dans le cas où c'est un champ électrique qui est présent dans la direction de propagation ($E_z \neq 0$), on parlera d'onde **TM** (transverse magnétique). C'est généralement ce type d'ondes qui est utilisé pour l'accélération des particules chargées.

Si l'on étudie à présent avec attention la réflexion d'une onde incidente sur la paroi parfaitement conductrice d'un guide d'ondes (figures 1-14), il apparaît que la longueur d'onde dans la direction de propagation (λ_z) est plus grande que la longueur d'onde λ_0 de l'onde dans l'espace libre.



Figures 1-14³² : Réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait.

Cela signifie que la phase de l'onde se déplace le long de l'axe z avec une vitesse plus grande que celle de la lumière. C'est la « *vitesse de phase* » de l'onde guidée, qui peut s'écrire :

$$(110) \quad v_{\text{ph}} = \frac{\lambda_z}{\lambda_0} c = \frac{c}{\sin \alpha} > c$$

La vitesse à laquelle se propage l'énergie électromagnétique le long du guide est elle plus faible ; c'est la « *vitesse de groupe* » qui s'exprime comme :

$$(111) \quad v_g = c \cdot \sin \alpha$$

Dans le cas où il n'y a, comme dans la figure 1-14, qu'une paroi unique, l'angle d'incidence α de l'onde incidente peut prendre n'importe quelle valeur. Mais dans le cas d'un guide d'ondes (figure 1-15), la propagation ne pourra se faire que pour des angles bien spécifiques : l'onde ne se développera alors que selon certains « modes » présentant un nombre entier de demi-longueurs d'onde ($\lambda_n/2$) entre les parois.

L'onde est alors « stationnaire » dans la direction transverse (longueur d'onde λ_n), et « progressive » dans la direction longitudinale (longueur d'onde λ_z).

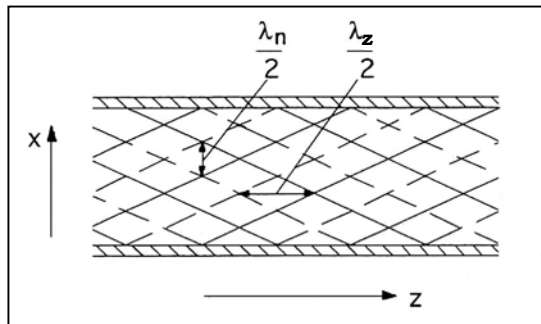


Figure 1-15 : Propagation d'une onde électromagnétique dans un guide.

Le nombre de demi-longueurs d'onde entre les parois du guide détermine entièrement le mode de l'onde. Ces modes, selon qu'il s'agit d'ondes TE ou TM, s'écrivent TE_{mn} ou TM_{mn} , où m et n représentent le nombre de demi-longueurs d'onde dans les deux directions transverse à la propagation (x et y dans le cas d'un guide rectangulaire, θ et r dans le cas d'un guide cylindrique).

Les équations de Maxwell permettent de calculer précisément la répartition des champs électromagnétiques dans les guides d'ondes pour chaque mode^{33*} ; le cas des modes TE_{01} et TM_{01} est représenté sur le figure 1-16 dans le cas d'un guide cylindrique.

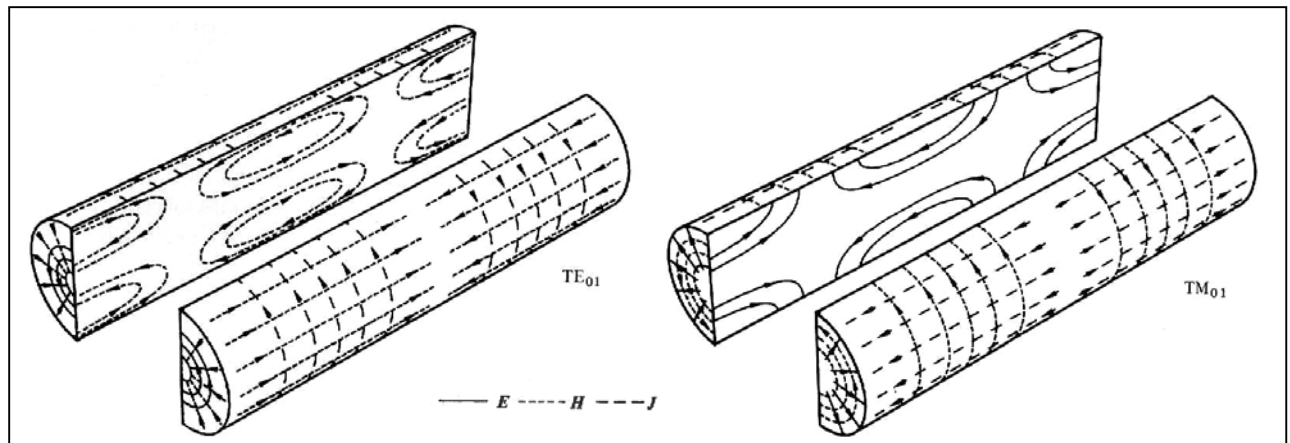


Figure 1-16: Répartition des champs dans un guide d'ondes cylindrique pour les modes TE_{01} et TM_{01} .

* Pour plus de précisions sur la théorie des guides d'onde, on se référera à l'abondante littérature existant sur le sujet (par exemple³³).

Il est également important de remarquer que, pour chaque mode, il existe une fréquence particulière au-dessous de laquelle l'onde ne peut plus se propager et devient évanescence : c'est la fréquence de coupure f_c du guide. Cette fréquence, pour un mode donné, ne dépend que de la géométrie du guide.

Par exemple, dans un guide cylindrique de diamètre 10cm, la fréquence de coupure pour le mode TM_{01} vaut 2,3GHz : cela signifie qu'un mode TM_{01} ne pourra se propager dans ce guide que si sa fréquence est supérieure à 2,3GHz.

L'équation de dispersion -----

Les conditions de propagation d'une onde dans un guide peuvent finalement se résumer, pour un mode donné, par les caractéristiques suivantes* :

- la longueur d'onde de coupure λ_c du guide, qui s'exprime en fonction de la fréquence de coupure du guide f_c (ou de la pulsation de coupure ω_c) :

$$(112) \quad \lambda_c = \frac{c}{f_c} = \frac{2\pi c}{\omega_c}$$

- la longueur d'onde λ_0 de l'onde dans l'espace libre, que l'on déduit de sa fréquence f (ou de sa pulsation ω) :

$$(113) \quad \lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

- la longueur d'onde λ_z de l'onde dans le guide, qui est directement relié à la vitesse de phase de l'onde par :

$$(114) \quad \lambda_z = \frac{v_{ph}}{f}$$

Ces trois paramètres[†] sont reliées par la relation de dispersion, issue encore une fois des équations de Maxwell, et illustrée sur la figure 1-17 :

$$(115) \quad \left(\frac{1}{\lambda_c}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_z}\right)^2 = \left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^2 \quad \text{ou} \quad \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = \left(\frac{\omega}{v_{ph}}\right)^2 + \left(\frac{\omega_c}{c}\right)^2$$

* On prendra comme milieu de propagation le vide ; la vitesse des ondes électromagnétiques vaut alors c .

† On définit souvent les nombres d'ondes associés $k_c = \omega_c / c$, $k_0 = \omega / c$ et $k = \omega / v_{ph}$.

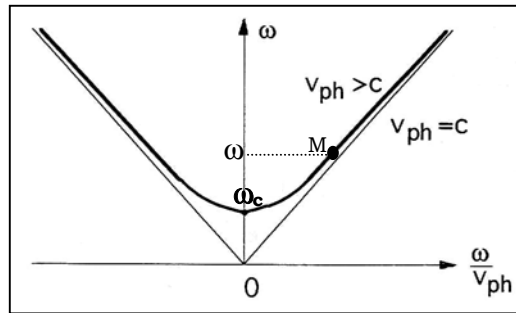


Figure 1-17 : Diagramme de dispersion dans un guide d'ondes (diagramme de Brillouin).

Pour une onde de type et mode donnés, on retrouve sur le diagramme de dispersion les éléments suivants :

- il n'y a pas de propagation possible au-dessous de la fréquence de coupure (pour $\omega < \omega_c$).
- pour un fonctionnement à une fréquence donnée $\omega > \omega_c$, la vitesse de phase est donnée par la pente du vecteur OM, et reste dans tous les cas supérieure à c. La vitesse de groupe est elle donnée³⁴ par la pente de l'hyperbole en M .
- le diagramme est symétrique, ce qui indique que les ondes peuvent se propager dans les 2 directions (+z : onde directe, et -z : onde réfléchie).

Le guide accélérateur -----

Comme nous l'avons dit, l'accélération d'une particule nécessite un champ électrique non nul sur l'axe : ce sont donc les modes TM qui sont utilisables pour l'accélération. Mais il est aussi nécessaire de maintenir une bonne synchronisation entre l'onde et la particule, ce qui signifie que la vitesse de phase de l'onde (v_{ph}) doit être égale à la vitesse de la particule. Or, ceci est tout simplement impossible puisque l'on vient de voir que dans un guide, cette vitesse de phase est toujours plus grande que la vitesse de la lumière... !

La seule solution est alors de parvenir à décélérer l'onde guidée afin d'ajuster sa vitesse de phase à celle de la particule. Ceci est possible en plaçant des « obstacles » de façon périodique sur la trajectoire de l'onde³⁵, de façon à créer des cellules de longueur L : c'est le guide à iris (figure 1-18).

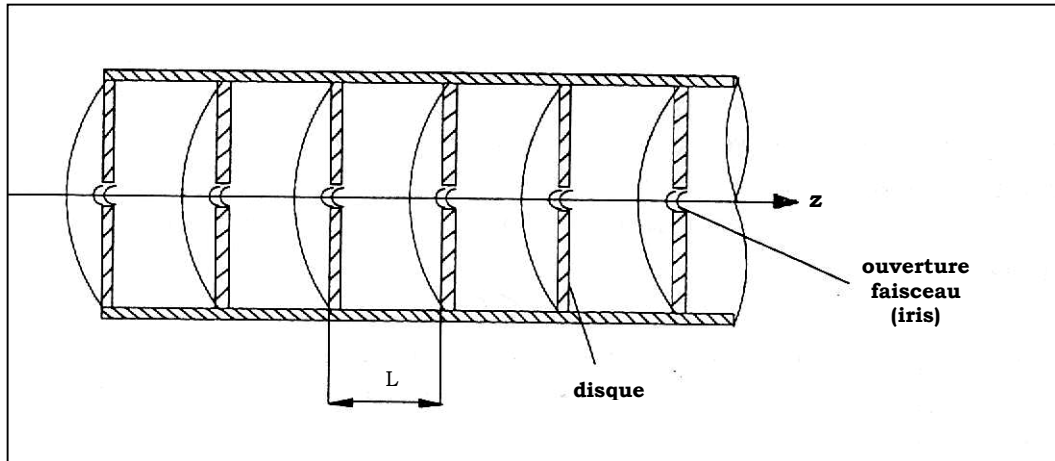


Figure 1-18 : Le guide à iris accélérateur.

On peut alors montrer³⁶ que la vitesse de phase de l'onde guidée est ralentie (théorème de Floquet). Dans le cas d'un guide à iris périodiques de longueur infinie, elle ne vaut plus $v_{ph} = f \cdot \lambda_z$, mais peut prendre une infinité de valeurs :

$$(116) \quad v_{ph} = \frac{f}{\left(\frac{1}{\lambda_z} + \frac{n}{L}\right)} \quad \text{avec } n = -\infty \text{ à } +\infty$$

En choisissant correctement n (en général $n=0$ ou 1 pour assurer des champs accélérateurs efficaces), il est alors toujours possible de trouver une longueur de cellule L adaptée pour que la vitesse de phase de l'onde devienne égale à la vitesse de la particule.

De plus, pour des questions de périodicité des champs, il est nécessaire que l'espacement L entre les disques soit une fraction exacte de la longueur d'onde accélératrice λ_z (que l'on notera désormais λ). Plusieurs modes de fonctionnement peuvent ainsi être utilisés :

- s'il y a une cellule par longueur d'onde ($L=\lambda$), on parle de fonctionnement en « mode 2π » (ou « mode 0 »).
- s'il y en a 2 ($L=\lambda/2$), on est en « mode π » (figure 1-19).
- s'il y en a N ($L=\lambda/N$), c'est le « mode $2\pi/N$ ».

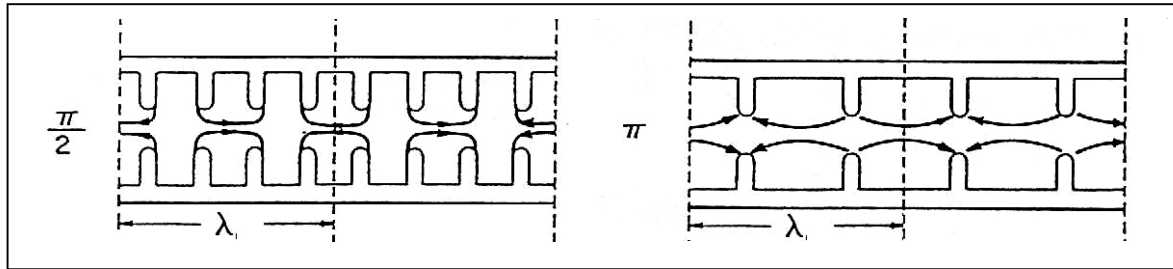


Figure 1-19³⁷ : Configuration des champs pour les modes $\pi/2$ et π .

Par exemple, pour un fonctionnement accélérateur en « mode π » à une fréquence f et pour une particule de vitesse v^* , la longueur L devra, pour satisfaire la condition de synchronisation $v=v_{ph}$, vérifier :

$$(117) \quad L = \frac{v}{2f}$$

Ondes progressives Vs Ondes stationnaires -----

La courbe de dispersion d'un tube à iris (figure 1-20) est radicalement différente de celle d'un guide d'ondes.

En premier lieu, il faut noter que, pour un mode donné, il ne peut y avoir propagation que pour des fréquences comprises entre ω_c et ω_π .

De plus, on peut remarquer que l'énergie électromagnétique peut se propager dans la direction $+z$ (« onde directe », courbe pleine, $v_g > 0$), aussi bien que dans la direction $-z$ (« onde réfléchie », courbe pointillée, $v_g < 0$).

Cette constatation permet d'envisager deux méthodes d'accélération différentes :

- *l'accélération par ondes progressives*, qui utilise uniquement l'onde directe (cas $v_g > 0$) : l'énergie électromagnétique se propage alors de cellule en cellule tout le long de la structure accélératrice. Le point de fonctionnement se situe souvent, dans le diagramme de dispersion, autour du point A : la vitesse de phase est égale à celle de la lumière[†], et la vitesse de groupe est strictement positive ; le mode utilisé est en général le « mode $\pi/2$ », comme c'est le cas sur la figure, ou parfois le « mode $2\pi/3$ ».

* On définit souvent la vitesse relativiste β donnée par $\beta=v/c$.

† Ou presque, selon la vitesse de la particule à accélérer.

- l'accélération par ondes stationnaires, qui utilise le principe de l'énergie résonante créée par la combinaison de l'onde directe avec l'onde réfléchi. Le point de fonctionnement se situe dans ce cas sur les points B ou C du diagramme de dispersion, là où la vitesse de groupe s'annule ($v_g=0$) : l'énergie électromagnétique reste alors confinée entre les parois de la cellule comme dans un résonateur. Ce type d'accélération utilise généralement soit le « mode 2π » (point B) à la fréquence ω_c , soit le « mode π » (point C) à la fréquence ω_π .

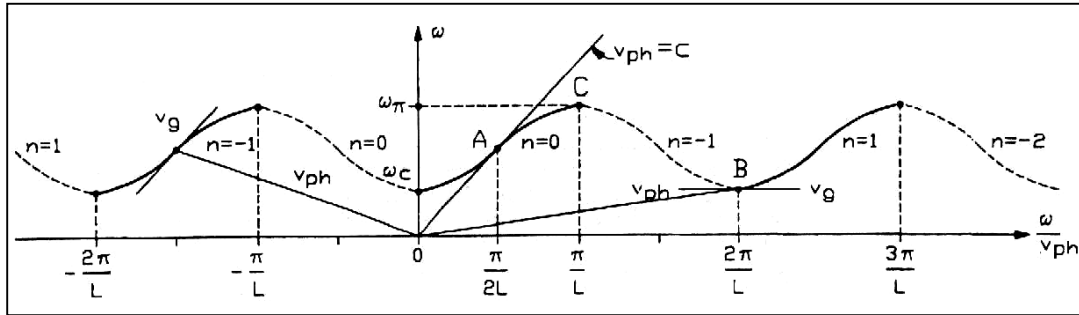


Figure 1-20 : Diagramme de dispersion du guide à iris périodiques.

Choix des structures dans un linac -----

Il n'y a pas vraiment de loi décidant si l'on doit choisir un accélérateur à ondes progressives ou un accélérateur à ondes stationnaires. Cependant, selon le type de particule à accélérer et l'énergie à atteindre, il existe des structures accélératrices plus ou moins bien adaptées³⁸.

L'accélération par ondes progressives est habituellement utilisée pour des particules légères qui atteignent très rapidement une vitesse voisine de c (comme c'est le cas pour les électrons ou les positrons). Le guide accélérateur prend alors la forme d'une suite de « sections accélératrices » comprenant chacune (figure 1-21) un nombre important de cellules (souvent plusieurs dizaines). La puissance RF est introduite par le biais d'un coupleur incident en début de structure, et la puissance restante récupérée via un coupleur de sortie.

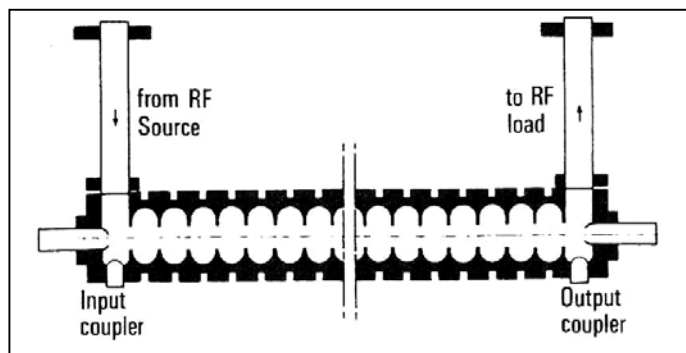


Figure 1-21 : Section accélératrice à ondes progressives.

Pour accélérer des particules plus lourdes (protons, ions) comme c'est le cas dans le réacteur hybride, l'accélération par ondes stationnaires est nettement préférable³⁹.

Ainsi, pour des particules de vitesse relativiste $\beta > 0.4$, on utilise généralement des « cavités accélératrices » indépendantes, ne comportant chacune que quelques cellules (moins d'une dizaine). Un des grands avantages de ce type de structures est la flexibilité, car une même cavité peut fonctionner pour plusieurs types de particules et dans une plage d'énergie relativement étendue. Elles peuvent par exemple être utilisées aussi bien dans des accélérateurs de protons ($0,4 < \beta < 1$) que dans des collisionneurs ($\beta = 1$) où électrons et positrons doivent pouvoir être accélérés dans des directions opposées (cavités LEP* par exemple).

Ces cavités résonantes, pour produire une accélération, doivent fonctionner sur le « mode π » : la longueur entre 2 cellules vaut une demi-longueur d'onde ($L = \lambda/2$), et le champ électrique E_z a des directions opposées dans les cellules adjacentes (figure 1-22). Ainsi, lorsque la particule arrive dans la cellule 1 au temps t , elle voit un champ E_z accélérateur, et quand elle arrive dans la cellule 2, à $t + \pi/\omega$, le champ E_z , qui était décélérateur au temps t , est à présent accélérateur également.

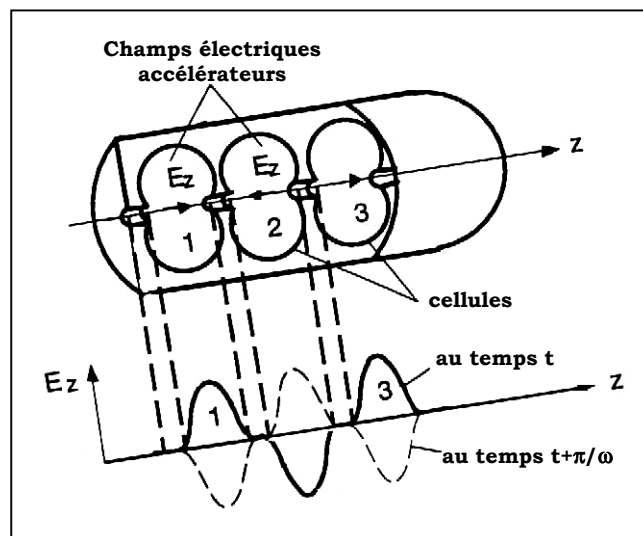


Figure 1-22 : Cavité accélératrice 3-cellules fonctionnant sur le mode π .

Pour des particules de vitesses plus faibles $\beta < 0.4$, la tenue mécanique de ces structures devient très médiocre ; il est alors généralement préférable de fonctionner sur le « mode 2π », qui permet de s'affranchir des parois inter-cellules. C'est sur ce principe que fonctionne le DTL (Drift Tube Linac) d'Alvarez. La particule n'est ici accélérée que dans les espaces séparant les « drift-tubes », soit la moitié du

* LEP : Large Electron-Positron storage ring au CERN (Genève).

temps (figure 1-23). La longueur entre 2 cellules vaut ici une longueur d'onde ($L=\lambda$), et le champ électrique E_z a la même direction dans toutes les cellules. Les structures de type DTL sont des structures très précises et très stables, et sont présentes dans la plupart des accélérateurs linéaires après l'injecteur.

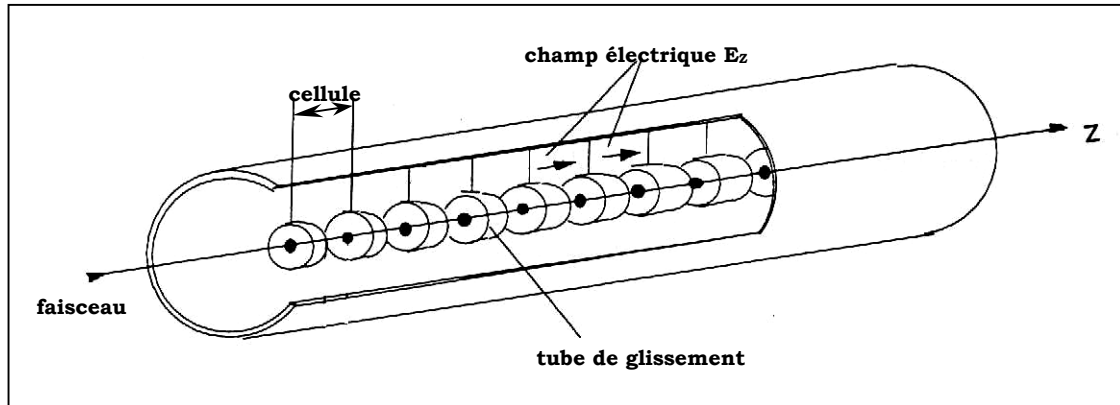


Figure 1-23 : DTL d'Alvarez, fonctionnant sur le mode 2π .

1. 2. 3. Les accélérateurs linéaires de protons de haute intensité.

Intéressons-nous à présent plus particulièrement aux accélérateurs de protons. Leur particularité essentielle est que la vitesse des particules augmente ici tout le long du linac. En effet, la vitesse relativiste d'une particule s'écrit, d'après (101) :

$$(118) \quad \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E_c + m_0 c^2} \right)^2}$$

avec $m_0 c^2 = 938,27 \text{ MeV}$ dans le cas d'un proton.
 $= 0,511 \text{ MeV}$ dans le cas d'un électron.

Ainsi, dans le cadre de l'accélérateur pour le projet hybride, obtenir en fin de linac des protons d'énergie cinétique de $E_c = 1 \text{ GeV}$ (respectivement 450 MeV dans le cas du démonstrateur) correspond à accélérer ces protons jusqu'à une vitesse relativiste de $\beta = 0,875$ (respectivement $\beta = 0,737$) : on voit que la vitesse des particules reste faible*, et ne cesse d'augmenter.

Cela implique d'une part un fonctionnement en mode stationnaire, et d'autre part, le développement de sections accélératrices de types différents, chacune adaptée à une gamme d'énergie cinétique spécifique. La technologie des cavités résonantes sera notamment utilisée dans la partie haute énergie, pour des protons de $\beta > 0,4$.

Le choix de la supraconductivité -----

Le réacteur hybride impose de pouvoir disposer d'un faisceau continu de protons de haute intensité (de l'ordre de 100 mA), et de puissance non seulement importante, mais aussi adaptable selon les besoins de la cible de spallation.

Plusieurs linacs à protons existent dans le monde, mais la plupart d'entre eux développent des faisceaux d'une puissance bien moindre que les dizaines de MW requis par le réacteur hybride. Le LAMPF (Los Alamos Linear Proton Accelerator), mis en service en 1972, et celui qui atteint l'énergie la plus grande : les protons sont accélérés jusqu'à 800 MeV avec une intensité moyenne de 1 mA (régime pulsé).

La plupart des autres projets d'accélérateurs linéaires de protons actuels sont destinés à la production de neutrons via le phénomène de spallation, et visent

* Les protons n'atteignent une vitesse de $0,999c$ qu'à 10 GeV , contre 10 MeV dans le cas des électrons.

également des puissances faisceau de plusieurs MW. Le développement de ce type de linac est d'ailleurs aujourd'hui devenu un enjeu majeur devant la grande variété d'applications envisageables* : recherche en structure des matériaux par diffusion de neutrons⁴⁰, études sur la transmutation pour le retraitement des déchets nucléaires ou la production de tritium, projets de sources de neutrinos, mais aussi production de faisceaux d'ions radioactifs pour la physique nucléaire, etc..

Ces applications peuvent nécessiter des faisceaux de protons continus (comme dans le cas de la transmutation) ou des faisceaux pulsés, mais dans tous les cas avec des intensités et des énergies très élevées. C'est précisément pour cette raison que les différents programmes de R&D travaillant sur le sujet convergent aujourd'hui vers le développement de linacs utilisant la technologie des cavités résonantes supraconductrices (SC) dans leur partie haute énergie.

En effet, l'utilisation de la supraconductivité présente plusieurs avantages décisifs :

- en premier lieu, elle permet d'envisager un fonctionnement où la quasi totalité de la puissance RF fournie est absorbée par le faisceau et utilisée pour l'accélération. En effet, on verra par la suite à quel point les dissipations dans une cavité supraconductrice sont négligeables : pour une puissance incidente d'une centaine de kW, ce ne sont que quelques Watts qui sont dissipés sur les parois de la cavité. On peut ainsi atteindre des efficacités RF proches de 100%, contre uniquement 50% dans le cas de structures classiques en cuivre fonctionnant à température ambiante. Le coût de fonctionnement est alors considérablement réduit, notamment dans le cas des accélérateurs de forte puissance ; le fonctionnement en régime continu devient ainsi facilement envisageable, ce qui représente au final un des intérêts majeurs de la supraconductivité dans l'application qui nous intéresse. De plus, le nombre de sources de puissance nécessaires devient moindre, ce qui réduit également les coûts d'investissement.
- l'utilisation des cavités supraconductrices permet également de réduire considérablement les risques de pertes de particules. En effet, le diamètre du tube faisceau peut être choisi très large, contrairement au cas des cavités classiques en cuivre, tout en conservant des pertes négligeables. Ceci permet notamment de minimiser les risques d'interception du halo du faisceau par la structure accélératrice, même pour des courants très importants⁴¹. Le problème de l'activation des structures devient ainsi beaucoup moins critique, d'où une fiabilité accrue. De plus, la grande ouverture des tubes faisceau permet aussi de rendre moins dangereuse l'excitation des modes supérieurs parasites.

* Toutes ces applications sont souvent regroupées dans le cadre de projets uniques comme le « Joint-Project » japonais, ou le tout récent projet « multi-purpose » européen.

- de plus, les récents progrès en matière de supraconductivité RF ont permis de développer des cavités produisant des gradients accélérateurs très élevés, comme par exemple dans le cadre de la collaboration sur le projet TESLA^{42*} : une accélération de 10MV/m est aujourd’hui atteinte sans difficultés dans une cavité SC, contre à peine 2 ou 3MV/m pour des cavités classiques en cuivre. Cela permet notamment de pouvoir réduire très nettement (de plus d’un facteur 3) la longueur de la partie haute énergie du linac.
- enfin, l’utilisation des cavités supraconductrices permet une grande flexibilité au niveau de l’utilisation de l’accélérateur : la puissance faisceau pourra par exemple être modifiée tout en maintenant une efficacité globale convenable, chose qui est appréciable, notamment dans le cadre du réacteur hybride.
- les cavités supraconductrices ont cependant le désavantage de devoir être refroidies à très basses températures (quelques Kelvins), ce qui implique le développement d’un système de refroidissement cryogénique à l’hélium liquide, dont l’efficacité (cycle de Carnot) est toujours très faible. Cependant, il s’avère que cet inconvénient reste marginal, aussi bien en terme de coût qu’en terme de développement puisque les technologies des très basses températures sont aujourd’hui parfaitement maîtrisées.

Tous les grands projets de linacs à protons de haute intensité ont ainsi convergé vers le choix de la supraconductivité pour leur partie haute énergie, que ce soit les projets utilisant des faisceaux continus (projets de réacteurs hybrides, projet américain APT[†]) ou des faisceaux pulsés (projets de sources de neutrons ESS[‡] en Europe, ou SNS[§] aux Etats-Unis).

Le choix de la fréquence de fonctionnement -----

Un des premiers choix à effectuer lors de la conception d’un accélérateur est sa fréquence de fonctionnement. En vérité, ce choix relève plus d’un ensemble de compromis que d’une nécessité particulière, notamment dans le cas des cavités supraconductrices qui nous intéressent.

* TESLA : Tera eV Energy Superconducting Linear Accelerator.

† APT : Accelerator Production of Tritium.

‡ ESS : European Spallation Source.

§ SNS : Spallation Neutron Source.

En premier lieu, il est important de noter que plus la fréquence de fonctionnement est grande, plus les structures accélératrices sont de taille réduite : il s'agit donc de trouver le compromis entre des structures de taille minimale, mais qui gardent des tubes faisceaux de diamètre suffisant. Cette première considération impose généralement de travailler dans la plage de fréquence 100MHz-10GHz.

On peut aussi montrer qu'il y a souvent une forte corrélation entre les propriétés des particules accélérées (nature, vitesse) et la fréquence de fonctionnement choisie⁴³ : ainsi, plus la vitesse de la particule est lente, plus la fréquence doit être faible pour une accélération efficace. Il est ainsi d'usage de travailler dans la plage du GHz lorsqu'il s'agit d'accélérer des électrons, et de la centaine de MHz dans le cas des protons.

De plus, l'usage de la supraconductivité impose, comme on le verra dans le chapitre 2.3, de travailler dans la plage 300MHz-3GHz : pour des fréquences moindres, les gradients accélérateurs deviennent médiocres, et pour des fréquences plus élevées, ce sont les pertes RF qui deviennent non-négligeables.

Dans le cas de l'accélérateur pour réacteur hybride, il s'avère qu'une réflexion approfondie sur le sujet aboutit, pour des raisons de coûts essentiellement, au choix d'une fréquence de fonctionnement, pour la partie haute-énergie supraconductrice, comprise entre 600MHz et 1GHz⁴⁴.

Le choix précis de la fréquence de fonctionnement dépend ensuite des contingences extérieures : dans le cas du projet d'accélérateur pour hybride en France, ce choix a essentiellement été influencé par les savoir-faire existants. Ainsi, la fréquence de la partie basse-énergie (injecteur+RFQ+DTL) a été fixée à 352,2MHz, d'une part pour des raisons conceptuelles liées à la dynamique du faisceau, mais aussi afin de s'appuyer sur les technologies développées par le CERN à cette fréquence-là.

Cette fréquence n'a par contre pas été retenue pour la partie haute-énergie, la plage d'utilisation optimale des cavités résonantes supraconductrices étant 600MHz-1GHz. Mais la nécessité de travailler sur une fréquence multiple de la fréquence source a naturellement imposé de travailler sur le premier harmonique, soit à une fréquence de 704,4MHz. Ce choix a par ailleurs été appuyé par le fait qu'une telle technologie à 700MHz fait parallèlement l'objet d'études à Los Alamos dans le cadre du projet APT⁴⁵ depuis quelques années.

Le projet d'accélérateur pour hybride en France -----

Le « démonstrateur » de réacteur hybride nécessite, comme on l'a vu, une puissance faisceau de l'ordre de 9MW. Connaissant cette puissance, une optimisation des coûts montre qu'il est préférable de choisir un faisceau de protons d'intensité 20mA et d'énergie finale 450MeV.

De plus, l'utilisation de la technologie des cavités supraconductrices dans la partie haute énergie met en évidence que la longueur totale du linac peut être réduite à moins de 300 mètres (figure 1-24).

Les trois grandes parties qui composeront l'accélérateur sont :

- l'injecteur IPHI (Injecteur pour Protons de Haute Intensité) fonctionnant à 352,2MHz, et pouvant produire un faisceau continu de 10MeV à des intensités de 100mA⁴⁶. Il est composé d'une source produisant un faisceau de 95keV (source SILHI*, déjà en fonctionnement à Saclay⁴⁷), d'un RFQ[†] couvrant la plage 95keV-5MeV, et d'un DTL pour les énergies supérieures.
- la partie intermédiaire (10MeV-85MeV), qui n'est pas encore véritablement définie. Elle sera constituée soit d'un DTL, soit de cavités supraconductrices adaptées aux protons de très faibles β (cavités $\lambda/4$, cavités réentrantes, cavités « spoke »...). C'est au sein de cette structure que devra être placée la transition en fréquence de fonctionnement (352,2MHz/704,4MHz) ; l'énergie de cette transition sera déterminée par les études de dynamique faisceau une fois les structures accélératrices définies.
- la partie haute énergie (projet ASH : Accélérateur Supraconducteur pour Hybride) qui couvrira la plage 85MeV-450MeV, et sera composée de cavités supraconductrices en niobium massif fonctionnant à 704,4MHz. La température de fonctionnement sera de 2°K (refroidissement à l'hélium superfluide), ce qui permettra de développer des gradients accélérateurs de l'ordre de 10MV/m tout en gardant des pertes RF extrêmement faibles. Pour des raisons de fiabilité, un unique coupleur de puissance alimentera chaque cavité, qui sera composée de 5 cellules. Ces cavités seront regroupées par 2 au sein de « cryomodules[‡] » entre

* SILHI : Source d'Ions Légers de Haute Intensité.

† RFQ : Radio Frequency Quadrupole. Le RFQ est une structure accélératrice très efficace dans les faibles énergies. Son invention ne date que du début des années 80.

‡ Un « cryomodule » est, dans le langage des accélérateurs, un cryostat horizontal dans lequel sont placées les structures accélératrices nécessitant un refroidissement cryogénique (ici à l'hélium liquide).

lesquels on placera des aimants « quadrupôles » standards (fonctionnant à température ambiante) pour la focalisation du faisceau. Enfin, cette partie haute énergie sera divisée en 2 sections composées de cavités de géométries différentes : la première ($\beta=0,47$) couvrira la plage d'énergie 85MeV-185MeV. La seconde ($\beta=0,66$) atteindra 450MeV. Notons pour finir qu'une troisième section ($\beta=0,86$) pourra être éventuellement ajoutée afin d'atteindre des énergies supérieures au GeV.

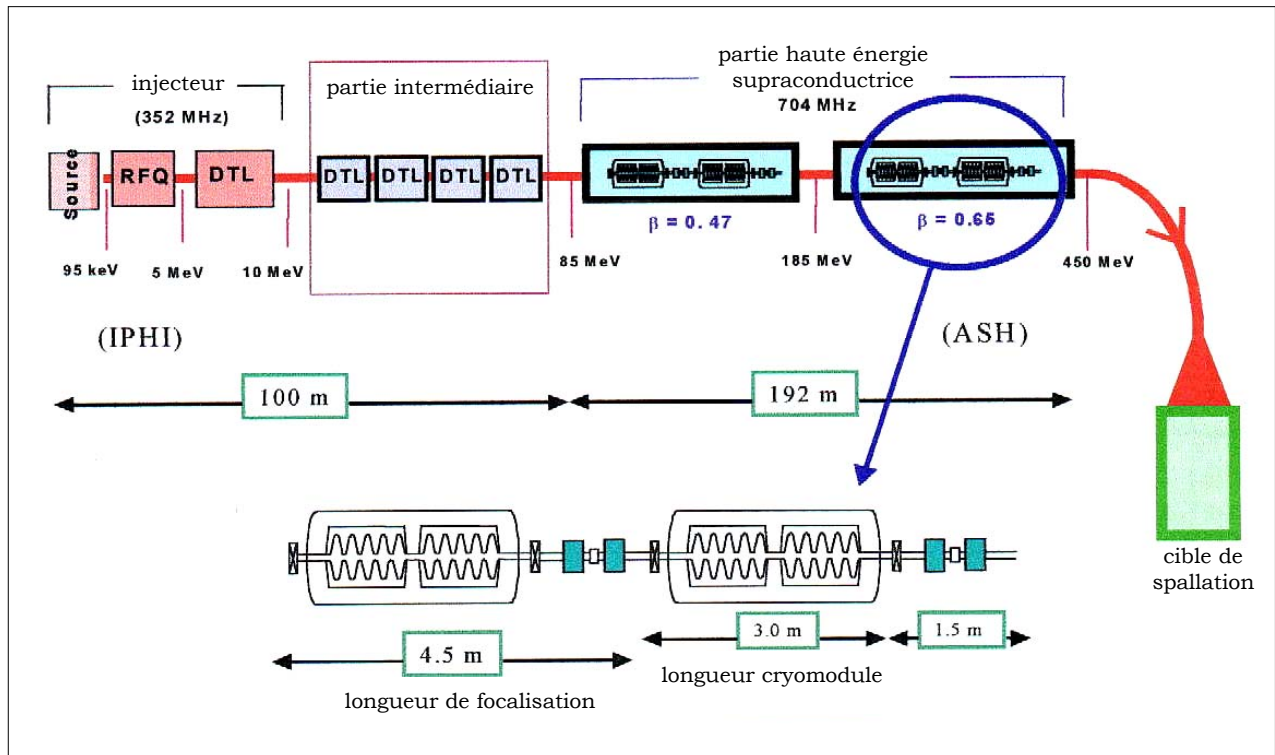


Figure 1-24 : Schéma de principe de l'accélérateur démonstrateur pour le projet hybride européen.

L'étude et le développement des cavités supraconductrices utilisées dans ASH fait précisément l'objet de cette thèse ; nous reviendrons ainsi en détails dans le chapitre 3 sur les raisons qui ont motivé la plupart des choix décrits précédemment. Mais avant tout, nous allons présenter dans le chapitre 2 les quelques éléments théoriques nécessaires à la bonne compréhension du fonctionnement des cavités résonantes supraconductrices.



- Chapitre 2 -



**CAVITES RESONANTES
&
SUPRACONDUCTIVITE**

Illustration au dos :

Cavité 5-cellules à protons APT (source : CERCA)

2. 1. Les cavités électromagnétiques résonantes.

Une cavité résonante a pour fonction, dans l'accélérateur, de fournir au faisceau une source de champ électrique radiofréquence accélérateur.

Une cavité se présente comme un volume de diélectrique (généralement le vide) entouré complètement de parois conductrices, dans lequel les champs électromagnétiques peuvent prendre, pour certaines fréquences, certaines configurations spatiales. Ces champs s'établissent sous la forme d'un régime d'ondes quasi stationnaires, et permettent à la cavité d'emmagasiner de l'énergie électromagnétique pendant des temps très longs : la cavité est dite « résonante ». Il est alors possible d'utiliser cette énergie stockée pour la transférer à une particule traversant la cavité : la particule voit ainsi augmenter son énergie, et elle est accélérée.

Nous étudierons ici en détails le principe de fonctionnement de la cavité résonante, en nous appuyant d'abord sur le modèle analytique de la cavité « pill-box », puis en décrivant les paramètres essentiels caractérisant le fonctionnement d'une cavité résonante quelconque utilisée pour l'accélération de particules chargées.

2. 1. 1. Le modèle de la cavité « pill-box ».

Calcul des champs dans la cavité « pill-box »-----

Considérons une cavité cylindrique entièrement fermée, de longueur L et de rayon R (figure 2-1), dont les parois métalliques sont parfaitement conductrices, et dont le diélectrique intérieur a pour constantes diélectrique et magnétique ϵ et μ . On suppose les milieux homogènes, linéaires et isotropes.

A l'intérieur de la cavité, la répartition des champs électromagnétiques obéit aux équations de Maxwell dans le cas d'un espace sans charges ni courants :

$$(201) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

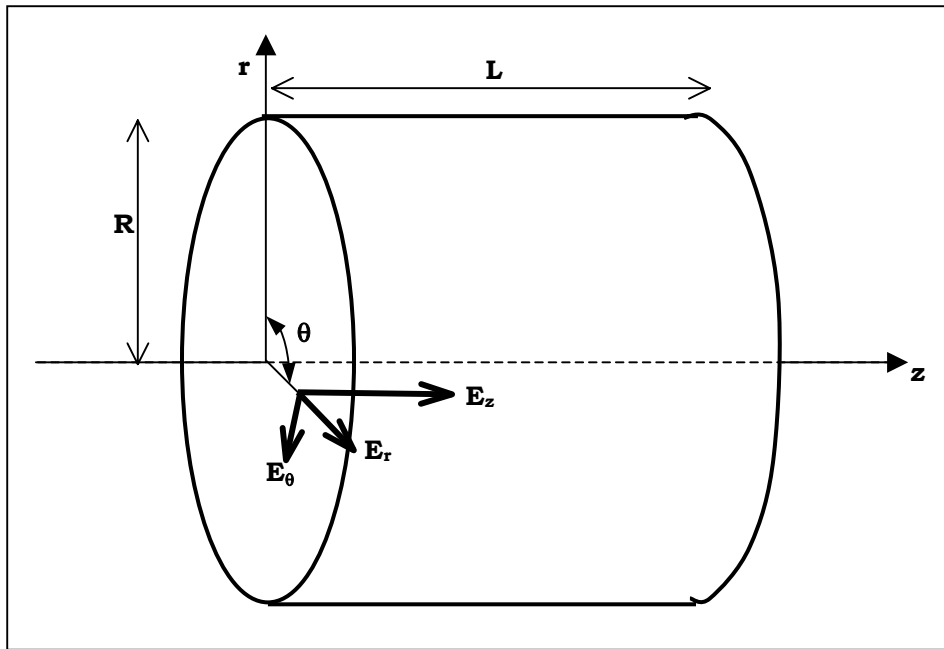


Figure 2-1 : Cavité cylindrique « pill-box ».

Les ondes RF susceptibles de se développer au sein d'une cavité résonante ont une dépendance temporelle en $\exp(j\omega t)$. Les équations de Maxwell conduisent alors aux deux équations de Helmholtz ( quations d'onde) :

$$(202) \quad \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad \nabla^2 \vec{B} + k^2 \vec{B} = 0$$

où k est le nombre d'onde associé à l'onde RF de fréquence $f=2\pi\omega$:

$$(203) \quad k^2 = \mu\epsilon\omega^2$$

Précisons que dans le cas où le diélectrique est le vide, cas dans lequel nous nous placerons dans la suite, le nombre d'onde k s'écrit alors :

$$(204) \quad k = \frac{\omega}{c}$$

Les équations (202), appliquées à chaque composante de champ, forment un système de 6 équations qui, en coordonnées cylindriques, s'écrit :

$$(205) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \Psi = 0$$

où Ψ représente les composantes longitudinales, radiales, et azimutales des champs électriques et magnétiques ($\Psi = E_z, E_r, E_\theta, B_z, B_r, B_\theta$).

Ce système d'équations peut être résolu simplement⁴⁸ en appliquant la méthode de séparation des variables, et en précisant les conditions aux limites sur les parois métalliques de la cavité, qui s'écrivent classiquement $\vec{n} \wedge \vec{E} = 0$ et $\vec{n} \cdot \vec{B} = 0$, où \vec{n} représente le vecteur unitaire normal à la paroi de la cavité.

Par analogie avec la théorie des guides d'ondes*, on peut alors montrer que les champs présents dans la cavité forment des ondes purement stationnaires. Ces ondes sont de deux types :

- les ondes transverses électriques TE, pour lesquelles $E_z=0$.
- les ondes transverses magnétiques TM, pour lesquelles $B_z=0$.

On peut également montrer que, pour un type d'onde donné (TE ou TM), le système d'équations (205) n'est vérifié que pour certaines valeurs de k bien particulières que l'on note k_{mnp} , et qui forment un ensemble discret et infini de valeurs.

A chaque valeur de k_{mnp} correspond alors un mode particulier, noté TE_{mnp} ou TM_{mnp} , de fréquence associée f_{mnp} , et de longueur d'onde λ_{mnp} où :

$$(206) \quad f_{mnp} = \frac{c}{2\pi} k_{mnp} \quad \text{et} \quad \lambda_{mnp} = \frac{2\pi}{k_{mnp}}$$

Comme dans le cas du guide d'ondes, les indices utilisés sont des nombres entiers positifs. Ces indices permettent de définir entièrement la configuration des champs dans la cavité ; ils indiquent en effet la périodicité des champs selon chacune des directions du repère cylindrique :

- m indique le nombre exact de périodes des champs dans la direction azimutale (lorsqu'on effectue un tour complet sur une section transversale de la cavité, θ variant de 0 à 2π). Du fait de leur configuration spatiale, on parlera, dans le cas où $m=0$, de *modes monopolaires* ; pour $m=1$, il s'agira de *modes dipolaires*, pour $m=2$, de *modes quadripolaires*, etc..
- n indique le nombre exact de fois où les champs (E ou B) s'annulent dans la direction radiale (pour un déplacement suivant r , r variant de 0 à R).

* La cavité « pill-box » n'est en définitive qu'une simple section de guide d'ondes terminée à ses deux extrémités par des plans métalliques perpendiculaires à son axe.

- enfin, p indique le nombre exact de demi-périodes des champs dans la direction longitudinale (pour un déplacement suivant z, z variant de 0 à L). A noter que pour les modes TE, le cas p=0 est interdit car il ne correspond à aucun mode réel (les champs sont alors nuls en tout point).

Pour une meilleure compréhension de ces notations, on trouvera en annexe 2 la liste des premiers modes présents dans une cavité pill-box, avec leur dénomination et une représentation 3D de leur configuration spatiale. La cavité décrite dans cet exemple est dimensionnée pour accélérer des particules d'énergie cinétique $E_c \approx 300\text{MeV}$ à une fréquence de 704,4MHz.

Expression des champs pour les modes TE -----

Dans le cas d'une onde TE_{mnp} , les champs électromagnétiques dans la cavité prennent la forme analytique suivante (à la dépendance en $\exp(j\omega t)$ près) :

$$(207) \quad E_z(z, r, \theta) = 0$$

$$E_r(z, r, \theta) = j A m k_{mnp} \times \sin(k_g z) \times \frac{1}{r} J_m(k_c r) \times \sin(m\theta)$$

$$E_\theta(z, r, \theta) = j A k_{mnp} k_c \times \sin(k_g z) \times J'_m(k_c r) \times \cos(m\theta)$$

$$B_z(z, r, \theta) = \frac{A}{c} k_c^2 \times \sin(k_g z) \times J_m(k_c r) \times \cos(m\theta)$$

$$B_r(z, r, \theta) = \frac{A}{c} k_c k_g \times \cos(k_g z) \times J'_m(k_c r) \times \cos(m\theta)$$

$$B_\theta(z, r, \theta) = -\frac{A}{c} m k_g \times \cos(k_g z) \times \frac{1}{r} J_m(k_c r) \times \sin(m\theta)$$

où $m=0, 1, 2, \dots$
 $n=1, 2, 3, \dots$
 $p=1, 2, 3, \dots$

$J_m(x)$ représente la fonction de Bessel* d'ordre m, $J'_m(x)$ sa dérivée, et A est une constante de normalisation.

* Les évolutions des premières fonctions de Bessel $J_m(x)$ sont exposées en annexe 1. On y trouvera également leurs premières racines j_{mn} ainsi que celles de leur dérivée j'_{mn} .

Le nombre d'onde k_{mnp} est lui donné par :

$$(208) \quad k_{mnp} = \sqrt{k_c^2 + k_g^2}$$

avec $k_g = \frac{p\pi}{L}$ (nombre d'onde du guide)

et $k_c = \frac{j'_{mn}}{R}$ (nombre d'onde de coupure*) où j'_{mn} est la racine nième de $J'_m(x)$.

La fréquence de résonance du mode TE_{mnp} s'exprime alors, d'après (206) et (208), comme :

$$(209) \quad f_{mnp} = c \sqrt{\left(\frac{j'_{mn}}{2\pi R}\right)^2 + \left(\frac{p}{2L}\right)^2}$$

Expression des champs pour les modes TM -----

Dans le cas d'une onde TM_{mnp} , les champs prennent cette fois la forme :

$$(210) \quad E_z(z, r, \theta) = A k_c^2 \times \cos(k_g z) \times J_m(k_c r) \times \cos(m\theta)$$

$$E_r(z, r, \theta) = -A k_c k_g \times \sin(k_g z) \times J'_m(k_c r) \times \cos(m\theta)$$

$$E_\theta(z, r, \theta) = A m k_g \times \sin(k_g z) \times \frac{1}{r} J_m(k_c r) \times \sin(m\theta)$$

$$B_z(z, r, \theta) = 0$$

$$B_r(z, r, \theta) = -j \frac{A}{c} m k_{mnp} \times \cos(k_g z) \times \frac{1}{r} J_m(k_c r) \times \sin(m\theta)$$

$$B_\theta(z, r, \theta) = -j \frac{A}{c} k_{mnp} k_c \times \cos(k_g z) \times J'_m(k_c r) \times \cos(m\theta)$$

où $m=0, 1, 2, \dots$

$n=1, 2, 3, \dots$

$p=0, 1, 2, \dots$

* Par $f_c = k_c c / 2\pi = j'_{mn} c / 2\pi R$, on reconnaît ici la fréquence de coupure d'un guide d'onde cylindrique de rayon R pour le mode TE_{mn} (idem page suivante pour le mode TM_{mn} : on a alors $f_c = j_{mn} c / 2\pi R$).

Le nombre d'onde k_{mnp} prend cette fois la valeur :

$$(211) \quad k_{mnp} = \sqrt{k_c^2 + k_g^2}$$

avec $k_g = \frac{p\pi}{L}$

et $k_c = \frac{j_{mn}}{R}$, où j_{mn} est la racine $n^{\text{ième}}$ de $J_m(x)$,

La fréquence de résonance du mode TM_{mnp} s'exprime alors, d'après (206) et (211), comme :

$$(212) \quad f_{mnp} = c \sqrt{\left(\frac{j_{mn}}{2\pi R}\right)^2 + \left(\frac{p}{2L}\right)^2}$$

Situation le long de l'axe faisceau -----

Dans un fonctionnement accélérateur, le faisceau de particules traverse la cavité pill-box de part en part le long de l'axe z . C'est donc essentiellement autour de cet axe que les champs électromagnétiques générés par les divers modes doivent être étudiés avec une grande précision.

Les modes susceptibles de produire une accélération sont ceux dont le champ E_z est non nul en $r=0$:

- en ce qui concerne les modes TE, E_z est, par définition, nul en tout point de la cavité, et à fortiori sur l'axe $r=0$. Ces modes ne sont donc d'aucun intérêt pour l'accélération.
- les modes TM multipolaires ($m \neq 0$) ont eux aussi un champ E_z nul sur l'axe de la cavité. Par contre les modes monopolaires TM_{0np} ont eux un champ électrique E_z non nul sur l'axe du faisceau : on les appelle les *modes accélérateurs*.

Parmi ces modes accélérateurs, celui qui a la structure la plus simple est le mode TM_{010} ; c'est aussi celui qui a la fréquence la plus basse, pour peu que la condition $L < 2R$ soit satisfaite. C'est ce mode, appelé *mode fondamental*, que l'on utilise préférentiellement pour l'accélération.

Les champs développés par le mode TM_{010} se résument à deux composantes* (figure 2-2) :

$$(213) \quad E_z(z, r, \theta, t) = A \left(\frac{2,405}{R} \right)^2 J_0 \left(2,405 \frac{r}{R} \right) \exp(j\omega_0 t)$$

$$B_\theta(z, r, \theta, t) = j \frac{A}{c} \left(\frac{2,405}{R} \right)^2 J_1 \left(2,405 \frac{r}{R} \right) \exp(j\omega_0 t)$$

Sa fréquence de résonance $f_0 = 2\pi\omega_0$ est donnée, d'après (212), par :

$$(214) \quad f_0 = \frac{2,405}{2\pi R} c$$

Il est intéressant de remarquer que la fréquence fondamentale f_0 ne dépend que du rayon R de la cavité.

Pour un fonctionnement à 704,4MHz, le rayon de la cavité accélératrice devra être, d'après le modèle de la pill-box, d'environ 16,3cm.

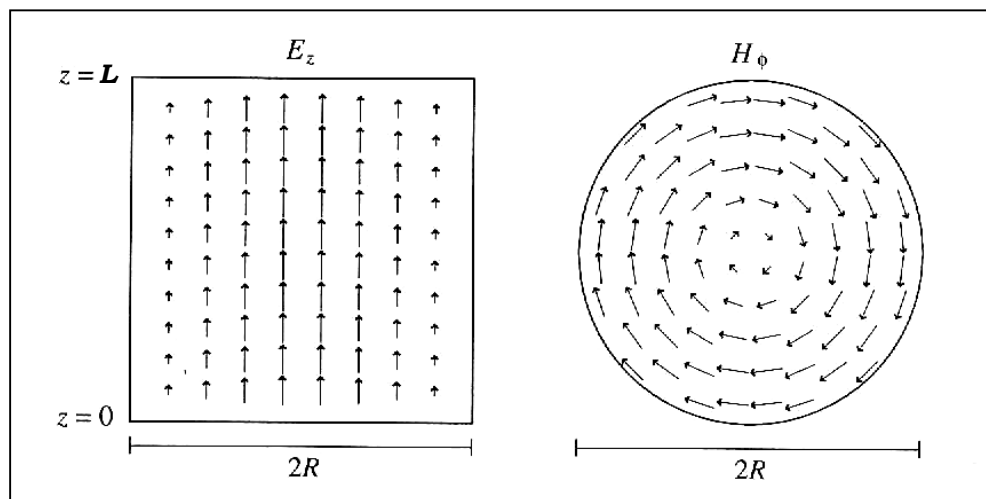


Figure 2-2 : Configuration des champs pour le mode TM_{010} .

Afin de produire l'accélération, il suffira ainsi d'exciter le mode fondamental TM_{010} en fournissant à la cavité de l'énergie RF à la fréquence f_0 adaptée. Cette excitation

* Notons que l'amplitude du champ E_z est ici constant sur l'axe du faisceau ; concernant B_θ , l'expression (213) dérive du fait que $J_1(x) = -J'_0(x)$ (cf. annexe 1).

se fait en pratique par le biais d'une source de puissance RF couplée à la cavité via un « coupleur de puissance ».

Tous les autres modes (appelés *modes supérieurs*) sont indésirables, et l'on évitera de les exciter pour ne pas perturber le faisceau. Cependant, on verra au chapitre 5 que le faisceau lui-même est capable d'exciter ces modes indésirables. Il sera ainsi nécessaire d'étudier en détail l'interaction faisceau/cavité afin de prévenir tout risque de perturbation du faisceau (déviations, dissipations d'énergie...).

On peut dès à présent repérer les modes supérieurs potentiellement les plus dangereux ; ils sont de deux types :

- les modes supérieurs pour lesquels $E_z \neq 0$ sur l'axe faisceau. Ce sont, comme on vient de le voir, les modes du type TM_{0np} . Ces modes peuvent notamment perturber la bonne accélération des particules et provoquer des dissipations d'énergie indésirables.
- les modes capables de produire des champs radiaux sur l'axe z . Une étude détaillée montre que les seuls modes produisant des champs de ce type sont les modes dipolaires TM_{1np} et TE_{1np} (avec $p \neq 0$), comme on peut s'en rendre compte sur les figures de l'annexe 2. Ces modes sont indésirables car ils sont susceptibles de dévier le faisceau de sa trajectoire. Notons enfin que les modes multipolaires pour lesquels $m > 1$ ne développent des champs qu'à proximité de l'axe faisceau ; ils présentent généralement un risque moindre, comme nous le reverrons au cours du chapitre 5.

2. 1. 1. Paramètres caractéristiques d'une cavité.

Notion de fréquence de coupure -----

La cavité pill-box est un modèle idéal. Dans la pratique, afin de permettre au faisceau de traverser la cavité, il est nécessaire de lui ajouter des « tubes faisceau » à chaque extrémité (figure 2-3).

Ces tubes faisceau sont en réalité des guides d'ondes cylindriques à l'intérieur desquels peuvent se propager, comme on l'a vu dans le chapitre 1, des ondes progressives du type TM_{mn} ou TE_{mn} , et ceci à la condition que leur fréquence soit plus grande que la fréquence de coupure correspondante f_c du guide.

Les modes résonants présents dans la cavité vont alors avoir tendance, pour peu que leur fréquence soit suffisamment élevée, à se coupler avec ces ondes progressives pour se propager à l'extérieur de la cavité le long des tubes faisceau.

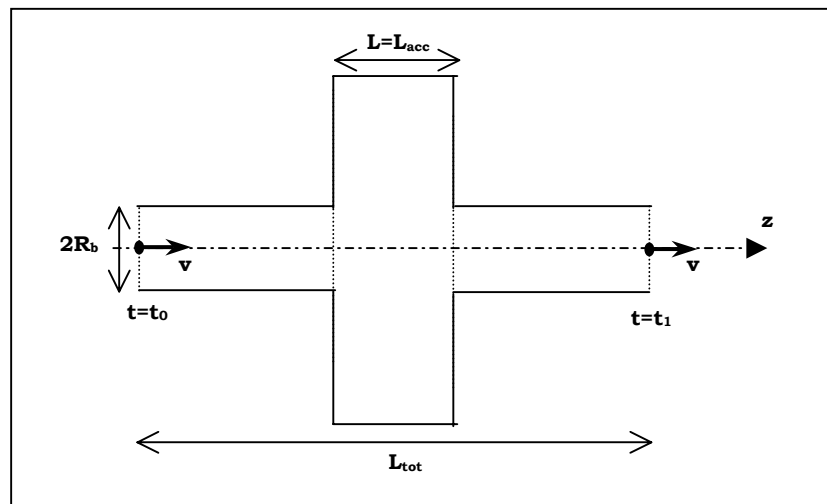


Figure 2-3 : Cavité « pill-box » avec tubes faisceau.

Généralement, les modes progressifs TM_{01} et TE_{11} permettent de coupler la plupart des modes résonants présents dans la cavité*. Leur fréquence de coupure s'écrit, pour un tube de rayon R_b :

$$(215) \quad f_c(TM_{01}) = \frac{2,405 c}{2\pi R_b} \quad \text{et} \quad f_c(TE_{11}) = \frac{1,841 c}{2\pi R_b}$$

* Notons toutefois ici que les modes résonants TE_{0np} ont tendance à ne se coupler qu'avec le mode progressif TE_{01} qui a une fréquence de coupure plus élevée égale à $3,832c/2\pi R_b$.

Les modes résonants qui se propageront à l'extérieur de la cavité seront donc ceux dont la fréquence est supérieure à $f_c(TM_{01})$ ou à $f_c(TE_{11})$ suivant les cas (voire à $f_c(TE_{01})$ pour les modes TE monopolaires). Il est alors bien sûr indispensable de s'assurer que la fréquence du mode fondamental accélérateur est bien inférieure à ces fréquences de coupures.

Pour un fonctionnement à $f_0=704,4\text{MHz}$, le rayon des tubes faisceau devra satisfaire, pour éviter tout risque de propagation du mode fondamental à l'extérieur de la cavité, la condition $R_b < 12,47\text{cm}$.

Notons ici qu'en ajoutant des tubes faisceau à chaque extrémité de la cavité pill-box, le calcul des champs devient très difficile analytiquement.

De plus, les cavités réelles n'ont en général pas une forme cylindrique parfaite, comme on le verra par la suite. Le calcul analytique des champs devient alors infaisable, et il est nécessaire de recourir à l'usage de codes de calculs tels SUPERFISH, URMEL ou MAFIA.

Le champ accélérateur E_{acc} -----

Considérons donc ici une cavité de forme quelconque résonnant à la fréquence $f_0=2\pi\omega_0$. Soit $L=L_{acc}$ la longueur de la cavité en elle-même*, L_{tot} sa longueur totale (y compris les tubes faisceau), et $E_z(z, r=0)$ la fonction définissant le profil du champ longitudinal qu'elle développe sur l'axe du faisceau.

Afin de mieux comprendre comment le mode fondamental TM_{010} provoque l'accélération, prenons le cas d'une particule de charge q et de vitesse $v=\beta c$ pénétrant dans la cavité à l'instant $t=t_0$ ($z=0$), et en ressortant à l'instant $t=t_1$ ($z=L_{tot}$) (figure2-3).

D'après (104), le gain d'énergie de la particule lors de sa traversée de la cavité s'écrit alors :

$$(216) \quad \Delta U = \int_{t_0}^{t_1} q \vec{E} \cdot \vec{v} dt$$

* Nous définissons ici la « longueur accélératrice » de la cavité L_{acc} comme étant la longueur de la (ou des) cellule(s) de la cavité.

On définit alors le *champ accélérateur* E_{acc} développé dans la cavité par :

$$(217) \quad \left| E_{acc} = \frac{|\Delta\tilde{U}|}{qL_{acc}} = \frac{1}{L_{acc}} \left| \int_{t_0}^{t_1} E_z(z, r=0) e^{j\omega_0 t} \cdot dt \right| \right|$$

Si l'on suppose que la variation de vitesse de la particule entre t_0 et t_1 est négligeable ($v=cte$), l'équation (217) peut alors se réécrire comme :

$$(218) \quad E_{acc} = \frac{1}{L_{acc}} \left| \int_0^{L_{tot}} E_z(z, r=0) e^{j\omega_0 z/\beta c} \cdot dz \right|$$

On peut ici noter plusieurs choses concernant E_{acc} :

- il est calculé sur toute la longueur de la cavité (L_{tot}), mais normalisé par rapport à la longueur de la cavité sans ses tubes ($L=L_{acc}$).
- il dépend de la vitesse de la particule incidente (β).
- il s'exprime comme le module d'une valeur complexe : E_{acc} ne tient ainsi pas compte de l'éventuel déphasage de la particule lors de son arrivée dans la cavité. E_{acc} représente donc le champ accélérateur *maximum* envisageable, et non le champ réel vu par la particule.

Le gain d'énergie de la particule lors de sa traversée de la cavité correspond à la partie réelle de $\Delta\tilde{U}$; le champ accélérateur réel vu par la particule peut s'écrire alors :

$$(219) \quad E_{vrai} = \frac{\text{Re}(\Delta\tilde{U})}{qL_{acc}} = E_{acc} \cos(\varphi_s)$$

où φ_s est la « phase synchrone » représentant le déphasage entre l'onde accélératrice et la particule incidente. Le choix de cette phase synchrone est dicté par les études liées à la dynamique faisceau.

Pour des raisons de stabilité, on choisit souvent des valeurs de l'ordre de $\varphi_s = -30^\circ$ (figure 2-4) : en effet, si l'on travaille dans cette zone de champ stable, la particule arrive au moment où le champ augmente dans la cavité ; une particule légèrement déphasée arrivant un peu trop tôt (b) sera moins accélérée et aura alors tendance à « attendre » la particule bien synchronisée (a) ; de même, une particule arrivant un peu trop tard (c) sera plus accélérée et « rattrapera » la particule synchrone. A

l'inverse, si un paquet de particules arrive dans la cavité lorsque le champ diminue (zone de phase instable), ce paquet aura tendance à « éclater » (points e et f).

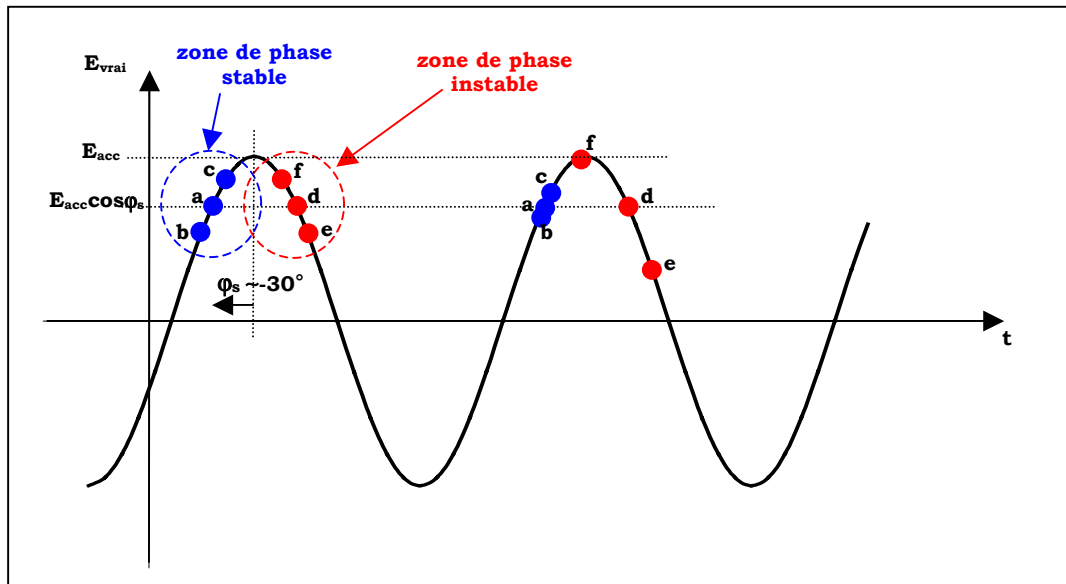


Figure 2-4 : Le problème de la stabilité de phase.

Enfin, il faut noter qu'il est d'usage de définir le « facteur de temps de transit » T comme :

$$(220) \quad T = \frac{\left| \int_0^{L_{tot}} E_z(z, r=0) \exp\left(j \frac{\omega_0 z}{\beta c}\right) \cdot dz \right|}{\left| \int_0^{L_{tot}} E_z(z, r=0) \cdot dz \right|}$$

Appliquons les calculs précédents au cas idéal de la cavité pill-box sans tubes faisceau ($L_{tot}=L=L_{acc}$). D'après (213), le profil de champ $E_z(z, r=0)$ est alors constant (noté E_0). Le champ accélérateur s'exprime alors, d'après (218), comme :

$$(221) \quad E_{acc}(\beta) = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\omega_0 L}{2\beta c}\right)}{\left(\frac{\omega_0 L}{2\beta c}\right)} = E_0 T(\beta)$$

Le « bêta géométrique » -----

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, l'accélération par ondes stationnaires peut se réaliser de deux façons différentes : fonctionnement en « mode π » ou fonctionnement en « mode 2π » .

L'accélération via le mode TM_{010} interdit le « mode 2π » (pour lequel $L=\beta c/f_0$) puisque d'après (221), le champ accélérateur produit est alors nul. La cavité doit donc fonctionner en « mode π », et sa longueur, d'après (117), doit être égale à une demi-longueur d'onde, soit :

$$(222) \quad L = \frac{\beta c}{2f_0}$$

Ce résultat met en évidence que la longueur de la cavité accélératrice utilisée doit être choisie en fonction de la vitesse de la particule à accélérer.

Par exemple, dans un fonctionnement à $f_0=704,4\text{MHz}$, l'accélération de particules de vitesse $\beta=1$ sera optimisée si l'on utilise des cavités de longueur $L\approx 21,3\text{cm}$. Pour des particules de vitesses plus faibles $\beta<1$, la longueur idéale est d'alors $L \approx \beta \times 21,3\text{cm}$

Cette forte corrélation entre vitesse de particule et longueur de cavité a pour conséquence que, généralement, au lieu de définir une cavité par sa longueur L , on la définit par son « bêta géométrique », donné par :

$$(223) \quad \left| \beta_g = \frac{2f_0 L}{c} \right.$$

Le β_g d'une cavité indique ainsi la vitesse des particules qui y seront accélérées efficacement.

Dans le cas de la cavité pill-box idéale, le champ accélérateur pour une particule de vitesse $\beta=\beta_g$ s'écrit alors, d'après (221) :

$$(224) \quad E_{\text{acc}}(\beta_g) = 2 \frac{E_0}{\pi}$$

Prenons ici l'exemple d'un proton de vitesse $\beta=0,65$ ($E_c\approx 300\text{MeV}$) traversant une cavité pill-box de β_g adapté ($L\approx 14\text{cm}$). En prenant des valeurs typiques telles que $E_{\text{acc}}=10\text{MV/m}$ et $\phi_s=-30^\circ$, le proton gagnera alors une énergie

$\Delta U \approx 1,2 \text{ MeV}$. Ce gain d'énergie correspond à une augmentation relative de sa vitesse de $\Delta\beta/\beta \approx 10^{-3} \ll 1$. Ce résultat justifie l'approximation faite lors du calcul de (218) où l'on a considéré la vitesse de la particule constante lors de sa traversée de la cavité.

Champs pics de surface -----

Comme on le verra par la suite, il est important, dans une cavité supraconductrice, de connaître la valeur des champs maximum sur la surface interne de la cavité.

La connaissance du champ magnétique pic de surface, noté B_{pk} , est essentielle car la cavité peut subir un « quench »* si ce champ B_{pk} atteint une valeur trop importante. De même, la connaissance du champ électrique pic de surface est importante du fait du risque d'émission de champ (cf. chapitre 2.3) qui limite également les performances de la cavité.

Dans le cas de la cavité pill-box idéale (sans tubes faisceau) et pour le mode accélérateur TM_{010} , E_{pk} se situe sur l'axe de la cavité, tandis que B_{pk} est situé à $r=0,77R$; d'après (213), ils prennent les valeurs suivantes :

$$(225) \quad E_{pk} = E_0$$

$$(226) \quad B_{pk} = \frac{E_0}{c} J_1(1,84)$$

où E_0 représente le champ électrique longitudinal sur l'axe.

Afin d'optimiser le champ accélérateur développé par une cavité supraconductrice, il convient ainsi de minimiser autant que possible les rapports B_{pk}/E_{acc} et E_{pk}/E_{acc} . Ces rapports dépendent bien évidemment de la vitesse de la particule incidente ; dans le cas de la cavité pill-box, et pour des particules de vitesse $\beta=\beta_g$, ces rapports prennent les valeurs suivantes, d'après (224) :

$$(227) \quad \frac{B_{pk}}{E_{acc}}(\beta_g) = 3,05 \text{ mT / MV / m}$$

$$(228) \quad \frac{E_{pk}}{E_{acc}}(\beta_g) = \frac{\pi}{2} = 1,57$$

* Une cavité supraconductrice « quenche » lorsqu'elle passe de son état supraconducteur à son état normal.

Le facteur de qualité Q_0 -----

Considérons une cavité fermée de volume V dans laquelle des champs oscillent sur un mode donné à la fréquence f_0 . Dans le cas d'une cavité non idéale (cavité réelle), des pertes RF vont alors être engendrées par la présence de ces champs électromagnétiques. Ces pertes peuvent être quantifiées par le « facteur de qualité » de la cavité noté Q_0 et donné par :

$$(229) \quad Q_0 = \omega_0 \frac{W}{P_{\text{cav}}}$$

où W (en Joules) représente l'énergie RF stockée dans la cavité, et P_{cav} (en Watts) les pertes RF induites .

Ces pertes RF sont généralement de deux natures : les pertes dues aux dissipations dans le milieu diélectrique composant le volume de la cavité, et les pertes dues aux dissipations par effet Joule sur les parois métalliques de la cavité.

Les pertes dues au diélectrique s'écrivent⁴⁹, dans le cas d'un diélectrique homogène, isotrope, et remplissant la cavité entière :

$$(230) \quad P_d = \omega_0 W \tan \delta$$

où $\tan \delta$ représente le facteur de pertes du milieu.

Dans l'accélérateur, les cavités fonctionnent généralement avec un vide poussé, et les pertes diélectriques P_d sont nulles. Les pertes RF se résument alors aux dissipations sur les parois métalliques de la cavité ; si l'on note R_s la résistance de surface du métal constituant la surface interne de la cavité, ces pertes s'écrivent :

$$(231) \quad P_{\text{cav}} = \frac{1}{2\mu_0} \int_S R_s |B|^2 dS$$

où S représente la surface interne de la cavité.

L'énergie RF stockée peut elle s'écrire comme :

$$(232) \quad W = \frac{1}{2\mu_0} \int_V |B|^2 dV = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_V |E|^2 dV$$

Le facteur de qualité s'exprime alors comme :

$$(233) \quad Q_0 = \frac{\omega_0 \mu_0 \int |B|^2 dV}{\int_S R_s |B|^2 dS}$$

Dans le cas où R_s est constant sur toute la surface de la cavité, il est alors intéressant de définir le « facteur géométrique » de la cavité pour le mode considéré comme :

$$(234) \quad G = R_s Q_0 = \omega_0 \mu_0 \left(\frac{\int |B|^2 dV}{\int_S |B|^2 dS} \right)$$

G s'exprime en ohms, et a l'avantage de ne pas dépendre de la résistance de surface du matériau qui constitue la cavité ; il ne dépend que de sa géométrie, et représente ainsi une valeur très utile pour comparer des cavités de formes différentes : pour minimiser les pertes RF, on cherchera ainsi la forme de cavité donnant une valeur de G la plus élevée possible.

Dans le cas de la cavité pill-box, le calcul de G peut se faire de façon analytique en utilisant les propriétés des fonctions de Bessel (cf. annexe 1) ; dans le cas du mode fondamental TM_{010} , G prend la forme :

$$(235) \quad G = 453 \frac{L/R}{1 + L/R}$$

De plus, la combinaison de (214) et (223) impose la valeur de L/R ; G vaut alors, dans le cas d'une cavité pill-box de béta géométrique β_g :

$$(236) \quad G = \frac{591,8}{1,3 + \frac{1}{\beta_g}}$$

Pour $\beta_g = 0,658$, le facteur de forme du mode TM_{010} , dans le cas d'une cavité pill-box, vaut 209,9 Ω .

Pour une cavité en cuivre ($R_s \sim 6,8 m\Omega$ à 700MHz et à 300K), on obtient alors des Q_0 de l'ordre de $4 \cdot 10^4$, contre près de $2 \cdot 10^{10}$ pour une cavité supraconductrice en niobium ($R_s \sim 10 n\Omega$ à 700MHz et à 2K) : les pertes sont réduites de près d'un facteur 10^6 ... !

L'impédance shunt et le r/Q -----

Une autre quantité utilisée pour exprimer les pertes inhérentes à une cavité résonante pour un mode donné est l' « impédance shunt » définie par :

$$(237) \quad r_{\text{shunt}} = \frac{(E_{\text{acc}} L_{\text{acc}})^2}{2P_{\text{cav}}}$$

L'impédance shunt s'exprime également en ohms, et prend des valeurs d'autant plus élevées que les pertes RF sont faibles.

Il est intéressant de calculer le rapport entre l'impédance shunt et le facteur de qualité de la cavité. Ce rapport, noté (r/Q), s'écrit* :

$$(238) \quad \left(\frac{r}{Q} \right) = \frac{(E_{\text{acc}} L_{\text{acc}})^2}{2\omega_0 W}$$

Tout comme G, le rapport (r/Q) a l'avantage de ne dépendre que de la géométrie de la cavité. Il permet ainsi de pouvoir comparer, pour des formes de cavités différentes, celle qui produira la meilleure accélération : plus le (r/Q) sera grand, et plus la cavité, pour une même énergie RF stockée, fournira un champ accélérateur élevé. Notons enfin que le rapport (r/Q), tout comme E_{acc} , dépend de la vitesse de la particule incidente.

Dans le cas d'une cavité pill-box de β_g donné, ce facteur vaut, pour le mode fondamental TM_{010} et pour une particule de vitesse $\beta = \beta_g$:

$$(239) \quad \left(\frac{r}{Q} \right) (\beta_g) = 98 \times \beta_g$$

Pour $\beta_g = 0,658$, le (r/Q) du mode TM_{010} , dans le cas d'une cavité pill-box, vaut 64,5 Ω .

* Notons que l'impédance shunt et le r/Q sont parfois définies comme $r_{\text{shunt}} = (E_{\text{acc}} L_{\text{acc}})^2 / P_{\text{cav}}$ et $(r/Q) = (E_{\text{acc}} L_{\text{acc}})^2 / \omega W$. Le facteur 2 entre les différentes définitions peut ainsi entraîner des confusions, et il s'agit d'être vigilant quant à la définition utilisée.

2. 1. 2. Notions de couplage.

La cavité multi-cellules

Nous avons jusqu'à présent considéré le cas d'une cavité résonante simple, composée d'une unique cellule. Les cavités utilisées dans les accélérateurs sont en général composées de plusieurs cellules afin de pouvoir optimiser le rapport entre la longueur accélératrice et la longueur totale de la cavité avec ses tubes faisceau.

Considérons ici une cavité composée de N cellules, chacune d'entre elles étant excitée sur le mode TM_{010} , et reliée à la suivante par une petite ouverture appelée « iris ». Cette cavité multi-cellules peut alors être assimilée à un système mécanique de pendules faiblement couplés (figure 2-5).

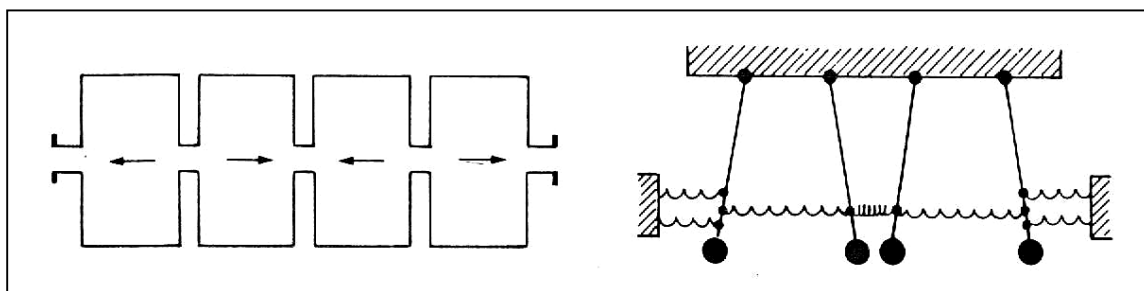


Figure 2-5⁵⁰ : Cavité multi-cellules et son analogue mécanique.

On peut alors montrer (cf. annexe 3) que la cavité va résonner sur le mode TM_{010} de N façons différentes. A chacune de ces résonances correspond une fréquence spécifique vérifiant :

$$(240) \quad f_{q\pi/N} = f_0 \sqrt{1 + K \left(1 - \cos\left(\frac{q\pi}{N}\right) \right)} \quad \text{avec } q=1 \dots N$$

où K représente le facteur de couplage inter-cellules pour le mode TM_{010} , et f_0 est la fréquence de résonance du mode TM_{010} dans une cellule isolée*.

* Nous avons traité ici le cas du mode TM_{010} , mais la démarche est également valable dans le cas de n'importe quel mode supérieur. Une cavité N-cellules a ainsi N fois plus de modes résonants qu'une cavité mono-cellule.

Dans une cavité 5-cellules par exemple ($N=5$), le mode accélérateur se décomposera ainsi en 5 modes différentes :

- pour $q=1$, c'est le mode $TM_{010-\pi/5}$,
- pour $q=2$, le mode $TM_{010-2\pi/5}$,
- pour $q=3$, le mode $TM_{010-3\pi/5}$,
- pour $q=4$, le mode $TM_{010-4\pi/5}$,
- pour $q=5$, le mode $TM_{010-\pi}$.

Les fréquences de ces 5 modes peuvent être représentées sur le diagramme de dispersion associé (figure 2-6).

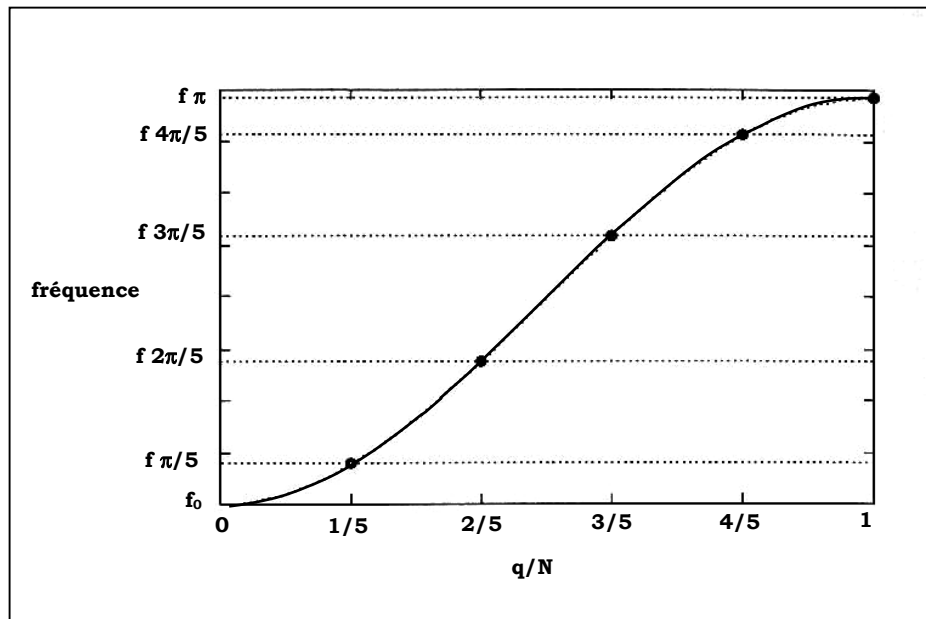


Figure 2-6 : Diagramme de dispersion d'une cavité 5-cellules
(la ligne en trait plein représente le cas où $N \rightarrow \infty$).

Si l'on calcule, pour chaque mode $q\pi/N$, l'amplitude du champ électrique longitudinal dans la $n^{\text{ième}}$ cellule, on obtient (figure 2-7) :

$$(241) \quad |E_z| \propto \sin\left(\frac{2n-1}{2} q \frac{\pi}{N}\right) \quad \text{avec } n=1\dots N$$

A partir de l'équation (241), on peut montrer que le mode $TM_{010-\pi}$, qui a la fréquence la plus haute, est celui qui fournit à la fois la meilleure accélération et les plus faibles pertes RF (valeurs de G et (r/Q) les plus élevées) : c'est ce mode qui sera utilisé pour l'accélération. Le champ E_z est alors en opposition de phase dans les cellules adjacentes, comme dans le cas de la figure 2-5 : c'est le fonctionnement en « mode π » déjà décrit au chapitre 1, et qui assure la meilleure synchronisation champs / particule. De plus, le mode π est également celui qui répartit le mieux les

amplitudes des champs dans chaque cellule : il permet en effet d'obtenir un « plat de champ » ($|E_{zMAX}/E_{zMIN}|=1$) qui assure à la fois une accélération optimale et une bonne répartition des champs pics de surface dans chacune des N cellules.

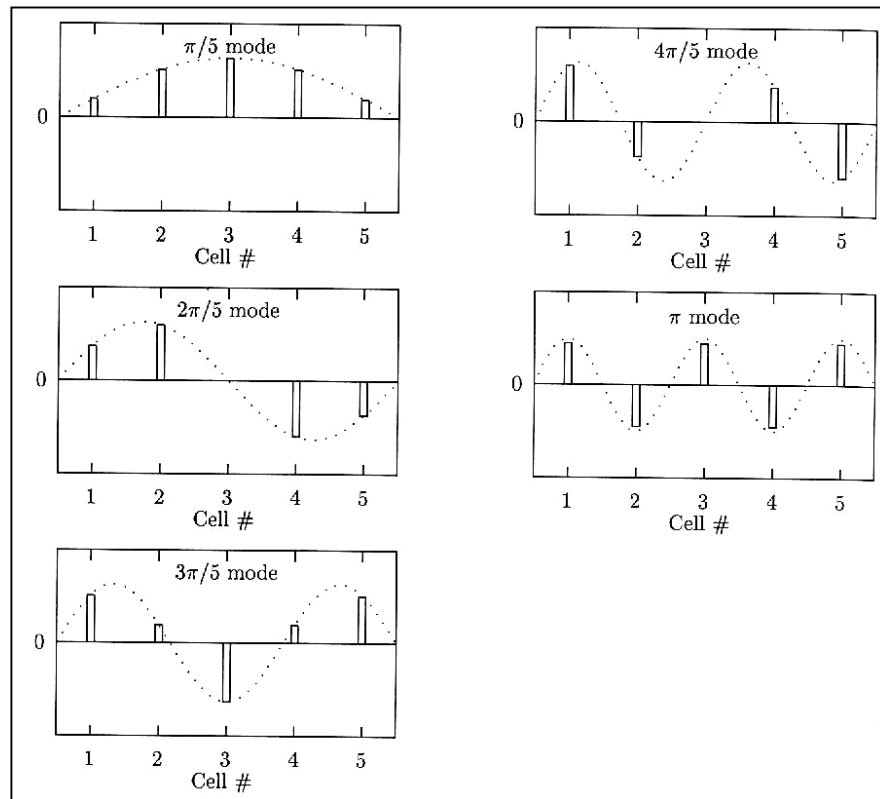


Figure 2-7 : Distribution des champs pour les 5 modes d'une cavité 5-cellules (la ligne en pointillé représente le cas où $N \rightarrow \infty$).

Revenons maintenant à l'équation de dispersion (240) pour remarquer que l'espacement en fréquence des N modes augmente avec le facteur de couplage inter-cellules K, et qu'il diminue avec le nombre de cellules N. Afin de pouvoir bien différencier chacun de ces modes et exciter correctement le mode accélérateur $TM_{010,\pi}$, il s'agit donc de choisir des valeurs de K assez élevées, et un nombre de cellules raisonnable par cavité*.

D'autre part, plus K est élevé, et plus le transfert d'énergie de cellule à cellule se fera rapidement. Ce point, primordial dans un fonctionnement de faisceau en régime pulsé, devient par contre secondaire dans le cas d'un accélérateur continu comme ASH.

* On verra cependant que, dans le cas de cavités supraconductrices, les valeurs très élevées de Q_0 permettent d'obtenir des largeurs de bande très étroites (de l'ordre de qques kHz contre plusieurs centaines de kHz dans le cas de cavités classiques en cuivre) ; le choix de K devient alors beaucoup moins critique de ce point de vue là.

Enfin, concernant le calcul des paramètres caractéristiques, le traitement de la cavité multi-cellules se fait exactement de la même manière que celui de la cavité mono-cellule.

Il est cependant intéressant de comparer les caractéristiques des deux types de cavité. Prenons pour cela une cellule C donnée développant un certain champ accélérateur E_{acc} , et comparons les caractéristiques d'une cavité composée de N cellules C avec celles d'une cavité composée d'une seule cellule C. Dans le cas de la cavité N-cellules :

- la longueur accélératrice L_{acc} est N fois plus grande, de même que l'énergie W devant être stockée pour atteindre le champ accélérateur requis ; la puissance dissipée sur les parois P_{cav} est elle aussi N fois plus importante.
- le Q_0 et le facteur géométrique sont, d'après (229) et (234), identiques au cas de la mono-cellule.
- par contre, l'impédance shunt et le (r/Q) sont eux, d'après (237) et (238), N fois plus élevés, soit :

$$(242) \quad \left(\frac{r}{Q}\right)_{Ncell.} = N \times \left(\frac{r}{Q}\right)_{1cell.}$$

Couplage avec l'extérieur -----

Dans une cavité réelle, des ouvertures doivent être pratiquées à la fois pour faire passer le faisceau, mais aussi pour exciter le mode fondamental via un générateur de puissance RF, ou pour évacuer la puissance générée par les modes supérieurs. La cavité n'est donc plus close comme dans le cas de la pill-box idéale : on dit qu'elle est couplée avec l'extérieur via des ports de couplage.

L'étude précise de ces phénomènes de couplage se fait usuellement en modélisant chaque mode résonant présent dans la cavité par son circuit équivalent **RLC** (figure 2-8).

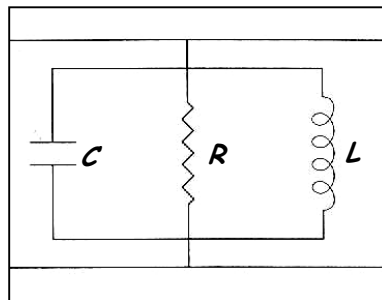


Figure 2-8 : Schéma équivalent **RLC** d'un mode résonant (représentation shunt).

Les paramètres de la cavité pour le mode schématisé se déduisent alors⁵¹ par :

$$(243) \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q_0 = R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad \left(\frac{r}{Q}\right) = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Cette modélisation permet de simplifier l'analyse de la cavité couplée, mais aussi de traiter les phénomènes de dépendance temporelle. C'est grâce à ce modèle que se fait l'étude de la cavité multi-cellules dont les résultats ont été présentés précédemment (cf. annexe 3), ainsi que l'analyse du système couplé générateur HF/cavité/faisceau (cf. annexe 5).

Il est cependant possible d'évaluer de façon simple le couplage de la cavité avec l'extérieur en définissant, pour un port de couplage donné, un Q_{ext} qui, par analogie avec le calcul du Q_0 , prend la forme :

$$(244) \quad \left| Q_{\text{ext}} = \frac{\omega W}{P_{\text{ext}}} \right.$$

où ω représente la fréquence du mode résonant considéré, W l'énergie stockée dans la cavité, et P_{ext} la puissance perdue via le port de couplage*.

Dans une cavité couplée, le calcul de la puissance dissipée doit donc à la fois tenir compte des dissipations sur les parois de la cavité P_{cav} , mais aussi de la puissance perdue P_{ext} par chaque port de couplage. On peut alors définir le facteur de qualité de la cavité couplée (« Q loaded » ou « Q en charge ») qui s'écrit :

$$(245) \quad Q_L = \frac{\omega W}{P_{\text{cav}} + \sum P_{\text{ext}}},$$

qui peut aussi s'écrire :

$$(246) \quad \left| \frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \sum_{\text{ports ext}} \frac{1}{Q_{\text{ext}}} \right.$$

Il est important de remarquer que, dans le cas des cavités supraconductrices où le Q_0 est très élevé, on a souvent $Q_L \approx Q_{\text{ext}}$. La puissance perdue dans la cavité couplée peut alors s'exprimer via son impédance shunt en charge, qui vaut alors : $r_{\text{shunt}} = (r/Q) \times Q_L \approx (r/Q) \times Q_{\text{ext}}$.

* Notons que, pour un port de couplage donné, le Q_{ext} associé sera N fois plus grand dans une cavité N-cellules que dans une cavité mono-cellule.

2. 2. Éléments de supraconductivité.

Abandonnons un instant les cavités résonantes pour aborder quelques notions de supraconductivité, dont nous avons déjà évoqué les avantages dans l'application qui nous intéresse (cf. chapitre 1). Nous décrirons ici dans un premier temps les propriétés fondamentales caractérisant l'état supraconducteur, puis nous entrerons un peu plus en profondeur dans l'explication de ces phénomènes. Les caractéristiques d'un supraconducteur soumis à un champ RF seront mis en évidence dans le chapitre suivant.

2. 2. 1. Propriétés fondamentales.

La supraconductivité est un phénomène remarquable dont la principale propriété est de rendre les matériaux parfaitement conducteurs de l'électricité à très basse température. Découvert en 1911 par K. Onnes, alors préoccupé par les propriétés de l'hélium liquide⁵², il a fallu cependant attendre le début des années 60 pour que ce phénomène soit enfin appliqué.

L'absence de résistivité -----

La propriété la plus spectaculaire de l'état supraconducteur est qu'en dessous d'une certaine température critique T_c , la résistivité ρ disparaît brutalement (figure 2-9), ou tout au moins, chute en-dessous de toute valeur mesurable : expérimentalement, il est prouvé que $\rho < 10^{-25} \Omega.m$.

En courant continu, cette résistivité est strictement nulle. Par contre, en alternatif, elle devient très faible, mais ne s'annule pas tout à fait.

Ce comportement peut s'expliquer grâce au modèle des deux fluides⁵³, adapté de la théorie de la superfluidité de l'hélium. D'après ce modèle, à une température T donnée, le nombre volumique N d'électrons (densité électronique) participant à la conduction peut s'écrire comme la somme de la densité n_s d'« électrons supraconducteurs » et de la densité n_n d'« électrons normaux ». Sous l'effet d'un

champ électrique RF de la forme $E = E_0 \sin(\omega t)$, la densité de courant peut alors s'écrire (cf. annexe 4) :

$$(247) \quad J = J_s + J_n$$

$$\text{avec } J_s = \frac{1}{m_e \omega} n_s e^2 E_0 \cos(\omega t)$$

$$\text{et } J_n = \frac{1}{N \rho_n} n_n E_0 \sin(\omega t)$$

où e représente la charge de l'électron, m_e sa masse, ρ_n la résistivité du matériau supraconducteur à l'état normal, et ω la pulsation du courant.

Il apparaît d'après (247) que J_s est en quadrature de phase avec le champ E : les électrons supraconducteurs n'induisent donc aucun effet dissipatif.

Par contre, J_n est en phase avec E , et correspond à une résistance non nulle.

A fréquence nulle, les électrons supraconducteurs « court-circuitent » les électrons normaux, ce qui explique, dans le cadre de ce modèle, une résistivité nulle ; à 50Hz, la contribution des électrons normaux reste extrêmement faible (on a $J_n/J_s \sim 10^{-10}$). Ce n'est que pour les fréquences optiques ($f > 10^{12}$ Hz) que le supraconducteur se comporte comme un matériau résistif normal.

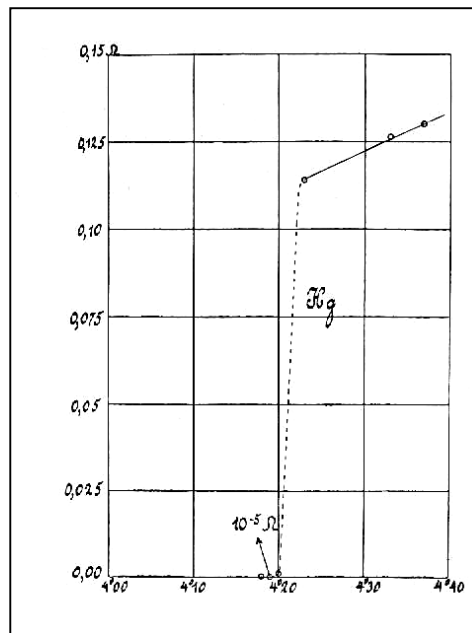


Figure 2-9⁵⁴ : Résistance en Ω d'un échantillon de mercure en fonction de la température (mesure effectuée par Kamerlingh Onnes en 1911).

L'effet Meissner -----

Considérons un conducteur parfait (résistivité nulle $\rho=0$) dans lequel circule un courant de densité J finie. D'après la loi d'Ohm ($E=\rho J$), le champ électrique E à l'intérieur du conducteur doit être nul : $E=0$; les équations de Maxwell impliquent alors que la variation d'induction magnétique dB/dt doit être nulle également : à l'intérieur du conducteur parfait, B est donc constant.

Dans le cas des supraconducteurs, non seulement cette loi est vérifiée, mais il apparaît en plus que cette induction magnétique est strictement nulle, soit, à l'intérieur du supraconducteur :

$$(248) \quad \vec{B} = 0 = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

où H représente le champ magnétique, et M l'aimantation développée par le supraconducteur*.

Un supraconducteur a donc un comportement diamagnétique parfait puisqu'il expulse totalement le flux magnétique à l'extérieur de son volume (figure 2-10) : c'est l'effet Meissner⁵⁵. Cet effet Meissner est par exemple à l'origine de l'expérience de l'aimant flottant⁵⁶, particulièrement spectaculaire avec les supraconducteurs à haute température critique : un aimant, posé sur un supraconducteur refroidi ainsi sous champ, se met à léviter de façon parfaitement stable dès que $T < T_c$.

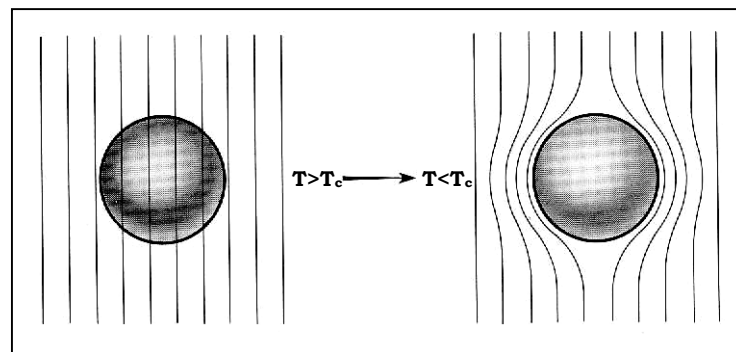


Figure 2-10 : *Effet Meissner*.

Pour maintenir l'induction magnétique nulle à l'intérieur de son volume, des courants s'établissent spontanément à la surface du supraconducteur pour écranter le champ magnétique : c'est l'hypothèse de London⁵⁷.

* Il vient de (248) que la susceptibilité magnétique d'un supraconducteur vaut $\chi_m = M/H = -1$.

En combinant simplement les équations de l'électrodynamique, London montre ainsi que ces « supercourants » de surface (appelés encore « courants d'écrantage ») peuvent se mettre sous la forme :

$$(249) \quad \vec{J} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \vec{A}$$

où \vec{A} représente le potentiel vecteur magnétique local ($\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$) et λ_L la longueur de London définie par :

$$(250) \quad \lambda_L = \sqrt{\frac{m_e}{\mu_0 n_s e^2}}$$

où e et m_e représentent la charge et la masse de l'électron, n_s la densité d'électrons supraconducteurs.

L'équation de London (249) remplace la loi d'Ohm dans le cas des supraconducteurs. En la combinant avec les équations de Maxwell, on peut alors montrer que le champ magnétique s'amortit dans un supraconducteur de façon exponentielle avec la longueur caractéristique λ_L (figure 2-11). Il en est de même des courants qui écrantent le champ appliqué ; notons que ceux-ci peuvent atteindre des valeurs très élevées (de l'ordre de 10^{12}A/m^2 en surface).

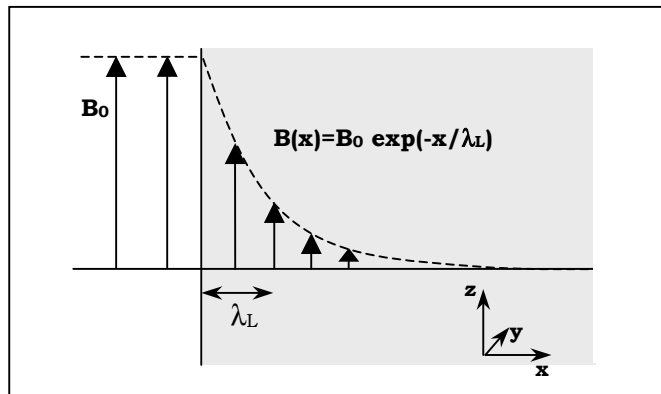


Figure 2-11 : Pénétration de l'induction magnétique dans un supraconducteur.

La longueur de London est également appelée « longueur de pénétration ». Elle vaut typiquement de 10 à 50nm pour les supraconducteurs de faible T_c (<25K), et est plus élevée pour les supraconducteurs à haut T_c (de 0,1 à $1\mu\text{m}$). De plus, elle varie avec la température suivant la loi empirique :

$$(251) \quad \lambda_L(T) = \frac{\lambda_L(T=0)}{\sqrt{1-(T/T_c)^4}} \quad \text{soit pour } T \ll T_c, \lambda_L(T) = \lambda_L(0)$$

Il faut cependant noter que les valeurs théoriques de profondeur de pénétration s'avèrent toujours inférieures aux valeurs réelles mesurées, comme l'indique le tableau suivant⁵⁸ :

élément	Al	Sn	Pb	Nb
$\lambda_L(0)$ (nm)	15	35	37	39
λ_{exp} (nm)	50	50	40	44

L'induction magnétique pénètre ainsi toujours plus que d'après l'hypothèse de London, comme nous le verrons par la suite.

Les 3 grandeurs critiques -----

La température critique T_c en-dessous de laquelle un matériau entre dans l'état supraconducteur est en général très faible, proche du zéro absolu. Elle est inférieure à 23K pour les matériaux conventionnels, ce qui explique que la supraconductivité, qui est loin d'être rare (de nombreux éléments simples, alliages métalliques ou organiques sont supraconducteurs), n'ait été mise en évidence que tardivement. Ce n'est qu'en 1986 que l'on a découvert⁵⁹ une nouvelle classe de matériaux, à base d'oxyde de cuivre, supraconducteurs à des températures relativement élevées (~100K). Ces matériaux, qui ont en général une structure cristalline fortement anisotropique, sont très prometteurs...

Mais l'existence de l'état supraconducteur n'est pas seulement conditionnée par la température. En effet, pour une température donnée $T < T_c$, il y a une valeur du champ magnétique appliqué au-dessus de laquelle le matériau redevient normal : c'est le champ magnétique critique H_c . Il diminue lorsque la température augmente suivant la loi :

$$(252) \quad H_c(T) = H_c(0^\circ\text{K}) \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$

Cette notion de champ critique induit directement la notion de densité de courant critique J_c : c'est le courant qui produit le champ critique à la surface du conducteur.

En conclusion, l'état supraconducteur n'existe que dans un domaine limité par trois grandeurs critiques maximales : température, champ magnétique, et densité de courant critiques (figure 2-12). Si les trois grandeurs T , H et J auxquelles est soumis le matériau sont inférieures aux grandeurs critiques, celui-ci est dans l'état supraconducteur, non résistif et diamagnétique. Si l'une des grandeurs dépasse la valeur critique, il est dans l'état normal (non supraconducteur), résistif et amagnétique.

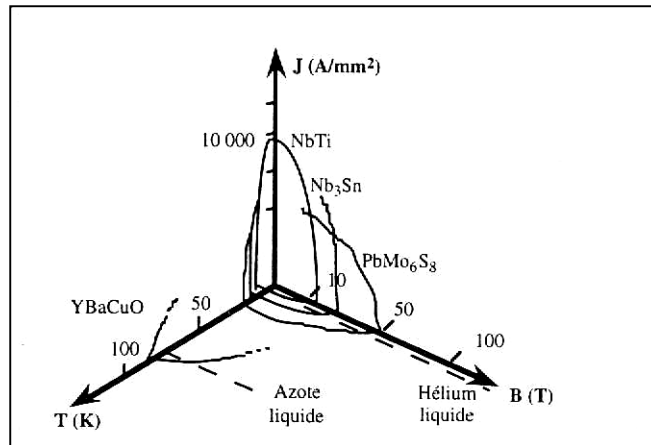
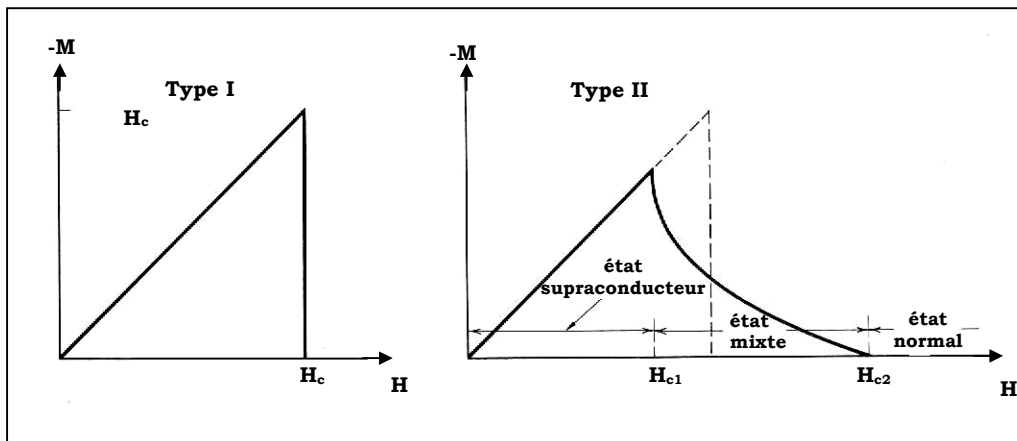
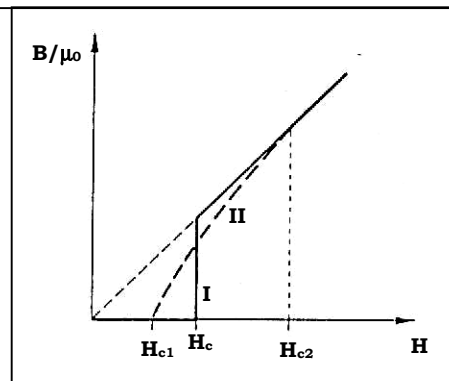


Figure 2-12⁶⁰ : Surface critique de quelques supraconducteurs dans l'espace (T , B , J).

Les 2 types de supraconductivité -----



Figures 2-13 : Aimantation (en haut) et induction magnétique (à droite) en fonction du champ magnétique appliqué pour des SC de type I et II.



En réalité, on peut distinguer deux types de supraconducteurs (SC* de type I et SC de type II), qui se différencient par leur comportement en présence d'un champ magnétique extérieur (figures 2-13).

Les supraconducteurs de type I possèdent les caractéristiques magnétiques idéales de l'état supraconducteur : un diamagnétisme parfait.

En effet, si l'on soumet un SC de type I à un champ magnétique extérieur H , l'induction, tant que $H < H_c$, reste nulle à l'intérieur, conformément à l'effet Meissner : $B=0$ et $M=-H$. Lorsque le champ critique est atteint, la supraconductivité disparaît alors brusquement.

Les supraconducteurs de type II ont eux la particularité de posséder deux champs critiques H_{c1} et H_{c2} .

Lorsque $H < H_{c1}$, le supraconducteur se comporte comme un supraconducteur de type I (diamagnétisme parfait).

Par contre, dès que le champ auquel est soumis le SC dépasse H_{c1} , le matériau entre dans l'« état mixte », et l'effet Meissner devient partiel : certaines lignes de flux pénètrent alors le matériau par le biais de tubes, parallèles à la direction du champ magnétique appliqué, et dont le cœur n'est plus dans l'état supraconducteur mais dans l'état normal résistif (figure 2-14). Autour de chacun de ces tubes, appelés « vortex »[†], circulent des courants d'écrantage qui vont empêcher la pénétration de l'induction magnétique dans les zones restées supraconductrices.

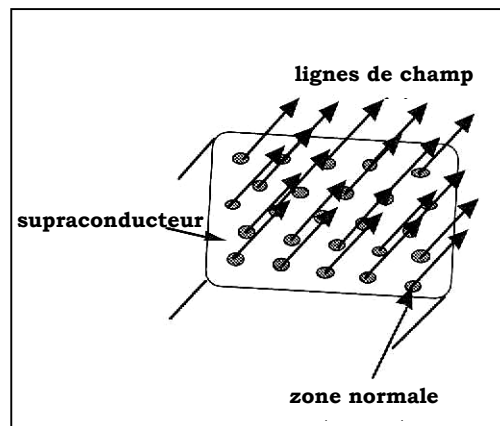


Figure 2-14 : Pénétration des vortex dans un SC de type II.

* SC : SupraConducteur.

† Chacun de ces tubes porte un quantum de flux ϕ_0 , comme on le verra par la suite.

Au fur et à mesure que le champ augmente, la densité de vortex augmente dans le matériau, et pour $H=H_{c2}$, les vortex occupent tout le volume : la supraconductivité est alors totalement détruite*.

Les supraconducteurs de type I sont en général des éléments simples (Pb, Al, etc.), tandis que les supraconducteurs de type II sont souvent des alliages, à l'exception du niobium (figure 2-15) ou du vanadium.

Les mécanismes responsables de la supraconductivité sont aujourd'hui bien expliqués concernant ces supraconducteurs conventionnels. Mais s'agissant des supraconducteurs à haute température critique, qui ont un comportement qui se rapproche beaucoup des SC de type II, beaucoup de phénomènes restent à élucider.

Supraconducteurs	Éléments	Température critique T_c K	Induction magnétique critique (1) $H_c = \frac{\mu_0 H_c}{T}$	
Type I	He ₃	0,0028	} à 0 K	
	Al	1,19		
	Hg	4,15		
	Pb	7,18		
	W	0,012		
	U	0,68		
Type II	Alliages métalliques	Nb	9,2	} à 0 K
		NbTi	10	
		Nb ₃ Sn	18	
		Nb ₃ Ge	23	
		PbMo ₆ S ₈	15	
	Organiques	(TMTSF) ₂ PF ₆	1 (sous 12 kbar)	} à 0 K (suivant la direction du champ)
		(BEDT-TTF) ₂ I ₃	{ 3,6 à p ₀ (3) 8,1 (sous 1 kbar)	
	HTSC (2)	YBaCuO	92	} à 77 K
		BiSrCaCuO	110	
		TlBaCaCuO	125	
BaKBiO ₃		30		

(1) H_c champ magnétique critique thermodynamique
 H_{c2} champ magnétique critique
 μ_0 perméabilité du vide
 c axe cristallographique

(2) HTSC supraconducteurs à haute température.
 (3) p₀ pression atmosphérique.

Figure 2-15⁶¹ : Caractéristiques de quelques supraconducteurs usuels.

* Notons toutefois qu'il existe également un 3^{ème} champ critique H_{c3} (~1,69 H_{c2}) : pour H compris entre H_{c2} et H_{c3} et parallèle à la surface de l'échantillon, la supraconductivité peut exister dans une fine couche à la surface du matériau.

2. 2. 2. Origine microscopique.

Une des premières théories classiques sur la supraconductivité fut celle de London (1935). Puis Ginzburg et Landau développèrent une théorie phénoménologique en 1952 qui se révéla être puissante, expliquant de nombreuses propriétés.

Mais la théorie microscopique qui décrit le mieux les supraconducteurs conventionnels est la théorie quantique BCS⁶² (1957), du nom de ses trois inventeurs, Bardeen, Cooper et Schrieffer, qui leur valut le prix Nobel en 1972. Elle permet de rendre compte des principales propriétés de l'état supraconducteur et de retrouver les résultats issus des théories antérieures.

Origine de la résistivité dans un métal normal -----

Dans un métal normal, conducteur, les électrons sont indépendants les uns des autres, et suivent une statistique de Fermi-Dirac : pour la mécanique quantique, ces électrons se comportent comme des « fermions ».

Obéissant au principe d'exclusion de Pauli*, les électrons remplissent successivement des états d'énergie quantifiés, en commençant par ceux d'énergies les plus basses. A T=0°K, tous les états sont remplis jusqu'à ce que l'on atteigne l'énergie de Fermi, qui correspond à l'énergie du dernier niveau rempli (figure 2-16a) ; cette énergie ε_F peut s'écrire sous la forme :

$$(253) \quad \varepsilon_F = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 N)^{2/3}}{2m_e}$$

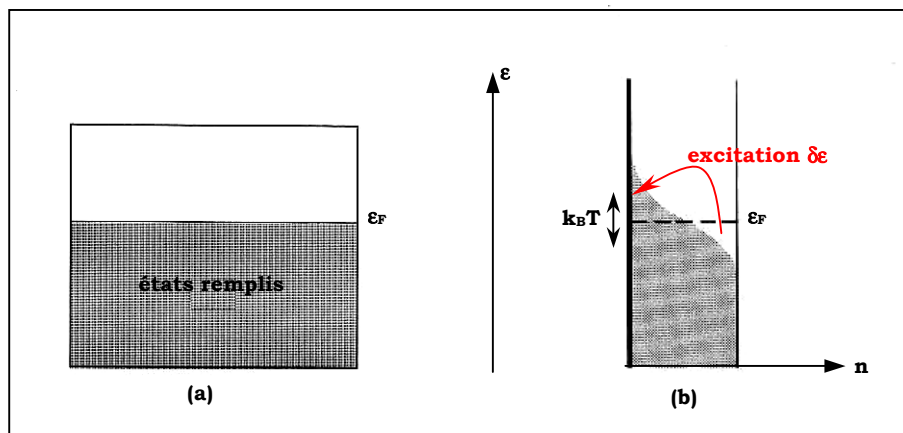
où $\hbar = h/2\pi$ est la constante de Plank (=1,05.10⁻³⁴J.s=6,58.10⁻¹⁵eV.s), m_e la masse de l'électron et N densité électronique dans le métal.

A cette énergie électronique ε_F correspond une vitesse de Fermi équivalente v_F ($v_F^2=2\varepsilon_F/m_e$) ; pour le niobium par exemple, on a $\varepsilon_F=5,32\text{eV}$, et les électrons, à 0°K, ont des vitesses allant jusqu'à $v_F=1,37.10^6\text{m/s}$.

A température T non nulle, une fraction des électrons situés en dessous du niveau de Fermi sera excitée vers des niveaux situés au-dessus (figure 2-16b), et ceci dans

* Le principe d'exclusion impose que chaque niveau d'énergie ne peut être occupé que par 2 électrons de spins opposés (1/2 et -1/2).

une plage d'énergie d'ordre de grandeur $k_B T$, où k_B est la constante de Boltzmann ($k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{J/K} = 8,62 \cdot 10^{-5} \text{eV/K}$).



Figures 2-16 : (a) Etats quantiques électroniques à $T=0\text{K}$.
(b) Densité des états électroniques $n(\epsilon)$ à $T>0\text{K}$.

La conduction du courant électrique dans le métal est assurée par les électrons situés dans les couches les plus énergétiques. Or, on peut se rendre compte que, dans les échelles de températures ordinaires ($T \ll 10^4 \text{K}$), $k_B T$ reste toujours très inférieur à ϵ_F . Les électrons de conduction auront donc tous des vitesses v vérifiant $v \approx v_F$: ce sont les électrons de Fermi qui assurent la conduction dans un métal.

C'est l'interaction entre ces électrons de Fermi et le réseau cristallin qui est la cause des propriétés résistives des métaux. Cette résistivité s'explique par deux phénomènes principaux⁶³ :

- l'effet dissipatif dû aux interactions entre les électrons et les vibrations thermiques du réseau cristallin (quantifiées sous la forme de « phonons »). Plus la température est grande, et plus la contribution de ces interactions électrons-phonons devient importante.
- l'effet dissipatif dû aux collisions avec les impuretés et les imperfections du réseau. C'est cet effet qui est dominant aux très basses températures.

L'expression de la résistivité est la même que dans le modèle classique de Drude, et prend la forme* :

$$(254) \quad \rho = \frac{m_e v_F}{Ne^2 l}$$

* La conductivité du métal s'écrit alors : $\sigma = 1/\rho$.

où v_F est la vitesse de Fermi du métal, N sa densité électronique, et l le libre parcours moyen de l'électron dans le métal.

Dans le cas du cuivre par exemple, le libre parcours moyen des électrons, à 300°K, ne vaut que 30nm : c'est à cette température la forte interaction électron-phonon qui limite la conduction. A 4°K par contre, les vibrations du réseau sont très atténuées, et le libre parcours moyen est uniquement gouverné par la pureté du métal : pour du cuivre classique OFHC, il vaut environ 0,3cm, mais pour du cuivre ultra pur, il peut atteindre plusieurs centimètres, d'où des résistivités extrêmement faibles (figure 2-17).

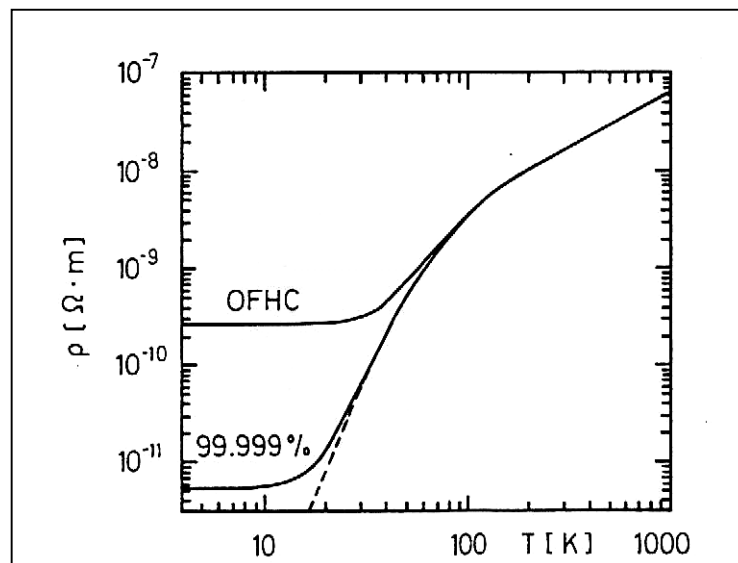


Figure 2-17 : Dépendance en température de la résistivité du cuivre OFHC (Oxygen-Free High Conductivity) et d'un cuivre ultra pur à 99,999%.

Ces propriétés sont utilisées pour juger de la pureté d'un métal : plus la résistivité à très basse température est faible, et plus le métal est pur. On définit ainsi le « RRR* » d'un métal comme :

$$(255) \quad \text{RRR} = \frac{\rho(300\text{K})}{\rho(0\text{K})}$$

où $\rho(0\text{K})$ représente la résistivité du conducteur à très basse température dans son état normal non supraconducteur. Ainsi, plus le RRR est élevé, et plus le métal est pur.

* RRR pour « Residual Resistance Ratio ».

La théorie quantique BCS -----

La théorie quantique BCS, pour expliquer les propriétés de l'état supraconducteur, introduit un « gap » d'énergie interdite de part et d'autre du niveau de Fermi, de largeur totale 2Δ (figure 2-19a). La largeur de cette bande interdite peut être reliée à la température critique du supraconducteur ; à $T=0^\circ\text{K}$, elle vaut, en meV :

$$(256) \quad 2\Delta(0) = 3,52 k_B T_c$$

Il faut noter que les valeurs de ce gap d'énergie restent très faibles devant l'énergie de Fermi ; elles sont en général en assez bon accord avec la théorie, comme le montre le tableau de données expérimentales suivant :

	Al	Sn	Pb	Nb	Nb ₃ Sn	YBa ₂ Cu ₃ O _{7-δ}
$2\Delta(0)$ (meV)	0,34	1,15	2,73	3,05	5,6	20 à 45
T_c (°K)	1,19	3,71	7,19	9,2	18	92
$2\Delta(0)/k_B T_c$	3,3	3,5	4,38	3,8	3,6	3 à 12

De plus, ce gap d'énergie décroît lorsque la température augmente (figure 2-18), jusqu'à s'annuler pour $T=T_c$ lorsque le matériau transite dans son état normal.

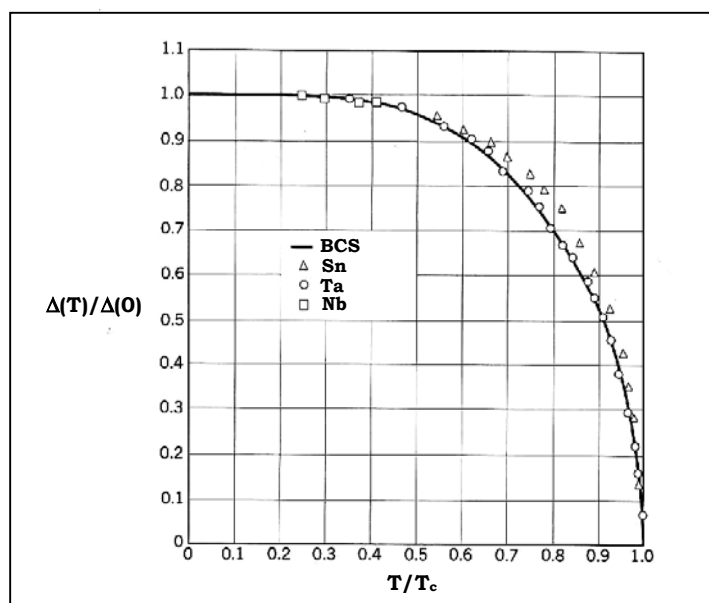


Figure 2-18 : Evolution du gap d'énergie 2Δ en fonction de la température.

De même, il décroît lorsque le champ magnétique augmente, et s'annule pour $H=H_c$.

Ce gap d'énergie peut être mis en évidence expérimentalement de différentes façons ; son existence est basée sur l'appariement des électrons du métal supraconducteur en paires dites « paires de Cooper ».

La création de ces paires de Cooper s'explique une fois encore par l'interaction électron-phonons* au sein du métal.

Lors du passage d'un électron de vitesse $v \approx v_F$, les ions positifs du réseau cristallin sont attirés par cet électron, et se déplacent vers lui, créant ainsi une zone locale, positive électriquement. Celle-ci persiste après le passage de l'électron compte tenu de la grande inertie des ions†. Cette zone polarisée positivement peut alors attirer un autre électron qui se trouve par conséquent apparié au précédent par l'intermédiaire des phonons, et ce, malgré la répulsion coulombienne électron-électron. Ce mécanisme est connu comme la suggestion de Frölich⁶⁴.

La distance entre les deux électrons formant une paire est très grande ; elle est donnée par la longueur de cohérence intrinsèque ξ_0 , qui, pour les métaux purs, prend la forme :

$$(257) \quad \xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta}$$

ξ_0 est proportionnel à $1/T_c$, et prend à $T=0K$ les valeurs suivantes :

	Al	Sn	Pb	Nb	Nb ₃ Sn	YBa ₂ Cu ₃ O _{7-δ}
ξ_0 (nm)	1600	230	83	39	3,6	0,5 à 3,5

La théorie BCS montre que la création d'une paire de Cooper conduit à un état d'énergie lié plus faible : si deux électrons situés au niveau de Fermi s'apparient, la paire ainsi formée aura une énergie globale de $2\varepsilon_F - 2\Delta$.

La quantité 2Δ représente ainsi l'énergie de cohésion d'une paire, mais aussi l'énergie nécessaire pour casser cette paire et l'exciter en deux électrons normaux indépendants ; elle est, comme nous l'avons déjà souligné, très faible, et s'exprime, à $T=0^\circ K$, comme :

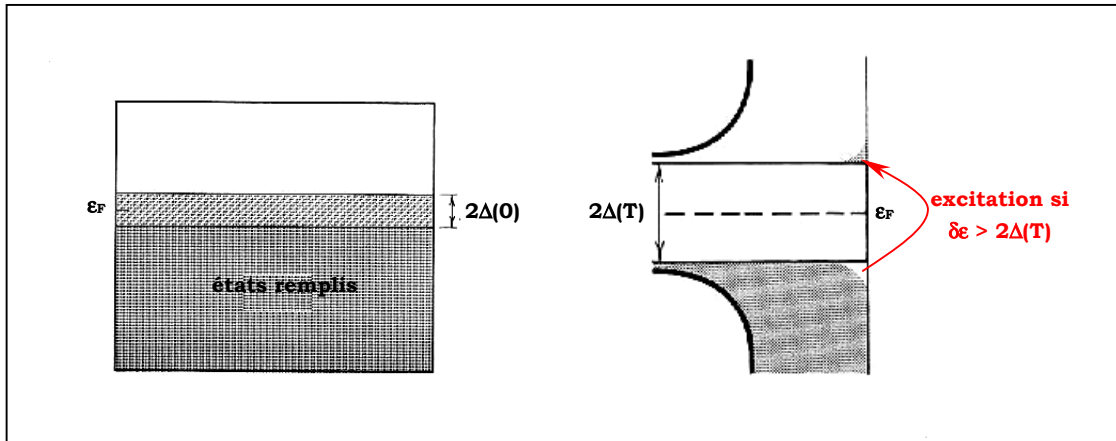
$$(258) \quad 2\Delta(0) = 4\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{N(\varepsilon_F)V^*}\right)$$

* Cette interaction électron-phonon est donc responsable à la fois de la résistivité des métaux dans leur état normal, et de leur supraconductivité : la preuve en est que les métaux supraconducteurs sont en général très résistifs dans leur état normal (forte interaction électron-phonon); inversement, les bons conducteurs, comme le cuivre, ne semblent pas présenter de transitions supraconductrices (faible interaction électron-phonon).

† Le temps de réponse le plus court correspond à la plus grande fréquence de vibration possible du réseau cristallin : c'est la fréquence de Debye notée ω_D .

où ω_D est la pulsation de Debye du réseau cristallin*, $N(\epsilon_F)$ la densité d'états électroniques au niveau de Fermi, et V^* l'intensité énergétique du couplage électron-phonon.

L'existence de ces paires de Cooper provoque ainsi l'apparition au voisinage du niveau de Fermi d'une bande interdite de largeur 2Δ : les électrons sont alors soit dans un état apparié supraconducteur (d'énergie $< \epsilon_F - \Delta$), soit dans leur état normal (d'énergie $> \epsilon_F + \Delta$).



Figures 2-19 : (a) Etats quantiques électroniques à $T=0^\circ\text{K}$.
(b) Densité des états électroniques à $T>0^\circ\text{K}$.

L'absence de résistivité dans un supraconducteur s'explique par la nature quantique des paires de Cooper, qui sont des particules de moment cinétique et de spin nuls† : elles obéissent non plus à une statistique de Fermi-Dirac, mais à une statistique de Bose-Einstein modifiée où le principe de Pauli n'est plus vérifié.

Les paires de Cooper se comportent ainsi comme des « bosons » tous situés dans un même état quantique fondamental de moment cinétique nul. Elles ne subissent globalement pas de collisions qui conduisent à un transfert d'énergie au réseau cristallin, et peuvent ainsi assurer la conduction d'un courant sans aucune perte.

De plus, l'existence du gap d'énergie autour du niveau de Fermi implique que l'excitation des paires de Cooper par les phonons est interdite tant que l'énergie thermique du réseau reste inférieure à 2Δ . Cela revient en fait à dire que l'état non résistif supraconducteur existe tant que la température reste inférieure à T_c .

* ω_D est proportionnel à $M^{-1/2}$, où M est la masse atomique des atomes constituant le réseau cristallin. Ceci met en évidence l'effet isotopique qui montre que plus les atomes sont lourds, et plus T_c est faible.

† L'énergie résultant de l'état de paire est en effet maximum dans la configuration où les 2 électrons ont des moments cinétiques égaux et opposés (p et $-p$), et des spins anti-parallèles ($1/2$ et $-1/2$).

En réalité, à $T=0^\circ\text{K}$, tous les électrons de conduction sont appariés en paires de Cooper, mais à température finie, il y a toujours une probabilité pour qu'une paire soit brisée (figure 2-19b). Cette probabilité est du type Boltzmann : le rapport entre densité d'électrons normaux (n_n) et densité d'électrons appariés supraconducteurs (n_s) peut s'écrire :

$$(259) \quad \frac{n_n}{n_s} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\Delta(T)}{k_B T}\right)} \approx \exp\left(-\frac{\Delta(T)}{k_B T}\right)$$

Pourtant le fluide des paires de Cooper peut transporter des courants continus sans aucune perte : en fait les électrons normaux sont alors court-circuités du fait du caractère bosonique des paires de Cooper.

Par contre, dans un champ RF, ces électrons normaux impliquent des pertes bien décrites par le modèle à 2 fluides mentionné précédemment*. Une onde électromagnétique peut même détruire la supraconductivité pour peu que sa fréquence ν soit assez élevée. L'énergie électromagnétique correspondante doit vérifier :

$$(260) \quad h\nu = 2\Delta(T)$$

Pour le niobium par exemple, cela correspond à une fréquence d'environ 700GHz.

Enfin, une des prédictions majeures de la théorie quantique BCS est qu'à l'intérieur d'un supraconducteur, le flux magnétique ne peut pénétrer que de façon quantifiée. Il est égal à un multiple de ϕ_0 , où ϕ_0 , qui représente le quantum de flux ou « fluxoïde », s'écrit :

$$(261) \quad \phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$$

Cette propriété est notamment utilisée en électronique dans les SQUID[†], dont le fonctionnement est basé sur un effet tunnel des paires de Cooper à travers une jonction supra/isolant/supra (effet Josephson). C'est aussi grâce à ce type de jonctions Josephson qu'il est possible de mesurer Δ expérimentalement.

* Le modèle à deux fluides est détaillé en annexe 5 dans le cadre du calcul de la résistance de surface d'un supraconducteur.

† SQUID : Superconducting Quantum Interference Device.

La théorie thermodynamique de Ginzburg-Landau -----

La transition entre l'état normal et l'état supraconducteur apparaît comme thermodynamiquement réversible, et il est possible d'appliquer à cette transition les principes de la thermodynamique.

La variation d'énergie de Gibbs à T=cte d'un corps magnétique s'écrit :

$$(262) \quad \Delta G = -\mu_0 V \int M \cdot dH_e$$

où V représente le volume du corps, M son aimantation et H_e le champ magnétique extérieur appliqué.

Compte tenu des propriétés diamagnétiques de la phase supraconductrice, la comparaison des énergies libres, respectivement à l'état normal (G_N) et à l'état supraconducteur (G_S), permet de justifier l'existence d'un champ critique thermodynamique H_c , qui s'écrit alors :

$$(263) \quad H_c = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 V} (G_N - G_S)}$$

De plus, l'étude de l'entropie $S=(dG/dT)_{H=cte}$ permet de mettre en évidence le saut de capacité thermique à $T=T_c$ caractéristique de la transition supraconductrice ; elle montre également que l'entropie diminue lors du passage à l'état supraconducteur : l'état supraconducteur est donc plus ordonné que l'état normal.

L'application de cette théorie générale des transitions de phase à la supraconductivité a permis à Ginzburg et Landau⁶⁵ d'expliquer ce phénomène en introduisant la notion de paramètre d'ordre* ; il est alors possible de classer les supraconducteurs à l'aide des deux longueurs caractéristiques suivantes :

- la longueur de pénétration λ associée aux effets électromagnétiques (pénétration et variation de J et de H). Dans le cas des métaux purs, elle s'assimile à la longueur de London λ_L .
- la longueur de cohérence ξ associée aux variations spatiales du paramètre d'ordre, c'est-à-dire à celles de la densité d'électrons supraconducteurs. Pour les

* Ce paramètre d'ordre noté ψ est nul dans l'état normal, et caractérise la densité d'électrons supraconducteurs dans l'état SC.

métaux purs, elle s'assimile à longueur de cohérence intrinsèque ξ_0 introduite dans la théorie BCS pour rendre compte de la « taille » d'une paire de Cooper.

En introduisant le paramètre κ , défini par :

$$(264) \quad \kappa = \frac{\lambda}{\xi},$$

il est alors possible, par des considérations énergétiques, de distinguer les deux comportements des supraconducteurs en présence d'un champ magnétique :

- si $\kappa < 1/\sqrt{2}$, la présence de barrières normales/supraconductrices est énergétiquement défavorable. C'est le cas des SC de type I qui passent directement de l'état supraconducteur à l'état normal.
- $\kappa > 1/\sqrt{2}$, il est par contre énergétiquement favorable de former un maximum de barrières normales/supraconductrices. Les zones normales sont très petites, caractérisant le comportement des SC de type II dans l'état mixte entre H_{c1} et H_{c2} .

Ainsi, dans un SC de type II, le flux pénètre, comme on l'a déjà vu, sous forme de tubes (vortex) de flux ϕ_0 , de rayon de l'ordre de ξ pour que l'état normal puisse s'y établir, entourés de courants supraconducteurs s'étendant sur une distance λ pour écranter le champ magnétique dans la partie qui reste supraconductrice.

Le premier champ critique H_{c1} correspond à l'apparition du premier vortex, d'où :

$$(265) \quad \mu_0 H_{c1} \approx \frac{\phi_0}{\pi \lambda^2}$$

H_{c2} correspond à une pénétration complète du champ magnétique, d'où :

$$(266) \quad \mu_0 H_{c2} \approx \frac{\phi_0}{\pi \xi^2}$$

Le champ thermodynamique critique s'écrit alors comme $H_c = \sqrt{H_{c1} H_{c2}}$.

Dans le cas du niobium, qui est un supraconducteur de type II avec $\kappa \approx 1$, ces divers champs critiques, à $T=0^\circ\text{K}$, prennent les valeurs suivantes : $H_{c1} \approx 170\text{mT}$, $H_{c2} \approx 240\text{mT}$, et $H_c \approx 200\text{mT}$.

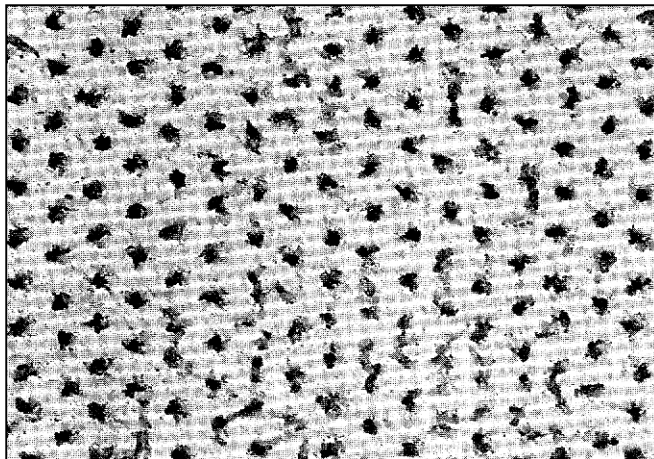


Figure 2-20 : Photo d'un réseau de vortex au microscope électronique.

Les vortex présentent entre eux des forces d'interaction répulsives qui entraînent une organisation régulière conduisant à un niveau d'énergie minimal : le réseau de vortex est triangulaire, comme on le voit sur la figure 2-20. Pour un champ magnétique d'induction B , l'écartement entre les vortex est alors donné par :

$$(267) \quad d = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\phi_0}{B}} \quad (d \sim 160 \text{ nm à } 100 \text{ mT})$$

Pour terminer, il est important de préciser que la présence d'impuretés dans les métaux et alliages modifie considérablement les valeurs des longueurs caractéristiques et des champs critiques dans l'état supraconducteur.

Ainsi, plus le matériau contient d'impuretés, et plus le libre parcours moyen des électrons dans le métal est faible. On peut alors montrer que la longueur de cohérence diminue avec le taux d'impuretés selon :

$$(268) \quad \frac{1}{\xi} \approx \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{l}$$

où l est le libre parcours moyen, et ξ_0 la longueur de cohérence intrinsèque du matériau pur.

A l'inverse, on peut constater que la longueur de pénétration λ augmente avec le taux d'impureté. Pippard⁶⁶ a pour la première fois mis en évidence ce phénomène en proposant une généralisation non locale de l'équation de London. Il est ainsi

possible de distinguer 4 comportements limites selon la pureté et le type du supraconducteur :

	Matériau pur ($\xi_0 \ll 1$) $\xi \approx \xi_0$	Matériau sale ($\xi_0 \gg 1$) $\xi \approx 1$
SC de type I ($\lambda < \xi/\sqrt{2}$)	$\lambda \approx 0,7(\xi_0 \lambda_L)^{1/3}$	$\lambda \approx 0,7(\xi_0 \lambda_L)^{1/3}$
SC de type II ($\lambda > \xi/\sqrt{2}$)	$\lambda \approx \lambda_L$	$\lambda \approx \lambda_L \sqrt{\frac{\xi_0}{1}}$

Ces résultats confirment bien les mesures expérimentales mentionnées précédemment qui mettent en évidence le fait que l'on a toujours $\lambda \geq \lambda_L$.

En ce qui concerne les champs critiques, il apparaît ainsi, d'après (265) et (266), que plus le matériau est sale, plus H_{c1} est faible, mais plus H_{c2} est élevé.

Les impuretés jouent également un rôle primordial dans l'état mixte : elles permettent à un supraconducteur de type II de transporter un courant sans dissipation.

En effet, dans l'état mixte, et sous l'effet d'un courant d'intensité J (courant extérieur ou courant d'écrantage), les vortex sont alors soumis à une force de Lorentz du type $\vec{J} \wedge \vec{B}$ qui, si rien ne s'y oppose, va avoir tendance à les déplacer (« flux flow »), engendrant un champ électrique et une dissipation d'énergie.

Ce sont les imperfections microstructurales (impuretés, mais aussi lacunes, inhomogénéités, joints de grains, etc.) qui empêchent en réalité le réseau de vortex de se déplacer* : ces imperfections jouent le rôle de points d'ancrage pour les vortex qui restent fixes tant que la force d'ancrage (force de « pinning ») reste supérieure aux forces de Lorentz.

La densité de courant critique est en définitive le courant qui crée une force de Lorentz suffisante pour déplacer les vortex en les arrachant de leurs points d'ancrage (pour le niobium, $J_c \approx 2,5 \cdot 10^{11} \text{A/m}$).

Enfin, notons que la répartition du courant au sein du matériau supraconducteur est caractérisé par le modèle de l'état critique de Bean⁶⁷, selon lequel cette densité locale de courant est soit nulle, soit égale à la densité de courant critique J_c . Il est alors possible de décrire la pénétration de l'induction dans un supraconducteur de type II (figure 2-21) :

* Il suffit souvent qu'un seul vortex soit ancré sur une imperfection pour que tout le réseau de vortex soit fixé du fait de sa « rigidité ».

- en présence d'un champ magnétique croissant, une plaque d'épaisseur d voit se développer des courants qui tendent à écranter le champ extérieur alors que des vortex vont progressivement pénétrer la plaque ; pour un champ extérieur H_e , et en admettant que J_c est constant, l'induction magnétique pénètre alors jusqu'à $x=H_e/J_c$; la pénétration complète est atteinte pour un champ appliqué de :

$$(269) \quad H_p = \frac{d}{2} J_c$$

- en champ décroissant, un flux est par contre gelé dans la plaque lorsque le champ extérieur s'annule ; la description d'un cycle complet met ainsi en évidence le caractère hystérétique et irréversible de la courbe d'aimantation d'un supraconducteur de type II.

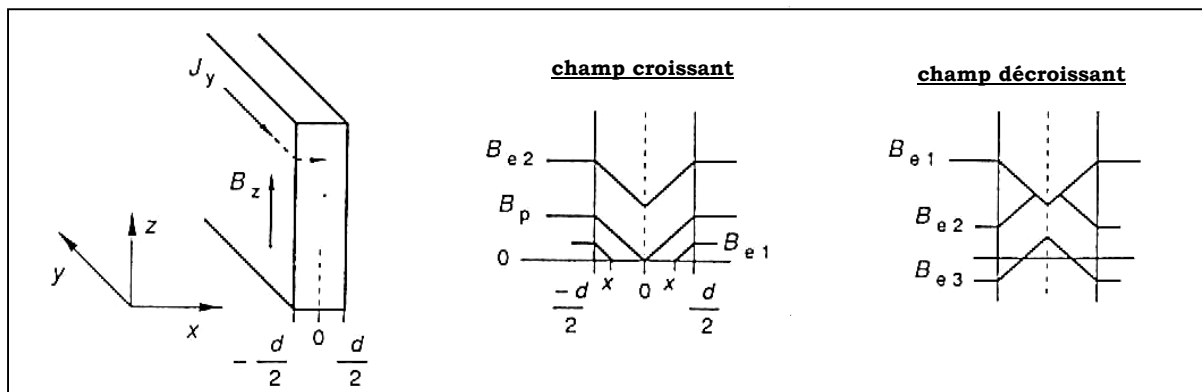


Figure 2-21 : L'état critique de Bean : pénétration de l'induction dans une plaque supraconductrice (SC de type II).

2. 3. Les cavités supraconductrices.

L'utilisation de la supraconductivité est très avantageuse dans un certain nombre d'applications, notamment pour la conception des cavités résonantes accélératrices, comme nous l'avons déjà souligné au chapitre 1.

Dans l'optique de l'étude de nos cavités ASH, nous préciserons ici dans un premier temps le comportement d'un supraconducteur soumis à un champ RF, puis nous décrirons les principales spécificités d'une cavité supraconductrice.

2. 3. 1. Supraconductivité et hyperfréquence.

Résistance de surface d'un métal normal -----

Lorsqu'on applique un champ électromagnétique de pulsation ω au voisinage d'une plaque de métal, les champs pénètrent le matériau sur une fine couche de surface. Cette pénétration induit des dissipations dans le métal, que celui-ci soit dans l'état normal résistif, ou dans l'état supraconducteur. Afin de quantifier ces pertes RF, on définit la résistance de surface du matériau R_s (en Ω) comme :

$$(270) \quad R_s = \frac{2P_{RF}}{H_s^2}$$

où H_s représente le champ magnétique en surface, et P_{RF} les pertes RF dans le matériau.

Dans le cas d'un métal normal, la pénétration de ces champs se fait sur une longueur caractéristique appelée « épaisseur de peau » qui s'écrit :

$$(271) \quad \delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}}$$

où ρ représente la résistivité du métal, et μ sa perméabilité magnétique. Par exemple, dans le cas du cuivre à 300°K ($\rho \approx 17\text{n}\Omega\cdot\text{m}$) et à 700MHz, cette épaisseur de peau est de l'ordre de 2,5 μm .

La résistance de surface peut alors se mettre sous la forme :

$$(272) \quad R_s = \frac{\rho}{\delta} = \sqrt{\frac{\mu\omega\rho}{2}},$$

ce qui donne, dans le cas du cuivre à 300°K et 700MHz, une résistance de surface de l'ordre de 6,8m Ω . Il est toutefois important de noter que cette équation ne reste valable que tant que l'épaisseur de peau δ reste grande devant le libre parcours moyen l des électrons dans le métal, et plus exactement lorsque :

$$(273) \quad \alpha_s = \frac{3}{4}\mu\omega\frac{l^2}{\rho} \leq 0,016$$

Dans le cas contraire (c'est-à-dire lorsque le métal est très pur, et que la température devient très basse et/ou la fréquence élevée), cette condition n'est plus vérifiée, et la résistance de surface est alors plus élevée que selon l'équation (272) : cet effet est connu comme « l'effet de peau anormal »⁶⁸. Dans la limite $l \rightarrow \infty$, on peut montrer que la résistance de surface prend la forme :

$$(274) \quad R_\infty = \left(\sqrt{3}\pi \left(\frac{\mu\omega}{4\pi} \right)^2 \rho l \right)^{\frac{1}{3}}$$

Il apparaît ainsi que dans la limite anormale*, la résistance de surface varie en $\omega^{2/3}$ et ne dépend plus de la température car le produit (ρl) est une constante du matériau ; cela a par exemple pour conséquence qu'un cuivre de très bonne qualité aura beau être refroidi à 4°K, sa résistance de surface restera malgré tout relativement élevée† (environ 0,9m Ω à 700MHz).

* La formule (274) ne peut s'appliquer telle quelle que dans la limite anormale où $l \rightarrow \infty$; pour des valeurs intermédiaires ($\alpha_s \geq 3$), la résistance de surface peut être approximativement donnée par $R_s \approx R_\infty (1 + 1,157\alpha_s^{-0,2757})$.

† Il n'y a ainsi pas grand intérêt à refroidir une cavité en cuivre à très basse température.

Résistance de surface d'un supraconducteur -----

Considérons à présent le cas d'un supraconducteur que l'on supposera homogène. La pénétration des champs se fait cette fois sur la longueur de pénétration λ caractéristique du matériau, qui n'est que de l'ordre de quelques dizaines de nm.

Il est possible de montrer à partir de la théorie des 2 fluides (cf. annexe 4) que la résistance de surface s'exprime sous la forme exacte⁶⁹ :

$$(275) \quad R_s = \operatorname{Re} \left(\frac{j\mu\omega\lambda_{L0}}{\sqrt{\psi + j\omega\tau(1 + \psi)}} \right)$$

où ψ représente le paramètre d'ordre supraconducteur ($\psi = n_s/N$ avec n_s : densité d'électrons supraconducteurs et N : densité électronique totale), τ est le temps de collision électronique ($\tau = l/v_F$ avec l : libre parcours moyen et v_F : vitesse de Fermi) et λ_{L0} représente la longueur de London à $T=0^\circ\text{K}^*$.

Il apparaît ainsi que la connaissance du paramètre d'ordre supraconducteur permet d'obtenir la valeur de la résistance de surface (et inversement). Lorsque $\psi \approx 1$ (condition vérifiée pour les supraconducteurs classiques lorsque la température est assez éloignée de T_c), il est possible de montrer (cf. annexe 4) que l'équation (275) se simplifie pour donner :

$$(276) \quad R_s = \frac{1}{2} \mu^2 \omega^2 \lambda_L^3 \sigma_n$$

où σ_n représente la conductivité du métal dans son état normal (déterminée à $T < T_c$ par extrapolation), et λ_L la longueur de London. Cette expression met en évidence la dépendance quadratique de la résistance de surface en fonction de la fréquence ; la dépendance en température est plus complexe, et peut être déterminée en étudiant les variations de σ_n et de λ_L en fonction des densités d'électrons normaux (n_n)[†] et supraconducteurs (n_s) puisque :

$$(277) \quad \lambda_L = \sqrt{\frac{m_e}{n_s e^2 \mu}}$$

$$(278) \quad \sigma_n = \frac{n_n e^2}{m_e v_F}$$

* C'est à dire sa valeur pour $n_s = N$ (ou $\psi = 1$).

† Il est notamment intéressant de remarquer que l'on obtient $R_s \propto \sigma_n \propto n_n \propto \exp(-\Delta(T)/k_B T)$ d'après (259).

L'application du modèle à 2 fluides au calcul de la résistance de surface comporte cependant certaines limites ; ce modèle propose notamment une dépendance linéaire de R_s en fonction du libre parcours moyen (cf. équations (276)+(278)) qui n'est pas vérifiée expérimentalement, comme nous le reverrons par la suite. Cela s'explique par le fait que ce modèle ne tient pas compte de la longueur de cohérence du matériau ξ introduite par la théorie BCS ; cette longueur implique en effet que deux électrons appariés ne voient pas exactement le même champ, surtout lorsque cette longueur devient grande, ce qui est notamment le cas dans les matériaux « sales ».

Contrairement au modèle des 2 fluides qui prévoit une dépendance empirique du paramètre d'ordre du type $\psi = 1 - (T/T_c)^4$, la théorie BCS montre⁷⁰ que ψ peut s'exprimer en fonction du gap d'énergie $\Delta(T)$ caractérisant l'état supraconducteur* :

$$(279) \quad \psi_{\text{BCS}} = \frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \text{th} \left(\frac{\Delta(T)}{2k_B T} \right)$$

A partir de ce résultat, Mattis et Bardeen⁷¹ d'une part, et Abrikosov, Gor'kov et Khalatnikov⁷² d'autre part ont obtenu en 1958 des expressions intégrales plus exactes de la résistance de surface d'un supraconducteur conventionnel soumis à un champ électromagnétique faible. L'intégration numérique de ces expressions très complexes a été effectuée par Turneaure⁷³ puis par Halbritter⁷⁴, et conduit, dans sa forme la plus simple, à une résistance de surface prenant la forme semi-empirique suivante :

$$(280) \quad R_s(T) = A(\lambda, \xi, l, v_F) \frac{\omega^2}{T} \exp \left(- \frac{\Delta(0)}{k_B T} \right) + R_{\text{res}}$$

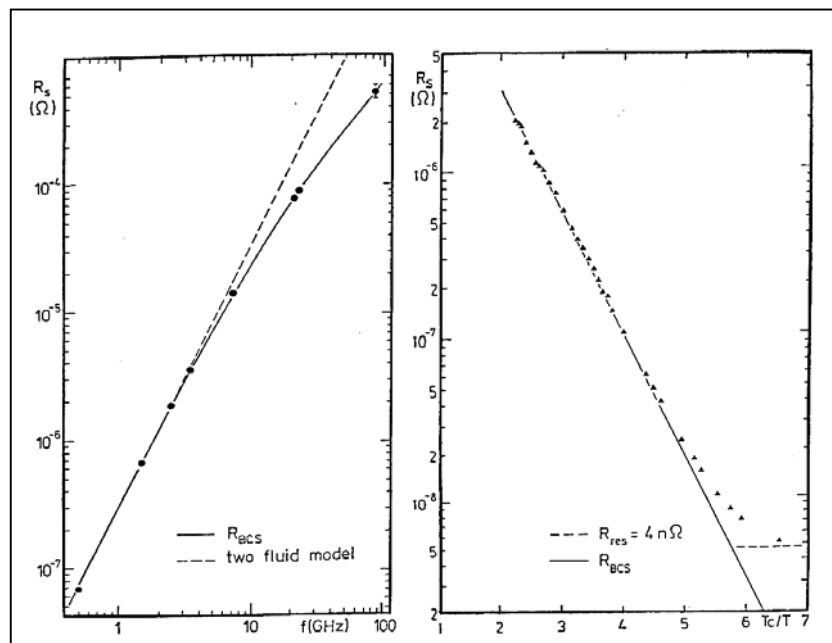
où A est une constante du matériau dépendant de la longueur de pénétration, de la longueur de cohérence, du libre parcours moyen et de la vitesse de Fermi. Cette formulation a le mérite d'être très simple (quoique très approximative), et est de ce fait l'expression la plus couramment utilisée (par SUPERFISH par exemple cf. équation (281)) ; précisons qu'elle n'est valable que dans l'approximation $T < T_c/2$ (là où $\Delta(T) \sim \Delta(0)^\dagger$) et pour des fréquences pas trop grandes telles que $\hbar\omega < \Delta(0)/10$ (au-delà, l'anisotropie du réseau cristallin modifie la dépendance en ω^2 , comme on peut le voir sur la figure 2-22).

* Notons ici que dans le cas d'une présence d'impuretés, le paramètre d'ordre peut se réécrire comme $\psi = \psi_{\text{BCS}} \psi_0$ où $\psi_0 = 1 - n_{n0}/N$, n_{n0} étant la densité d'électrons demeurant non appariés à $T=0\text{K}$ du fait de la présence d'impuretés⁶⁹. On a alors $\psi \neq 1$ à $T=0\text{K}$, ce qui permet d'expliquer la contribution de ces impuretés à la résistance résiduelle.

† Une bonne approximation de $\Delta(T)$ peut en effet être donnée par $\Delta(T) \approx \Delta(0) \times [\cos(\pi T^2/2T_c^2)]^{1/2}$.

Le terme de gauche dans l'équation (280) est souvent noté R_{BCS} ; il décroît exponentiellement avec la température et augmente avec le carré de la fréquence comme le prédit le modèle à 2 fluides.

En-dessous d'une certaine température, il apparaît toutefois que la résistance de surface mesurée est supérieure à la résistance prédite R_{BCS} (figure 2-22). On introduit ainsi une résistance de surface résiduelle R_{res} pour effectuer la correction. Cette résistance résiduelle est indépendante de la température, et prend en compte l'ensemble des dissipations n'intervenant pas dans R_{BCS} (cf. paragraphe suivant). Dans le cas par exemple d'une surface de niobium correctement préparée, R_{res} peut varier de quelques dixièmes à quelques dizaines de $n\Omega$.



Figures 2-22 : Evolution de la résistance de surface du niobium en fonction de la fréquence (à $T=4,2K$) et en fonction de la température (à $f=3GHz$).

Choix du matériau : le niobium -----

Afin de minimiser les pertes RF dans une cavité supraconductrice, il s'agit de choisir un matériau dont la résistance de surface soit la plus faible possible. D'après (276) et (280), il apparaît qu'une minimisation de R_s passe par le choix d'un supraconducteur ayant le plus grand $\Delta(0)$ possible (c'est-à-dire la plus grande T_c possible), mais aussi la plus petite longueur de pénétration λ possible, et la plus petite résistance résiduelle R_{res} possible.

La résistance résiduelle R_{res} prend en compte toutes les dissipations non comprises dans le terme R_{BCS} . Afin de minimiser cette résistance résiduelle, il faut prendre en compte divers phénomènes, dont les causes sont plus ou moins bien maîtrisées ; parmi les phénomènes qui contribuent à la résistance résiduelle, on peut citer⁷⁵ :

- **l' « effet 100K »**, typique du niobium : à des températures comprises entre 100°K et 180°K, l'hydrogène présent dans le niobium a tendance à précipiter en hydrures⁷⁶ qui altèrent sensiblement les propriétés supraconductrices du matériau (cf. chapitre 4). Afin d'éviter cet effet 100K, un refroidissement rapide de la cavité est nécessaire, mais le meilleur remède consiste à faire un recuit de restauration du niobium entre 700°C et 900°C pour favoriser le dégazage de l'hydrogène.
- **le champ magnétique piégé** : lors du refroidissement du supraconducteur sous un faible champ résiduel (par exemple le champ magnétique terrestre), la présence de défauts cristallins dans le matériau entraîne un piégeage du flux : il a été en effet clairement montré⁷⁷ que, contrairement à ce que prévoit l'effet Meissner*, 100% du flux statique reste piégé dans le niobium sous forme de vortex lors de la transition à l'état supraconducteur†. Ce phénomène peut être évité en mettant en place un blindage magnétique efficace autour du cryostat accueillant la cavité afin de réduire le champ magnétique résiduel à moins de 2 ou 3 mG.
- **l'aspect structurel du matériau** : il s'agit des défauts locaux liés à la métallurgie ou à la fabrication des cavités (fissures, porosités, impuretés...) ainsi que des imperfections structurales telles que dislocations, lacunes, inhomogénéités, joints de grains... On peut ici noter que ces défauts auront tendance à engendrer d'autant plus de dissipations que leur taille sera grande par rapport à la longueur de cohérence ξ_0 du supraconducteur. Ainsi, pour un défaut de taille donnée, plus la longueur de cohérence du matériau sera grande, et moins ce défaut engendrera de dissipations. De plus, pour minimiser autant que possible le nombre et la taille de ces défauts, il est préférable d'utiliser un matériau de RRR relativement élevé.
- **l'absence de propreté de surface** : la présence de poussières à la surface du supraconducteur, qui, comme on le verra, induit un fort risque d' « émission de champ », peut aussi entraîner une absorption de l'énergie HF stockée dans la

* L'effet Meissner n'est en fait vérifié que pour des matériaux ultra purs.

† La résistance de surface induite par ce champ piégé s'exprime par : $R_s = R_N (H_{appliqué}/H_{c2})$, où R_N représente la résistance de surface à l'état normal ($R_N = \rho_N/\delta$).

cavité ; il est donc essentiel que chaque étape de préparation des cavités soit effectuée dans des conditions d'ultra propreté. Notons que dans le cas du niobium, l'oxydation de la surface semble également jouer un rôle dans la contribution à la résistance résiduelle.

Au total, il apparaît donc que le matériau idéal au point de vue RF pour la construction de cavités supraconductrices soit un matériau ayant d'une part la plus petite longueur de pénétration possible et le plus haut T_c possible (minimisation de R_{BCS}), et d'autre part un matériau propre, et ayant la plus grande longueur de cohérence possible (minimisation de R_{res}).

Mais avoir un grand ξ_0 et un grand T_c à la fois n'est pas compatible puisque l'on a vu au chapitre précédent que $\xi_0 \propto 1/T_c$. Il s'agit donc de trouver un compromis entre les SC de type I qui ont de faibles T_c induisant des résistances R_{BCS} prohibitives, et les SC de type II, qui ont tendance, du fait de leur faible longueur de cohérence, à développer des résistances résiduelles importantes.

Le choix du niobium apparaît ainsi comme le parfait compromis entre ces deux tendances puisqu'il est à la fois métal, mais de type II, avec $\kappa \approx 1$.

Les expressions de la résistance de surface du niobium sont variables selon les auteurs ; on donne ici par exemple l'expression utilisée par le logiciel SUPERFISH :

$$(281) \quad R_s \approx 9.10^{-5} \frac{1}{T} f^2 \exp\left(-1,83 \frac{T_c}{T}\right) + R_{res}$$

où $T_c=9,2K$, f est en GHz et R_{res} est variable selon la pureté et la préparation du matériau ; R_{res} est habituellement de l'ordre de quelques $n\Omega$, mais des valeurs inférieures à $1n\Omega$ ont déjà été mesurées à Saclay⁷⁸.

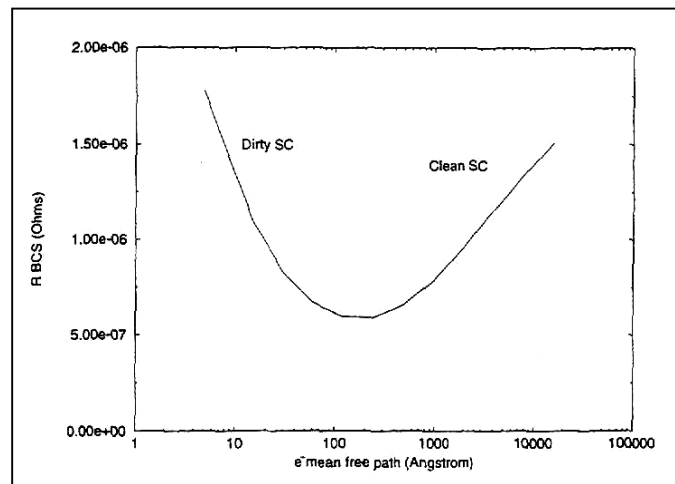
Influence de la pureté du niobium sur R_{BCS} -----

Comme on l'a vu dans le chapitre 2.2, la valeur de λ dépend de façon importante de la pureté du matériau ; concernant R_{BCS} (pour des raisons de clarté, on considèrera dans le raisonnement suivant qu'en première approximation $R_{BCS} \propto \lambda^3 \sigma_n$), cela a pour conséquence que :

- pour un métal pur ($\xi \approx \xi_0$ et $\lambda \approx \lambda_L$), λ est indépendant du libre parcours moyen, et comme $\sigma_n \propto 1$, il vient que R_{BCS} varie en fonction du libre parcours moyen comme $R_{BCS}(pur) \propto 1$ (on retrouve ici le résultat donné par le modèle à 2 fluides).

- pour un métal sale, on a par contre $\xi \approx 1$, et λ est alors proportionnel à $1/\sqrt{l}$; on en déduit que R_{BCS} varie ici comme $R_{BCS}(\text{sale}) \propto 1/\sqrt{l}$.

Ces considérations montrent que la résistance de surface R_{BCS} d'un supraconducteur n'est pas d'autant plus faible que sa pureté est grande. Il existe au contraire un optimum de pureté pour lequel R_{BCS} est minimisée (figure 2-23). Cet optimum est atteint lorsque le libre parcours moyen des électrons dans le métal est du même ordre de grandeur que la longueur de cohérence intrinsèque du supraconducteur, soit lorsque $l \approx \xi_0$; la position de cet optimum dépend aussi de la température de fonctionnement : plus la température est faible, et plus l'optimum se déplace vers les zones de grande pureté (vers la droite sur la figure 2-23) ; il disparaît à $T=0K$.



Figures 2-23⁷⁹ : Evolution de la résistance de surface R_{BCS} du Nb à 1,5GHz et 4,2K en fonction du libre parcours moyen.

La condition $l \approx \xi_0$ permettant d'obtenir la résistance de surface minimale ne peut être vérifiée que par les métaux (Nb, Pb, etc..) ou les composés inter-métalliques comme Nb_3Sn ; tous les alliages SC ont par contre des libres parcours moyens beaucoup trop faibles pour espérer remplir cette condition.

Dans le cas du niobium, la pureté qui optimise R_{BCS} est atteinte lorsque le RRR est de l'ordre de plusieurs dizaines* (valeur variable selon la température de fonctionnement). Il est cependant recommandé de choisir un RRR encore plus élevé (de l'ordre de quelques centaines) afin de minimiser avant tout la présence d'impuretés sur la surface ; il s'agit d'une part de minimiser la résistance résiduelle de surface, mais surtout, comme nous le verrons par la suite, d'augmenter la conductivité thermique du niobium et de renforcer ainsi la stabilité thermique de la cavité pour éviter le « quench ».

* Pour le Nb à très basse température, l'ordre de grandeur du libre parcours moyen s'exprime comme $l \approx 2,7$ RRR.

Champs RF critiques -----

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'un champ magnétique continu commence à pénétrer le supraconducteur lorsqu'il devient supérieur au champ critique H_c (pour un SC de type I) ou H_{c1} (pour un SC de type II). En ce qui concerne les champs magnétiques RF, cela n'est plus vérifié pour des raisons qui restent en partie non expliquées.

Il est possible cependant de considérer⁸⁰ par exemple que, pour un SC de type II soumis à un champ magnétique RF d'amplitude $H \geq H_{c1}$, le temps nécessaire à la constitution et la stabilisation d'un vortex ($\sim 10^{-6}$ s) est très supérieur à une période RF ($\sim 10^{-9}$ s). Il en découle alors que l'état supraconducteur peut persister jusqu'à des champs plus élevés qu'en régime continu.

L'amplitude du champ magnétique RF capable de détruire la supraconductivité est ainsi plus élevée à la fois que H_{c1} et que H_c : ce champ est appelé champ critique de « superheating » et noté H_{sh} . Il peut s'exprimer selon le type de supraconducteur comme :

$$(282) \quad H_{sh} \approx 0,89 \frac{H_c}{\kappa} \quad \text{pour } \kappa \ll 1$$

$$H_{sh} \approx 1,2 H_c \quad \text{pour } \kappa \approx 1$$

$$H_{sh} \approx 0,75 H_c \quad \text{pour } \kappa \gg 1$$

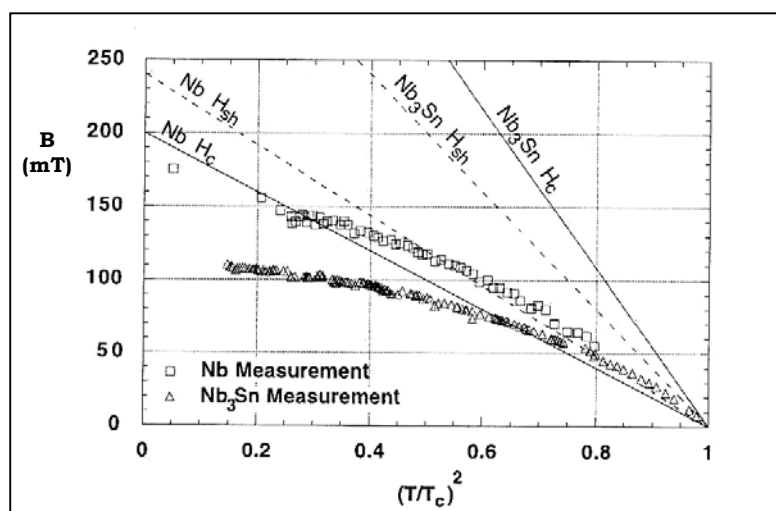


Figure 2-24 : Champs RF critiques mesurés pour le Nb et le Nb₃Sn (fréquences de mesure : 1,3 et 3GHz, Nb massif, Nb₃Sn en couche mince déposée sur Nb).

L'expérience⁸¹ a pu confirmer, dans certains cas comme pour le niobium, que les équations (282) donnaient globalement un bon ordre de grandeur du champ magnétique RF critique, même s'il apparaît qu'à très basse température, le champ critique RF semble être plus proche de H_{c1} que de H_{sh} . Dans d'autres cas par contre, comme pour Nb_3Sn , le champ critique RF mesuré est très inférieur à H_{sh} , comme on peut s'en rendre compte sur la figure 2-24.

Dans les cavités accélératrices supraconductrices, l'amplitude des champs magnétiques RF utilisés est en général de l'ordre de grandeur des champs magnétiques critiques H_{sh} caractéristiques du matériau constituant la cavité. Afin de pouvoir développer de forts gradients accélérateurs (et donc de forts champs magnétiques de surface) tout en s'assurant une marge confortable de sécurité, il s'agit donc de choisir un matériau dont le champ magnétique RF critique est le plus élevé possible. Dans la gamme des matériaux envisageables, il s'avère que le niobium, qui est déjà le meilleur compromis au niveau de la résistance de surface, est aussi un de ceux qui ont le champ critique RF théorique H_{sh} le plus élevé, à savoir 190mT à 2°K.

Ainsi, si l'on revient au cas d'une cavité pill-box idéale construite en niobium, il est possible, à partir de la valeur du rapport B_{pk}/E_{acc} (3,05), d'en déduire la valeur théorique maximale du champ accélérateur envisageable dans cette cavité, soit environ 60MV/m à 2°K.

Les conditions de fonctionnement -----

Le niobium apparaît donc, en l'état actuel de la recherche, comme le matériau idéal pour la construction de cavités RF supraconductrices, garantissant à la fois de bonnes performances (forts gradients accélérateurs, faibles pertes RF) mais aussi une mise en œuvre technologique déjà bien rodée depuis maintenant plusieurs années. Mais il reste à préciser les conditions opératoires dans lesquelles l'utiliser afin d'exploiter au mieux ses qualités : l'expression de la résistance de surface d'un supraconducteur fait en effet intervenir, outre les paramètres intrinsèques du matériau, les paramètres f et T , représentant la fréquence et la température d'utilisation. Il s'agit donc ici de déterminer de façon quantitative comment ces paramètres doivent être choisis.

La gamme de fréquence utilisable pour une cavité SC en niobium peut être déterminée de façon simple en étudiant l'évolution de la résistance de surface du niobium en fonction de la fréquence pour chercher à minimiser les pertes RF le long du linac.

Pour cela, on cherche à maximiser l'impédance shunt par unité de longueur ; celle-ci s'exprime par :

$$(283) \quad \frac{r_{\text{shunt}}}{L} = \frac{1}{L} \left(\frac{r}{Q} \right) Q_0 = \frac{1}{L} \left(\frac{r}{Q} \right) \frac{G}{R_{\text{BCS}} + R_{\text{res}}}$$

Les paramètres G et (r/Q) sont les paramètres géométriques de la structure accélératrice, et ne dépendent pas de la fréquence ; la longueur L par contre varie comme $1/f$, conformément au fait que plus la fréquence est faible, et plus les structures sont grandes.

D'autre part, la dépendance quadratique de la résistance de surface BCS permet de montrer que :

- à hautes fréquences (f supérieure à environ 3GHz), on a $R_{\text{BCS}} \gg R_{\text{res}}$; vu que R_{BCS} varie comme f^2 , on en déduit que l'impédance shunt par unité de longueur varie comme $1/f$ dans cette gamme de fréquence : la maximiser revient alors à choisir une fréquence plus faible.
- à faibles fréquences (f inférieure à environ 300MHz), on a au contraire $R_{\text{BCS}} \ll R_{\text{res}}$; si l'on considère en première approximation que R_{res} ne dépend pas fortement de la fréquence, l'impédance shunt par unité de longueur varie alors comme f : la maximiser revient alors à choisir une fréquence plus élevée.

On peut ainsi déduire de cette analyse qualitative que pour utiliser correctement une cavité SC en niobium, il est nécessaire de choisir une fréquence de fonctionnement comprise approximativement entre 300MHz et 3GHz, c'est-à-dire dans la plage de fréquence où $R_{\text{BCS}} \approx R_{\text{res}}$.

En ce qui concerne la température de fonctionnement, il est clair que plus celle-ci est basse, et plus les pertes RF seront faibles. Mais d'un autre côté, plus T est faible, et moins le rendement du cycle de réfrigération est élevé. Il est donc essentiel en terme de coût de ne pas refroidir la cavité à des températures trop basses sans apporter un gain substantiel au niveau des dissipations RF. Ce compromis entre des pertes RF minimales et un rendement cryogénique acceptable définit en général une température optimale d'utilisation. Cette température dépend en outre de la fréquence de fonctionnement de la cavité.

Aux faibles fréquences ($\sim 300\text{MHz}$), le choix d'une température de fonctionnement à $4,2\text{K}$ (température de liquéfaction de l'hélium) apparaît comme un bon choix puisque la résistance de surface du niobium est déjà faible (de l'ordre de 10 à $20\text{n}\Omega$) et remplit la condition $R_{\text{BCS}} \approx R_{\text{res}}$.

En revanche, pour des fréquences plus hautes ($\sim 3\text{GHz}$), la résistance de surface prend à $4,2\text{K}$ des valeurs prohibitives (de l'ordre de 1000 à $2000\text{n}\Omega$) : il est alors essentiel de travailler à plus basse température afin de retrouver des valeurs de R_s convenables. Pour cela, il est habituel de pomper sur le bain d'hélium pour obtenir des températures inférieures à $4,2\text{K}$.

A 700MHz par exemple, une analyse des coûts cryogéniques en fonction de la température a montré que d'un point de vue strictement économique, il est préférable de travailler à une température autour de $2,4\text{K}$ ⁸².

D'autre part, il est extrêmement intéressant de pouvoir travailler en-dessous du point Λ ($T_\Lambda = 2,17\text{K}$), là où l'hélium est dans son état superfluide (hélium II) et possède des propriétés réfrigérantes accrues⁸³ : travailler en hélium normal plutôt qu'en hélium superfluide est ainsi pénalisant pour les performances HF*, comme nous le mettrons en évidence par l'expérience lors du chapitre 4.

Finalement, la température idéale de fonctionnement est donnée pour des températures de l'ordre de 2°K ; la résistance de surface vaut alors généralement quelques $\text{n}\Omega$.

* Travailler en hélium superfluide est également préférable en ce qui concerne les vibrations induites (pas d'ébullition du bain d'hélium).

2. 3. 2. Performances d'une cavité supraconductrice.

Considérons une cavité SC en niobium refroidie à 2K, résonant à 700MHz, et dont les caractéristiques géométriques peuvent se résumer par les paramètres G , (r/Q) , et les rapports B_{pk}/E_{acc} , et E_{pk}/E_{acc} *

Prenons pour ces paramètres des valeurs typiques comme : $G \sim 200\Omega$; $(r/Q) \sim 150\Omega$ (pour une cavité 5-cellules de $\beta_g = 0,65$) ; $B_{pk}/E_{acc} \sim 5\text{mT/MV/m}$; $E_{pk}/E_{acc} \sim 2,5$.

Supposons enfin que la résistance de surface du niobium utilisé est, à 2K, de $10\text{n}\Omega$.

Soumise à un champ RF, la cavité va alors développer un Q_0 d'environ $2 \cdot 10^{10}$, et ceci jusqu'à ce que le champ magnétique pic B_{pk} atteigne la valeur du champ critique RF du niobium : 190mT (figure 2-25). Ce champ critique correspond dans notre exemple à un champ accélérateur E_{acc} d'environ 40MV/m : c'est le champ maximum envisageable dans la cavité ; au-delà, la supraconductivité du niobium est détruite. Lors de la transition entre l'état supraconducteur à l'état normal, on dit que la cavité subit un « quench ».

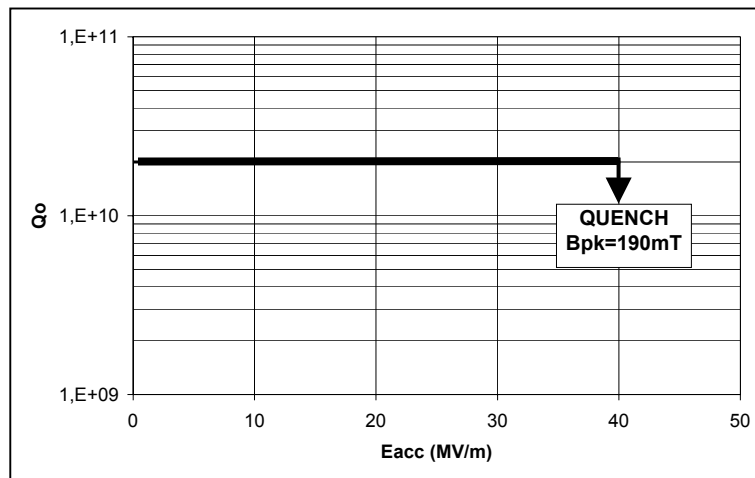


Figure 2-25 : Performance théorique d'une cavité SC : courbe $Q_0 = f(E_{acc})$.

En réalité, le comportement décrit précédemment n'est pas vérifié dans la pratique, car diverses limitations liées à l'état de surface du niobium empêchent d'atteindre ces performances théoriques. Parmi ces limitations, on peut signaler en particulier le phénomène du « quench thermique », celui de l'« émission de champ », ou encore celui du « multipacting ».

* Rappelons que ces paramètres, mis à part G , dépendent de la vitesse de la particule incidente, et sont donnés en général pour des particules de vitesse $\beta = \beta_g$.

Le quench thermique -----

En présence de champs RF, la présence d'un défaut à la surface du niobium (inclusion, poussière...) provoque, par effet Joule, une élévation locale de température* qui s'intensifie à mesure que le champ augmente. Lorsque la température au niveau du défaut excède la température critique T_c , la zone entourant le défaut passe alors de l'état supraconducteur à l'état normal. L'énergie emmagasinée dans la cavité est alors brutalement dissipée au niveau de cette zone locale, qui a alors tendance à s'étendre très rapidement ; la cavité perd alors sa stabilité thermique et la supraconductivité est instantanément détruite : c'est le « quench thermique » (figure 2-26a).

Selon la qualité de l'état de surface du niobium constituant l'intérieur de la cavité, le quench thermique peut se manifester à des champs plus ou moins élevés : un très mauvais état de surface peut par exemple entraîner un quench à des champs aussi faibles que quelques dizaines de mT... Même après la suppression par polissage mécanique des défauts de grande taille (~100 μ m), des quenches ont été observés à des champs de l'ordre de 50mT du fait de la présence de défauts plus petits.

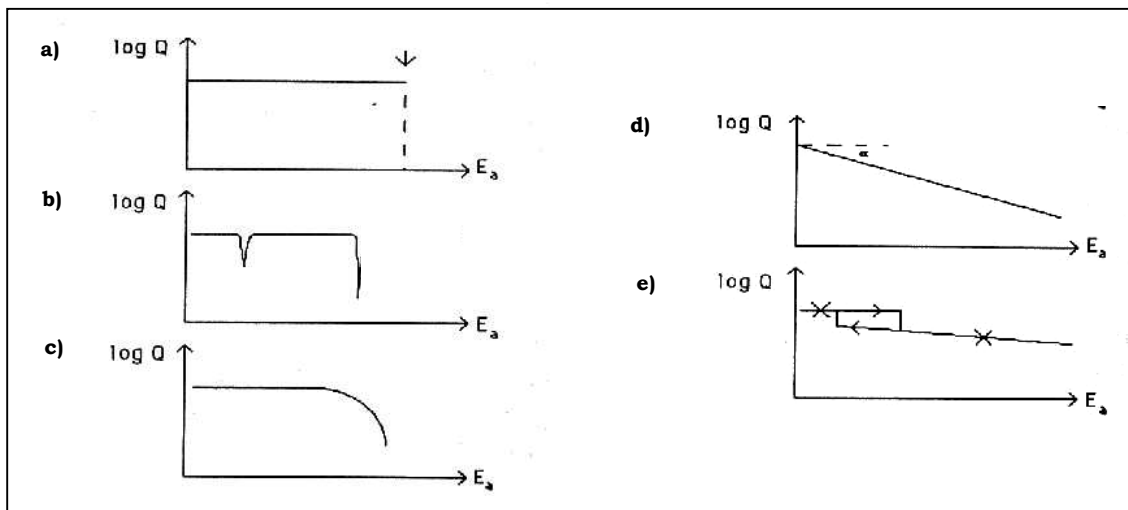
La présence de ces défauts de petite taille est inévitable lors de la construction et la préparation d'une cavité, et il n'est pas envisageable de tous les éliminer. Cependant, il apparaît clairement que, pour augmenter les performances d'une cavité supraconductrice et rehausser autant que possible la valeur du champ de quench, le nombre et la taille de ces défauts doivent être réduits. D'autre part, il est nécessaire d'augmenter autant que possible la conductivité thermique du matériau supraconducteur afin d'améliorer la stabilité thermique de la cavité : les défauts encore présents pourront ainsi tolérer plus de puissance RF avant de transiter dans l'état normal.

Le choix d'un matériau de haut RRR est donc ici essentiel pour repousser au maximum le champ de quench : d'une part le nombre et la taille des impuretés à la surface du supraconducteur sont réduits, mais de plus, le choix d'un SC de haut RRR permet en même temps d'améliorer la conductivité thermique du matériau. L'utilisation d'un niobium de haut RRR (200 à 300) permet ainsi d'atteindre des champs de plus de 100mT. De plus, les performances peuvent encore être améliorées en effectuant un recuit de purification à environ 1200°C⁸⁴ permettant d'augmenter le RRR jusqu'à des valeurs de l'ordre de 1000.

* Cet échauffement peut être mis en évidence par des mesures de température à l'extérieur de la cavité.

Une autre optique est d'améliorer la stabilité thermique de la cavité en utilisant une cavité en cuivre (très bon conducteur thermique), et en déposant sur sa surface intérieure une couche mince de niobium d'épaisseur 1 à 2 μm , épaisseur amplement suffisante pour pouvoir transporter les supercourants. Cette technique, qui a également l'avantage de réduire le coût de la cavité, a été notamment utilisée pour la construction des cavités LEP. Cependant, il apparaît que les performances de telles cavités restent très inférieures à celles de cavités en niobium massif ; des pertes non-quadratiques semblent en effet se manifester, induisant une pente sur la courbe $Q_0=f(E_{acc})$ (figure 2-26d). L'origine de ces pertes reste relativement obscure, mais de récentes expériences (étuvages de cavités entre 80 et 150°C⁸⁵) semblent indiquer que l'oxygène présent dans le supraconducteur joue un rôle important dans ce processus.

Le rôle du choix de la fréquence de fonctionnement a aussi son importance : plus la fréquence est grande, plus la longueur d'onde est faible, et plus les défauts de petite taille seront « vus » par la HF. A l'inverse, plus la fréquence est grande, plus la surface interne de la cavité est importante, et plus le nombre de défauts présents est important. Il convient donc de trouver ici un compromis entre ces deux tendances : 700MHz apparaît ici encore comme un choix raisonnable.



Figures 2-26 : courbes $Q_0=f(E_{acc})$ illustrant les limitations classiques intervenant dans une cavité SC : a) quench thermique ; b) multipacting ; c) émission de champ ; d) pertes non-quadratiques ; e) Q-switch.

Enfin, la préparation finale de la cavité, nécessaire pour parfaire l'état de surface, semble également jouer un rôle important. La technique de l'électro-polissage utilisée par le laboratoire japonais KEK permet notamment d'atteindre des champs de quench de plus de 170mT⁸⁶, valeur très proche de la limite théorique. Ces

résultats ont par ailleurs été confirmés par la collaboration DESY/CERN/Saclay⁸⁷. Cette technique est cependant difficile à mettre en œuvre pour des cavités de grande taille, comme les cavités 700MHz, et l'amélioration du traitement de surface classique par polissage chimique reste ainsi plus que jamais à l'étude⁸⁸.

Notons pour terminer qu'une petite chute du Q_0 peut parfois se manifester lorsqu'on augmente la puissance RF dans la cavité. Ce phénomène, appelé « Q-switch », est en général causé par le passage d'une petite zone de la cavité à l'état normal. Il s'agit bien souvent de zones locales mal attachées à la surface de la cavité, et donc mal refroidies. Le phénomène n'entraîne alors pas de quench thermique, et présente un comportement hystérétique (figure 2-26e).

L'émission de champ -----

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que le phénomène du quench est en étroite relation avec la valeur du champ magnétique de surface : la minimisation du facteur B_{pk}/E_{acc} apparaît ainsi comme essentielle. Mais nous allons voir que le rapport E_{pk}/E_{acc} doit lui aussi être minimisé car il existe un autre phénomène limitatif important, en relation cette fois avec le champ électrique de surface : l'émission d'électrons par les zones de la cavité exposées à de forts champs électriques ; c'est l'« émission de champ ».

En effet, lorsqu'une surface conductrice est exposée à un intense champ électrique, celle-ci peut émettre des électrons par effet tunnel. Ce phénomène, qui peut être modélisé à partir des équations de Fowler-Nordheim⁸⁹, doit être évité dans les cavités supraconductrices car il s'accompagne d'une consommation indésirable de puissance HF. De plus, les électrons arrachés viennent frapper localement la paroi qui s'échauffe, dégradant ainsi la stabilité thermique de la cavité, et augmentant le risque de quench. Le courant électronique induit par ce phénomène d'émission augmente de façon exponentielle lorsque l'on augmente le champ dans la cavité ; il se traduit ainsi par une forte pente sur la courbe $Q_0=f(E_{acc})$ (figure 2-26c), d'où une limitation en champ accélérateur.

Les sites émetteurs d'électrons sont en général des défauts de surface ponctuels tels que des poussières métalliques de la taille de quelques microns⁹⁰. Soumis à de forts champs électriques ($\sim 10\text{MV/m}$), ces sites vont commencer à émettre des électrons ; ceux-ci sont alors accélérés par les champs présents dans la cavité jusqu'à des énergies importantes (de l'ordre du MeV) ; après des trajectoires complexes (figure

2-27), ils finissent enfin par percuter la paroi de la cavité, d'où échauffements locaux décelables par thermométrie, émission de rayons X, voire dégradation de la cavité ou de ses coupleurs. Il est important de noter ici que, du fait de la grande énergie acquise par les électrons participant à l'émission de champ, un courant d'électrons de quelques nA suffit pour dégrader sensiblement les performances d'une cavité.

Afin de limiter ce phénomène, il convient d'éliminer dans la mesure du possible la présence des émetteurs potentiels. Pour cela, la surface interne de la cavité doit être préparée minutieusement (par électro-polissage ou polissage chimique), rincée, et le montage de la cavité doit s'effectuer dans des conditions d'extrême propreté (en salle blanche) afin d'éviter tout risque de contamination par des poussières. De plus, des études ont récemment montré⁹¹ qu'un rinçage à haute pression (HPR) à l'eau ultra pure de la surface interne de la cavité permet d'éliminer efficacement une grande partie des particules de contamination encore présentes avant le montage de la cavité. L'utilisation de telles techniques de propreté peut aujourd'hui permettre d'atteindre, sans émission de champ, des champs électriques de surface très élevés (typiquement de 30 à 50MV/m, mais pouvant aller jusqu'à 80MV/m dans certains cas⁹²).

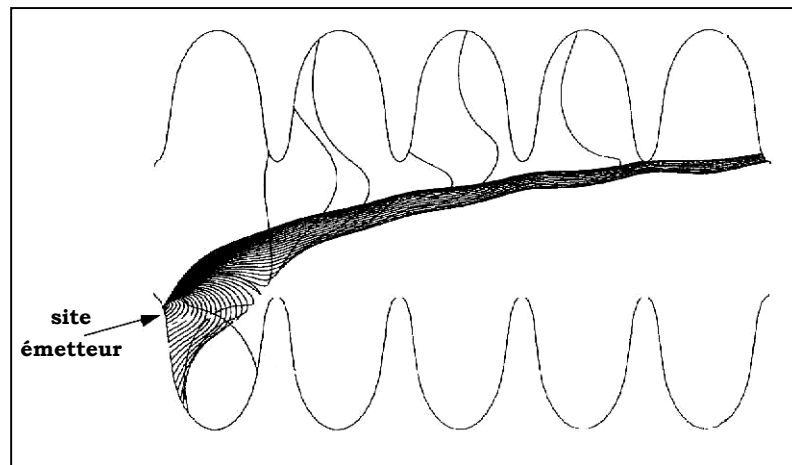


Figure 2-25 : exemple de trajectoires d'électrons émis par émission de champ.

Notons enfin qu'il existe également des techniques permettant d'éliminer certains sites émetteurs d'électrons in-situ, comme l'« hélium processing », qui consiste à introduire dans la cavité de l'hélium gazeux à très faible pression, ou encore le très efficace « high-power pulsed RF processing » (HPP), qui consiste à augmenter le champ électrique de surface très rapidement afin de modifier les caractéristiques du site émetteur voire de le détruire.

Le multipacting -----

Le « multipacting » dans les structures RF est un phénomène résonant mettant en jeu de très nombreux électrons. Il est particulièrement critique dans le cas d'une cavité supraconductrice car il est capable d'absorber une telle puissance RF qu'il devient alors impossible d'augmenter le champ dans la cavité en augmentant la puissance incidente : on parle alors de « barrière de multipacting » (figure 2-16b). Certaines barrières peuvent être dépassées, en augmentant lentement la puissance incidente pendant plusieurs minutes, mais d'autres restent insurmontables, limitant alors définitivement les performances de la cavité.

Contrairement à l'émission de champ, le multipacting met en jeu des électrons de très faibles énergies (entre 100eV et 1keV), et apparaît ainsi généralement à des champs relativement faibles (quelques MV/m). Le mécanisme est le suivant : un premier électron est émis par la surface de la cavité par effet tunnel quantique, et est accéléré par les champs RF présents dans la cavité. Cet électron émis heurte alors la surface de la cavité, donnant naissance à de nouveaux électrons secondaires, qui eux-mêmes réagissent de la même façon, et ainsi de suite... Dans certaines conditions de résonance, le courant produit peut alors croître de façon exponentielle, et absorber la totalité de la puissance RF disponible, interdisant ainsi l'augmentation des champs dans la cavité, et induisant une augmentation locale de température (décelable par thermométrie) pouvant aller jusqu'à induire un quench.

L'éventuelle existence d'un multipacting est clairement conditionnée par le nombre d'électrons secondaires qu'un électron produira en heurtant la paroi de la cavité : si celui-ci est plus grand que 1, le multipacting va se propager, mais s'il est inférieur à 1, il s'arrêtera de lui-même. La connaissance du coefficient d'émission secondaire du matériau à l'endroit où le premier électron tape est donc indispensable pour pouvoir prédire et analyser la formation d'un multipacting. Malheureusement, ce coefficient, qui dépend à la fois de la nature du matériau, de son état de surface, et de l'énergie cinétique de l'électron primaire incident, est très variable, et il est difficile de le connaître précisément. Dans le cas d'un niobium très propre, l'évolution de ce coefficient en fonction de l'énergie cinétique de l'électron incident a généralement l'allure décrite par la figure 2-28 : il ne devient supérieur à 1 que pour des énergies cinétiques de l'électron incident comprises entre environ 100eV et 1keV, ce qui explique pourquoi le multipacting ne met généralement en jeu que des électrons de faibles énergies, et ne se rencontre qu'à des champs de quelques MV/m tout au plus.

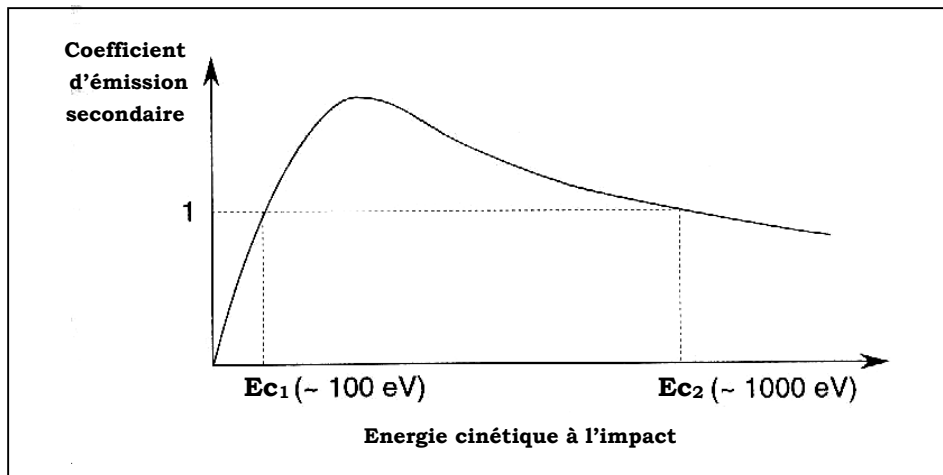


Figure 2-28 : Allure de l'évolution du coefficient d'émission secondaire en fonction de l'énergie cinétique de l'électron primaire à l'impact (cas d'un niobium très propre).

Notons cependant qu'un mauvais état de surface peut entraîner des valeurs du coefficient d'émission secondaire bien plus élevées : il est ainsi une fois encore indispensable, pour éviter au maximum l'apparition d'un multipacting, que la préparation de la cavité soit faite très minutieusement afin d'assurer une grande propreté des surfaces.

Mais le développement éventuel d'un multipacting est également en étroite relation avec la géométrie de la structure RF, comme nous le verrons au chapitre 4. En effet, le phénomène de résonance n'apparaît que lorsque les électrons reviennent, après un faible nombre d'impacts, à leur position d'origine. Cette situation ne peut exister que pour des configurations spécifiques de champs, et donc de géométrie de la structure.

Les deux formes les plus fréquentes de multipacting sont le multipacting à un point, où l'électron revient frapper directement à l'endroit d'où il a été émis (ou très près), et le multipacting à deux points, où deux points d'impact distincts sont alors en jeu (figure 2-29).

Il est possible de montrer⁹³ que le multipacting à un point ne peut se développer que dans des régions où le champ magnétique est constant le long des parois de la cavité, régions où des trajectoires stables sont alors possibles. Cette condition est parfaitement remplie, dans le cas d'une cavité pill-box, au niveau de la région équatoriale où B est strictement constant. Le multipacting à 2 points a lui plutôt tendance à se développer entre deux surfaces séparées par une faible distance, c'est-à-dire, dans la cavité pill-box, essentiellement dans les coins.

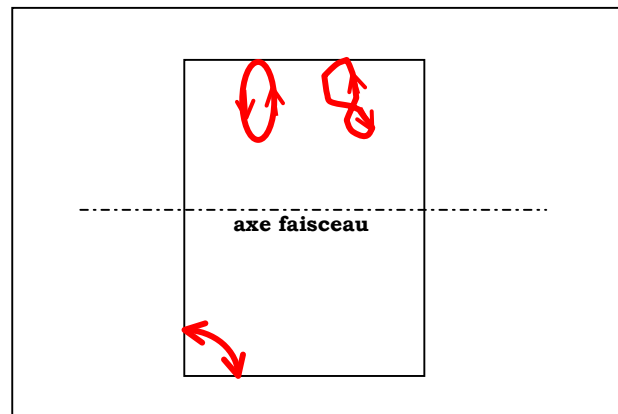


Figure 2-29 : Multipacting à 1point (1^{er} et 2nd ordre) et à 2 points dans une cavité pill-box.

Afin de minimiser le risque d'apparition de ces phénomènes, il est apparu⁹⁴ que la meilleure solution consistait à arrondir les parois de la cavité afin de former une cavité à profil sphérique ou elliptique au niveau de l'équateur (figure 2-30). Cette géométrie de cavité permet en effet à la fois de supprimer les « coins », et d'induire un champ magnétique variable tout le long de la paroi de la cavité*.

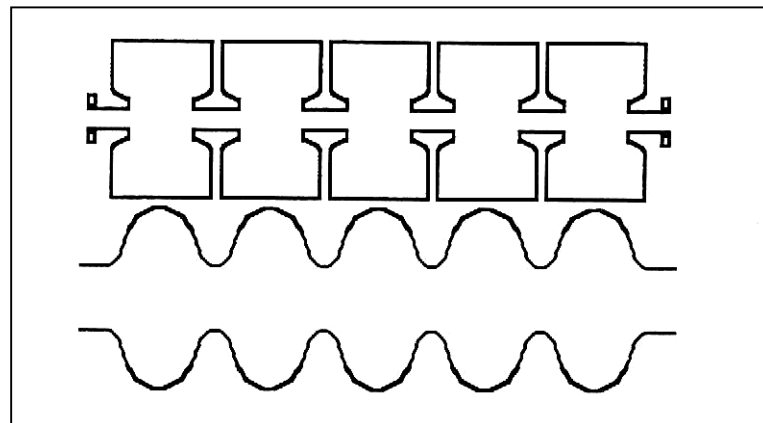


Figure 2-30 : Profil d'une cavité supraconductrice (en bas) comparé à celui d'une cavité classique en cuivre (en haut).

Ces cavités à profils « sphérido-elliptiques » sont aujourd'hui universellement adoptées, et ont permis dans la plupart des cas d'éviter l'apparition de multipacting, du moins pour les cavités de $\beta_g=1$.

* Notons également que ce profil est également bénéfique en ce qui concerne l'émission de champ car il permet, comme on le verra dans le chapitre 3, d'obtenir des valeurs de E_{pk}/E_{acc} nettement inférieures grâce à une meilleure répartition du champ électrique au niveau des iris.

Cependant, le multipacting est un phénomène très complexe qui fait intervenir des données mal connues, et reste ainsi extrêmement difficile à prédire. On verra notamment, au cours du chapitre 4, que la présence de multipacting semble être favorisée dans le cas de nos cavités « raccourcies » à $\beta_g < 1$.

Objectifs en ce qui concerne les cavités ASH -----

A l'aide des considérations précédentes, ainsi que des premiers résultats acquis par le laboratoire de Los Alamos sur les cavités 700MHz APT⁹⁵ en niobium massif, il est maintenant possible de mieux quantifier les performances envisageables pour nos cavités ASH.

L'état du savoir-faire actuel sur ce type de cavités et le désir de conserver des marges de sécurité conséquentes nous ont finalement conduit à déterminer un point de fonctionnement raisonnable pour nos cavités, défini par les deux critères suivants :

- $B_{pk} \leq 75\text{mT}$ (et même $B_{pk} \leq 50\text{mT}$ dans un premier temps), afin de pouvoir développer des champs accélérateurs conséquents (de l'ordre de 10MV/m) sans pour autant atteindre de trop forts champs qui pourraient s'avérer dangereux du fait des risques de quench thermique ou d'émission de champ* ($B_{pk} \leq 50\text{mT}$ correspond, avec les ordres de grandeur pris en début de chapitre, à $E_{pk} \leq 25\text{MV/m}$).
- $Q_0 \geq 8.10^9$, afin d'obtenir des pertes RF négligeables et assurer un bon rendement de la cavité (soit $R_s < 20$ à $25\text{m}\Omega$ pour $G \sim 200\Omega$).

Il va de soi que, durant toute l'étude des cavités ASH, nous devons garder à l'esprit ces spécifications, et faire en sorte que nos cavités atteignent des performances supérieures à ces spécifications, afin de garder une grande marge de manœuvre et de sécurité.

Enfin, avant d'aborder le cœur de cette étude (conception et test des cavités ASH), nous donnons dans le tableau suivant les ordres de grandeur envisagés pour les principaux paramètres de fonctionnement de ces cavités. La comparaison est notamment faite entre l'option « cavités cuivre » et notre option supraconductrice, ce qui permet de mettre nettement en évidence la grande supériorité de la solution SC

* En conservant comme paramètres géométriques d'une cavité ASH ($\beta_g=0,65$) les ordres de grandeurs déjà exprimés précédemment (soit $G \sim 200\Omega$, $(r/Q) \sim 150\Omega$, $B_{pk}/E_{acc} \sim 5\text{mT/MV/m}$ et $E_{pk}/E_{acc} \sim 2,5$), $B_{pk} \leq 50\text{mT}$ correspond alors à $E_{pk} \leq 25\text{MV/m}$.

dans le cadre des accélérateurs de forte intensité, que ce soit au niveau du rendement (plus de 90% contre moins de 20%), qu'au niveau de la longueur du linac (environ 3 fois plus court).

	Option « cavités Cu »	Cavités ASH (option SC)
Résistance de surface du matériau : R_s	7m Ω	10n Ω
Facteur de qualité d'une cavité : $Q_0=G/R_s^*$	3.10 ⁴	2.10 ¹⁰
Impédance shunt d'une cavité : $r_{shunt}=(r/Q)\times Q_0$	5.10 ⁶ Ω	3.10 ¹² Ω
Champ accélérateur envisageable : E_{acc}	1,6 MV/m	10 MV/m
Puissance dissipée dans une cavité : $P_{cav}=(E_{acc}L)^2/2r_{shunt}$	125kW	10W
Puissance fournie au faisceau par une cavité : $P_{beam}=E_{acc}L\times I_{beam}$	22kW	140kW
Efficacité RF $\eta_{RF}=P_{beam}/(P_{beam}+P_{cav})$	15%	100%
Efficacité cryogénique ($\eta_{cryo}=\eta_{Carnot}\times\eta_{thermo}$ avec $\eta_{Carnot}=T_{froid}/(T_{chaud}-T_{froid})$)	100%	0,2%
Efficacité totale[†] $\eta=[1+(P_{cav}+P_{add})/(\eta_{cryo}\times P_{beam})]^{-1}$	15%	95%
Facteur de remplissage [‡] envisageable	75%	35%
Longueur réelle pour gagner 1GeV	833m	286m

* On prend ici comme paramètres géométriques d'une cavité les ordres de grandeurs exprimés précédemment (valables pour une cavité 5-cellules de longueur accélératrice L=0,7m). On prend aussi $I_{beam}=20mA$ pour l'intensité du faisceau de protons, $T_{froid}=2^{\circ}K$ pour la température de fonctionnement SC, $\eta_{thermo}=1/3$ pour l'efficacité technique du cycle de réfrigération, et $P_{add}\sim 2W$ pour les pertes additionnelles statiques inhérentes au cryostat.

† L'efficacité totale est ici définie comme le rapport entre la puissance fournie au faisceau sur la puissance disponible à la sortie de la source de puissance. Si l'on tient compte en supplément du rendement de la source de puissance elle-même (que l'on prendra ici égale à 70%), l'« efficacité globale » peut alors se définir cette fois comme le rapport entre la puissance fournie au faisceau sur la puissance consommée sur le réseau EDF ; on obtient alors une efficacité globale de 10% pour la solution cuivre et 65% pour la solution SC.

‡ Comme on le reverra au chapitre 3.2, le facteur de remplissage se définit comme le rapport entre la longueur accélératrice sur la longueur totale réelle de la maille accélératrice.



- Chapitre 3 -



ETUDE & DESIGN des CAVITES ASH

Illustration au dos :
Cavité mono-cellule ASH $\beta_g=0,65$ A102 (source : CEA)

3. 1. Etudes préliminaires.

Avant d'entrer en détail dans la conception des cavités ASH (chapitres 3.2 et 3.3), nous effectuerons ici une première approche afin de mieux cerner les principaux paramètres entrant en jeu dans le design d'une cavité supraconductrice. Nous étudierons ici le cas d'une cavité de β géométrique 0,65 pour finalement aboutir au design préliminaire d'une cavité mono-cellule. Cette cavité sera d'ailleurs utilisée comme point de départ de l'étude pour acquérir une première validation expérimentale (cf. chapitre 4) avant de poursuivre l'étude et d'aboutir à un design final optimisé des cavités ASH.

3. 1. 1. Première approche.

La cavité pill-box de base -----

Les cavités résonantes supraconductrices devant être utilisées dans ASH sont, malgré leur forme spécifique « elliptico-sphérique », basées sur le modèle de la cavité pill-box décrit au chapitre 2.

Reprenons dans un premier temps ce modèle idéal en considérant le cas d'une pill-box ayant les caractéristiques suivantes :

- fréquence TM_{010} : $f_0=704,4\text{MHz}$ (d'où un rayon $R=16,29\text{cm}$).
- β géométrique : $\beta_g=0,658$ (d'où une longueur $L=14\text{cm}$).
- facteur géométrique : $G=209,9\Omega$.
- rapport $r/Q^*=64,5\Omega$
- champs pics de surface vérifiant $E_{pk}/E_{acc}=1,57$ et $B_{pk}/E_{acc}=3,05\text{mT/MV/m}$.

Pour un fonctionnement à $B_{pk}=50\text{mT}$, la cavité pourra alors fournir un champ accélérateur $E_{acc}=16,4\text{MV/m}$. L'énergie stockée dans la cavité devra être alors de $W=9,2\text{J}$. A une température de 2K - en prenant une résistance de surface, pour le niobium, d'environ $10\text{n}\Omega$ -, la cavité développera alors un Q_0 d'environ 2.10^{10} , ce qui correspond à des pertes P_{cav} de l'ordre de 2W .

* Les valeurs de r/Q , de E_{pk}/E_{acc} et de B_{pk}/E_{acc} sont données pour des particules de vitesse $\beta=\beta_g$.

Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, la distribution des champs dans la cavité pill-box est très simple, et se réduit à deux composantes : E_z et B_θ .

A rayon constant, ces champs sont constants sur toute la longueur de la cavité.

Par contre, ils varient radialement comme l'indique la figure 3-1.

Il est intéressant de remarquer, d'après la configuration des champs, que l'énergie électrique est confinée près de l'axe du faisceau, tandis que l'énergie magnétique est elle concentrée à la périphérie de la cavité (équateur). Cette observation est fondamentale, et permettra de mieux comprendre les choix à effectuer lors du design de la cavité.

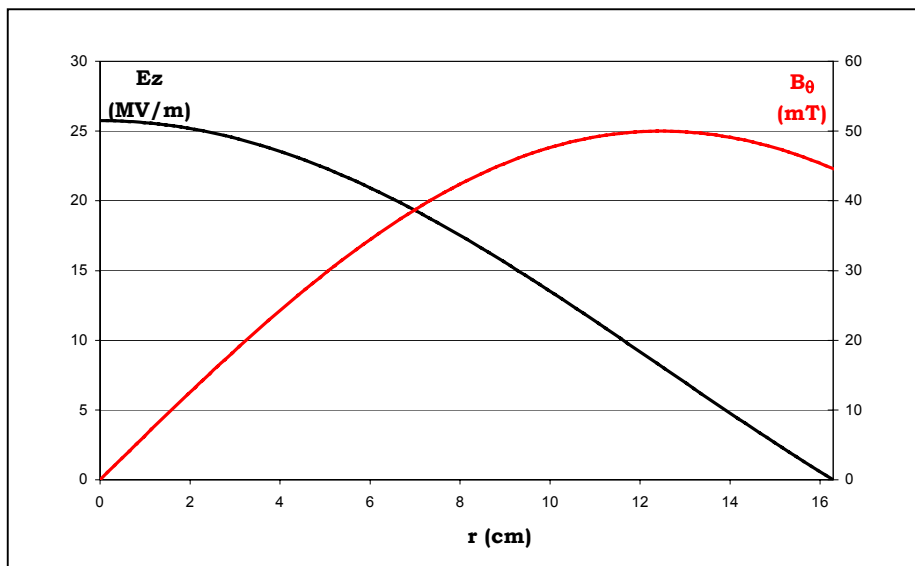


Figure 3-1 : Variation radiale des champs dans la cavité pill-box pour le mode TM_{010} (normalisation : $B_{pk}=50mT$)

Ajout des tubes faisceau -----

Ajoutons à présent à cette cavité pill-box des tubes faisceau (figure 3-2) de longueur infinie, et analysons l'influence de leur rayon R_b sur les paramètres de la cavité.

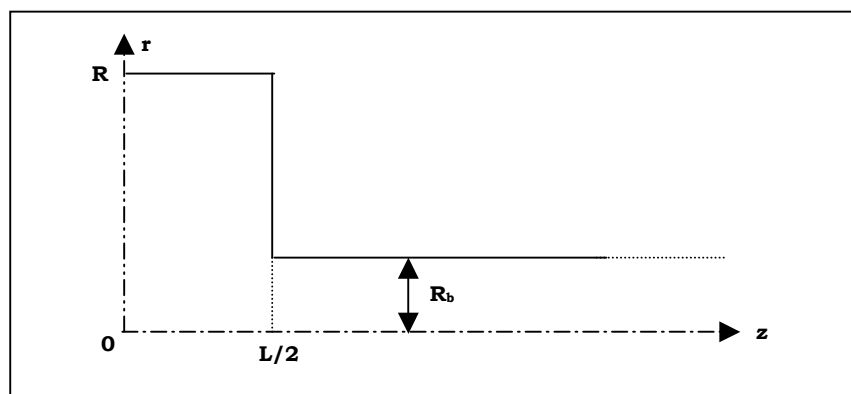
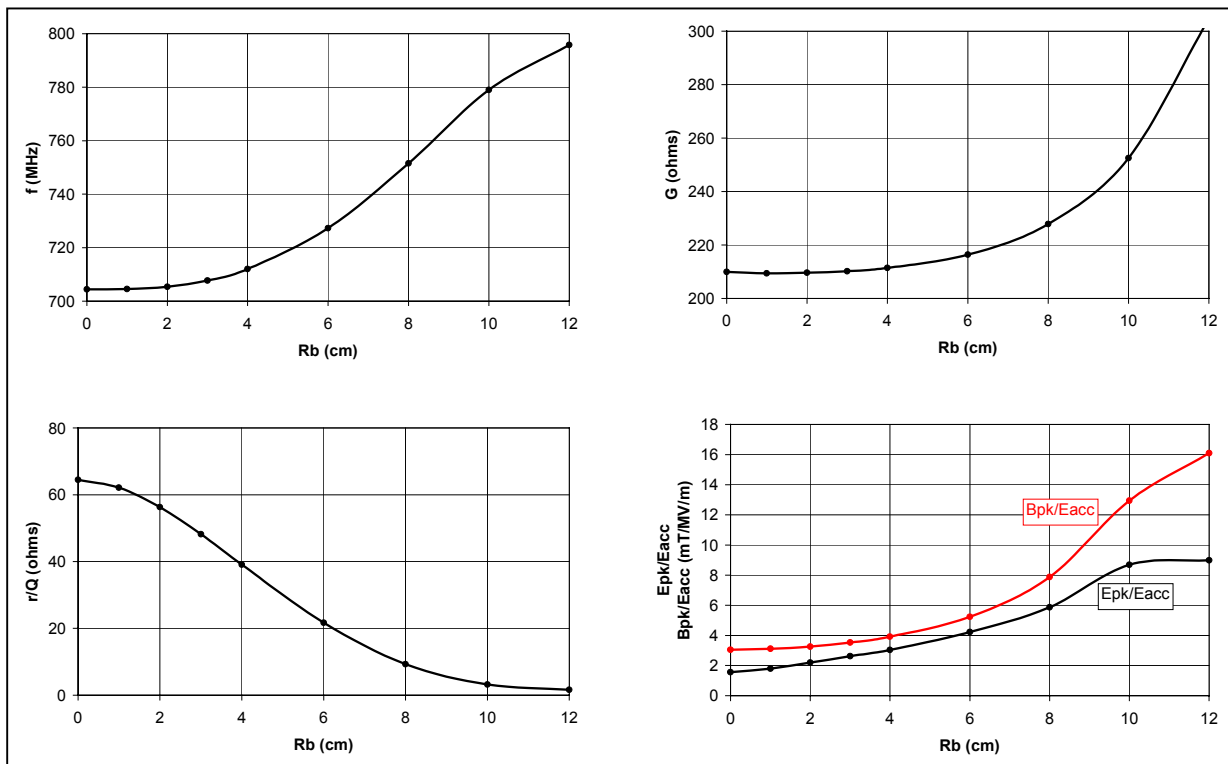


Figure 3-2 : Cavité pill-box est ses tubes faisceau [symétrie / (Oz) et / (Or)]

Plusieurs constatations peuvent être faites (figures 3-3) :

- plus on augmente l'ouverture des tubes faisceaux, et plus les rapports entre champs pics et champs accélérateurs augmentent. Pour $R_b=10\text{cm}$ par exemple (et toujours pour un fonctionnement à $B_{pk}=50\text{mT}$), la cavité ne pourra plus fournir qu'un champ accélérateur de $3,9\text{MV/m}$...
- de même, les valeurs de r/Q chutent très rapidement : pour $R_b=10\text{cm}$, le rendement de la cavité devient très faible puisque, pour produire les $3,9\text{MV/m}$, il faut tout de même lui fournir une énergie RF de près de 10J .
- la présence des tubes faisceaux n'a par contre qu'un effet restreint sur le facteur géométrique G , qui a même tendance à s'améliorer avec l'ouverture des tubes. Cette tendance s'explique d'une part par l'augmentation de fréquence induite par la présence des tubes, et d'autre part par une réelle diminution des dissipations sur des parois qui sont de plus en plus « absentes » dans les zones de forts champs.



Figures 3-3 : Effet du diamètre des tubes faisceau sur f , G , r/Q , et les champs pics (étude à rayon de cavité R fixe = $16,29\text{cm}$).

Afin de conserver des gradients accélérateurs convenables, il est donc essentiel de pouvoir réduire au maximum le diamètre des tubes faisceau. Cette ouverture

minimale est directement dictée par la taille du faisceau et de son halo, susceptible d'interagir avec les parois des tubes*.

Des études préliminaires⁹⁶ montrent que le diamètre faisceau sera d'environ 4mm ; en multipliant ce chiffre par un facteur 10 pour tenir compte du halo, puis par un facteur 2 supplémentaire de sécurité, on obtient :

$$(301) \quad R_b \geq 4\text{cm}$$

Cette condition est bien compatible avec la condition $R_b < 12,5\text{cm}$ imposée par la fréquence de coupure du tube (cf. chapitre 2). On choisira donc pour la monocellule préliminaire un rayon de tube $R_b = 4\text{cm}$.

D'autre part, l'ajout des tubes faisceau induit, à R constant, une augmentation de la fréquence de la cavité. Il est donc nécessaire de réajuster la fréquence de la cavité en augmentant son rayon. Celui-ci passe, pour un rayon de tube faisceau $R_b = 4\text{cm}$, de $R = 16,29\text{cm}$ à $R = 16,46\text{cm}$. La variation de la fréquence en fonction du rayon de la cavité est en $1/R$, comme dans le cas de la pill-box sans tubes (figure 3-4).

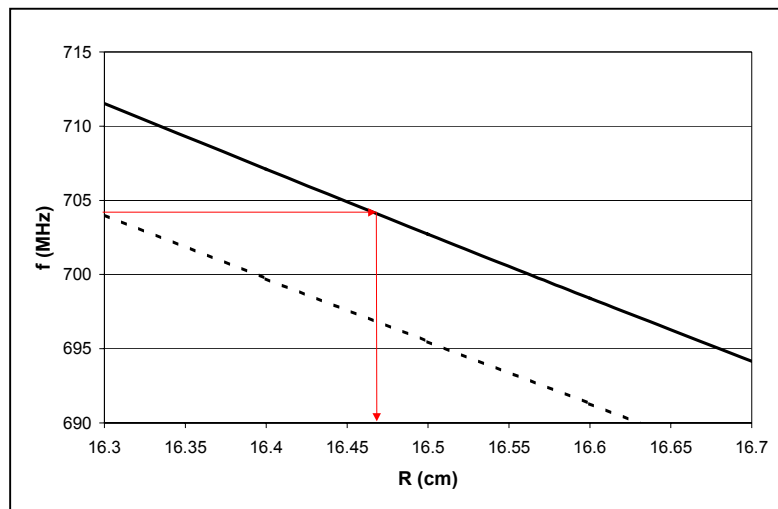


Figure 3-4 : Influence du rayon de la pill-box avec tubes ($R_b = 4\text{cm}$) sur sa fréquence (en pointillés le cas de la même pill-box sans ses tubes).

Enfin, nous avons jusqu'à présent considéré des tubes de longueur infinie. Si l'on étudie l'influence de la longueur des tubes L_{tube} sur la fréquence de résonance de la cavité, on s'aperçoit que cette longueur n'a plus aucun effet lorsqu'elle est suffisamment grande (figure 3-5).

* On ne prend pas pour l'instant en compte les arguments concernant le couplage inter-cellules, arguments qui sont, comme on l'a vu au chapitre 2, de faible poids dans le cas de cavités supraconductrices utilisées avec un faisceau continu. De plus, on verra dans le chapitre 5 que le choix de larges ouvertures faisceau pour diminuer les effets nocifs des HOMs est inutile dans ce style de cavités.

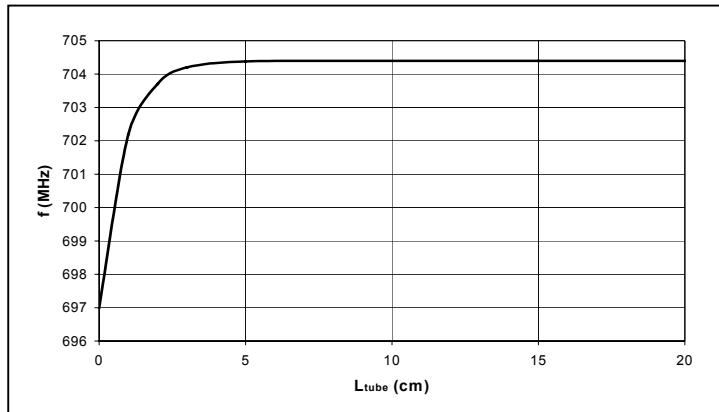


Figure 3-5 : Influence de la longueur des tubes faisceau sur la fréquence de résonance.

On choisira donc des tubes de longueur 15cm, d’une part pour s’assurer que la fréquence de résonance ne change pas selon que l’on ferme la cavité ou non à ses extrémités par des brides*, et d’autre part pour minimiser les dissipations sur ces brides en inox lors des tests HF.

La cavité mono-cellule ainsi obtenue a une longueur totale $L+2L_{tot}=44\text{cm}$, un rayon équateur $R=16,46\text{cm}$, et résonne bien entendu à 704,4MHz. Ses paramètres HF sont $G=210,1\Omega$, $r/Q=79,9\Omega$, $E_{pk}/E_{acc}=3.0$ et $B_{pk}/E_{acc}=3.9\text{mT/MV/m}$.

Influence de l’inclinaison des parois -----

Afin d’épouser le profil « sphérico-elliptique » caractéristique des cavités supraconductrices, les parois de la cavité doivent être inclinées d’un angle α par rapport à la verticale (figure 3-6).

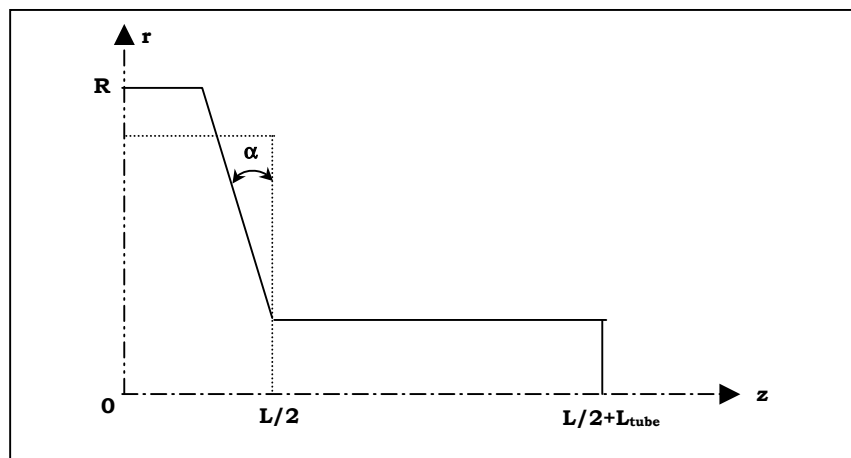
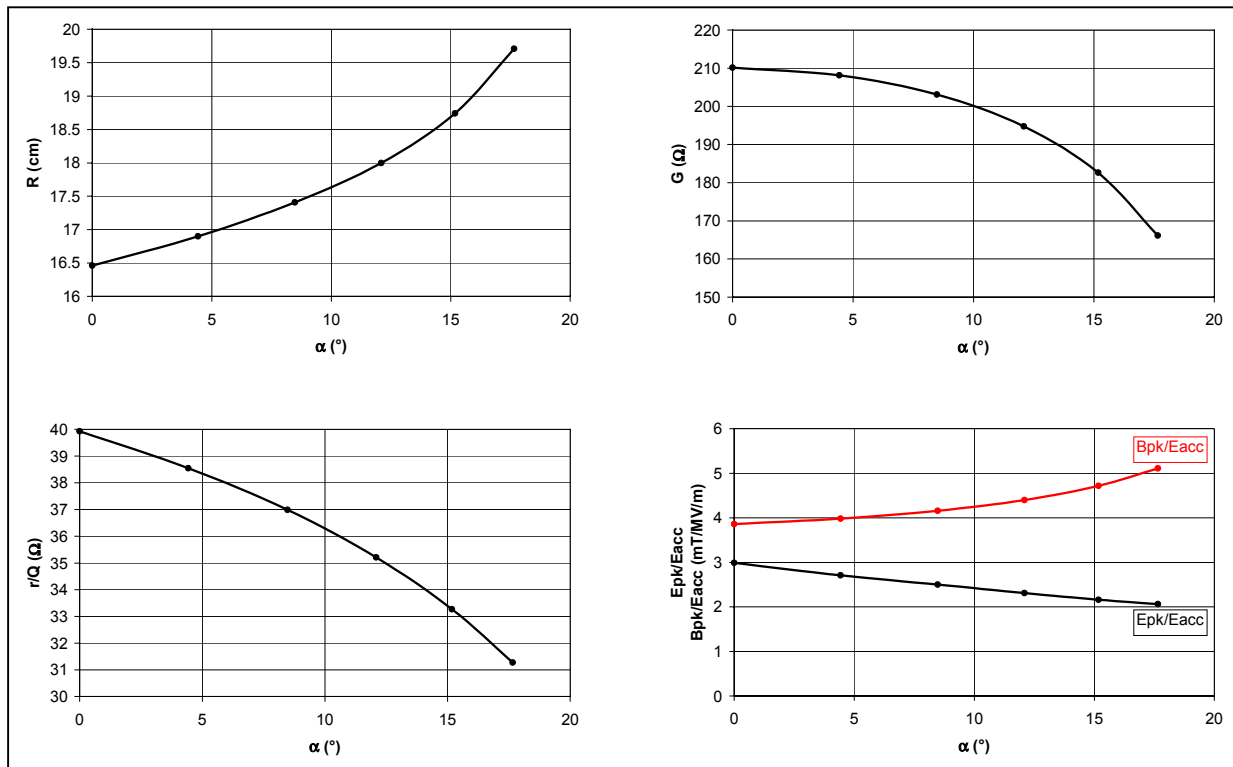


Figure 3-6 : Cavité pill-box à parois inclinées avec tubes.

* I.e. selon que l’on impose une condition aux limites de type E ou M (cf. chap.3.1.2) à l’extrémité du tube faisceau.

Cette inclinaison des parois, à rayon R constant, implique là aussi une augmentation de la fréquence de résonance de la cavité. Afin de conserver une fréquence de 704,4MHz, il faut alors augmenter le rayon de la cavité : une inclinaison de $\alpha=10^\circ$ implique par exemple une augmentation de R de presque 8% (figures 3-7).



Figures 3-7 : Effet de l'inclinaison des parois de la cavité sur R, G, r/Q, et les champs pics (étude à fréquence de résonance fixe=704,4MHz).

De plus, l'inclinaison des parois dégrade de façon substantielle l'efficacité de la cavité : en passant de $\alpha=0^\circ$ à 10° , G perd par exemple 5%, et le r/Q 10%.

Mais le point le plus important est que cette inclinaison des parois implique à la fois :

- une augmentation du B_{pk}/E_{acc} .
- une diminution du E_{pk}/E_{acc} .

Il s'agit donc, pour pouvoir obtenir des champs accélérateurs élevés dans la cavité, de trouver un compromis entre ces deux effets contradictoires afin que ni le E_{pk} , ni le B_{pk} ne représentent des facteurs limitants trop importants. B_{pk} se situe, comme dans la cavité pill-box, près de la zone équatoriale, tandis que E_{pk} est dans la zone de l' « iris » (jonction avec le tube faisceau).

Enfin, la valeur de α joue également un rôle important au niveau du comportement mécanique des cavités. Là aussi, un compromis est à trouver puisque :

- plus α est grand, et plus les contraintes mécaniques exercées sur les parois de la cavité sont faibles. Les contraintes maximales sont observées dans la zone équatoriale.
- plus α est grand, et plus le « detuning » dû aux forces de Lorentz est important. Cette tendance est sans objet dans le cas d'un faisceau continu tel que le faisceau ASH, mais peut devenir critique dans le cas d'un faisceau pulsé. On reviendra sur ce point ultérieurement.
- à l'opposé, une valeur minimale de α est nécessaire afin d'assurer dans de bonnes conditions le traitement chimique et le HPR* de la cavité.

Le théorème de Slater -----

Dans toutes ces considérations, il apparaît qu'une variation du volume de la cavité δV implique toujours une variation δf de sa fréquence de résonance. Ce phénomène est en réalité prédit par le théorème de Slater⁹⁷ qui s'exprime par :

$$(302) \quad \left| \frac{\delta f}{f} = \frac{1}{4W} \int_{\delta V} (\epsilon_0 E^2 - \mu_0 H^2) dV \right.$$

où f représente la fréquence initiale, W l'énergie stockée dans la cavité, E et H les champs électriques et magnétiques. Ce théorème montre en particulier que :

- une augmentation de volume dans des zones de champs électriques entraîne une augmentation de la fréquence.
- une augmentation de volume dans des zones de champs magnétiques entraîne une diminution de la fréquence.

Ceci explique, par exemple, qu'une inclinaison des parois (=diminution du volume électrique) doit être compensée par une augmentation du rayon de l'équateur R (= augmentation du volume magnétique).

* HPR : Rinçage à Haute Pression.

Choix d'un design préliminaire -----

Le design de la première mono-cellule « $\beta_g=0,65$ » a été établi sur la base des considérations émises précédemment. L'angle d'inclinaison des parois a été choisi entre 8° et 9° . Les « angles vifs » de la figure 3-6 ont bien sûr été adoucis, et remplacés par un profil sphérique à l'équateur et elliptique à l'iris, conformément au profil classique des cavités supraconductrices imposé par des considérations de multipacting et d'émission de champs.

Cette cavité est à la fois à symétrie de révolution, mais également symétrique par rapport à l'axe (Or). Ses caractéristiques géométriques et électromagnétiques sont présentées sur la figure 3-8.

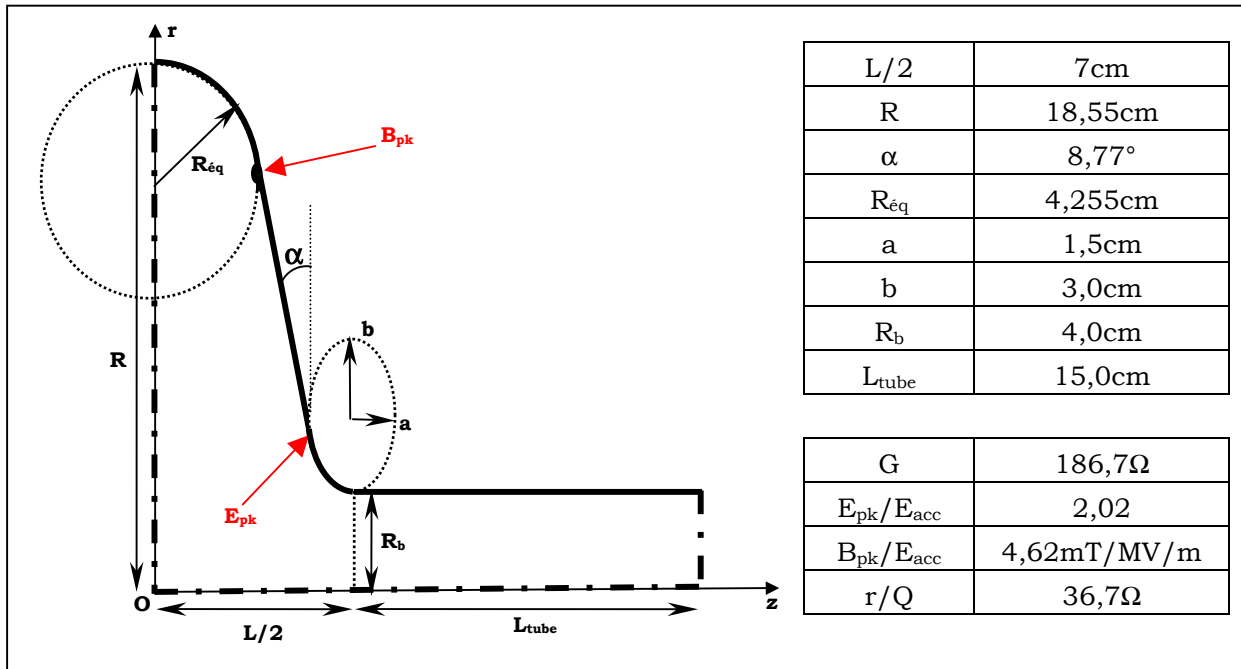


Figure 3-8 : Caractéristiques géométriques et électromagnétiques* de la cavité mono-cellule préliminaire (fréquence de résonance : 704,4MHz).

Pour un fonctionnement à 50mT, et pour des particules de vitesse $\beta=0,658$, cette cavité est susceptible de développer un champ accélérateur de 10,8MV/m.

L'énergie HF à fournir est alors de 7J, le Q_0 à 2K vaut près de 2.10^{10} , et les pertes s'élèvent à environ 1,7W.

Le profil du champ longitudinal accélérateur E_z sur l'axe du faisceau ainsi que ceux des champs de surface sont décrits sur les figures 3-9 et 3-10.

* Les valeurs de r/Q , $E_{\text{pk}}/E_{\text{acc}}$ et $B_{\text{pk}}/E_{\text{acc}}$ sont calculées par SUPERFISH pour des protons incidents de vitesse $\beta=\beta_g=0,658$.

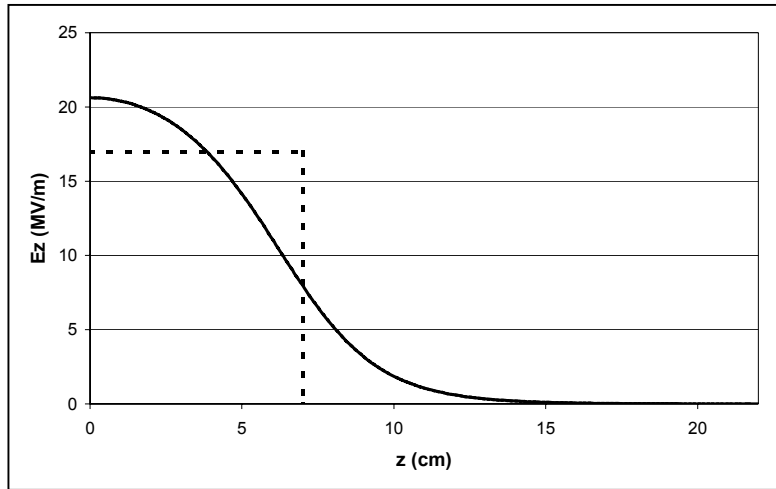
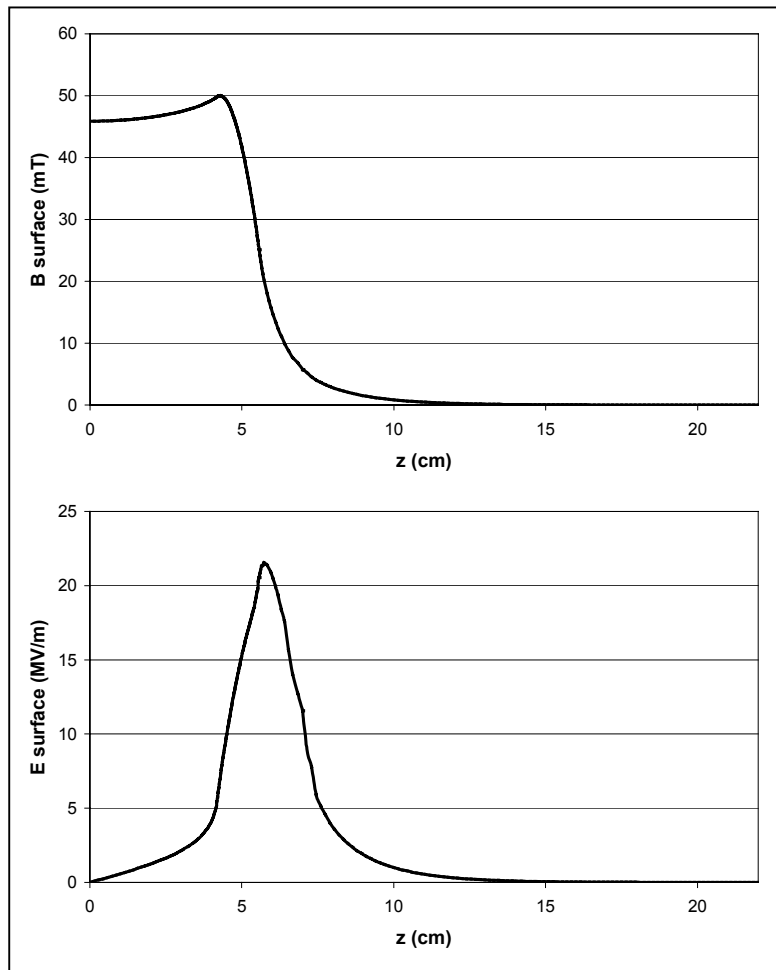


Figure 3-9 : Champ longitudinal E_z sur l'axe faisceau, normalisé pour $B_{pk}=50mT$; en pointillés le cas de la pill-box produisant le même champ accélérateur.



Figures 3-10 : Champs magnétiques et électriques de surface, normalisés pour $B_{pk}=50mT$ (calculs Superfish).

Enfin, la cavité sera fabriquée en niobium massif, afin d'assurer des performances maximales, et d'épaisseur suffisante (5mm) pour éviter tout risque au niveau mécanique. Des premiers calculs de contraintes de Van Mises réalisés avec le logiciel CASTEM confirment par ailleurs que cette épaisseur est amplement suffisante* (figure 3-11) : la contrainte maximale sous 2 bars est estimée à 39,7MPa, valeur inférieure à la limite admissible fixée de 50MPa (cf. chapitre 3.3.4) ; elle se situe dans la région de l'équateur (figure 3-12).

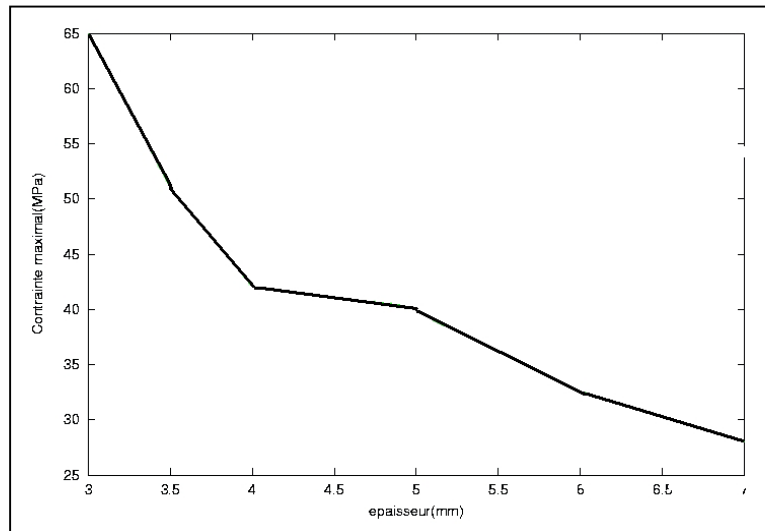


Figure 3-11 : Evolution de la contrainte maximale en fonction de l'épaisseur de niobium (calculs Castem ; cavité fixe à chaque extrémité, pression extérieure de 2bars).

Ce design, achevé début 1998, a donné naissance aux deux premières cavités expérimentales A101 et A102. Les excellentes performances de la cavité A102, réalisée en niobium de haut RRR (cf. chapitre 4), nous ont permis de valider les choix préliminaires adoptés. Il s'agit donc à présent d'affiner l'étude afin de parvenir à un design final des cavités ASH. L'utilisation des codes de calcul tels que SUPERFISH ou URMEL sera ici déterminante ; c'est pourquoi, avant toute chose, nous allons brièvement décrire leurs caractéristiques et comparer leurs performances.

* Ces calculs montrent qu'une épaisseur de 4mm aurait même été suffisante ; c'est d'ailleurs cette épaisseur qui sera retenue lors du design définitif, comme nous le verrons par la suite.

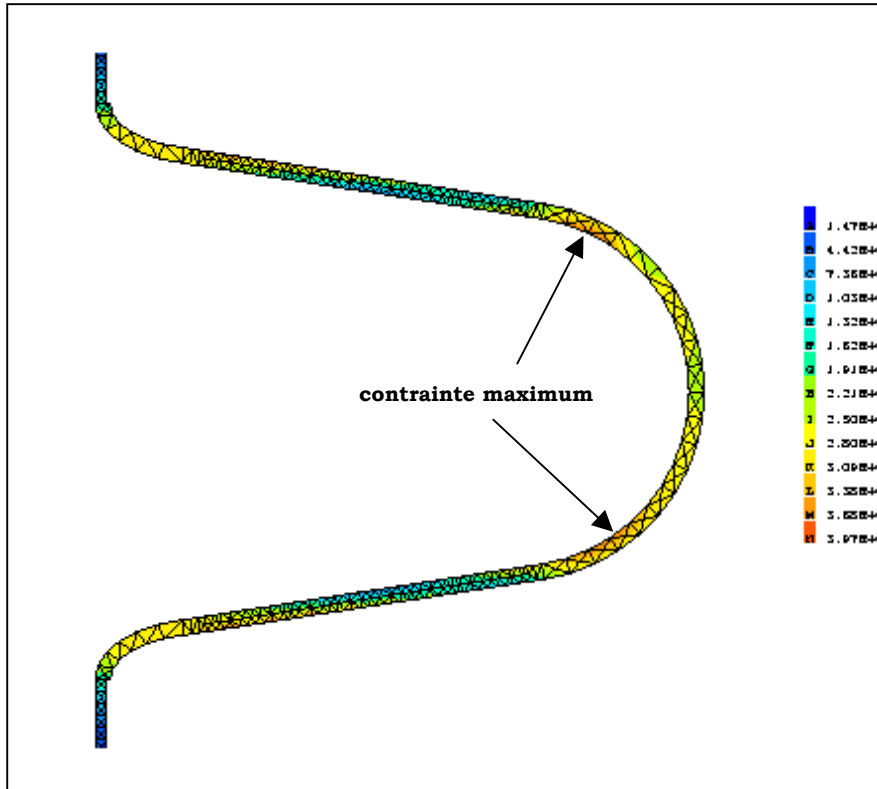


Figure 3-12^{98*} : Répartition des contraintes mécaniques pour une épaisseur de Nb de 5mm (calculs Castem ; cavité fixe à chaque extrémité, pression extérieure de 2bars).

* Les résultats des figures 3-11 & 3-12 ont été publiés lors de la « 3rd International Conference on Accelerator Driven Transmutation Technologies » (Prague, 1999)⁹⁸ et lors du « 9th Workshop on RF Superconductivity » (Santa Fe, 1999)¹⁵¹.

3. 1. 2. Les outils de calcul RF.

Généralités sur les codes de calcul -----

Comme nous l'avons évoqué, il est impossible dans une cavité de géométrie « sphérico-elliptique » de déterminer de façon analytique les caractéristiques des différents modes présents avec précision : l'utilisation de codes de calcul est ici indispensable.

L'apparition des premiers codes de calcul RF date des années 60, et il en existe aujourd'hui un grand nombre. Tous ces codes fonctionnent sur le même principe : résoudre analytiquement le problème aux valeurs propres déterminé par les équations de Maxwell. Certains utilisent pour cela une méthode de calcul⁹⁹ par « éléments finis », d'autres par « différences finies ».

SUPERFISH¹⁰⁰ et URMEL¹⁰¹ seront les deux principaux codes utilisés au cours de notre étude ; ils utilisent tous deux la méthode des « différences finies » pour résoudre le problème dans le domaine des fréquences. Précisons de plus qu'il s'agit de codes à 2 dimensions qui ne peuvent traiter que des cavités axisymétriques.

Lorsque la cavité présente une symétrie supplémentaire (ce qui est souvent le cas), il est possible de réduire la taille du problème (et le temps de calcul) en jouant sur cette symétrie (figure 3-13). Il est alors nécessaire, selon les modes recherchés, d'imposer des conditions aux limites particulières : condition « électrique » (condition de Neumann, où le champ électrique est perpendiculaire au plan limite), ou condition « magnétique » (condition de Dirichlet, où c'est cette fois le champ magnétique qui est perpendiculaire au plan limite).

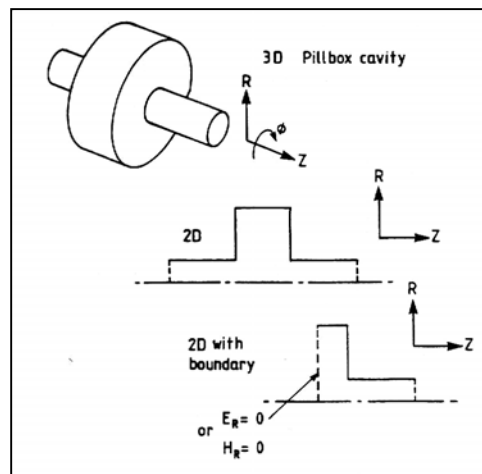


Figure 3-13¹⁰² : Utilisation des conditions de symétrie pour réduire la taille du problème.

A partir d'un contour de cavité donné, le code génère un maillage afin d'effectuer ses calculs. Dans SUPERFISH, il s'agit d'un maillage triangulaire, tandis que dans URMEL, il s'agit d'un maillage rectangulaire (figure 3-14).

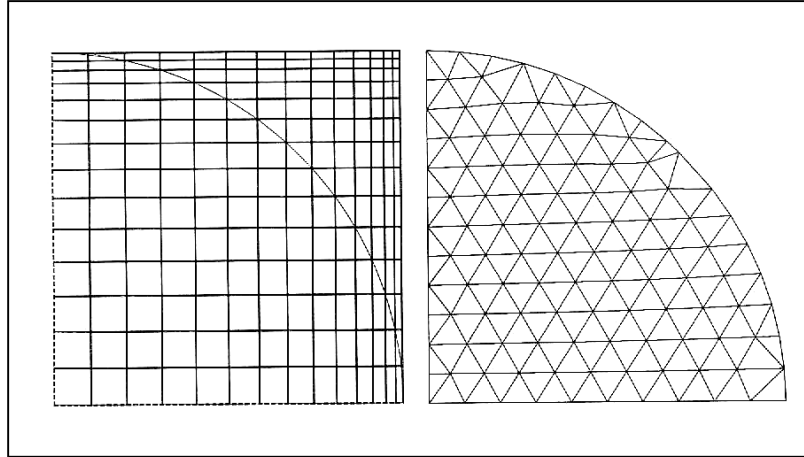


Figure 3-14 : Différences de maillage entre URMEL (à gauche) et SUPERFISH (à droite).

Ajoutons qu'à la différence d'URMEL, qui est capable de calculer en un seul calcul un grand nombre de modes (y compris les modes multipolaires*), SUPERFISH n'est lui capable de calculer qu'un mode à la fois. De plus, il est restreint aux modes TM monopolaires, ce qui est un gros inconvénient pour l'étude des modes supérieurs. Par contre, SUPERFISH est plus souple à l'utilisation (il tourne sous PC) et a l'avantage de posséder plusieurs « post-processeurs » (SFO, SF7...) pouvant s'avérer très utiles. De plus, il peut facilement être inséré dans un programme de design de cavité comme par exemple le très convivial « BuildCavity »¹⁰³, développé à l'INFN Milan dans le cadre de la collaboration ASH.

Durant notre étude, nous utiliserons donc principalement les codes SUPERFISH et URMEL, disponibles au SEA. Le logiciel MAFIA[†], acquis par le SEA au début de l'année 2000, permet de résoudre les équations de Maxwell en 3D ; il sera notamment utilisé pour les calculs concernant les ports de couplage.

* Notons toutefois qu'URMEL est incapable de calculer les modes TE monopolaires ; il faut alors utiliser URMEL-T.

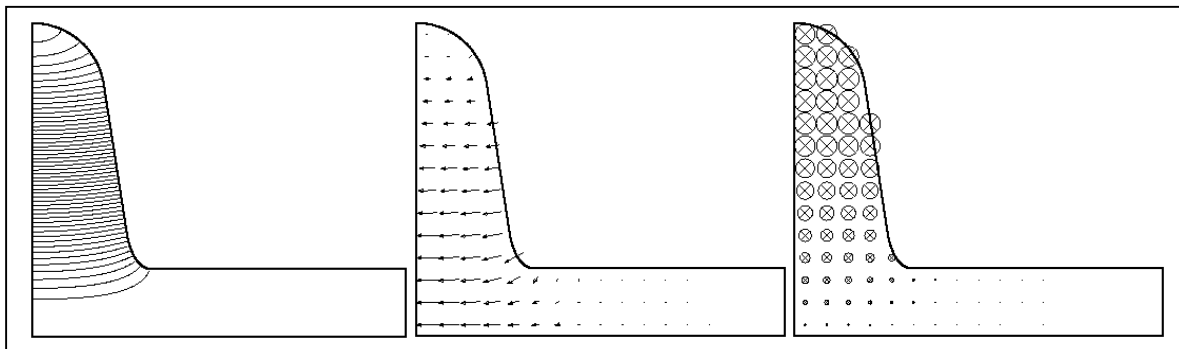
† MAFIA, développé par la société CST (Computer Simulation Technology), est basé sur le même principe qu'URMEL, et peut être utilisé aussi bien en 2D qu'en 3D.

Validité des codes de calcul utilisés -----

SUPERFISH et URMEL sont des codes RF qui font référence dans le monde du calcul RF. Il nous a cependant apparu intéressant d'étudier leur comportement, et notamment de comparer leurs performances afin d'assurer à nos calculs la meilleure validité possible.

Comme l'on pouvait s'y attendre, le problème de la cavité pill-box idéale est parfaitement traité par SUPERFISH, comme par URMEL. Même un maillage très grossier (mailles de plusieurs mm) permet de retrouver numériquement tous les paramètres caractéristiques obtenus analytiquement dans le chapitre 2 (fréquence, facteur géométrique, rapport r/Q , champ accélérateur, champs pics), et cela pour tous les différents modes, et avec une grande précision.

La comparaison des deux codes dans le cas d'une cavité supraconductrice est par contre très instructive. Nous nous intéresserons ici essentiellement à l'étude du mode fondamental accélérateur TM_{010} dans notre cavité préliminaire A102 décrite précédemment (figures 3-15).



Figures 3-15 : Répartition des champs dans la cavité A102 selon URMEL
(à gauche : lignes $r.H_{\theta}=cte$, au centre : champ électrique, à droite : champ magnétique).

Le calcul par URMEL et SUPERFISH des paramètres caractéristiques de la cavité en fonction de la finesse du maillage utilisé* met en évidence plusieurs points intéressants. On peut en premier lieu se rendre compte que le maillage triangulaire de SUPERFISH induit une variation plus régulière des paramètres en fonction de la taille moyenne des mailles utilisées.

* On utilise ici, pour des questions de place mémoire et de temps de calcul, des mailles de tailles moyennes allant jusqu'à 0,7mm.

En ce qui concerne la fréquence de résonance (figure 3-16), on s'aperçoit tout d'abord que l'accord entre les deux codes est bon puisque tous deux tendent vers une valeur limite de 704,4MHz. Par contre, il est à remarquer que SUPERFISH approche cette valeur par le haut ($f=704,6\text{MHz}$ pour des mailles de 0,7mm), tandis qu'URMEL l'approche par le bas ($f=704,2\text{MHz}$ pour des mailles de 0,7mm). On peut penser que ce phénomène est dû à la différence dans le principe de maillage.

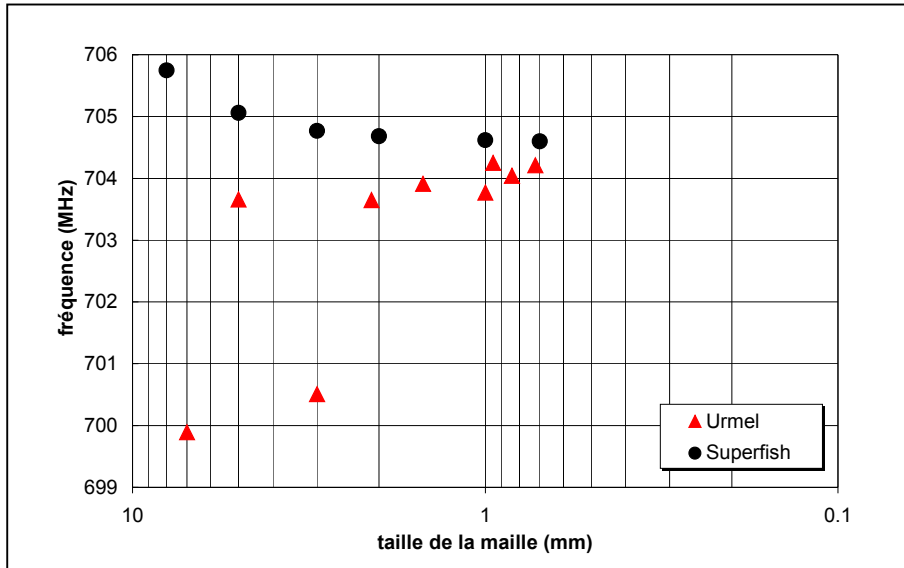
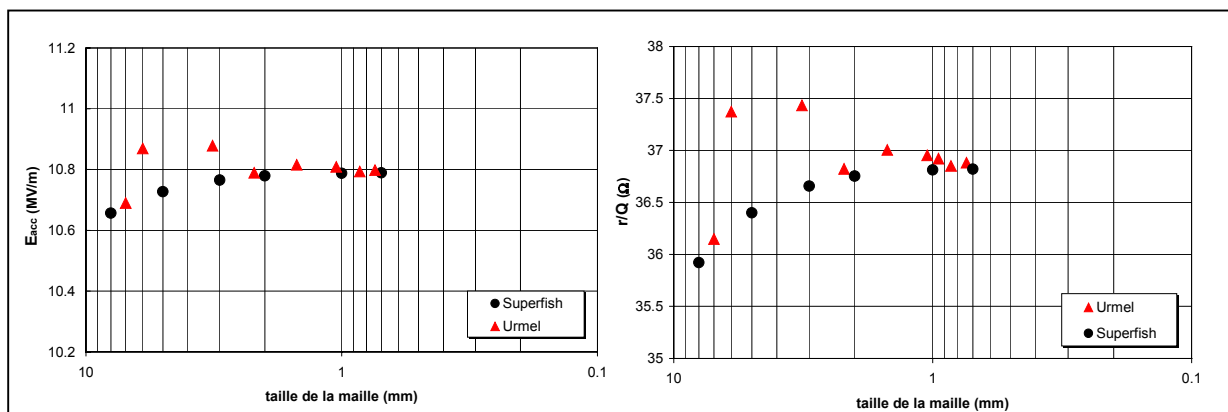


Figure 3-16 : Calcul de la fréquence de résonance de A102 selon la finesse du maillage.

Pour une énergie stockée équivalente, il y a également un bon accord au niveau des valeurs du champ accélérateur E_{acc} (figures 3-17), ce qui tend à prouver que le calcul des champs sur l'axe faisceau de la cavité est correct. De même, les valeurs du rapport r/Q sont cohérentes ; on peut en déduire d'après (238) que le calcul de l'énergie emmagasinée W , par intégration de E^2 et H^2 sur le volume total de la cavité, est également pertinent.



Figures 3-17 : Calcul du champ accélérateur pour une énergie stockée de 7J (à gauche) et du rapport r/Q (à droite) dans le cas d'un proton de vitesse $\beta=\beta_g=0,658$.

Les résultats du calcul de B_{pk}/E_{acc} sont également parfaitement cohérents (figure 3-18*). Par contre, en ce qui concerne le rapport E_{pk}/E_{acc} , on constate une importante différence, de l'ordre de 10%, entre les résultats obtenus. On peut à priori penser que cette différence provient à nouveau de la méthode de maillage ; pourtant, elle persiste même après un raffinement supplémentaire des mailles (à 0,2mm) au niveau de l'iris, là où le champ électrique prend sa valeur maximale (figure 3-19).

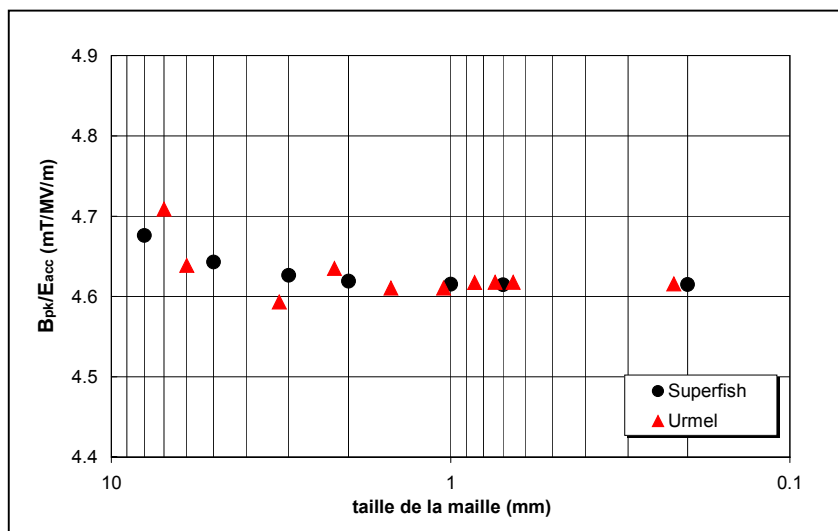


Figure 3-18 : Calcul du rapport B_{pk}/E_{acc} (pour $\beta=\beta_g=0,658$).

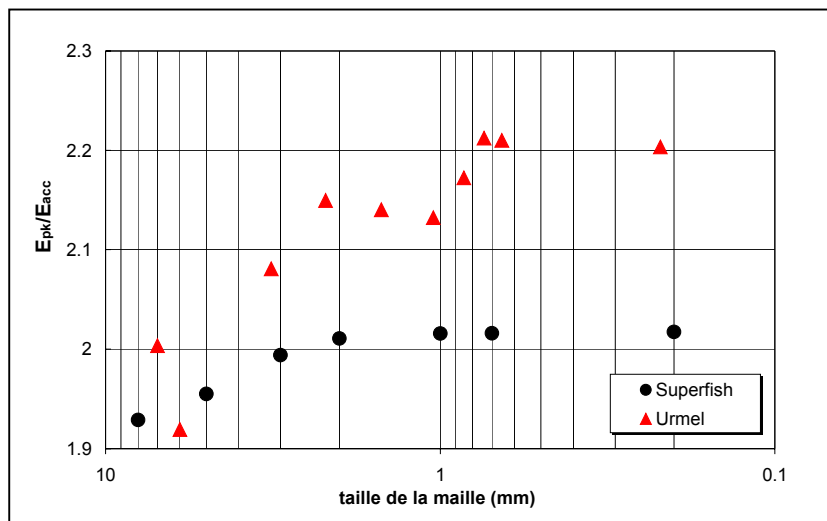


Figure 3-19 : Calcul du rapport E_{pk}/E_{acc} (pour $\beta=\beta_g=0,658$).

* Les points correspondant à une taille de maille de 0,2mm ont été obtenus en raffinant le maillage dans la zone où le champ magnétique atteint sa valeur maximale B_{pk} (idem pour la figure suivante avec E_{pk}).

De même, lorsque l'on étudie le calcul du facteur géométrique G (figure 3-20), on constate également un écart relativement important (de l'ordre ici de 6%), ce qui laisse penser, d'après (233) et (234), que les deux codes aboutissent à des valeurs différentes lorsqu'ils effectuent l'intégration de E^2 et H^2 sur la surface interne de la cavité : SUPERFISH la sous-évalue par rapport à URMEL, ce qui va dans le même sens que dans le cas du calcul du champ E_{pk} .

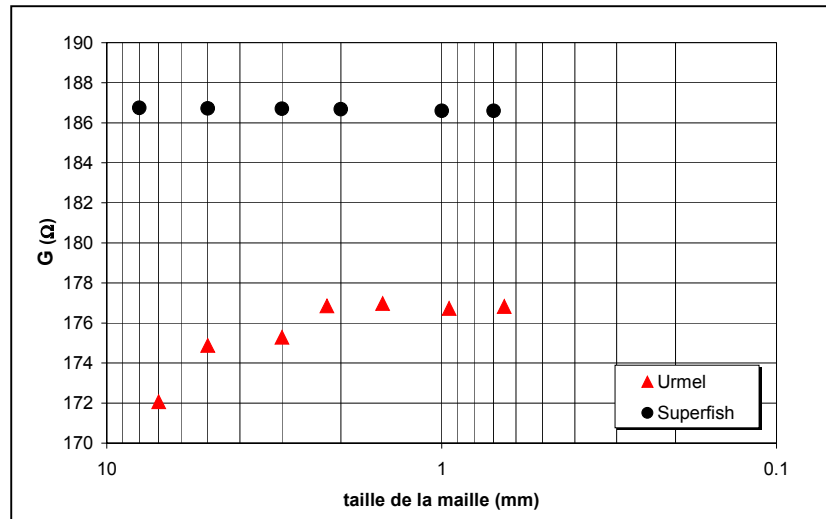


Figure 3-20 : Calcul du facteur géométrique G .

En conclusion, il apparaît qu'URMEL et SUPERFISH, utilisés avec un maillage assez fin ($\leq 2\text{mm}$), aboutissent à des résultats très concordants, sauf dans le cas du calcul des champs électriques de surface. Sur ce point, les causes du phénomène restent assez floues (méthode de maillage introduisant une « rugosité » artificielle de la surface RF, méthode d'interpolation des champs...), et une étude plus approfondie serait nécessaire.

Il semble cependant, d'après des mesures expérimentales (cf. chapitre 4), que SUPERFISH prédise mieux la valeur du facteur géométrique G (et donc à priori calcule plus précisément les champs de surface) ; nous tâcherons néanmoins de garder à l'esprit que la valeur de E_{pk} donnée par SUPERFISH peut être considérée comme une valeur « optimiste » puisqu'elle est environ 10% inférieure à la valeur prédite par URMEL.

Enfin, il faut noter que lors du calcul des modes supérieurs, il apparaît que pour certains modes de fréquence élevée, des différences importantes peuvent se manifester, même au niveau du calcul du r/Q ou de la fréquence. On verra ainsi dans le chapitre 5 qu'il est très délicat de pouvoir prédire avec exactitude les caractéristiques de certains HOM.

3. 2. Optimisation du linac.

Avant d'optimiser la forme de nos cavités pour obtenir un design définitif, il est tout d'abord nécessaire de fixer quelques paramètres basiques comme le nombre de cellules par cavité, ou les bêtas géométriques utilisés. Ces paramètres, comme on va le voir, influent directement sur la longueur de l'accélérateur ; il s'agit donc de les choisir au mieux afin d'optimiser le coût du linac.

3. 2. 1. Choix du nombre de cellules

Etudions dans un premier temps l'influence du nombre de cellules d'une cavité sur le champ accélérateur fourni. On choisit de baser l'étude sur les seules cavités $\beta_g=0,65$, ceci afin de simplifier au maximum la réflexion tout en conservant une bonne pertinence des résultats obtenus : ces cavités de bêta intermédiaire sont en effet, comme on l'a déjà souligné, très représentatives de l'ensemble du linac.

Influence sur le champ accélérateur -----

Les cavités multi-cellules utilisées ici sont conçues selon la même démarche qu'au chapitre précédent ; il s'agit de cavités préliminaires résonnant à 704,4MHz, non-optimisées, et vérifiant les propriétés suivantes :

- leur bêta géométrique vaut $\beta_g=0,658$.
- les caractéristiques géométriques des cellules sont à peu de choses près les mêmes que celles de la monocellule du chapitre 3.1.
- les cellules extérieures ont été cependant modifiées afin d'assurer un « plat de champ » : l'amplitude maximale du champ E_z sur l'axe du faisceau est la même dans toutes les cellules.

Les champs sont calculés à l'aide de SUPERFISH, et normalisés pour $B_{pk}=50\text{mT}$. Le champ accélérateur est alors calculé d'après (218), c'est-à-dire, sans tenir compte de la phase synchrone ($\phi_s=0$).

La figure 3-21 présente le résultat de ces calculs : l'évolution du champ accélérateur en fonction de l'énergie cinétique du proton incident y est représentée, pour des cavités N-cellules, N allant de 1 à 10.

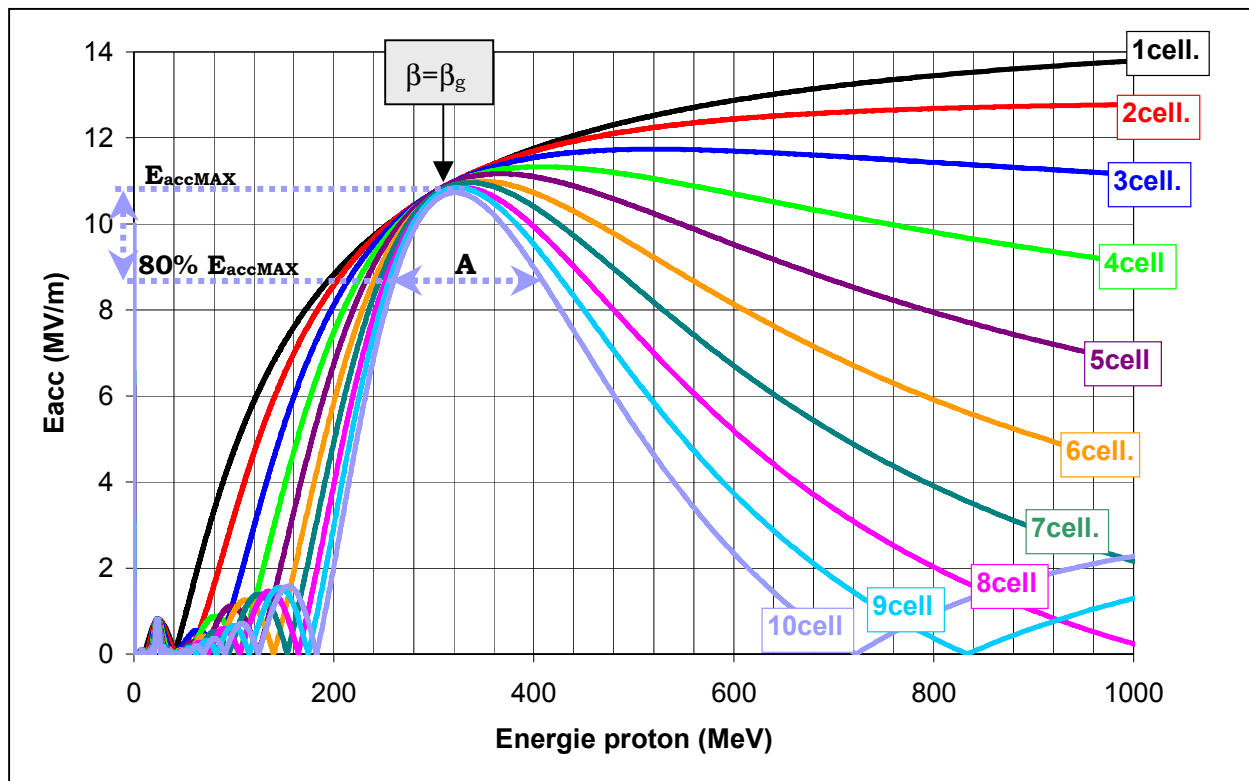


Figure 3-21 : Champ accélérateur développé par une cavité multi-cellules en fonction de l'énergie cinétique du proton incident ($\beta_g=0,65$, E_{acc} normalisé pour $B_{pk}=50mT$).

Deux constatations importantes peuvent être faites à partir de la figure ci-dessus :

- plus le nombre de cellules est faible, et plus le champ accélérateur maximum développé par la cavité est élevé. On peut d'ailleurs noter que ce maximum n'est pas atteint pour des protons de vitesse $\beta = \beta_g$ (ici 308,8 MeV), mais pour des protons d'énergie plus élevée.
- plus le nombre de cellules est grand, et plus la plage d'énergie pour laquelle les protons sont correctement accélérés est réduite.

Afin de quantifier ces tendances, nous définirons ici (cf. figure 3-21 pour le cas d'une cavité 10-cellules) :

- la plage de fonctionnement en champ accélérateur, comprise entre 80% E_{accMAX} et E_{accMAX} ; ce choix permet d'assurer une bonne utilisation des cavités.

- l' « acceptance » en énergie d'une cavité, notée A, qui correspond à la plage d'énergie pour laquelle un proton subit un champ accélérateur optimal, compris entre 80% E_{accMAX} et E_{accMAX} .

L'évolution de l'acceptance en énergie en fonction du nombre de cellules est représentée en figure 3-22.

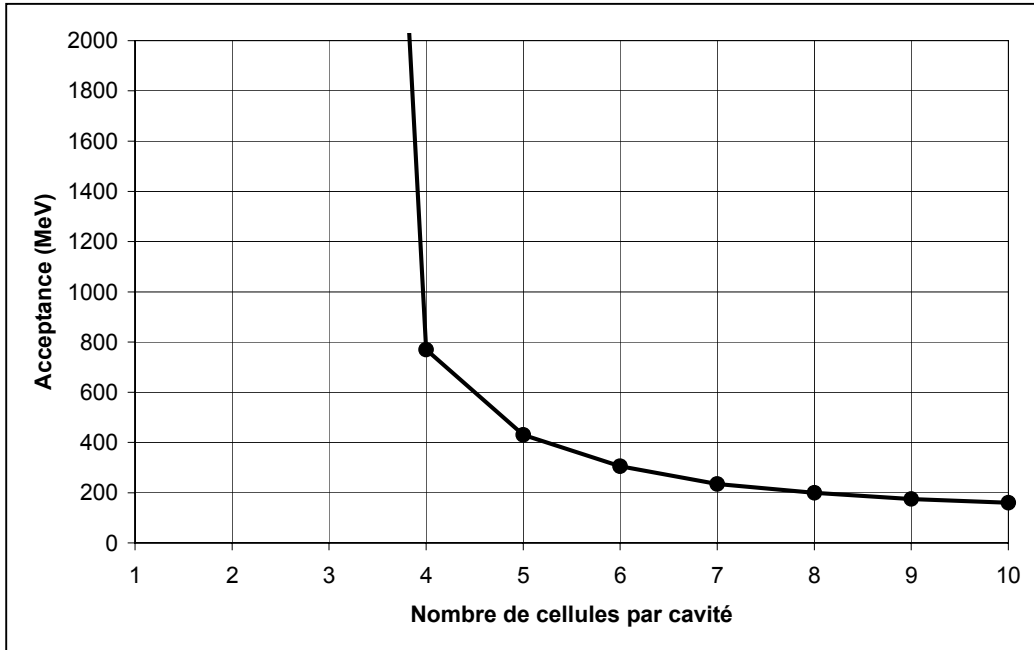


Figure 3-22 : Acceptance en énergie en fonction du nombre de cellules par cavité.

L'évolution du champ accélérateur de fonctionnement en fonction du nombre de cellules de la cavité est illustré en figure 3-23. Notons qu'il semble ici raisonnable d'effectuer une correction statistique en fonction du nombre de cellules. En effet, une cavité N-cellules a une surface intérieure environ N fois plus grande que celle d'une cavité mono-cellule. Ceci a pour conséquence que plus le nombre de cellules est important, et plus le risque de trouver des défauts de surface à l'intérieur de la cavité augmente, comme on l'a évoqué dans le chapitre 2. Les valeurs de champ accélérateur risquent alors d'être amoindries.

Ce risque statistique peut être évalué en considérant que le B_{pk} de fonctionnement dans une multi-cellules doit être envisagé à la baisse par rapport à celui d'une mono-cellule, comme le montre le tableau suivant¹⁰⁴ :

N nb cellules	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{B_{pk}(Ncell.)}{B_{pk}(1cell.)}$	100%	95,8%	92,8%	90,5%	88,5%	86,8%	85,3%	83,9%	82,7%	81,6%

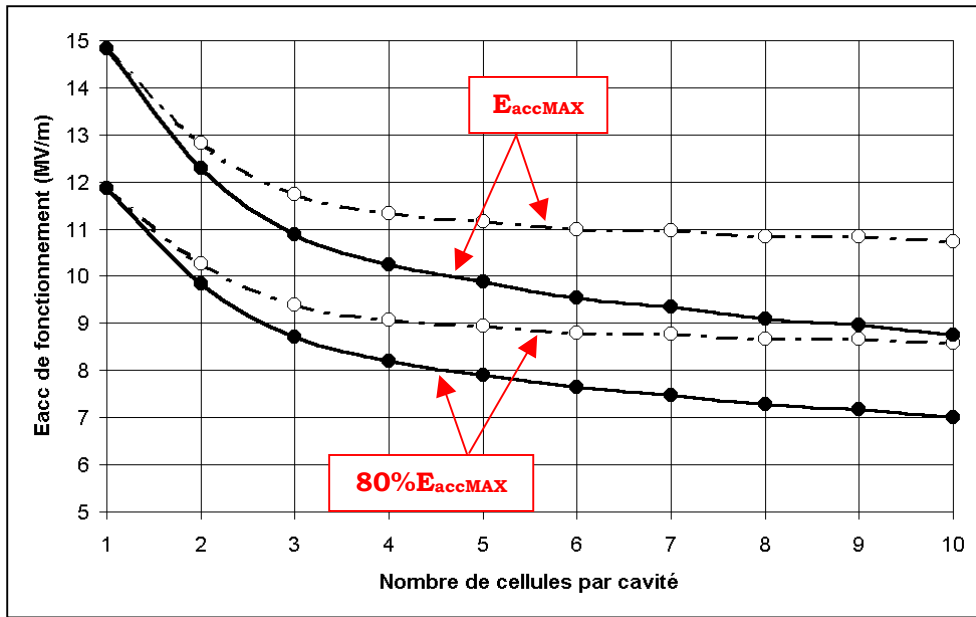


Figure 3-23 : Plage de fonctionnement en champ accélérateur [$80\%E_{accMAX} - E_{accMAX}$] (en pointillés : sans correction statistique ; en plein : avec correction statistique).

D’après les deux figures précédentes, l’utilisation de cavités mono-cellules semble représenter la solution idéale : elle permet non seulement d’obtenir les gradients accélérateurs les plus élevés, mais aussi de n’avoir à utiliser qu’un seul type de cavité (de β_g convenablement choisi) pour couvrir la totalité de la plage d’énergie du linac supraconducteur (100MeV-1GeV).

Le facteur de remplissage -----

Cependant, l’intérêt des cavités mono-cellules en terme de champ accélérateur et d’acceptance doit être fortement modéré. En effet, si l’on raisonne à présent en terme de longueur réelle, on peut très vite s’apercevoir que l’utilisation exclusive de cavités mono-cellules risque d’aboutir à un projet de linac d’une longueur très prohibitive (avec en supplément une multiplication des coupleurs de puissance nécessaires...).

Afin d’étudier l’influence du nombre de cellules sur la longueur du linac, on peut définir le « facteur de remplissage », défini comme le rapport entre la longueur accélératrice réelle sur la longueur totale du linac, soit :

$$(303) \quad F = \frac{\text{longueur accélératrice}}{\text{longueur totale}}$$

Appliqué à une « maille accélératrice » standard (figure 3-24), le facteur de remplissage prend alors la forme, pour les dimensions indiquées :

$$(304) \quad F = \frac{NML}{2,2 + M(0,4 + NL)}$$

où L, en mètres, est la longueur d'une cellule (0,14m pour $\beta_g=0,658$), M est le nombre de cavités par cryomodule, et N le nombre de cellules par cavité.

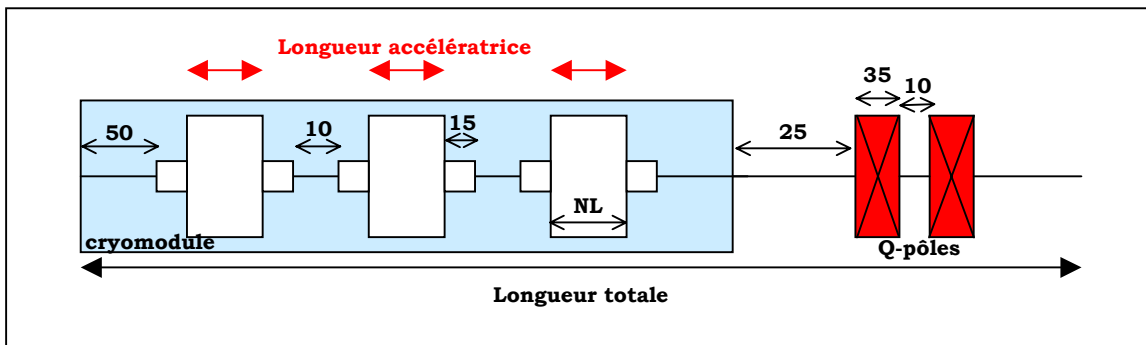


Figure 3-24 : Maille accélératrice (dimensions en cm)

Le facteur de remplissage F s'améliore à mesure que M et N (et β_g) augmentent, comme on peut le voir sur la figure 3-25.

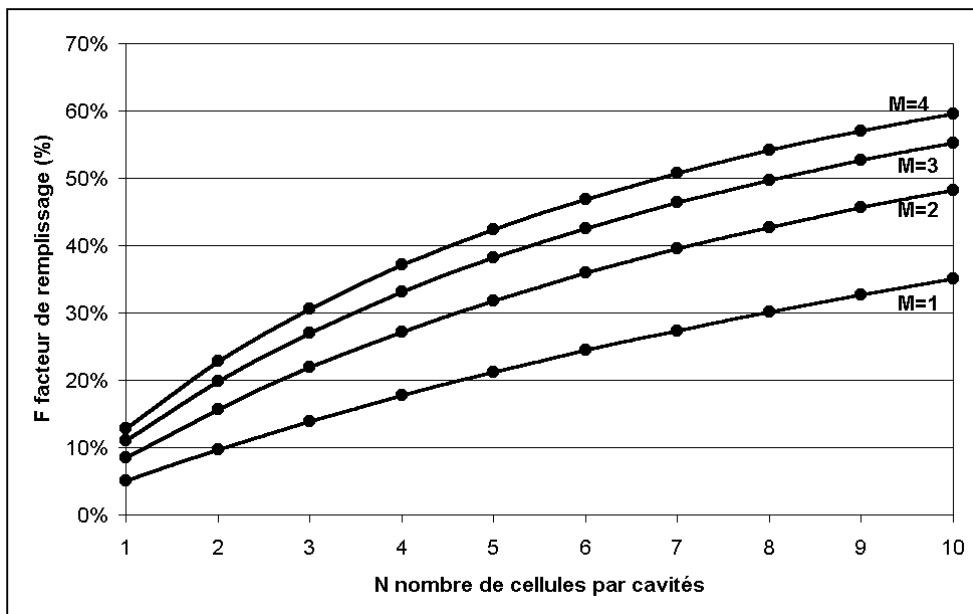


Figure 3-25 : Evolution du facteur de remplissage en fonction de N (pour $\beta_g=0,658$ et M=1 à 4 cavités par cryomodule)

Grâce au facteur de remplissage F et aux valeurs de champ accélérateur obtenues, il est alors possible d'estimer grossièrement la longueur du linac ; d'après (303) et (219), cette longueur totale est de l'ordre de :

$$(305) \quad L_{\text{tot}} \approx \frac{\Delta U_{\text{tot}}}{F E_{\text{acc}} \cos(\varphi_s)}$$

où ΔU_{tot} représente la plage d'énergie à couvrir (on prend ici $\Delta U_{\text{tot}}=1\text{GeV}-100\text{MeV}=900\text{MeV}$), E_{acc} le champ accélérateur de fonctionnement (on l'estime en moyenne à $90\%E_{\text{accMAX}}$), et φ_s la phase synchrone (-30°).

Il apparaît alors nettement que plus le nombre de cellules par cavité est grand, et plus le linac est court (figure 3-26).

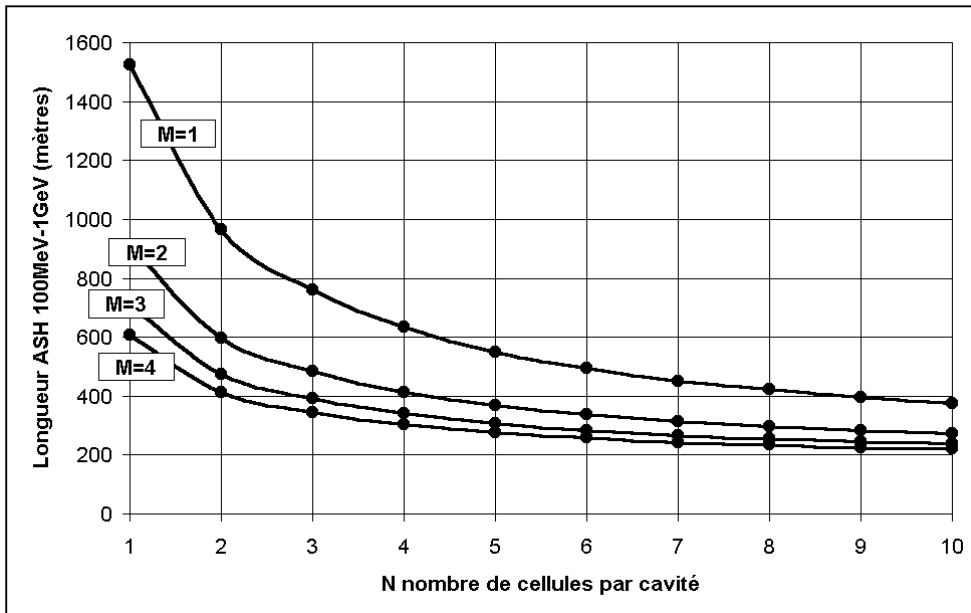


Figure 3-26 : Evaluation de la longueur du linac ASH pour la plage 100MeV-1GeV (pour M=1 à 4 cavités par cryomodule)

Choix des cavités 5-cellules -----

La tendance mise en évidence ci-dessus est néanmoins contrebalancée par le fait que plus le nombre de cellules est important, plus l'acceptance en énergie est réduite, comme on l'a vu précédemment : le nombre de sections de β_g différents pour couvrir la plage d'énergie totale doit être d'autant plus important que le nombre de cellules des cavités utilisées est grand. Ce nombre de sections est estimé sur la figure 3-27 à partir des résultats de la figure 3-21, et pour un linac allant de 100MeV à 1GeV.

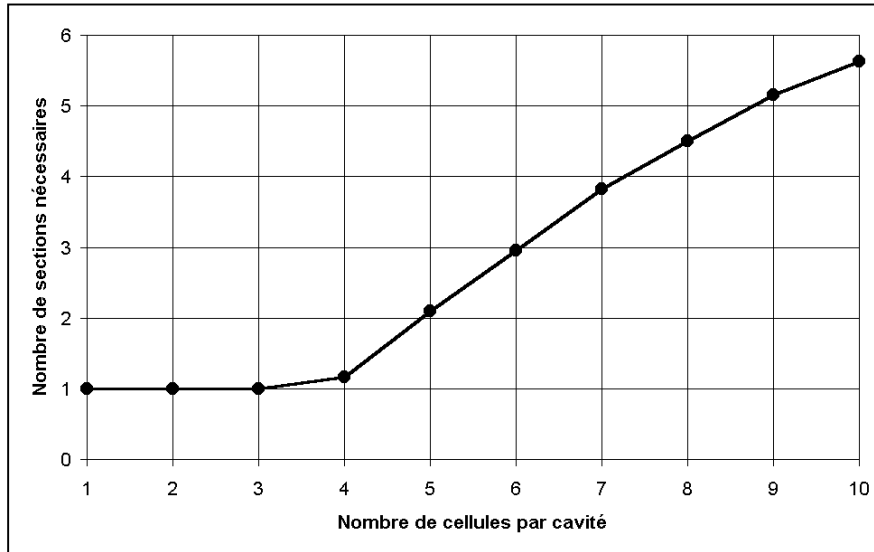


Figure 3-27 : Estimation du nombre de sections nécessaires pour couvrir la plage 100MeV-1GeV.

Il est alors possible d'effectuer une estimation grossière du coût du linac, basée sur les deux considérations suivantes :

- le coût du linac est proportionnel à sa longueur.
- on estime de 10 à 15%¹⁰⁵ le surcoût induit par le développement de chaque section supplémentaire.

La figure 3-28 représente les résultats de cette estimation en fonction du nombre de cellules par cavité, et pour différents nombres de cavités par cryomodule. On s'aperçoit que les courbes obtenues présentent toutes un minimum, autour d'une solution à 4, 5 ou 6 cellules.

Au total, cette étude*, bien qu'assez approximative (grossière estimation des coûts, raisonnement basé sur les seules cavités $\beta_g=0,65$ et étendu à tout le linac), montre de façon claire l'existence d'un optimum du coût du linac en fonction du nombre de cellules par cavité ; cet optimum est assez marqué pour nous permettre d'effectuer un choix pertinent : les cavités ASH comporteront 5 cellules†.

* Les résultats de cette étude ont été publiés lors de la « 3rd International Conference on Accelerator Driven Transmutation Technologies » (Prague, 1999)⁹⁸ et lors du « 9th Workshop on RF Superconductivity » (Santa Fe, 1999)¹⁵¹.

† La plupart des autres études sur les cavités à protons convergent généralement elles aussi vers des solutions à 5 cellules (projets APT, TRASCO, Joint Project...) ou à 6 cellules (SNS...).

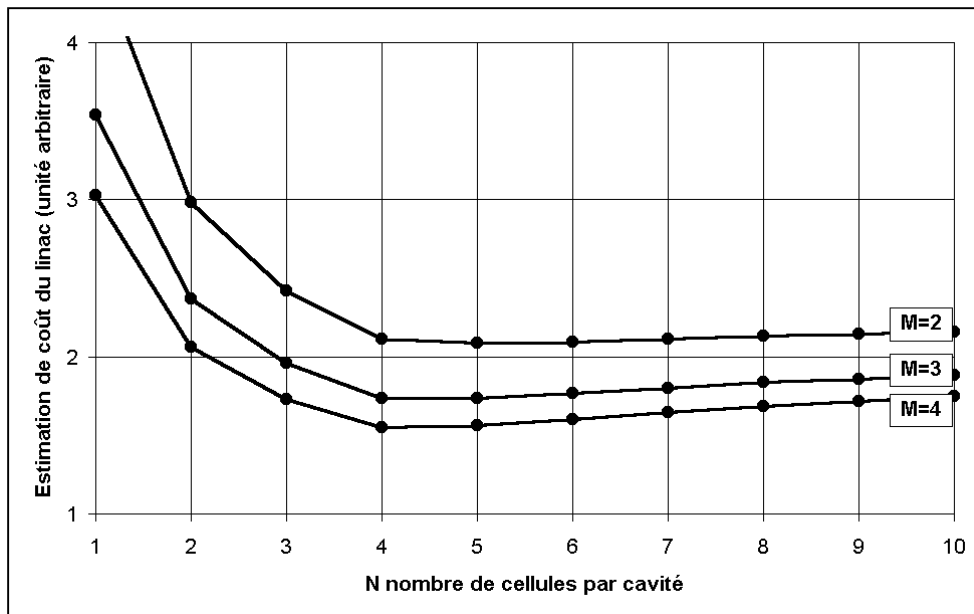


Figure 3-28 : évolution du coût du linac en fonction du nombre de cellules par cavité (linac 100MeV-1GeV, M=2, 3 ou 4 cavités par cryomodule, surcoût/section=12,5%).

Choix du nombre de cavités par cryomodule -----

En ce qui concerne le choix du nombre M de cavités par cryomodule, l'étude précédente conduit à choisir un M le plus grand possible pour alléger les coûts au maximum. Cette tendance est une réalité mais ne peut en aucun cas se suffire à elle-même : ce sont ici les études de dynamique faisceau qui dictent le choix à effectuer.

D'après ces études, la longueur des mailles accélératrices (distance entre deux quadrupoles) ne doit pas être trop importante pour assurer une bonne focalisation du faisceau, notamment aux basses énergies (transition avec la partie chaude DTL vers 100MeV). On peut estimer¹⁰⁶ que le gain d'énergie par cryomodule ne doit pas dépasser 5% de l'énergie de la particule incidente. Une étude plus précise¹⁰⁷ montre finalement que les seuls choix envisageables, pour des questions de stabilité de faisceau, sont des solutions à 2 ou 3 cavités par cryomodule.

Il est alors possible de montrer, en combinant ce résultat avec des considérations concernant les sources de puissance disponibles et les gradients accélérateurs envisageables, que dans le cadre du démonstrateur (100MeV-450MeV)*, l'optimum est de 2 cavités par cryomodule¹⁰⁸. Ce choix présente en supplément l'avantage d'une grande souplesse d'utilisation, et d'une grande sécurité en ce qui concerne les risques de pertes de faisceau.

* Pour couvrir la plage 450MeV-1GeV, il pourra être intéressant d'utiliser une solution à 3 cavités par cryomodule.

3. 2. 2. Choix des sections accélératrices.

Une fois le choix du nombre de cellules par cavité effectué, il faut ensuite déterminer le nombre de sections nécessaires pour pouvoir couvrir la plage d'énergie 100MeV/1GeV avec la meilleure efficacité. Etudions pour cela l'influence du bêta géométrique d'une cavité sur le champ accélérateur qu'elle est capable de fournir.

Influence du β_g sur le champ accélérateur

Pour mener à bien cette étude, nous avons, à l'aide de SUPERFISH et en nous appuyant sur la démarche préliminaire présentée au chapitre précédent, conçu tout un jeu de cavités 5-cellules, résonnant à 704,4MHz, et de longueurs différentes. Après avoir assuré le plat de champ, nous avons alors pu examiner les champs accélérateurs développés par de telles cavités (figure 3-29).

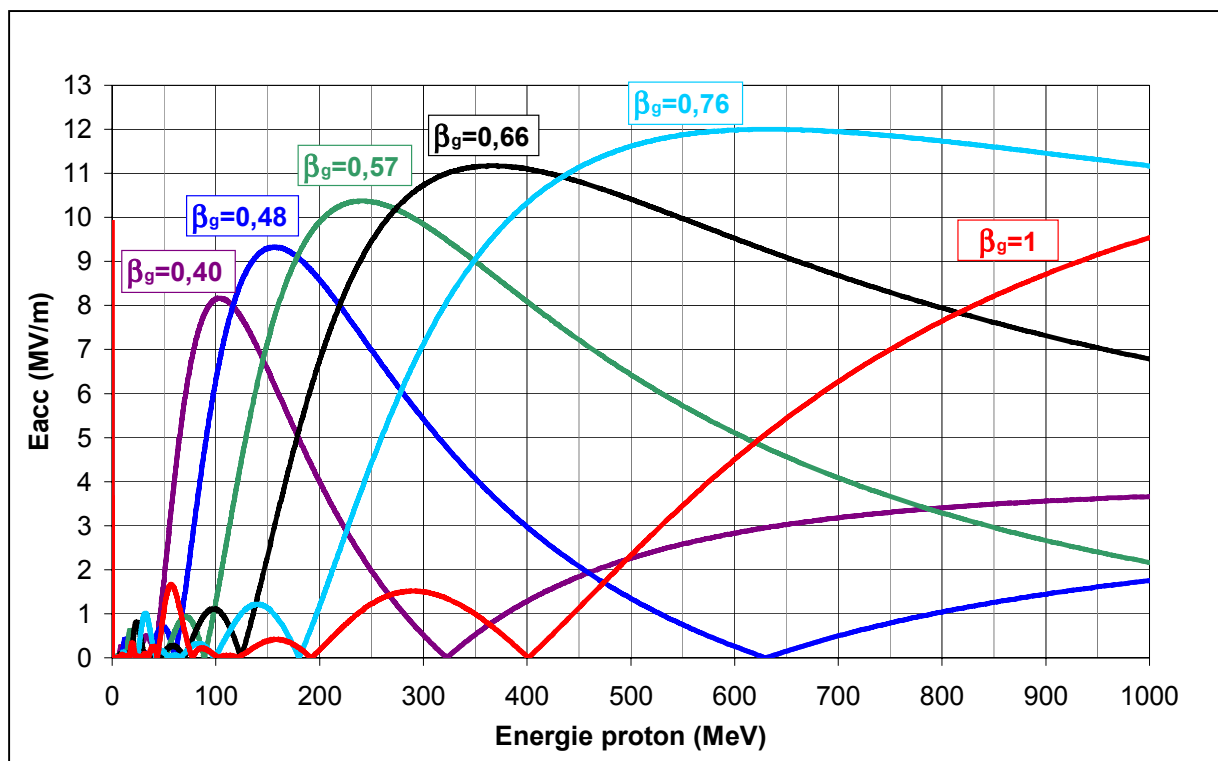


Figure 3-29 : Champ accélérateur développé par une cavité 5-cellules en fonction de l'énergie cinétique du proton incident (β_g variable, E_{acc} normalisé pour $B_{pk}=50mT$).

Plusieurs constatations peuvent être faites :

- pour couvrir la plage d'énergie totale (100MeV-1GeV), plusieurs sections seront nécessaires, comme l'on pouvait s'y attendre.
- plus β_g est faible, et plus le champ accélérateur que peut développer la cavité sera réduit. Cela s'explique par le fait que les rapports B_{pk}/E_{acc} et E_{pk}/E_{acc}^* prennent des valeurs de plus en plus importantes à mesure que l'on diminue le β_g de la cavité : à champ accélérateur équivalent, une cavité plus courte engendre des champs de surface plus élevés, comme on pourra s'en rendre compte par la suite.
- enfin, plus β_g est faible, et plus l'acceptance en énergie est étroite.

Choix des sections : $\beta_g=0,47$ et $\beta_g=0,65$ -----

La figure 3-30 représente, en fonction du β_g de la cavité, l'évolution de la plage d'énergie de fonctionnement d'une cavité, qui est définie comme la bande d'énergie au sein de laquelle les protons sont susceptibles de subir un champ accélérateur vérifiant $E_{acc} \geq 80\% E_{accMAX}$. Cette représentation permet de visualiser très rapidement le nombre et la nature des sections nécessaires pour assurer une accélération efficace sur la totalité du linac. Dans le cas de ASH, cette méthode fait apparaître 3 sections différentes :

- la section des cavités $\beta_g=0,47$, susceptible de couvrir la plage d'énergie 100MeV-210MeV.
- la section des cavités $\beta_g=0,65$ qui permet de couvrir la plage d'énergie 210MeV-600MeV.
- la section des cavités $\beta_g=0,86$ pour les énergies supérieures à 600MeV (et pouvant aller jusqu'à environ 3GeV).

Dans le cadre du démonstrateur (450MeV), il s'agit donc en priorité de développer les cavités correspondant aux deux premières sections : $\beta_g=0,47$ et $\beta_g=0,65$.

* On peut noter à ce propos que le rapport B_{pk}/E_{pk} ne dépend pas, au premier ordre, du β_g de la cavité. Il dépend essentiellement de la géométrie adoptée pour la cavité : on pourra se rendre compte que l'optimisation du design et la recherche du meilleur compromis entre la prédominance de B_{pk} et de E_{pk} aboutit généralement à des rapports B_{pk}/E_{pk} compris entre 1,5 et 2.

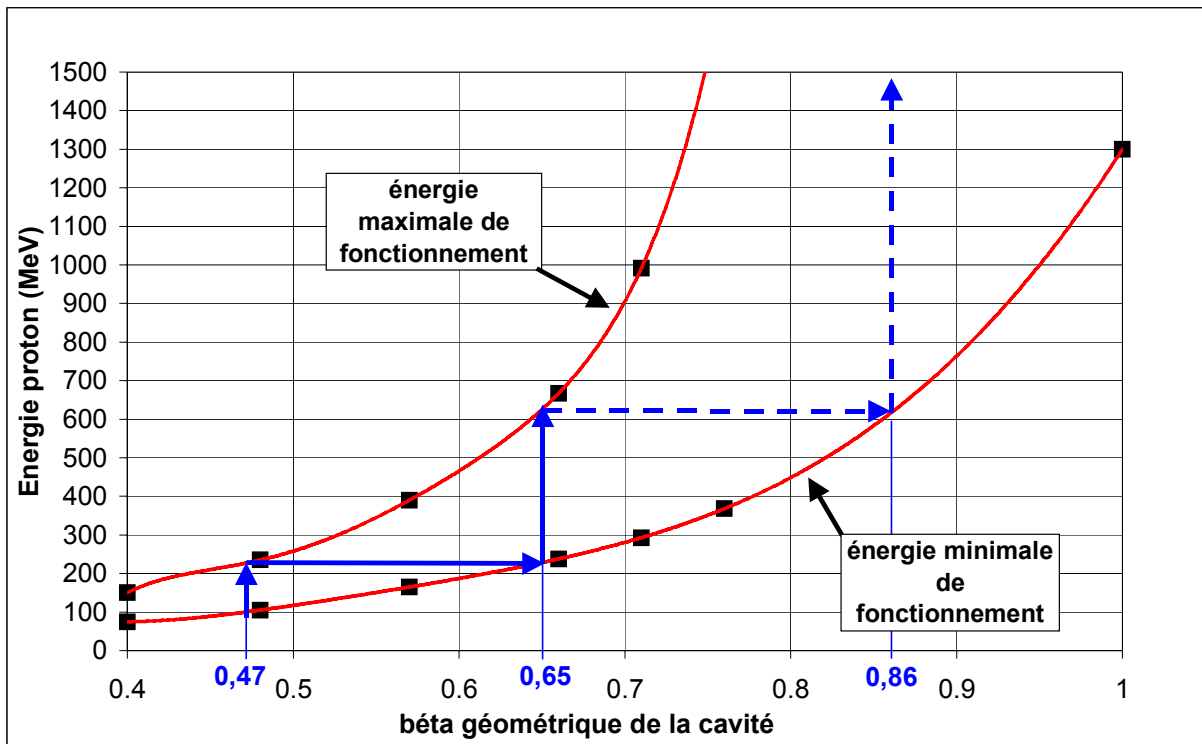


Figure 3-30* : Plage d'énergie de fonctionnement en fonction du β_g de la cavité (entre les 2 courbes rouges), et choix des sections (flèches bleues).

Conclusion sur le design du linac ASH -----

Avant de passer à l'étape finale consistant à optimiser le design de nos 2 types de cavité 5-cellules ASH, il est intéressant ici d'effectuer quelques remarques à propos de la conception de l'accélérateur.

Il faut d'abord remarquer que le choix des caractéristiques des différentes sections a été validé par les études de dynamique faisceau effectuées au CEA ou à l'INFN qui montrent une grande stabilité du faisceau (figure 3-31), y compris en incluant l'influence d'éventuels incidents en ligne¹⁰⁹ (mauvais alignement des Q-pôles, disfonctionnement d'une cavité, etc.). Cependant, on peut craindre des pertes « importantes » de faisceau à la transition à 100MeV entre le DTL et la partie SC basse énergie. Pour résoudre ce problème¹¹⁰, l'énergie de transition a été abaissée à 85MeV, et l'on peut envisager en supplément d'augmenter la taille du tube du DTL

* Figure publiée lors de la « 3rd International Conference on Accelerator Driven Transmutation Technologies » (Prague, 1999)⁹⁸ et lors du « 9th Workshop on RF Superconductivity » (Santa Fe, 1999)¹⁵¹.

avant la transition ou d'utiliser des quadrupôles supraconducteurs (à placer dans les cryomodules) pour réduire la taille de la maille accélératrice artificiellement.

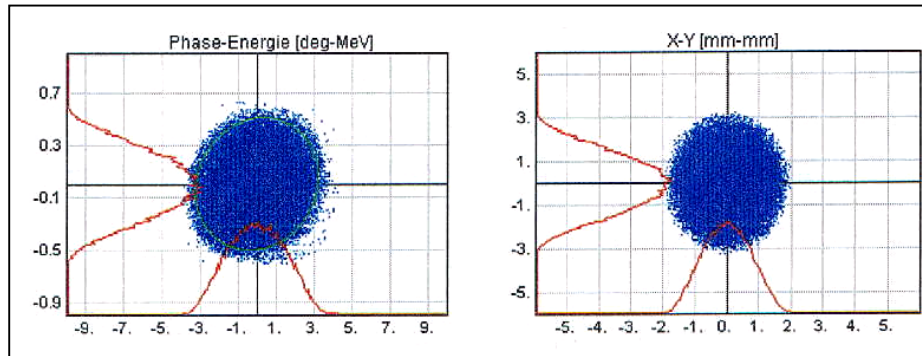


Figure 3-31 : Allure du faisceau à la sortie de ASH (500MeV) : distribution en phase et énergie (à gauche), et distribution spatiale (à droite).

En l'état actuel du projet, l'accélérateur ASH préliminaire possède les caractéristiques suivantes (cf. figure 1-24 p55) :

- partie basse énergie : une section de 76m couvrant la plage 85MeV-185MeV* comprenant 36 cavités 5-cellules de $\beta_g=0,47$, regroupées au sein de 18 cryomodules (champ accélérateur maximum d'utilisation : 8,6MV/m ; champ magnétique pic maximum d'utilisation : 50mT ; puissance incidente maximum par coupleur : 75kW).
- partie moyenne énergie : une section de 117m couvrant la plage 185MeV-450MeV comprenant 52 cavités 5-cellules de $\beta_g=0,65$ soit 26 cryomodules (champ accélérateur maximum d'utilisation : 9,1MV/m ; champ magnétique pic maximum d'utilisation : 50mT ; puissance incidente maximum par coupleur : 110kW).

La partie supraconductrice ASH fera donc au total une longueur de 193m, soit environ 300m pour la longueur de l'accélérateur en entier. Une première estimation des coûts¹⁷ pour cet accélérateur linéaire destiné à alimenter le démonstrateur de réacteur hybride est d'environ 150MEuros (dont 7MEuros de cavités).

* L'énergie de transition entre les 2 sections est ici abaissée de 210MeV à 185MeV afin d'assurer une meilleure continuité des gradients accélérateurs, et de ce fait, une meilleure stabilité du faisceau.

3. 3. Optimisation des cavités.

Nous présenterons dans ce chapitre la méthode utilisée lors de l'optimisation du design de nos cavités. Cette étude, achevée à la fin de l'année 1999, a été effectuée en étroite collaboration avec l'IPN* Orsay ainsi qu'avec l'INFN Milan, responsable de l'étude du linac supraconducteur¹¹¹ du projet italien TRASCO†. Cette étude a permis de fixer définitivement‡ les principales caractéristiques des cavités ASH ; on se contentera ici, pour illustrer la méthode utilisée, de ne détailler la plupart du temps que le cas de la cavité $\beta_g=0,65$, la cavité $\beta_g=0,47$ étant conçue sur le même principe¹¹². Notons enfin que cette étude de design a essentiellement été effectuée, pour tout ce qui concerne l'optimisation des paramètres HF, à l'aide du logiciel SUPERFISH ; la finesse du maillage utilisée est de l'ordre de 1mm (1,37mm exactement dans le cas des cavités $\beta_g=0,65$).

3. 3. 1. Design des cellules internes.

Paramétrisation -----

La géométrie d'une cavité supraconductrice peut être caractérisée par de très nombreux paramètres, tous interagissant les uns avec les autres. Il convient donc de choisir une paramétrisation efficace, permettant de mettre en valeur le mieux possible les principaux enjeux intervenant dans la conception d'une cavité.

La paramétrisation choisie pour notre étude est basée sur 7 grandeurs qui définissent de façon unique la géométrie d'une cellule de la cavité (figure 3-32) :

- L : longueur de la cellule entière.
- R_b : rayon définissant l'ouverture des iris.
- α : angle d'inclinaison de la paroi de la cellule.

* IPN : Institut de Physique nucléaire (CNRS/IN2P3).

† TRASCO (TRASmutazione SCOrie) : projet de réacteur hybride italien à 350MHz/700MHz.

‡ Les principaux résultats de cette étude d'optimisation ont été publiés lors du « 9th Workshop on RF Superconductivity » (Santa Fe, 1999)¹⁵¹.

- d : position (en z) de la paroi de la cellule.
- B/A : rapport des axes de l'ellipse définissant l'équateur.
- b/a : rapport des axes de l'ellipse définissant l'iris.
- R : rayon de la cavité.

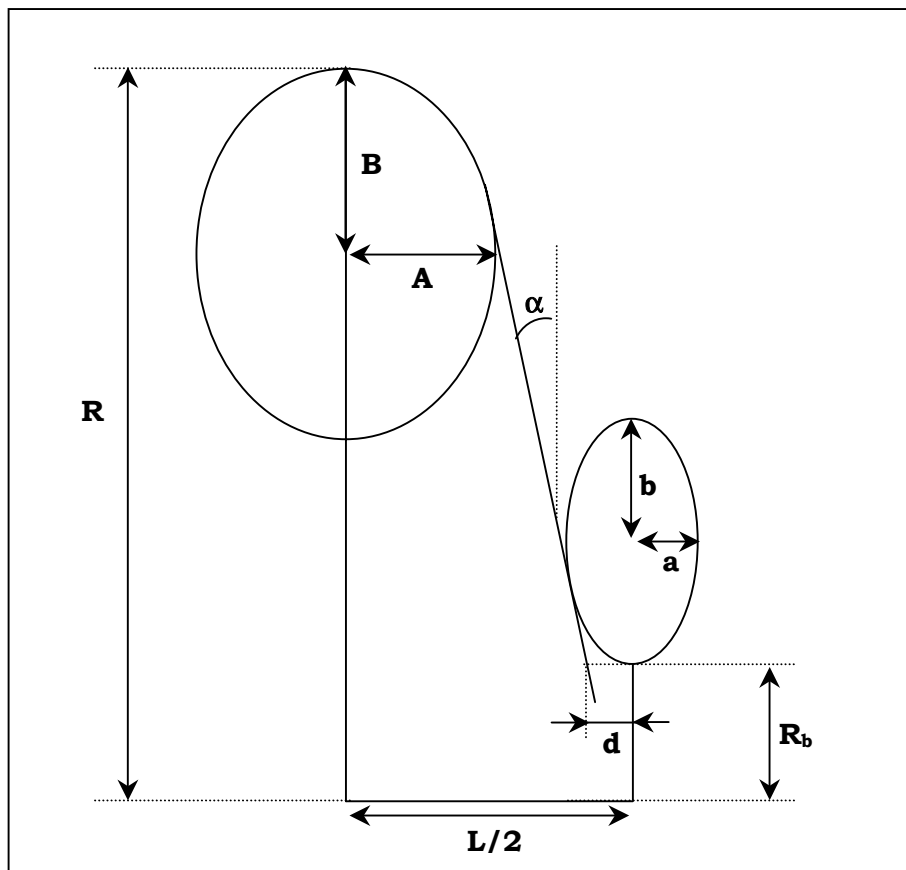


Figure 3-32 : Géométrie et paramètres de la demi-cellule de référence.

La procédure utilisée lors de la conception d'une demi-cellule consiste alors à fixer au mieux les 6 premiers paramètres, puis à ajuster le rayon R de la cavité afin d'obtenir la fréquence voulue, soit 704,4MHz dans notre cas*. L'optimisation de la géométrie consiste ensuite à étudier la variation des principales caractéristiques électromagnétiques (G , r/Q , B_{pk}/E_{acc} , E_{pk}/E_{acc}) et mécaniques (contrainte maximale σ_{max})† de la cellule en fonction de ces 6 paramètres.

* Notons ici que lors cette démarche, il est impératif d'appliquer à la limite de la cellule (au niveau de l'iris) une condition magnétique, cela afin de pouvoir obtenir, dans la cavité 5-cellules finale, un mode $TM_{010\pi}$ résonnant à 704,4MHz. On pourra se référer pour plus de précisions à l'analyse de la cavité multi-cellules traitée en annexe 3.

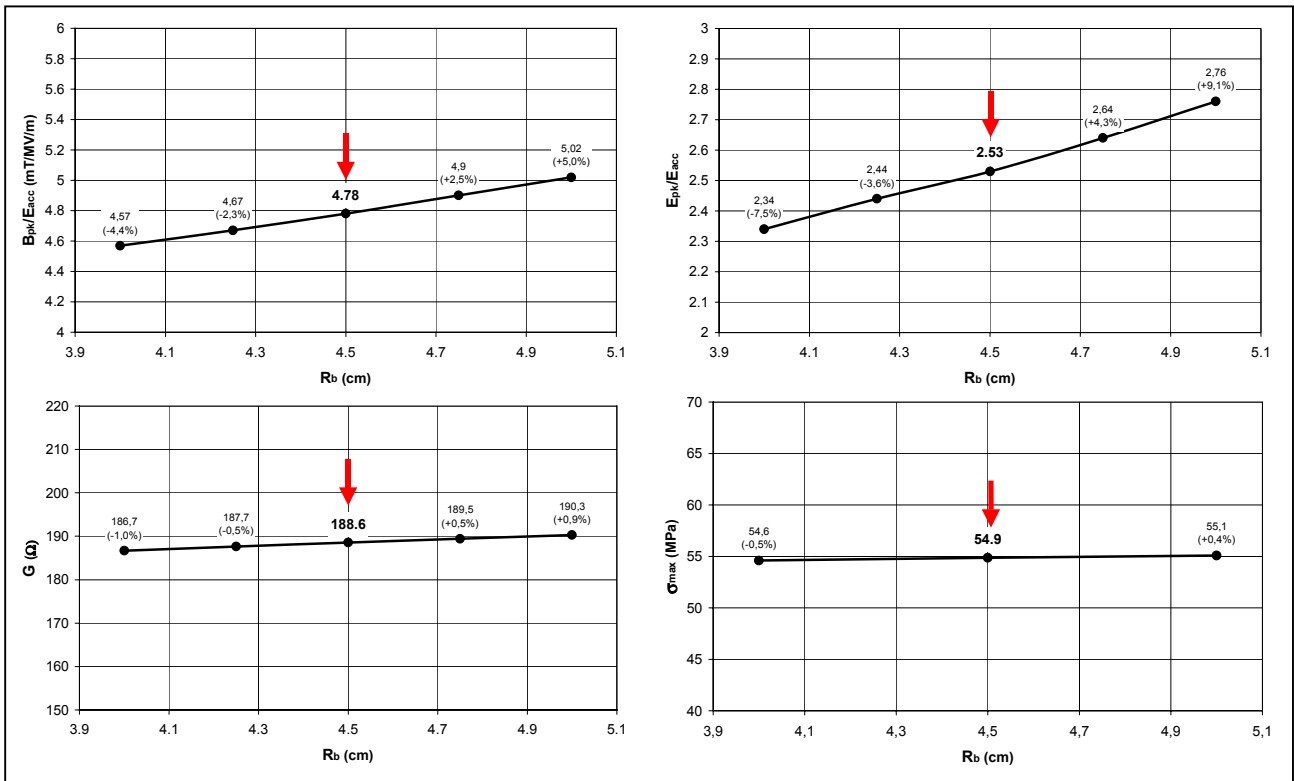
† L'étude du « detuning » dû aux forces de Lorentz n'étant pas un point crucial dans le cas d'un accélérateur comme ASH fonctionnant en régime continu, nous n'aborderons ce point que succinctement en fin de chapitre 3.

Choix de la longueur des cellules L -----

Comme on l'a vu au chapitre 2, la longueur de la cellule est dictée par la gamme d'énergie des protons qu'elle va accélérer : les longueurs des cellules sont ainsi fixées par l'équation (223), ce qui implique* :

- $L=10\text{cm}$ pour les cellules des cavités $\beta_g=0,47$.
- $L=14\text{cm}$ pour les cellules des cavités $\beta_g=0,65$.

Choix de l'ouverture des iris R_b -----



Figures 3-33 : Evolutions de B_{pk}/E_{acc} , E_{pk}/E_{acc}^\dagger , G et σ_{max}^\ddagger en fonction du rayon de l'iris R_b (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; $L=14\text{cm}$; $\alpha=8,5^\circ$; $d=1\text{cm}$; $B/A=1$; $b/a=1,3$).

* Les valeurs de L ont été arrondies à des valeurs simples (10 et 14cm), ce qui donne pour β_g les valeurs exactes suivantes : 0,470 ; 0,658.

† B_{pk}/E_{acc} , E_{pk}/E_{acc} ainsi que le r/Q seront donnés, durant toute l'étude, pour des protons de vitesse $\beta=\beta_g$. Les flèches (rouges) correspondent au choix final du paramètre représenté.

‡ La contrainte mécanique maximale σ_{max} (MPa) est calculée par CASTEM dans le cas d'une cellule symétrique fixée à chaque iris ; elle se situe toujours dans la zone équatoriale (les valeurs seront données durant toute le chapitre 3.3.1 pour une épaisseur de niobium de 4mm et pour une pression extérieure de 2bars).

Comme nous l'avons déjà souligné au cours du chapitre 3.1, une augmentation du rayon de l'iris R_b induit globalement une dégradation des performances HF de la cellule (figures 3-33 et 3-34). On observe notamment qu'en augmentant le rayon des iris :

- les rapports B_{pk}/E_{acc} et E_{pk}/E_{acc} se dégradent substantiellement, et plus encore le facteur r/Q .
- le facteur géométrique G par contre ne subit pas de variation importante (légère amélioration).
- de même, la stabilité mécanique est quasiment inchangée (légère détérioration).

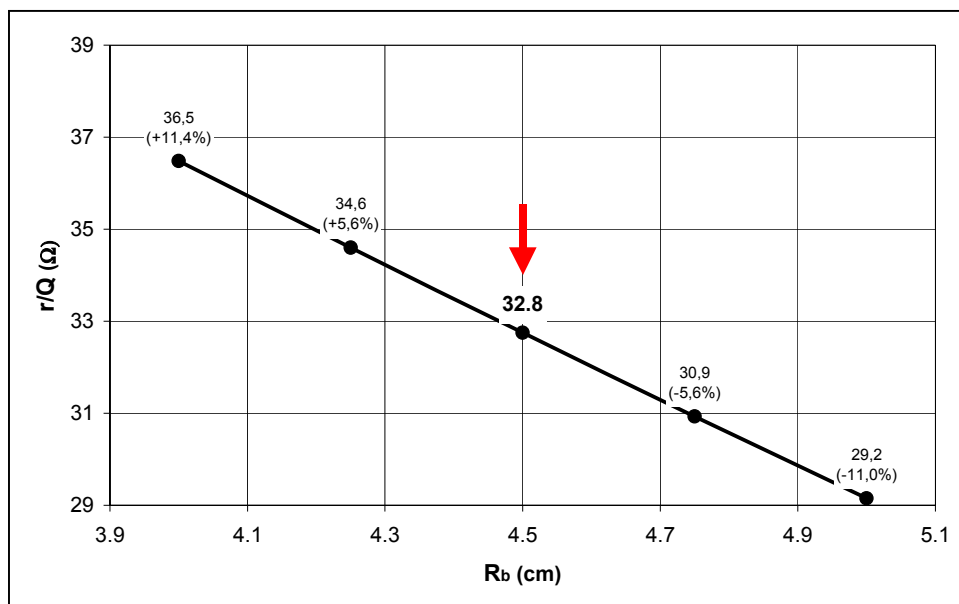


Figure 3-34 : Evolution de r/Q en fonction du rayon de l'iris R_b (cellule $\beta_g=0,65$ à $704,4\text{MHz}$; $L=14\text{cm}$; $\alpha=8,5^\circ$; $d=1\text{cm}$; $B/A=1$; $b/a=1,3$).

Afin de ne pas trop dégrader les performances du mode accélérateur, il convient donc de ne pas choisir un rayon R_b trop large. Mais il est essentiel de ne pas non plus choisir un rayon R_b trop faible, et cela pour plusieurs raisons :

- minimiser le risque d'activation de la structure par le halo du faisceau (pertes de particules). Comme on l'a déjà souligné, ce point essentiel conduit à choisir R_b supérieur à 4cm .
- minimiser le risque lié à l'excitation des modes supérieurs. Comme on le verra dans le chapitre 5, un HOM est d'autant plus dangereux que son r/Q est élevé. Ceci favorise (figure 3-34) le choix d'un rayon iris R_b élevé. On verra cependant

que, dans notre cas, ce point est de moindre importance car le risque HOM est très faible.

- assurer un couplage inter-cellules raisonnable même si, comme on l'a vu dans le chapitre 2, ce point n'est pas crucial dans notre cas (faisceau continu, forts Q_0). Ce couplage doit cependant être suffisant pour éviter toute difficulté lors de la procédure d'accord en fréquence et de plat de champ sur la cavité multi-cellules. Nous avons finalement fixé, par mesure de sécurité, une valeur minimale à atteindre pour le facteur K de couplage inter-cellules : $K \geq 1\%$ *. Notons que c'est principalement cette condition qui va finalement déterminer le choix du rayon des iris au vu de la très forte dépendance de K en fonction de R_b (figure 3-35).

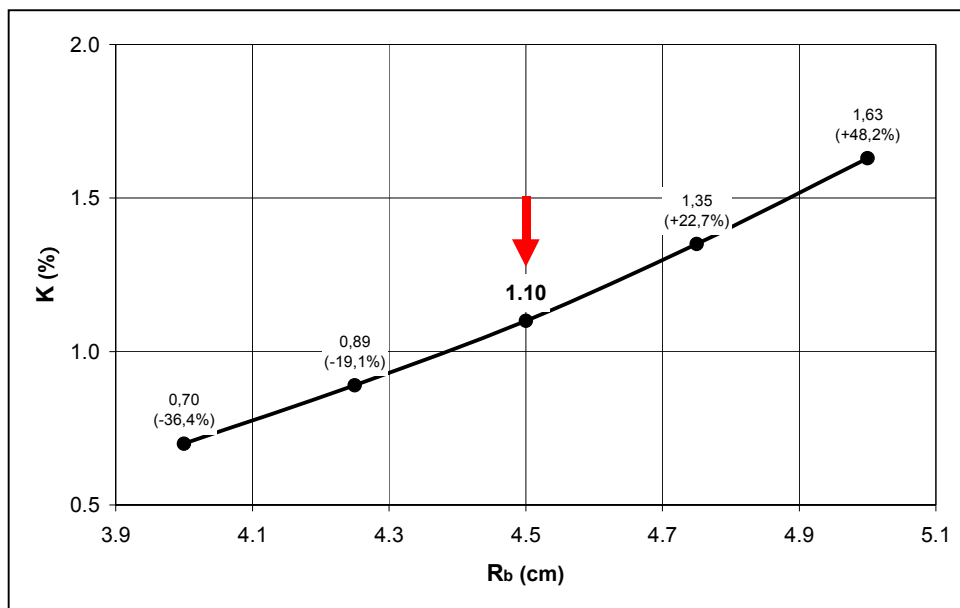


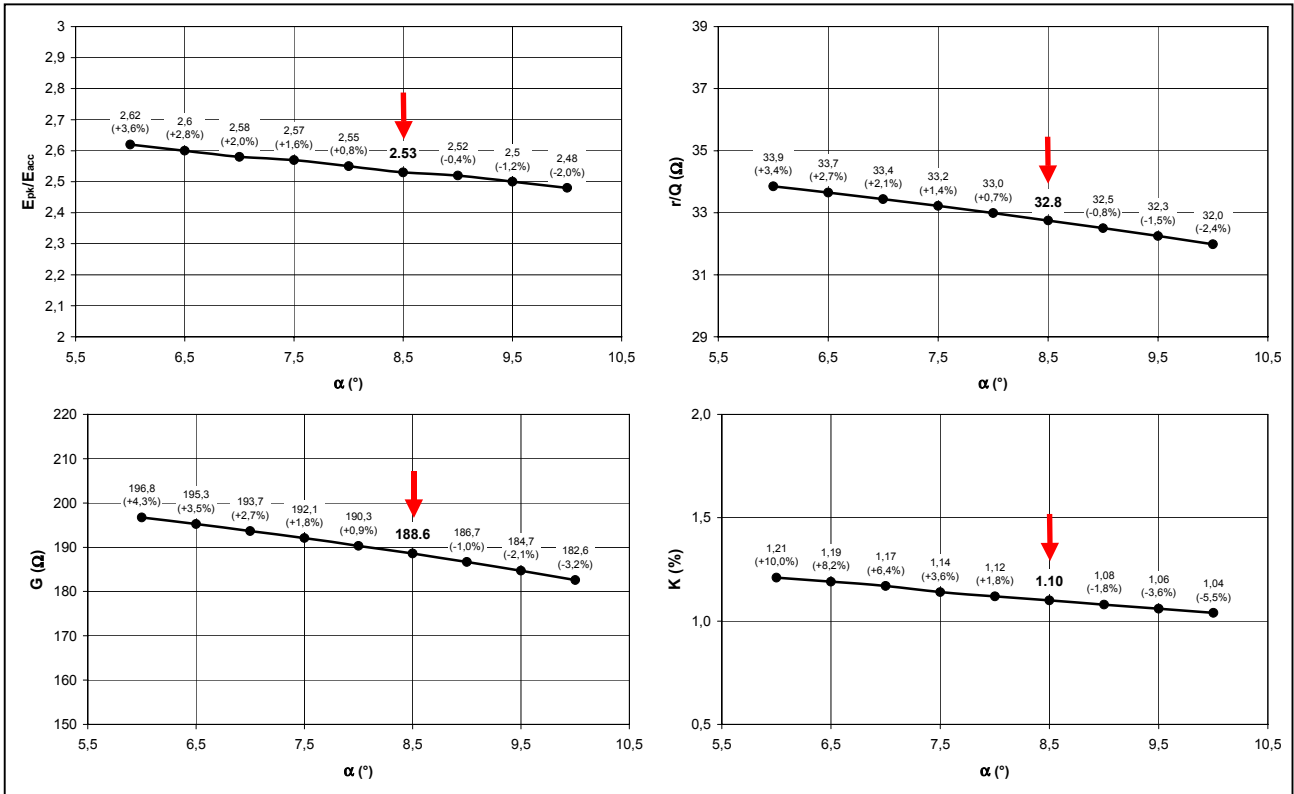
Figure 3-35 : Evolution de K en fonction du rayon de l'iris R_b (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; $L=14$ cm ; $\alpha=8,5^\circ$; $d=1$ cm ; $B/A=1$; $b/a=1,3$).

L'ensemble de ces considérations nous a finalement conduit à choisir, pour le rayon des iris, les valeurs suivantes :

- $R_b=4$ cm pour les cellules $\beta_g=0,47$.
- $R_b=4,5$ cm pour les cellules $\beta_g=0,65$.

* $K=1\%$ implique un espacement entre les modes $TM_{010-\pi}$ et $TM_{010-4\pi/5}$ de l'ordre de 700kHz. Même en se plaçant dans le cas d'un très fort couplage avec l'extérieur ($Q_L \sim 10^5$), la largeur de bande du mode TM_{010} vaut environ $\Delta\omega=\omega_0/Q_L \sim 7$ kHz ; on a bien alors 7 kHz \ll 700kHz, ce qui assure un parfait isolement des modes.

Choix de l'angle α des parois de la cellule -----



Figures 3-36 : Evolutions de E_{pk}/E_{acc} , r/Q , G et K en fonction de l'angle des parois α (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; $L=14\text{cm}$; $R_b=4,5\text{cm}$; $d=1\text{cm}$; $B/A=1$; $b/a=1,3$).

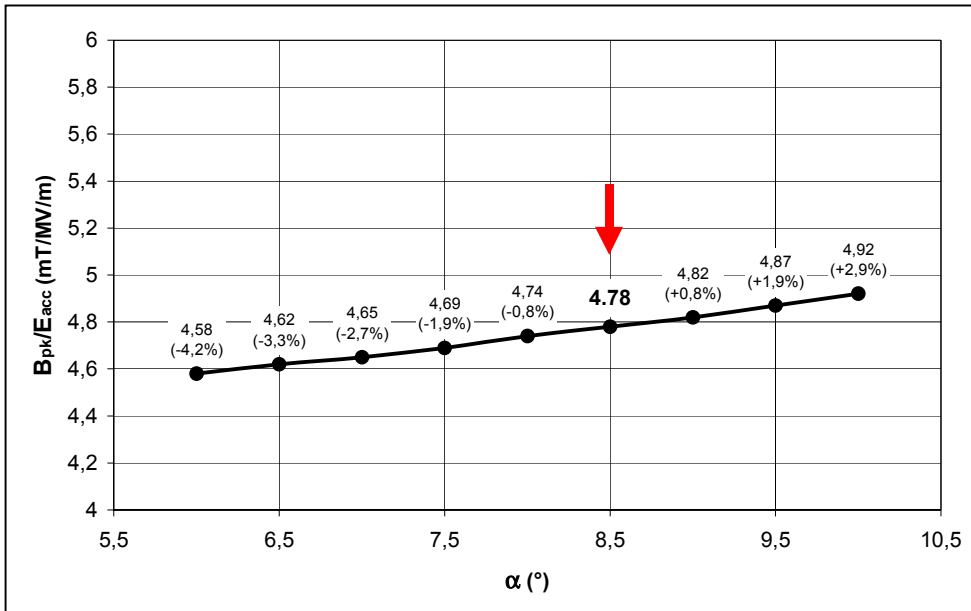


Figure 3-37 : Evolution de B_{pk}/E_{acc} en fonction de l'angle des parois α (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; $L=14\text{cm}$; $R_b=4,5\text{cm}$; $d=1\text{cm}$; $B/A=1$; $b/a=1,3$).

Ici encore, on retrouve les tendances mises en évidence dans l'étude préliminaire, à savoir qu'une augmentation de l'angle des parois α implique (figures 3-36 et 3-37) :

- une assez nette dégradation de G et de r/Q .
- une diminution du couplage inter-cellules K .
- une amélioration du rapport E_{pk}/E_{acc} combinée à une dégradation du rapport B_{pk}/E_{acc} .

En termes de performances HF, il apparaît donc qu'un compromis doit être effectué puisqu'un angle faible favorise G , r/Q et B_{pk}/E_{acc} , tandis qu'un angle élevé favorise E_{pk}/E_{acc} . Mais l'analyse du comportement mécanique de la cellule (figure 3-38) montre par ailleurs qu'une diminution de α conduit à une moins bonne stabilité mécanique ; il apparaît de plus qu'il existe un angle « critique » (environ $8,5^\circ$ dans le cas $\beta_g=0,65$) en dessous duquel la valeur de la contrainte maximale augmente très rapidement*.

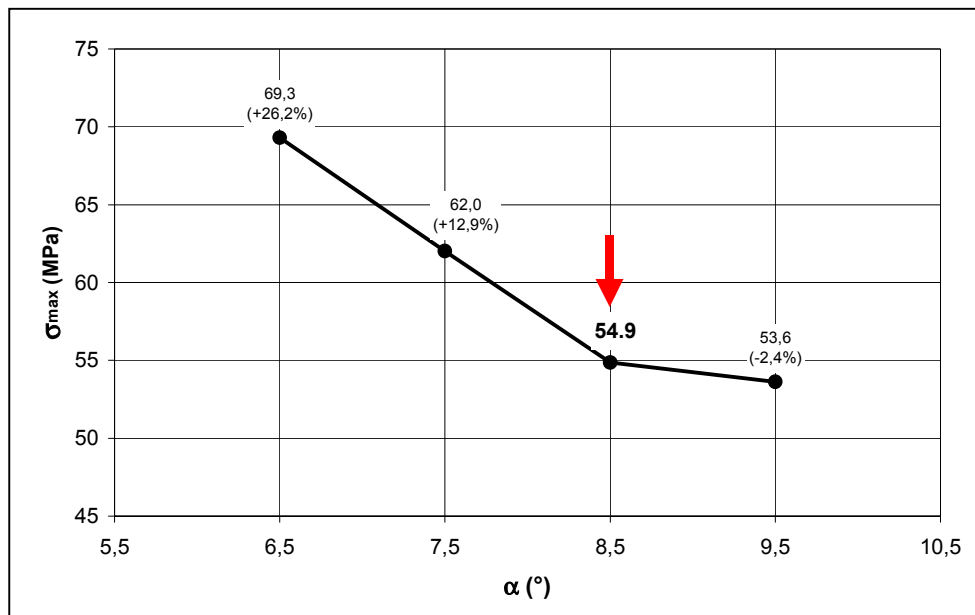


Figure 3-38 : Evolution de σ_{max} en fonction de l'angle des parois α (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; $L=14cm$; $R_b=4,5cm$; $d=1cm$; $B/A=1$; $b/a=1,3$).

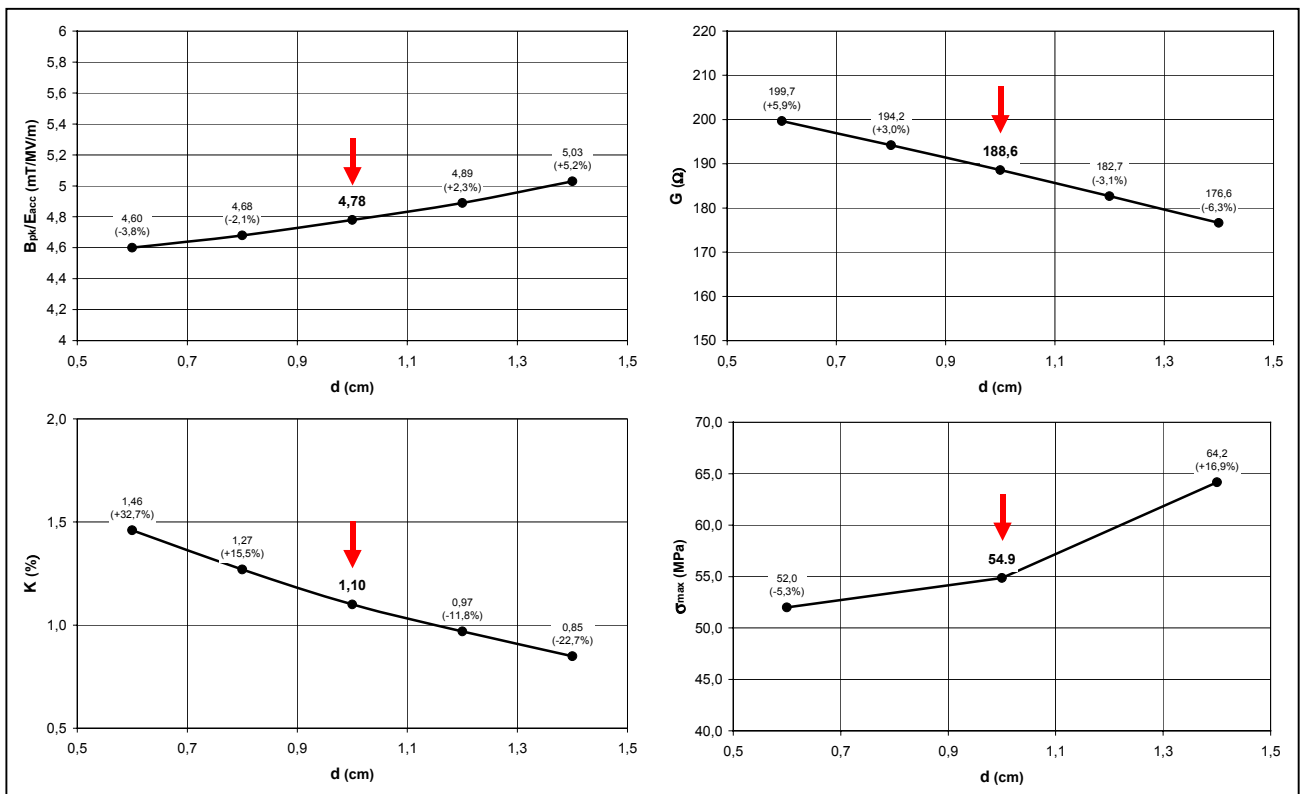
Un angle de $8,5^\circ$ a donc finalement été retenu pour la cellule $\beta_g=0,65$. Par contre, en ce qui concerne le cas $\beta_g=0,47$, la faible longueur de la cellule impose, à partir des mêmes considérations, le choix d'un angle α plus faible de $5,5^\circ$ †. Ce choix reste

* Ceci n'est valable que pour des cavités sans renforts « stiffening ».

† Ce point implique notamment que les cavités $\beta_g=0,47$ auront inévitablement une moins bonne tenue mécanique que les cavités $\beta_g=0,65$.

néanmoins compatible avec la valeur (estimée à environ 5°) de l'angle minimal nécessaire pour assurer une bonne efficacité du traitement chimique et du rinçage haute pression lors de la préparation de la cavité.

Choix de la position des parois de la cellule d -----



Figures 3-39 : Evolutions de B_{pk}/E_{acc} , G , K et σ_{max} en fonction de la position des parois d (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; $L=14cm$; $R_b=4,5cm$; $\alpha=8,5^\circ$; $B/A=1$; $b/a=1,3$).

Tout comme dans le cas de l'angle α , le choix de la position des parois est issu de divers compromis. En effet, lorsqu'on augmente la distance d entre la paroi et l'iris, on constate, outre une diminution du couplage inter-cellules :

- une dégradation sensible de G , B_{pk}/E_{acc} , mais aussi de la tenue mécanique de la cellule (figures 3-39).
- une très nette amélioration de E_{pk}/E_{acc} (figure 3-40) ; notons qu'il existe ici une valeur « critique » de d en dessous de laquelle E_{pk}/E_{acc} prend très vite des valeurs prohibitives.
- l'existence d'un optimum (quoique très peu marqué) pour la valeur du r/Q (figure 3-41).

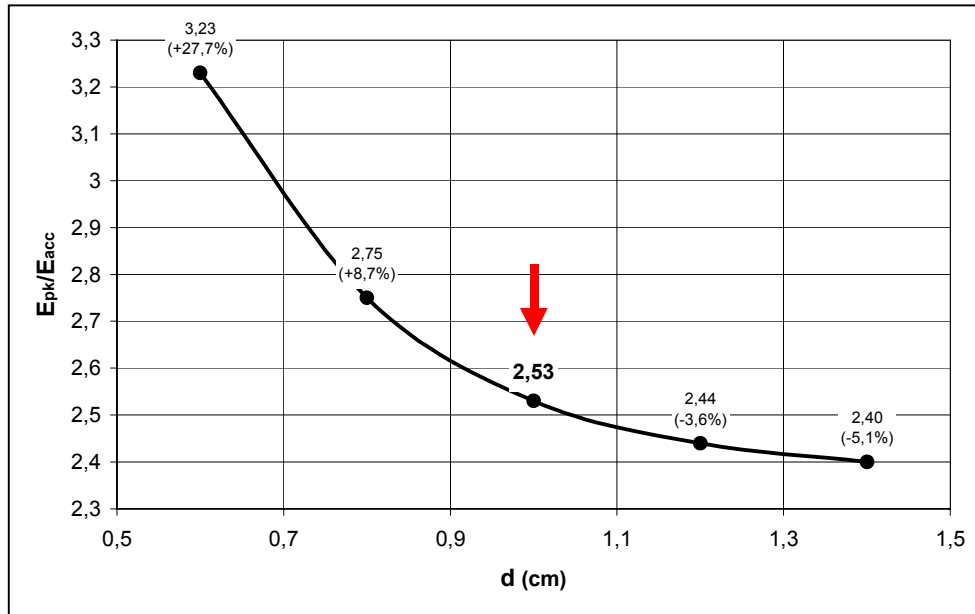


Figure 3-40 : Evolution de E_{pk}/E_{acc} en fonction de la position des parois d (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; $L=14cm$; $R_b=4,5cm$; $\alpha=8,5^\circ$; $B/A=1$; $b/a=1,3$).

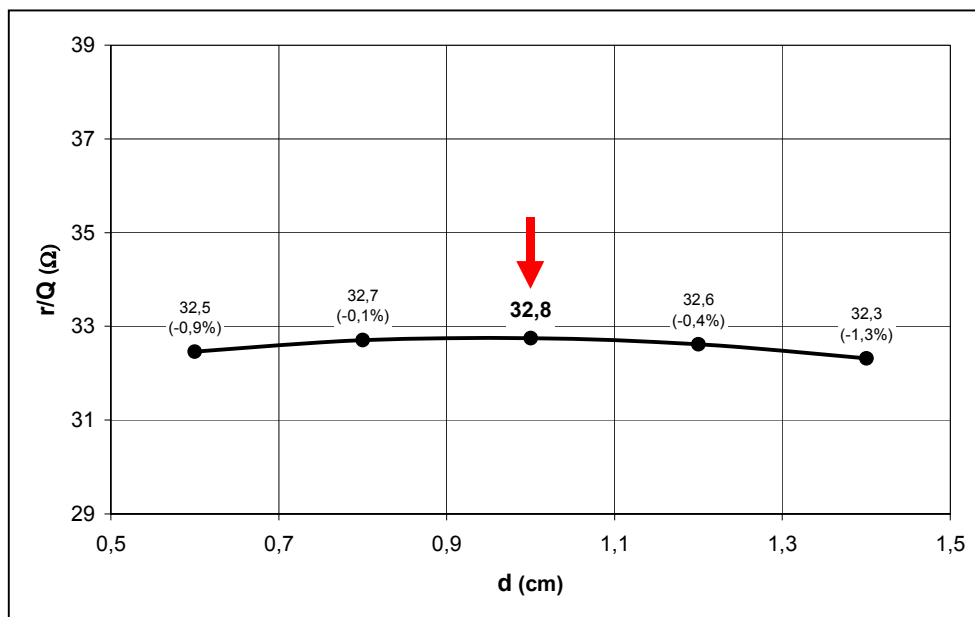
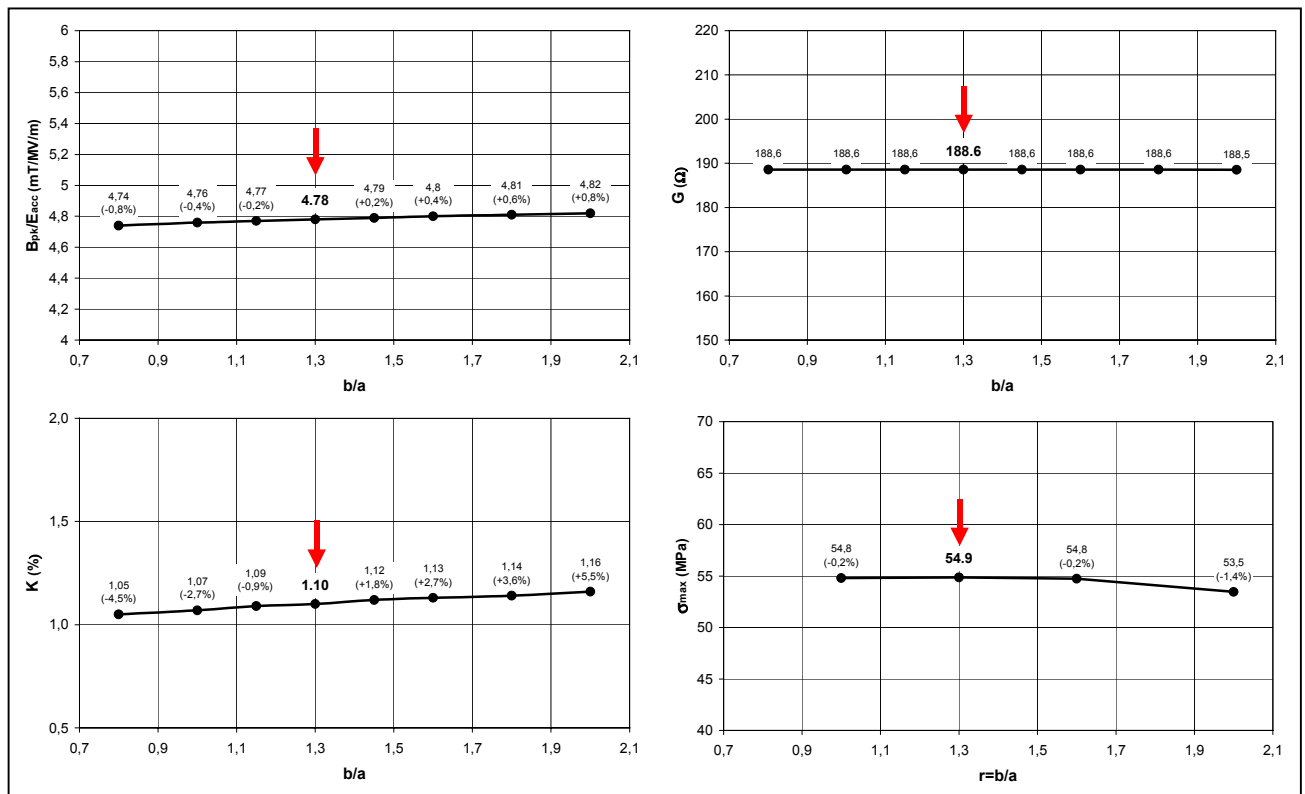


Figure 3-41 : Evolution du r/Q en fonction de la position des parois d (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; $L=14cm$; $R_b=4,5cm$; $\alpha=8,5^\circ$; $B/A=1$; $b/a=1,3$).

A partir des constatations précédentes, notre optimisation nous a conduit à choisir des valeurs de d de 1cm pour la cellule $\beta_g=0,65$, et 0,7cm pour la cellule $\beta_g=0,47^*$.

* Notons ici que d ne doit pas non plus être choisi trop faible pour des raisons de fabrication : un d faible entraîne en effet une ellipse de très faibles dimensions à l'iris, d'où un rayon de courbure pouvant s'avérer difficile à réaliser sur une tôle d'épaisseur relativement épaisse... Nous avons démontré (fabrication d'une mono-cellule par ZANON) que le cas de la cavité $\beta_g=0,47$ ne pose pas ce problème, mais il n'en reste pas moins vrai qu'il semble difficilement envisageable de pouvoir atteindre à la fabrication des valeurs de d très inférieures.

Choix de la forme de l'ellipse b/a à l'iris -----



Figures 3-42 : Evolutions de B_{pk}/E_{acc} , G , K et σ_{max} en fonction du rapport d'ellipse iris b/a (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; $L=14cm$; $R_b=4,5cm$; $\alpha=8,5^\circ$; $d=1cm$; $B/A=1$).

Le rapport d'ellipse b/a au niveau de l'iris est le paramètre qui a le moins d'influence sur les performances de la cellule (figures 3-42). Il n'a par exemple pratiquement aucun effet sur le facteur géométrique G ou sur la valeur de la contrainte maximale σ_{max} . Il apparaît toutefois :

- le choix d'un iris elliptique (b/a élevé) dégrade le B_{pk}/E_{acc} ainsi que le r/Q (figure 3-43) ; d'autre part, il fait augmenter le couplage inter-cellules.
- en ce qui concerne l'évolution de E_{pk}/E_{acc} (figure 3-44), il existe un optimum assez net qui, dans le cas de la cellule $\beta_g=0,65$, correspond à un rapport d'ellipse d'environ 1,4.

L'objectif consiste donc ici simplement à minimiser E_{pk}/E_{acc} en prenant garde à ne pas trop pénaliser les autres paramètres (B_{pk}/E_{acc} , r/Q). Cette optimisation nous a conduit à choisir, dans les deux cas $\beta_g=0,65$ et $\beta_g=0,47$, une valeur de $b/a=1,3$.

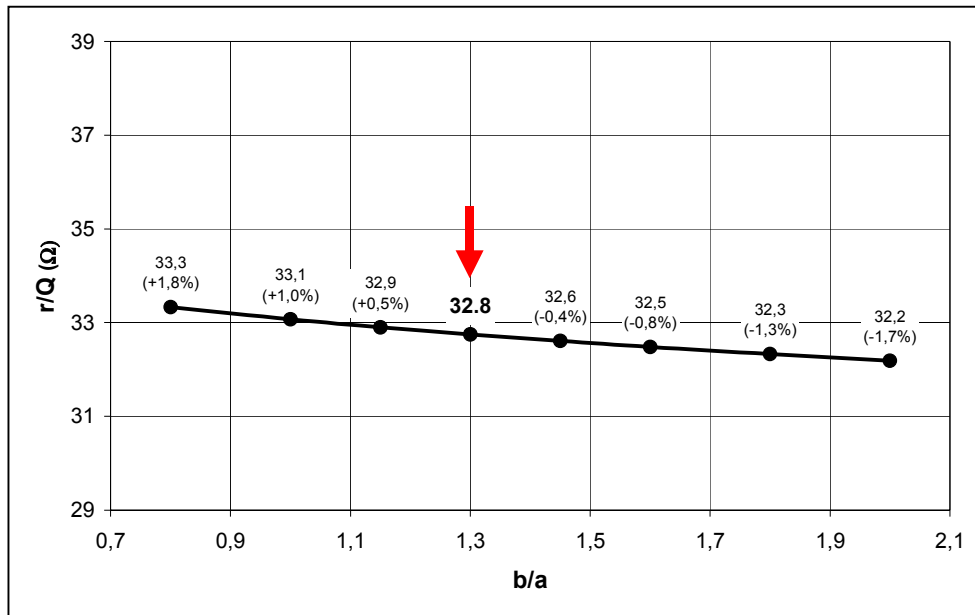


Figure 3-43 : Evolution du r/Q en fonction du rapport d'ellipse iris b/a (cellule $\beta_g=0,65$ à $704,4\text{MHz}$; $L=14\text{cm}$; $R_b=4,5\text{cm}$; $\alpha=8,5^\circ$; $d=1\text{cm}$; $B/A=1$).

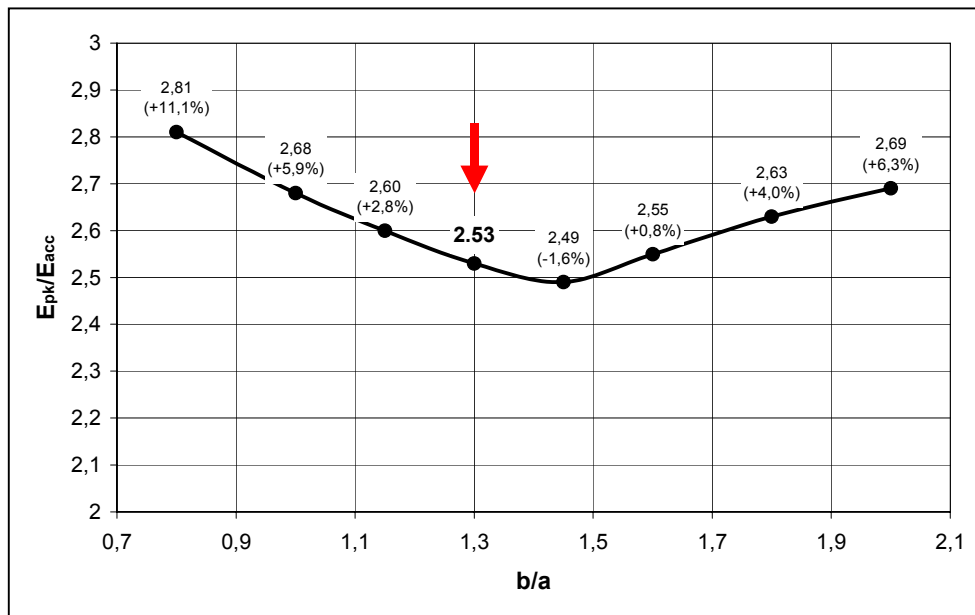
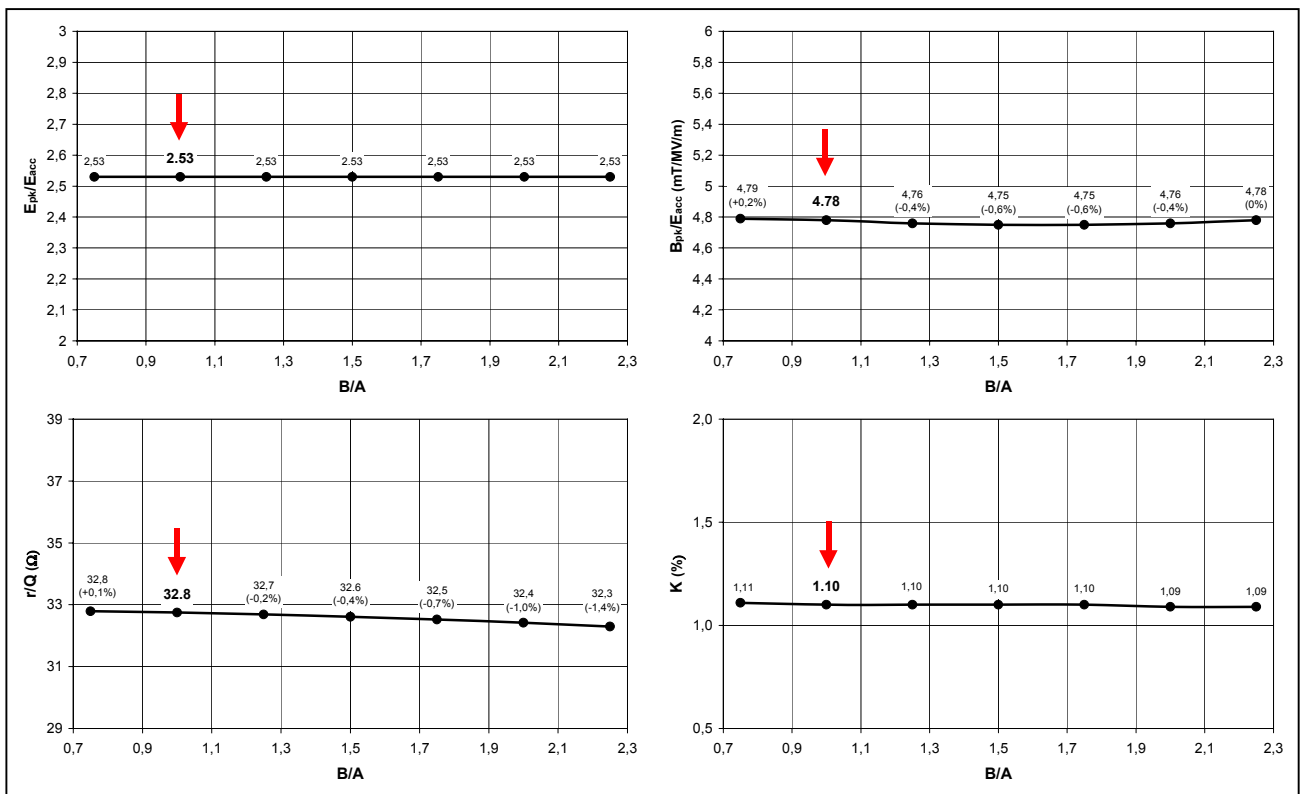


Figure 3-44 : Evolution de E_{pk}/E_{acc} en fonction du rapport d'ellipse iris b/a (cellule $\beta_g=0,65$ à $704,4\text{MHz}$; $L=14\text{cm}$; $R_b=4,5\text{cm}$; $\alpha=8,5^\circ$; $d=1\text{cm}$; $B/A=1$).

Choix de la forme de l'ellipse B/A à l'équateur -----



Figures 3-45 : Evolutions de E_{pk}/E_{acc} , B_{pk}/E_{acc} , r/Q et K en fonction du rapport d'ellipse équateur B/A (cellule $\beta_g=0,65$ à $704,4\text{MHz}$; $L=14\text{cm}$; $R_b=4,5\text{cm}$; $\alpha=8,5^\circ$; $d=1\text{cm}$; $b/a=1,3$).

Le rapport d'ellipse à l'équateur B/A n'a pas lui non plus une très grande influence sur les performances de la cellule (figures 3-45) : cette influence est nulle sur E_{pk}/E_{acc} et K , et très faible sur B_{pk}/E_{acc} (existence d'un semblant d'optimum) et sur le r/Q (légère dégradation pour un équateur elliptique). Par contre, on peut se rendre compte que :

- le choix d'un équateur très elliptique ($B/A > 1,5$ dans le cas $\beta_g=0,65$) permet d'obtenir une meilleure stabilité mécanique de la cavité (figure 3-46) car il implique une meilleure répartition des contraintes dans la zone équatoriale.
- il existe un optimum en ce qui concerne le facteur géométrique G (figure 3-47) ; G est en effet directement proportionnel au rapport V/S (où V est le volume total de la cellule, et S sa surface interne), rapport qui est maximisé dans le cas d'une géométrie sphérique.

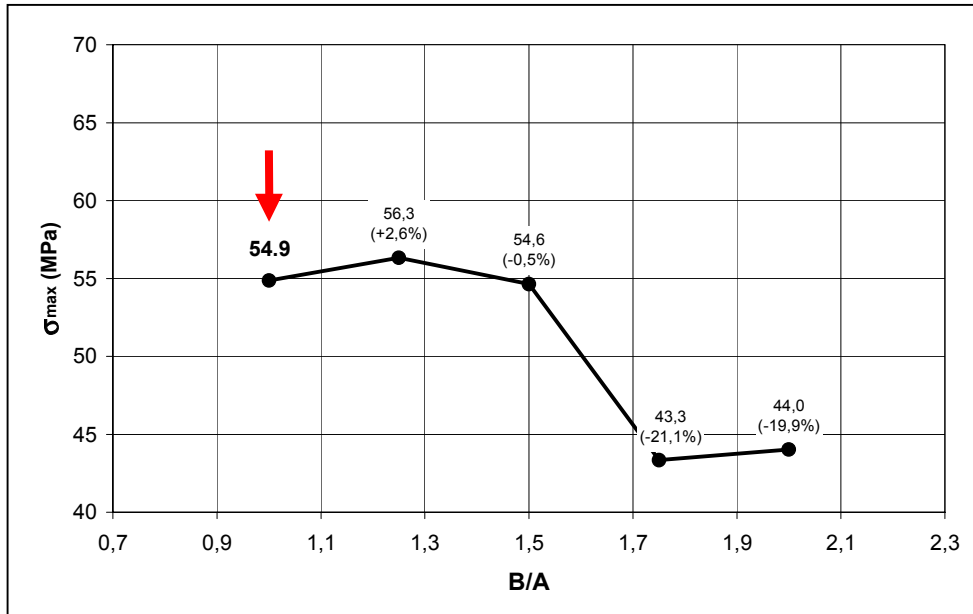


Figure 3-46 : Evolution de σ_{max} en fonction du rapport d'ellipse équatateur B/A (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; L=14cm ; $R_b=4,5$ cm ; $\alpha=8,5^\circ$; d=1cm ; b/a=1,3).

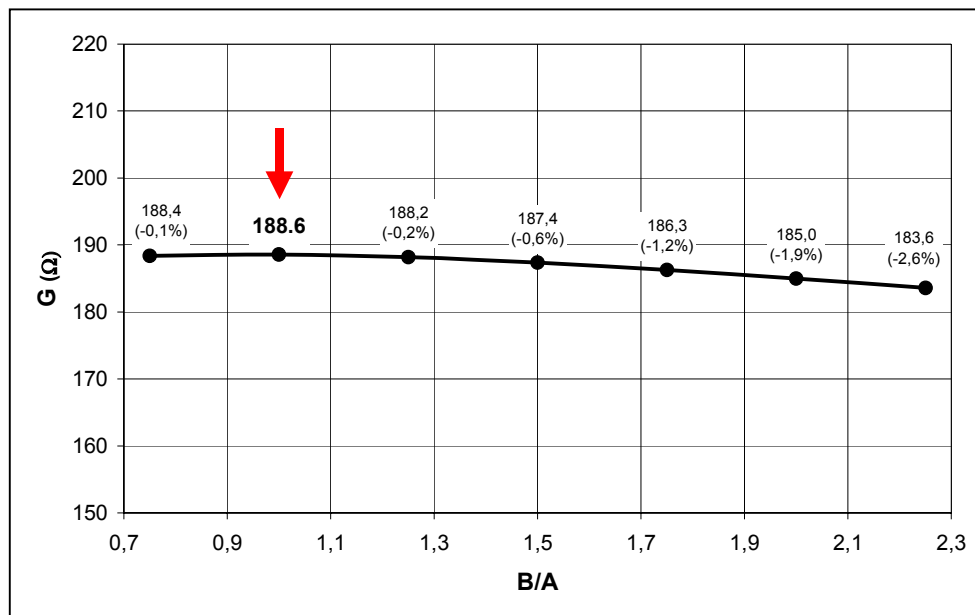


Figure 3-47 : Evolution de G en fonction du rapport d'ellipse équatateur B/A (cellule $\beta_g=0,65$ à 704,4MHz ; L=14cm ; $R_b=4,5$ cm ; $\alpha=8,5^\circ$; d=1cm ; b/a=1,3).

L'optimum de G reste toutefois très peu marqué, et le principal critère de choix reste le critère mécanique. Dans le cas de la cellule $\beta_g=0,65$, un choix de B/A=1 a cependant été effectué pour des questions de multipacting : lors des mesures expérimentales effectuées sur les cavités préliminaires A102, A103 et A104 (cf. chapitre 4), la présence de multipacting sur A103 et A104 nous a en effet conduit à

choisir un profil d'équateur le plus proche possible de celui de A102*, quitte à perdre un peu en stabilité mécanique.

Le cas de la cellule $\beta_g=0,47$ est différent car au moment du design, nous ne possédons aucune donnée expérimentale concernant les risques de multipacting ; de plus, comme nous l'avons déjà souligné, la stabilité mécanique de la cavité est déjà ici un point critique du fait des très faibles angles des parois. Afin de ne pas encore dégrader la situation au niveau mécanique, nous avons donc finalement choisi un profil elliptique ($B/A=1,6$) pour l'équateur de la cellule $\beta_g=0,47$.

Bilan sur l'optimisation de la géométrie d'une cellule -----

Le tableau ci-dessous résume les tendances mises en évidence lors de notre étude d'optimisation, en indiquant la dépendance des principales caractéristiques d'une cavité supraconductrice de fréquence et β_g fixés en fonction de ses paramètres géométriques.

	R_b	α	d	r	R
B_{pk}/E_{acc}	↑	↑	↑	- (↑)	- (∪)
E_{pk}/E_{acc}	↑	↓	↓	∪	-
G	- (↑)	↓	↓	-	- (∪)
r/Q	↓	↓	- (∪)	↓	- (↓)
K	↑	↓	↓	- (↑)	-
σ_{max}	- (↑)	↓	↑	- (↓)	↓

Légende : ↑ : B_{pk}/E_{acc} augmente lorsque R_b augmente.
 ↓ : r/Q diminue lorsque r augmente.
 - : pas de dépendance notable (ou très faible dépendance).
 ∪ : existence d'un optimum.

* L'influence de la géométrie au niveau de l'équateur sur la présence de multipacting reste floue, même si quelques constations peuvent être faites, comme on le verra au chapitre 4 ; le choix effectué ici permet en tout cas, sur une base expérimentale, de minimiser autant que possible le risque de multipacting dans la cellule $\beta_g=0,65$.

Le tableau suivant résume enfin les caractéristiques des cellules internes des cavités ASH. On y trouve également, pour mémoire, les résultats de l'optimisation d'une cellule de $\beta_g=0,86$ ¹¹³ effectuée selon la même méthode ; ces résultats pourront être utilisés dans l'avenir lors de la conception de la partie haute énergie (>600MeV) du futur prototype.

	$\beta_g=0,47$	$\beta_g=0,65$	$\beta_g=0,86$
longueur L (cm)	10	14	18
β_g exact	0,470	0,658	0,846
rayon R (cm)	18,7	18,64	18,62
rayon iris R_b (cm)	4	4,5	5,0
angle paroi α (°)	5,5	8,5	8,5
position paroi d (cm)	0,7	1,0	1,0
ellipse iris b/a	1,3	1,3	1,4
b (cm)	1,03	1,58	1,72
a (cm)	0,79	1,21	1,23
ellipse équateur B/A	1,6	1,0	1,0
B (cm)	5,38	4,51	6,92
A (cm)	3,36	4,51	6,92
<hr/>			
B_{pk}/E_{acc} (mT/MV/m)	5,59	4,78	4,03
E_{pk}/E_{acc}	3,42	2,53	2,33
G (Ω)	145,2	188,6	241,5
r/Q (Ω)*	17,26	32,75	50,52
K (%)	1,34	1,10	1,28
σ_{max} (MPa)†	77,1	54,9	52,6
B_{pk}/E_{pk} (mT/MV/m)‡	1,63	1,89	1,73

Il est intéressant de mettre en évidence le fait que plus l'on cherche à réaliser une cellule de faible β_g , et moins les performances HF obtenues sont bonnes. Le cas de la cellule $\beta_g=0,47$ commence de plus à approcher les limites du réalisable au niveau mécanique : très faible angle α , très faible rapport d'ellipse à l'iris, fortes contraintes. Construire des cavités de ce type à des β_g encore inférieurs semble ainsi difficilement envisageable.

* On rappelle que B_{pk}/E_{acc} , E_{pk}/E_{acc} et r/Q sont donnés pour des protons de vitesse $\beta=\beta_g$.

† Contrainte maximale calculée sous 2 bars avec une épaisseur de Nb de 4mm, et pour cavité mono-cellule fixée aux iris.

‡ Il est intéressant de remarquer que le rapport B_{pk}/E_{pk} ne dépend pas du β_g de la cellule ; il n'est en fait déterminé que par la façon dont a été menée l'optimisation.

3. 3. 2. Design des cellules externes.

Nous avons jusqu'à présent fixé la forme des 8 demi-cellules internes composant le cœur de nos cavités. Il reste à présent à déterminer la géométrie des 2 demi-cellules externes sur lesquelles vont venir se fixer les tubes faisceau. Cette étude se fait en 3 principales étapes :

- étude des spécifications concernant les ports de couplage, qui induisent certaines contraintes, notamment au niveau du rayon des tubes faisceau (cette première étape sera traitée dans le chapitre 3.3.3).
- détermination de la forme des cellules externes.
- choix de la longueur des tubes faisceau.

Détermination de la géométrie des cellules externes -----

Comme nous le verrons par la suite, le rayon de l'iris de la demi-cellule externe située du côté du « port de puissance » (à droite) doit être augmenté pour des questions de couplage. Nous montrerons ainsi que sa valeur doit atteindre $R_b=6,5\text{cm}$, aussi bien dans le cas de la cavité $\beta_g=0,65$ que dans celui de la cavité $\beta_g=0,47$. Par contre, en ce qui concerne l'autre demi-cellule externe (à gauche), le rayon de l'iris reste inchangé.

Intéressons-nous dans un premier temps au design de cette demi-cellule externe gauche, dont le rayon iris reste inchangé, et prenons pour exemple le cas de la cavité $\beta_g=0,65$.

Si l'on se contente de reprendre le profil de la cellule interne optimisée précédemment, et de lui ajouter un tube faisceau, on se rend compte que la fréquence de résonance de la demi-cellule externe ainsi formée n'est plus que de $700,3\text{MHz}^*$.

* Cela peut paraître contradictoire avec le théorème de Slater et la mise en évidence, dans le chapitre 3.1, que l'ajout de tubes faisceau à une cavité pill-box entraîne une augmentation de sa fréquence de résonance. En vérité, il faut ne pas oublier que la cellule interne a ici été conçue dans l'optique de la cavité multi-cellules, afin que son mode π (limite magnétique à l'iris) résonne à $704,4\text{MHz}$; à l'inverse, l'étude menée dans le chapitre 3.1 a été effectuée dans l'optique de concevoir une cavité mono-cellule : c'était alors le mode 0 (limite électrique à l'iris) que l'on prenait en compte. Ainsi, si l'on calcule la fréquence de résonance du mode 0 dans notre cellule interne optimisée, on obtient une fréquence de $696,8\text{MHz}$: on constate bien que l'ajout du tube faisceau implique alors une augmentation de la fréquence (à $700,3\text{MHz}$), comme on l'avait montré au cours du chapitre 3.1.

Cette diminution de fréquence doit donc être compensée pour retrouver une fréquence de 704,4MHz, condition indispensable pour obtenir à la fois une fréquence de résonance correcte dans la multi-cellules et un plat de champ acceptable (cf. annexe 3).

Le rayon total de la cellule R étant fixé (par le rayon des cellules internes), ainsi que sa longueur ($L/2$) et le rayon de son iris, le seul moyen de réajuster la fréquence est donc de modifier le profil de sa paroi. D'après le théorème de Slater, il s'agit donc de diminuer le « volume magnétique » afin de provoquer une augmentation de la fréquence de résonance. Cela implique (figure 3-48) une légère augmentation de l'angle des parois α (de $8,5^\circ$ à $8,85^\circ$) et du rapport d'ellipse à l'équateur B/A (de 1,0 à 1,1).

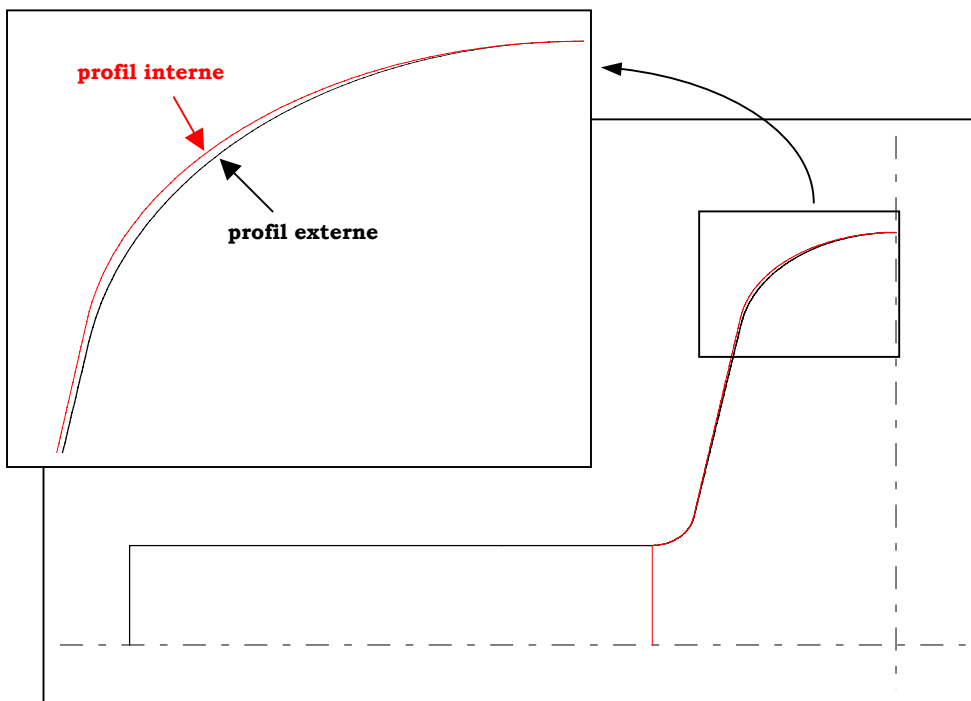


Figure 3-48 : Adaptation du profil de la demi-cellule externe côté gauche (cellule $\beta_g=0,65$; en noir : profil de la cellule externe ; en rouge : profil de la cellule interne)

De la même façon, le profil de la demi-cellule droite (côté port de puissance) doit être modifié. Du fait de l'augmentation du rayon de l'iris (qui implique une augmentation du volume électrique et donc de la fréquence), il est cette fois nécessaire, pour réajuster la fréquence à 704,4MHz, d'augmenter le volume magnétique. Ceci implique (figure 3-49) une nette diminution de l'angle de la paroi α (de $8,5^\circ$ à $5,6^\circ$) et une augmentation du rayon de l'équateur (de 4,51cm à 5,3cm).

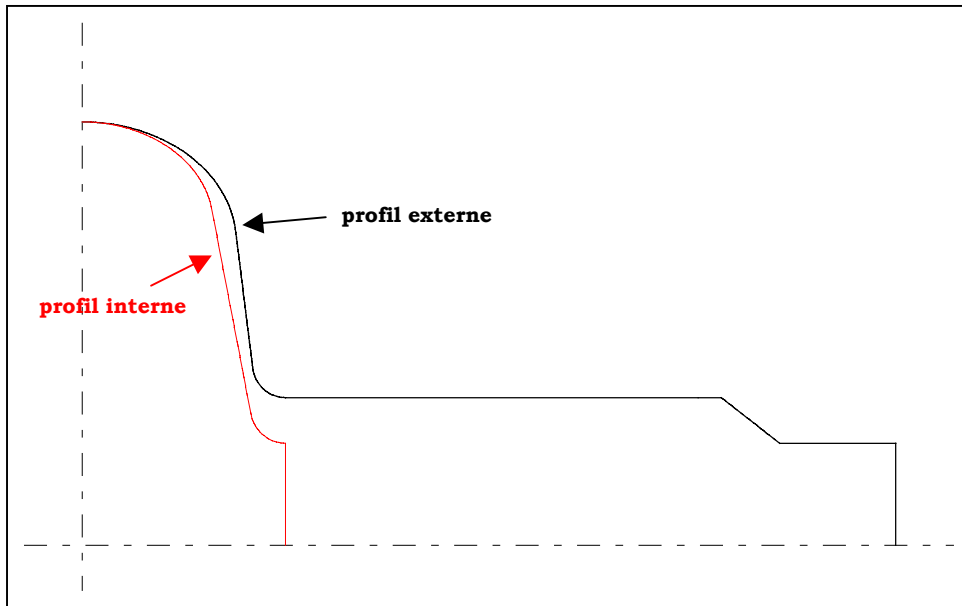


Figure 3-49 : Adaptation du profil de la demi-cellule externe côté droit (cellule $\beta_g=0,65$; en noir : profil de la cellule externe ; en rouge : profil de la cellule interne)

Une fois la forme des demi-cellules externes fixée et leur fréquence réajustée à 704,4MHz, il est important de vérifier que l'on obtient bien un plat de champ* au sein de la cavité. On s'aperçoit alors que le plat de champ n'est pas parfait, contrairement à ce que prévoit le modèle analytique de la cavité multi-cellules (cf. annexe 3).

Il apparaît en effet que le champ E_z est plus élevé dans les deux cellules externes† ; cela est particulièrement visible dans le cas de la cavité $\beta_g=0,47$ (figure 3-50), où l'on observe un plat de champ de l'ordre de 4,5%.

En réajustant très légèrement la forme des cellules externes de façon à diminuer de quelques dizaines de kHz leur fréquence de résonance, il est alors possible d'obtenir un plat de champ presque parfait (de l'ordre de 1%).

* On rappelle que le plat de champ (même valeur crête pour $|E_z|$ dans toutes les cellules) est nécessaire afin d'une part d'optimiser l'accélération, et d'autre part d'assurer une bonne distribution des champs pics limitants E_{pk} et B_{pk} dans toutes les cellules.

† Ce phénomène s'explique par le fait que l'on n'a pas, dans la cavité multi-cellules ainsi formée, une condition magnétique parfaite à la transition entre chaque cellule (au niveau de l'iris). En effet, du fait de la dissymétrie de volume entre une cellule interne et une cellule externe, les champs électromagnétiques présents dans les cellules internes adjacentes aux cellules externes vont avoir tendance à « baver » dans celles-ci. Ce phénomène très minime peut être évité en améliorant le plat de champ.

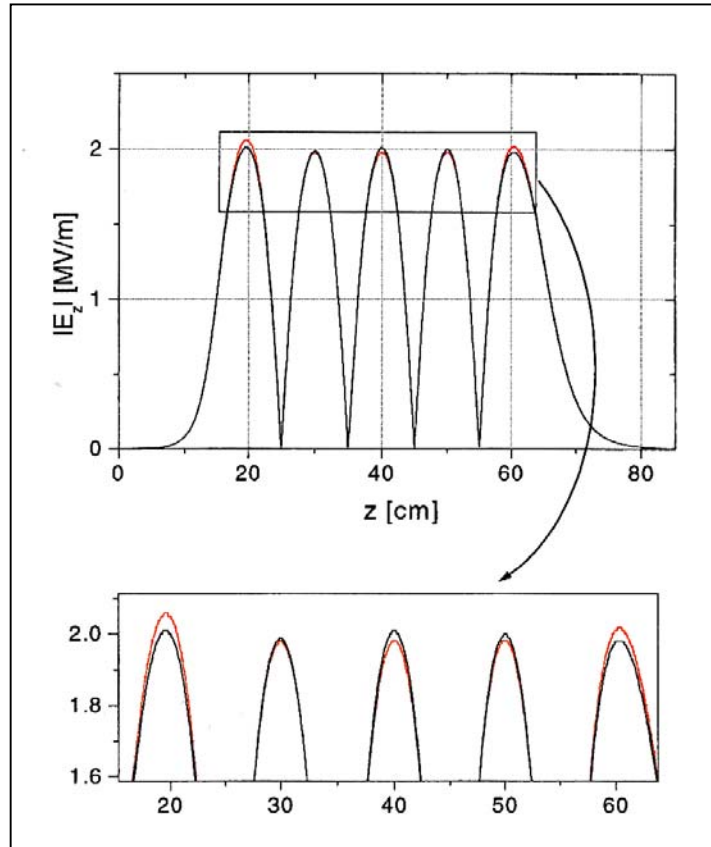


Figure 3-50 : Plat de champ avant (en rouge) et après (en noir) réajustement (cellule $\beta_g=0,47$; $E_{acc}=1MV/m$)

Détermination de la longueur des tubes faisceau -----

La dernière étape du design consiste à déterminer les caractéristiques des tubes faisceau, et notamment leur longueur. Comme on l’a souligné lors de notre étude préliminaire, ces tubes doivent être assez longs pour que leur longueur n’ait pas d’influence importante sur la fréquence de résonance de la cavité entière. De plus, il est essentiel que la longueur des tubes soit suffisante afin de ne pas produire, lors des tests HF, des dissipations excessives sur les brides en inox qui ferment la cavité à chacune de ses extrémités.

Pour caractériser ces dissipations, on peut définir le Q_{extB} par :

$$(306) \quad Q_{extB} = \frac{\omega_0 U}{P_{bride}}$$

où ω_0 est la fréquence de résonance de la cavité, U est l’énergie HF emmagasinée dans la cavité entière, et P_{bride} la puissance dissipée sur une bride.

Cette puissance dissipée P_{bride} n'est pas prise en compte lors de la mesure expérimentale d'une cavité, et il est donc essentiel qu'elle ne se « voie » pas afin de ne pas dégrader artificiellement le Q_0 obtenu. Pour cela, on doit s'assurer que :

$$(307) \quad \frac{1}{Q_{\text{extB}}} + \frac{1}{Q_0} \approx \frac{1}{Q_0}, \quad \text{soit} \quad Q_{\text{extB}} \gg Q_0$$

Sachant que la résistivité de l'inox (à très basse température) est d'environ $70\mu\Omega.\text{cm}$, il est alors possible, pour diverses longueurs de tubes faisceau, de déterminer les Q_{extB} sur chaque bride (figure 3-51) à partir des cartes de champ données par SUPERFISH. ; le choix de la longueur des tubes (L_{tube}) en découle alors directement.

La condition $Q_{\text{extB}} \geq 10^3 Q_0^*$ implique par exemple :

- cas $\beta_g=0,65$: $L_{\text{tube}}=21\text{cm}$ du côté port de puissance (côté droit), et 14cm du côté opposé (côté gauche), d'où une longueur totale de cavité de 105cm .
- cas $\beta_g=0,47$: $L_{\text{tube}}=20,5\text{cm}$ du côté port de puissance, et $12,5\text{cm}$ du côté opposé, d'où une longueur totale de cavité de 83cm .

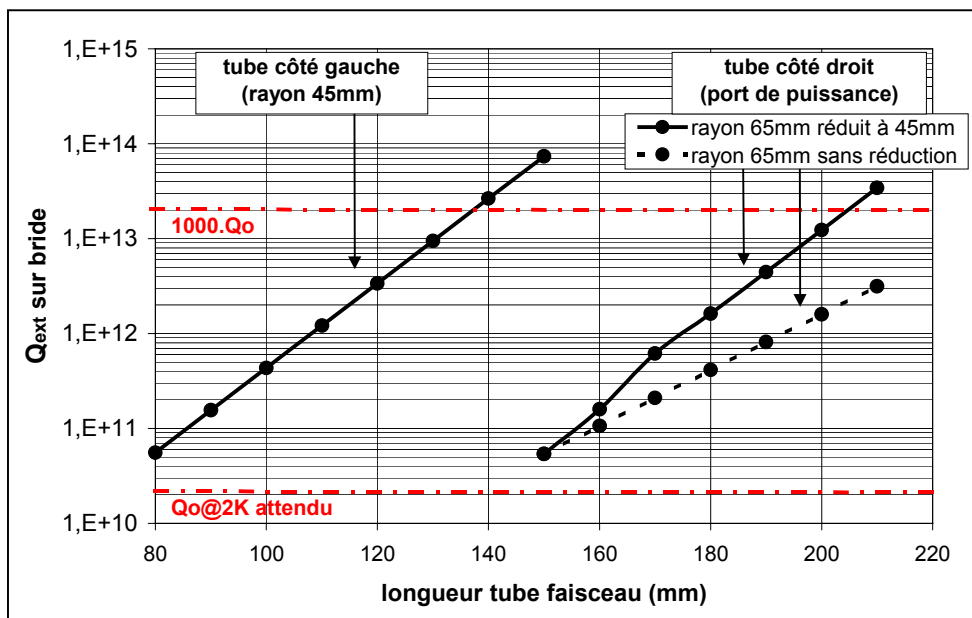


Figure 3-51 : Influence de la longueur des tubes sur le Q_{extB} (pour la cavité $\beta_g=0,65$).

* Le facteur 10^3 est gage d'une grande sécurité, mais il est tout à fait envisageable de le revoir à la baisse (jusqu'à 100 voire 50) si l'on désire réduire un peu plus, pour des raisons d'encombrement, la longueur des tubes faisceau. Pour la cavité $\beta_g=0,65$, la taille minimale de tube envisageable est de $10,5\text{cm}$ à gauche (limitation par Q_{extB}) et de $19,5\text{cm}$ à droite (limitation mécanique due à l'encombrement du port de puissance) : soit au total une longueur totale de cavité de 1m au minimum ($0,8\text{m}$ pour la cavité $\beta_g=0,47$).

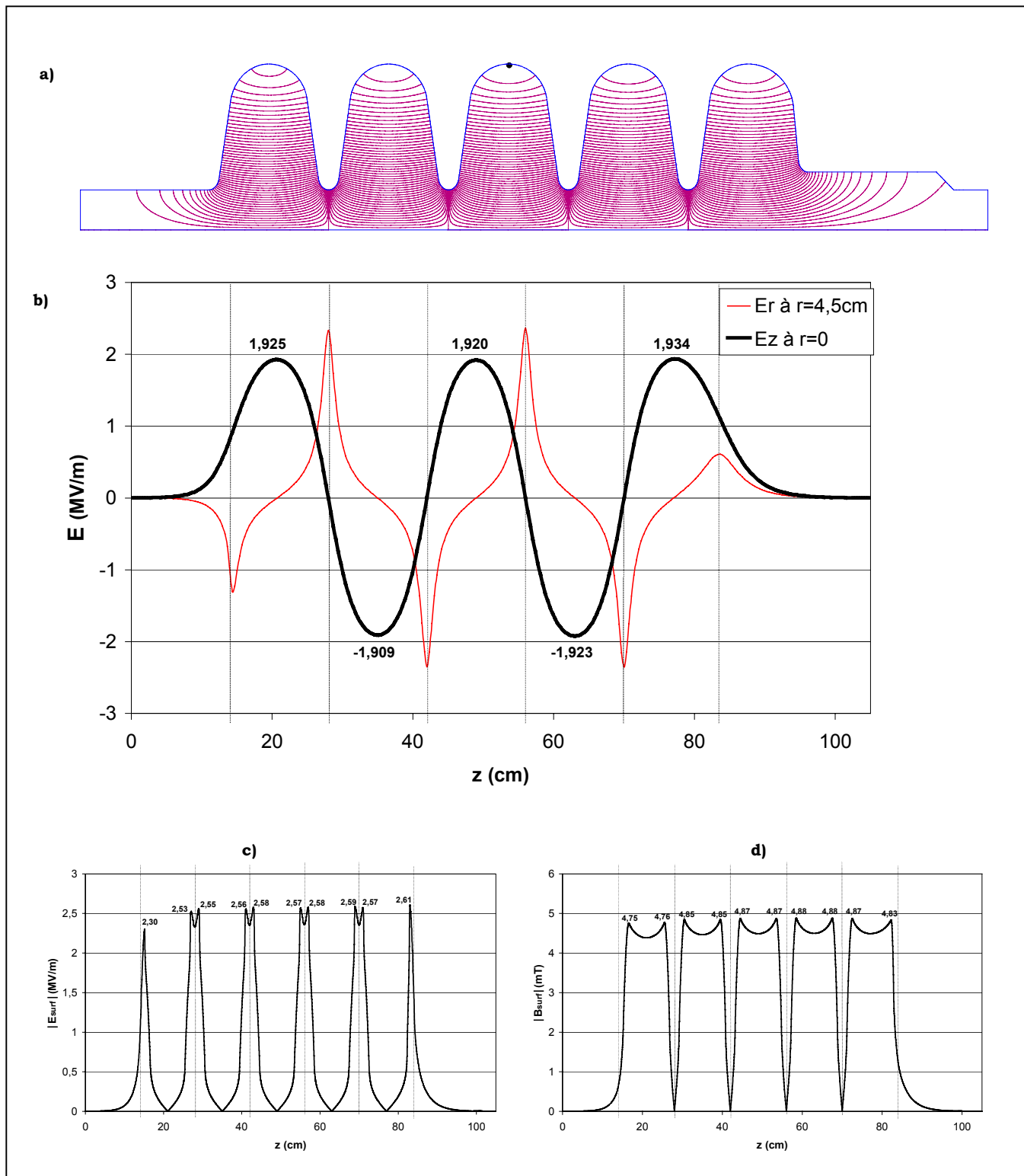
Notons enfin, à propos du tube faisceau du côté port de puissance, qu'après les premiers 15cm destinés à accueillir le coupleur, une réduction du diamètre du tube est effectuée (R_b passe de 6,5cm à 4,5cm dans le cas $\beta_g=0,65$, et de 6,5cm à 4cm dans le cas $\beta_g=0,47$) ; cela permet notamment, comme on peut s'en rendre compte sur la figure 3-51, de réduire la longueur du tube faisceau (car on obtient alors moins de pertes sur la bride).

Caractéristiques et performances des cavités ASH optimisées -----

Le tableau ci-dessous récapitule les résultats obtenus au cours de cette étude. On y trouve toutes les caractéristiques géométriques des cellules composant les cavités ASH.

	Cavité $\beta_g=0,47$			Cavité $\beta_g=0,65$		
	cellule externe gauche	cellule interne	cellule externe droite	cellule externe gauche	cellule interne	cellule externe droite
longueur cellule L (cm)	10	10	10	14	14	14
rayon cellule R (cm)	18,7	18,7	18,7	18,64	18,64	18,64
rayon iris R_b (cm)	4	4	6,5	4,5	4,5	6,5
angle paroi α (°)	5,98	5,5	4,835	8,845	8,5	5,6
position paroi d (cm)	0,7	0,7	0,6	1	1	1
ellipse iris b/a	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
b (cm)	1,04	1,03	0,87	1,59	1,58	1,48
a (cm)	0,8	0,79	0,67	1,22	1,21	1,14
ellipse équateur B/A	1,7	1,6	1	1,1	1	1
B (cm)	5,6	5,38	3,66	4,96	4,51	5,3
A (cm)	3,3	3,36	3,66	4,51	4,51	5,3
longueur tube (cm)	12,5	-	20,5	14	-	21
fréquence cellule (MHz)	704,34	704,44	704,35	704,38	704,41	704,40

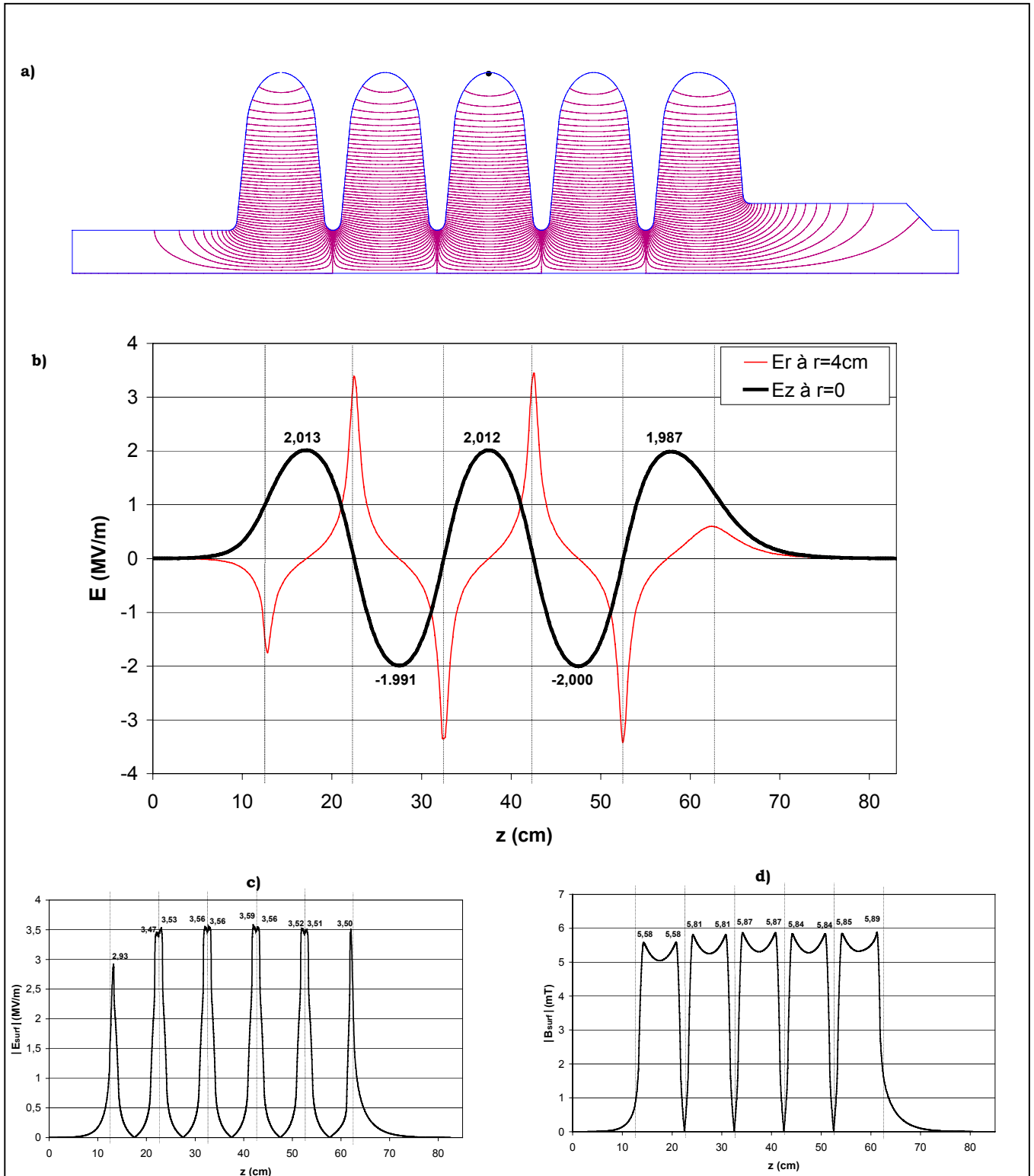
Les figures 3-52 et 3-53 suivantes illustrent, pour chaque cavité, les lignes de champ du mode accélérateur $TM_{010-\pi}$, le profil du champ électrique E_z sur l'axe faisceau, le profil du champ radial $E_r(z)$ au niveau des iris, et le profil des champs électrique et magnétique pics le long de la surface de la cavité.



Figures 3-52 : Champs générés par le mode accélérateur $TM_{010-\pi}$ dans la cavité ASH $\beta_g=0,65$:

- a) répartition des champs dans la cavité (lignes $r.H_{\theta}=cte$)
- b) champ électrique longitudinal $E_z(z)$ sur l'axe faisceau (à $r=0$) et champ électrique radial $E_r(z)$ au niveau de l'iris (à $r=4,5cm$)
- c) champ électrique de surface $|E_{surf}|$
- d) champ magnétique de surface $|B_{surf}|$

(tous les champs sont calculés pour un champ accélérateur $E_{acc}(\beta_g)=1MV/m$; les lignes pointillées représentent la position des iris)



Figures 3-53 : Champs générés par le mode accélérateur $TM_{010-\pi}$ dans la cavité ASH $\beta_g=0,47$:
 a) répartition des champs dans la cavité (lignes $r.H_\theta=cte$)
 b) champ électrique longitudinal $E_z(z)$ sur l'axe faisceau (à $r=0$) et champ électrique radial $E_r(z)$ au niveau de l'iris (à $r=4cm$)
 c) champ électrique de surface $|E_{surf}|$
 d) champ magnétique de surface $|B_{surf}|$
 (tous les champs sont calculés pour un champ accélérateur $E_{acc}(\beta_g)=1MV/m$; les lignes pointillées représentent la position des iris)

Les principales caractéristiques électromagnétiques des cavités ASH sont présentées dans le tableau ci-dessous* :

	Cavité $\beta_g=0,47$	Cavité $\beta_g=0,65$
$[B_{pk}/E_{acc}]_{ref}$ (mT/MV/m)	5,88	4,88
$[E_{pk}/E_{acc}]_{ref}$	3,58	2,61
G (Ω)	152,7	194,1
$[r/Q]_{ref}$ (Ω)	79,5	157,5
K (%) [†]	1,35	1,11
plat de champ (%)	1,3	1,3
$f_{SUPERFISH}$ (MHz)	704,42	704,42

Les valeurs présentées ici sont les valeurs de référence ; les paramètres B_{pk}/E_{acc} , E_{pk}/E_{acc} et r/Q notamment y sont calculés pour des protons de vitesse $\beta=\beta_g$.

Le calcul du champ accélérateur $E_{acc}(\beta)^\ddagger$ permet de déterminer la valeur de ces paramètres pour des protons de vitesses différentes (figures 3-54) ; on a ainsi :

$$(308) \quad \frac{B_{pk}}{E_{acc}}(\beta) = \frac{1}{F(\beta)} \times \left[\frac{B_{pk}}{E_{acc}} \right]_{ref}$$

$$\frac{E_{pk}}{E_{acc}}(\beta) = \frac{1}{F(\beta)} \times \left[\frac{E_{pk}}{E_{acc}} \right]_{ref}$$

$$\frac{r}{Q}(\beta) = F(\beta)^2 \times \left[\frac{r}{Q} \right]_{ref}$$

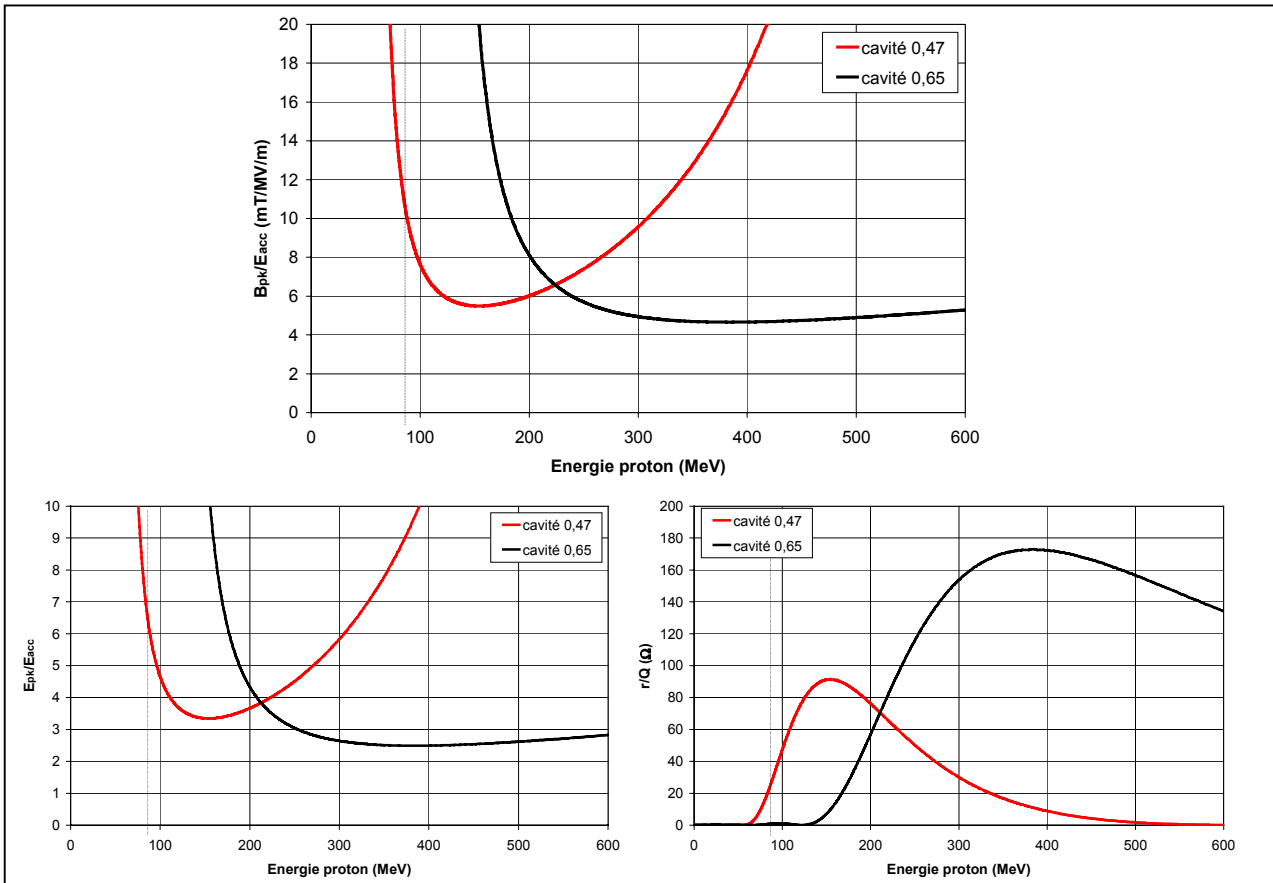
où $F(\beta)$, défini comme : $F(\beta) = \frac{E_{acc}(\beta)}{E_{acc}(\beta_g)}$, prend selon la cavité les valeurs suivantes :

* Notons que les valeurs données sont toutes issues de calculs SUPERFISH. Il faut notamment avoir en tête que l'on peut s'attendre à ce que la valeur du E_{pk}/E_{acc} soit sous-estimée d'environ 10%.

† K est calculé grâce à la formule (240) à partir des valeurs des fréquences des 5 modes $TM_{010-n\pi/5}$ ($n=1..5$) ; pour la cavité $\beta_g=0,47$, ces 5 fréquences sont, d'après SUPERFISH : 696,00MHz ; 698,43MHz ; 701,32MHz ; 703,56MHz ; 704,42MHz. Pour ce qui est de la cavité $\beta_g=0,65$, les 5 fréquences sont cette fois : 697,44MHz ; 699,40MHz ; 701,79MHz ; 703,69MHz ; 704,42MHz.

‡ On rappelle ici que dans notre définition de E_{acc} , la normalisation s'effectue sur une longueur accélératrice $L_{acc}=5L$ (soit $L_{acc}=0,5m$ pour la cavité $\beta_g=0,47$ et $L_{acc}=0,7m$ pour la cavité $\beta_g=0,65$).

vitesse proton(β)	énergie proton* (MeV)	cavité $\beta_g=0,47$	cavité $\beta_g=0,65$
0,3	45	0,07	0,01
0,35	63	0,12	0,01
0,4	85	0,54	0,07
0,45	112	0,91	0,05
0,47	125	1	0,02
0,512	154	1,07	0,25
0,55	185	1,02	0,50
0,6	235	0,85	0,79
0,65	296	0,63	0,98
0,658	308	0,59	1
0,705	385	0,37	1,05
0,75	480	0,18	1,01
0,8	625	0,04	0,90
0,85	843	0,17	0,76
0,9	1210	0,28	0,59



Figures 3-54 : Evolution des paramètres B_{pk}/E_{acc} , E_{pk}/E_{acc} et r/Q en fonction de l'énergie des protons incidents (la ligne en trait fin représente l'énergie de démarrage de ASH à 85MeV).

* On rappelle qu'il s'agit de l'énergie cinétique des protons.

Il est intéressant de remarquer que les cavités atteignent leurs performances optimales non pas pour des protons de vitesse $\beta=\beta_g$, mais pour des protons d'énergies supérieures (154MeV pour la cavité $\beta_g=0,47$ et 385MeV pour la cavité $\beta_g=0,65$). Cela est notamment mis en évidence dans le tableau suivant et dans la figure 3-55, qui représentent les performances des cavités ASH pour un fonctionnement à $B_{pk}=50mT$.

	cavité $\beta_g=0,47$	cavité $\beta_g=0,65$
$E_{acc}(\beta_g)^*$	8,5 MV/m	10,2 MV/m
$(E_{acc})_{MAX}$	9,1 MV/m (à 154MeV)	10,7 MV/m (à 385MeV)
$(E_{acc})_{MIN}^\dagger$	4,6 MV/m (à 85MeV)	5,1 MV/m (à 185MeV)
$Q_0@2K^\ddagger$	$2,1 \cdot 10^{10}$	$2,6 \cdot 10^{10}$
énergie stockée U	25,7 J	36,6 J
puissance dissipée P_{cav}	5,4 W	6,2 W

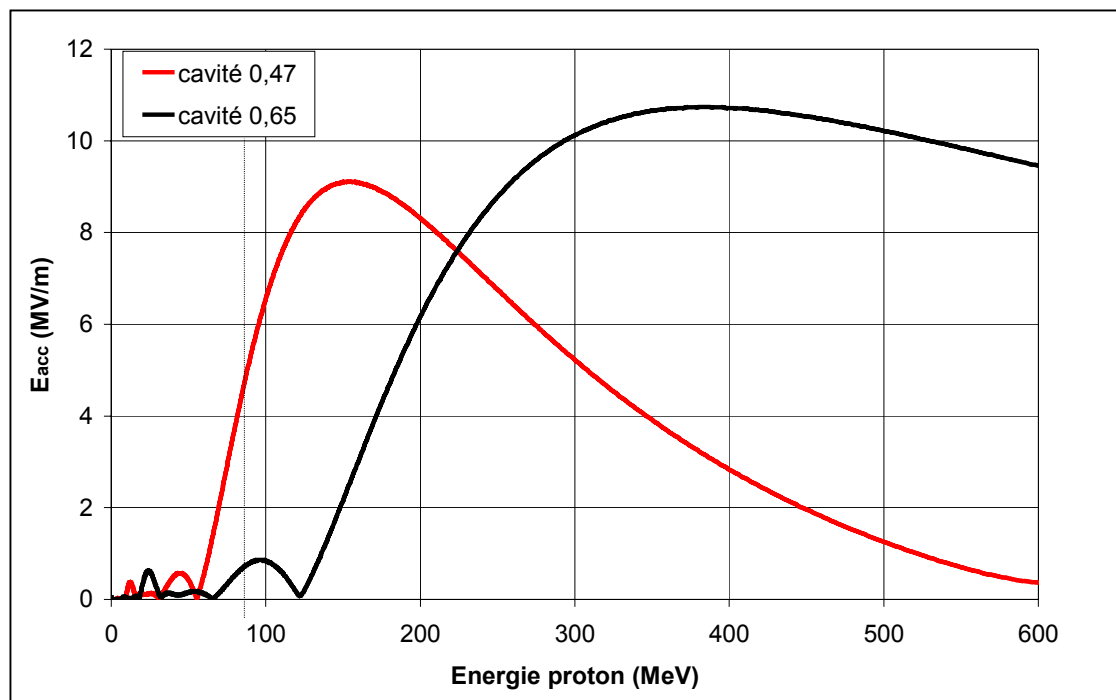


Figure 3-55 : Champ accélérateur développé dans par les cavités ASH le long du linac (normalisation à $B_{pk}=50mT$).

* Rappelons que E_{acc} est donné par définition pour $\varphi_s=0^\circ$; le champ accélérateur réel est $E_{acc} \cos(\varphi_s)$.

† Dans le cas d'un accélérateur composé d'une section $\beta_g=0,47$ entre 85MeV et 185MeV, et d'une section $\beta_g=0,65$ entre 185MeV et 450MeV.

‡ On prend ici une résistance résiduelle de $R_{res}=2,5n\Omega$.

3. 3. 3. Mise en place des ports de couplage.

Les divers ports de couplage -----

Il est essentiel pour le fonctionnement d'une cavité accélératrice d'établir des liaisons HF entre la cavité et l'extérieur. Ces liaisons sont assurées par le biais des ports de couplage percés la plupart du temps au niveau des tubes faisceau*.

On peut distinguer 3 types de ports de couplage :

- le « port de puissance », relié par le biais du coupleur de puissance[†], à la source de puissance HF alimentant la cavité (klystron ou tube HF[‡]). Dans le cas d'un couplage optimal (pas de puissance réfléchi), le générateur de puissance devra fournir, pour un faisceau de 20mA, une puissance de l'ordre de 120kW pour les cavités $\beta_g=0,65$, et d'environ 75kW pour les cavités $\beta_g=0,47$ (cf. annexe 5).
- les « ports HOM », destinés à évacuer la puissance générée par l'excitation des modes supérieurs. Ces ports sont généralement au nombre de 2, disposés à environ 120° l'un de l'autre afin de pouvoir coupler correctement tous les modes dipolaires ; ils sont de plus munis d'un filtre réjecteur afin de ne pas absorber de puissance sur le mode fondamental accélérateur. On montrera dans le chapitre 5 que les ports HOM sont inutiles dans le cas de nos cavités ASH.
- le « port de pick-up », permettant d'alimenter la boucle de régulation de la fréquence de la cavité[§].

* Cela afin de perturber le moins possible les champs électromagnétiques dans la cavité.

[†] Le coupleur de puissance devra dans ASH être capable de délivrer environ 150kW de puissance RF continue depuis la source de puissance, à température ambiante, jusqu'à la cavité, à 2K. La conception du coupleur est très délicate, même si de récents progrès ont été faits dans ce domaine (utilisation de coupleurs 300kW à Cornell et à KEK). L'objectif consistera, dans le cadre de ASH, à développer un coupleur fiable et robuste de 300kW à 700MHz, en s'appuyant sur la collaboration avec le laboratoire de Los Alamos (USA).

[‡] Les klystrons sont des sources RF de forte puissance (de l'ordre du MW) qui sont traditionnellement utilisées pour l'alimentation des cavités accélératrices. Leur grand désavantage, outre leur fort coût, est que le contrôle RF des cavités est souvent délicat car un klystron alimente la plupart du temps de nombreuses cavités. L'utilisation de tubes HF moins puissants (IOT) est ainsi envisagée ; chaque cavité est alors pilotée indépendamment par un tube dédié, d'où une grande souplesse au niveau du contrôle RF.

[§] Notons ici que le contrôle de la boucle RF en fréquence doit être extrêmement précis dans le cas des cavités supraconductrices du fait de la faible largeur (qqes centaines de Hz) du pic de résonance.

Spécifications pour le port de puissance -----

Afin d'assurer le bon fonctionnement d'une cavité accélératrice, il est nécessaire de s'assurer que la puissance HF d'alimentation est convenablement transférée au faisceau. On peut montrer (cf. annexe 5) que, pour assurer un couplage optimal de cette puissance incidente avec le faisceau, le Q_{ext} associé au « port de puissance » doit vérifier¹¹⁴ :

$$(309) \quad Q_{ext} = \frac{E_{acc} L_{acc}}{2 \frac{r}{Q} I_0 \cos(\varphi_s)}$$

où E_{acc} représente le champ accélérateur développé par la cavité, L_{acc} la longueur accélératrice totale, I_0 l'intensité moyenne du faisceau et φ_s la phase synchrone.

Dans le cas de nos cavités 5-cellules, et étant donnés les paramètres ASH ($I_0=20mA$, $\varphi_s \approx -30^\circ$), on obtient les spécifications suivantes :

- $Q_{ext} \approx 1,5 \cdot 10^6$ pour les cavités $\beta_g=0,47$ ($L_{acc}=0,5m$, $E_{acc} \sim 8,5MV/m$, $r/Q \sim 80$).
- $Q_{ext} \approx 1,3 \cdot 10^6$ pour les cavités $\beta_g=0,65$ ($L_{acc}=0,7m$, $E_{acc} \sim 10MV/m$, $r/Q \sim 160\Omega$).

Les couplages obtenus sont relativement forts, et il apparaît dès à présent que le port de puissance devra se situer le plus près possible de l'iris de la dernière cellule. La distance minimale envisageable, compte tenu des contraintes d'encombrement et de fabrication, est de 2,5cm entre l'iris et le piquage (figure 3-56).

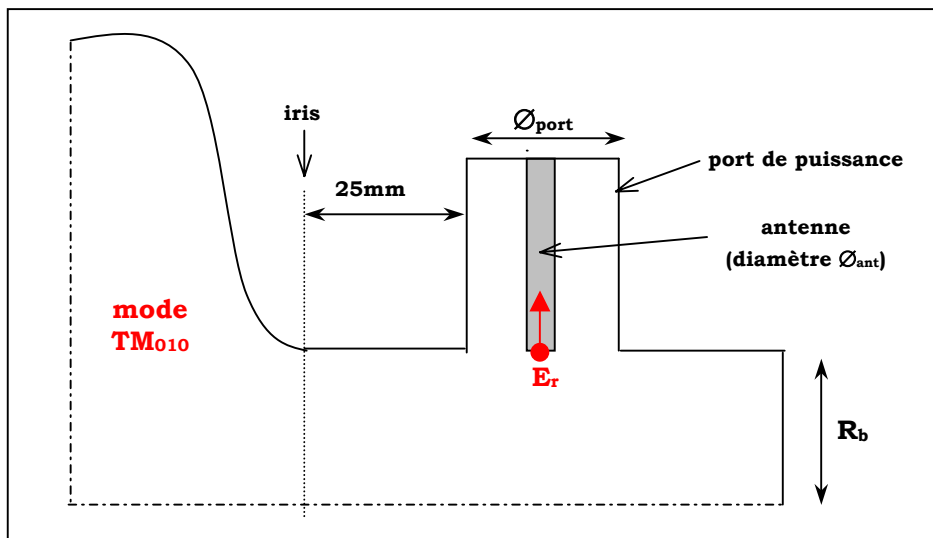


Figure 3-56 : Positionnement du port de puissance.

Méthode d'estimation du couplage (calcul 2D) -----

Le port de puissance vise à accueillir l'extrémité du coupleur (c'est-à-dire son antenne) pour former un guide coaxial qui permet d'amener la puissance HF depuis le coupleur dans la cavité. Il s'agit donc d'essayer de quantifier simplement ce qui intervient à la transition entre cette ligne coaxiale, où circule une onde TEM, et la cavité où résonne le mode TM_{010} .

Le couplage entre la cavité et le port de puissance peut s'exprimer comme* :

$$(310) \quad Q_{\text{ext}} = \frac{\omega_0 U}{P_{\text{ant}}}$$

où ω_0 est la fréquence de résonance du mode TM_{010} , U l'énergie totale stockée dans la cavité, et P_{ant} la puissance dissipée par le mode TM_{010} sur l'antenne†.

Cette puissance P_{ant} peut se calculer simplement grâce au modèle du générateur équivalent¹¹⁵. Dans le cas où l'on a une parfaite adaptation d'impédance entre la ligne coaxiale et le générateur, on peut alors montrer que :

$$(311) \quad P_{\text{ant}} = \frac{1}{2} Z_c I_{\text{ant}}^2 = \frac{1}{2} Z_c \omega_0^2 \epsilon_0^2 \left(\int_{S_{\text{act}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} \right)^2$$

où E est le champ électrique créé par le mode TM_{010} au voisinage de l'antenne, I_{ant} le courant qu'il y induit, S_{act} la surface « active » de l'antenne, et Z_c l'impédance de la ligne coaxiale vue par la cavité, qui s'exprime par :

$$(312) \quad Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln \left(\frac{\phi_{\text{port}}}{\phi_{\text{ant}}} \right)$$

où ϕ_{port} représente le diamètre du port de couplage, et ϕ_{ant} celui de l'antenne.

La principale difficulté est ici de savoir évaluer correctement l'intégrale du champ électrique sur la surface de l'antenne. Si l'on considère que l'antenne est cylindrique

* On remarquera au passage que le couplage est N fois meilleur (Q_{ext} N fois plus faible) dans une cavité mono-cellule que dans une cavité N -cellules.

† C'est aussi la puissance RF transférée de la cavité vers le guide coaxial.

de section $S=\pi.(\varnothing_{ant}/2)^2$, et que son extrémité affleure le volume de la cavité* (pénétration nulle), on obtient alors, en première approximation :

$$(313) \quad \int_{S_{act}} \vec{E} \cdot d\vec{S} \approx \langle E_r \rangle S$$

où $\langle E_r \rangle$ représente le champ électrique radial moyen au niveau de l'extrémité de l'antenne.

On obtient alors, pour le couplage, l'expression suivante :

$$(314) \quad Q_{ext} = \frac{2U}{Z_c \omega_0 \epsilon_0^2 S^2 \langle E_r \rangle^2}$$

Etude du couplage dans les cavités ASH -----

Etudions le cas particulier de notre cavité $\beta_g=0,65$, munie d'un tube faisceau (côté coupleur de puissance) de rayon $R_b=4,5cm$, et d'un port de puissance de diamètre \varnothing_{port} et d'impédance standard $Z_c=50\Omega$. Notons ici que pour des considérations mécaniques, mais aussi pour ne pas trop perturber le mode TM_{010} dans la cavité, le diamètre du port de puissance devra vérifier : $\frac{1}{2} \varnothing_{port} \leq 80\% R_b$.

Le mode TM_{010} résonnant bien évidemment à une fréquence inférieure à la fréquence de coupure des tubes, le champ électrique radial E_r décroît de façon exponentielle le long du tube (figure 3-57) sous la forme :

$$(315) \quad E_r \propto \exp(-k_g z) \quad \text{où } k_g = \sqrt{k_c^2 - k_0^2} = \sqrt{\left(\frac{2,405}{R_b}\right)^2 - \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2}$$

où k_g est le nombre d'onde du guide, k_c est le nombre d'onde de coupure, et k_0 est le nombre d'onde associé au mode TM_{010} (cf. chapitre 2) ; on obtient ici les valeurs suivantes : $R_b=4,5cm$ donne $k_g=51,4m^{-1}$ ($f_c \approx 2550MHz$), et $R_b=6,5cm$ donne $k_g=33,9m^{-1}$ ($f_c \approx 1766MHz$).

* Il sera toujours possible, dans le cas réel, d'ajuster la pénétration de l'antenne de façon à obtenir exactement le couplage voulu ; il ne s'agit donc ici, en positionnant le port de puissance, que d'atteindre le bon ordre de grandeur pour le couplage.

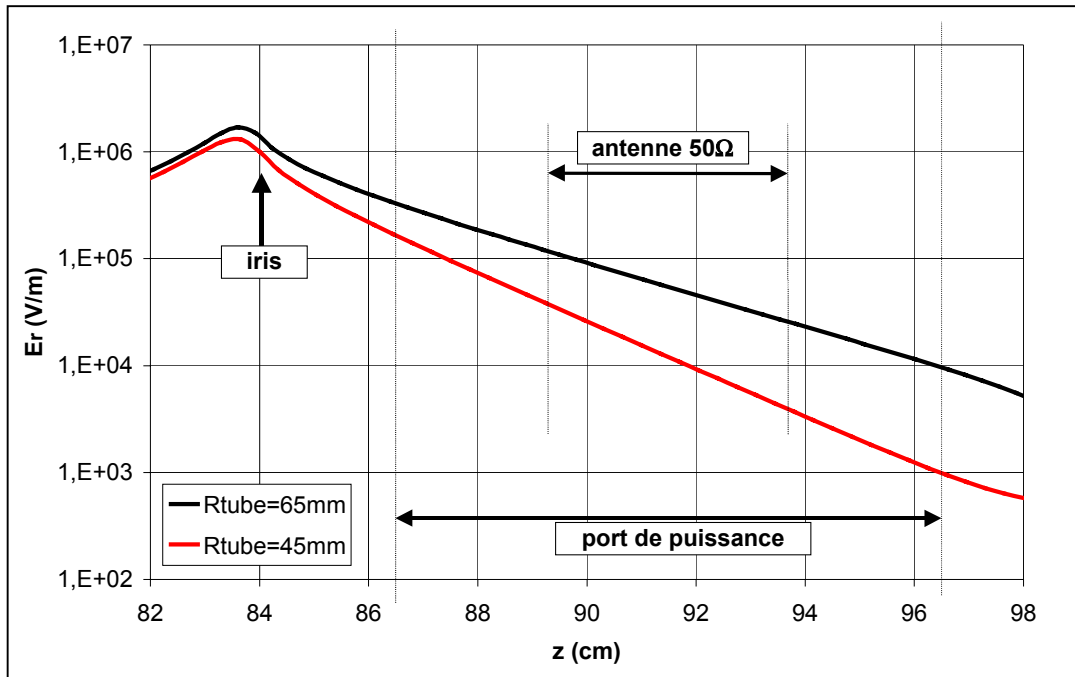
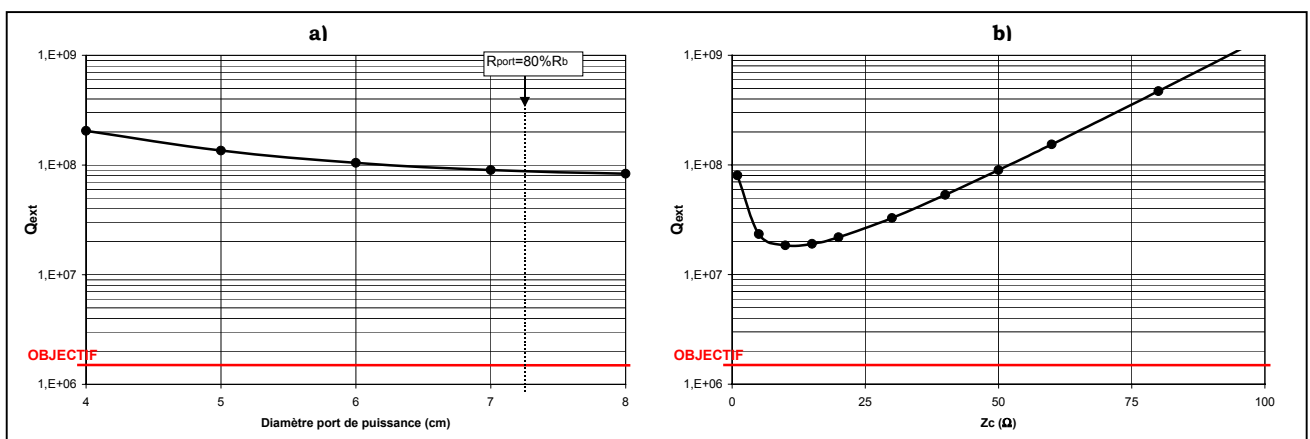


Figure 3-57 : Décroissance des champs E_r dans la cavité $\beta_g=0,65$ le long du tube faisceau côté port de puissance : en rouge, cas $R_b=4,5\text{cm}$; en noir, cas $R_b=6,5\text{cm}$ (normalisation pour $E_{acc}(\beta_g)=1\text{MV/m}$, soit $U=0,351\text{J}$).

Il est alors possible d'effectuer le calcul du couplage en fonction du diamètre du port de puissance ; on s'aperçoit (figure 3-58a) que :

- le couplage obtenu est beaucoup trop faible dans tous les cas.
- le diamètre du port de puissance n'a pas une influence prépondérante sur le couplage* ; un diamètre le plus élevé possible est cependant préférable.



Figures 3-58 :

- a) couplage en fonction du diamètre du port de puissance (cavité $\beta_g=0,65$ $R_b=4,5\text{cm}$, $Z_c=50\Omega$) ;
- b) couplage en fonction de l'impédance du port Z_c (cavité $\beta_g=0,65$ $R_b=4,5\text{cm}$, $\varnothing_{port}=7\text{cm}$).

* En effet, l'augmentation du diamètre du port implique, à impédance constante, une plus grande section d'antenne S , mais d'un autre côté, un éloignement de l'antenne par rapport à l'iris de la cavité, d'où un plus faible champ E_r .

Si l'on fait varier à présent, à diamètre de port constant, l'impédance de la ligne coaxiale (c'est-à-dire le diamètre de l'antenne), le couplage obtenu reste très éloigné de notre objectif, mais on se rend compte (figure 3-58b) qu'il existe cette fois un minimum assez net* pour une impédance d'environ 15Ω .

Pourtant, l'expérience a montré (dans le cadre de mesures de couplage sur les cavités 700MHz APT¹¹⁶) que le couplage atteint son minimum dans une plage d'impédance comprise entre 15Ω et 60Ω , où il reste quasiment constant.

Cette différence s'explique par le fait que dans notre modèle, nous sous-estimons la surface active de l'antenne dans le cas des fortes impédances† : le mode résonnant aura en effet plus tendance à pénétrer dans le guide coaxial dans le cas d'antennes plus fines (figure 3-59), et la surface active de l'antenne est dans ce cas supérieure à sa section.

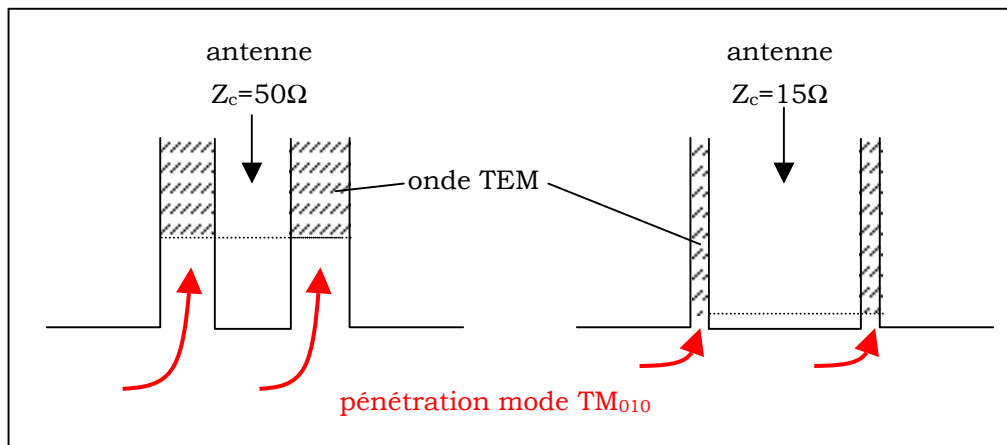


Figure 3-59 : Pénétration des champs du mode TM_{010} dans la ligne coaxiale dans le cas d'une impédance de 50Ω ($\mathcal{O}_{port}/\mathcal{O}_{ant}=2,3$) et de 15Ω ($\mathcal{O}_{port}/\mathcal{O}_{ant}=1,285$).

Ces considérations nous amènent à penser que l'estimation du couplage dans le cas $Z_c=15\Omega$ est correcte, tandis qu'elle est nettement sous-estimée dans le cas $Z_c=50\Omega$; cela confirme les résultats expérimentaux APT qui aboutissent à peu près au même couplage dans les deux cas.

Nous déciderons donc, pour la fin de l'étude, de considérer la valeur du couplage obtenue avec $Z_c=15\Omega$ comme valable dans toute la plage d'impédance $15/60\Omega$, et donc notamment pour le cas d'une impédance classique de 50Ω .

* L'existence d'un minimum s'explique par les influences concurrentes de Z_c et de S dans l'expression de Q_{ext} : lorsque Z_c augmente, S diminue et inversement.

† On peut noter également que le couplage est par contre surestimé dans les très faibles impédances du fait de l'augmentation de la capacité auto-induite par la ligne coaxiale.

Toujours est-il que le couplage obtenu avec un rayon de tube faisceau de $R_b=4,5\text{cm}$ reste beaucoup trop faible ($Q_{\text{ext}} \sim 2.10^7$) : il est donc nécessaire, pour améliorer ce couplage, de choisir un tube faisceau plus large afin de mieux faire pénétrer les champs jusqu'au port de puissance. L'évolution du couplage en fonction du rayon du tube est représentée sur la figure 3-60.

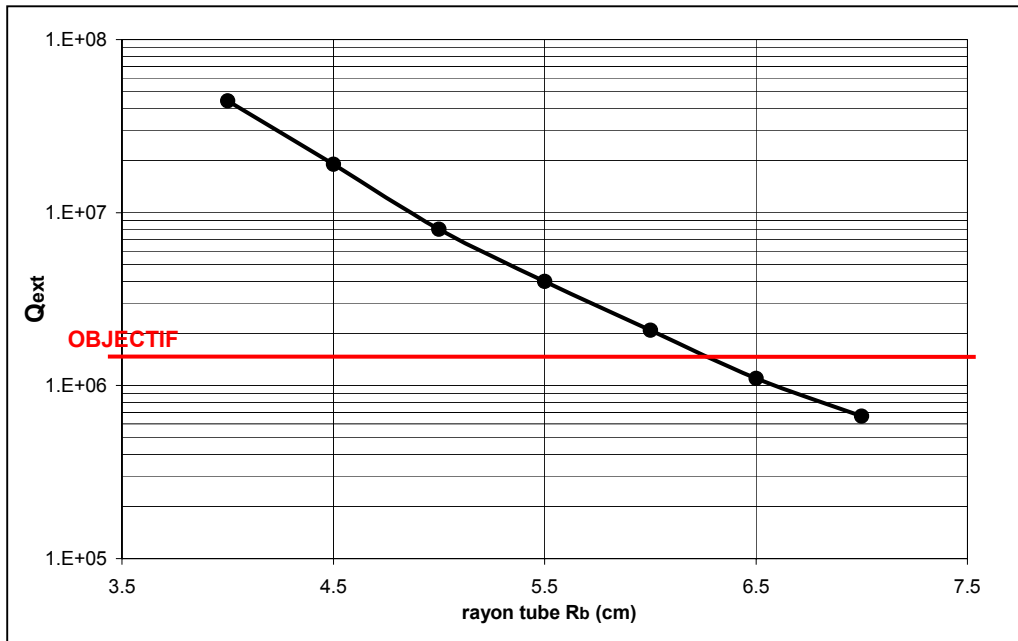


Figure 3-60 : Evolution du couplage (Q_{ext}) en fonction du rayon du tube faisceau (cavité $\beta_g=0,65$; impédance optimale (50Ω) ; diamètre du port = 80% du diamètre tube).

Pour obtenir le couplage spécifié, il est donc nécessaire d'élargir le rayon du tube faisceau côté coupleur de puissance de 4,5cm à 6,5cm pour la cavité $\beta_g=0,65$; ceci devrait permettre un couplage de l'ordre de $1,1.10^6$. Le diamètre du port de puissance sera alors de 10cm (figure 3-61), et celui de l'antenne de 4,35cm pour une impédance de 50Ω .

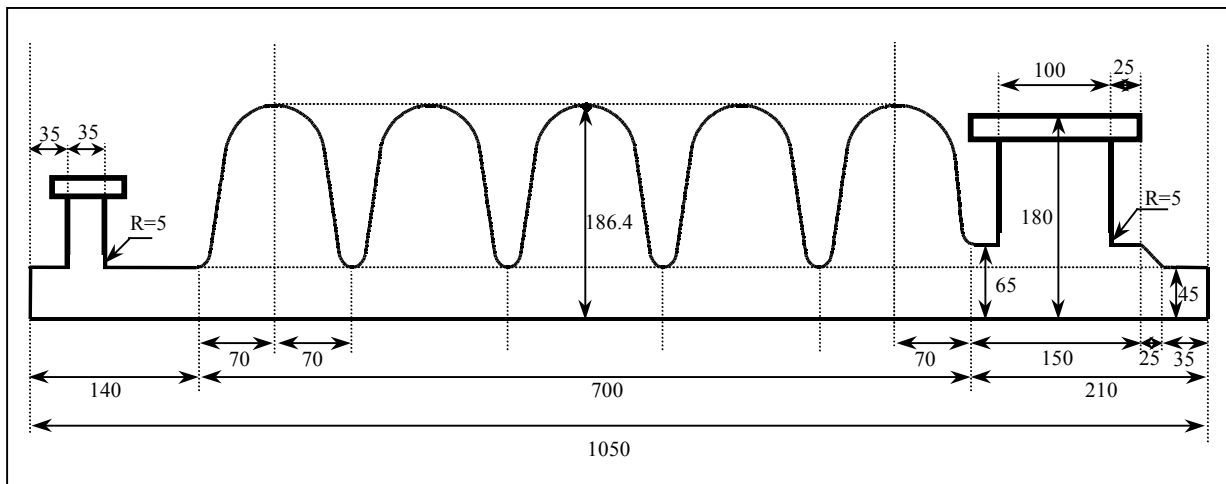


Figure 3-61 : Plan de la cavité ASH $\beta_g=0,65$ avec ses ports de couplage.

L'étude de la cavité $\beta_g=0,47$ aboutit à la même conclusion, soit un élargissement de 4cm à 6,5cm du tube faisceau, et la mise en place d'un port de puissance de diamètre 10cm.

Notons enfin la mise en place du port de « pick-up » (diamètre 3,5cm) sur l'autre tube faisceau, à environ 8cm de l'iris afin d'obtenir un couplage de l'ordre de 10^{10} .

Validation par calcul 3D -----

Il est possible, en utilisant un code de calcul 3D tel MAFIA, de calculer directement ce couplage numériquement. Pour cela, la méthode utilisée¹¹⁷ consiste à décomposer l'onde TEM présente dans le guide coaxial en deux ondes stationnaires en quadrature de phase. Ainsi, après avoir calculé ces deux ondes par MAFIA, il est possible, en les combinant, de reconstituer l'onde TEM présente dans le port de puissance (figure 3-62).

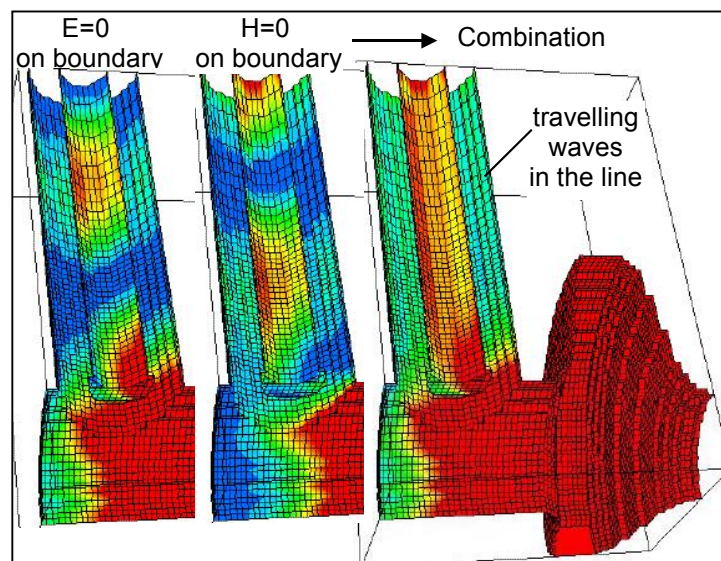


Figure 3-62 : Reconstitution de l'onde TEM dans le port de puissance (calcul MAFIA).

A l'aide de cette méthode*, le couplage a été calculé¹¹⁸ : il vaut $Q_{ext}=1,2.10^6$ dans le cas de la cavité $\beta_g=0,65$ et pour une antenne affleurante ; ce résultat est très concordant avec l'estimation effectuée auparavant, et permet de valider les choix effectués au niveau du positionnement de nos ports de puissance.

* Cette méthode a déjà fait l'objet de validations dans le cadre de l'étude des coupleurs des cavités APT.

3. 3. 4. Considérations mécaniques

Détermination des épaisseurs de niobium nécessaires -----

Afin de conclure cette étude, il est à présent essentiel d'assurer une bonne tenue mécanique de nos cavités ; le choix de l'épaisseur des plaques de niobium utilisées pour sa fabrication prend alors toute son importance.

Lorsque l'on exerce sur un matériau une pression extérieure, celui-ci se déforme et subit une contrainte mécanique σ exprimée en kg/m^2 (ou en Pa). Selon l'importance de la déformation, on distingue deux comportements du matériau :

- lorsqu'il subit une faible contrainte, le matériau a un comportement « élastique » : toute déformation est alors réversible.
- pour des contraintes plus élevées, la déformation a par contre un caractère irréversible, caractéristique d'un comportement « plastique ».

Dans le cas du niobium, la limite élastique dépend fortement de l'histoire et de la pureté du matériau. Pour un niobium de RRR30, la limite élastique est, à température ambiante*, de l'ordre de 140MPa ; elle tombe à environ 70MPa pour un niobium de grande pureté (RRR250) et peut même chuter jusqu'à 30MPa après un traitement thermique de purification à 1200°C.

Il est donc essentiel, afin d'éviter toute déformation irréversible, que durant tout le processus de mise en ligne de la cavité†, la contrainte mécanique exercée sur le niobium ne dépasse jamais la limite élastique.

Les spécifications que devra vérifier la cavité au niveau mécanique découlent directement de ce constat : afin d'assurer un régime élastique, les contraintes ne devront pas dépasser 50MPa sous une pression extérieure de 2bars‡.

* Notons qu'à très basse température, ces valeurs augmentent, d'où une marge de sécurité plus importante.

† La cavité est d'abord mise sous vide, et subit alors une pression extérieure de 1bar. Puis, pendant son refroidissement, l'évaporation de l'hélium liquide peut également entraîner des surpressions de plusieurs centaines de mbars.

‡ Ces spécifications (50MPa sous 2 bars) ont été déterminées afin d'assurer une marge de sécurité appréciable.

Des calculs de contrainte ont été effectués parallèlement avec les logiciels CASTEM (à Orsay) et ANSYS (à Milan), dans une configuration où la cavité est fixée à ses deux extrémités*, et soumise à une pression extérieure de 2 bars. Les résultats montrent que :

- la contrainte maximale est située au niveau des iris dans le cas de la cavité multi-cellules (figure 3-63), alors qu'elle était située près de l'équateur pour la mono-cellule.
- en ce qui concerne la cavité $\beta_g=0,65$, une épaisseur de niobium de 4mm est suffisante† : on obtient alors une contrainte maximale σ_{max} inférieure à 50MPa, comprise entre 46MPa (calcul ANSYS)¹¹⁹ et 48,7MPa (calcul CASTEM)¹²⁰.

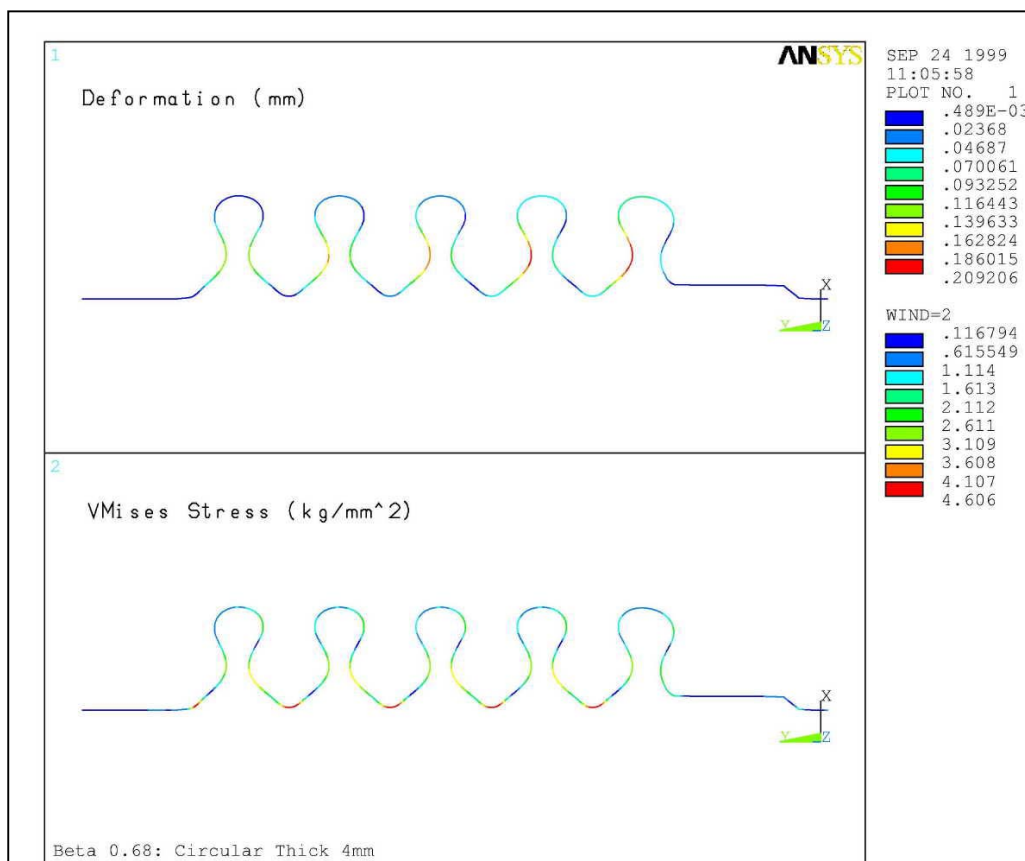


Figure 3-63 : Déformation (en haut) et contrainte mécanique (en bas) pour la cavité $\beta_g=0,65$ (calcul ANSYS ; épaisseur 4mm ; pression extérieure de 2bars, cavité fixée à chaque extrémité).

* Cette configuration, bien que pas tout à fait réaliste, est celle qui approche le plus la réalité. De plus elle permet d'obtenir des valeurs « au pire ». Des calculs ont aussi été effectués dans le cas où la cavité est fixée à une extrémité, et libre à l'autre extrémité ; les résultats sont en général très proches : dans le cas $\beta_g=0,47$ sans stiffening et d'épaisseur 5mm, on obtient par exemple une valeur de 61MPa (libre/fixe) contre 67MPa (fixe/fixe).

† Notons pour information que dans le cas d'une cavité $\beta_g=0,86$, une épaisseur de 3mm semble suffisante.

- le cas de la cavité $\beta_g=0,47$ est plus délicat puisqu'on obtient, pour des épaisseurs de niobium de 4mm et 5mm, des contraintes maximales de respectivement 89MPa et 67MPa (calcul ANSYS). Il apparaît donc ici indispensable d'ajouter des renforts au niveau des iris afin d'améliorer la tenue mécanique de la cavité. Munie de ces renforts, on peut alors montrer qu'une épaisseur de niobium de 4mm permet de vérifier $\sigma_{\max}<50\text{MPa}^*$.

Notons ici que ces renforts prennent habituellement la forme d'anneaux (« stiffening rings ») que l'on positionne entre les cellules pour améliorer la tenue mécanique aux iris. Une autre méthode également envisageable consiste à effectuer un dépôt externe de cuivre de l'ordre de quelques cm d'épaisseur au niveau des iris ; cette méthode (« stiffening plasma spray ») est actuellement à l'étude¹²¹.

Considérations sur le « detuning » de Lorentz -----

Dans une cavité résonante, l'interaction entre les champs électromagnétiques et les courants de surface donne naissance à une force de Lorentz exercée sur la paroi intérieure de la cavité, et orientée perpendiculairement à la paroi. Cette force est qualifiée par une pression appelée « pression de radiation », qui s'exprime par :

$$(316) \quad P_{\text{rad}} = \frac{1}{4} (\mu_0 H^2 - \epsilon_0 E^2)$$

où E et H représentent les champs de surface à l'endroit où s'exerce la pression de radiation.

Le calcul de P_{rad} montre que cette pression de radiation implique des contraintes mécaniques très faibles sur les parois de la cavité (de l'ordre de 1,5MPa et 2MPa sur nos cavités $\beta_g=0,65$ et $\beta_g=0,47$). La déformation associée implique une variation de fréquence Δf de la cavité qui peut s'exprimer, d'après le théorème de Slater (302), par :

$$(317) \quad \frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{1}{4U} \iiint_{\Delta V} (\mu_0 H^2 - \epsilon_0 E^2) dV$$

où f_0 est la fréquence de résonance de la cavité, U l'énergie stockée, et ΔV la variation de volume induite par la déformation.

* On obtient une contrainte $\sigma_{\max}=44\text{MPa}$ dans le cas de « stiffening rings » placés à $r=8\text{cm}$ de l'axe de la cavité.

Le calcul de ce « detuning » dû aux forces de Lorentz donne, dans le cas de nos cavités et pour un fonctionnement à $B_{pk}=50\text{mT}^{122*}$:

- $\Delta f = -184,5\text{Hz}$ pour la cavité $\beta_g = 0,65$ (épaisseur 4mm).
- $\Delta f = -262,9\text{Hz}$ pour la cavité $\beta_g = 0,47$ (épaisseur 5mm).

Dans un accélérateur en fonctionnement continu comme ASH, ce detuning n'est pas un problème car il est présent continuellement. Par contre, dans un fonctionnement pulsé, la variation des champs dans le temps va induire un detuning variable qui peut s'avérer problématique : ce detuning (qui est compensé tant bien que mal par le système de contrôle RF) engendre généralement une puissance réfléchie non nulle (cf. annexe 5 : l'angle de déphasage ψ de la cavité n'est alors plus optimal pendant toute la durée du pulse), ce qui implique une augmentation du besoin en puissance ; mais il peut même provoquer, s'il est trop important, une perte de la fréquence de résonance par le système de contrôle RF.

Il est donc essentiel de s'assurer que le detuning de Lorentz reste toujours inférieur à la bande passante δf_0 du mode fondamental de la cavité. Cette bande passante s'exprime par :

$$(318) \quad \delta f_0 = \frac{f_0}{Q_L}$$

où Q_L représente le facteur de qualité en charge de la cavité.

Dans le cas de nos cavités ASH, on a environ $\delta f_0 = 540\text{Hz}$ pour la cavité $\beta_g = 0,65$ et 470Hz pour la cavité $\beta_g = 0,47$. Les résultats CASTEM semblent donc montrer que l'on a bien $|\Delta f| < \delta f_0$; il faut cependant émettre certaines réserves :

- les calculs ANSYS (cf. note) aboutissent à des valeurs de $|\Delta f|$ plus élevés, notamment dans le cas de la cavité $\beta_g = 0,47$ où l'on obtient environ $\Delta f = -600\text{Hz}$.
- tous les calculs sont effectués en considérant que les extrémités de la cavité sont fixes, ce qui n'est pas tout à fait le cas dans la réalité. Les valeurs

* Calculs CASTEM effectués à Orsay sur les cavités ASH 5-cellules $\beta_g = 0,65$ (épaisseur 4mm) et $\beta_g = 0,47$ (épaisseur 5mm) sans stiffening aux iris ; les cavités sont fixées à leur extrémité. Des calculs similaires ont été effectués à Milan avec ANSYS sur des demi-cellules internes également fixes ; les résultats sont sensiblement différents et donnent pour la cavité $\beta_g = 0,65$ (épaisseur 4mm sans stiffening) $\Delta f = -240\text{Hz}$, et pour la cavité $\beta_g = 0,47$: épaisseur 5mm sans stiffening : $\Delta f = -604\text{Hz}$; épaisseur 4mm sans stiffening : $\Delta f = -1065\text{Hz}$; épaisseur 4mm avec stiffening à $r = 8\text{cm}$ de l'axe cavité : $\Delta f = -620\text{Hz}$.

expérimentales donnent ainsi (cf. chapitre 4) généralement des $|\Delta f|$ sensiblement plus élevés que les valeurs obtenues par le calcul*.

Pour garantir la meilleure sécurité possible en termes de contrôle RF, les réserves précédentes nous amènent finalement à imposer la spécification suivante, valable dans le cas d'une utilisation en régime pulsé :

$$(319) \quad |\Delta f_{\text{calcul}}| < \frac{1}{4} \delta f_0 \quad \text{ou} \quad |\Delta f_{\text{expérience}}| < \frac{1}{2} \delta f_0$$

La première partie de cette condition, qui n'est pas loin d'être vérifiée pour les cavités $\beta_g=0,65$, n'est par contre pas du tout validée dans le cas des cavités $\beta_g=0,47$, et la mise en place d'un système de stiffening adapté semble ici nécessaire.

Ajoutons qu'il est possible de montrer¹²³ qu'il existe une relation de proportionnalité entre Δf et le carré du champ accélérateur développé par la cavité E_{acc}^2 . Cette relation permet de caractériser le detuning par le coefficient de Lorentz, défini par :

$$(320) \quad \boxed{k_L = \frac{\Delta f}{E_{\text{acc}}^2}}$$

Dans le cadre des cavités ASH, (319) peut alors s'écrire comme :

$$(321) \quad \begin{aligned} |(k_L)_{\text{expérience}}| &< 2,6 \text{ Hz}/(\text{MV}/\text{m})^2 && \text{(cas } \beta_g=0,65) \\ |(k_L)_{\text{expérience}}| &< 3,3 \text{ Hz}/(\text{MV}/\text{m})^2 && \text{(cas } \beta_g=0,47) \end{aligned}$$

Notons enfin que le design de la cavité a une certaine influence sur la valeur du coefficient de Lorentz. On remarque essentiellement que¹²⁴ :

- plus l'épaisseur de niobium est grande, et moins la cavité est sensible au detuning de Lorentz ($|k_L|$ diminue).
- plus le β_g de la cavité est faible, plus cette sensibilité augmente ($|k_L|$ augmente)

* Insistons ici sur le fait que, devant les difficultés rencontrées lors de la prédiction numérique (la méthode devra être améliorée dans l'avenir), la mesure expérimentale du detuning de Lorentz dans les conditions de fonctionnement prend ici une importance capitale. Un facteur 2 a notamment été mis en évidence entre les calculs et les mesures dans le cadre de l'étude sur les cavités TESLA.

- il existe une position optimale (en r) pour les « stiffening rings », position qui permet de minimiser $|k_L|$.
- enfin, une augmentation de R (rapport d'ellipse à l'équateur), de d (position de la paroi) ou de α (angle de la paroi) a pour effet de faire augmenter $|k_L|$.

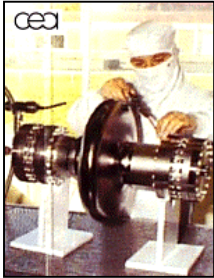
Remarques finales -----

Outre les points majeurs abordés précédemment, de nombreuses autres études mécaniques sont nécessaires dans le cadre de la mise au point d'un module accélérateur. Citons notamment :

- la fabrication du système d'accord à chaud, destiné à accorder la cavité fabriquée, et à effectuer le plat de champ.
- la mise au point du tank hélium¹²⁵ entourant la cavité, et de tout le système de refroidissement.
- la conception du système d'accord à froid, destiné à ajuster « on-line » la fréquence de la cavité ; ce système très complexe doit pouvoir corriger la fréquence sur une plage de quelques kHz.
- la conception du coupleur de puissance¹²⁶, qui, comme on l'a évoqué, est très délicate, notamment au niveau de la « fenêtre » assurant l'étanchéité.
- la conception du cryomodule¹²⁷, qui outre les questions d'encombrement, d'isolement thermique, ou d'alignement, doit par exemple aussi prendre en compte les problèmes liés aux vibrations mécaniques extérieures (« microphonics ») susceptibles de faire vibrer les cavités*, et donc leur fréquence de résonance.

Mais il est temps à présent de recentrer les débats sur les cavités ASH elles-mêmes, et d'aborder la partie expérimentale de cette étude, qui devrait nous permettre de commencer à valider les choix effectués jusqu'à présent.

* Des calculs ANSYS donnent pour la cavité ASH $\beta_g=0,65$ d'épaisseur 4mm une fréquence de résonance mécanique de 40Hz, de 46Hz pour la cavité $\beta_g=0,65$ d'épaisseur 5mm (58Hz avec les stiffening rings).



- Chapitre 4 -



ETUDE EXPERIMENTALE

Illustration au dos :

Préparation de la cavité à protons A104 dans la salle blanche du SEA (source : CEA).

4. 1. Introduction.

La partie expérimentale de cette étude est d'une importance fondamentale car elle va permettre de valider (ou d'infirmer) tous les choix effectués auparavant. L'objectif est ici de tester plusieurs prototypes de cavités, afin de s'assurer de la qualité de leurs performances. Le point de fonctionnement envisagé pour les cavités ASH se définit par, rappelons-le, $B_{pk}=50\text{mT}$ et $Q_0=8.10^9$. Afin d'assurer une certaine marge de sécurité sur ces valeurs, nous considérons ici que la validation de ces spécifications ne sera acquise que lorsque les performances expérimentales développées par nos prototypes vérifieront : $B_{pk} \geq 80\text{mT}$ et $Q_0 \geq 1.10^{10}$.

Plusieurs cavités, dont voici la liste, ont ainsi été construites et testées entre 1998 et 2000* :

- **cavités A101 et A102 ($\beta_g=0,658$)** : elles sont issues de l'étude de design préliminaire effectuée à Saclay dans le cadre du projet ASH, et présentée au chapitre 3-1. (1997/1998, 1998, novembre 1998)[†]
- **cavité A103 ($\beta_g=0,626$)** : son profil obéit au design préliminaire¹²⁸ conçu par l'INFN Milan dans le cadre du projet italien de réacteur hybride TRASCO. (1997/1998, 1998, février 1999)
- **cavité A104 ($\beta_g=0,64$)** : il s'agit d'une cavité issue du programme américain APT¹²⁹. (1997/1998, 1998/1999, novembre 1999)
- **cavité Z101 ($\beta_g=0,47$)** : cette cavité a le même profil que la cellule interne de la cavité 5-cellules finale ASH $\beta_g=0,47$. (1999, 2000, juillet 2000)
- **cavité A105 ($\beta_g=0,658$)** : son profil regroupe les 2 demi-cellules externes de la cavité 5-cellules définitive ASH $\beta_g=0,65$; contrairement aux autres prototypes, cette cavité est équipée de ses ports de couplage (pick-up + port de puissance) ainsi que d'un tank hélium préliminaire. (1999, 2000, non testée à ce jour)

* Il ne s'agit exclusivement que de cavités mono-cellules ; les prototypes des cavités 5-cellules devraient voir le jour en 2001.

† (date de conception, date de fabrication, date du premier test en cryostat).

4. 1. 1. Fabrication et préparation des cavités.

Fabrication des cavités -----

Toutes nos cavités ont été fabriquées en niobium massif de grande pureté (RRR~250), à l'exception des cavités « de test » A101 et Z101 (RRR~30). Le tableau ci-dessous indique, pour chacune de nos cavités, le fournisseur de niobium, et le constructeur de la cavité.

Cavité	RRR Nb annoncé	Fournisseur Nb	Constructeur
A101	30	Wah-Chang (USA)	CERCA (France)
A102	200	Cabot (USA)	CERCA
A103	200	Cabot	CERCA
A104	250	Wah-Chang	CERCA
Z101	30	Cabot	ZANON (Italie)
A105	250	Wah-Chang	CERCA

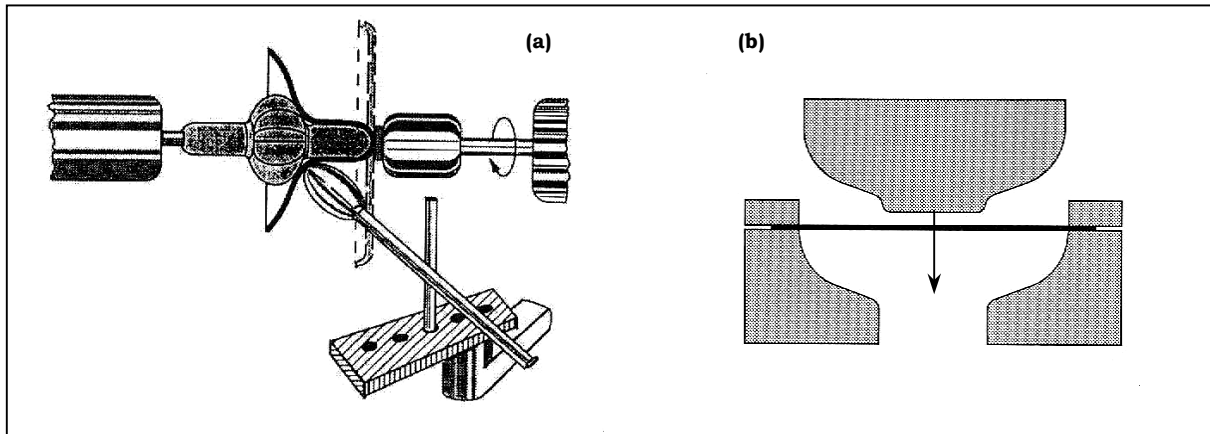
Il existe essentiellement deux méthodes classiques* pour former les demi-cellules d'une cavité en niobium massif : l'emboutissage (« deep drawing »), et le repoussage (« spinning »). Le principe du repoussage consiste à mettre une plaque de niobium en rotation, et à lentement la repousser sur un outillage adéquat afin de lui donner la forme désirée (figure 4-1a). Dans le cas de nos cavités très aplaties (faible bêta), la déformation nécessaire pour former une demi-cellule à partir d'une plaque reste faible, et cette technique du repoussage présente alors l'avantage de faire subir moins de contraintes mécaniques au matériau qu'avec la technique de l'emboutissage (figure 4-1b). Toutes nos cavités prototypes ont ainsi été fabriquées par repoussage chez CERCA†, à l'exception la cavité Z101 qui a elle été fabriquée par emboutissage chez ZANON.

Après le repoussage (ou l'emboutissage) des demi-cellules, un usinage est effectué (découpe à l'iris et à l'équateur) afin d'obtenir la forme finale, dont les dimensions sont soigneusement contrôlées. La surface est ensuite dégraissée et nettoyée par le biais d'un léger polissage mécanique et chimique‡.

* Outre ces 2 méthodes classiques, on peut citer également : l'hydroformage, le formage à froid (« stamping »), le formage à chaud.

† CERCA (Compagnie pour l'Etude et la Réalisation de Combustibles Atomiques) est basée à Romans sur Isère (38). Notons que le repoussage en lui-même est sous-traité chez BONITEMPO (Lyon, France) .

‡ Cette opération de nettoyage est d'ailleurs effectuée systématiquement entre chacune des étapes de la fabrication.



Figures 4-1 : Principe de la technique du repoussage (a) et de l'emboutissage (b).

Les tubes faisceaux sont fabriqués par ailleurs, usinés à partir d'une tôle de niobium de bas RRR (~ 30) et d'épaisseur moindre (3,5mm)*. A l'une de leur extrémité est également fixée la bride en inox (ou la contre-bride en niobium sur laquelle vient s'appuyer la bride), qui permettra d'isoler la cavité sous vide. Pour cela, la technique du brasage sous vide est utilisée (brasage cuivre à $T \sim 1080^\circ\text{C}$ et $p \sim 10^{-5}\text{mbar}$). Les ports de couplage, s'il y a lieu, sont également mis en place durant cette phase (par soudage FE† sur les tubes faisceau).

Chaque demi-cellule est ensuite soudée avec son tube faisceau au niveau de l'iris (figures 4-2). Cette intervention est très délicate et doit être particulièrement bien réussie car toute imperfection au niveau des soudures est susceptible d'entraîner des phénomènes parasites (quench, émission de champ) lors du test de la cavité. Pour cela, la soudure est effectuée par soudage FE sous vide ($p \sim 5 \cdot 10^{-7}\text{mbar}$), et non par soudure TIG‡ qui induit la plupart du temps fissures et contaminations. Les paramètres du faisceau d'électrons, et notamment sa puissance (de l'ordre de quelques kW), doivent être adaptés de manière très précise de manière à assurer une pénétration complète de la soudure sur toute l'épaisseur de niobium. Notons que cette épaisseur est réduite à 2mm au niveau de la soudure pour faciliter le procédé, comme on peut le voir sur le plan de la cavité A103 (figures 4-3) ; une sur-longueur doit être également prévue sur chaque demi-cellule (quelques $1/10^{\text{èmes}}$ mm) pour compenser le rétreint inévitable apparaissant lors du soudage.

* Etant donné les faibles champs de surface attendus sur les tubes faisceau (cf. figures 3-10), il est inutile de les fabriquer en niobium de haut RRR, beaucoup plus onéreux. De plus, le caractère cylindrique des tubes leur confère une très bonne tenue mécanique, d'où leur épaisseur moindre.

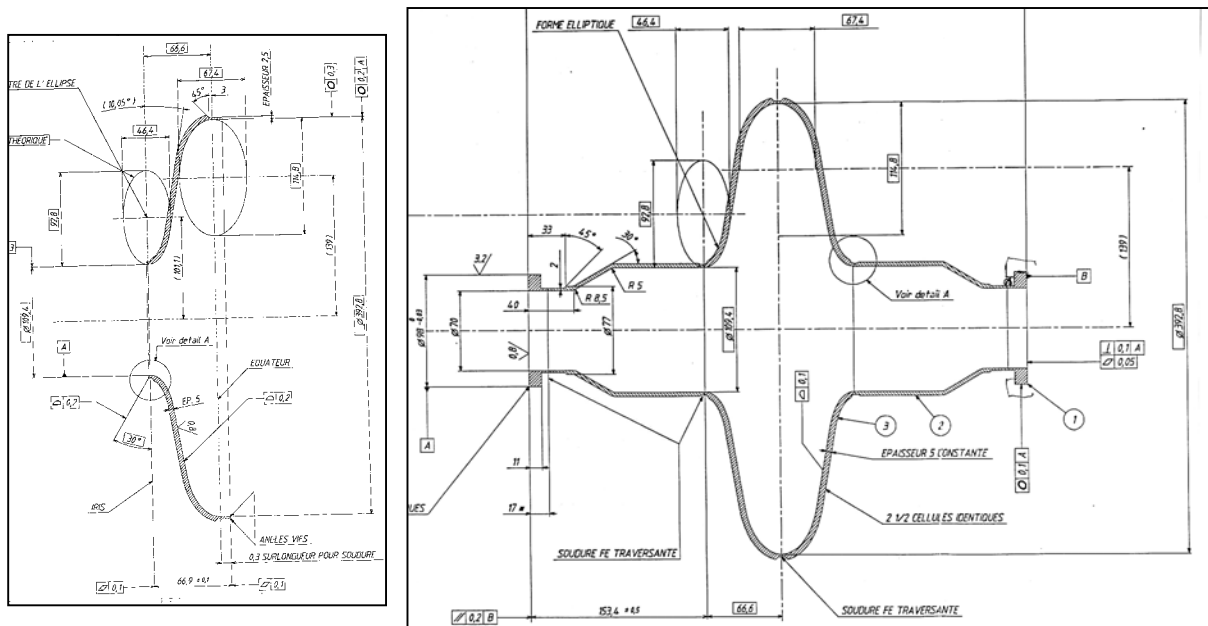
† FE : Faisceau d'Electrons.

‡ TIG : Tungsten Inert Gas.

Une fois les soudures aux iris effectuées*, la cavité est achevée par la soudure FE des 2 demi-cellules au niveau de l'équateur, intervention tout aussi délicate. La cavité subit ensuite un polissage final, puis une mise sous vide pour tester l'étanchéité des soudures et brasures ; elle peut être ensuite livrée.



Figures 4-2 : Vue du tank ($\varnothing=1,5m$, $L=4,5m$) dans lequel s'effectue le soudage FE (source : CERCA), et vue interne des demi-cellules de la cavité Z101 après soudage des iris.



Figures 4-3 : Plan d'une demi-cellule de A103 (à gauche) et de la cavité entière (à droite).

* Dans le cas d'une cavité multi-cellules, les demi-cellules internes sont également dans un premier temps soudées les unes aux autres au niveau de l'iris, pour former des diabolos (« dumbles »).

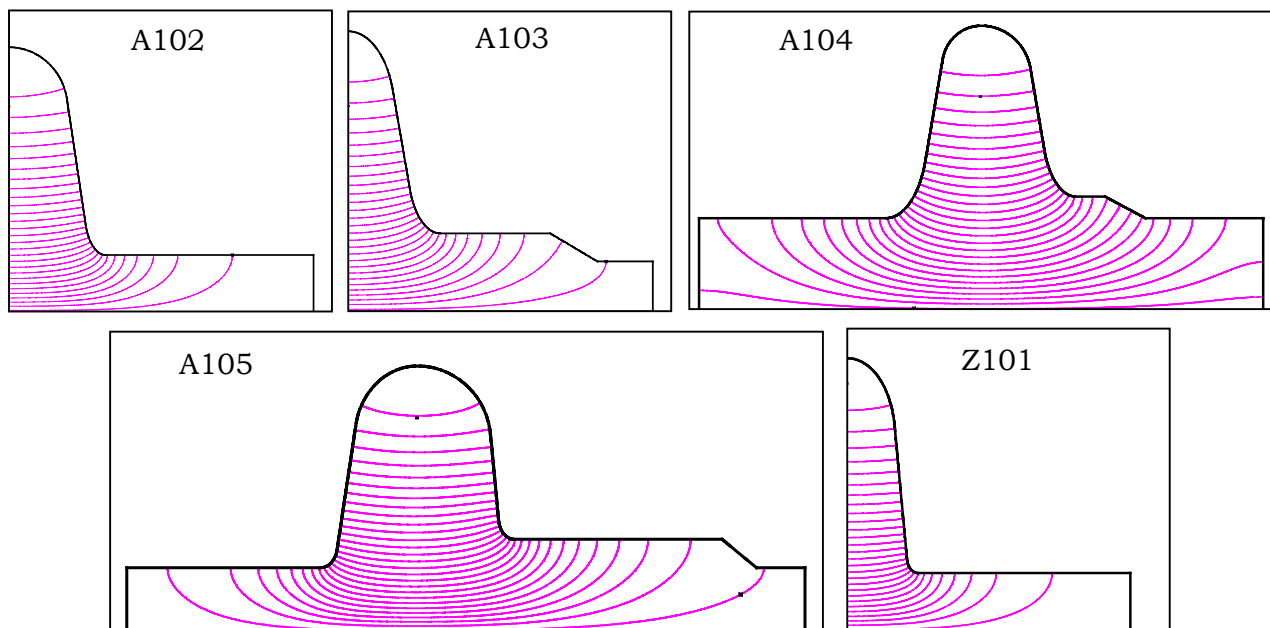
Dimensions et caractéristiques HF des différentes cavités testées -----

Le tableau ci-dessous résume, pour chacune des cavités fabriquées, leurs paramètres géométriques ainsi que leurs caractéristiques HF attendues (calculs SUPERFISH). Notons que A101, A102, A103 et Z101 sont des cavités symétriques, tandis que A104 et A105 sont dissymétriques puisque leurs 2 demi-cellules ont des profils différents.

	A101 + A102	A103	A104	A105	Z101
β_g	0,658	0,626	0,64	0,658	0,47
L_{acc} (cm)	14	13,33	13,71	14	10
R (cm)	18,55	19,64	19,95	18,64	18,7
R_b (cm)	4	5,47 _{red3,5}	6,5 / 8 _{red6,5}	4,5 / 6,5 _{red4,5}	4
α (°)	8,77	10,05	10 / 10	8,85 / 5,6	5,5
d (cm)	1,107	1,637	2,122 / 1,716	1 / 1	0,7
B (cm)	4,255	5,74	2,81 / 3,61	4,96 / 5,3	5,38
A (cm)	4,255	3,37	2,81 / 3,61	4,51 / 5,3	3,36
B/A	1	1,7	1 / 1	1,1 / 1	1,6
b (cm)	3	4,64	6 / 4,85	1,59 / 1,48	1,03
a (cm)	1,5	2,32	3 / 2,425	1,22 / 1,14	0,79
b/a	2	2	2 / 2	1,3 / 1,3	1,3
e (mm)	5	5	4	4	4
f (MHz)	704,6	704,2	700,1	704,4	699,5
G (Ω)	186,7	157,0	164,8	200,6	147,8
r/Q* (Ω)	36,7	21,5	13,8	26,9	18,5
B_{pk}/E_{acc} (mT/MV/m)	4,62	6,28	7,78	5,13	5,40
E_{pk}/E_{acc}	2,02	2,41	2,92	2,71	2,87
Q₀ @2K & R_{res}=2,5nΩ	2,5.10 ¹⁰	2,1.10 ¹⁰	2,2.10 ¹⁰	2,7.10 ¹⁰	2,0.10 ¹⁰

Les figures 4-4 rendent compte du profil de chacune de ces cavités ; la figure 4-5 est une photographie de la cavité A102.

* r/Q, B_{pk}/E_{acc} et E_{pk}/E_{acc} sont donnés pour des particules de vitesse $\beta=\beta_g$.



Figures 4-4 : Profils de nos cavités expérimentales.



Figure 4-5 : Vue de la cavité A102.

Préparation des cavités -----

Dès la livraison de la cavité au laboratoire, il est important d'effectuer une première série de tests HF à température ambiante, à savoir (cf. chapitre 4-2) :

- contrôle de la fréquence réelle de résonance et du facteur de qualité à chaud.
- détermination de la longueur optimale des antennes en vue du test en cryostat.

Une fois ces premières mesures effectuées, il s'agit de conditionner la cavité au mieux afin d'obtenir des performances HF optimales. Cette procédure, qui a pour but l'obtention de conditions d'ultra propreté sur la surface interne de la cavité, est entièrement effectuée au SEA ; cette procédure est la suivante :

- la cavité est d'abord trempée dans un bain chimique (figure 4-6) afin d'effectuer un polissage de la surface interne de la cavité*. Le bain utilisé classiquement au SEA pour le traitement du niobium est le bain FNP (mélange 1 :1 :2 d'acide fluorhydrique, d'acide nitrique et d'acide phosphorique). Ce traitement vise notamment à supprimer, sur une épaisseur de l'ordre de 100µm†, la couche superficielle de niobium « écrouie » lors du formage à froid, et qui possède des caractéristiques supra affaiblies ; de plus, c'est aussi au sein de cette couche que se trouve la plus grande partie des défauts du matériau (fissures, inclusions d'impuretés, couche d'oxyde de surface Nb₂O₅, etc.), défauts qui sont susceptibles d'induire une forte résistance résiduelle de surface et/ou un quench thermique.
- après un traitement chimique final‡, la cavité subit ensuite plusieurs rinçages à l'eau ultra pure et sous ultrasons avant d'être transportée en salle blanche classe 100§.
- une fois en salle blanche, la cavité subit un rinçage haute pression (HPR) à environ 85bars. Celui-ci a pour but d'éliminer toute trace de particules (jusqu'à 0,1µm) et de résidus chimiques sur les parois internes de la cavité grâce à l'écoulement à très grande vitesse que produit le jet d'eau au voisinage de l'impact.

* Une méthode alternative au polissage chimique est l'électropolissage.

† Dans le cas de A102 par exemple (de masse 12340g et de surface interne 0,343m²), ce traitement a été effectué en 2 fois : une première chimie de 40min. a enlevé 278g de niobium (soit environ 45µm d'épaisseur sur chaque face, sachant que la masse volumique du Nb est de 8,56kg/dm³), puis une seconde chimie de 45min. en a enlevé 322g (soit environ 55µm d'épaisseur sur chaque face).

‡ Lors du traitement chimique final (~15min), très peu de niobium est enlevé (3g sur A102).

§ Une salle blanche « classe 100 » est une salle dans laquelle l'on trouve moins de 100 particules de plus de 0,5µm dans un volume de 1ft³ ≈ 28,3 l.



Figure 4-6 : Polissage chimique d'une cavité 1,5GHz $\beta_g=1$ en cuivre.



Figure 4-7 : Assemblage final de la cavité A104 en salle blanche classe 100 (à gauche : le dispositif HPR).

- la cavité est ensuite séchée sous un flux laminaire puis, toujours en salle blanche afin d'éviter toute contamination extérieure, l'assemblage final est réalisé (figure 4-7) : assemblage des brides et des antennes (figure 4-8), mise sous vide et test d'étanchéité.

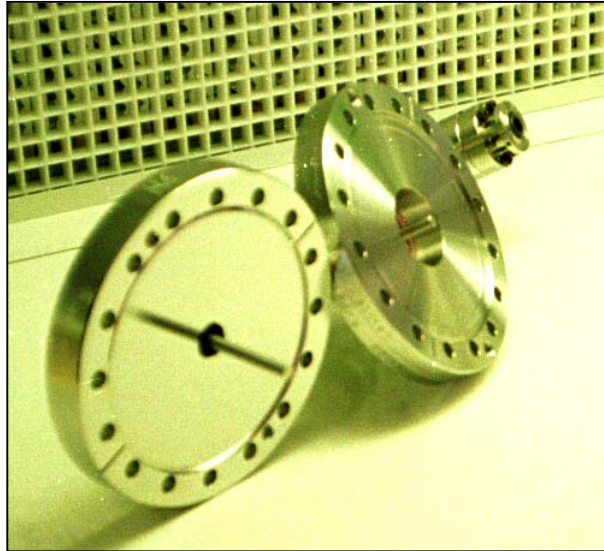


Figure 4-8 : Vue des brides* et antennes.

Enfin, après une première mesure HF en transmission destinée à vérifier les couplages obtenus, la cavité est fixée sur son « insert » et les diverses connections réalisées ; après un pompage destiné à obtenir un vide poussé (de l'ordre de 10^{-7} mbars[†]) la cavité est alors prête à être encuvée dans son cryostat (figure 4-9) pour être refroidie.

Notons enfin que le cryostat utilisé (CV2) est un cryostat vertical classique (figure 4-10) autour duquel a été mis en place un blindage pour la protection contre les éventuelles émissions de rayons X conséquentes à une émission de champ. De plus, un bouclier magnétique a été spécialement conçu autour de CV2 afin d'annuler le champ magnétique terrestre (~ 400 mG) : le champ magnétique résiduel est ainsi abaissé à moins de 5 mG. Rappelons en effet que le champ magnétique résiduel est une cause importante de dissipation puisqu'il contribue fortement à la résistance résiduelle de surface R_{res} du niobium de la cavité (pour environ $0,3n\Omega/mG$).

* Il est important lors de la préparation que les brides soient parfaitement propres et que leur couteau, destiné à assurer l'étanchéité, soit bien protégé. De plus, l'expérience montre que, pour minimiser tout risque de fuite (ou de super-fuite à $T < 2,17K$), il est préférable d'utiliser de l'inox 316LN pour la fabrication de ces brides ; il est également impératif que l'usinage des couteaux soit effectué avec le plus grand soin.

† Notons que ce vide, lors du refroidissement, s'améliore de lui-même (sauf si il apparaît une fuite... !).

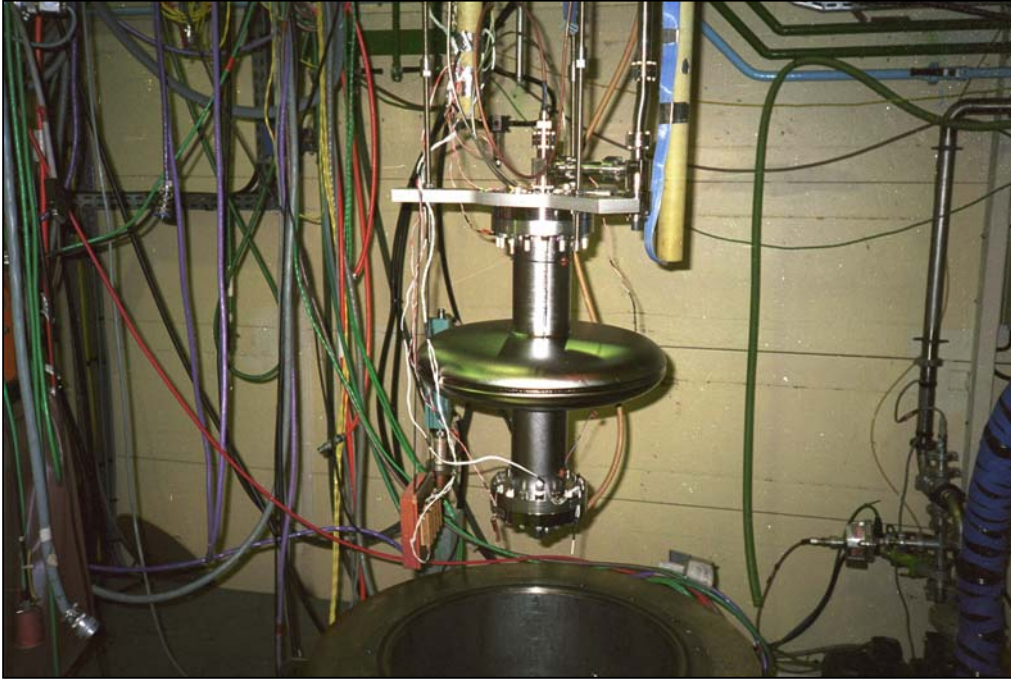


Figure 4-9 : Encuvage de la cavité Z101 et de son insert dans le cryostat CV2.

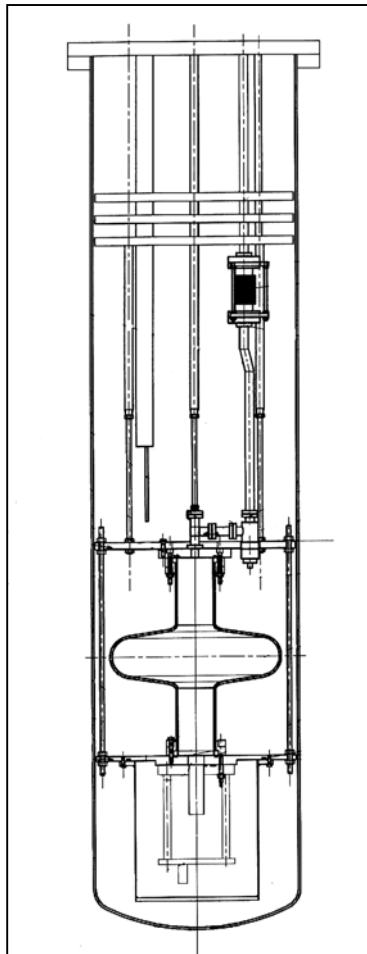


Figure 4-10 : Schéma de l'insert encuvé dans la cuve du cryostat CV2.

4. 1. 2. Principe d'un test HF.

Analyse de la cavité couplée -----

Pour exciter le mode résonant d'une cavité, il est nécessaire de connecter cette cavité avec une source de puissance RF via un câble coaxial. A l'interface câble/cavité, la puissance RF est également transmise sous la forme d'une onde TEM : la ligne coaxiale est alors formée à la fois par une antenne, qui joue le rôle du conducteur central, et par le tube de la cavité, qui forme le conducteur externe (figure 4-11).

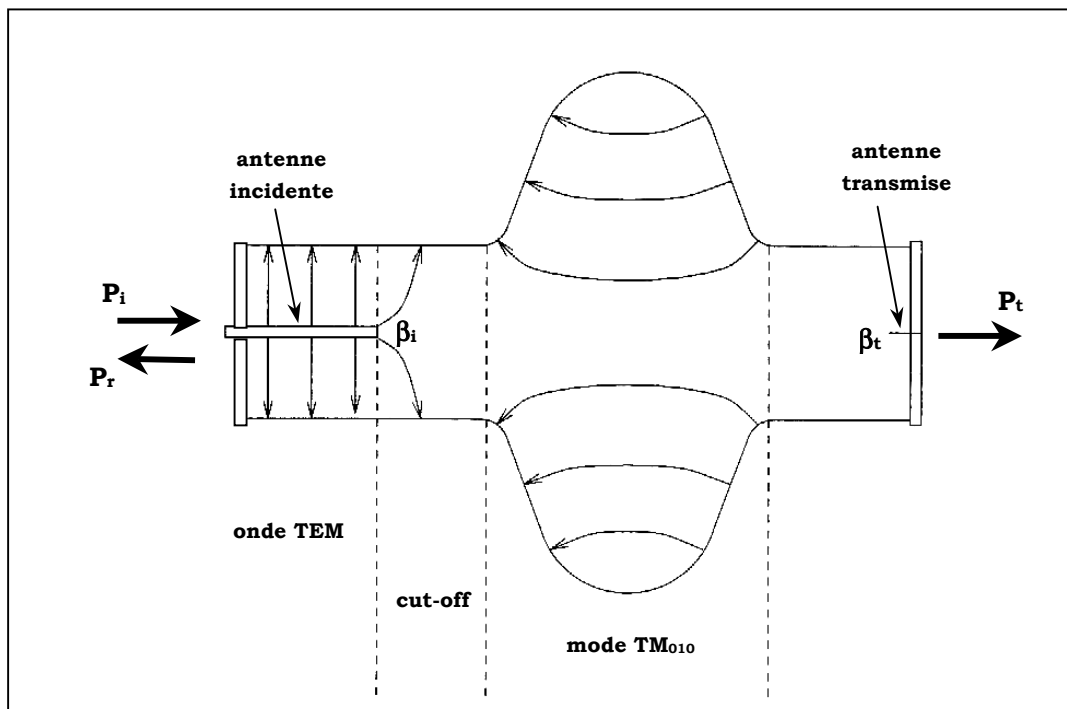


Figure 4-11 : La cavité résonante et ses antennes incidente (P_i, P_r) et transmise (P_t).

Lors d'une mesure HF, on utilise 2 antennes distinctes :

- l'antenne incidente, par laquelle arrive la puissance RF incidente P_i issue du générateur ; c'est aussi par cette antenne que repart la puissance réfléchie P_r .
- l'antenne transmise, qui permet de prélever une petite partie de la puissance RF résonnant dans la cavité (=puissance transmise P_t).

Les couplages de la cavité avec l'extérieur sont alors au nombre de deux : le couplage avec le port incident Q_i et le couplage avec le port transmis Q_t . Dans le cas d'un mode résonnant à ω_0 et ayant stocké l'énergie U dans la cavité, ces Q_{ext} peuvent se mettre sous la forme, dès lors que l'on coupe la HF ($P_i=0$) :

$$(401) \quad Q_i = \frac{\omega_0 U}{P_r} \quad \text{et} \quad Q_t = \frac{\omega_0 U}{P_t}$$

Si Q_0 représente le facteur de qualité de la cavité, et P_{cav} la puissance dissipée dans la cavité, les coefficients de couplage β_i et β_t peuvent se définir comme :

$$(402) \quad \beta_i = \frac{Q_0}{Q_i} \quad \text{et} \quad \beta_t = \frac{Q_0}{Q_t}$$

Le facteur de qualité en charge Q_L de la cavité couplée s'écrit alors comme :

$$(403) \quad \frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_t} = \frac{1}{Q_0}(1 + \beta_i + \beta_t)$$

De plus, on définit souvent les coefficients α , compris entre 0 et 1, comme :

$$(404) \quad \alpha_0 = \frac{Q_L}{Q_0} \quad \alpha_i = \frac{Q_L}{Q_i} \quad \alpha_t = \frac{Q_L}{Q_t}$$

L'équation (403) peut alors s'écrire plus simplement sous la forme :

$$(405) \quad \alpha_0 + \alpha_i + \alpha_t = 1$$

A partir de l'analyse du système de la cavité couplée en régime permanent (cf. annexe 5 dans le cas d'un coupleur unique), on peut alors montrer que :

$$(406) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{P_r}{P_i} = (2\alpha_i - 1)^2 \\ \frac{P_{cav}}{P_i} = 4\alpha_0\alpha_i \\ \frac{P_t}{P_i} = 4\alpha_i\alpha_t \end{array} \right.$$

Si l'on effectue cette fois une analyse transitoire de ce même système*, il est possible d'établir les constatations suivantes (cf. figures 4-14) :

- cas où le générateur est brutalement coupé, soit $P_i = 0$ à $t=0$.

L'énergie stockée dans la cavité $U(t)$ décroît alors de façon exponentielle comme :

$$(407) \quad U(t) = U(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{cav}}/2}\right)$$

où $U(0)$ est l'énergie stockée à $t=0$ (c'est-à-dire pendant le régime stationnaire), et τ_{cav} est le temps de décroissance des champs dans la cavité†, donné par :

$$(408) \quad \tau_{\text{cav}} = \frac{2Q_L}{\omega_0}$$

- cas où le générateur est mis en marche, soit $P_i \neq 0$ à $t=0$.

De la même façon, l'énergie stockée $U(t)$ croît exponentiellement comme :

$$(409) \quad U(t) = U(0) \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{cav}}}\right)\right)^2$$

où $U(0)$ est l'énergie stockée lorsque le système atteint le régime stationnaire.

Enfin, l'analyse fréquentielle du système permet de montrer (figure 4-12) que le pic de résonance à $\omega = \omega_0$ a une bande passante vérifiant :

$$(410) \quad \Delta\omega = \frac{2}{\tau_{\text{cav}}} = \frac{\omega_0}{Q_L}$$

* On ne détaillera pas ici l'analyse en régime transitoire du système de la cavité couplée, analyse qui peut être facilement extrapolée à partir de l'analyse en régime permanent traitée en annexe 5.

† Ou plus exactement le temps de décroissance de l'amplitude des champs dans la cavité (cf. chapitre 5). Insistons aussi sur le fait que le temps de décroissance de l'énergie (et des puissances car $P \propto U$) est par contre deux fois plus court ($\tau_{\text{cav}}/2$) puisque $U \propto E^2$.

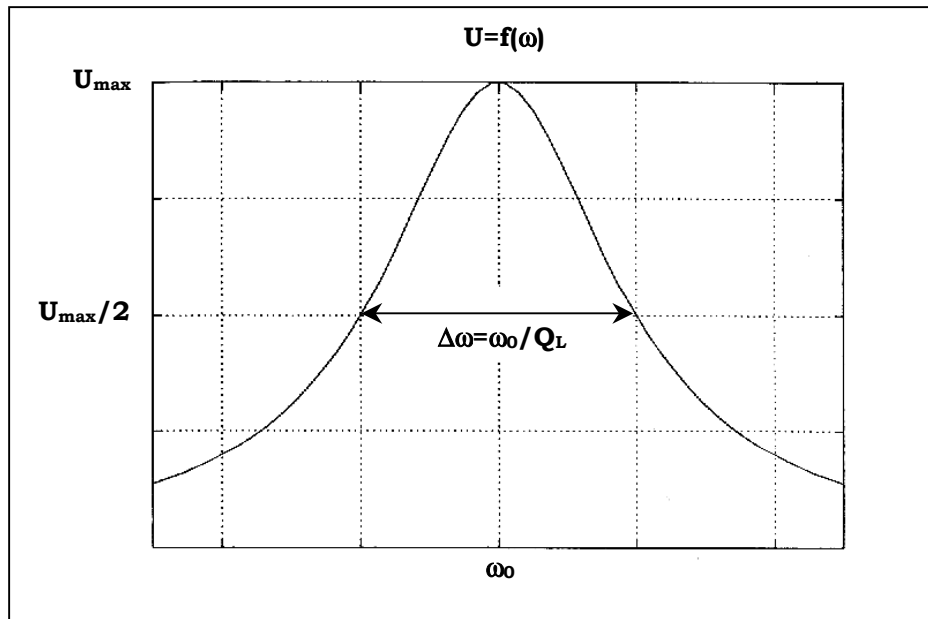


Figure 4-12 : Allure classique d'une résonance.

Mesure du Q_0 d'une cavité -----

Le principe de la mesure HF d'une cavité est basé sur le système d'équations (406) : en mesurant les puissances réfléchies et transmises, il est alors possible de remonter aux coefficients α , et d'en déduire le Q_0 de la cavité. Voici la méthode classiquement utilisée :

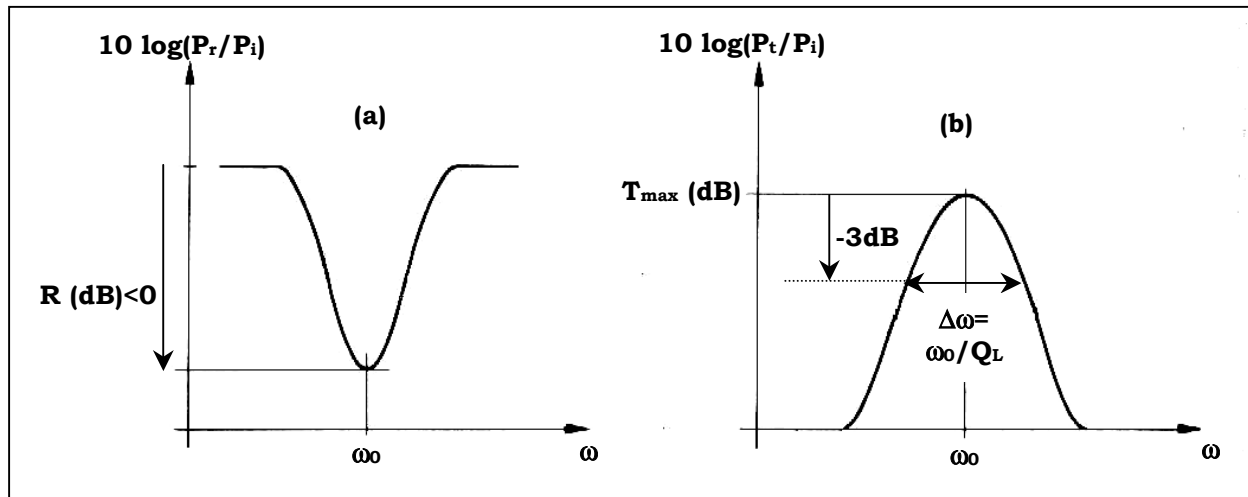
- *mesure en réflexion.*

La mesure de la puissance réfléchie (figure 4-13a) permet, d'après (406), de déduire le couplage sur le port incident :

$$(411) \quad \alpha_i = \frac{Q_L}{Q_i} = \frac{1 \pm \sqrt{P_r/P_i}}{2} = \frac{1 \pm 10^{R/20}}{2}$$

où R représente l'atténuation en dB ($R < 0$) de la puissance réfléchie par rapport à la puissance incidente à $\omega = \omega_0$, soit $R(\text{dB}) = 10 \times \log(P_r/P_i)$.

Notons ici que, dans (411), le signe (+) est utilisé lorsque la cavité est sur-couplée, tandis que le signe (-) est utilisé lorsque la cavité est sous-couplée ; nous reviendrons sur ces notions par la suite.



Figures 4-13 : Principe de la mesure en réflexion (a) et en transmission (b).

- *mesure en transmission.*

La mesure de la puissance transmise (figure 4-13b) permet alors de calculer le couplage sur le port transmis, soit :

$$(412) \quad \alpha_t = \frac{Q_L}{Q_t} = \frac{1}{4\alpha_i} \frac{P_t}{P_i} = \frac{1}{4\alpha_i} 10^{T_{\max}/10}$$

où T_{\max} représente l'atténuation (en dB) de la puissance transmise P_t par rapport à la puissance incidente P_i à $\omega = \omega_0$.

De plus, la mesure de la bande passante du pic de résonance $\Delta\omega$ permet, d'après (410), de déterminer le Q_L de la cavité chargée*. Le facteur de qualité Q_0 de la cavité peut alors se déduire, d'après (405), par :

$$(413) \quad Q_0 = \frac{Q_L}{1 - \alpha_i - \alpha_t}$$

De même, les coefficients de couplage sont alors donnés par :

$$(414) \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i - \alpha_t} \quad \text{et} \quad \beta_t = \frac{\alpha_t}{1 - \alpha_i - \alpha_t}$$

* Notons que cette mesure est très précise lorsque Q_L reste faible ($< 10^6$), comme lors de mesures à température ambiante. Pour des Q_L plus élevés (mesures à froid), la bande passante devient très étroite et $\Delta\omega$ devient difficile à mesurer avec précision par cette méthode. Il est alors préférable d'effectuer une mesure du temps de décroissance des champs dans la cavité (qui lui devient plus long) afin de pouvoir remonter plus précisément au Q_L .

Notion de couplage critique -----

Revenons à présent sur le point délicat qui est de déterminer si la cavité est sous-couplée ou sur-couplée au niveau de son port incident.

Le « **couplage critique** » se définit comme le couplage qui permet d'obtenir une puissance réfléchie nulle lorsque le système alimenté (RF ON) a atteint son équilibre. On rappelle que, d'après (406) :

$$(415) \quad P_r^{\text{RF ON}} = P_i (2\alpha_i - 1)^2 = P_i (2\beta_i \alpha_0 - 1)^2 = P_i \left(\frac{\beta_i - 1 - \beta_t}{1 + \beta_i + \beta_t} \right)^2$$

Le couplage critique est donc atteint pour $\alpha_i^{\text{crit}} = 1/2$, soit pour :

$$(416) \quad \beta_i^{\text{crit}} = \frac{1}{2\alpha_0^{\text{crit}}} = 1 + \beta_t$$

Si l'on coupe le générateur (RF OFF), la puissance réfléchie juste après la coupure peut s'exprimer cette fois, d'après (401), (402), (406) et (414), par :

$$(417) \quad P_r^{\text{RF OFF}} = \beta_i P_{\text{cav}} = 4\alpha_0^2 \beta_i^2 P_i = \frac{4\beta_i^2}{(1 + \beta_i + \beta_t)^2} P_i$$

Dans le cas d'un couplage critique, cette puissance réfléchie sera exactement la même que la puissance fournie par le générateur précédemment ($P_r^{\text{RF OFF}} = P_i$).

Ainsi, la cavité est dite « **sur-couplée** » lorsque $\beta_i > \beta_i^{\text{crit}}$, c'est-à-dire, d'après (415) et (417), lorsque $P_r^{\text{RF OFF}} > P_i$. Dans le cas d'un très fort sur-couplage, il est intéressant de remarquer que $P_r^{\text{RF OFF}} \xrightarrow{\beta_i \gg \beta_i^{\text{crit}}} 4P_i$.

Inversement, la cavité est dite « **sous-couplée** » lorsque $\beta_i < \beta_i^{\text{crit}}$, soit lorsque $P_r^{\text{RF OFF}} < P_i$. Deux cas peuvent alors être différenciés :

- si $\beta_i < \frac{\beta_i^{\text{crit}}}{3}$, alors $P_r^{\text{RF OFF}} < P_r^{\text{RF ON}}$.
- si $\beta_i > \frac{\beta_i^{\text{crit}}}{3}$, alors $P_r^{\text{RF OFF}} > P_r^{\text{RF ON}}$.

Les résultats précédents sont résumés sur la figure 4-14 ; ils mettent en évidence que c'est en visualisant la réponse de la cavité à une impulsion HF que l'on peut déterminer si la cavité est sous-couplée ou sur-couplée*.

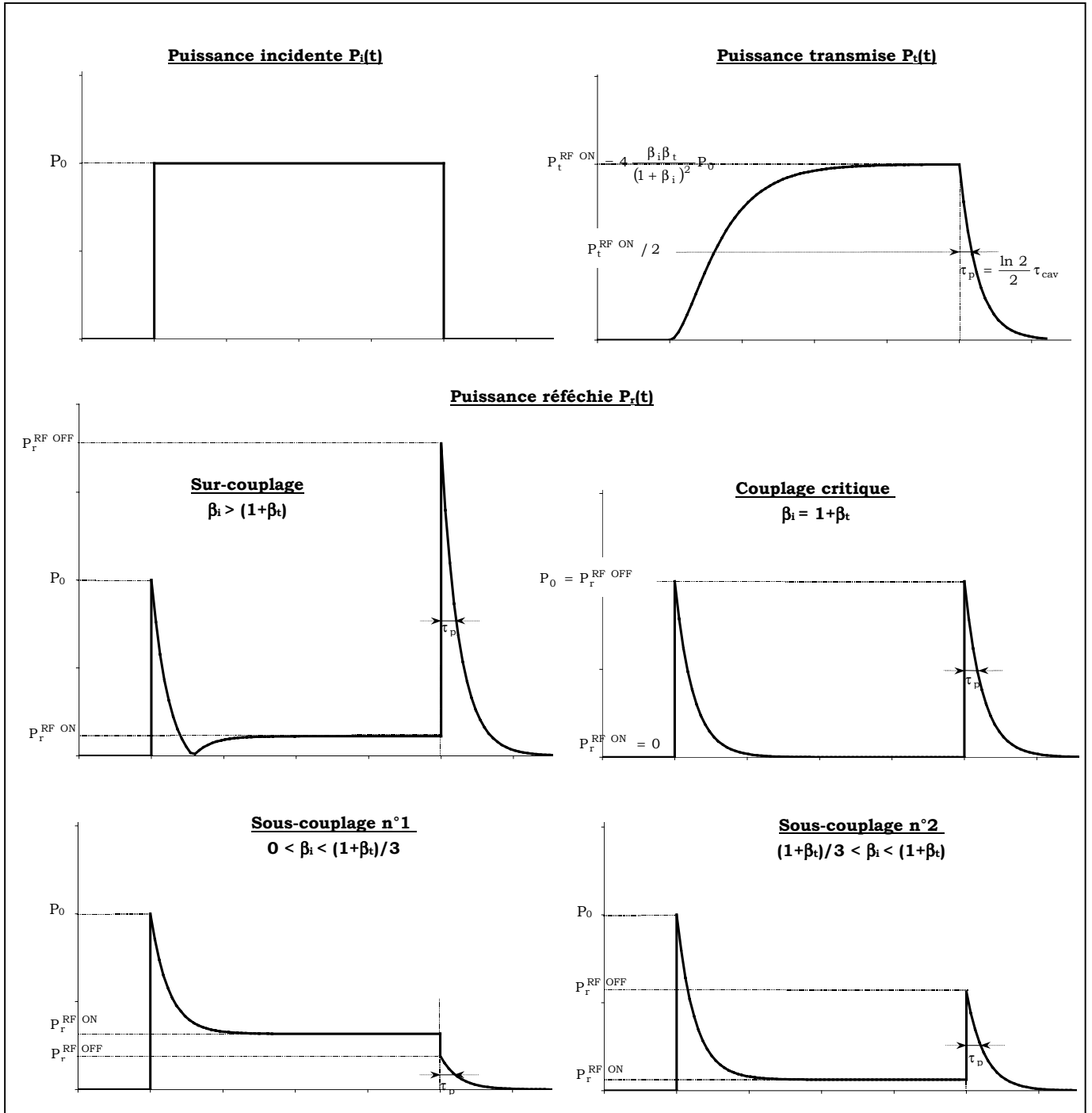


Figure 4-14 : Réponse temporelle de la cavité à un signal RF
 (la puissance réfléchie est tracée pour diverses valeurs du couplage incident β_i)

* Notons que cette détermination est également possible en visualisant la forme de l'abaque de Smith en réflexion sur un analyseur de réseau.

Procédure expérimentale lors d'un test à très basse température -----

Pendant un test HF, il est important de pouvoir mesurer le Q_0 d'une cavité avec le maximum de précision, notamment lors d'un test à très basse température où les valeurs de Q_0 sont très élevées ; on peut alors montrer que l'erreur sur la mesure du Q_0 est minimisée lorsque l'on obtient le couplage critique sur le port incident (puissance réfléchie nulle $P_r^{\text{RF ON}} = 0$). Avant un test (cf. chapitre 4.2), il s'agit ainsi, à partir de la valeur de Q_0 attendue, de déterminer précisément la longueur de l'antenne incidente* qui permettra d'obtenir un couplage proche du couplage critique.

La valeur du couplage au niveau du port transmis peut par contre être choisie indifféremment. Cependant, ce couplage est généralement choisi très faible (lorsque cela est possible), de façon à obtenir $\beta_t \ll 1$ (et $\alpha_t \ll 1$) ; toutes les expressions précédentes sont alors simplifiées et l'équation (416) donne alors :

$$(418) \quad \beta_i^{\text{crit}} \approx 1$$

Si l'on se place dans cette condition de couplage critique, la valeur de Q_0 devient alors très simple à mesurer puisque l'on obtient :

$$(419) \quad Q_0 \approx 2Q_L$$

Etudions à présent le dispositif expérimental décrit sur la figure 4-15 :

- la cavité à tester est maintenue à la température de l'hélium liquide (4,2°K) dans le cryostat CV2 ; il est possible de la refroidir jusqu'à environ 1,5°K en pompant sur le bain d'hélium.
- du fait de la bande passante très étroite de la cavité chargée ($\Delta\omega = \omega_0 / Q_L < 1\text{Hz}$), il est nécessaire que la fréquence de la source HF soit rigoureusement égale à sa fréquence de résonance. Or, cette fréquence peut varier sous l'effet de diverses causes extérieures (température, vibrations,...) : il est donc nécessaire d'asservir à tout instant la fréquence de l'onde incidente à celle de la cavité. Cette condition est réalisée grâce à une boucle verrouillée en phase, qui, en comparant en permanence les phases à l'entrée et à la sortie de la cavité, permet

* Ou d'utiliser un coupleur variable...

à la source HF (oscillateur YIG* modulable en fréquence dans la plage 0,5-2GHz) de délivrer un signal dont la fréquence est exactement égale à celle de la cavité.

- le signal fourni par l'oscillateur attaque ensuite un amplificateur d'une puissance de 200W via un atténuateur variable qui permet de moduler la puissance HF alimentant la cavité.
- entre la sortie de l'amplificateur et la cavité, on trouve un isolateur (destiné essentiellement à protéger l'amplificateur contre toute puissance réfléchi), puis un coupleur bi-directionnel permettant d'effectuer la mesure des puissances incidente et réfléchi. Le port transmis (faiblement couplé) de la cavité permet grâce à un coupleur d'envoyer le signal de sortie vers la boucle et de mesurer la puissance transmise. Notons enfin la présence d'un déphaseur manuel qui permet d'ajuster les variations de phase dues à la différence de parcours des signaux incidents et transmis.

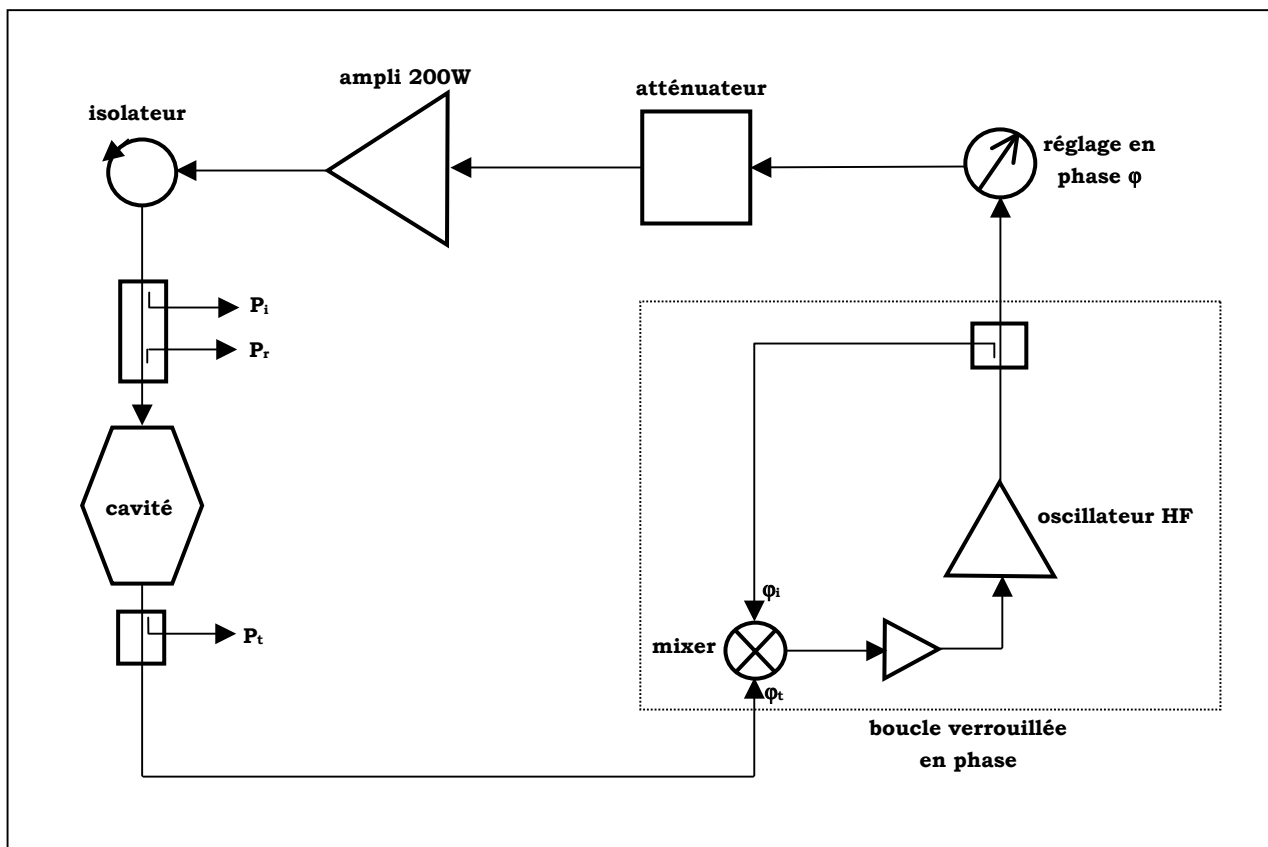


Figure 4-15 : Schéma de principe du banc de mesures.

* YIG : Yttrium Iron Garnet.

Le test d'une cavité vise essentiellement à mesurer la courbe $Q_0 = f(E_{acc})$. Pour cela, la procédure expérimentale est la suivante :

- **calibration du banc de mesures** : recherche de la fréquence de résonance ; mesure des atténuations dues aux câbles ; tests de cohérence entre la mesure des tensions et des puissances (incidentes et réfléchies) ; détermination du Q_L de la cavité couplée par la mesure du temps de décroissance τ_v (temps au bout duquel la tension a diminué de moitié) ou τ_p (temps au bout duquel la puissance a diminué de moitié) puisque d'après (407) et (408), $Q_L = \omega_0 \tau_p / \ln 2 = \omega_0 \tau_v / 2 \ln 2$.
- **mesure des points courants** : pour une température donnée, on mesure, pour diverses valeurs de la puissance incidente P_i , les puissances réfléchie P_r et transmise P_t afin de déterminer les couplages Q_i et Q_t ; la valeur du Q_0 peut alors se calculer d'après (413), tandis que le champ accélérateur peut être par exemple déduit de* :

$$(420) \quad E_{acc} = \frac{1}{L_{acc}} \sqrt{2 \frac{r}{Q} Q_t P_t}$$

Enfin, rappelons encore une fois que la **précision des mesures** sera très dépendante de la valeur du couplage sur le port incident†, comme l'indique le tableau suivant¹³⁰ :

β_i	ΔQ_0 (%)	ΔE_{acc} (%)
0,08	30	22
0,3	32	10
1	14	8
2,5	50	18
4	100	24

où ΔQ_0 et ΔE_{acc} représentent la dispersion des mesures données par :

$$(421) \quad \Delta Q_0 = \frac{Q_{0MAX} - Q_{0MIN}}{Q_{0MOYEN}} \quad \text{et} \quad \Delta E_{acc} = \frac{E_{accMAX} - E_{accMIN}}{E_{accMOYEN}}$$

* La valeur du r/Q (et de L_{acc}) est ici donnée par les codes de calcul.

† Le couplage optimal est donné comme on l'a vu pour $\beta_i \approx 1$; mais lors de la mesure d'une cavité, le Q_0 (et donc le β_i) varie très fortement selon la température du bain d'hélium et le champ accélérateur développé : il est donc important, avant le test, de bien cadrer la plage de Q_0 attendue (utilisation des codes de calcul) afin de faire en sorte, par le choix de la longueur de l'antenne incidente, que le couplage ne s'éloigne jamais trop du $\beta_i = 1$ pendant le test.

4. 2. Mesures à température ambiante.

4. 2. 1. Mesures HF à 300K.

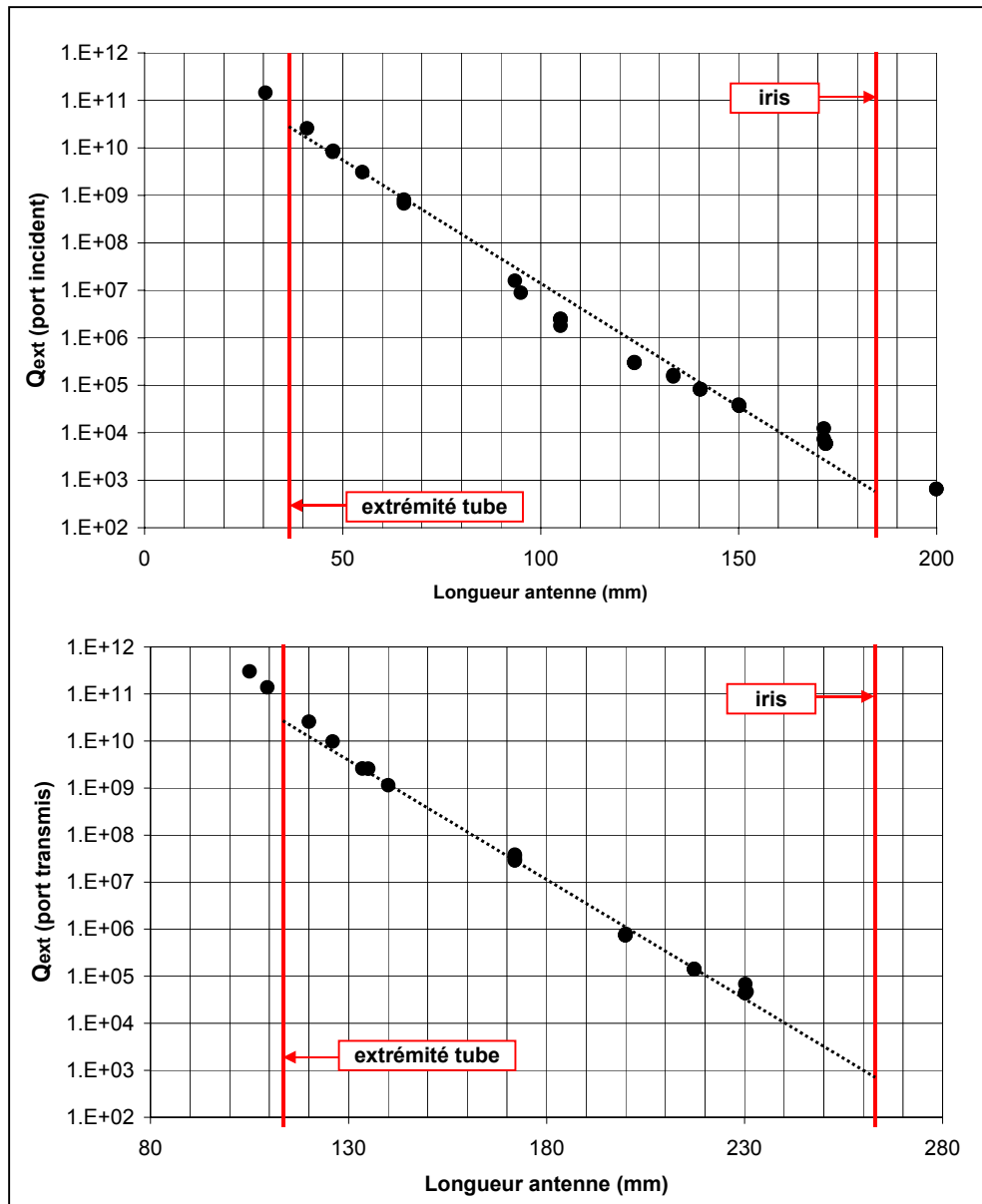
Comme nous l'avons souligné précédemment, il est important d'effectuer plusieurs mesures préliminaires à température ambiante dès la réception de la cavité afin de contrôler d'une part la fréquence de résonance ou le facteur géométrique G , mais surtout de préparer le test à très basse température, en effectuant notamment des mesures de couplage pour choisir la longueur des antennes à utiliser.

Mesure des couplages et choix de la longueur des antennes -----

La détermination des Q_{ext} s'effectue selon la méthode de mesure décrite au chapitre 4.1 : pour différentes longueurs d'antennes incidentes et transmises, on mesure, à l'aide d'un analyseur de réseau et après une calibration, la fréquence de résonance ω_0 , le signal réfléchi R (dB) et transmis T_{max} (dB), ainsi que la bande passante $\Delta\omega$; on en déduit alors Q_L , les coefficients α pour enfin remonter aux Q_{ext} et au Q_0 de la cavité.

Il est alors possible de tracer l'évolution des couplages incident et transmis Q_i et Q_t en fonction de la longueur L_{ant} de l'antenne utilisée (figures 4-16) ; cela permet de mettre en évidence plusieurs choses :

- selon le port utilisé, un même couplage est obtenu pour des longueurs d'antenne différentes, ce qui peut paraître étonnant vu la symétrie de la cavité. Cela est dû au fait que sur le port incident, la connexion est réalisée avec un simple passage HF, alors que sur le port transmis, il est nécessaire de rajouter un té destiné à permettre le pompage de la cavité lors du test à froid (figure 4-17).



Figures 4-16 : Mesure des couplages incidents et transmis pour la cavité A102 en fonction de la longueur de l'antenne choisie (antennes $\varnothing 6$ mm).

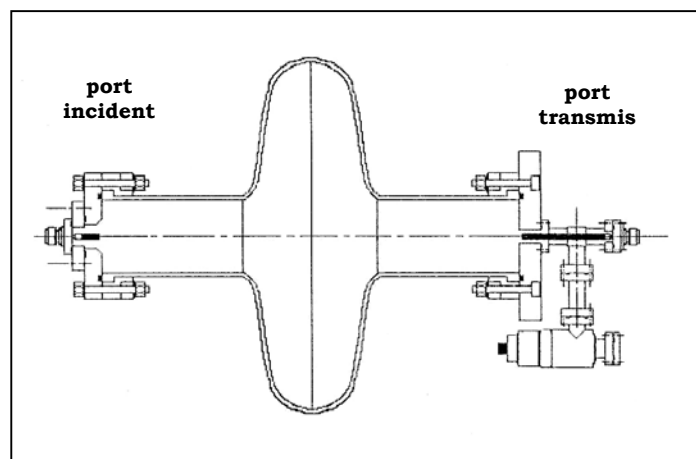


Figure 4-17 : Schéma de montage (cavité A102).

- pour une antenne pénétrant suffisamment dans le tube, mais pas trop à l'intérieur de la cavité, on observe une augmentation exponentielle du couplage (c'est-à-dire une diminution du Q_{ext}) avec la longueur de l'antenne : les champs du mode TM_{010} décroissent en effet de façon exponentielle le long du tube faisceau (région du « cut-off »)* comme $E_z \propto \exp(-k_g z)$; le couplage augmente donc de façon exponentielle à mesure que l'on fait pénétrer l'antenne à l'intérieur de la cavité puisque $Q_{\text{ext}} = \omega_0 U / P_{\text{cav}} \propto 1/E_z^2 \propto \exp(2k_g z) \propto \exp(-2k_g L_{\text{ant}})$. La dépendance attendue, dans le cas de A102 ($k_g = 58,3\text{m}^{-1}$) est tracée en ligne pointillée sur les figures 4-16.
- comme on l'a vu au chapitre 4.1, on vise, en vue du test à froid, un couplage transmis très faible ($Q_t \sim 10^{11}$ à 10^{12}), et surtout un couplage incident proche du couplage critique $\beta_i \sim 1$ (d'où $Q_i \sim Q_0$). La longueur des antennes à choisir pour obtenir ces couplages se déduit des figures 4-16. Notons toutefois que, du fait de la dépendance exponentielle mise en évidence précédemment, la valeur du Q_{ext} obtenu est très sensible à toute variation de la longueur de l'antenne choisie : il est ainsi essentiel, pour atteindre le couplage souhaité, de déterminer très précisément cette longueur, comme on peut le voir sur le tableau récapitulatif suivant :

	A102	A103	A104	Z101
L_{ant} incident (mm)	48	30,5	26	55
Q_i visé	10^{10}	10^{10}	$9 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^9$
L_{ant} transmis (mm)	105	90	89	108
Q_t visé	$3 \cdot 10^{11}$	$5 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{11}$	$9 \cdot 10^{11}$

A propos de la fréquence de résonance -----

La valeur de la fréquence fondamentale (mode TM_{010}) a été mesurée pour chacune de nos cavités, et ce dès la livraison, c'est-à-dire avant tout traitement chimique de surface. Les résultats de ces premières mesures, effectuées à 300°K et à pression atmosphérique, sont résumées dans le tableau ci-dessous. On y trouvera également les fréquences mesurées après le traitement chimique de $100\mu\text{m}$, pour des températures de 300°K , $4,2^\circ\text{K}$ et $1,5^\circ\text{K}$.

* On rappelle en effet que lorsque la fréquence de résonance de la cavité est inférieure à la fréquence de coupure du tube (ce qui est toujours le cas pour le mode TM_{010}), les champs deviennent alors évanescents le long du tube faisceau, et accusent une décroissance exponentielle.

	fréquence mesurée (MHz)					fréquence calculée* (MHz)
	avant chimie		après chimie ~100µm			
	300°K P _{atm}	300°K vide	300°K vide	4,2°K vide	1,6°K vide	
A101	698,51	698,23	-	-	-	704,6
A102	700,30	-	699,73	700,83	701,30	704,2
A103	702,28	-	701,47	702,62	703,08	700,1
A104	693,38	-	692,70	693,88	694,55	704,4
Z101	691,14	-	688,94	690,06	691,96	699,5

On constate dans un premier temps que :

- la fréquence diminue lorsque l'on fait le vide dans la cavité. On pourrait cependant s'attendre à ce que cette fréquence augmente : on a en effet $f \propto 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ (cf. chapitre 2), et en considérant que la permittivité relative de l'air vaut environ 1,003 (tandis que $\mu_{\text{air}} = \mu_0$), il vient alors que $f_{\text{vide}}/f_{\text{air}} \approx \sqrt{1,003}$, ce qui laisse prévoir une augmentation de fréquence de l'ordre de 1MHz lorsque l'on fait le vide dans notre cavité. Le fait que l'on enregistre ici une baisse de fréquence peut en réalité s'expliquer par le théorème de Slater : comme on le reverra, la déformation mécanique de la cavité du fait de la mise sous vide induit une diminution du volume électrique de la cavité, qui a pour effet de faire diminuer sa fréquence de résonance ; cet effet annule ainsi l'effet lié à la permittivité de l'air, et induit globalement une diminution de la fréquence.
- de même, la fréquence diminue encore après le traitement chimique de 100µm (qui conduit globalement à une augmentation du volume magnétique).
- par contre, la fréquence augmente à mesure que l'on refroidit la cavité, du fait de la contraction thermique du niobium (d'environ 1,6mm/m à 2K).

Nous n'attacherons pas ici un grand intérêt à ces évolutions de la fréquence de résonance car nos cavités prototypes visent avant tout à démontrer les performances requises. Cependant, en ce qui concerne les futures cavités destinées à être utilisées dans ASH, il sera essentiel d'étudier avec précision l'influence de la procédure de préparation sur la fréquence de résonance afin d'obtenir au final (cavité refroidie dans son cryomodule) les 704,4MHz désirés avec une précision de l'ordre du kHz[†].

* Fréquence calculée à l'aide de SUPERFISH d'après le profil théorique des cavités.

† Rappelons en effet que le système d'accord à froid ne sera capable de modifier la fréquence de la cavité que dans une plage de quelques kHz.

Il apparaît également, dans le cadre de ce même objectif, que l'accord « à chaud » de la cavité doit être d'une grande précision, tout en ne déformant pas trop la cavité. Il est pour cela impératif que la fréquence mesurée à la livraison ($f_{réelle}$) reste très proche de la fréquence calculée (f_{calcul}) à partir des plans de la cavité (pas plus de 1 à 2MHz)*. Or, on constate sur tous nos prototypes des écarts $f_{calcul}-f_{réelle}$ quasi reproductibles de plusieurs MHz !!! Deux explications peuvent être ici envisagées : une mauvaise prédiction des codes de calcul (hypothèse la moins probable), ou des tolérances de fabrication non respectées (hypothèse la plus probable).

Le contrôle du profil de nos cavités par mesures tri-dimensionnelles (cf. chapitre 4.2.2) permettent de prouver qu'il s'agit bien d'un problème lié à la fabrication (problème lié notamment au rétreint de soudure qui est plus important que prévu). Ces erreurs devront être absolument corrigées dans l'avenir, ce qui passera par un contrôle plus strict de toute la procédure de fabrication.

A propos du facteur géométrique G -----

Les mesures à température ambiante permettent également de déterminer le Q_0 de la cavité, et de remonter à son facteur géométrique G^\dagger , sachant que la résistance de surface du niobium à 300°K, donnée par l'équation (272), se calcule à partir de la fréquence de résonance de la cavité et de la conductivité du niobium qui vaut $\sigma_{Nb}=6,9.10^6 \Omega^{-1}m^{-1}$. Les résultats restent très cohérents avec les prédictions des codes de calcul, comme le montre le tableau suivant :

	A101	A102	A103	A104	Z101
Q_0 mesuré @300K	9150	9100	7600	8200	7400
R_s @300K (m Ω)	19,99	20,02	20,05	19,92	19,89
G mesuré (Ω)	183	182	152	163	147
G calculé ‡ (Ω)	186,7	186,7	157,0	164,8	149,0

* Le banc d'accord à chaud devrait pouvoir corriger des différences de plusieurs MHz. Cependant, pour des raisons liées aux contraintes exercées sur le niobium lors de l'accord, il ne faut pas trop déformer les cavités multi-cellules lors de l'accord et du plat de champ ; on estime qu'une correction maximale de quelques mm sur la longueur totale reste acceptable afin de rester dans le domaine faiblement plastique du niobium ; étant donné la sensibilité de nos cavités à une déformation en z (df/dz de l'ordre de 200 à 300kHz/mm), il faut donc s'assurer que l'on n'aura pas plus de 1 à 2MHz de correction à effectuer.

† Il s'agit ici bien évidemment du G correspondant au mode TM_{010} .

‡ Résultats SUPERFISH.

On observe néanmoins que les valeurs mesurées sont légèrement inférieures aux valeurs prédites par SUPERFISH ; cet effet peut s'expliquer par les 2 contributions suivantes :

- l'effet de la rugosité du niobium, qui induit une surface RF réelle plus importante que la surface RF théorique parfaitement plane : le G mesuré est ainsi toujours inférieur au G calculé. Ce phénomène peut d'ailleurs être utilisé comme méthode d'estimation de la rugosité du matériau utilisé.
- l'effet dû aux erreurs de tolérance lors de la fabrication (rétreint de soudure notamment qui induit une diminution de volume de la cavité) : le profil réel de la cavité n'est alors plus tout à fait le même que le profil théorique utilisé pour le calcul de G ; en mesurant le profil réel de la cavité (cf. paragraphe suivant), il est alors possible de remonter à la fréquence réelle de résonance ainsi qu'au facteur géométrique réel G. Les valeurs obtenues par cette méthode dans le cas de la cavité A101 confirment que le rétreint de soudure induit une diminution de G de l'ordre de 5Ω (environ 3%) :

	G par URMEL	G par SUPERFISH	G mesuré
Profil théorique	176,8 Ω	186,7 Ω	-
Profil réel mesuré	171,5 Ω	186,7 Ω -3% donne 181,1 Ω	183 Ω

Enfin, concernant la validité des codes de calcul, il apparaît que la valeur de G prédite par SUPERFISH est visiblement plus proche de la réalité que celle prédite par URMEL (qui, comme nous l'avons déjà souligné, la sous-estime du fait principalement de la rugosité artificielle introduite par son maillage rectangulaire). Il est donc plus judicieux de se fier aux valeurs de G données par SUPERFISH.

Mesure des fréquences HOM sur A101 -----

Enfin, les fréquences des modes supérieurs ont également été mesurées sur la cavité A101, et leurs valeurs confrontées aux prédictions des codes. Le tableau ci-contre regroupe tous les modes piégés monopolaires et dipolaires dont la fréquence est située en dessous de la fréquence de coupure TM_{01} des tubes faisceaux.

Plusieurs points peuvent être notés concernant cette mesure :

- les fréquences mesurées sont en bon accord avec les prévisions des codes ; on verra par la suite que les différences enregistrées proviennent de la différence entre le profil théorique (à partir duquel ont été faits les calculs) et le profil réel

de la cavité. Ces différences sont particulièrement importantes pour les modes de la forme TM_{mn1} , ce qui pourrait être dû à une dissymétrie de la cavité.

- contrairement aux modes monopolaires, les modes dipolaires se caractérisent, lors de leur mesure, par la présence d'un double pic représentant les 2 formes azimutales du mode, généralement séparées par 1 ou 2MHz. C'est la fréquence moyenne qui a été retenue ici.
- les valeurs de G sont très approximatives du fait de la faiblesse caractéristique des signaux émis par les modes supérieurs ; ces mesures sont ainsi empreintes d'une grande imprécision et ne sont données qu'à titre indicatif. Il sera intéressant pour des résultats plus précis d'effectuer cette mesure sur la cavité A105 qui sera munie de ports de couplage plus adaptés.
- enfin, notons que les modes monopolaires TE n'ont pu être détectés du fait de leur champ électrique uniquement transverse.

désignation	f calculée (MHz)	G calculé (Ω)	f mesurée (MHz)	G mesuré (Ω)
Modes monopolaires TM (calculs SUPERFISH – URMEL)				
TM 010	704,6 - 704,2	186,7 - 176,8	698,5	183
TM 020	1520,7 - 1519,8	435,6 - 412,1	1516,0	350
TM 011	1823,0 - 1822,4	356,5 - 338,2	1810,2	180
TM 030	2321,4 - 2319,7	678,4 - 641,1	2318,4	760
TM 021	2329,8 - 2328,3	431,1 - 407,5	2310,5	365
<i>Coupure TM 01 = 2868,9MHz</i>				
Modes monopolaires TE et modes dipolaires (calculs URMEL)				
TM 110	1034,6	264	1030,2	230
TE 111	1407,9	339	1410,9	280
TE 011	1816,0	512	-	-
TM 120	1827,3	409	1825,3	235
TM 111	1939,4	353	1923,6	145
TE 121	2085,4	568	2069,1	-
TE 112	2182,9	367	2177,5	-
<i>Coupure TE 11 = 2196,1MHz</i>				
TE 021	2398,2	877	-	-
TM 130	2704,6	694,8	2703,8	-
<i>Coupure TM 01 = 2868,9MHz</i>				

4. 2. 2. Mesures mécaniques.

Mesures 3D du profil des cavités -----

Suite aux écarts constatés entre les valeurs de la fréquence mesurée et de la fréquence prédite par les codes de calcul, nous avons déterminé précisément le profil de nos cavités* en utilisant un banc de mesure tri-dimensionnel situé au LAL† à Orsay. Pour chaque cavité, la procédure est la suivante :

- mesure de la géométrie externe de la cavité : pour cela, 18 profils (r,z) espacés azimutalement de 20° sont mesurés (950 points par profil, précision à 3µm).
- mesure de l'épaisseur de niobium le long des profils : cette mesure, effectuée à l'aide d'une sonde à ultra-sons (précision à 10µm), permet alors de remonter aux 18 profils internes de la cavité. Notons à ce propos que pour les cavités réalisées par repoussage, l'épaisseur est loin d'être constante le long du profil de la cavité. Pour A101 par exemple‡, elle vaut 2,6mm au niveau de la soudure de l'équateur, puis augmente régulièrement à mesure que l'on s'en éloigne pour atteindre 5mm dans la région de l'iris (figure 4-18).

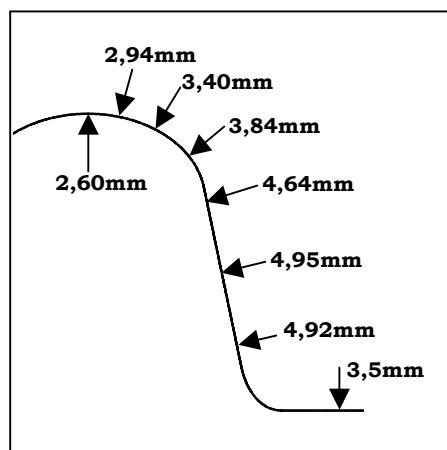


Figure 4-18 : *Epaisseur mesurée de A101 le long de son profil.*

* Cette campagne de mesure est en cours ; à l'heure où est écrit ce manuscrit, seules A101, A102 et Z101 ont été mesurées.

† LAL : Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire.

‡ Notons ici que A101 a été fabriquée avec des tôles de niobium de dimensions 400×400. Ces dimensions un peu trop réduites ont imposé de repousser beaucoup de matière pour former l'équateur. L'épaisseur à l'équateur est ainsi particulièrement fine, et ce problème devrait être en partie résolu en utilisant des tôles de niobium de dimensions un peu plus importantes (430×430), comme ce sera notamment le cas pour la fabrication de A105.

D'après les premiers résultats de ces mesures de profil :

- on constate que la distance d'iris à iris (longueur L) est plus courte que prévu d'environ 3mm pour A101 et A102. Cet effet est sans aucun doute dû au rétreint de soudure (lors de la soudure de l'équateur par CERCA) qui a été plus important que prévu. Dans le cas de Z101, il semble que ce rétreint soit encore plus important (supérieur à 5mm) car la soudure a dû être refaite 3 fois par ZANON.
- on constate également sur A101 et A102 une dissymétrie entre les 2 cellules (les tubes ne sont notamment pas bien alignés), qui pourrait être due au fait que ces cavités n'étaient pas positionnées horizontalement lors de la soudure de l'équateur. Cette dissymétrie explique notamment le fort écart enregistré précédemment sur les mesures des HOM de la forme TM_{mn1} .

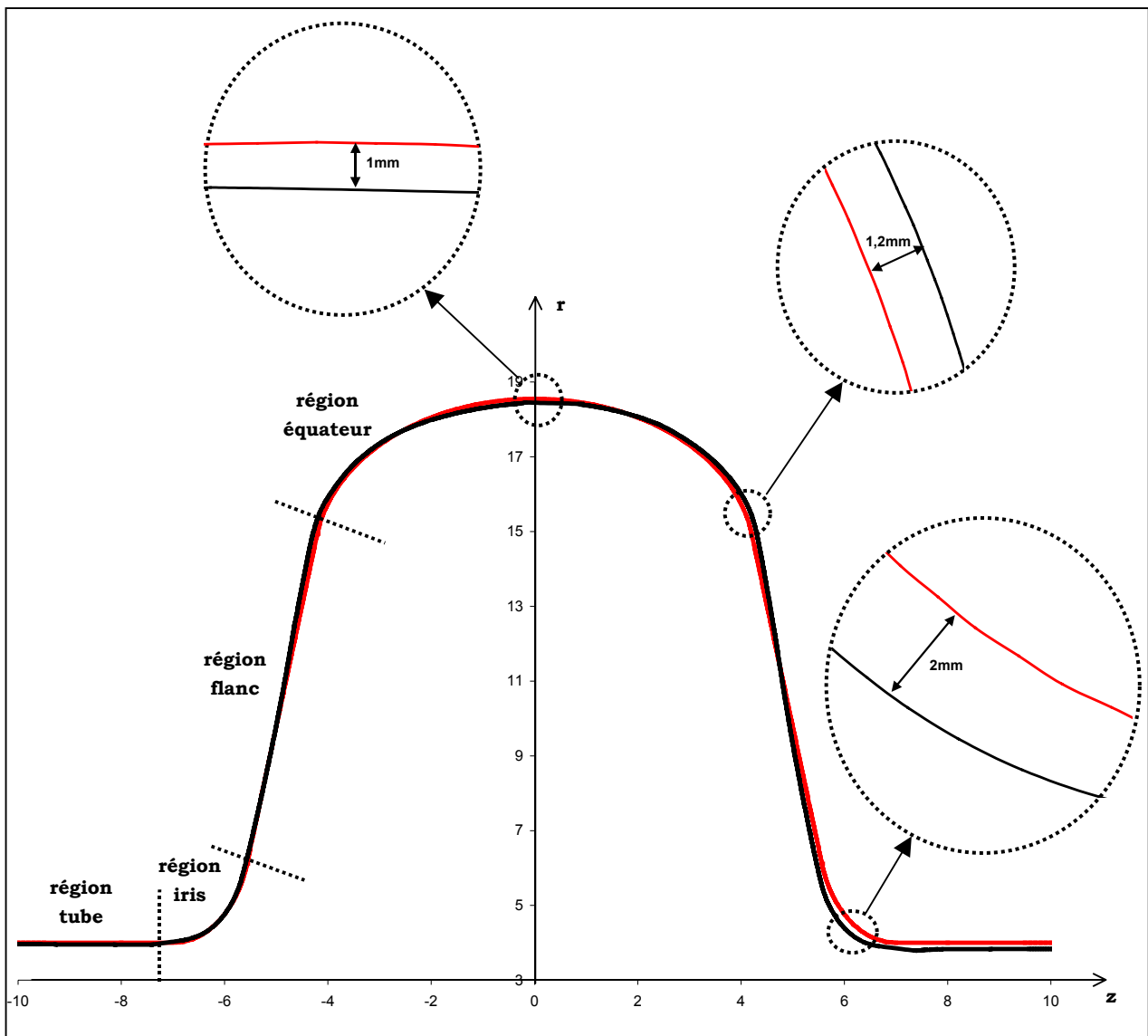


Figure 4-18 : Comparaison entre le profil théorique de A101 (en rouge) et un des 18 profils mesurés (en noir).

Si l'on compare par exemple l'un des 18 profils mesurés avec le profil théorique (figure 4-18 dans le cas de A101), il apparaît que la différence reste très faible (au maximum 2mm dans la région de l'iris). L'effet du rétreint de soudure est cependant assez net puisqu'on remarque un resserrement des iris (perte de volume électrique) et un gonflement de l'équateur (augmentation du volume magnétique) : d'après Slater, cet effet va dans le sens d'une diminution de la fréquence.

Cette analyse explique donc bien pourquoi A101 a une fréquence de résonance réelle d'environ 6MHz plus faible que prévu ; de plus, l'ordre de grandeur de l'écart en fréquence est compatible avec les sensibilités df/dz et df/dr calculées par SUPERFISH sur les différentes régions de la cavité* :

- région tube : $df/dz=0\text{MHz/mm.}$
 $df/dr=+0,05\text{MHz/mm.}$
- région iris : $df/dz=+1,2\text{MHz/mm.}$
 $df/dr=+0,6\text{MHz/mm.}$
- région flanc : $df/dz=+0,09\text{MHz/mm.}$
 $df/dr=+0,01\text{MHz/mm.}$
- région équateur : $df/dz=-3,3\text{MHz/mm.}$
 $df/dr=-4\text{MHz/mm.}$

Afin de préciser cette tendance, chaque profil mesuré a été entré dans URMEL afin d'effectuer une simulation HF. En calculant les fréquences de chacune des 18 cavités axisymétriques ainsi obtenues, on peut alors montrer que l'on encadre très bien la fréquence mesurée.

Cette étude a été effectuée par l'IPN¹³¹, et les résultats obtenus dans le cas de la cavité A101 sont regroupés dans le tableau suivant (l'étude est ici effectuée pour tous les modes TM monopolaires) ; ces résultats essentiels permettent de constater que l'on retrouve bien par le calcul les valeurs de fréquences obtenues par la mesure.

* Ces sensibilités expriment le detuning df induit par un mouvement de la paroi en z ou en r . Les valeurs représentent les valeurs maximales calculées pour chaque région à partir du théorème de Slater.

	fréquence calculée (MHz) (URMEL)				
	TM 010	TM 020	TM 011	TM 021	TM 030
profil 1	700.10	1524.17	1812.96	2306.07	2330.32
profil 2	700.92	1525.53	1813.97	2308.41	2331.60
profil 3	699.78	1522.77	1812.24	2304.68	2326.49
profil 4	697.86	1518.57	1809.48	2301.00	2319.81
profil 5	696.71	1516.19	1808.00	2296.67	2316.03
profil 6	695.65	1513.80	1807.84	2295.63	2310.97
profil 7	696.50	1515.97	1809.26	2297.53	2315.19
profil 8	697.19	1517.95	1812.30	2302.05	2318.66
profil 9	698.75	1521.57	1814.41	2305.50	2325.94
profil 10	699.89	1524.28	1815.05	2307.59	2330.84
profil 11	699.98	1524.06	1812.79	2305.34	2330.62
profil 12	698.17	1519.97	1809.58	2301.65	2321.95
profil 13	696.87	1517.00	1807.31	2298.53	2315.78
profil 14	696.24	1515.43	1806.23	2296.48	2313.66
profil 15	695.93	1514.32	1806.70	2296.79	2311.78
profil 16	696.14	1515.32	1808.76	2298.77	2313.30
profil 17	696.53	1516.38	1811.39	2302.34	2314.87
profil 18	698.12	1519.97	1813.87	2307.69	2320.80
moyenne des profils mesurés	697.85	1519.07	1810.67	2301.82	2320.48
écart type	1.68	3.83	2.87	4.35	7.15
profil théorique	704.2	1519.8	1822.4	2328.3	2319.7
	fréquence mesurée (MHz)				
cavité réelle	698.5	1516.0	1810.2	2310.5	2318.4

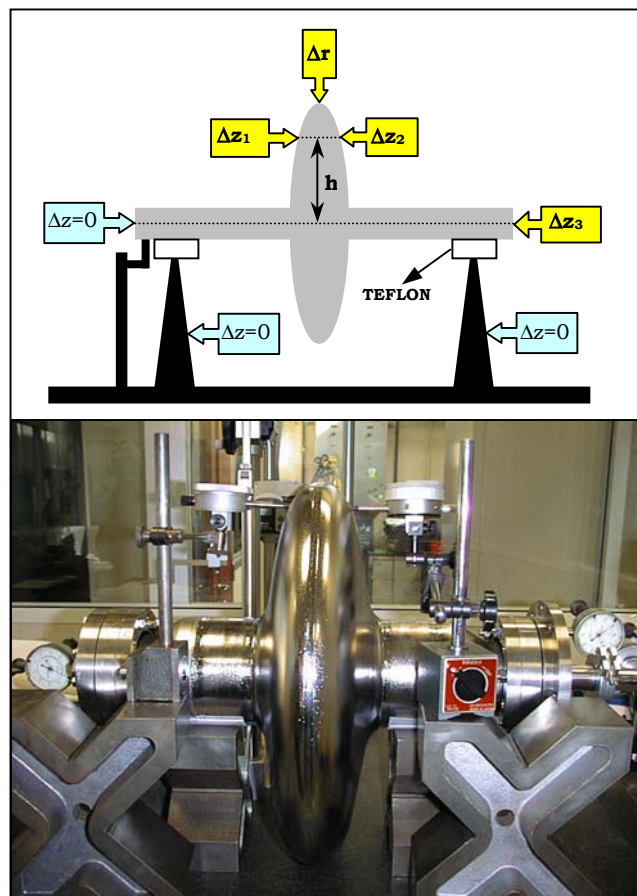
Notons enfin que la même étude effectuée pour les modes dipolaires de A101 a également abouti aux mêmes conclusions.

Mesures de déformation mécanique -----

Il nous a paru intéressant d'étudier le comportement mécanique de nos cavités en mesurant la déformation de leur profil sous vide.

L'appareillage expérimental (figures 4-19) est le suivant :

- la cavité est posée sur un support stable ; elle est fixée à une extrémité, et laissée libre à l'autre extrémité ; des plaques de téflon permettent d'assurer son déplacement horizontal sans frottement.
- des comparateurs de sensibilité $10\mu\text{m}$ sont placés sur les supports et sur la bride fixe pour vérifier la stabilité du dispositif. Quatre autres comparateurs permettent de mesurer la déformation de la cavité en r (Δr à l'équateur) et en z (Δz_1 et Δz_2 sur les flancs de la cavité à une hauteur h réglable, et Δz_3 sur la bride mobile).
- une pompe est reliée à la cavité afin de pouvoir y faire le vide, ainsi qu'un analyseur de réseau pour la mesure de la fréquence de résonance.



Figures 4-19 : Schéma du banc expérimental de mesure de déformation et vue de la cavité A103 en cours de mesure.

Lorsque l'on fait le vide dans la cavité, celle-ci se déforme comme le montre de façon exagérée la figure 4-20. Les évolutions des déformations Δz_1 (à diverses hauteurs), Δz_3 et Δr , ainsi que la fréquence de résonance sont représentées sur la figure 4-21 en fonction de la pression à l'intérieur de la cavité (mesure de A101).

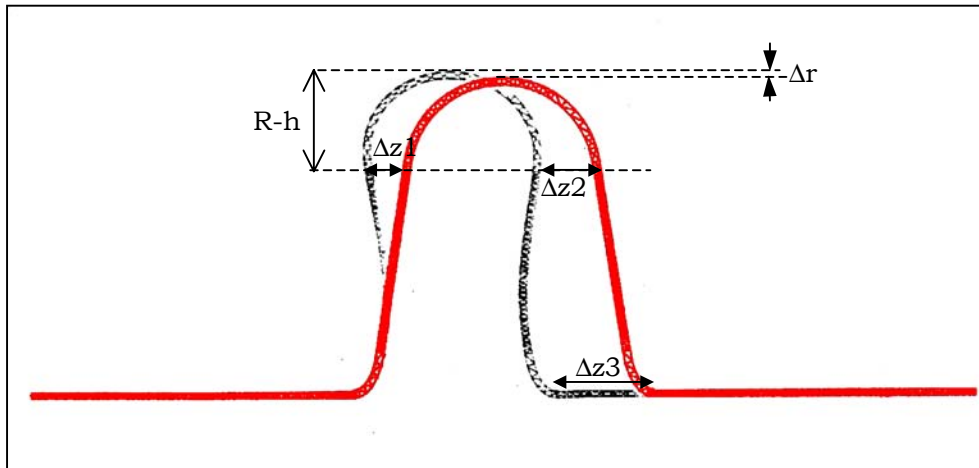
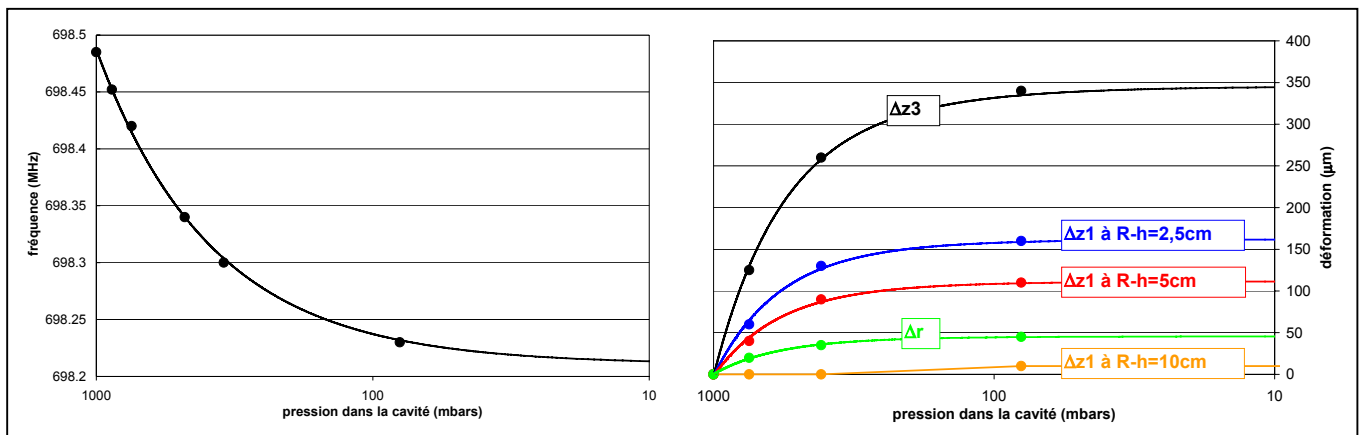
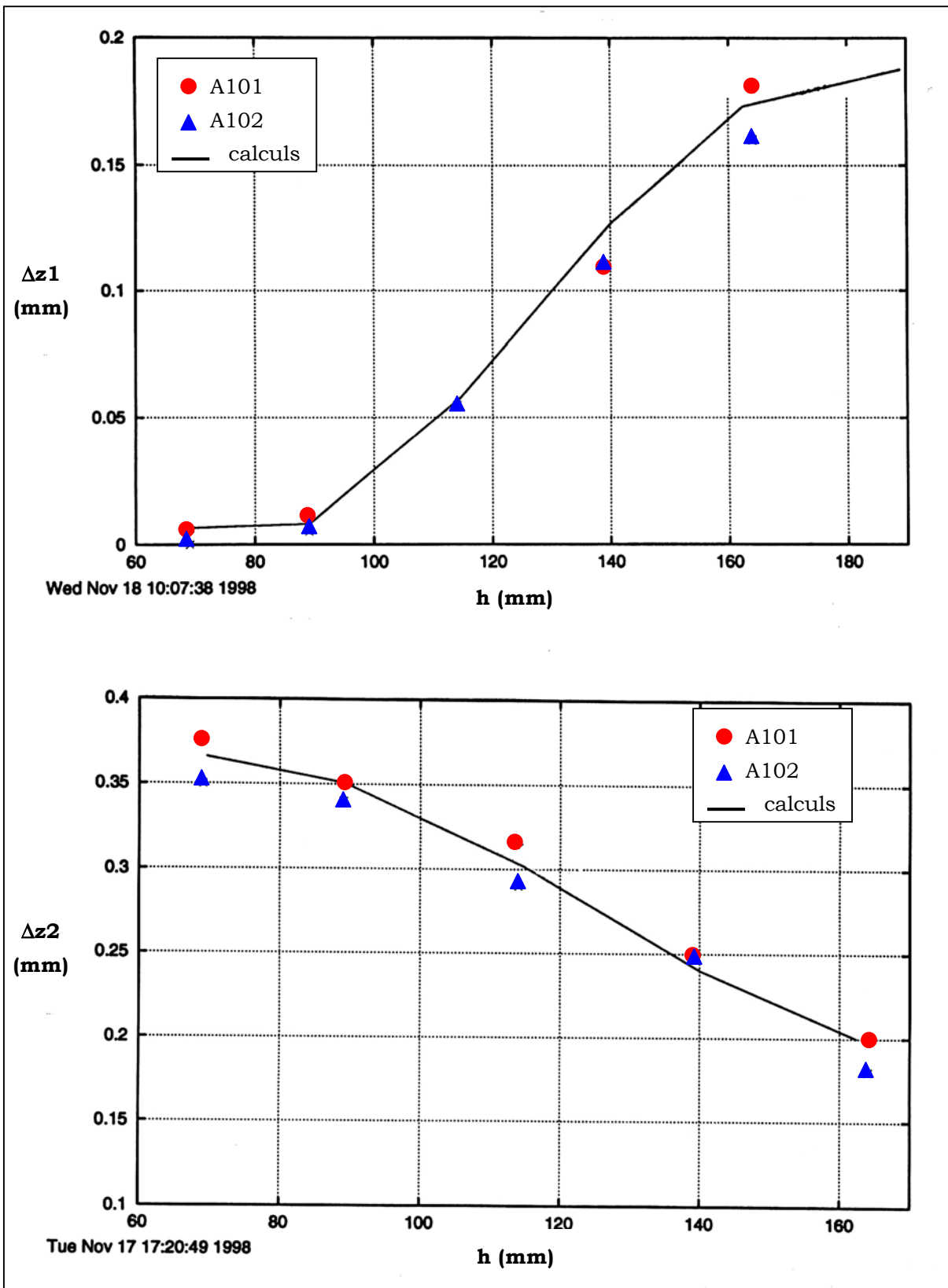


Figure 4-20 : Déformation exagérée (en noir) de la cavité A101 sous vide.



Figures 4-21 : Evolution de la fréquence et des déformations en fonction de la pression à l'intérieur de la cavité A101 (R est le rayon de la cavité).

Les résultats de ces mesures ont été confrontés avec les simulations effectuées par le code de calcul CASTEM¹³². Une très bonne concordance des résultats est observée (figures 4-22), ce qui permet notamment de valider tous les calculs de contrainte mécanique effectués jusqu'à présent à l'aide de ce code. Enfin, notons que le RRR du niobium n'a pas d'influence notable sur le comportement mécanique tant que l'on reste dans cette gamme de faibles déformations (zone élastique) : on mesure en effet à peu de choses près les mêmes déformations pour A101 (RRR=30) et A102 (RRR=250).



Figures 4-22 : Evolution des déformations Δz_1 et Δz_2 en fonction de h (confrontation entre mesures et simulations CASTEM).

4. 3. Mesures à très basses températures.

4. 3. 1. Cavité A102*.

Les excellentes performances de A102 -----

Le premier test en cryostat de la cavité A102 (profil préliminaire Saclay $\beta_g=0,658$) a eu lieu les 23 et 24 novembre 1998 ; il a donné d'excellents résultats, comme l'indique la figure 4-23.

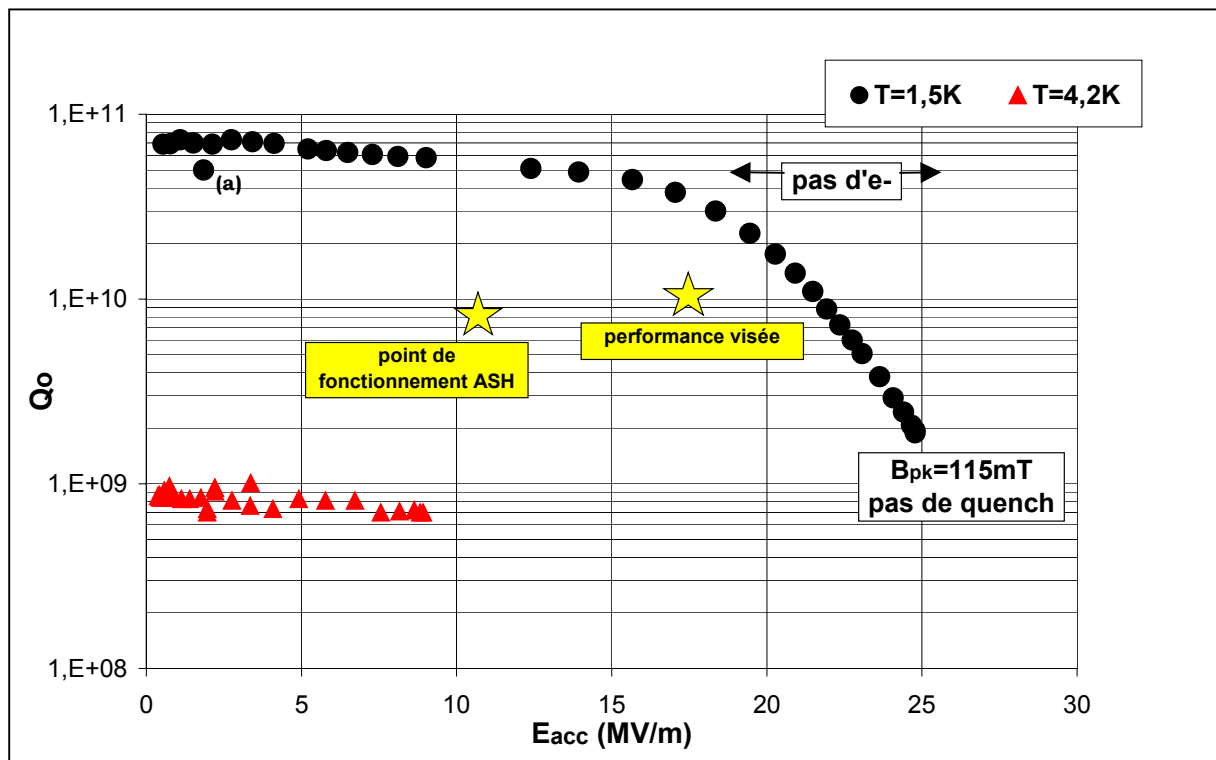


Figure 4-23 : Mesure de $Q_0=f(E_{acc})$ pour la cavité A102 à $T=4,2K$ et $T=1,5K$ (novembre 1998).

* Tous les résultats concernant la cavité A102 ont été publiés lors du « 3rd Int. Conf on Accelerator Driven Transmutation Technologies » (Prague, 1999)⁹⁸ et lors du « 9th Workshop on RF Superconductivity » (Santa Fe, 1999)¹⁵¹.

Lors de la première série de mesures à 4,2K, la cavité a atteint un champ accélérateur maximum de 9MV/m (limitation par la saturation de l'ampli 200W*) avec un Q_0 , à 1MV/m, de l'ordre de 8.10^9 .

Les performances mesurées à $T=1,5K$ sont extrêmement encourageantes puisque la cavité dépasse largement les spécifications désirées :

- le champ accélérateur atteint 25MV/m, ce qui correspond à $E_{pk}=50MV/m$ et $B_{pk}=115mT$. Là encore, la limitation ne provient pas d'un quench mais d'une saturation de l'ampli.
- le Q_0 est également particulièrement élevé puisqu'il reste supérieur à 5.10^{10} jusqu'à 15MV/m. Cette première performance, signe d'un niobium de très bonne qualité, semble indiquer qu'il est inutile d'envisager un recuit de purification pour les cavités ASH.

A propos de la pente observée -----

Les mesures d'émissions d'électrons et de rayons X ont révélé les phénomènes suivants :

- la détection d'électrons entre 9,5 et 12,5MV/m laisse présager la présence d'une barrière de multipacting ; cette barrière est cependant très légère et a été dépassée sans aucune difficulté.
- la détection d'un faible courant d'électrons + rayons X (typique de l'émission de champ) à 15MV/m indique la présence d'un petit émetteur ponctuel ; toute trace de cet émetteur disparaît après 18MV/m.
- la détection de rayons X à partir de 22MV/m est le signe d'une émission de champ qui semble anecdotique puisqu'aucun courant d'électrons n'a été mesuré.

Au total, il apparaît que la cavité n'a pas subi de forte émission de champ : la forte pente observée sur le Q_0 à partir de 15MV/m ne peut donc pas être attribuée à ce phénomène.

On peut d'abord penser que cette pente est la conséquence d'un effet thermique : en effet, pour des champs élevés, la dissipation sur les parois de la cavité devient très importante ($P_{cav}=85W$ à 25MV/m), et le bain d'hélium, pourtant superfluide, n'est alors plus capable d'évacuer la totalité de cette puissance. Il s'ensuit une élévation de la température sur la surface RF conduisant à une forte hausse de la résistance

* Notons qu'à 4,2K, la cavité est fortement sous-couplée ($\beta < 0,1$) du fait du faible Q_0 : sur les 200W incidents fournis par l'ampli, uniquement 30W sont dissipés dans la cavité.

de surface puisque $R_s \propto 1/T \times \exp(-1/T)$: le Q_0 subit alors une nette dégradation. Or, le Q_0 mesuré à 25MV/m correspond à une résistance de surface de l'ordre de 100nΩ (cf. figure 4-25). En supposant l'hypothèse précédente comme exacte, cela signifie que la surface RF s'est échauffée jusqu'à environ 3,5K.

Une mesure de température effectuée sur la paroi externe de la cavité (qui est à peu de choses près une mesure de la température du bain d'hélium) permet effectivement de constater l'existence d'un échauffement : on mesure à 25MV/m une température de 1,78K, contre 1,5K à 1MV/m*.

A partir de cette mesure, il est alors possible de remonter à la température à l'intérieur de la cavité en prenant en compte les effets induits par la résistance thermique de la paroi de la cavité (qui est fonction de la conductivité thermique du niobium et de l'épaisseur de la paroi), ainsi que par la résistance thermique liée à l'interface Nb/He (résistance de Kapitza). Dans notre cas, en considérant une épaisseur de niobium de 5mm, une conductivité thermique pour notre niobium à 2K† de 10W/m/K, et une résistance de Kapitza de l'ordre de 0,5W/cm²/K, la mesure du flux de puissance à 25MV/m (de l'ordre 0,05W/cm²) permet alors de donner un ordre de grandeur de la température à l'intérieur de la cavité : on aboutit à une température de l'ordre de 2,1°K ($\Delta T \approx 0,35K$ entre surface interne et externe), température qui est sensiblement plus basse que celle de 3,5°K attendue.

Il apparaît donc que la pente observée n'est pas uniquement due à un effet thermique, mais aussi à une réelle augmentation des dissipations sur la surface RF. Ce type de phénomène a déjà été observé maintes fois à forts champs⁷⁹, mais ses causes restent encore relativement obscures. La préparation de la surface interne de la cavité semble toutefois jouer un rôle important : il apparaît par exemple que le polissage électrochimique n'induit pas ce phénomène⁸⁶, contrairement au polissage chimique classique par trempé.

Mesure du detuning de Lorentz et de la résistance de surface -----

En traçant l'évolution de la fréquence en fonction du carré du champ accélérateur, il est également possible de déterminer le coefficient de Lorentz k_L caractérisant le detuning dû aux forces de Lorentz. Conformément aux prévisions, la courbe obtenue (figure 4-24) reste parfaitement linéaire tant que la température reste

* Notons à ce propos que le point (a) de la figure 4-23 a justement été mesuré après les mesures à forts champs, alors que le bain d'hélium n'avait pas encore eu le temps de refroidir ($T=1,73K$).

† Rappelons qu'à 4,2K, la conductivité thermique du niobium vaut approximativement $k=RRR/4$.

constante à $T=1,5K$; la détermination de la pente de la droite donne ici : $k_L=18,3Hz/(MV/m)^2$.

Cette valeur peut paraître très élevée si on la compare aux spécifications établies lors du chapitre 3 ($k_L < 2,6Hz/(MV/m)^2$) ; en réalité, il faut avoir à l'esprit que les conditions expérimentales de la mesure sont ici radicalement différentes des conditions réelles dans le cryomodule : la cavité est laissée libre, elle ne possède pas de tank hélium « rigidificateur », le cryostat est vertical, etc.. La valeur obtenue de $18,3Hz/(MV/m)^2$ ne peut donc ici être interprétée que comme une mesure relative, et non comme une mesure absolue du detuning de Lorentz.

Mais d'autre part, cette valeur est également sensiblement plus élevée que les prédictions obtenues avec CASTEM, qui prévoient pour A102 des coefficients de Lorentz de l'ordre de 4 à $5Hz/(MV/m)^2$ selon que la cavité est maintenue fixe, ou libre à une extrémité. Cet écart important entre calcul et expérience a d'ailleurs été enregistré lors de tous les tests effectués sur nos différentes cavités prototypes, et les causes de ce phénomène semblent résider dans le fait que les calculs ne prennent pas en compte de façon fidèle les conditions expérimentales ; ce point devra être réétudié en détail dans l'avenir, surtout si l'on envisage une utilisation de nos cavités sous faisceau pulsé.

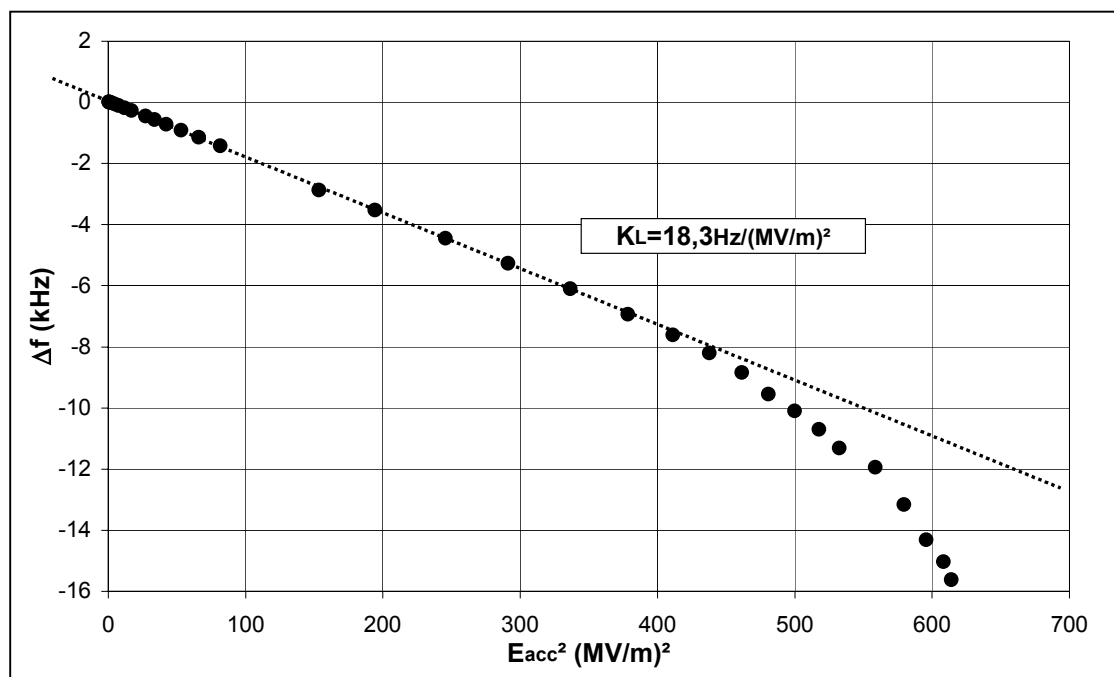


Figure 4-24 : Mesure du detuning de Lorentz pour la cavité A102 à $T=1,5K$.

Il est aussi possible, en mesurant le Q_0 à $1MV/m$ pour différentes températures et à partir de la valeur de G fournie par SUPERFISH, de représenter l'évolution de la résistance de surface en fonction de la température (figure 4-25). Un fit de cette courbe montre que :

- on retrouve bien la dépendance de la résistance R_{BCS} en $\exp(-1,76T_c/T)$.
- on obtient une très faible résistance résiduelle de l'ordre de $R_{res} \approx 2,25n\Omega$.

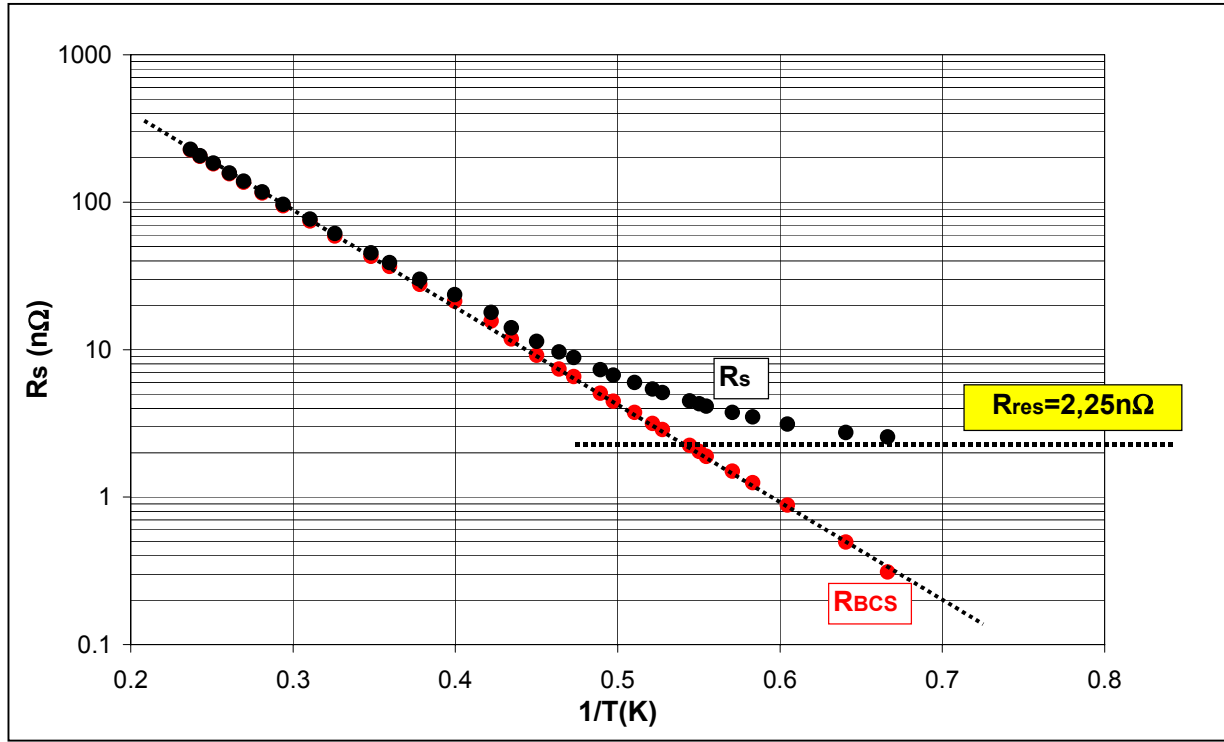


Figure 4-25 : Courbe $R_s(1/T)$ pour la cavité A102 à $E_{acc}=1MV/m$.

Enfin, comme nous l'avons déjà mentionné au chapitre 3.2, il est important de garder en mémoire que la fréquence de résonance augmente à mesure que la température diminue, comme le montre la figure 4-26 entre 4,2K et 1,5K.

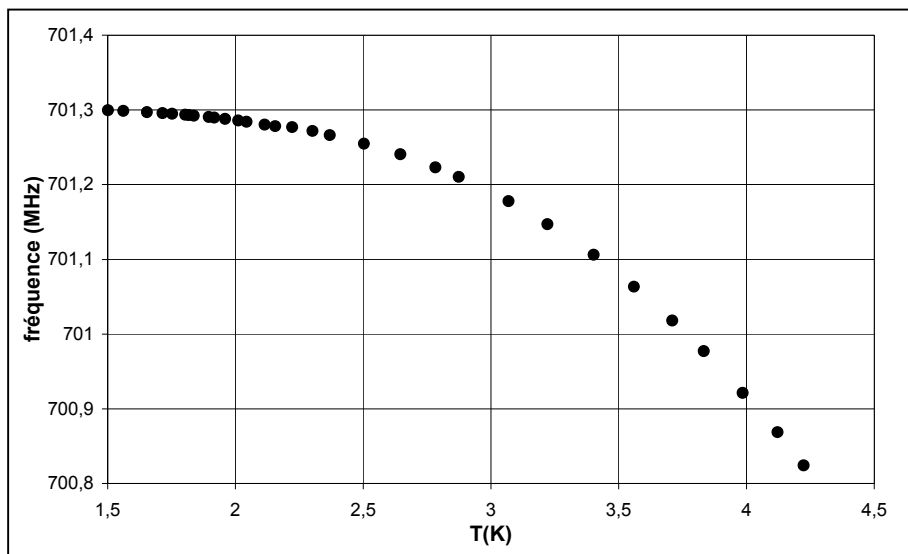


Figure 4-26 : Evolution de la fréquence en fonction de la température pour la cavité A102 à $E_{acc}=1MV/m$.

A propos de la température de fonctionnement -----

Les performances de A102 ont également été testées à diverses températures (figure 4-27*). Outre la logique dégradation du Q_0 à mesure que la température augmente, il est ici intéressant de remarquer que l'allure de la pente du Q_0 à fort champ est très différente selon que le refroidissement se fait à l'hélium II superfluide ($T < T_\lambda = 2,17\text{K}$, points ronds) ou à l'hélium I normal ($T > 2,17\text{K}$, points triangulaires).

Cette différence peut être très bien mise en évidence en traçant l'évolution du Q_0 (ou de R_s) en fonction de la température† pour différentes valeurs du champ accélérateur (figure 4-28). On remarque alors que le Q_0 accuse une brutale dégradation à la transition du point λ : ce phénomène s'explique par le fait que l'hélium superfluide, dont la conductivité thermique est bien meilleure que celle de l'hélium normal, est beaucoup plus efficace pour refroidir la cavité et évacuer la puissance dissipée, notamment aux forts champs. On a donc cette fois bel et bien affaire à un effet thermique qui entraîne, à forts champs, un plus grand échauffement de la surface RF lorsque $T > T_\lambda$.

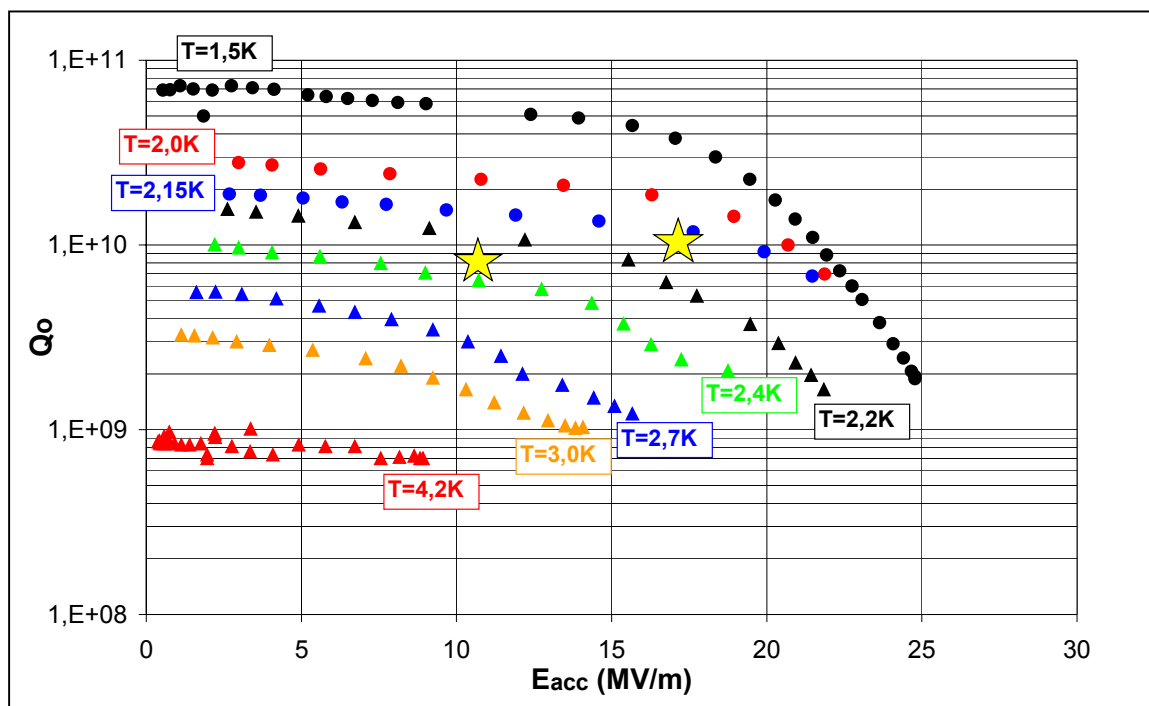


Figure 4-27 : Mesure de $Q_0=f(E_{acc})$ pour la cavité A102 à diverses températures.

* Notons ici que l'on n'a pas cherché à atteindre le champ accélérateur maximal (notamment pour les courbes à 2K et 2,15K) afin d'économiser l'hélium.

† Rappelons ici que la température mesurée est quasiment celle du bain.

Il apparaît donc essentiel, pour optimiser le refroidissement de la cavité et limiter autant que possible cet échauffement, de travailler en hélium superfluide (à $T=2K$ par exemple).

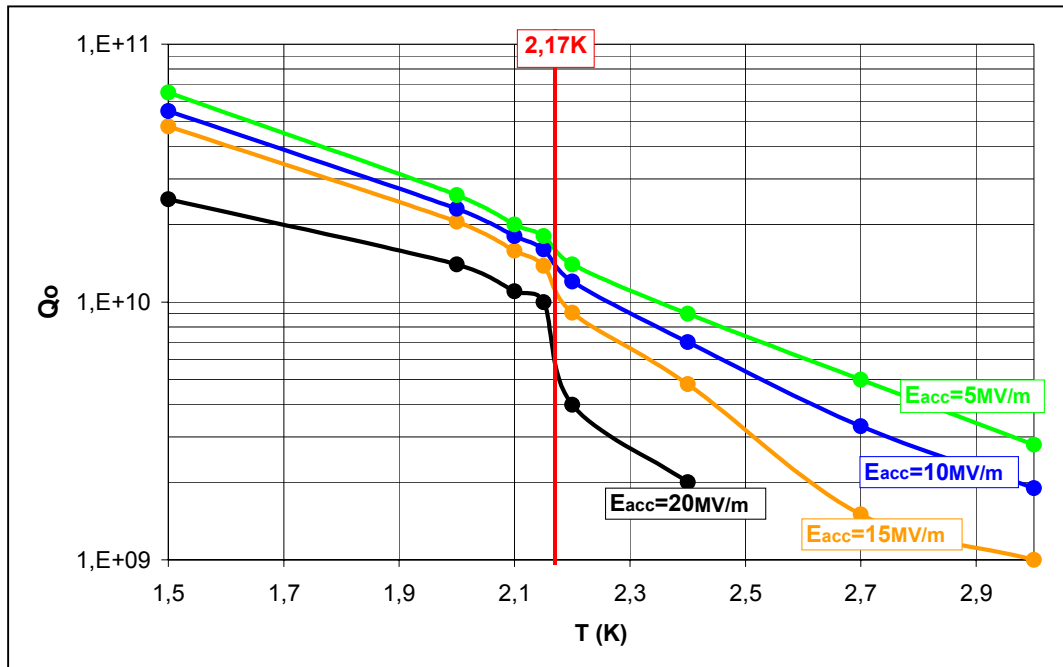


Figure 4-28 : $Q_0=f(T)$ pour la cavité A102 à divers champs accélérateurs.

Enfin, notons que le coefficient de Lorentz a été déterminé pour chaque température :

- pour des températures $T \leq 2,5K$, k_L prend des valeurs allant de 16 et $19Hz/(MV/m)^2$, valeurs comparables à la valeur mesurée à 1,5K.
- pour des températures supérieures, la détermination devient très difficile car la précision des mesures devient très mauvaise (fort sous-couplage). Il semble cependant que le detuning de Lorentz soit sensiblement plus élevé ; à 4,2K par exemple, on mesure un facteur de Lorentz k_L de l'ordre de $40Hz/(MV/m)^2$. On peut sans aucun doute voir ici l'effet de la pression extérieure que subit la cavité ; cette pression est en effet très dépendante de la température puisque la tension de vapeur du bain d'hélium vaut environ 5mbars à 1,5K contre 1bar à 4,2K. Une étude plus poussée de ce phénomène devra être effectuée afin de confirmer cette mesure.

Mise en évidence et traitement de l'effet 100°K -----

La cavité a ensuite été maintenue 2h30 entre 120K et 130K, et testée à nouveau. Les résultats mettent en évidence les conséquences de l'effet 100K* d'une manière criante puisque le Q_0 chute d'un facteur 20 à bas champ, et de plus d'un facteur 30 à haut champ (figure 4-29).

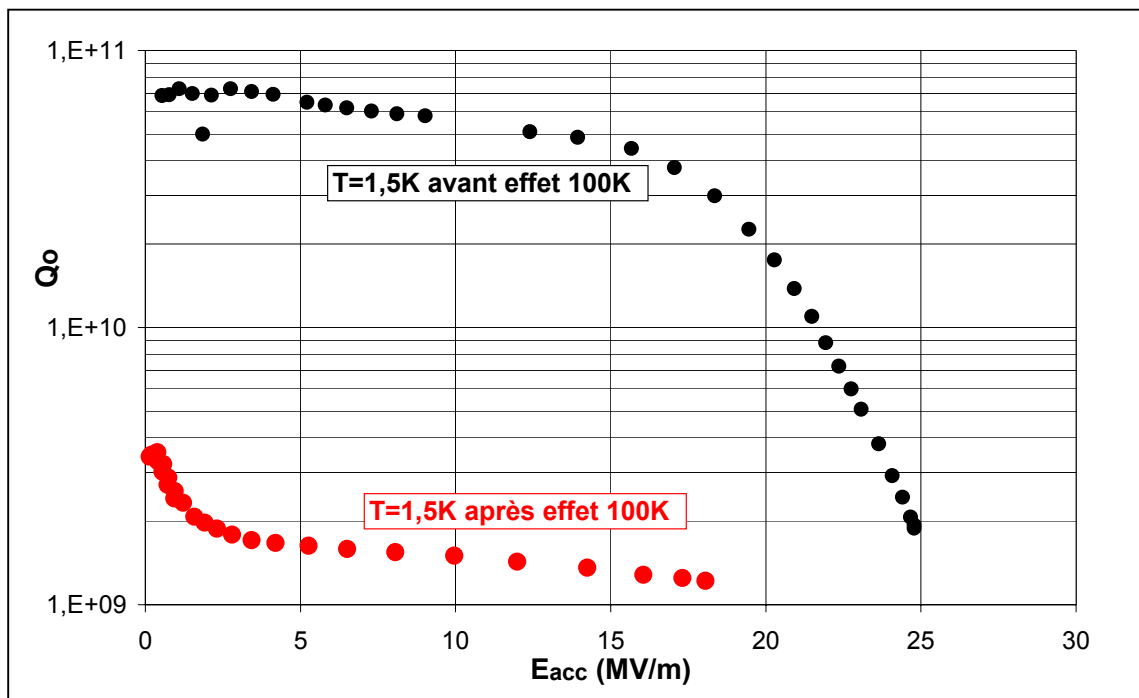


Figure 4-29 : Mesure de $Q_0=f(E_{acc})$ pour la cavité A102 avant et après l'effet 100K (novembre 1998).

Lors d'un test classique en cryostat vertical, ce phénomène n'apparaît pas car le refroidissement est très rapide : la cavité ne reste que quelques minutes dans la zone de température propice à la formation des hydrures. Mais dans le cadre de la future mise en ligne des cavités, le refroidissement du cryomodule ne pourra pas s'effectuer aussi rapidement que pour un cryostat vertical de test : l'effet 100K peut alors devenir un problème d'importance qui doit être évité.

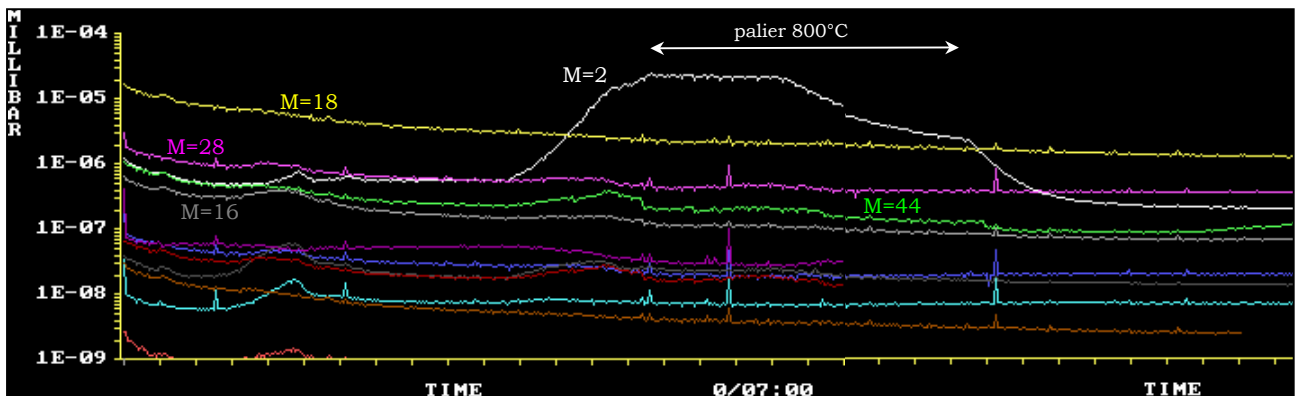
Une solution classique pour « vacciner » la cavité contre l'effet 100K consiste à effectuer un recuit de 2h à 800°C pour faire dégazer la cavité, et notamment évacuer l'hydrogène présent dans le niobium. Afin de tester cette méthode, A102 a été recuite en septembre 1999 chez THOMSON à Thonon-Les-Bains.

* Rappelons qu'à des températures comprises entre 100K et 180K, l'hydrogène présent dans le niobium a tendance à se précipiter en hydrures Nb-H qui altèrent les propriétés supraconductrices du niobium.

La procédure du recuit est la suivante :

- la cavité est entourée d'une « boîte » de niobium pour éviter toute contamination en provenance du four.
- un tube de titane est placé à l'intérieur de la cavité (ainsi qu'une feuille de titane sur les parois internes de la « boîte ») pour favoriser le dégazage.
- après un chauffage à blanc du four et des pièces annexes, l'ensemble est placé dans le four et le vide est effectué.
- la cavité est alors recuite selon le cycle suivant : 2h pour monter à 400°C ; palier de 2h à 400°C ; 2h pour monter de 400°C à 800°C ; palier de 2h à 800°C ; refroidissement.

L'utilisation d'un spectromètre de masse placé entre le four et la pompe permet de tracer le spectre de dégazage de la cavité (figure 4-30). L'évolution de la concentration d'hydrogène ($M=2$) dans l'atmosphère du four montre très nettement l'efficacité du recuit.



Une fois la cavité recuite, un nouveau test HF en cryostat a été effectué (test du 29 septembre 1999) :

- la cavité a d'abord été directement refroidie à 4,2K puis à 1,5K ; des performances tout-à-fait similaires à celles obtenues lors du test précédent ont été enregistrées (même courbe $Q_0=f(E_{acc})^*$; même detuning de Lorentz ; à noter que le léger multipacting a disparu).

* On s'attendait pourtant à un moins bon Q_0 à 1MV/m du fait du recuit à 800°C qui a classiquement tendance à dégrader très légèrement le RRR du niobium. On obtient au contraire des Q_0 très légèrement supérieurs, ce qui est sans doute dû à la préparation un peu différente de la cavité (étuvage à 80°C pendant 20h au lieu d'un classique séchage à l'air).

- la cavité a ensuite été laissée plusieurs heures à 120K, puis testée à nouveau : on ne constate alors (figure 4-31) qu'une très légère dégradation du Q_0 (due sans doute à l'hydrogène restant). L'effet 100K n'est donc plus ici significatif, ce qui valide l'efficacité du recuit à 800°C.

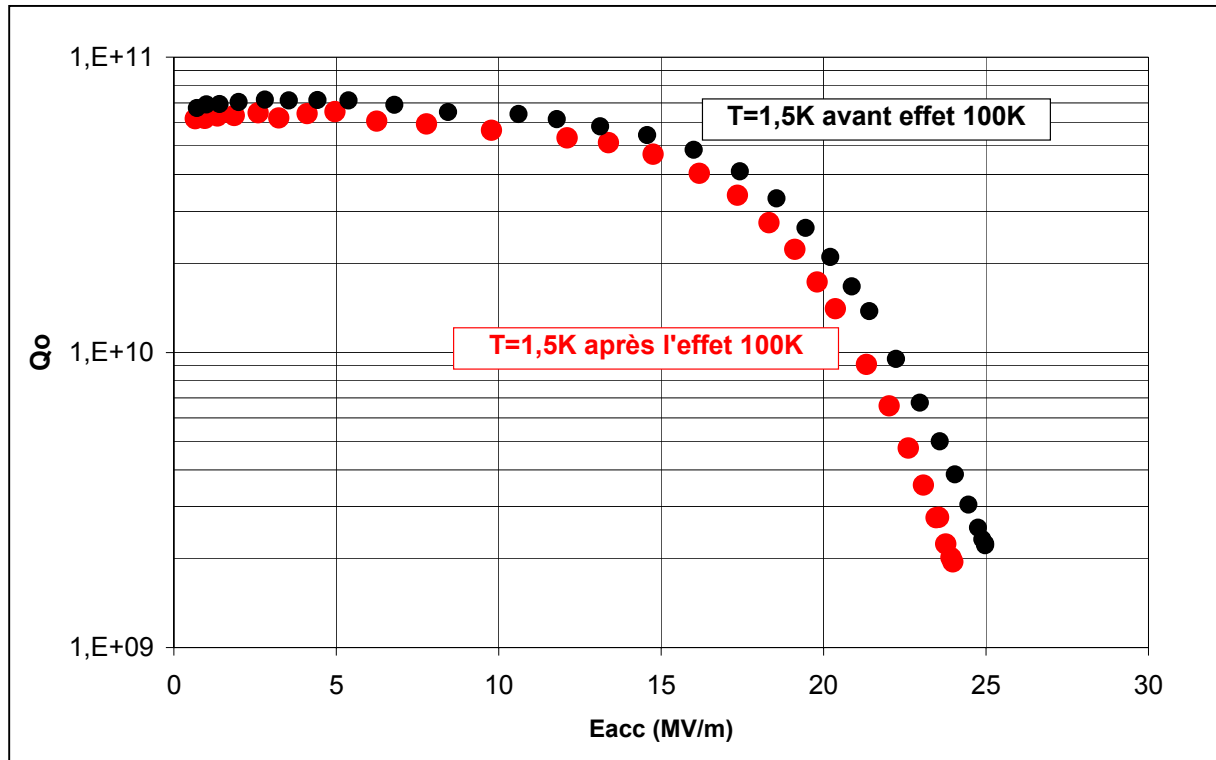


Figure 4-31 : Mesure de $Q_0=f(E_{acc})$ pour la cavité A102 avant et après l'effet 100K (septembre 1999, après recuit de vaccination à 800°C).

4. 3. 2. Cavités A103 et A104.

Performances de A103

La cavité A103 (profil préliminaire Milan $\beta_g=0,626$) a été testée le 5 février 1999, et a elle aussi développé des performances compatibles avec les spécifications requises (figure 4-32).

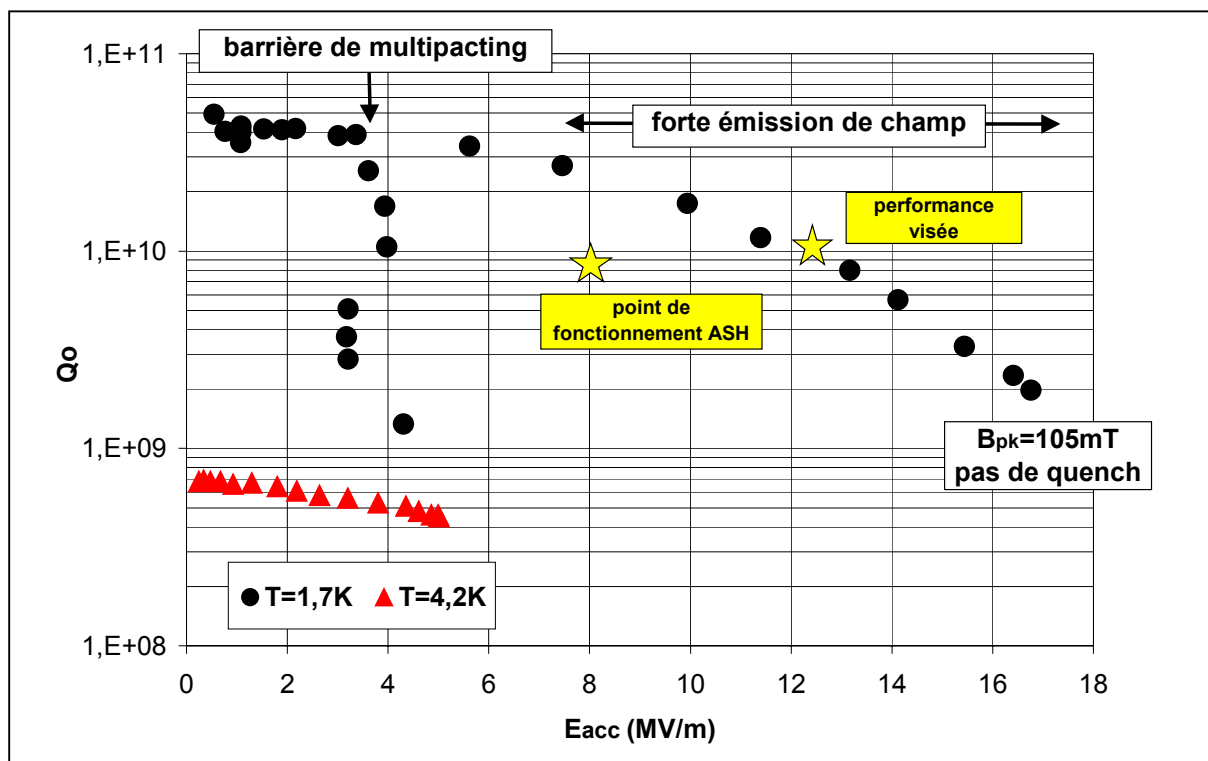


Figure 4-32 : Mesure de $Q_0=f(E_{acc})$ pour la cavité A103 à $T=4,2K$ et $T=1,7K$ (février 1999).

Plusieurs remarques importantes doivent ici être faites concernant ce résultat :

- à $T=1,7K$, le Q_0 obtenu à $1MV/m$ est de l'ordre de $4 \cdot 10^{10}$, soit environ 1,5 fois plus faible que celui obtenu sur A102, alors que les deux cavités ont été fabriquées à partir de tôles de niobium identiques. Cela s'explique d'une part par le moins bon facteur géométrique G de A103 (157Ω contre 187Ω), mais aussi par le fait que la résistance de surface de A103 est légèrement plus élevée puisque la mesure a été faite ici à $T=1,7K$, contre $T=1,5K$ pour A102 ; enfin, la résistance résiduelle est très légèrement supérieure (figure 4-33) : $2,75n\Omega$ contre $2,25n\Omega$.

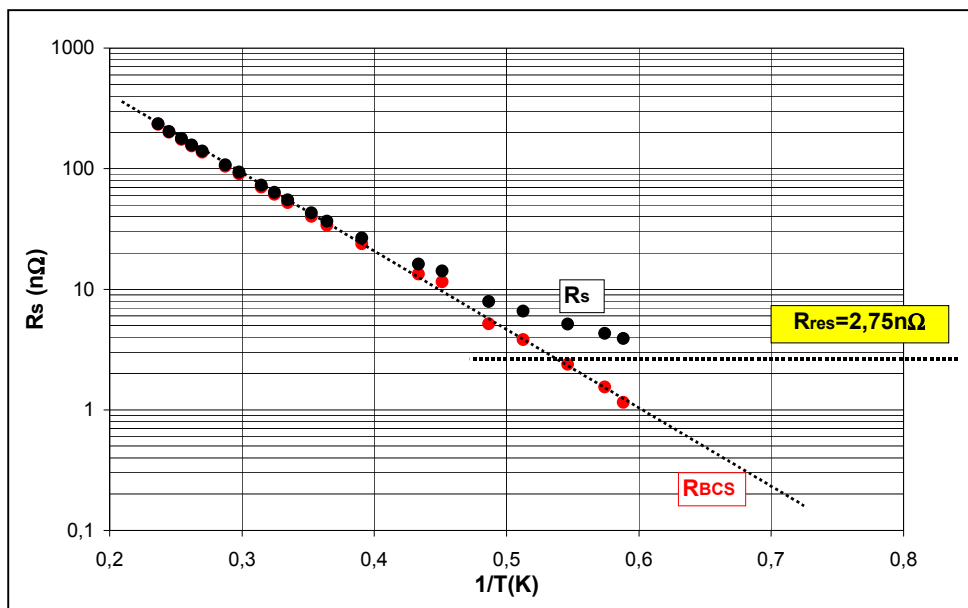


Figure 4-33 : Courbe $R_s(1/T)$ pour la cavité A103 à $E_{acc}=1MV/m$.

- la cavité atteint un champ maximal de près de 17MV/m (limitation par l'ampli). Cette valeur est inférieure à celle atteinte par A102, mais en terme de champs pics de surface, cela correspond à des performances quasiment équivalentes* (figure 4-34) puisque l'on atteint $E_{pk}=41MV/m$ et surtout $B_{pk}=105mT$.

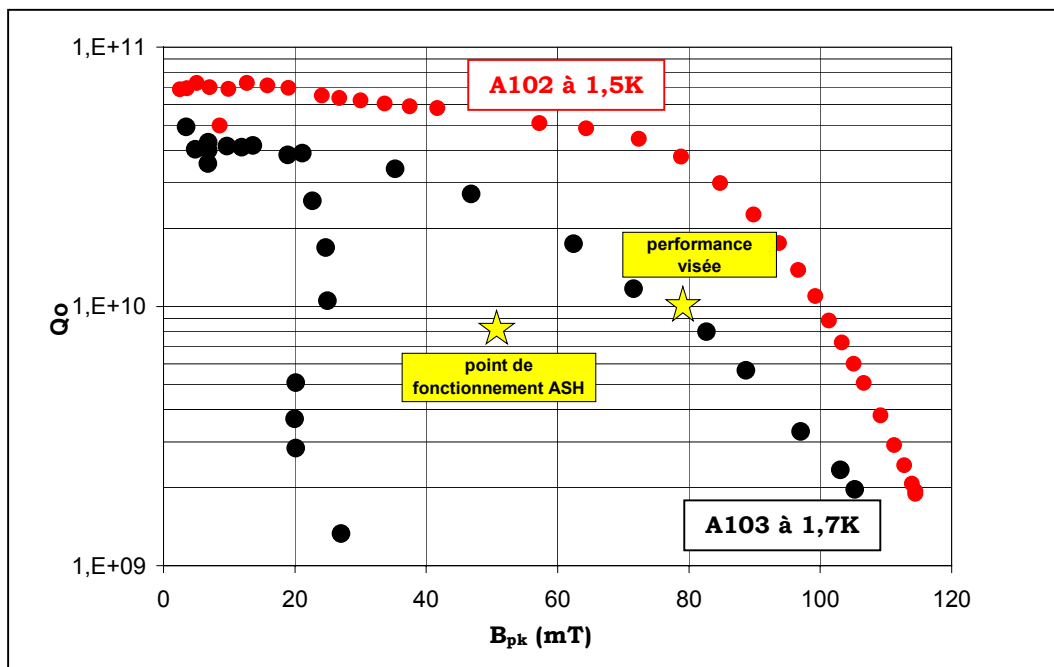


Figure 4-34 : Courbes $Q_0=f(B_{pk})$ pour les cavité A102 et A103 à $T=1,5K/ 1,7K$.

* Cela est simplement dû aux rapports E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} qui sont beaucoup plus importants pour A103 que pour A102.

Cependant, ces bonnes performances doivent être modérées. En effet, l'on observe aussi :

- une forte émission de champ (électrons+rayons X) à partir de 7,5MV/m, et qui devient de plus en plus importante jusqu'à 17MV/m.
- une très importante barrière de multipacting à environ 3,5MV/m. Cette barrière a été très difficile à franchir, comme on peut le voir sur la figure 4-32, et semble indiquer que la géométrie de A103 au niveau de l'équateur est très propice au multipacting. Nous reviendrons sur ce point par la suite.

Enfin, le detuning de Lorentz a été déterminé, et l'on retrouve la tendance mise en évidence précédemment puisque $k_L \approx 22\text{Hz}/(\text{MV}/\text{m})^2$ à $T=1,7\text{K}$, tandis qu'à $T=4,2\text{K}$, $k_L \approx 60\text{Hz}/(\text{MV}/\text{m})^2$.

Considérations sur le multipacting -----

Suite à la forte barrière de multipacting rencontrée sur A103, il nous a paru intéressant (figure 4-35) de comparer la forme des équateur de A102 (profil sphérique) et de A103 (profil elliptique) ; une comparaison du profil des champs magnétiques et électriques de surface le long de l'équateur est également donnée sur la figure 4-36 (calculs SUPERFISH).

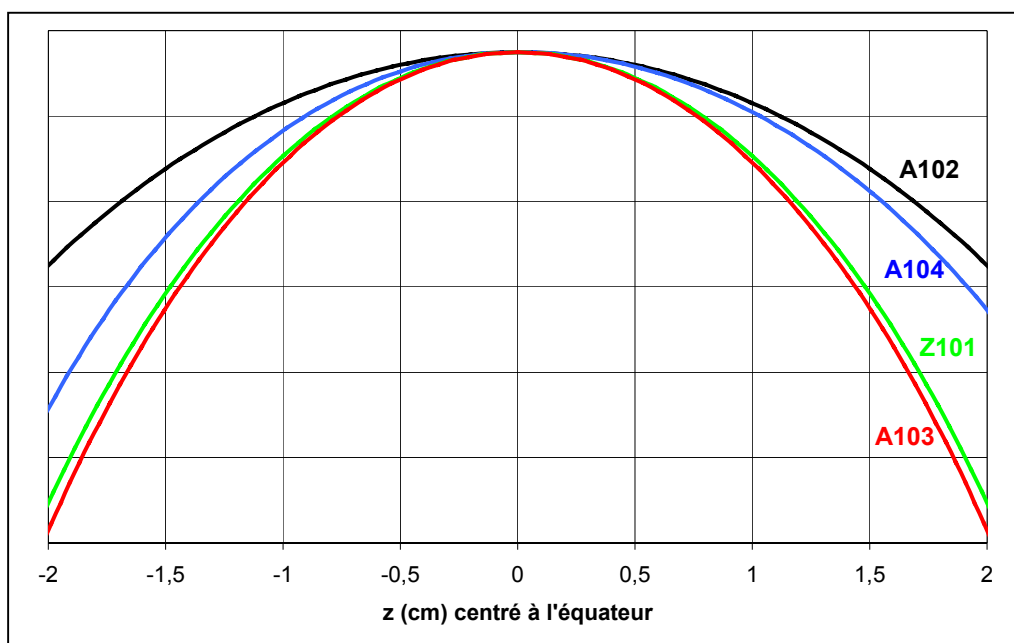
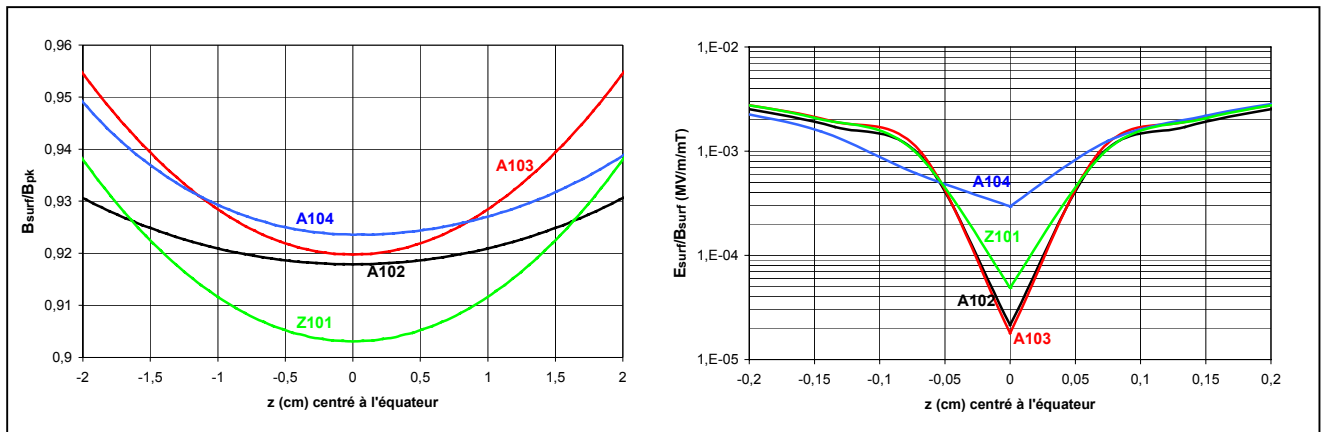


Figure 4-35 : Comparaison des profils d'équateur de nos 4 cavités prototypes.



Figures 4-36 :

à gauche : profil des champs magnétiques de surface dans la région de l'équateur (normalisation par rapport au champ B_{pk}) :
 à droite : profil des champs électriques de surface aux alentours très proches de l'équateur (normalisation par rapport au champ magnétique de surface).

Plusieurs remarques peuvent être faites :

- le rayon de courbure à l'équateur de A103 est nettement plus faible que celui de A102, mais cela ne semble pas pouvoir être relié à la présence de multipacting car Z101, qui a quasiment le même profil que A103, ne présente pas de barrière de multipacting, comme on le verra par la suite.
- la théorie prévoit (cf. chapitre 2) que le multipacting est favorisé par la présence d'un champ magnétique constant le long de l'équateur ; A103 a pourtant un champ magnétique plus variable que A102.
- de même, un champ électrique élevé au niveau de l'équateur favorise le multipacting ; seule A104 a un champ électrique plus élevé que les autres cavités, et ce dans une zone de 1mm autour de l'équateur.
- enfin, nos cavités ont été construites à partir de tôles de niobium de caractéristiques très similaires, et ont toutes subi un traitement de surface identique, ce qui implique des coefficients d'émission secondaire a priori semblables.

Cette dernière remarque, associée au fait que la présence du multipacting est reproductible d'un test sur l'autre, laisse présager que la forme géométrique de la cavité a une influence primordiale sur le phénomène. En effet, des études ont récemment commencé sur le sujet à Saclay, où un nouveau code de calcul de trajectoires d'électrons¹³³ a été développé ; les premiers résultats obtenus permettent d'établir plusieurs points importants :

- ce n'est pas la forme à l'équateur qui est importante.
- l'angle des parois de la cavité semble par contre avoir une grande influence (c'est en effet essentiellement dans cette zone que se situent le point de départ et la multiplication des électrons avant d'atteindre la résonance).
- l'énergie d'impact des électrons a une influence fondamentale (du fait de la courbe d'évolution du coefficient d'émission secondaire cf. chapitre 2).

De plus, ces calculs appliqués à nos cavités parviennent à confirmer que, pour un coefficient d'émission secondaire identique, la cavité A103 présente une barrière de multipacting vers 3MV/m (figure 4-37), tandis que A102 n'en présente pas.

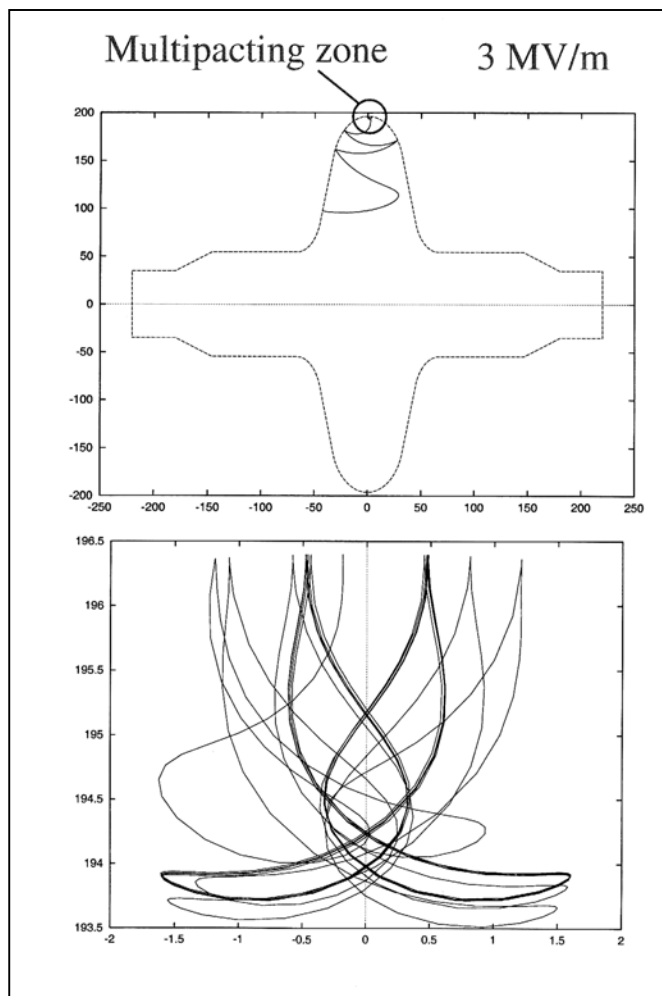


Figure 4-37¹³⁴ : Prédiction du multipacting à 3MV/m sur A103.

Au total, les causes exactes de la présence de multipacting restent néanmoins assez floues, et il semble difficile dans l'état actuel des connaissances de pouvoir prédire si une cavité va « multipacter » ou pas ; ce point devrait prochainement faire l'objet d'études approfondies dans le cadre des cavités à protons dont la géométrie semble plus propice à ces phénomènes que les cavités à électrons $\beta=1$.

Performances de A104 -----

La cavité A104 est une cavité issue du programme APT ($\beta_g=0,64$) ; elle a été testée pour la première fois le 30 novembre 1999, et a développé des résultats à première vue très médiocres (figure 4-38).

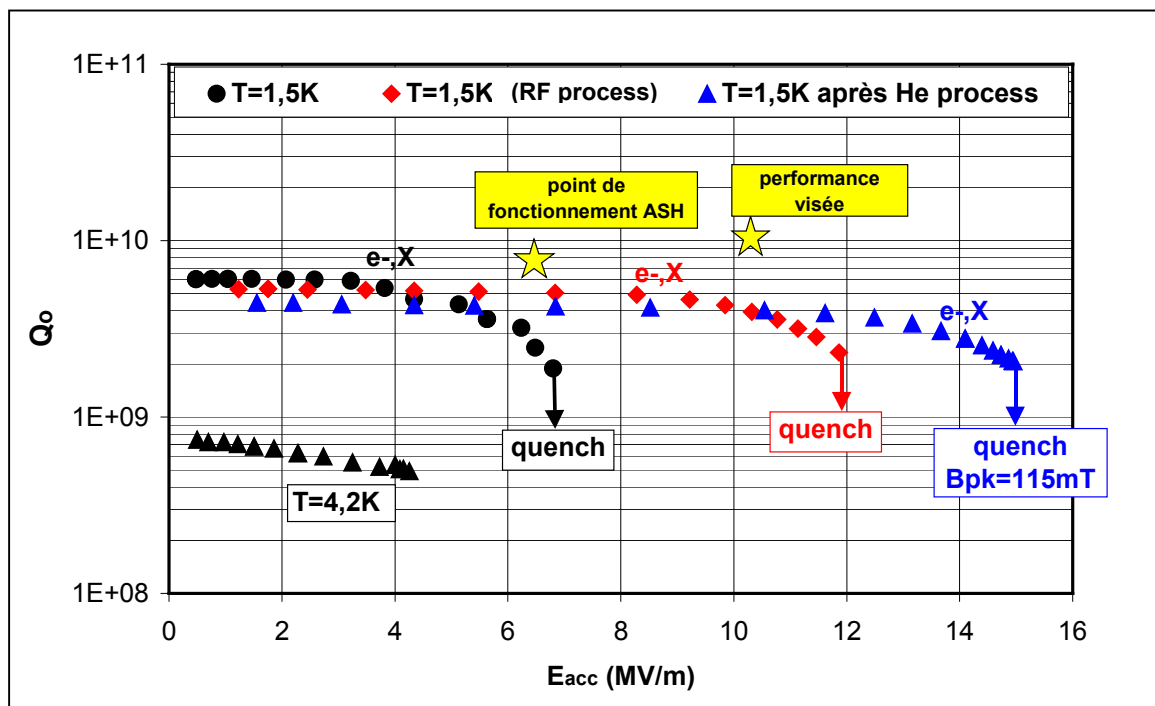


Figure 4-38 : Mesure de $Q_0=f(E_{acc})$ pour la cavité A104 à $T=4,2K$ et $T=1,6K$ (novembre 1999).

La valeur du Q_0 obtenue (de l'ordre de 5 à $6 \cdot 10^9$) est en effet extrêmement faible par rapport à la valeur attendue de $4 \cdot 10^{10}$. Cette différence peut paraître surprenante, mais après analyse de la cavité (et de ses rallonges), il s'avère que ce phénomène pouvait presque être prédit, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant.

Mais outre ce problème concernant le Q_0 , de fortes émissions d'électrons ont été détectées, aboutissant à chaque fois à un quench de la cavité. La cavité a été testée à 3 reprises, et l'on a retrouvé lors de chacun de ces tests l'apparition, à peu de choses près, des mêmes phénomènes, à savoir :

- lors d'une première montée en puissance, des électrons sont détectés dès $3MV/m$, et l'on aboutit à un quench à environ $7MV/m$.
- au fur et à mesure des montées en champ (RF process), le champ de quench est petit à petit repoussé ; cela est réalisé en maintenant la cavité pendant quelques instants juste en dessous du champ de quench.

- après que la cavité a été formée aux forts champs, le champ de quench est repoussé à environ 12MV/m ; l'émission d'électrons n'apparaît plus qu'à partir de 8MV/m.
- enfin, un « hélium processing* » permet d'atteindre un champ accélérateur de 15MV/m, ce qui correspond tout de même à des champs pics de surface de $E_{pk}=43\text{MV/m}$ et $B_{pk}=115\text{mT}$.

Les émissions d'électrons enregistrées se sont reproduites de façon très similaire (notamment aux mêmes champs) lors des 3 différents tests, alors que la cavité avait à chaque fois subi un nouveau polissage chimique et une préparation en salle blanche. Cela peut être interprété comme une indication forte du fait que ces émissions ne sont à priori pas dues à la présence d'émetteurs (poussières, inclusions...) induisant une émission de champ ; l'hypothèse de la présence de barrières successives de multipacting semble par contre plus plausible.

Cette hypothèse semble de plus être renforcée par les résultats du test de la première cavité 5-cellules APT¹³⁵, dont les cellules ont la même forme que A104, et qui obtient le même type de performances.

Lors du troisième test de A104, plusieurs thermomètres ont alors été placés autour de l'équateur afin d'essayer de confirmer cette hypothèse par la détection d'un échauffement anormal localisé. Cette tentative, qui n'a abouti à aucun résultat intéressant, sera mise en œuvre dans l'avenir de façon plus précise avec la mise au point par l'IPN d'un système de thermométrie spécialement conçu pour relever les éventuels échauffements dus aux multipactings autour de l'équateur des cavités 700MHz¹³⁶.

Notons enfin une mesure du coefficient de Lorentz de l'ordre de $45\text{Hz}/(\text{MV/m})^2$ à 1,6K, contre uniquement 20Hz à 4,2K ; cette tendance va à l'inverse des tendances remarquées précédemment, ce qui semble indiquer que l'effet de la pression du bain d'hélium peut induire des conséquences radicalement opposées selon la forme de la cavité. Ce point reste à étudier, mais n'est pas incompatible avec des études menées sur les cavités TESLA¹²³, qui montrent par exemple qu'une augmentation de la pression du bain a une influence opposée sur le coefficient de Lorentz selon que la cavité possède ou non des renforts « stiffening ».

* L'hélium processing consiste à introduire de l'hélium gaz dans la cavité à une pression de l'ordre de 3.10^{-5}mbar pendant plusieurs minutes et à puissance élevée. Tout comme le HPP (High Power Processing), cette méthode permet de former la cavité aux forts champs en détruisant notamment une partie des sites émetteurs d'électrons.

A propos du Q_0 de A104 -----

Revenons à présent sur le très faible Q_0 enregistré lors du test de A104.

Lors de sa réception, la cavité possédait des tubes faisceau de longueur 13,5cm. Un rapide calcul effectué à l'aide de SUPERFISH nous a alors permis de nous rendre compte que cette longueur était nettement insuffisante pour effectuer un test dans de bonnes conditions : un tel calcul montre en effet que pour pour 1W dissipé dans la cavité, 25W sont alors dissipés sur les brides en inox !!! Le test de la cavité dans de telles conditions ($Q_{\text{extBrides}} \ll Q_{0\text{cavité}}$) revenait alors à effectuer une simple mesure de la dissipation sur les brides...

Nous avons donc décidé de rallonger ces tubes faisceau de 8cm de chaque côté afin de rendre ces dissipations négligeables et envisager un test correct de la cavité. Cela a été réalisé en ajoutant des rallonges de chaque côté de la cavité, comme l'illustre la figure 4-39.



Figure 4-39 : Mise en place en salle blanche des rallonges sur A104.

Malgré ces précautions, un très faible Q_0 a été néanmoins obtenu lors du test de la cavité. Ce résultat peut en fait s'expliquer si l'on étudie en détail la jonction entre la bride de la cavité et la bride de la rallonge. Chacune de ces jonctions, malgré sa très faible taille, est en fait le siège de dissipations non négligeables qui expliquent parfaitement le faible Q_0 mesuré : pour une énergie stockée dans la cavité de $8,8J^*$, on constate que plus de 3W sont dissipés au niveau des jonctions (figure 4-40).

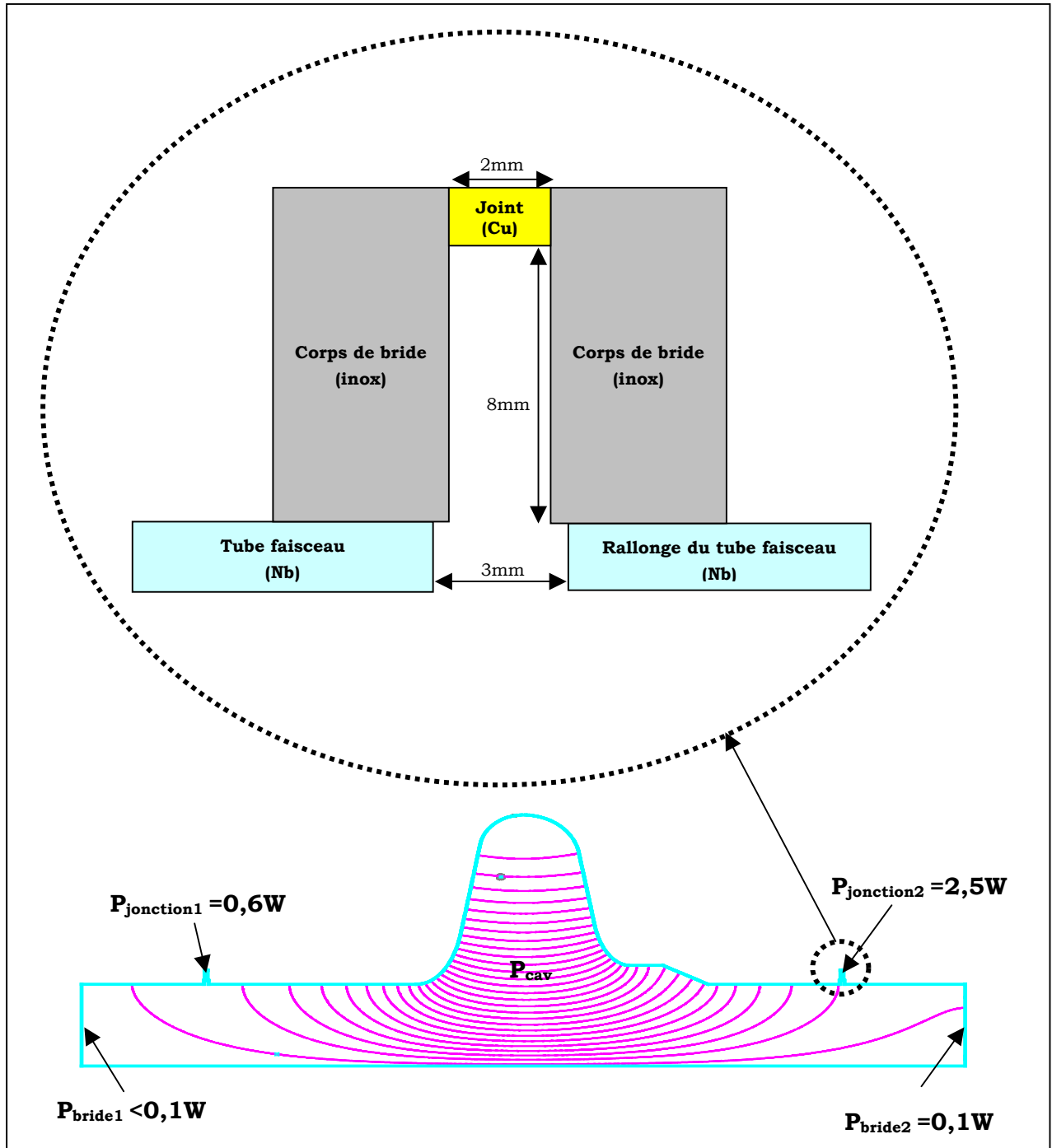


Figure 4-40 : Etude des dissipations dans les espaces inter-brides de A104 (calculs SUPERFISH).

* Ces 8,8J correspondent à une dissipation $P_{cav} \approx 1W$ dans la cavité (calcul pour $T=2K$ et $R_{res}=2,5n\Omega$).

Lors de la mesure du Q_0 , ces pertes supplémentaires sont comptabilisées ; il est alors possible de remonter au Q_0 réel de A104, qui est donné par :

$$(422) \quad Q_0^{\text{réel}} = \frac{1}{\frac{1}{Q_0^{\text{mesuré}}} - \frac{1}{Q_{\text{pertes}}}}$$

où Q_{pertes} représente les dissipations supplémentaires induites dans les transitions.

D'après les calculs précédents, on obtient alors $Q_{\text{pertes}} \approx 1,2 \cdot 10^{10}$, ce qui donne, pour A104, une valeur réelle de Q_0 à 1MV/m de $1,2 \cdot 10^{10}$ au lieu de $6 \cdot 10^9$, ce qui semble déjà plus compatible avec les prévisions.

Cette étude permet ainsi d'expliquer le faible Q_0 obtenu par A104 lors des tests, et met très bien en évidence le fait qu'une source de dissipations même très réduite en taille peut avoir des conséquences dramatiques sur les performances de la cavité ; il est notamment primordial qu'une cavité possède des tubes faisceau suffisamment longs.

4. 3. 1. Cavité Z101 et perspectives.

Performances de Z101

La cavité Z101 (profil définitif de la cellule interne ASH $\beta_g=0,47$) a été testée le 24 juillet 2000. Contrairement aux autres, cette cavité a été fabriquée à partir d'une tôle de niobium de bas RRR, et a pourtant donné des performances très intéressantes (figure 4-41).

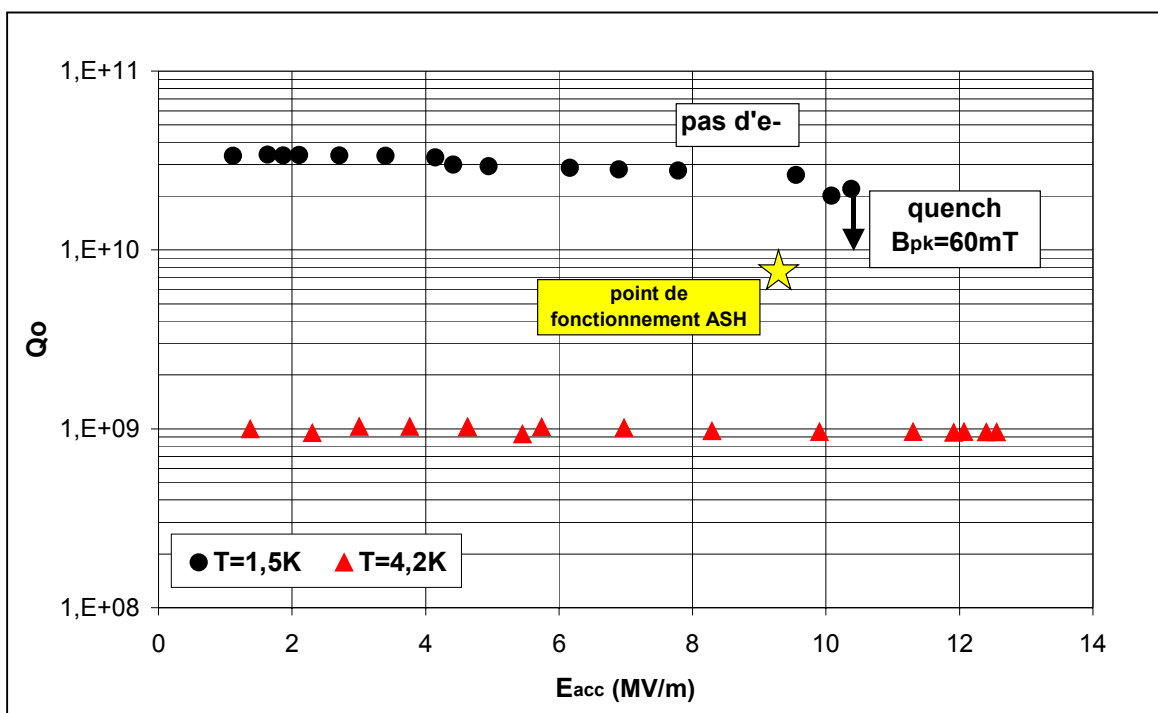


Figure 4-41 : Mesure de $Q_0=f(E_{acc})$ pour la cavité Z101   $T=4,2K$ et $T=1,5K$ (juillet 2000).

A $T=4,2K$, la cavité a développé un très fort Q_0 (de l'ordre de $1 \cdot 10^9$) jusqu'à un champ accélérateur de plus de 12MV/m (limitation par l'ampli).

A $T=1,5K$, le Q_0 reste également très élevé (supérieur à $2 \cdot 10^{10}$) jusqu' au quench thermique qui survient à $10,4MV/m^*$; ce champ correspond à des champs pics de surface de $E_{pk}=30MV/m$ et $B_{pk}=60mT$.

* Il peut sembler étrange que la performance en champ accélérateur soit meilleure à $4,2K$ qu'à $1,5K$. Ce phénomène est sans doute à imputer aux erreurs inhérentes à la mesure et à la calibration (la cavité est en effet sur-couplée à $T=1,5K$ et nettement sous-couplée à $T=4,2K$).

Ces résultats sont relativement exceptionnels pour une cavité en niobium de bas RRR ; on peut s'en rendre mieux compte encore par la mesure de la résistance de surface (figure 4-42) qui prend des valeurs tout à fait comparables aux valeurs enregistrées pour les cavités A102 et A103 ($R_{res}=2,5n\Omega$).

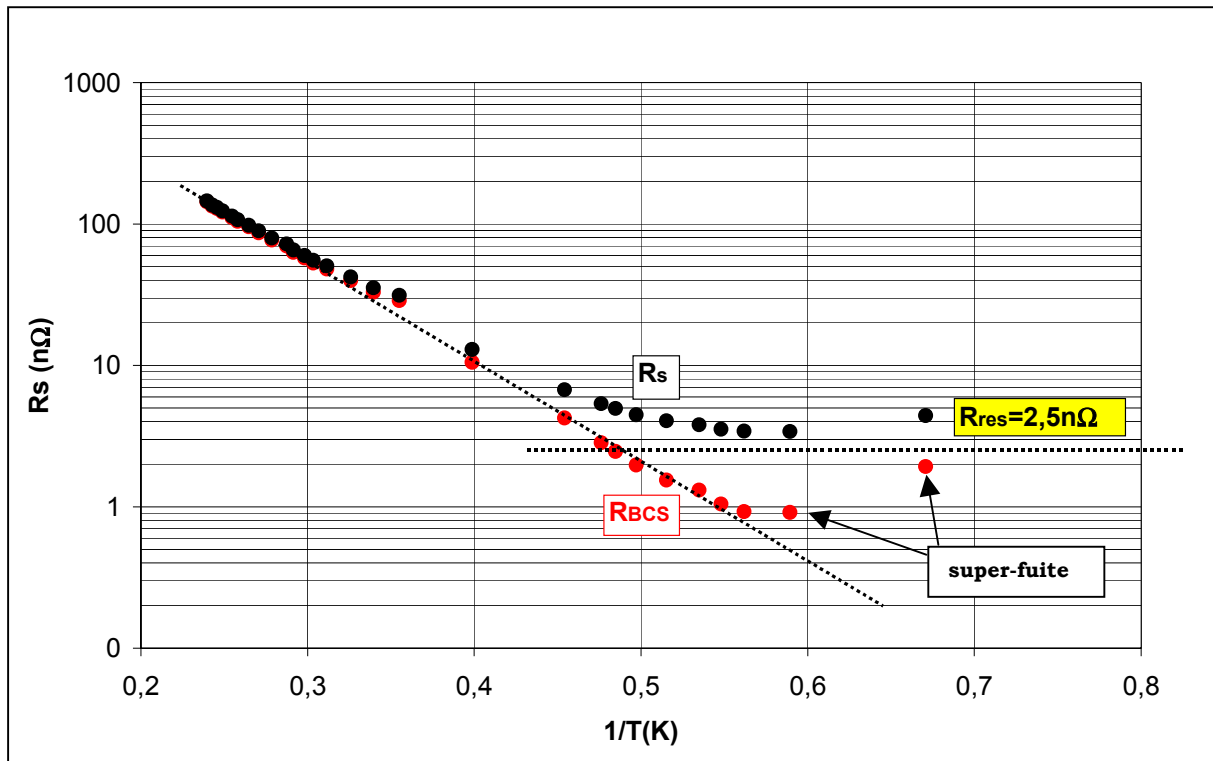


Figure 4-42 : Courbe $R_s(1/T)$ pour la cavité Z101 à $E_{acc}=1MV/m$.

Le test de Z101 montre donc qu'il est possible d'atteindre de très forts Q_0 jusqu'à 10MV/m avec du niobium de bas RRR, et donc à moindre coût, ce qui peut être très intéressant pour certaines applications. Par contre, vouloir assurer de forts gradients accélérateurs, comme dans le cas ASH, implique un niobium sans défaut (haut RRR) pour éviter qu'un quench thermique ne se produise, comme dans le cas présent.

Enfin, notons que :

- la cavité ne présente pas de barrière de multipacting (et ce malgré une forme de cellule très proche de celle de A103), ce qui est essentiel car cela permet de valider le design de la cavité ASH $\beta_g=0,47$.

- une super-fuite est apparue en-dessous de 1,7K, qui a eu notamment pour effet de fausser la mesure de la résistance de surface sur les 2 derniers points. Cette fuite provient sans doute des couteaux des brides.
- la résistance de surface a été mesurée entre 9,5K et 15K (juste au dessus de la température critique) afin de déterminer le RRR du niobium composant Z101. La mesure donne $R_s=2,65m\Omega$ à 9,5K, $R_s=2,69m\Omega$ à 12K, et $R_s=2,87m\Omega$ à 15K, d'où une résistance de surface extrapolée à 0K de l'ordre de $2,5m\Omega$; en négligeant l'effet de peau anormal*, le RRR du niobium est alors déterminé par :

$$(423) \quad RRR \approx \left(\frac{R_s(300K)}{R_s(0K)} \right)^2 \approx 63 ,$$

valeur qui est plus de 2 fois supérieure au RRR annoncé par le fournisseur.

- enfin, le detuning de Lorentz a été déterminé : comme l'on pouvait s'y attendre, il est beaucoup plus important que dans les cavités $\beta_g=0,65$ puisqu'à $T=1,5K$, on mesure (figure 4-43) $k_L \approx 85Hz/(MV/m)^2$. Il est intéressant de remarquer ici que la valeur de k_L à 4,2K est comprise entre 40 et $50Hz/(MV/m)^2$: cette valeur est sensiblement inférieure à la valeur mesurée à 1,5K, comme dans le cas de A104.

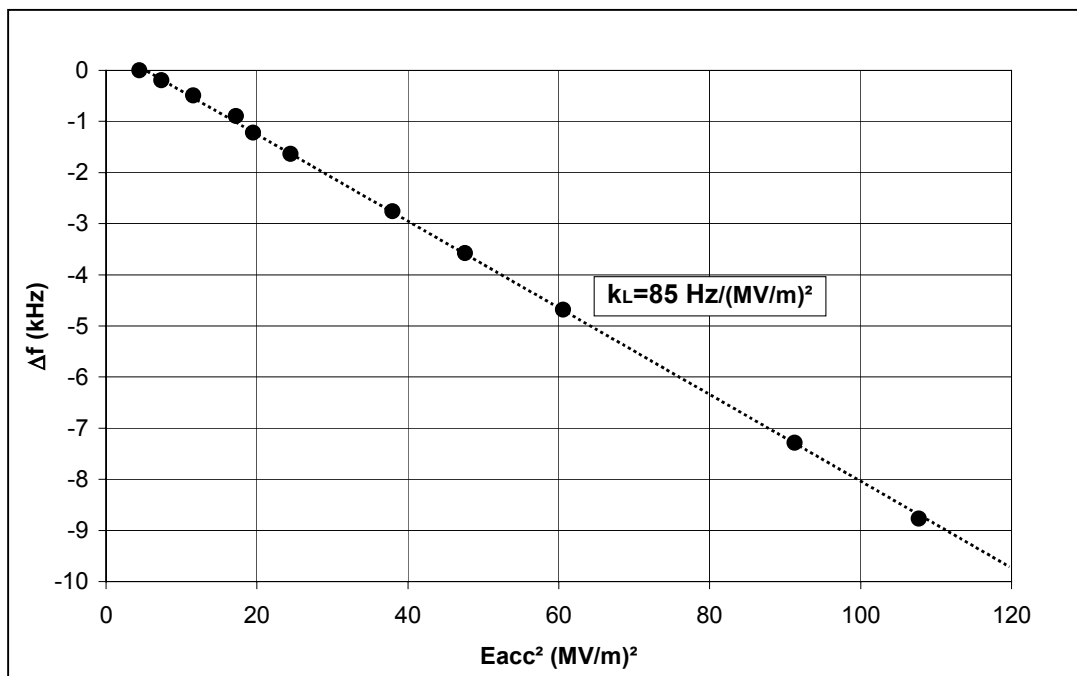


Figure 4-43 : Mesure du detuning de Lorentz pour la cavité Z101 à $T=1,5K$.

* Il est ici possible de négliger l'effet de peau anormal car le RRR du matériau reste faible. Par contre, lorsque le matériau est très pur, R_s ne varie plus en $\sqrt{\rho}$ mais tend vers la valeur donnée par l'équation(274) : l'utilisation de la formule (423) entraîne alors une nette sous-estimation du RRR, et il est indispensable de tenir compte de cet effet de peau anormal.

Bilan et perspectives -----

Les résultats obtenus lors de cette étude expérimentale sont extrêmement encourageants, et constituent une première validation de la faisabilité technologique des cavités ASH. Mise à part le cas de la cavité A104 (qui rappelons-le est issue du programme APT), nos cavités prototypes ont en effet développé des performances qui dépassent les spécifications requises comme l'indique le tableau récapitulatif suivant :

<i>performances à T=1,5K/1,7K</i>	A102 (haut RRR)	A103 (haut RRR)	A104 (haut RRR)	Z101 (bas RRR)
E_{accMAX}	25MV/m	17MV/m	15MV/m	11MV/m
B_{pkMAX}	115mT	105mT	115mT	60mT
E_{pkMAX}	50MV/m	41MV/m	43MV/m	30MV/m
Q₀ à 1MV/m	7.10 ¹⁰	4.10 ¹⁰	6.10 ⁹	2,5.10 ¹⁰
Q₀ à 50mT	6.10 ¹⁰	2,5.10 ¹⁰	5.10 ⁹	2,5.10 ¹⁰
Q₀ à 80mT	4.10 ¹⁰	1.10 ¹⁰	4.10 ⁹	-
<i>Point de fonctionnement ASH : 50mT & Q₀=8.10⁹</i>				
<i>Performances requises ASH : 80mT & Q₀=1.10¹⁰</i>				

Il est intéressant de comparer les performances de nos cavités avec les performances enregistrées dans le monde en ce qui concerne les cavités à protons. Au début de l'année 1999, après le test concluant de A102, la liste des cavités mono-cellules à protons ayant fait l'objet de tests se résumait aux cavités APT (700MHz, $\beta_g=0,64$, niobium massif) conçues à Los Alamos, et aux cavités CERN (350MHz, $\beta_g=0,625$, niobium sur cuivre) développées à Genève.

La figure 4-44 illustre les meilleures performances obtenues par ces cavités, performances qui restent bien inférieures à celles obtenues lors de cette étude :

- les cavités APT¹³⁷ atteignent un champ accélérateur maximal de 13MV/m ($B_{pk}=97mT$, $E_{pk}=38MV/m$) avec un Q_0 inférieur à 10^{10} ; ces résultats sont d'ailleurs très comparables aux résultats obtenus avec la cavité A104 qui est issue du même programme.
- les cavités CERN¹³⁸ développent elles des performances très faibles ($E_{acc}=5MV/m$, $B_{pk}=32MV/m$, $E_{pk}=18MV/m$) qui révèlent les limites de la technologie des cavités 350MHz Nb/Cu ; notons notamment la forte pente du Q_0 , typique des cavités déposées.

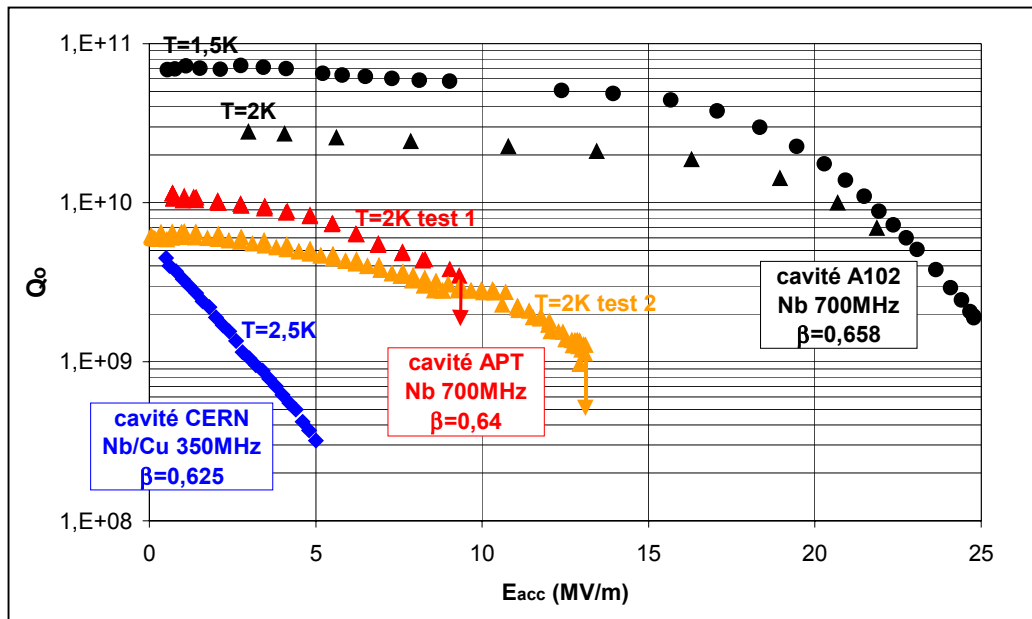


Figure 4-44 : Performances des cavités à protons dans le monde au début de l'année 1999.

Ces excellents résultats préliminaires doivent néanmoins être confirmés, dans un premier temps par le test de la cavité mono-cellule A105 (qui devrait intervenir avant la fin de l'année 2000), puis par la fabrication et le test de 2 cavités 5-cellules ASH $\beta_g=0,65$ durant l'année 2001, pour viser à terme la fabrication d'un cryomodule complet en 2003. L'étude expérimentale des cavités $\beta_g=0,47$ sera également menée en parallèle par l'INFN Milan.

L'étude de la cavité A105 (figure 4-45) permettra notamment de :

- valider le design des cellules externes et, espérons-le, obtenir des performances comparables à celles de A102.
- préciser les conséquences induites par le rétreint de soudure constaté lors de la fabrication ; dans le cadre de cet objectif, la sur-longueur destinée à compenser ce rétreint a notamment été augmentée de plusieurs 10^{èmes} de mm sur A105.
- effectuer des mesures de couplage à partir du port de puissance et du pick-up.
- étudier l'influence de ces ports de couplage sur les modes supérieurs.
- valider les choix effectués concernant le tank hélium en inox.
- faire une étude plus précise concernant le detuning de Lorentz, en mesurant notamment l'influence du tank hélium sur la rigidification de la cavité ; la

prochaine mise en service de CRYHOLAB* s'avèrera ici très utile pour tester la cavité dans des conditions les plus réalistes possibles.

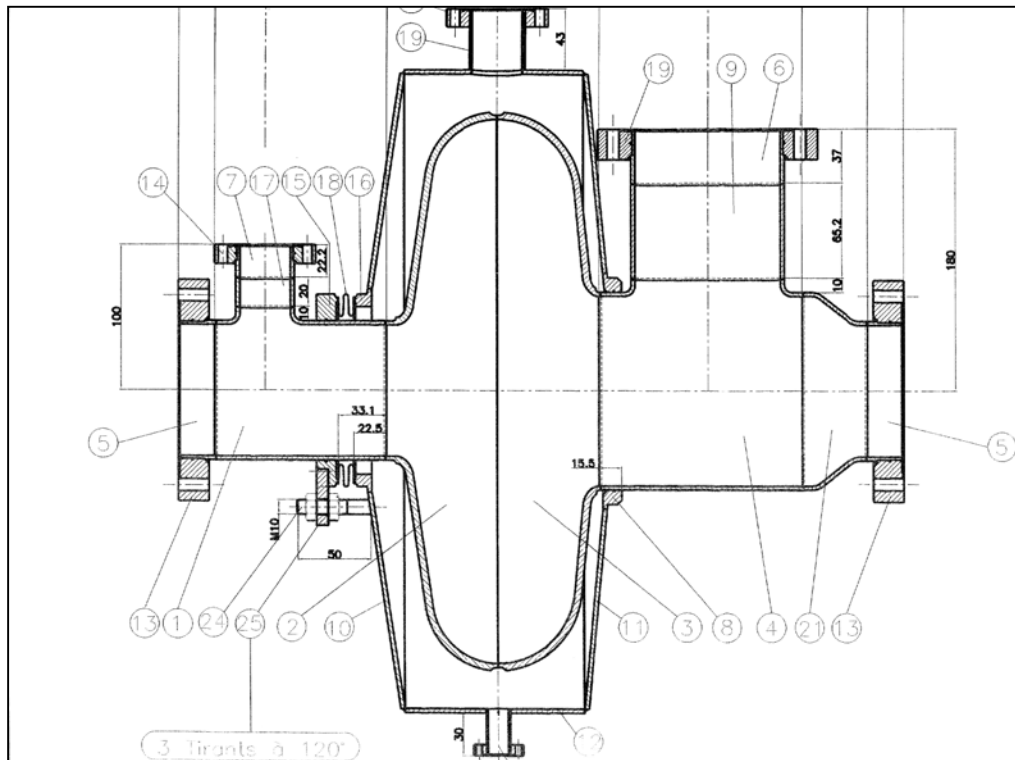


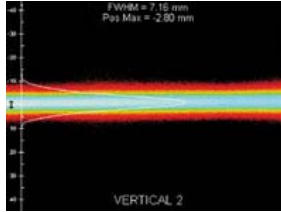
Figure 4-45 : Plan de la cavité A105 munie de son tank hélium (source CERCA).

Concluons en rappelant également que le recuit à 800°C contre l'effet 100K s'avère nécessaire pour nos cavités, et que son efficacité a été démontrée ; de plus, l'importance d'un refroidissement à l'hélium superfluide a été montrée. Plusieurs points restent cependant à approfondir afin d'aboutir notamment à :

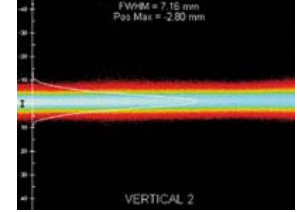
- une meilleure compréhension du phénomène de multipacting.
- une étude détaillée du detuning de Lorentz.
- la mise en place d'une procédure de fabrication fiable et reproductible.
- une procédure de préparation normalisée des cavités (avec éventuellement l'utilisation d'un nouveau bain chimique sans phosphore qui a tendance à polluer les joints de grains du niobium).

Il est temps à présent d'aborder la dernière partie de cette étude, consacrée à l'excitation des HOM par le faisceau et aux risques induits ; on verra que cette étude permet de justifier l'absence de ports HOM dans la conception des cavités ASH.

* CRYHOLAB (CRYostat HORIZontal de LABoratoire) est un large cryostat horizontal installé au SEA (mise en service fin 2000) qui permettra le test de cavités mono ou multi-cellules équipées de leur tank hélium et de leur système d'accord à froid ; les conditions de test seront alors très proches des conditions réelles présentes dans un cryomodule en ligne (hors faisceau... !).



- Chapitre 5 -



ANALYSE de l'EXCITATION des HOM

Illustration au dos :

Visualisation du profil du faisceau de protons de SILHI (100mA, 95kVolts).

5. 1. Excitation d'un mode par le faisceau

Nous avons vu jusqu'à présent comment, en faisant résonner une cavité sur son mode fondamental, il était possible d'accélérer une particule chargée. Mais l'inverse est également vrai : une particule chargée traversant une cavité est capable d'y déposer de l'énergie, et d'exciter à la fois son mode fondamental accélérateur et ses modes supérieurs (HOM).

L'interaction du faisceau avec le mode fondamental conditionne le bon fonctionnement de la cavité accélératrice. L'étude de cette interaction s'effectue généralement à l'aide du modèle de la cavité couplée, comme nous le détaillons en annexe 5, et permet notamment de déterminer la valeur de la puissance requise par le générateur HF, ainsi que sa fréquence de fonctionnement (detuning générateur/cavité) ou son couplage avec la cavité (cf. chapitre 3.3).

L'interaction avec les modes supérieurs est également un point fondamental puisque les champs générés par l'excitation de ces modes peuvent conduire à :

- de fortes dissipations dans les parois de la cavité, et une augmentation conséquente des pertes cryogéniques. Cette puissance est en effet dissipée dans l'hélium liquide, et quelques watts par cavité suffisent pour entraîner un surcoût significatif en réfrigération.
- une dégradation de la qualité du faisceau à la fois en énergie (effet de dispersion dû aux champs longitudinaux exercés par les monopoles), et en émittance (augmentation de la taille du halo du fait des champs transverses issus principalement des modes multipolaires, augmentation qui peut dans le pire des cas conduire à une perte du faisceau)*.

C'est ce risque lié à l'excitation des modes HOM que nous allons ici tenter de quantifier, en nous focalisant essentiellement sur l'aspect « dissipatif » du problème, qui est en règle générale très représentatif du risque encouru.

* Précisons toutefois ici que le risque HOM dans un linac reste à priori moins important que dans un accélérateur circulaire où les HOM peuvent être excités d'une manière résonante à chaque tour, ce qui peut conduire à des effets cumulatifs parfois problématiques.

5. 1. 1. Passage d'une particule ponctuelle dans une cavité.

Modélisation -----

Considérons une particule ponctuelle de charge q et vitesse v , pénétrant à l'instant $t=0$ dans une cavité de longueur L_{acc} , et en ressortant au temps $t_0=L_{acc}/v$. On supposera ici et durant tout le chapitre 5 que la vitesse de la particule reste constante lors de sa traversée de la cavité*.

Pendant son passage (figure 5-1), la charge va déposer de l'énergie dans la cavité (que l'on considère vide d'énergie à $t=0$), et exciter ses différents modes résonants. Les champs électromagnétiques créés par cette excitation vont alors interagir avec la particule chargée qui les a « auto-induits », et une tension V va apparaître aux bornes de la cavité.

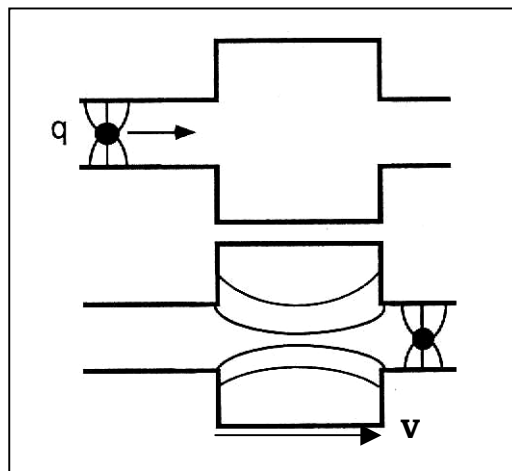


Figure 5-1¹³⁹ : Excitation d'une cavité par le passage d'une charge.

D'après le principe de superposition, il est possible d'analyser cette interaction en traitant le cas de l'excitation d'un mode individuel, puis de sommer le résultat sur la totalité des modes présents dans la cavité. Nous considérerons ainsi dans l'immédiat le traitement de l'interaction particule/cavité dans le cas où seul le « mode (n) » est excité (caractéristiques du mode : ω , r/Q).

* L'hypothèse où le changement de vitesse de la particule est négligé est tout à fait valable dans un fonctionnement normal, comme nous l'avons déjà souligné lors du chapitre 2 ; il faut par contre avoir à l'esprit que cette hypothèse devient fautive lorsque les énergies déposées deviennent très importantes.

Le traitement exact de cette interaction est délicat, mais peut être modélisé de la façon suivante (figure 5-2) :

- pendant le passage de la particule, la cavité se charge linéairement comme un condensateur de capacité C. A la sortie de la particule (à $t=t_0$), la tension créée dans la cavité vaut alors :

$$(501) \quad V_0 = \frac{q}{C} \quad \text{avec : } C = \frac{1}{\omega (r/Q)} \rightarrow \text{capacité de la cavité pour le mode (n).}$$

- après le passage de la particule, la cavité va résonner sur le mode (n) excité, et la tension dans la cavité, exprimée sous forme imaginaire, va varier selon :

$$(502) \quad \tilde{V}(t) = V_0 e^{j\omega(t-t_0)} e^{-(t-t_0)/\tau_{cav}} \quad \text{pour } t > t_0$$

Le terme en « $\exp(-t/\tau_{cav})$ » caractérise les pertes RF inhérentes au fonctionnement de la cavité qui induisent au fil du temps une décroissance exponentielle des champs électromagnétiques ; la constante de temps associée à cette décroissance s'écrit, rappelons-le, comme :

$$(503) \quad \tau_{cav} = \frac{2Q_L}{\omega} ,$$

avec : $Q_L \rightarrow Q$ en charge de la cavité pour le mode (n).
 $\omega \rightarrow$ pulsation du mode (n).

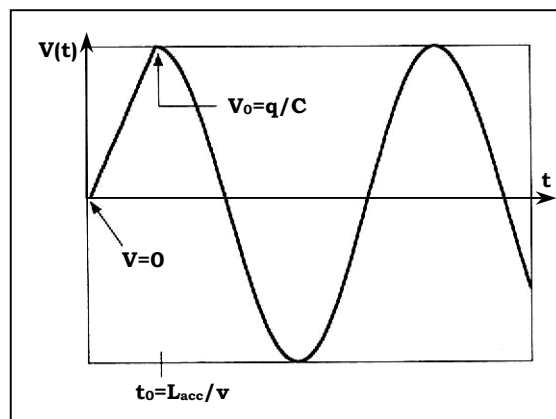


Figure 5-2 : Tension induite dans la cavité par l'excitation d'un mode.

Il est ici important de préciser que la modélisation précédente n'est valable que dans le cas où la particule chargée quitte la cavité avant que les champs électromagnétiques n'aient eu le temps de décroître substantiellement ; cette hypothèse est vérifiée pourvu que $\tau_{cav} \gg L_{acc}/v$. Dans le cas de nos cavités ASH, cela revient à ce que les modes résonants entrant en jeu développent des Q_L vérifiant :

$$(504) \quad Q_L \gg \frac{L_{acc}\omega}{2\beta c},$$

condition qui, comme on pourra s'en rendre compte*, est totalement vérifiée en ce qui concerne nos cavités supraconductrices.

Théorème du « beam loading » -----

La figure 5-2 permet de mettre en évidence que la tension vue par la particule lors de sa traversée de la cavité ne vaut en moyenne que :

$$(505) \quad \langle V \rangle = \frac{V_0}{2}$$

Ce résultat est souvent présenté comme le « théorème du beam loading¹⁴⁰ », qui statue qu'une particule chargée voit exactement la moitié de la tension qu'elle induit. Il est également possible de montrer que cette tension auto-induite a toujours pour effet de décélérer la charge, ce qui est naturel puisqu'il semble absurde de voir une particule chargée s'accélérer elle-même...

Le bilan de l'excitation du mode (n) par le passage de la charge dans la cavité peut alors se résumer comme suit :

- la tension induite dans la cavité juste après le passage de la charge vaut :

$$(506) \quad \boxed{V_0 = q \omega \left(\frac{r}{Q} \right)}$$

- la tension vue en moyenne par la charge pendant son passage vaut :

$$(507) \quad \langle V \rangle = \frac{1}{2} q \omega \left(\frac{r}{Q} \right)$$

- l'énergie perdue par la charge et stockée dans la cavité sur le mode (n) :

$$(508) \quad U = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} q^2 \omega \left(\frac{r}{Q} \right)$$

* La condition (504) est variable selon la fréquence du mode considéré et la vitesse de la particule incidente ; pour nos cavités ASH $\beta_g=0,65$ par exemple, le pire des cas (mode de fréquence 2,5Ghz, particule $\beta=0,55$), implique la condition $Q_L \gg 33$ ($Q_L \gg 36$ pour les cavités $\beta_g=0,47$), condition qui s'avère aisément vérifiée (cf. chapitre 5.2).

5. 1. 2. Passage d'un « bunch » dans une cavité.

Modélisation d'un « bunch » -----

Le cas de la particule ponctuelle est bien entendu un cas idéal. En réalité, dans le faisceau de l'accélérateur, les charges sont regroupées au sein de paquets non ponctuels que l'on nommera « bunchs ». Chacun de ces bunchs regroupe un certain nombre de charges individuelles dq , dont la distribution temporelle est dictée par l'expression de l'intensité du faisceau :

$$(509) \quad I(t) = \frac{dq}{dt}$$

Dans le cas d'un bunch isolé, l'intensité peut généralement s'exprimer, en fonction du temps, par une gaussienne de longueur temporelle caractéristique σ_b , voire par un créneau (figure 5-3). L'intégration de $I(t)$ donne alors la charge totale du bunch.

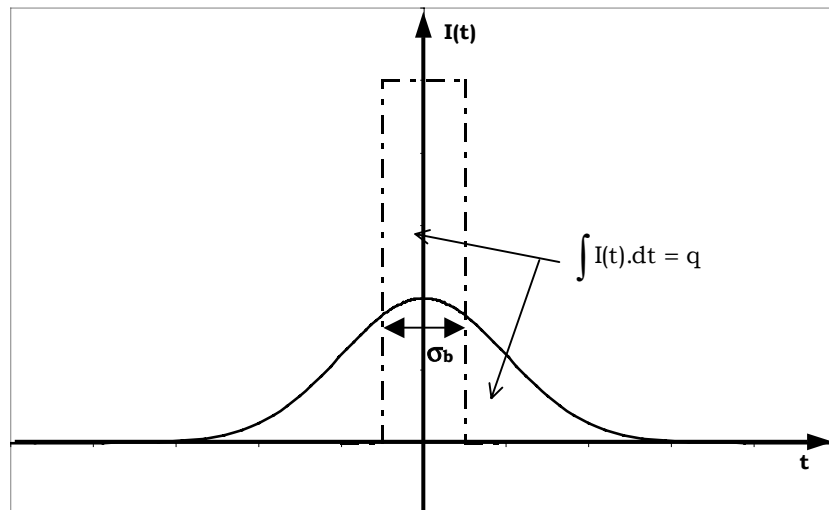


Figure 5-3 : *Distribution des charges pour un bunch gaussien ou créneau de charge q et de longueur σ_b .*

Considérons donc à présent un bunch non ponctuel de charge totale q traversant la cavité et excitant le mode (n).

Juste après le passage de la première charge ponctuelle dq , la tension induite dans la cavité sera, d'après (506), de :

$$(510) \quad d\tilde{V}_1 = \omega \left(\frac{r}{Q} \right) \cdot dq$$

Après le passage de la charge suivante Δt plus tard, la cavité verra, d'après (502), la tension :

$$(511) \quad d\tilde{V}_2 = \omega \left(\frac{r}{Q} \right) e^{j\omega\Delta t} e^{-\Delta t / \tau_{cav}} \cdot dq + \omega \left(\frac{r}{Q} \right) \cdot dq$$

Le premier terme représente ici la tension induite par le passage de la première charge dq , déphasée de $\omega\Delta t$, alors que le second terme exprime la contribution de la seconde charge.

En sommant les tensions générées par chacune des charges individuelles dq ayant traversé la cavité jusqu'à un temps t_0 , on obtient alors la tension totale présente aux bornes de la cavité au temps t_0 :

$$(512)^* \quad \tilde{V}(t_0) = \omega \left(\frac{r}{Q} \right) \int_{-\infty}^{t_0} I(t) e^{j\omega(t_0-t)} \cdot dt$$

Cas du bunch gaussien et du bunch créneau -----

Dans le cas d'un bunch gaussien de charge totale q et de longueur temporelle caractéristique σ_b , l'intensité prend la forme :

$$(513) \quad I(t) = \frac{q}{\sqrt{2\pi} \sigma_b} e^{-t^2/2\sigma_b^2}$$

* Notons que le terme en $\exp(-t/\tau_{cav})$ a disparu dans l'équation (511) : on prend ici l'hypothèse que l'effet de la décroissance des champs dans la cavité est négligeable pendant le passage d'un bunch. Dans nos cavités supraconductrices, τ_{cav} est en effet très supérieur à la durée d'un bunch (typiquement 1ms contre 10ps).

En réinjectant (513) dans l'équation (512), et en faisant tendre t_0 vers l'infini, on peut alors déterminer la tension totale V_0 induite dans la cavité juste après le passage d'un bunch gaussien :

$$(514) \quad \underline{\tilde{V}_0 = q\omega\left(\frac{r}{Q}\right)e^{-\omega^2\sigma_b^2/2}}$$

L'énergie stockée dans la cavité pendant la traversée du bunch s'exprime alors :

$$(515) \quad U = \frac{|\tilde{V}_0|^2}{2\omega\left(\frac{r}{Q}\right)} = \frac{1}{2}\omega\left(\frac{r}{Q}\right)q^2e^{-\omega^2\sigma_b^2}$$

Dans le cas d'un bunch créneau de charge totale q et de longueur temporelle σ_b , la tension totale induite par le passage d'un bunch dans la cavité s'écrira, de la même façon :

$$(516) \quad \tilde{V}_0 = \omega\left(\frac{r}{Q}\right)q \frac{e^{j\omega\sigma_b} - 1}{j\omega\sigma_b}$$

L'énergie stockée dans la cavité prend ici la forme :

$$(517) \quad U = \frac{1}{2}\omega\left(\frac{r}{Q}\right)q^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{\omega\sigma_b}{2}\right)}{\frac{\omega\sigma_b}{2}} \right)^2$$

Il est intéressant de vérifier que dans le cas de bunchs très courts ($\sigma_b \rightarrow 0$), on retrouve bien dans les deux cas les équations obtenues précédemment dans le cas d'une charge ponctuelle.

5. 1. 3. Passage d'un faisceau continu dans une cavité.

Modélisation d'un faisceau continu -----

Considérons à présent le cas d'un faisceau réel travaillant en mode continu, comme c'est le cas dans l'accélérateur pour hybride. Un tel faisceau est constitué d'une suite de bunchs, chacun de charge q , et espacés à intervalles réguliers. Si l'on note T_b le temps entre chaque bunch, la « fréquence faisceau » f_b s'écrit alors :

$$(518) \quad f_b = \frac{1}{T_b}$$

Soit \tilde{V}_0 la tension induite par le passage dans la cavité d'un premier bunch* à $t=0$. Le bunch suivant traversera la cavité à l'instant $t = T_b$ et, d'après (502), la tension dans la cavité juste après son passage prendra la forme :

$$(519) \quad \tilde{V} = \tilde{V}_0 + \tilde{V}_0 e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}$$

Le premier terme représente dans (519) la contribution du premier bunch, le second celle du bunch qui vient tout juste de passer. Remarquons ici que, d'après le théorème du « beam loading », ce dernier bunch n'a vu en moyenne pendant son passage que :

$$(520) \quad \langle \tilde{V} \rangle = \frac{\tilde{V}_0}{2} + \tilde{V}_0 e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}$$

De la même façon, le $n+1$ ^{ième} bunch induira juste après son passage dans la cavité la tension:

$$(521) \quad \tilde{V} = \tilde{V}_0 \left(1 + e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}} + \dots + e^{j\omega n T_b} e^{-n T_b/\tau_{cav}} \right)$$

Dans le cas d'un train de bunch infini ($n \rightarrow \infty$), sachant que

$$(522) \quad \sum_{n=0}^{\infty} e^{nx} = \frac{1}{1 - e^x},$$

* On considérera durant notre raisonnement que la longueur temporelle d'un bunch est très inférieure à la période des bunchs : $\sigma_b \ll T_b$ (faisceau ASH : $\sigma_b \sim 5$ à 10 ps $\ll T_b = 2,84$ ns).

on en déduit :

- la tension induite dans la cavité juste *après* le passage d'un bunch :

$$(523) \quad \tilde{V}_+ = \tilde{V}_0 \frac{1}{1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}}$$

- la tension induite dans la cavité juste *avant* le passage d'un bunch :

$$(524) \quad \tilde{V}_- = \tilde{V}_0 \frac{e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}}{1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}}$$

- la tension vue *en moyenne* par un bunch lors de son passage dans la cavité, qui, conformément au théorème du « beam loading », s'écrit :

$$(525) \quad \langle \tilde{V} \rangle = \frac{\tilde{V}_0}{2} \frac{1 + e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}}{1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}}$$

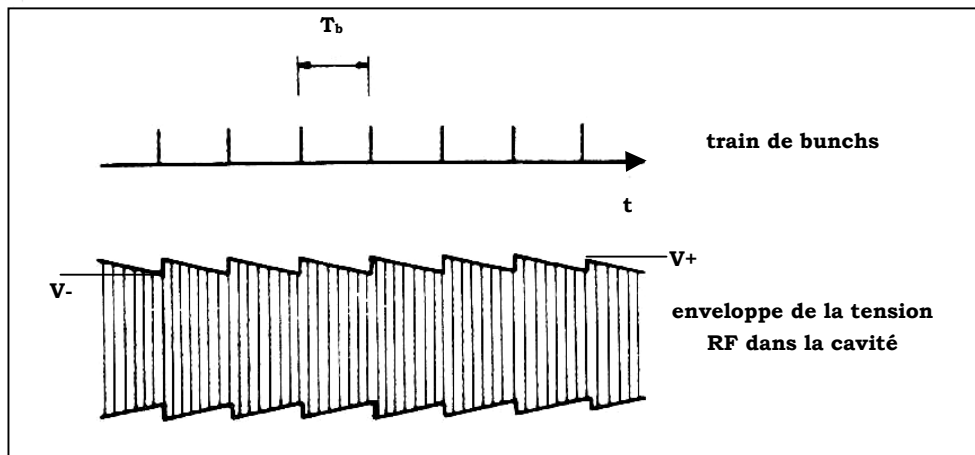


Figure 5-4¹⁴¹ : Enveloppe de la tension RF induite dans une cavité par un train de bunchs de période T_b .

Entre le passage de deux bunchs, la tension induite par le faisceau dans la cavité (figure 5-4) est une tension RF oscillant à la pulsation du mode (n) excité, et d'enveloppe décroissante de V_+ à V_- en $e^{-t/\tau_{cav}}$.

L'énergie stockée dans la cavité pendant le passage d'un bunch vaut alors :

$$(526) \quad U = \frac{|\tilde{V}_+|^2 - |\tilde{V}_-|^2}{2\omega \left(\frac{r}{Q}\right)} = \frac{|\tilde{V}_0|^2}{2\omega \left(\frac{r}{Q}\right)} \left(\frac{1 - e^{-2T_b/\tau_{cav}}}{1 - 2 \cos(\omega T_b) e^{-T_b/\tau_{cav}} + e^{-2T_b/\tau_{cav}}} \right)$$

Puissance RF déposée dans un mode -----

Lors de son passage, le faisceau dépose de la puissance RF dans la cavité. Cette puissance, pour chacun des modes (n) excités, s'écrit :

$$(527) \quad P = \frac{U}{T_b}$$

Dans le cas d'un faisceau classique de bunchs gaussiens, la puissance stockée dans le mode (n) vaut alors, d'après (514), (526) et (527) :

$$(528) \quad \left| P = \frac{q^2}{2T_b} \omega \left(\frac{r}{Q} \right) F(T_b, \tau_{cav}) e^{-\omega^2 \sigma_b^2} \right.$$

$$\text{où} \quad F(T_b, \tau_{cav}) = \frac{1 - e^{-2T_b/\tau_{cav}}}{1 - 2 \cos(\omega T_b) e^{-T_b/\tau_{cav}} + e^{-2T_b/\tau_{cav}}}$$

On définit parfois le facteur de pertes de la cavité pour le mode (n) comme :

$$(529) \quad k = \frac{P T_b}{q^2 F(T_b, \tau_{cav})}$$

L'équation (528) est l'expression exacte de la puissance déposée par le faisceau dans un mode ; nous l'avons ici obtenue par un raisonnement temporel, mais elle peut également être retrouvée en effectuant la démonstration dans le domaine des fréquences¹⁴² (analyse de Fourier).

Cette équation peut cependant être simplifiée selon les conditions dans lesquelles on se place.

→ Cas $T_b \gg \tau_{cav}$ (Q_L faible et/ou fréquence faisceau faible).

C'est le cas où la période des bunchs est très grande devant le temps de décroissance des cavités. Dans ce cas, $F \rightarrow 1$, et la puissance dissipée dans le mode (n) s'écrit alors :

$$(530) \quad \left| P = \frac{1}{2} \omega T_b \left(\frac{r}{Q} \right) I_0^2 e^{-\omega^2 \sigma_b^2} \right.$$

avec : $I_0 \rightarrow$ intensité moyenne du faisceau : $I_0 = q/T_b$

On retrouve ici l'équation (515) caractérisant la puissance déposée par un bunch unique puisqu'à l'arrivée de chaque bunch, la cavité a alors eu le temps de se vider complètement de l'énergie fournie par les bunchs précédents.

→ Cas $T_b \ll \tau_{cav}$ (Q_L très grand et/ou fréquence faisceau élevée).

C'est le cas du faisceau ASH, où la période des bunchs est très courte devant le temps de décroissance des cavités. Dans ce cas, les contributions de chaque bunch s'additionnent et peuvent induire un effet cumulatif lorsque la fréquence f du mode excité est un multiple de la fréquence faisceau f_b ; en effet :

- lorsque $f = n f_b$, alors $\cos(\omega T_b) = 1$, et $F \rightarrow 2\tau_{cav}/T_b$; la puissance déposée dans le mode vaut alors :

$$(531) \quad \boxed{P = 2 Q_L \left(\frac{r}{Q} \right) I_0^2 e^{-\omega^2 \sigma_b^2}} \quad (\text{valable pour } \omega T_b = 2\pi n)$$

- lorsque $f \neq n f_b$, c'est bien sûr l'équation (528) qu'il faut prendre en compte ; notons que pour des fréquences assez éloignées des résonances ($\cos(\omega T_b) \neq 1$), cette équation peut se simplifier en :

$$(532) \quad P = \frac{1}{4} \frac{T_b^2}{Q_L} \left(\frac{r}{Q} \right) I_0^2 \frac{\omega^2}{1 - \cos(\omega T_b)} e^{-\omega^2 \sigma_b^2}$$

Les résultats précédents sont résumés sur la figure 5-5, qui représente l'évolution de la puissance déposée dans un mode (de $r/Q=1$) en fonction de la fréquence de ce mode dans le cas :

- d'un bunch unique (où d'un faisceau continu vérifiant $T_b \gg \tau_{cav}$) : courbe 3 [en bleu, équation (530)] ; la puissance est alors déposée quasi uniformément sur tous les modes de la cavité (au facteur de décroissance $e^{-\omega^2 \sigma_b^2}$ près caractéristique de la longueur du bunch).
- d'un faisceau continu classique (vérifiant $T_b \ll \tau_{cav}$) : courbe 1 [en noir, équation (528)] ; les pics très marqués mettent en évidence l'effet cumulatif caractérisant les modes dont la fréquence est un multiple de la fréquence faisceau ; l'enveloppe de ces pics est donnée par la courbe 2 [en rouge, équation (531)], qui accuse elle aussi une décroissance en $e^{-\omega^2 \sigma_b^2}$.

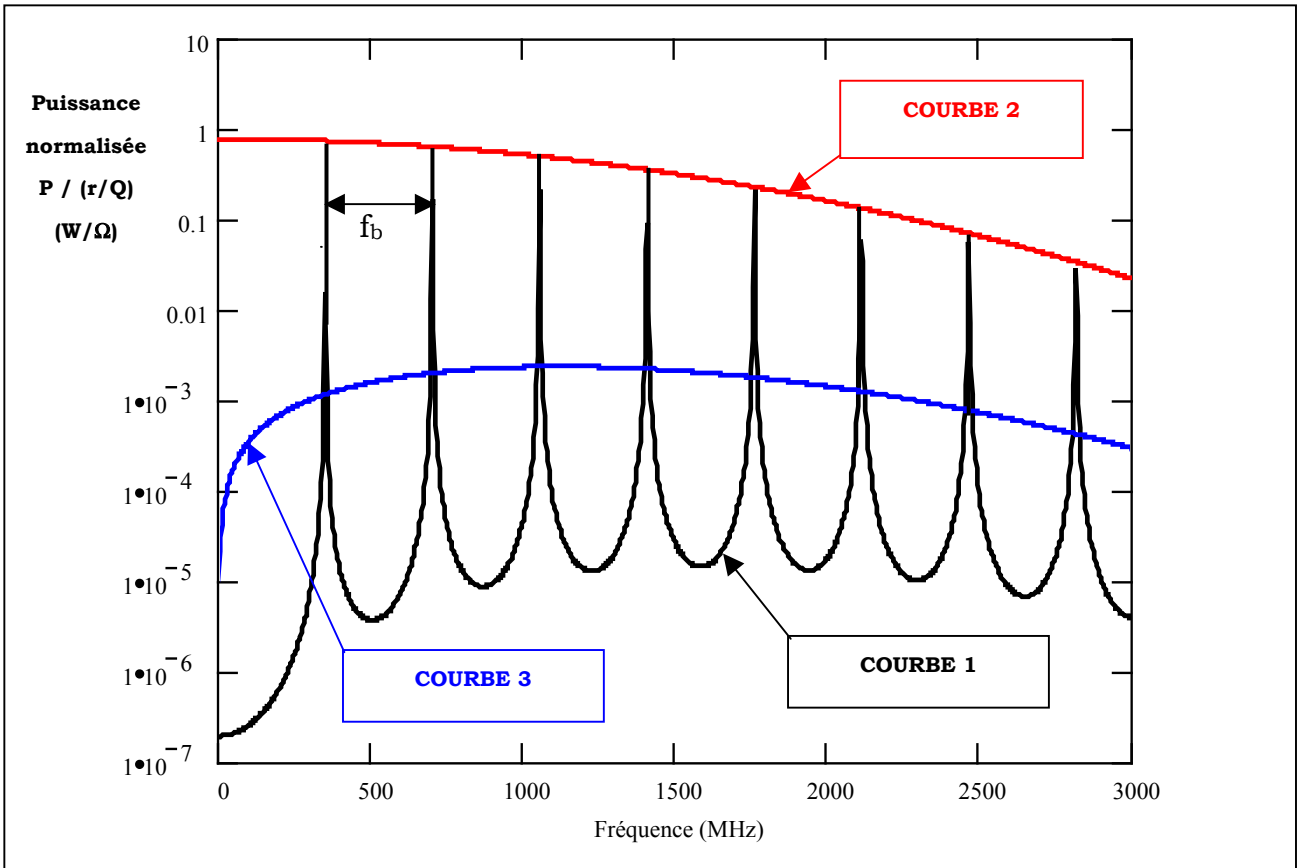


Figure 5-5 : Puissance déposée dans un mode* en fonction de la fréquence du mode excité :
 COURBE 1 : courbe réelle ; équation (528) ;
 COURBE 2 : enveloppe des maxima ; équation (531) ;
 COURBE 3 : cas d'un bunch unique ; équation (530).

Au final, la puissance totale déposée par le passage du faisceau dans les modes résonants de la cavité s'exprimera, d'après le théorème de superposition, en sommant les puissances déposées dans chaque mode :

$$(533) \quad P_{\text{total}} = \sum_{\text{mod es (n)}} P$$

On peut ici se demander où sera dissipée cette puissance déposée ; à première vue, une partie sera dissipée dans l'hélium liquide baignant la cavité, tandis qu'une autre partie sera évacuée vers l'extérieur via les ports de couplage, voire dissipée dans les parties chaudes du linac (Q-pôles, etc.) pour les modes propagatifs situés

* Puissance normalisée par rapport au r/Q ; tracée pour un faisceau de caractéristiques $f_b=352,2\text{MHz}$, $\sigma_b=0,1\text{ns}$, $I_0=20\text{mA}$ et, pour une meilleure visualisation des pics, un mode de Q_L faible $=10^3$.

au-dessus de la fréquence de coupure*. Il n'est cependant pas du tout évident de savoir où sera exactement dissipée cette puissance : incertitude concernant les Q_0 réels des modes (cf. différences entre mesures et simulations lors de l'étude des HOM sur A101 au chapitre 4.2), pertes supplémentaires à froid du fait des connexions des coupleurs, etc..

Au total, il paraît plus judicieux de baser notre étude sur le calcul de la puissance totale déposée par le faisceau, sans chercher forcément à savoir où cette puissance sera dissipée.

Premières considérations dans le cadre de ASH -----

Rappelons tout d'abord les paramètres du faisceau CW (continu) ASH :

- fréquence faisceau : $f_b = 352,2\text{MHz}$ (soit $T_b = 2,84\text{ns} \ll \tau_{\text{cav}}$).
- intensité moyenne du faisceau : $I_0 = 20$ à 40mA .
- longueur d'un bunch : $\sigma_b \approx 5$ à 10ps (#1mm).

L'évolution de la puissance déposée dans un mode en fonction de la fréquence de ce mode prend alors exactement la forme illustrée sur la figure 5-5 (courbe 1) à la différence près que la décroissance en $e^{-\omega^2\sigma_b^2}$ peut ici être négligée car les bunchs de ASH sont très courts devant la plage de fréquences étudiée.

Il apparaît donc clairement que l'excitation des HOM n'induit une forte dissipation (et un danger pour le faisceau) que dans le cas où la fréquence de l'un d'entre eux sera très proche d'un multiple de la fréquence faisceau (352,2MHz, 704,4MHz, 1056,6MHz, 1408,8MHz, 1761MHz, 2113,2MHz, 2465,4MHz, etc..).

De plus, il apparaît également, d'après (531) et (532), que le facteur de qualité en charge de la cavité Q_L pour le mode excité a, plus encore que le r/Q , une très forte influence sur la valeur de cette puissance dissipée (figure 5-6). Ainsi, plus le mode est bien couplé (Q_L faible), et moins le pic de résonance est élevé, mais plus il s'élargit en fréquence. A l'inverse, moins le mode est couplé, plus le pic est étroit mais élevé.

* En première approximation, il est possible de considérer que la puissance totale déposée s'exprime comme $P_{\text{tot}} = P_{\text{Lhe}} + P_{\text{ext}}$ où la puissance dissipée dans l'hélium s'exprime comme $P_{\text{Lhe}} = P_{\text{tot}} \times Q_L / Q_0$, et la puissance évacuée vers l'extérieur prend elle la forme $P_{\text{ext}} = P_{\text{tot}} \times Q_L / Q_{\text{ext}}$; on a alors $P_{\text{Lhe}} \ll P_{\text{ext}}$ pour peu que $Q_{\text{ext}} \ll Q_0$. Dans le cadre de cette hypothèse, il est intéressant de remarquer alors que dans le cas résonnant (équation(531)), $P_{\text{Lhe}} \propto Q_L^2$ et $P_{\text{ext}} \propto Q_L$, tandis que dans le cas non résonnant (équation(532)) $P_{\text{ext}} \propto 1/Q_L$ et P_{Lhe} est indépendant de Q_L .

Restons cependant prudent concernant la validité de cette approximation car il faut s'attendre par exemple à ce qu'une certaine partie de la puissance évacuée vers l'extérieur vienne au passage se dissiper dans l'hélium...

Il est intéressant ici de prendre l'exemple extrême d'une cavité SC close où $Q_L=Q_0$: si l'on y fait passer un faisceau de fréquence par exemple égale à sa fréquence de résonance, la puissance déposée dans la cavité (de caractéristiques $Q_0 \sim 10^{10}$ et $r/Q \sim 100$) par un faisceau CW d'intensité 20mA vaudra alors, d'après (531), près de 1GW* !!!

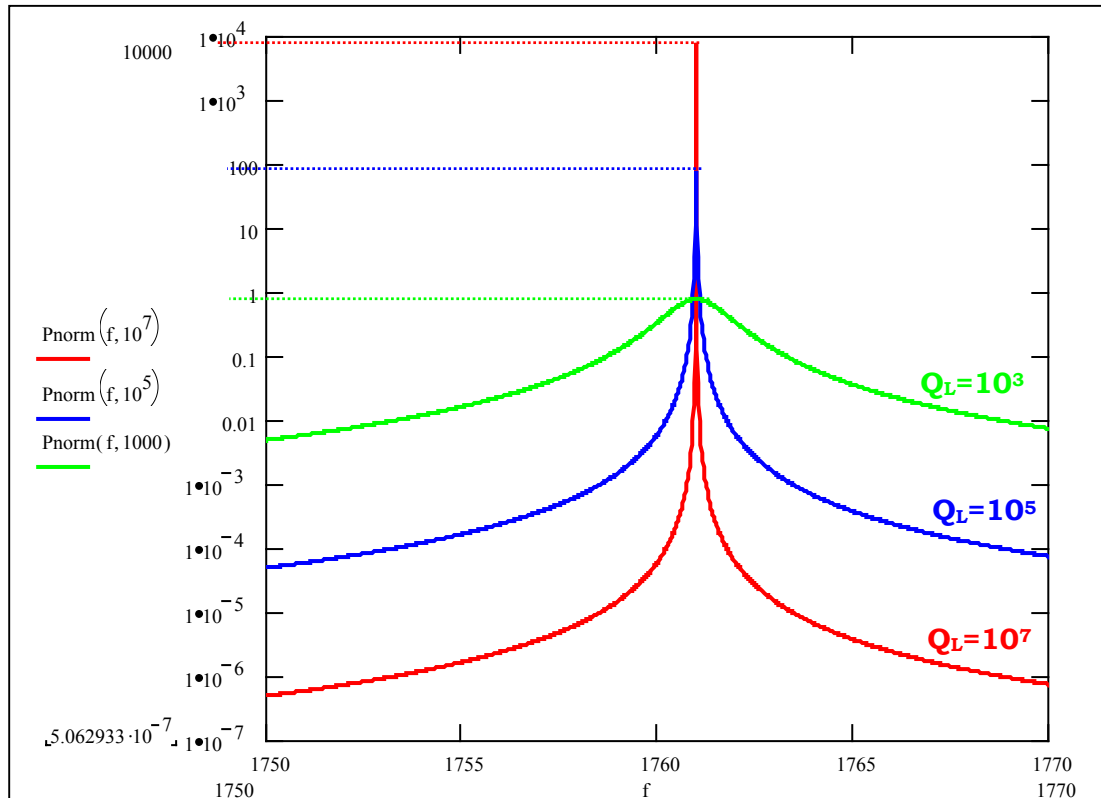


Figure 5-6 : Effet de Q_L sur la puissance déposée autour de 1761MHz (puissance déposée par un faisceau ASH de 20mA ; puissance normalisée par rapport au r/Q)

Dans le cas des cavités ASH, l'ordre de grandeur des Q en charge est susceptible, comme on le verra, de varier dans la plage $10^3 < Q_L < 10^8$. La « bande passante dangereuse » reste donc dans tous les cas relativement étroite, mais dans l'hypothèse où la fréquence d'un mode tombe dedans, la puissance déposée peut alors devenir très importante. Une étude détaillée des modes HOM résonants dans les cavités ASH est donc à présent nécessaire pour analyser ce risque.

* Cette valeur théorique est bien entendu complètement erronée et doit être revue fortement à la baisse dans la réalité. Cela s'explique par le fait que l'on a supposé au début de notre étude que la vitesse des particules ne changeait pas durant la traversée de la cavité ; or, dans ces cas extrêmes où la puissance déposée est très grande, le ralentissement des particules ne peut alors plus être négligé : l'équation (531) utilisée devient donc invalide.

5. 2. Le risque HOM dans les cavités ASH.

Afin de pouvoir quantifier le risque lié à l'excitation des HOM dans le cas de ASH, il est bien évidemment essentiel dans un premier temps de repérer ces modes supérieurs en utilisant les codes de calcul SUPERFISH et URMEL. L'étude du risque HOM peut ensuite être menée, ce que nous ferons, dans le cas du faisceau continu ASH, en développant une analyse statistique du problème. Cette analyse permettra ainsi d'apprécier au mieux le danger existant, et de déterminer si la mise en place de coupleurs HOM spécifiques s'avère ou non nécessaire sur nos cavités. Notons enfin que nous ne développerons ici en détail que l'étude de la cavité 5-cellules $\beta_g=0,65$, l'étude de la cavité $\beta_g=0,47$ étant basée exactement sur le même principe, et aboutissant aux mêmes conclusions.

5. 2. 1. Repérage des HOM dans les cavités ASH $\beta_g=0,65$.

Choix des modes supérieurs considérés -----

Comme nous l'avons vu lors du chapitre 2, il existe une infinité de modes résonnants dans une cavité accélératrice, et il n'est bien sûr pas envisageable de tous les étudier. Il s'agit donc dans un premier temps de sélectionner les modes potentiellement dangereux pour le faisceau ; nous avons effectué cette sélection selon les critères suivants :

- critère n°1 : effet de la longueur du bunch.

La décroissance en $e^{-\omega^2 \sigma_b^2}$ de la puissance déposée dans les HOM (cf. chapitre précédent) permet de se rendre compte que plus la fréquence d'un mode est élevée, et moins celui-ci est dangereux ; cependant, la faible longueur du bunch ASH ($\sigma_b \sim 10$ ps) rend cette assertion peu intéressante puisqu'elle ne permet d'éliminer que les modes de fréquence supérieure à quelques centaines de GHz.

- critère n°2 : champs développés sur l'axe faisceau.

Comme nous l'avons souligné au chapitre 2, les modes monopolaires TM développent des champs longitudinaux E_z importants sur l'axe de la cavité ; ces modes sont ainsi susceptibles d'être fortement excités et d'entraîner des dissipations importantes : ils doivent donc être étudiés en priorité.

Les modes monopolaires TE développent eux des champs longitudinaux à composante uniquement magnétique (B_z) ; d'après l'expression de la force de Lorentz, ces champs sont sans grand danger pour le faisceau, et leur effet peut donc ici être négligé.

Les modes dipolaires ne présentent eux aucun champ longitudinal sur l'axe de la cavité, et ne sont donc pas susceptibles d'être excités par le faisceau et de causer d'importantes dissipations. Par contre, ces modes y développent des champs radiaux non nuls, et ces champs défecteurs peuvent présenter un danger important pour la stabilité du faisceau. Nous incluons ainsi l'étude de ces modes ($m=1$) dans notre étude.

Enfin, les modes multipolaires pour lesquels $m \geq 2$ ne développent aucun champ sur l'axe faisceau, mais présentent néanmoins des champs non nuls à proximité de cet axe, surtout dans le cas des modes pour lesquels m reste faible (modes quadripolaires $m=2$ notamment) ; ces champs sont susceptibles d'avoir une influence non négligeable sur le faisceau du fait à la fois du diamètre non nul de celui-ci (le faisceau ASH a un diamètre de l'ordre de 4 à 5mm), mais aussi du fait des éventuelles erreurs d'alignement de la structure accélératrice. Nous considérerons néanmoins que cette influence reste très faible comparée à celle des modes dipolaires ; leur cas sera ainsi dans un premier temps laissé de côté, quitte à reconsidérer cette position si les modes dipolaires s'avéraient dangereux (ce qui serait le signe d'une éventuelle dangerosité additionnelle due à ces modes multipolaires $m \geq 2$).

- critère n°3 : modes piégés et modes propagatifs.

Nous avons également mis en évidence dans le chapitre précédent que tous les modes très bien couplés (Q_L très faibles) n'ont aucune chance d'entraîner de fortes dissipations, et sont donc sans danger pour le faisceau ; c'est notamment le cas de tous les modes non évanescents qui se propagent dans les tubes faisceau pour se dissiper dans les structures chaudes à l'extérieur de la cavité. Ces modes propagatifs sont donc à priori peu dangereux, et l'accent devra essentiellement être mis sur l'étude des modes résonnants piégés dans la cavité.

- critère n°4 : les fréquences de coupure.

Au-dessus de la fréquence de coupure qui leur est associée, la plupart des modes résonnants dans la cavité deviennent propagatifs. Comme nous l'avons vu en étudiant la théorie des guides d'ondes, cette fréquence de coupure dépend du diamètre du tube faisceau, mais aussi du type de mode considéré. Ainsi, les modes monopolaires TM deviennent propagatifs au-dessus de la fréquence de coupure TM_{01} du tube faisceau, tandis que les modes dipolaires le deviennent pour la plupart dès la coupure TE_{11} (certains modes dipolaires TM restent toutefois piégés jusqu'à la coupure TM_{01}).

Il existe cependant une chance non négligeable de rencontrer des modes piégés au-dessus de ces fréquences de coupure¹⁴³. Mais même si d'éventuels modes existent, leur influence sur le faisceau a toutes les chances de rester négligeable devant la contribution de tous les autres modes monopolaires et dipolaires : en effet, ces modes seraient de toute manière très peu nombreux, mais surtout, leur dangerosité serait inévitablement amoindrie par le fait que leur fréquence élevée leur conférerait de faibles valeurs de r/Q^* .

Au total, les HOM retenus pour leur dangerosité seront finalement tous les modes monopolaires TM et dipolaires (piégés ou non) dont la fréquence est inférieure à la fréquence de coupure TM_{01} qui, rappelons-le, est donnée par :

$$(534) \quad f_c(TM_{01}) = \frac{2,405c}{2\pi R_b}$$

où R_b est le rayon du tube faisceau ; cette fréquence de coupure TM_{01} vaut environ 2550MHz pour la cavité ASH $\beta_g=0,65$ ($R_b=4,5$ cm).

Etude des modes monopolaires TM_{0np} -----

Le figure 5-7 regroupe l'ensemble des 27 modes monopolaires TM situés en-dessous de la fréquence de coupure TM_{01} pour la cavité ASH 5 cellules $\beta_g=0,65$. Leurs caractéristiques (fréquence et r/Q à $\beta=\beta_g$) ont été calculées à l'aide de 3 codes différents (URMEL, MAFIA 2D, SUPERFISH) avec la meilleure précision possible par rapport au matériel de calcul utilisé[†].

* Rappelons en effet que lorsque la fréquence des modes supérieurs tend vers l'infini, leur r/Q tend vers 0.

† Précisons ici que les résultats des calculs URMEL sont sans doute les moins précis car nous n'avons pas pu raffiner le maillage autant que pour les calculs effectués par MAFIA et SUPERFISH.

Les résultats obtenus restent relativement cohérents entre eux, même si certaines disparités apparaissent parfois, comme par exemple pour le mode n°16.

Pour plus de précisions, une illustration de chacun de ces modes est fournie en annexe 6.

n°	type*		fréquence (MHz)			r/Q (Ω) à β=β _g =0,658		
			URMEL	MAFIA 2D	SUPERFISH	URMEL	MAFIA 2D	SUPERFISH
1	TM ₀₁₀	π/5	696,78	697,07	697,44	0,034	0,020	0,018
2		2π/5	698,67	699,01	699,40	0,142	0,121	0,115
3		3π/5	700,98	701,38	701,79	0,541	0,146	0,127
4		4π/5	702,82	703,26	703,69	2,566	0,585	0,454
5		π	703,60	703,98	704,42	156,65	157,93	157,55
6	TM ₀₂₀	π/5	1501,7	1502,4	1503,2	0,257	0,236	0,232
7		2π/5	1508,4	1509,4	1510,25	0,036	0,033	0,036
8		3π/5	1517,6	1518,8	1519,7	0,034	0,034	0,036
9		4π/5	1526,5	1527,8	1528,8	0,049	0,046	0,052
10		π	1532,3	1533,5	1534,6	0,032	0,029	0,027
11	TM ₀₁₁	π/5	1696,8	1696,9	1697,3	0,514	0,392	0,428
12		2π/5	1755,5	1756,15	1756,7	0,209	0,185	0,189
13		3π/5	1764,5	1765,3	1766,0	2,059	2,009	2,001
14		4π/5	1773,8	1774,9	1775,6	1,319	1,360	1,312
15		π a	1779,5	1780,7	1781,5	0,150	0,102	0,094
16		π b	1873,4	1883,8	1876,7	0,035	1,313	0,242
17	TM ₀₂₁ & TM ₀₃₀		2116,7	2132,2	2123,3	0,239	0,525	0,204
18			2240,9	2243,8	2244,8	0,066	0,022	0,021
19			2249,5	2252,7	2253,4	0,011	0,052	0,010
20			2261,4	2264,2	2264,9	0,027	0,016	0,007
21			2273,2	2274,8	2275,8	0,014	0,003	1.10 ⁻⁴
22			2291,3	2293,35	2294,7	0,013	0,016	0,005
23			2324,1	2329,9	2330,9	0,168	0,008	0,032
24			2333,1	2337,0	2338,8	0,076	0,001	0,016
25			2341,1	2344,0	2345,6	0,087	0,060	0,073
26			2346,0	2347,9	2349,6	0,009	0,039	0,031
27			2349,4	2367,6	2358,9	0,311	0,357	0,049
cut-off TM ₀₁			2550					

Figure 5-7 : Liste des modes TM_{0np} pour la cavité ASH 5 cellules β_g=0,65.

* La désignation des modes n°17 à 27 est délicate à effectuer car ces modes sont le résultat d'une combinaison entre les modes TM₀₂₁ et TM₀₃₀, très proches l'un de l'autre en fréquence (cf. annexe 6).

Etude des modes dipolaires (m=1) -----

Dans le cas des modes monopolaires, le calcul du r/Q s'effectue à l'aide de la formule (238), que nous rappelons ici :

$$(535) \quad \frac{r}{Q} = \frac{(E_{\text{acc}} L_{\text{acc}})^2}{2\omega W} = \frac{1}{2\omega W} \frac{L_{\text{acc}}^2}{L_{\text{tot}}^2} \left| \int_0^{L_{\text{tot}}} E_z(z, r=0) e^{j\omega z/\beta c} \cdot dz \right|^2$$

où W est l'énergie stockée dans la cavité par le mode considéré, ω est sa pulsation, L_{acc} est la longueur accélératrice (longueur des cellules), et L_{tot} la longueur totale de la cavité tubes faisceau compris. Rappelons au passage que r/Q dépend assez fortement de la vitesse de la particule incidente β .

En ce qui concerne les modes dipolaires, le champ électrique longitudinal sur l'axe disparaît ($E_z=0$) : le r/Q de ces modes est donc nul, ce qui montre bien qu'ils ne peuvent pas à priori être excités. Cependant, si l'on tient compte du diamètre réel du faisceau et/ou de son éventuel décentrage, l'excitation de ces modes n'est pas totalement nulle. On peut la quantifier en calculant la valeur du (r/Q) à un rayon $r=r_0$ non nul, soit :

$$(536) \quad \left(\frac{r}{Q} \right)_{r=r_0} = \frac{1}{2\omega W} \frac{L_{\text{acc}}^2}{L_{\text{tot}}^2} \left| \int_0^{L_{\text{tot}}} E_z(z, r=r_0) e^{j\omega z/\beta c} \cdot dz \right|^2$$

Or, il est possible de montrer à partir des expressions des champs trouvées au chapitre 2 que, pour un mode multipolaire d'ordre m de la forme TM_{mnp} par exemple, le champ E_z varie radialement selon* :

$$(537) \quad E_z \propto r^m$$

L'équation (536) peut alors se transformer pour donner naissance à un nouveau paramètre (r/Q), qui reste indépendant du rayon auquel l'intégration est effectuée.

* Ceci s'applique uniquement pour de faibles distances autour de l'axe faisceau, là où l'approximation $J_m(x) \approx (x/2)^m/m!$ est valable.

Dans le cas des modes dipolaires, ce facteur s'exprime en Ω/m^2 , et peut se définir par* :

$$(538) \quad \left(\frac{r}{Q} \right)' = \frac{1}{2\omega W} \frac{L_{acc}^2}{L_{tot}^2} \frac{1}{r_0^2} \left| \int_0^{L_{tot}} E_z(z, r=r_0) e^{j\omega z/\beta c} \cdot dz \right|^2 = \frac{1}{r_0^2} \left(\frac{r}{Q} \right)_{r=r_0}$$

Enfin, il est important de noter ici que ce paramètre $(r/Q)'$ permet également de caractériser les forces transverses défectrices F_{\perp} que développe le mode considéré sur une charge q ; il est en effet possible de montrer, à partir du théorème de Panofsky-Wenzel¹⁴⁴, que, pour peu que le champ électrique transverse s'annule à chaque extrémité de la cavité et que l'on suppose que la charge traverse la cavité à un rayon constant $r=r_0$, l'on obtient :

$$(539) \quad \left(\frac{r}{Q} \right)' = \frac{1}{2\omega W} \frac{L_{acc}^2}{L_{tot}^2} \left| \int_0^{L_{tot}} \nabla_{\perp} E_z e^{j\frac{\omega z}{\beta c}} \cdot dz \right|^2$$

$$= \frac{1}{2\omega W} \frac{L_{acc}^2}{L_{tot}^2} \left(\frac{\omega}{q\beta c} \right)^2 \left| \int_0^{L_{tot}} F_{\perp} e^{j\frac{\omega z}{\beta c}} \cdot \frac{dz}{\beta c} \right|^2$$

où ∇_{\perp} représente la composante transverse de $\vec{\nabla}$.

Le facteur $(r/Q)'$, souvent baptisé aussi « impédance transverse », permet ainsi de traiter à la fois :

- le calcul de la puissance dissipée par l'excitation des modes dipolaires à un rayon $r=r_0$ de l'axe faisceau ; le r/Q associé est alors donné par : $r/Q=r_0^2 (r/Q)'$.
- l'analyse de l'effet des champs transverses défecteurs sur la stabilité du faisceau¹⁴⁵, étude que nous n'effectuerons pas ici.

La figure 5-8 dresse la liste des modes dipolaires (fréquences et $(r/Q)'$ calculés par URMEL et MAFIA 2D[†]) en-dessous de la coupure TM_{01} . Notons ici encore que nous n'avons pas pris la peine d'identifier clairement les modes de fréquences les plus élevées.

* Précisons ici que différentes définitions du $(r/Q)'$ sont utilisées selon les auteurs ; un facteur (ω/c) ou $(\omega/c)^2$ est notamment parfois rajouté au dénominateur...

† L'intégration pour le calcul du $(r/Q)'$ a été effectuée à $r_0=2,5cm$.

n°	type	fréquence (MHz)		(r/Q)' (Ω/cm²) à β=β _g =0,658		
		URMEL	MAFIA 2D	URMEL	MAFIA 2D	
1	TM ₁₁₀	π/5	1009,5	1010	0,257	0,246
2		2π/5	1014,9	1015	0,417	0,420
3		3π/5	1020,8	1021	1,249	1,206
4		4π/5	1028,3	1029	0,567	0,541
5		π	1034,5	1035	0,011	0,013
6	TE ₁₁₁	π/5	1210,2	1209	0,301	0,294
7		2π/5	1277,8	1275	0,735	0,696
8		3π/5	1317,2	1315	0,138	0,138
9		4π/5	1365,8	1364	0,044	0,042
10		π a	1408,1	1407	2.10 ⁻⁴	1.10 ⁻⁴
11		π b	1517,6	1494	0,021	0,032
12	TM ₁₂₀ & TM ₁₁₁		1727,7	1705	0,029	0,056
13			1748,6	1735	0,158	0,011
14			1768,3	1758	0,236	0,292
15			1786,4	1785	0,267	0,300
16			1812,1	1811	0,020	0,020
17			1839,9	1838	0,015	0,014
18			1866,5	1867	0,003	0,003
19			1886,3	1886	0,016	0,014
20			1907,7	1902	0,091	0,011
21			1927,7	1909	0,086	0,113
22			1942,1	1929	0,033	0,076
cut-off TE ₁₁		1952				
23	TE ₁₂₁ etc..		1984,6	1974	0,005	7.10 ⁻⁴
24			2028,5	2005	3.10 ⁻⁴	0,029
25			2029,3	2027	0,002	4.10 ⁻⁵
26			2033,0	2028	0,016	2.10 ⁻⁴
27			2033,9	2031	0,013	0,003
28			2054,3	2038	0,080	0,008
29			2093,3	2062	0,065	0,085
30			2144,1	2104	0,002	0,023
31			2203,8	-	0,002	-
32			2270,6	-	0,002	-
33			2330,8	-	0,010	-
34			2372,5	-	0,008	-
35			2503,3	-	0,002	-
36			2524,5	-	2.10 ⁻⁵	-
37			2525,5	-	2.10 ⁻⁶	-
38			2530,6	-	1.10 ⁻⁴	-
cut-off TM ₀₁		2550				

Figure 5-8 : Liste des modes dipolaires pour la cavité ASH 5 cellules β_g=0,65.

Première estimation de la puissance déposée dans les HOM -----

A partir des valeurs des fréquences et r/Q , et d'après l'équation (531) trouvée au chapitre 5-1, il est désormais possible de déterminer la puissance que le faisceau continu ASH déposera dans chaque mode de notre cavité $\beta_g=0,65$, moyennant bien sûr la connaissance du facteur de qualité en charge Q_L pour chaque mode.

La figure 5-9 regroupe l'ensemble des résultats ainsi obtenus*, indiquant pour chaque mode la valeur estimée† du Q_L et la puissance déposée par un faisceau continu de fréquence 352,2MHz, d'intensité 20mA, et d'énergie 308,8MeV ($\beta=\beta_g$).

La puissance totale déposée dans les modes supérieurs s'avère ainsi être très faible (inférieure à 10mW). De plus, il apparaît que :

- la contribution des modes dipolaires est quasi négligeable (même dans le cas d'un faisceau décentré entraînant des puissances 10 fois plus importantes).
- l'essentiel de cette puissance déposée provient des modes très bien couplés (et notamment du mode monopolaire n°17 résonnant à 2123MHz).
- la généralisation de ce calcul à l'ensemble de la section accélératrice $\beta_g=0,65$, effectuée par le calcul des r/Q aux divers β , montre que cette puissance reste faible quelle que soit l'énergie considérée (figure 5-10).

Enfin, il est intéressant de remarquer que l'excitation du mode fondamental‡ par le faisceau induit, à $\beta=\beta_g$, une puissance déposée de 123kW dans le coupleur principal. On retrouve bien exactement le chiffre trouvé lors de l'étude du système de la cavité couplée (cf. annexe 5) dans le cas d'une panne de générateur HF ; pour

* Les fréquences, r/Q et $(r/Q)'$ pris en compte ont été choisis tant bien que mal à partir des résultats obtenus par les différents codes. Pour les dipôles, le calcul du r/Q est effectué à $r_0=3\text{mm}$, qui correspond au rayon maximal du faisceau (les puissances déposées dans les modes dipolaires doivent être ainsi multipliées par un facteur 10 dans le cas d'un faisceau décentré d'environ 1cm).

† L'estimation des valeurs de Q_L est effectuée de la façon suivante :

- le Q_0 des modes, qui est généralement $>10^9$, est ici négligé, d'où $Q_L \approx Q_{\text{ext}}$.
- le Q_{ext} est calculé pour un couplage avec le port de puissance seul (couplage électrique) à partir des cartes de champ fournies par les codes de calcul.
- ces valeurs de Q_{ext} sont ensuite multipliées par un facteur 3 pour tous les modes à l'exception des 5 modes fondamentaux à 700MHz (prise en compte de la mauvaise adaptation du coupleur de puissance qui entraîne un affaiblissement du couplage de l'ordre de 30%).
- enfin, dans le cas des modes dipolaires, ces valeurs sont en supplément multipliées par un facteur 2 pour tenter de prendre en compte la dispersion azimutale de ces modes.

‡ Rappelons que la fréquence exacte de résonance est de 704,4MHz, corrigée du detuning de 156,4Hz nécessaire pour assurer un transfert optimal du générateur HF vers le faisceau (cf. annexe 5).

un fonctionnement normal (générateur+faisceau), ces 123kW sont bien entendu fournis au faisceau.

n°	f (MHz)	Q _L	P (W) à $\beta=\beta_g=0,658$
MON1	697,4	1,3.10 ⁷	3.10 ⁻⁹
MON2	699,4	3,3.10 ⁶	1.10 ⁻⁷
MON3	701,8	1,7.10 ⁶	1.10 ⁻⁶
MON4	703,7	1,2.10 ⁶	8.10 ⁻⁵
MON5	704,4	1,3.10⁶	1,23.10⁵
MON6	1503	2,5.10 ⁶	7.10 ⁻⁹
MON7	1510	6,2.10 ⁵	3.10 ⁻⁹
MON8	1519	2,9.10 ⁵	6.10 ⁻⁹
MON9	1528	1,9.10 ⁵	1.10 ⁻⁸
MON10	1534	2,6.10 ⁵	6.10 ⁻⁹
MON11	1697	5,1.10 ⁴	2.10 ⁻⁶
MON12	1756	5,9.10 ⁷	1.10 ⁻⁷
MON13	1766	5,5.10 ⁷	9.10 ⁻⁷
MON14	1775	1,4.10 ⁸	3.10 ⁻⁸
MON15	1781	5,3.10 ⁸	3.10 ⁻¹⁰
MON16	1877	1,9.10 ⁴	3.10 ⁻⁶
MON17	2123	5,8.10 ²	7,8.10 ⁻³
MON18	2244	3,4.10 ⁴	2.10 ⁻⁷
MON19	2253	1,4.10 ⁴	7.10 ⁻⁸
MON20	2264	1,7.10 ⁴	1.10 ⁻⁷
MON21	2275	4,1.10 ⁴	3.10 ⁻⁸
MON22	2294	4,6.10 ⁶	2.10 ⁻¹⁰
MON23	2330	5,3.10 ³	3.10 ⁻⁶
MON24	2338	1,7.10 ⁴	5.10 ⁻⁷
MON25	2345	1,9.10 ⁴	5.10 ⁻⁷
MON26	2349	3,0.10 ⁴	3.10 ⁻⁸
MON27	2359	2,3.10 ³	2.10 ⁻⁵
TOTAL monopoles			7,9.10⁻³
DIP1	1010	3,1.10 ⁵	7.10 ⁻⁹
DIP2	1015	2,7.10 ⁶	2.10 ⁻⁹
DIP3	1021	2,4.10 ⁶	8.10 ⁻⁹
DIP4	1028	3,6.10 ⁶	4.10 ⁻⁹
DIP5	1035	1,2.10 ⁷	4.10 ⁻¹¹
DIP6	1210	2,0.10 ⁴	3.10 ⁻⁸
DIP7	1277	3,3.10 ⁵	6.10 ⁻⁹
DIP8	1317	1,4.10 ⁵	5.10 ⁻⁹
DIP9	1366	1,1.10 ⁵	8.10 ⁻⁹
DIP10	1408	1,6.10 ⁵	1.10 ⁻⁷
DIP11	1517	9,4.10 ²	1.10 ⁻⁷
DIP12	1728	1,9.10 ⁴	8.10 ⁻⁸
DIP13	1749	1,5.10 ⁴	4.10 ⁻⁶
DIP14	1768	1,2.10 ⁴	2.10 ⁻⁵
DIP15	1786	1,8.10 ⁵	1.10 ⁻⁷
DIP16	1812	2,8.10 ⁷	2.10 ⁻¹¹
DIP17	1839	1,5.10 ⁹	1.10 ⁻¹³
DIP18	1867	6,8.10 ⁸	3.10 ⁻¹⁴
DIP19	1886	1,4.10 ⁸	7.10 ⁻¹³
DIP20	1907	7,1.10 ⁸	7.10 ⁻¹³
DIP21	1927	3,4.10 ⁶	1.10 ⁻¹⁰
DIP22	1942	7,8.10 ⁴	2.10 ⁻⁹
DIP23	1984	4,7.10 ⁴	8.10 ⁻¹⁰
DIP24	2028	3,6.10 ⁷	1.10 ⁻¹³
DIP25	2029	3,6.10 ⁶	6.10 ⁻¹²
DIP26	2033	3,5.10 ⁵	6.10 ⁻¹⁰
DIP27	2034	1,1.10 ⁷	2.10 ⁻¹¹
DIP28	2054	8,4.10 ⁴	2.10 ⁻⁸
DIP29	2094	1,1.10 ⁴	1.10 ⁻⁶
DIP30	2144	5,3.10 ³	3.10 ⁻⁸
DIP31	2204	3,9.10 ³	7.10 ⁻⁹
DIP32	2271	3,2.10 ³	5.10 ⁻⁹
DIP33	2331	2,9.10 ³	3.10 ⁻⁸
DIP34	2372	5,5.10 ⁴	1.10 ⁻⁹
DIP35	2503	1,5.10 ⁵	1.10 ⁻⁹
DIP36	2524	5,5.10 ⁶	2.10 ⁻¹³
DIP37	2525	2,1.10 ⁶	3.10 ⁻¹⁴
DIP38	2531	1,3.10 ⁸	2.10 ⁻¹⁴
TOTAL dipoles			2,6.10⁻⁵
TOTAL HOM			<10mW

Figure 5-9 : Puissance déposée par le faisceau ASH ($I_0=20mA$) à $\beta=\beta_g=0,658$ sur les divers modes de la cavité 5 cellules $\beta_g=0,65$.

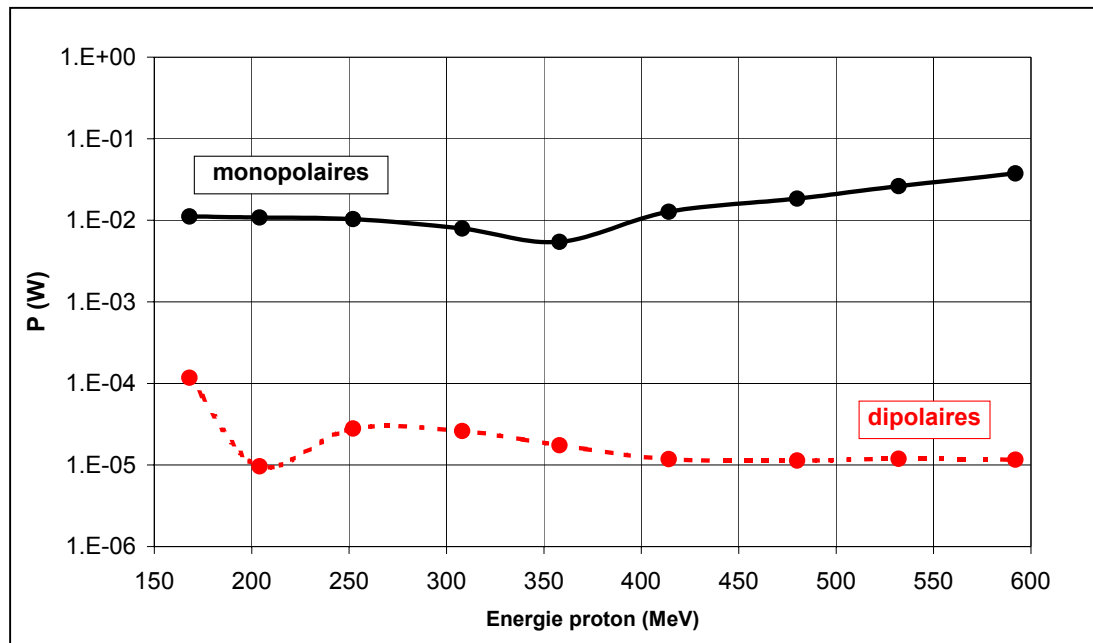


Figure 5-10 : Evolution de la puissance déposée dans les HOM de la cavité ASH 5-cellules $\beta_y=0,65$ en fonction de l'énergie cinétique des protons incidents (faisceau CW de 20mA).

A propos de la validité de l'estimation précédente -----

L'estimation que nous venons de présenter ne peut cependant être considérée comme vraiment révélatrice du danger encouru par l'excitation des HOM. En effet, il réside une certaine incertitude à la fois sur les valeurs de r/Q , mais surtout sur les fréquences des modes supérieurs qui résonneront dans notre cavité, et cela pour 2 raisons essentielles :

- il existe une certaine disparité au niveau des résultats obtenus à partir des divers codes de calcul ; ces différences restent faibles, mais indiquent qu'il est impossible de prévoir la fréquence de résonance d'un HOM avec une précision de plus de 100kHz.
- le profil de la cavité réelle, après fabrication et accord en fréquence, ne sera plus exactement identique au profil théorique initial, et c'est là le point essentiel*. En effet, mis à part les 5 modes fondamentaux TM_{010}^\dagger , les autres modes supérieurs auront alors toutes les chances de ne pas résonner à la fréquence prédite par les codes de calcul ; on peut ainsi s'attendre à ce que l'incertitude sur ces

* Ajoutons à cela l'effet de la présence du port de puissance qui n'est pas pris en compte dans nos calculs 2D.

† Le but du jeu lors de l'accord de la cavité est effectivement de retrouver la fréquence exacte de 704,4MHz pour le mode accélérateur $TM_{010} \pi$; les 4 autres modes TM_{010} auront donc a priori une fréquence de résonance extrêmement proche des fréquences prédites par les codes.

fréquences de résonance soit de l'ordre de plusieurs MHz, voire de plusieurs dizaines de MHz pour certains modes. Ce phénomène a été parfaitement mis en évidence par les mesures tri-dimensionnelles effectuées sur nos cavités (cf. chapitre 4.2) ; il a de plus été déjà observé maintes fois par le passé lors de divers programmes d'études de HOM¹⁴⁶.

Ces incertitudes prouvent qu'il existe une chance à priori non négligeable pour que la fréquence réelle d'un mode HOM coïncide exactement avec un multiple de la fréquence faisceau ; cet événement, s'il se présentait, conduirait alors à des dissipations dramatiques dans la cavité.

Afin de quantifier la probabilité d'un tel événement, il apparaît ici nécessaire de développer une analyse statistique du problème. Nous ne retiendrons dans cette analyse que les modes potentiellement « dangereux », c'est-à-dire ceux dont la fréquence calculée est à moins de 50MHz d'une résonance faisceau ; les autres modes, dont les fréquences sont très éloignés des fréquences de résonance du faisceau, seront par contre considérés comme sans danger.

Les figures 5-11 et 5-12 font le bilan de tous les modes monopolaires et dipolaires potentiellement dangereux ; on trouvera, dans chacune de ces tables, et pour chaque fréquence de résonance faisceau :

- les fréquences prédites des modes situés à moins de 50MHz de la fréquence faisceau considérée.
- les valeurs de r/Q (ou de $(r/Q)'$) pour ces modes à diverses énergies*.
- le Q_L espéré et le r/Q maximal sur la plage d'énergie (170MeV-600MeV).
- la puissance « au pire » déposée dans ce mode dans le cas où la fréquence réelle du mode coïncide exactement avec la fréquence faisceau (et à l'énergie où le r/Q est maximal).
- la puissance « prévue » déposée dans ce mode dans le cas où la fréquence réelle du mode coïncide cette fois avec la fréquence prédite par les codes (et toujours à l'énergie donnant le r/Q maximal).

Ces tableaux permettent notamment de mettre en évidence que l'excitation de certains modes pourrait impliquer, dans des conditions « au pire », des dissipations tout à fait exceptionnelles - supérieures au MW en théorie[†] (cas du mode monopolaire n°15) - qui ne pourraient être supportées par aucun coupleur.

* Valeurs SUPERFISH pour les monopoles, valeurs au pire MAFIA+URMEL pour les dipôles. Les graphes d'évolution des r/Q des modes monopolaires dangereux sont fournis en annexe 6.

† Rappelons encore une fois qu'en réalité, cette valeur sera nettement moins élevée (mais restera tout de même très importante !) puisque nous négligeons dans nos calculs l'effet de la décélération des particules lors de leur traversée de la cavité.

fréq. faisceau (MHz)	fréq. HOM (MHz)	r/Q (Ω)										Q _L estimé	(r/Q) max (Ω)	P _{max} au pire (W)	P _{max} prévue (W)
		β=0,53	β=0,57	β=0,615	β=0,658	β=0,69	β=0,72	β=0,75	β=0,77	β=0,79					
704,4	697,4	0,20	0,13	0,04	0,02	0,04	0,06	0,10	0,13	0,17	1,3.10 ⁷	0,2	-	3.10 ⁻⁸	
	699,4	0,25	0,09	0,22	0,12	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01	3,3.10 ⁶	0,25	-	3.10 ⁻⁷	
	701,8	13,3	4,6	0,6	0,13	0,34	1,15	3,4	6,1	10,2	1,7.10 ⁶	13,3	-	1.10 ⁻⁴	
	703,7	44,4	36,9	13,3	0,46	6,1	23,3	48,8	68,6	89,1	1,2.10 ⁶	89,1	-	0,015	
Total 704,4MHz											-	<50 mW			
1761,0	1756	0,10	0,51	0,63	0,19	0,02	0,05	0,12	0,12	0,09	5,9.10 ⁷	0,63	3.10 ⁴	4.10 ⁻⁷	
	1766	0,01	0,07	1,0	2,0	1,7	0,8	0,22	0,15	0,30	5,5.10 ⁷	2,0	9.10 ⁴	9.10 ⁻⁷	
	1775	3.10 ⁻³	0,02	0,08	1,31	3,2	4,6	4,5	3,6	2,5	1,4.10 ⁸	4,6	5.10 ⁵	5.10 ⁻⁸	
	1781	2.10 ⁻³	0,01	0,05	0,10	0,59	2,3	5,5	8,4	11,6	5,3.10 ⁸	11,6	5.10 ⁶	3.10 ⁻⁸	
Total 1761,0MHz											5	<5 μW			
2113,2	2123	0,25	0,03	0,13	0,21	0,16	0,12	0,18	0,30	0,46	5,8.10 ²	0,46	0,7	0,023	
	Total 2113,2MHz											0,7 W	<50 mW		

Figure 5-11 : Les modes monopolaires « dangereux » dans la cavité ASH 5 cellules β_g=0,65.

fréq. faisceau (MHz)	fréq. HOM (MHz)	(r/Q)' (Ω/cm ²)									Q _L estimé	(r/Q)' max cm	P _{max} au pire (W)	P _{max} prévue (W)
		β=0,53	β=0,57	β=0,615	β=0,658	β=0,69	β=0,72	β=0,75	β=0,77	β=0,79				
1056,6	1010	0,16	0,07	0,14	0,26	0,41	0,61	0,87	1,07	1,28	3,1.10 ⁵	1,2	29	4.10 ⁻⁸
	1015	0,05	4.10 ⁻³	0,09	0,42	0,84	1,30	1,76	2,04	2,28	2,7.10 ⁶	2,2	448	9.10 ⁻⁹
	1021	0,09	0,20	0,73	1,25	1,43	1,40	1,21	1,04	0,85	2,4.10 ⁶	1,4	245	9.10 ⁻⁹
	1028	1,24	0,57	0,76	0,57	0,33	0,15	0,05	0,03	0,04	3,6.10 ⁶	1,2	320	8.10 ⁻⁹
	1035	1,82	0,25	0,09	0,01	0,02	0,04	0,06	0,07	0,07	1,2.10 ⁷	1,8	1630	6.10 ⁻⁹
Total											1,6kW	<0,1μW		
1408,8	1366	0,85	7.10 ⁻³	0,03	0,04	0,01	7.10 ⁻⁴	0,03	0,09	0,16	1,1.10 ⁵	0,8	6,5	2.10 ⁻⁷
	1408	0,07	4.10 ⁻³	0,01	2.10 ⁻⁴	4.10 ⁻³	0,01	0,02	0,01	8.10 ⁻³	1,6.10 ⁵	0,0	0,8	3.10 ⁻⁵
Total											6,5W	<50μW		
1761,0	1728	5,22	0,47	0,10	0,06	0,03	0,02	0,04	0,01	0,01	1,9.10 ⁴	5,2	7,0	1.10 ⁻⁵
	1749	1,36	0,15	0,40	0,16	0,02	7.10 ⁻³	0,01	0,02	0,02	1,5.10 ⁴	1,3	1,4	3.10 ⁻⁵
	1768	0,46	0,04	0,15	0,29	0,18	0,05	0,02	0,04	0,07	1,2.10 ⁴	0,4	0,4	4.10 ⁻⁵
	1786	0,02	0,01	0,06	0,30	0,52	0,52	0,36	0,24	0,14	1,8.10 ⁵	0,5	5,4	2.10 ⁻⁷
Total											7W	<0,1mW		
2113,2	2094	0,02	8.10 ⁻³	0,08	0,09	0,07	0,07	0,08	0,08	0,07	1,1.10 ⁴	0,0	0,05	1.10 ⁻⁶
	2144	0,05	0,01	0,06	0,02	0,03	0,08	0,07	0,07	0,08	5,3.10 ³	0,0	0,03	1.10 ⁻⁶
Total											50mW	<5μW		
2465,4	2503	0,14	8.10 ⁻³	1.10 ⁻³	2.10 ⁻³	2.10 ⁻³	6.10 ⁻³	0,01	0,02	0,04	1,5.10 ⁵	0,1	1,6	8.10 ⁻⁸
	Total											1,6W	<0,1μW	

Figure 5-12 : Les modes dipolaires « dangereux » dans la cavité ASH 5 cellules β₀=0,65.

5. 2. 2. Traitement statistique du risque HOM (faisceau CW)*.

Modélisation utilisée -----

Considérons ici un mode supérieur de fréquence f_{HOM} (fréquence prédite par les codes) situé à moins de 50MHz d'une fréquence de résonance du faisceau notée f_0 . Le principe utilisé dans le traitement statistique qui suit est illustré sur la figure 5-13 :

- l'incertitude sur la connaissance de la fréquence réelle de notre mode HOM est modélisée en effectuant un tirage des fréquences autour de la fréquence centrale f_{HOM} ; nous utilisons pour cela une loi de probabilité gaussienne d'écart type Σ .

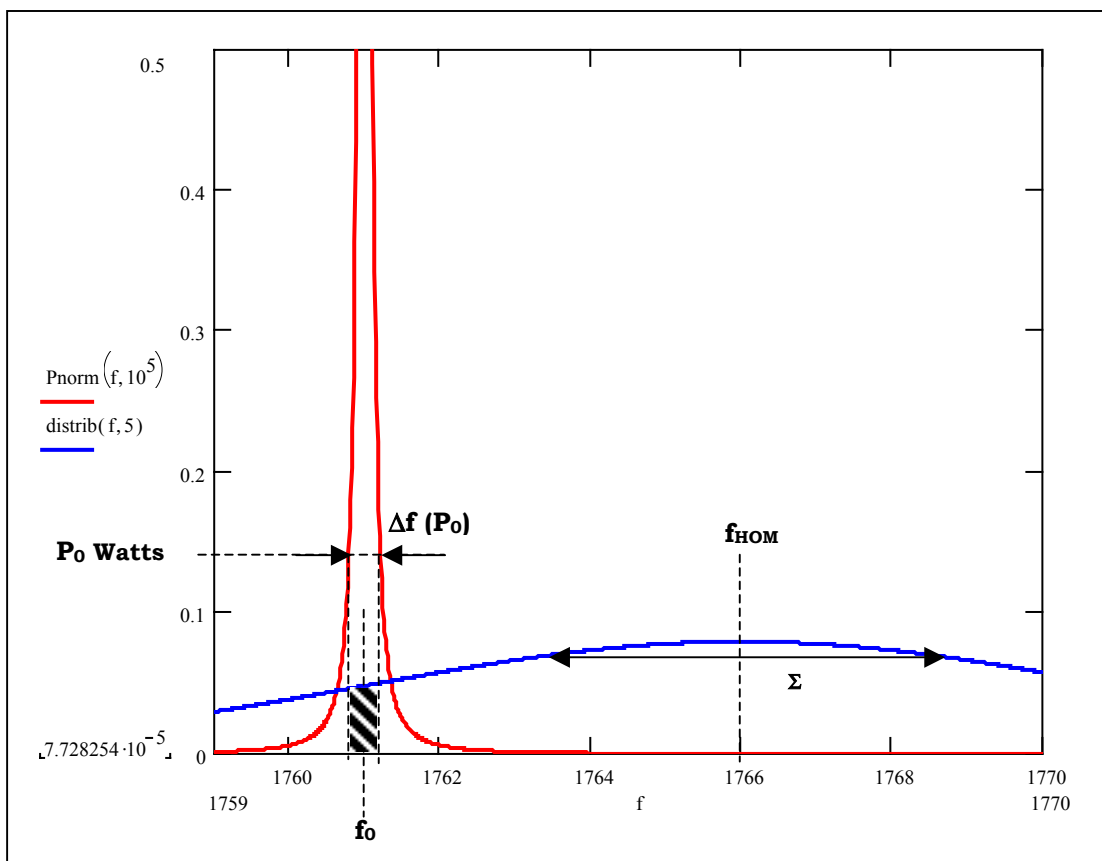


Figure 5-13 : Probabilité pour que le mode de fréquence f_{HOM} dissipe plus de P_0 Watts (zone hachurée) ; en rouge : évolution de la puissance déposée par le faisceau en fonction de la fréquence ; en bleu : distribution gaussienne des fréquences d'écart type Σ .

* Les résultats obtenus grâce à ce modèle statistique ont été présentés lors du « 1st SC Proton Linac Workshop » (Saclay, 2000)¹⁴⁷ et devraient être publiés lors de « PAC2001 » (Chicago, 2001).

- la probabilité pour que le HOM considéré dissipe plus de P_0 Watts dans la cavité couplée (c'est-à-dire dans ses divers ports de couplage puisque l'on a ici $Q_{\text{ext}} \ll Q_0$) est alors donnée par l'expression :

$$(540) \quad \text{Pr oba}(P > P_0) = \int_{f_0 - \Delta f(P_0)/2}^{f_0 + \Delta f(P_0)/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Sigma} e^{-\frac{(f-f_{\text{HOM}})^2}{2\Sigma^2}} \cdot df$$

où $\Delta f (P_0)$ représente la bande de fréquence dans laquelle le mode dissipera plus de P_0 Watts.

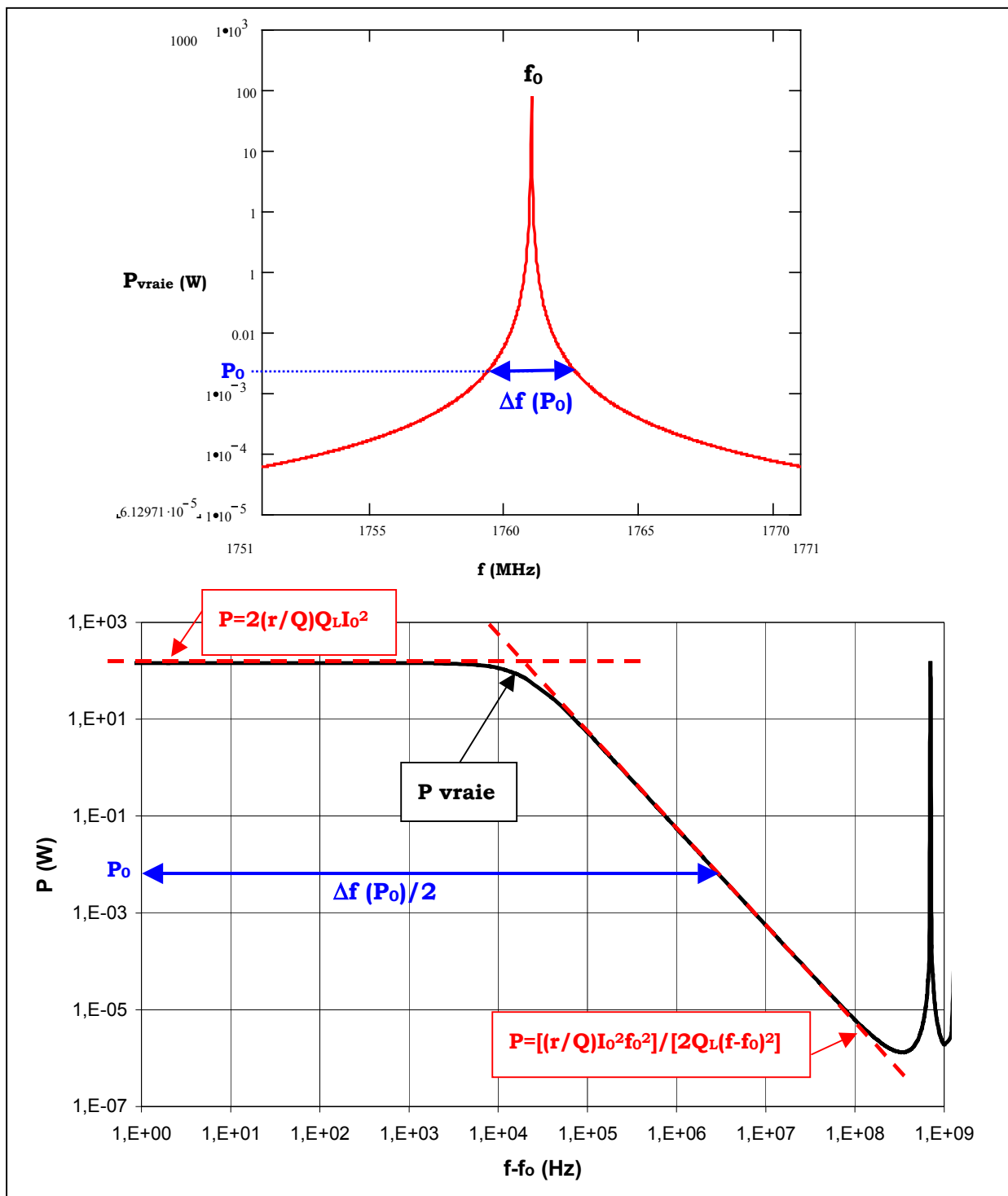
La valeur de cette bande passante « dangereuse » peut être estimée assez précisément à l'aide de l'expression (528) trouvée au chapitre 5.1, et caractérisant le puissance déposée dans un mode par un faisceau CW d'intensité moyenne I_0 .

Il est en effet possible de montrer qu'à proximité d'une résonance faisceau de fréquence f_0 , l'expression de cette puissance peut être approximée comme suit (figures 5-14) :

$$(541) \quad \begin{cases} \text{pour } |f - f_0| < \frac{f_0}{2Q_L}, & P = 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L I_0^2 \\ \text{pour } |f - f_0| > \frac{f_0}{2Q_L}, & P = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{Q}\right)\frac{I_0^2}{Q_L} \frac{f_0^2}{(f - f_0)^2} \end{cases}$$

L'expression de la bande passante « dangereuse » $\Delta f (P_0)$ se déduit alors des équations (541), soit :

$$(542) \quad \begin{cases} \text{pour } P_0 < 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L I_0^2, & \Delta f(P_0) = \sqrt{\left(\frac{r}{Q}\right)\frac{2}{P_0 Q_L}} I_0 f_0 \\ \text{pour } P_0 = 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L I_0^2, & \Delta f(P_0) = \frac{f_0}{Q_L} \\ \text{pour } P_0 > 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L I_0^2, & \Delta f(P_0) = 0 \end{cases}$$



Figures 5-14 : Approximation de la puissance déposée pour des fréquences proches d'un pic de résonance faisceau (illustration pour $f_0=1761$ MHz, et des valeurs de Q_L et r/Q à 300MeV correspondant au mode monopolaire n°13 pour lequel $f_{HOM} \approx 1766$ MHz).

La connaissance de $\Delta f (P_0)$ permet alors de déterminer la probabilité qu'a notre HOM de dissiper plus de P_0 Watts dans la cavité couplée ; notons que l'expression de cette probabilité, donnée par (540), peut se simplifier dans le cas où $\Delta f (P_0) \ll \Sigma$:

$$(543) \quad \text{Pr oba}(P > P_0) = \frac{\Delta f(P_0)}{\sqrt{2\pi}\Sigma} e^{-\frac{(f_0 - f_{\text{HOM}})^2}{2\Sigma^2}} \quad (\text{valable pour } \Delta f (P_0) \ll \Sigma)$$

De plus, il est possible de montrer que l'équation (543) admet un maximum pour $\Sigma_{\text{max}} = (f_0 - f_{\text{HOM}})^2$: dans l'approximation $\Delta f (P_0) \ll \Sigma$, le calcul du risque encouru est donc maximum lorsque l'on choisit un écart type Σ égal à l'écart de fréquence existant entre le HOM considéré et la fréquence de résonance du faisceau f_0 .

La figure 5-15 illustre, dans le cas du mode monopolaire n°13 ($f_{\text{HOM}} \approx 1766\text{MHz}$) et d'un faisceau CW de 20mA, l'évolution de cette probabilité $\text{Pr oba}(P > P_0)$ en fonction de P_0 . Ce type de représentation résume les résultats obtenus par notre modèle statistique, et permet une visualisation très rapide du risque encouru.

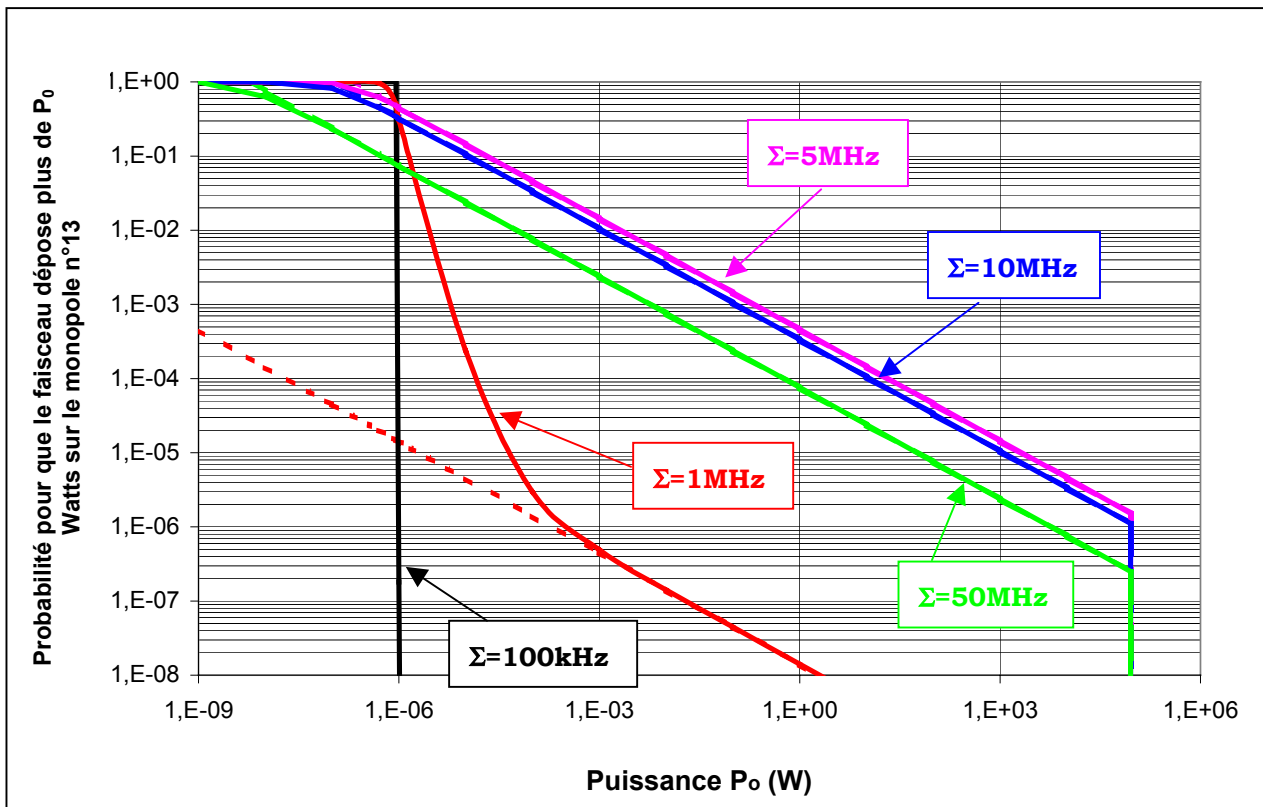


Figure 5-15 : Probabilité pour que le faisceau dépose plus de P_0 Watts sur le monopole n°13 dans la cavité couplée (calculs effectués pour $f_{\text{HOM}}=1766\text{MHz}$, $r/Q=2\Omega$, $Q_L=5,5.10^7$, et pour diverses valeurs de l'écart type Σ ; en traits pleins : calcul exact par (540) ; en traits pointillés : calcul approché dans l'approximation $\Delta f(P_0) \ll \Sigma$ par (543)).

L'évolution de $\text{Proba}(P > P_0)$ a ici été tracée pour diverses valeurs de l'écart type Σ :

- le cas d'un écart-type très faible ($\Sigma=100\text{kHz}$) correspond au cas où la fréquence réelle du mode HOM coïncide avec la fréquence prédite f_{HOM} . On retrouve alors la valeur de la puissance « prévue » (ici 9.10^{-7}W) qui a 100% de chances d'être dissipée ; la probabilité pour avoir une plus forte dissipation est alors nulle.
- pour des écarts types plus élevés, la probabilité de dissipation reste non nulle jusqu'à la valeur de la puissance « au pire » (ici 9.10^4W) ; notons la décroissance en $1/\sqrt{P_0}$ de cette probabilité pour peu que la condition $\Delta f(P_0) \ll \Sigma$ soit remplie*.
- enfin, remarquons que la probabilité maximale est ici obtenue pour $\Sigma=5\text{MHz}=f_{\text{HOM}}-f_0$, conformément au résultat montré précédemment.

Le risque HOM dans les cavités ASH -----

Il s'agit à présent d'appliquer ce modèle à tous les modes HOM « dangereux » résonnant dans notre cavité $\beta_g=0,65$. Pour cela :

- nous avons choisi une valeur d'écart type $\Sigma=10\text{MHz}$: cette valeur permet en effet de traiter le cas de tous les modes avec une bonne pertinence.
- les probabilités $\text{Proba}(P > P_0)$ ont été calculées pour chaque mode à diverses énergies et pour des valeurs de Q_L prédéterminées ($10^4, 10^5, 10^6, 10^7$).
- enfin, la sommation de ces probabilités nous permet d'aboutir à la probabilité totale pour que plus de P_0 Watts soient déposés dans notre cavité†.

La figure 5-16 représente les résultats obtenus dans le cas d'un faisceau CW de 20mA, et à une énergie de 308,8MeV ($\beta=\beta_g=0,658$).

* Dans ce cas particulier, cette condition est remplie pour des valeurs élevées de Σ (5MHz, 10MHz, 50MHz) ; pour le cas où $\Sigma=1\text{MHz}$, elle n'est valable que lorsque P_0 devient élevée (cf. ligne pointillée sur la figure 5-15).

† En sommant les probabilités, nous obtenons en réalité la probabilité pour que plus de P_0 Watts soient déposés dans **au moins un mode** ; cette probabilité n'est pas exactement la probabilité pour que plus de P_0 Watts soient déposés dans la cavité : en effet, les cas où moins de P_0 Watts sont déposés dans chaque mode mais où ce dépôt total excède P_0 Watts ne sont pas ici pris en compte. Cependant, il apparaît que la contribution de ces cas à la probabilité totale est tout à fait négligeable du fait du faible nombre de modes dangereux ; ces 2 probabilités peuvent donc ici être confondues.

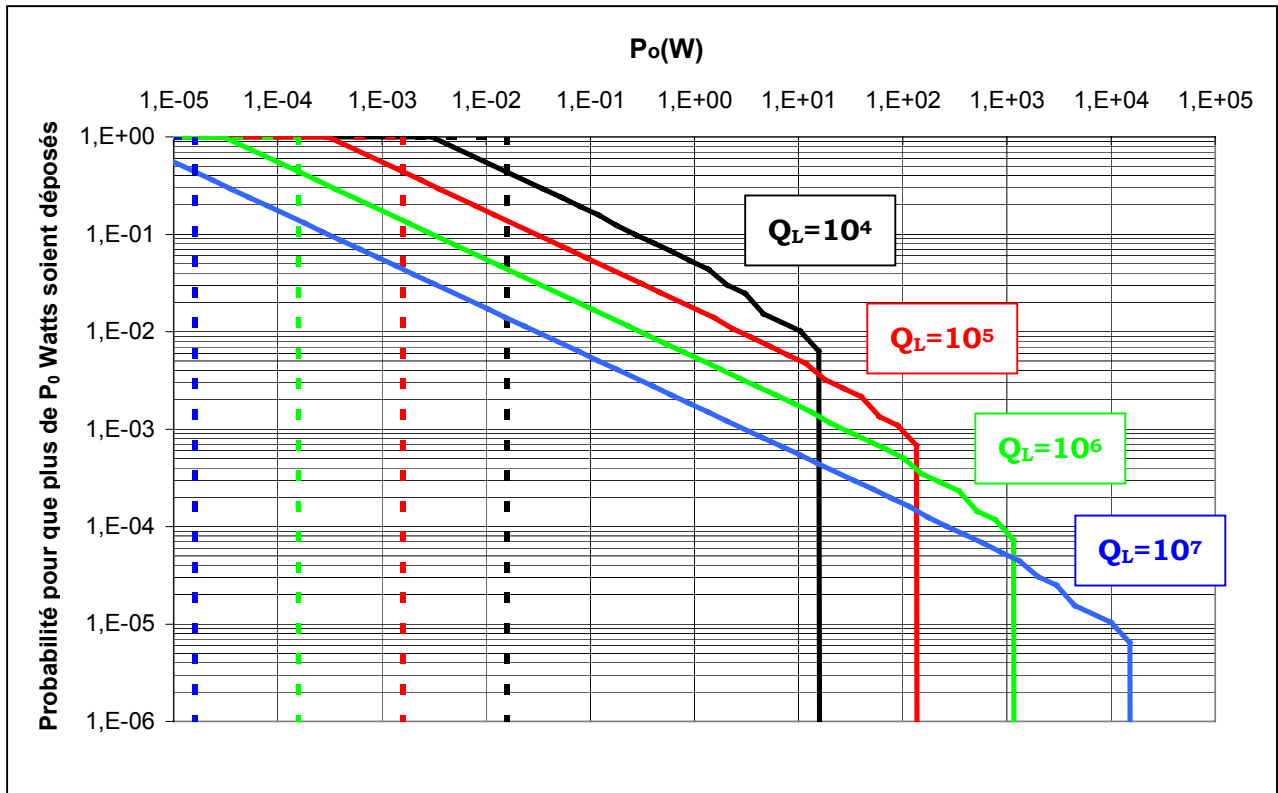


Figure 5-16 : Probabilité pour que plus de P_0 Watts soient déposés dans les HOM de la cavité 5-cellules ASH $\beta_g=0,65$

(calculs effectués pour un faisceau CW de 308,8MeV et 20mA, et pour diverses valeurs de Q_L ; en traits pleins : cas où l'écart type $\Sigma=10\text{MHz}$; en traits pointillés : cas où $\Sigma=100\text{kHz}$).

Deux remarques peuvent ici être faites :

- plus les modes sont bien couplés (Q_L faibles), et plus la puissance à partir de laquelle toute probabilité devient nulle est faible ; ainsi, dans le cas d'un bon couplage ($Q_L=10^4$), il n'y a strictement aucune chance de déposer plus de 100W, alors qu'il subsiste environ 1 chance sur 10000 pour que ce soit le cas dans une cavité où les modes seraient mal couplés ($Q_L=10^7$)
- par contre, en ce qui concerne les puissances plus faibles, plus les modes sont bien couplés, et plus la probabilité est élevée : ainsi, pour un très bon couplage de 10^4 , il y a 1% de chances pour que plus de 10W soient déposés dans la cavité, alors qu'il y a moins de 1 chance sur 1000 dans le cas d'un mauvais couplage de l'ordre de 10^7 .

Il faut à présent avoir en tête que le nombre total de cavités à fabriquer pour la construction de ASH sera de l'ordre d'une centaine, et que les probabilités inférieures à 1 pour 1000 peuvent donc être ici négligées. Partant de ce constat, la première remarque précédente perd toute sa pertinence, et il est alors possible d'affirmer que dans notre cas, plus les modes seront bien couplés, et plus la puissance déposée par le faisceau dans la cavité sera élevée.

Cette affirmation est parfaitement illustrée par la figure 5-17 (issue de la figure 5-6), qui représente l'évolution de la puissance déposée sur un mode en fonction du Q_L de ce mode : il apparaît en effet que dès que l'on est hors résonance ($f_{HOM} \neq n f_b$), il existe un couplage qui maximise la puissance déposée ; au-delà de ce couplage critique, la puissance déposée est d'autant plus faible que le couplage est faible (que le Q_L est élevé).

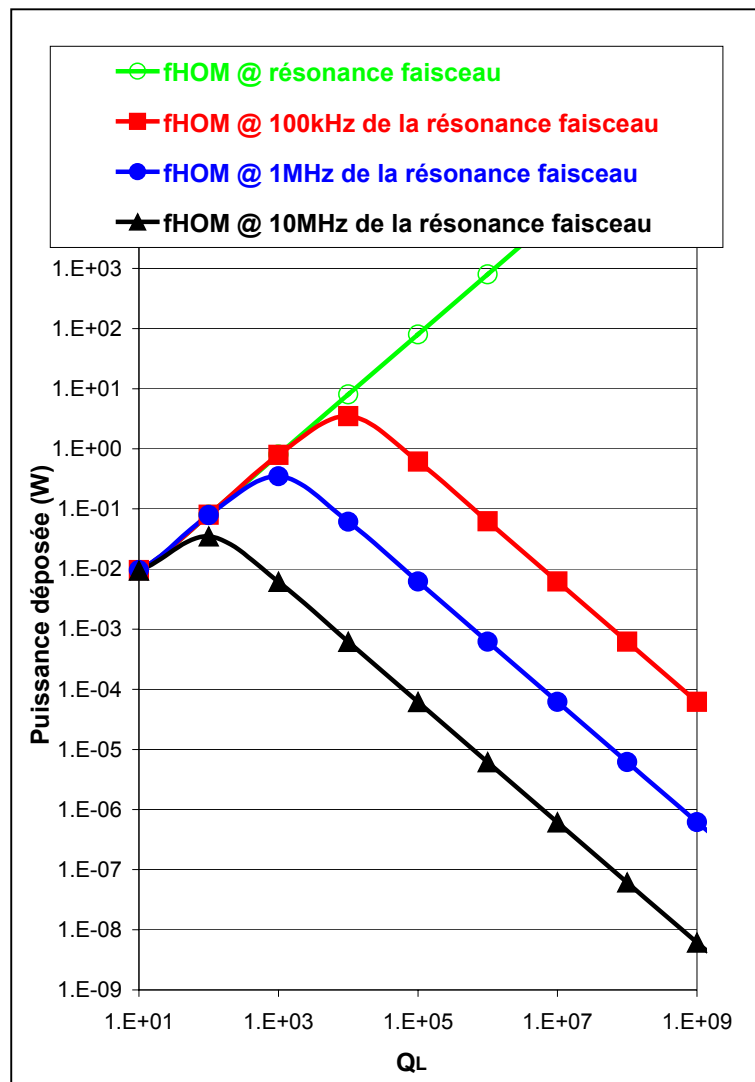


Figure 5-17 : Evolution de la puissance déposée par le faisceau ASH (20mA) sur un mode en fonction de son couplage (puissance normalisée par rapport au r/Q ; tracée pour des fréquences HOM plus ou moins éloignées d'une résonance faisceau).

Au total, il s'avère donc que :

- **la mise en place de coupleurs HOM semble inutile devant le très faible risque de dissipation encouru.**
- **la présence de tels coupleurs (qui implique une diminution du Q_L) n'aurait pour conséquence que d'augmenter les puissances déposées et de favoriser l'excitation des HOM par le faisceau...**

Le caractère inutile des coupleurs HOM est confirmé par les figures 5-18 et 5-19 qui reprennent les résultats de la figure 5-16 avec les valeurs réelles de Q_L pour chaque mode (valeurs estimées sur le port de puissance seul) : il apparaît alors que la probabilité de déposer plus de 1W dans la cavité n'excède jamais 1chance sur 1000 tout le long de la section accélératrice $\beta_g=0,65$.

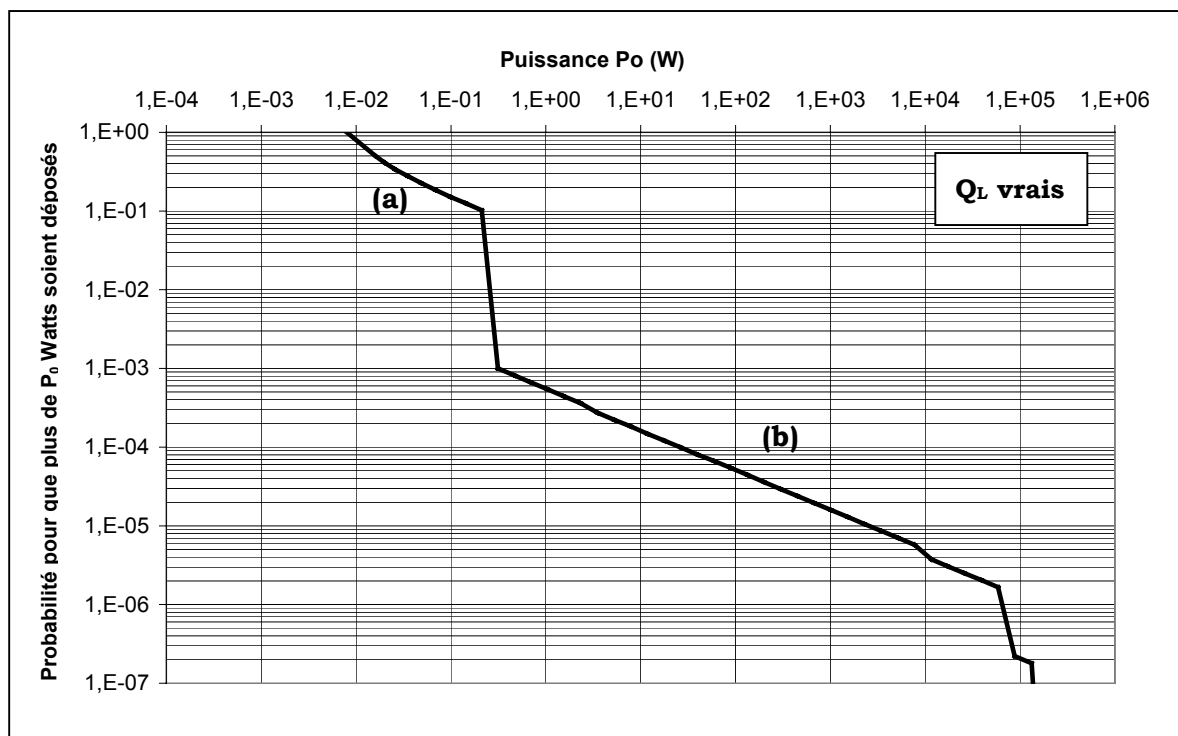


Figure 5-18 : Probabilité pour que plus de P_0 Watts soient déposés dans les HOM de la cavité 5-cellules ASH $\beta_g=0,65$ (faisceau CW de 308,8MeV et 20mA ; Q_L vrais) ;
 (a) contribution des modes bien couplés (Q_L faibles) ;
 (b) contribution des modes mal couplés (Q_L élevés).

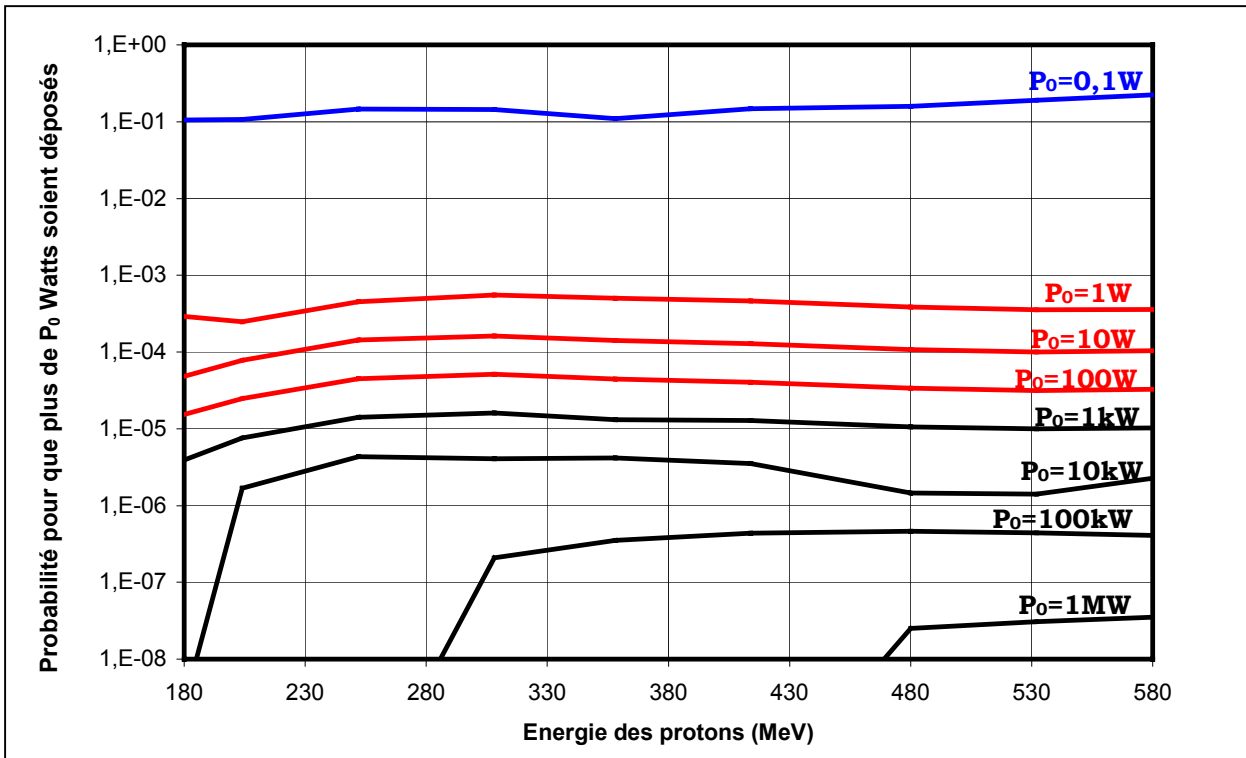


Figure 5-19 : Probabilité pour que plus de P₀ Watts soient déposés sur les HOM de la cavité 5-cellules ASH $\beta_g=0,65$ en fonction de l'énergie des protons incidents (calculs effectués pour un faisceau CW de 20mA ; Q_L vrais) ;

Considérations finales -----

L'étude précédente montre clairement que le risque lié à l'excitation des HOM dans les cavités ASH $\beta_g=0,65$ est tout à fait négligeable ; une étude similaire permet de montrer qu'il en va de même pour le cas des cavités $\beta_g=0,47$. Ainsi, non seulement la mise en place de coupleurs HOM s'avère inutile, mais plus encore, elle n'aurait pour effet que de favoriser l'excitation des modes supérieurs, d'où un risque accru de dissipation...

Cette conclusion, qui est issue de l'étude du risque « thermique » lié à l'excitation des HOM¹⁴⁷, semble de plus être confirmée par les études préliminaires concernant l'effet des champs développés par les modes supérieurs sur la dynamique faisceau : le danger concernant l'effet de dispersion en énergie dû aux champs longitudinaux des modes monopolaires semble en effet pouvoir être écarté¹⁴⁸ ; de même, les premiers calculs effectués sur l'effet des champs transverses des modes dipolaires sur la stabilité du faisceau montrent que l'augmentation d'émittance induite par ces champs déflecteurs reste complètement négligeable¹⁴⁹.

Rappelons cependant que cette conclusion ne s'applique qu'au cas d'un faisceau continu. Le cas du faisceau pulsé est plus délicat car il entraîne l'apparition de résonances faisceau supplémentaires qui sont susceptibles de faire augmenter sensiblement les risques de dissipations. Une étude préliminaire présentée en annexe 7 montre que, dans le cas de pulses longs (d'une fréquence de 50Hz par exemple), le danger reste faible pour peu que les Q_L des modes n'excèdent pas des valeurs de l'ordre de 10^8 (ce qui est quasiment notre cas) ; par contre le cas de pulses courts (d'une fréquence de l'ordre du MHz) est plus problématique et semble nécessiter la mise en place de coupleurs HOM. Toujours est-il qu'une étude plus approfondie devra être menée sur ce sujet si nos cavités ASH doivent un jour être utilisées sous faisceau pulsé.

Conclusion & perspectives

Le développement des cavités accélératrices supraconductrices à protons est devenu à l'orée du 21^{ème} siècle un thème de recherche majeur devant l'intérêt croissant de la communauté scientifique pour les accélérateurs de protons de forte puissance. L'étude présentée ici participe à l'effort mené à travers la conception de cavités 704,4MHz spécifiquement adaptées aux besoins du projet de réacteur hybride français.

L'accélérateur supraconducteur pour hybride ASH dans sa forme « démonstrateur » est un linac à protons devant couvrir la plage d'énergie 85MeV-450MeV avec un faisceau continu de forte intensité (20mA). Nous avons mis en évidence lors de l'optimisation préliminaire du linac que ces spécifications conduisent au choix de 2 sections accélératrices différentes, l'une composée de cavités 5-cellules $\beta_g=0,47$, l'autre de cavités 5-cellules $\beta_g=0,65$.

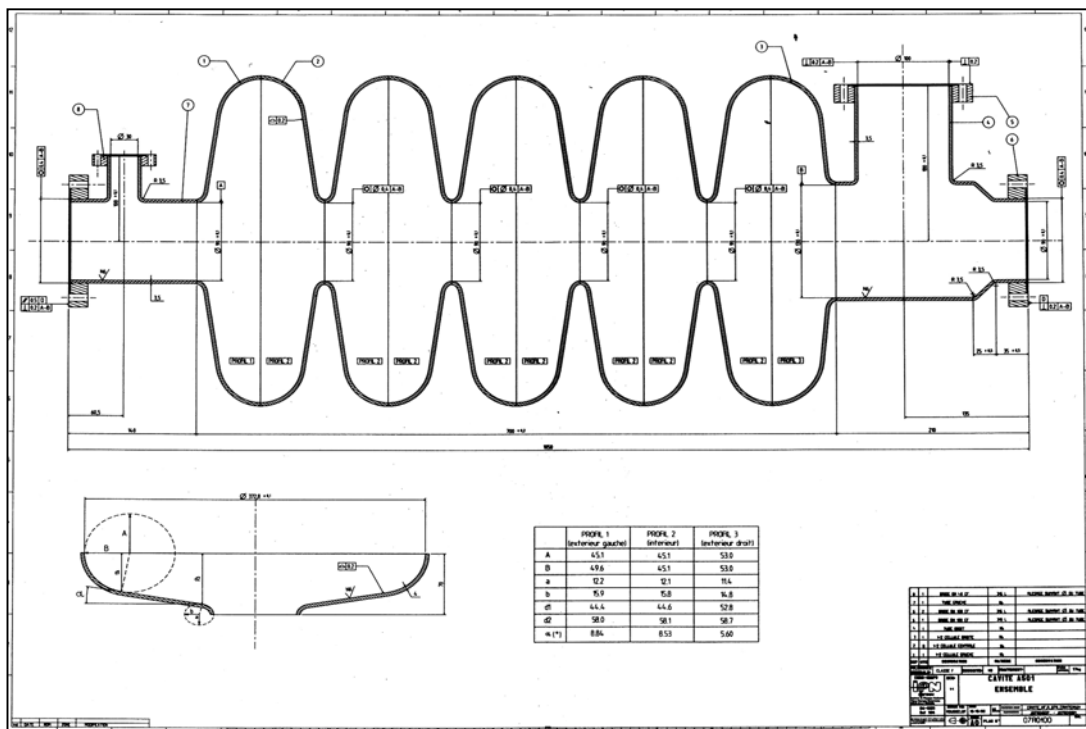
Le design de ces cavités a été effectué avec une grande précision en s'attachant à optimiser les paramètres HF tout en assurant une bonne tenue mécanique et en conservant des marges de sécurité appréciables. Le point de fonctionnement envisagé pour ASH ($Q_0=8.10^9$, $B_{pk}=50mT$, $T=2^{\circ}K$) devrait ainsi permettre à ces cavités de développer un champ accélérateur d'environ 8MV/m dans la section $\beta_g=0,47$, et de 10MV/m dans la section $\beta_g=0,65$.

Les premiers tests expérimentaux sur cavités mono-cellules prototypes ont permis de montrer la faisabilité d'un tel objectif, avec notamment les excellents résultats enregistrés par la cavité Z101 ($\beta_g=0,47$) ainsi que par la cavité A102 ($\beta_g=0,65$) qui a atteint un champ accélérateur de 25MV/m sans quench, mettant en évidence l'existence d'une marge confortable par rapport aux spécifications ; la validité du recuit à 800°C contre l'effet 100K a de plus été prouvée.

Enfin, une nouvelle méthode d'analyse statistique du risque lié à l'excitation des modes supérieurs a été développée ; cette étude conclut dans le cas du faisceau continu ASH à l'inutilité de la mise en place de coupleurs HOM spécifiques sur nos cavités.

Le programme de recherche CEA/CNRS concernant les cavités supraconductrices à protons, qui a débuté avec cette thèse, va à présent se poursuivre pour aboutir à la construction d'un cryomodule complet d'ici 2004.

Avant cette échéance, les premiers résultats obtenus devront être confirmés à travers le test début 2001 d'une nouvelle cavité mono-cellule $\beta_g=0,65$ (actuellement en fabrication chez CERCA) munie de ses ports de couplage et de son tank hélium, puis de 2 cavités définitives 5-cellules durant le courant de l'année 2001 (cf. figure ci-dessous) ; un programme similaire est mené en parallèle par l'INFN Milan concernant les cavités $\beta_g=0,47$.



L'objectif ASH est donc en passe d'être atteint, et l'effort doit à présent être concentré sur les divers points restant à approfondir : meilleure compréhension des phénomènes impliquant le multipacting ou le detuning de Lorentz, conception du tank hélium et du système d'accord à froid, amélioration des procédures de fabrication et de traitement de surface, et surtout mise au point d'un coupleur de puissance adapté.

Annexe 1 :

Notations, constantes et outils mathématiques

Glossaire -----

Symbole	Désignation	Unité
a	$\frac{1}{2}$ petit axe d'ellipse à l'iris	m
A	$\frac{1}{2}$ petit axe d'ellipse à l'équateur	m
b	$\frac{1}{2}$ grand axe d'ellipse à l'iris	m
B	$\frac{1}{2}$ grand axe d'ellipse à l'équateur	m
\vec{B}	induction magnétique	T
B_{pk}	induction magnétique pic de surface	T
c	vitesse de la lumière dans le vide	m/s
C	capacité équivalente d'une cavité	F
d	position de la paroi d'une cavité	m
e	épaisseur	m
\vec{E}	champ électrique	V/m
E_{acc}	champ accélérateur	V/m
E_c	énergie cinétique d'une particule	J
E_{pk}	champ électrique pic de surface	V/m
f, f_0	fréquence de résonance	Hz
f_b, f_p	fréquence de bunch, de pulse	Hz
f_c	fréquence de coupure	Hz
F	facteur de remplissage	-
G	facteur géométrique d'une cavité	Ω
\vec{H}	champ magnétique	A/m
H_c, H_{c1}, H_{c2}	champs magnétiques critiques d'un supraconducteur	A/m
H_{sh}	champ magnétique critique de « superheating »	A/m
I_0, I_p	intensité moyenne d'un faisceau, intensité crête dans un pulse	A
\vec{J}	densité de courant	A/m ²
J_c	densité de courant critique d'un supraconducteur	A/m ²
J_s	densité de courant supraconducteur	A/m ²
J_n	densité de courant normal	A/m ²
k	nombre d'onde	m ⁻¹
k_c	nombre d'onde de coupure	m ⁻¹
k_g	nombre d'onde du guide	m ⁻¹
k_L	coefficient de Lorentz	Hz/(V/m) ²

K	facteur de couplage inter cellules	-
l	libre parcours moyen d'un électron	m
L	longueur d'une cellule	M
	OU inductance équivalente d'une cavité	H
L_{acc}	longueur accélératrice d'une cavité	m
L_{tot}	longueur totale d'une cavité	m
m, m_0	masse d'une particule en mouvement, au repos	kg
\vec{M}	aimantation	A/m
N	densité électronique totale	m^{-3}
n_n	densité d'électrons normaux	m^{-3}
n_s	densité d'électrons supraconducteurs	m^{-3}
P_{cav}	puissance dissipée dans une cavité	W
P_{ext}	puissance dissipée vers l'extérieur	W
P_g	puissance fournie par le générateur	W
P_i	puissance incidente	W
P_r	puissance réfléchi	W
P_t	puissance transmise	W
q	charge d'une particule ou d'un bunch	C
$Q_{ext}, Q_i,$	facteurs de qualité du couplage avec l'extérieur, incident,	-
Q_r, Q_t	réfléchi, transmis	-
Q_L	facteur de qualité d'une cavité en charge	-
Q_0	facteur de qualité d'une cavité isolée	-
r_{shunt}	impédance shunt d'une cavité	Ω
$r/Q, r/Q'$	impédance shunt « normalisée »	$\Omega, \Omega/m^2$
R	rayon d'une cavité	M
	OU résistance équivalente d'une cavité	Ω
R_b	rayon du tube faisceau / de l'iris	m
R_{BCS}	résistance de surface BCS	Ω
R_{res}	résistance de surface résiduelle	Ω
R_s	résistance de surface	Ω
RRR	« residual resistance ratio »	-
S	surface	m^2
T	température	$^{\circ}K$
	OU facteur de temps de transit	-
T_b, T_p	période de bunch, de pulse	s
T_c	température critique d'un supraconducteur	$^{\circ}K$
U	énergie totale d'une particule	J
	OU énergie stockée dans une cavité	J
v	vitesse d'une particule	m/s
v_F	vitesse de Fermi	m/s
v_{ph}	vitesse de phase d'une onde	m/s
v_g	vitesse de groupe d'une onde	m/s
V, V_0	tension	V

W	énergie stockée dans une cavité	J
X_s	réactance de surface	Ω
Z, Z_c, Z_s	impédances	Ω
α	angle d'inclinaison des parois	rad
$\alpha_0, \alpha_i, \alpha_t$	coefficients de couplage	-
β	vitesse relativiste	-
β_g	bêta géométrique d'une cavité	-
β, β_i, β_t	couplage, incident, transmis	-
δ	épaisseur de peau	m
Δ	gap d'énergie interdite (SC)	J
χ_e	susceptibilité électrique d'un milieu	-
χ_m	susceptibilité magnétique d'un milieu	-
ε	permittivité électrique d'un milieu	F/m
ε_F	énergie de Fermi	J
φ_s	phase synchrone	rad
ϕ_0	quantum de flux	Wb
κ	paramètre de Ginzburg-Landau	-
λ	longueur d'onde	m
	OU longueur de pénétration dans un SC	m
λ_c	longueur d'onde de coupure	m
λ_L	longueur de London	m
λ_0	longueur d'onde dans l'espace libre	m
μ	perméabilité magnétique d'un milieu	H/m
ν	fréquence	Hz
ρ	résistivité d'un métal	C/m ³
	OU densité de charges électriques	$\Omega.m$
σ, σ_n	conductivité d'un métal, conductivité dans l'état normal	1/($\Omega.m$)
σ_b, σ_p	longueur temporelle d'un bunch, d'un pulse	s
σ_{max}	contrainte mécanique maximale	Pa
Σ	écart-type	Pa
τ	temps de collision électronique	s
τ_{cav}	temps de décroissance des champs dans une cavité	s
ω, ω_0	pulsation	rad/s
ω_c	pulsation de coupure	rad/s
ω_D	pulsation de Debye d'un réseau cristallin	rad/s
ξ	longueur de cohérence d'un SC	m
ξ_0	longueur de cohérence intrinsèque	m
Ψ	paramètre d'ordre supraconducteur	-
	OU angle de déphasage d'une cavité	rad

Quelques constantes physiques fondamentales -----

Vitesse de la lumière dans le vide	$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = 2,99792458.10^8 \text{ m/s}$
Perméabilité du vide	$\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ H/m}$
Permittivité du vide	$\epsilon_0 = 8,854188.10^{-12} \text{ F/m}$
Impédance du vide	$\eta_0 = (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2} \approx 377\Omega$
Charge élémentaire	$e = 1,60217733.10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron au repos	$m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$
Masse du proton au repos	$m_p c^2 = 938,27 \text{ MeV}$
Constante de Planck	$h = 6,6260755.10^{-34} \text{ J.s}$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,38.10^{-23} \text{ J/K}$

Calcul vectoriel -----

(en coordonnées cartésiennes et cylindriques)

- gradient :

$$\vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z$$

$$\vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z$$

- divergence :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rE_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

- rotationnel :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \vec{u}_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \vec{u}_y + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \vec{u}_z$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \frac{\partial E_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rE_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$$

- laplacien :

$$\Delta \vec{E} = \nabla^2 \vec{E} = (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}$$

- théorème de Green :
$$\iiint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \cdot d\vec{V} = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

- théorème de Stoke :
$$\iint_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) \cdot d\vec{S} = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

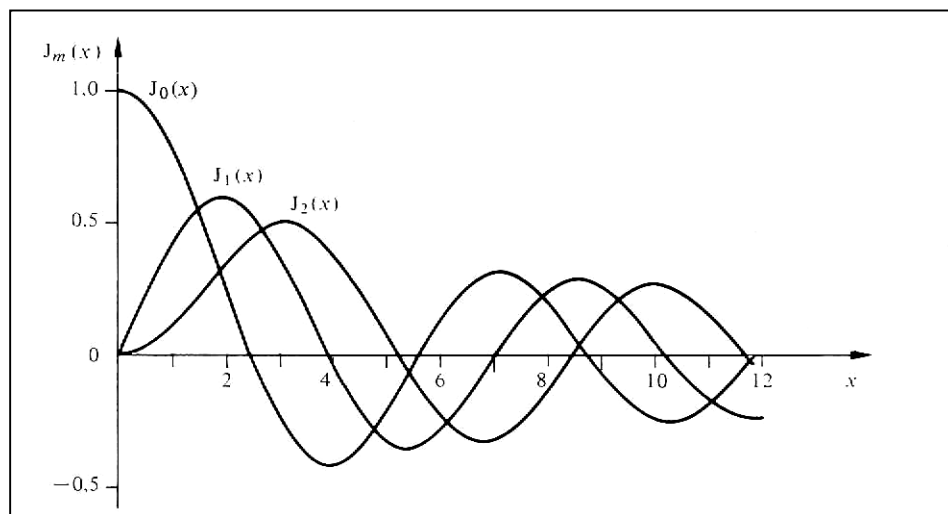
Fonctions de Bessel -----

Les fonctions de Bessel de 1^{ère} espèce $J_m(x)$ sont des solutions particulières de l'équation différentielle suivante :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - m^2)y = 0$$

On a $J_m(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^m \left(\frac{1}{m!} - \frac{(x/2)^2}{1!(m+1)!} + \frac{(x/2)^4}{2!(m+2)!} - \frac{(x/2)^6}{3!(m+3)!} + \dots \right)$

Pour x tendant vers 0, on trouve : $J_m(x) \cong \frac{1}{m!} \left(\frac{x}{2}\right)^m$



Premiers zéros j_{mn} des fonctions de Bessel $J_m(x)$:
(solutions de $J_m(x)=0$ pour $0 < x < 25$).

m	n							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	2.40483	5.52008	8.65373	11.791534	14.93092	18.07106	21.21164	24.35247
1	3.83171	7.01559	10.17347	13.32369	16.47063	19.61586	22.76008	
2	5.13562	8.41724	11.61984	14.79595	17.95982	21.11700	24.27112	
3	6.38016	9.76102	13.01520	16.22347	19.40942	22.58273		
4	7.58834	11.06471	14.37254	17.6160	20.8269	24.1990		
5	8.77142	12.33860	15.70017	18.9801	22.2178			
6	9.93611	13.58929	17.0038	20.3208	23.5861			
7	11.08637	14.82127	18.2876	21.6416	24.9349			
8	12.22509	16.0378	19.5545	22.9452				
9	13.35430	17.2412	20.8070	24.2339				
10	14.47550	18.4335	22.0470					
11	15.58985	19.6160	23.2759					
12	16.6983	20.7899	24.4949					
13	17.8014	21.9562						
14	18.9000	23.1158						
15	19.9944	24.2692						
16	21.0851							
17	22.1725							
18	23.2568							
19	24.3383							

Premiers zéros j'_{mn} des dérivées des fonctions de Bessel :
(solutions de $dJ_m(x)/dx=0$ pour $0 < x < 25$)

m	n							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	3.8317	7.0156	10.1735	13.3237	16.4706	19.6159	22.7601	25.9037
1	1.8412	5.3314	8.5363	11.7060	14.8636	18.0155	21.1644	24.3113
2	3.0542	6.7061	9.9695	13.1704	16.3475	19.5129	22.6721	
3	4.2012	8.0152	11.3459	14.5859	17.7888	20.9724	24.1469	
4	5.3175	9.2824	12.6819	15.9641	19.1960	22.4010		
5	6.4156	10.5199	13.9872	17.3128	20.5755	23.8033		
6	7.5013	11.7349	15.2682	18.6374	21.9318			
7	8.5778	12.9324	16.5294	19.9419	23.2681			
8	9.6474	14.1156	17.7740	21.2291	24.5872			
9	10.7114	15.2868	19.0045	22.5014				
10	11.7709	16.4479	20.2230	23.7608				
11	12.8265	17.6003	21.4309					
12	13.8788	18.7451	22.6293					
13	14.9284	19.8832	23.8194					
14	15.9754	21.0154						
15	17.0203	22.1423						
16	18.0683	23.2644						
17	19.1045	24.3819						
18	20.1441							
19	21.1823							
20	22.2192							
21	23.2548							
22	24.2894							

On a aussi :

$$J_{-m}(x) = (-1)^m J_m(x)$$

$$J_m(-x) = (-1)^m J_m(x)$$

$$J_{m+1}(x) = \frac{2m}{x} J_m(x) - J_{m-1}(x)$$

$$J'_m(x) = \frac{1}{2}(J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x))$$

$$J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin \varphi - m\varphi) d\varphi$$

$$\int_0^x x J_m^2(kx) dx = \frac{x^2}{2} [J_m^2(kx) - J_{m-1}(kx)J_{m+1}(kx)]$$

Divers -----

Intégrales utiles : $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-Ax^2 + 2Bx} = \sqrt{\frac{\pi}{A}} \exp\left(\frac{B^2}{A}\right)$$

Transformée de Fourier : $\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$

(on a aussi $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\omega) e^{j\omega t} d\omega$)

Annexe 2 :

Modes résonants dans une cavité pill-box

On considère ici une cavité pill-box idéale dimensionnée pour résonner à 704,4MHz sur le mode fondamental TM_{010} , et adaptée à l'accélération de particules de vitesse $\beta \approx 0,65$.

D'après (214), le rayon de la cavité est ajusté de façon à obtenir la fréquence fondamentale voulue, soit ici $R=16,29\text{cm}$.

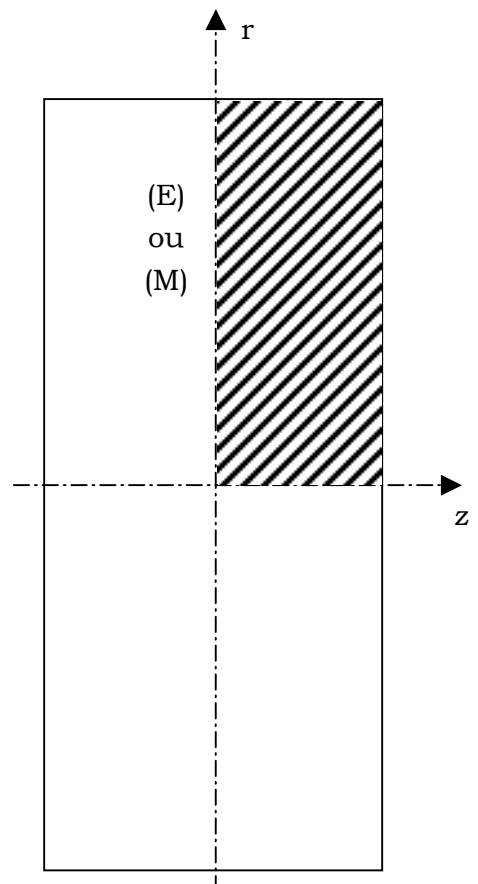
La vitesse des particules fixe de son côté, d'après (222), la longueur de la cavité. On prendra ici $L=14\text{cm}$, ce qui correspond à un bêta géométrique $\beta_g=0,658$.

Les premiers modes résonants prennent alors, d'après (209) et (212), les fréquences données ci-après (données avec une précision de 50kHz).

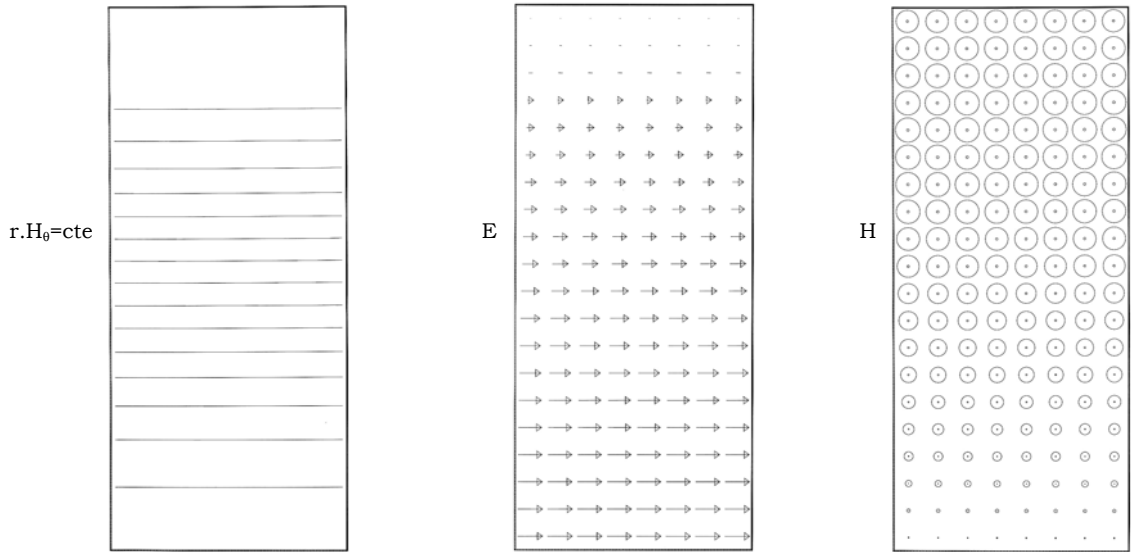
De plus, une représentation des champs est donnée pour chaque mode dans le quart supérieur droit de la cavité, comme l'indique la figure ci-contre :

- pour les modes monopolaires ($m=0$), une représentation des lignes de champ $r.H_\theta = \text{cte}$ ou $r.E_\theta = \text{cte}$, des champs électriques E et des champs magnétiques H est donnée.
- pour les modes multipolaires ($m>0$), ces représentations sont données à $\theta=0$ ainsi qu'à $\theta=\pi/2m$ pour illustrer la variation azimutale de ces modes.

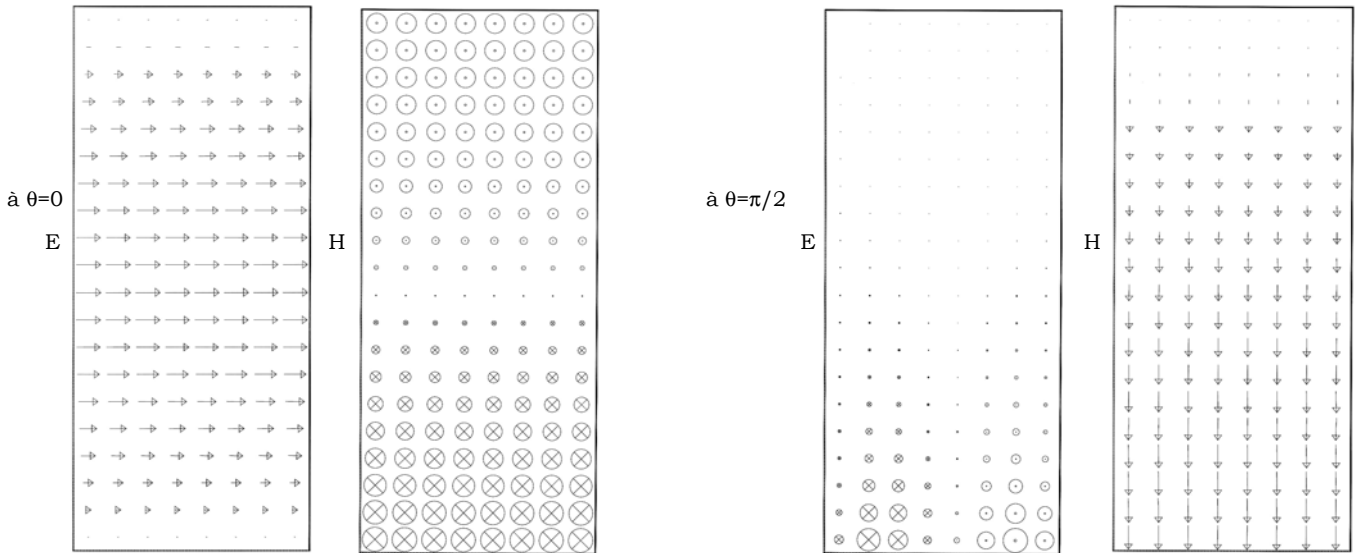
Enfin, notons que la configuration des champs dans la cavité entière se déduit à l'aide des conditions de symétrie adéquates ; les modes pour lesquels p est pair sont obtenus en imposant une condition électrique (E) sur le plan $z=0$; à l'inverse, les modes pour lesquels p est impair sont obtenus en imposant une condition magnétique (M) sur ce même plan. La symétrie par rapport à l'axe z est par contre une symétrie de révolution (à la variation azimutale près pour les modes multipolaires).



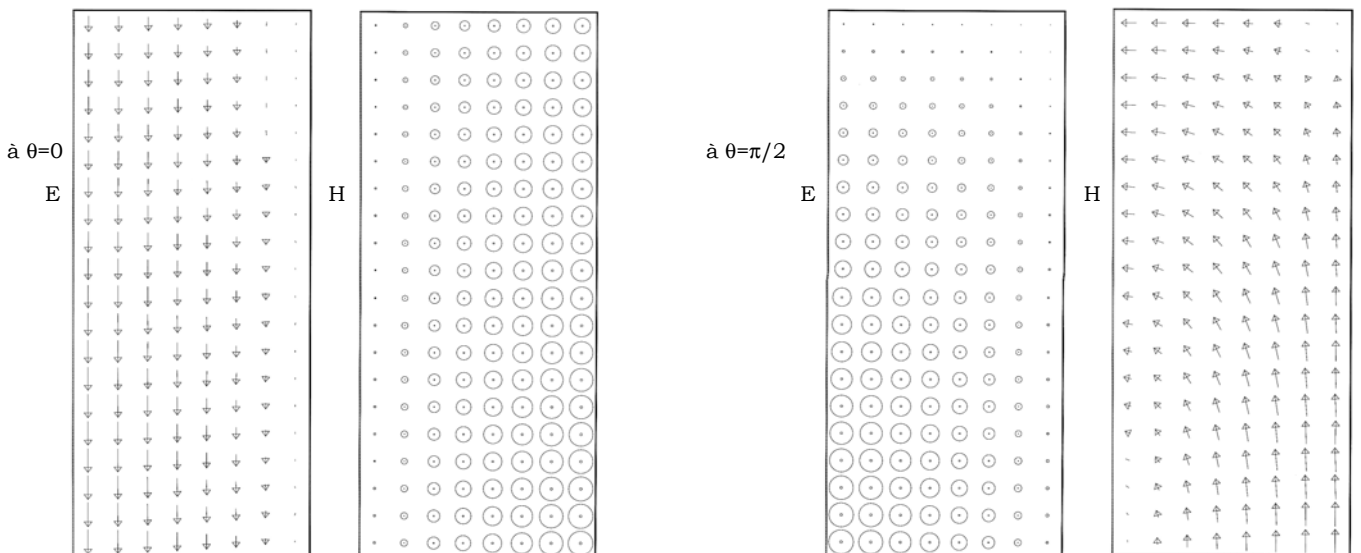
TM₀₁₀ : f=704,4MHz



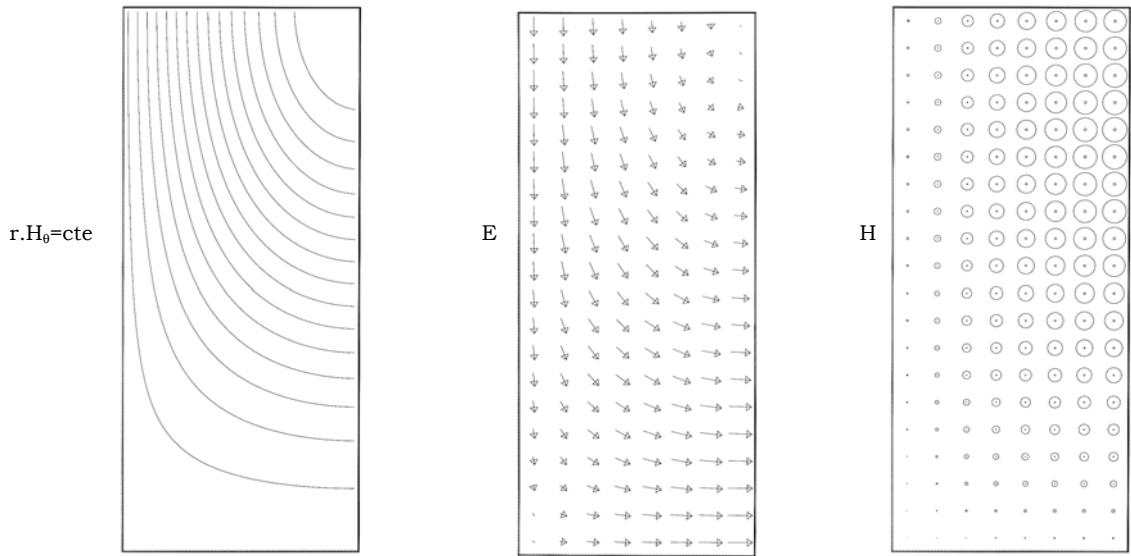
TM₁₁₀ : f=1122,3MHz



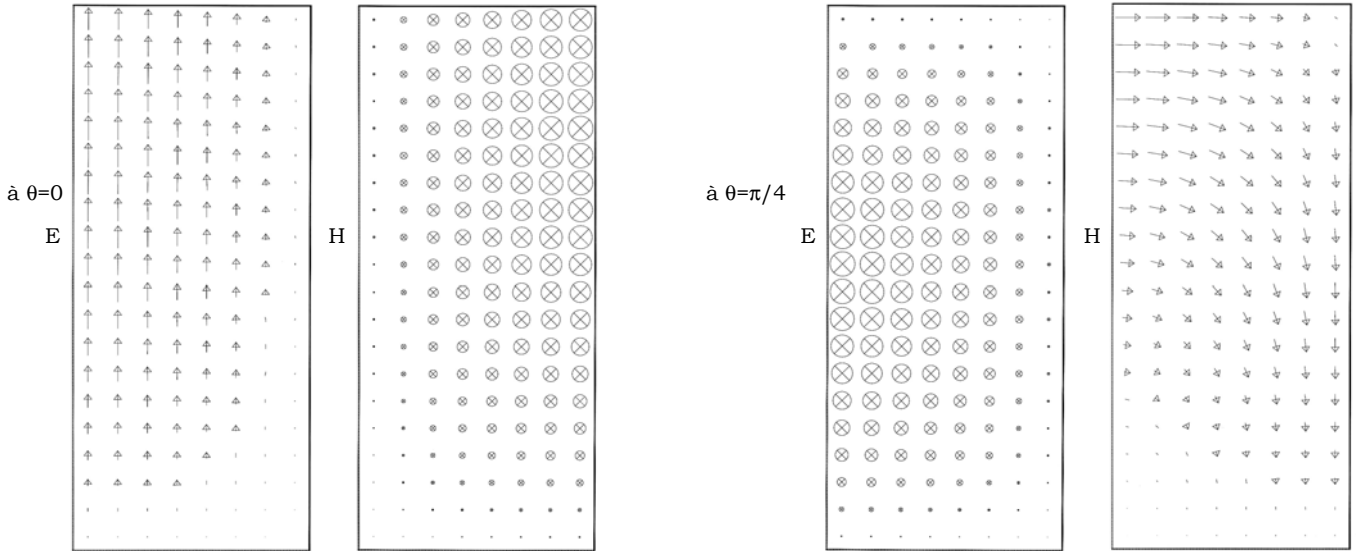
TE₁₁₁ : f=1198,9MHz



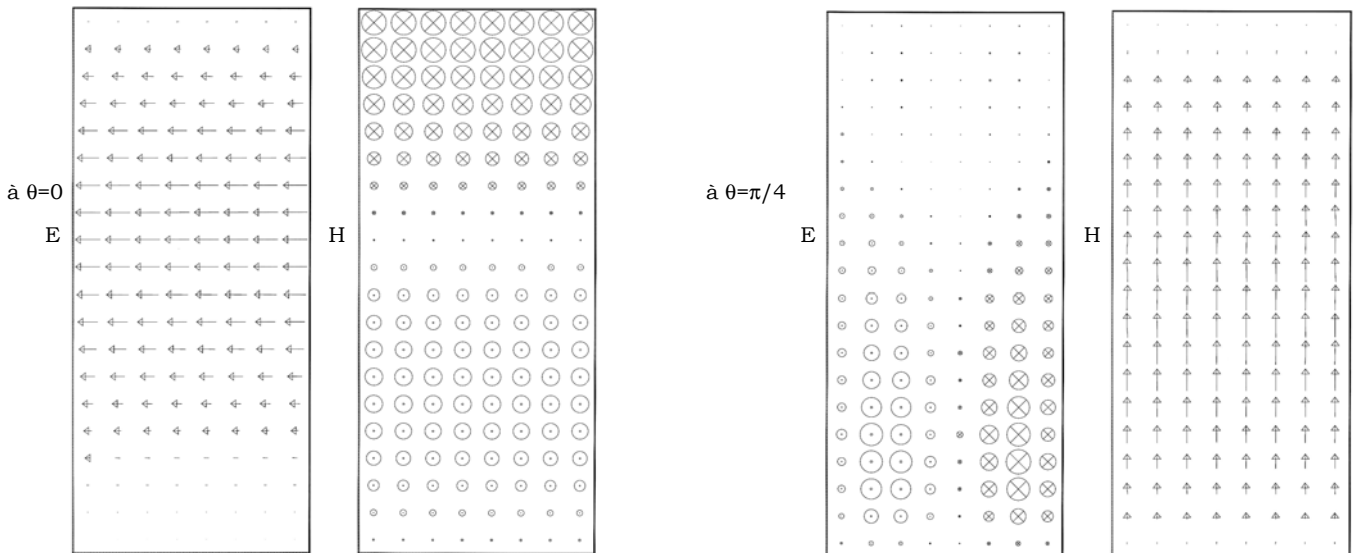
TM₀₁₁ : f=1281,6MHz



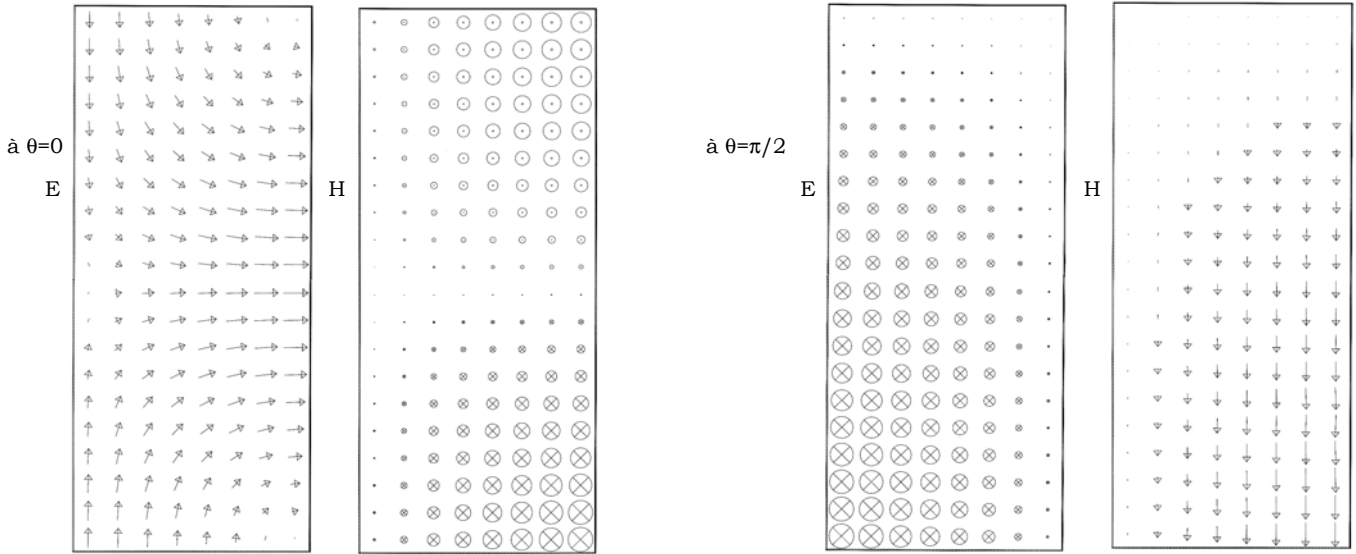
TE₂₁₁ : f=1395,3MHz



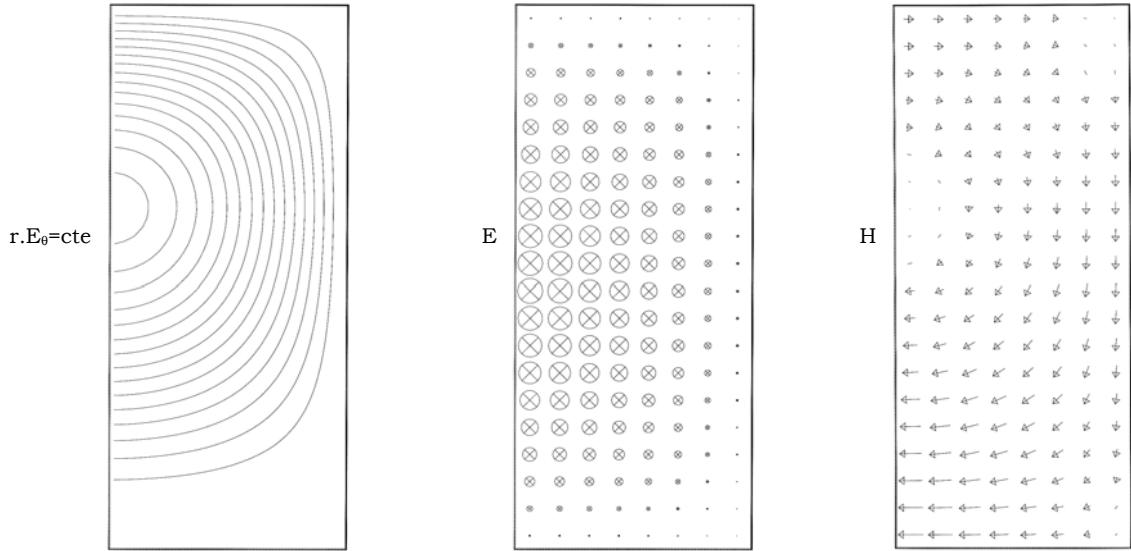
TM₂₁₀ : f=1504,3MHz



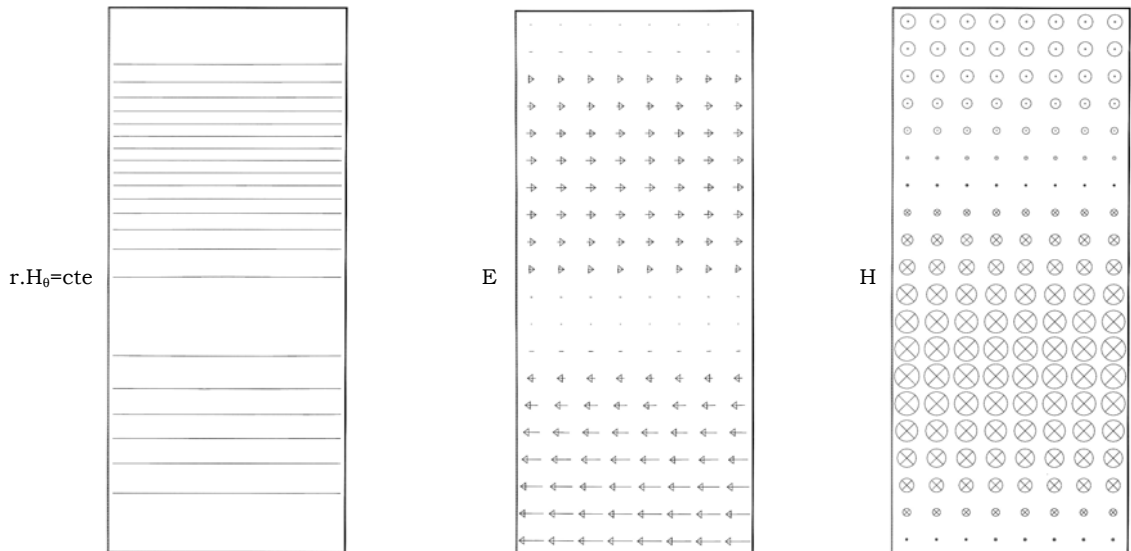
TM₁₁₁ : f=1551,2MHz



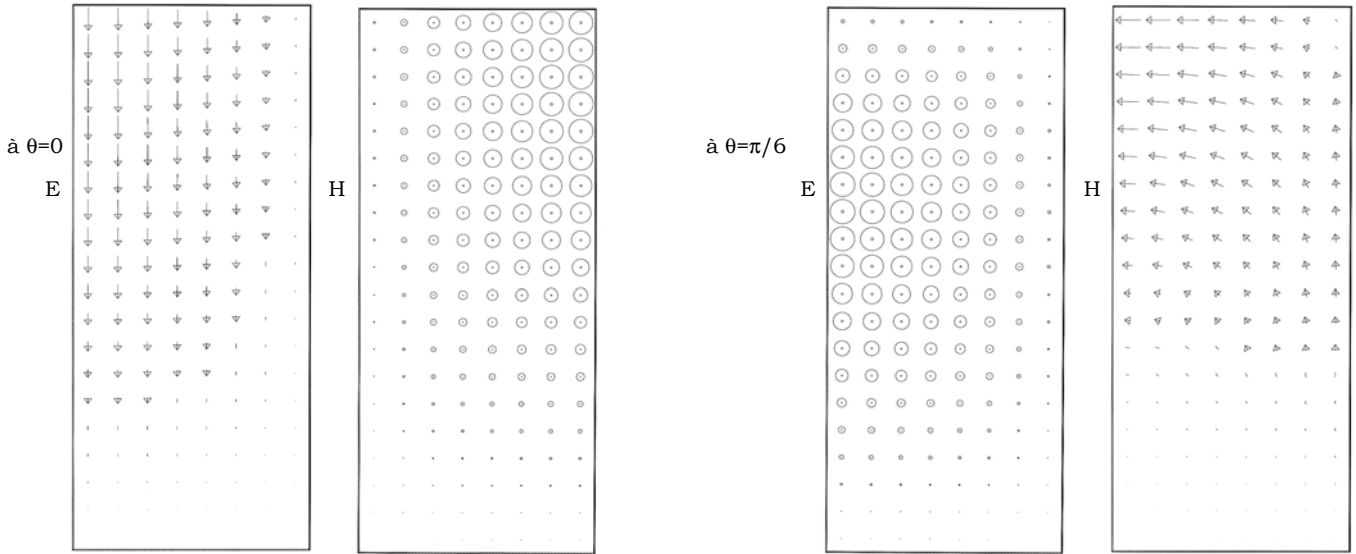
TE₀₁₁ : f=1551,2MHz



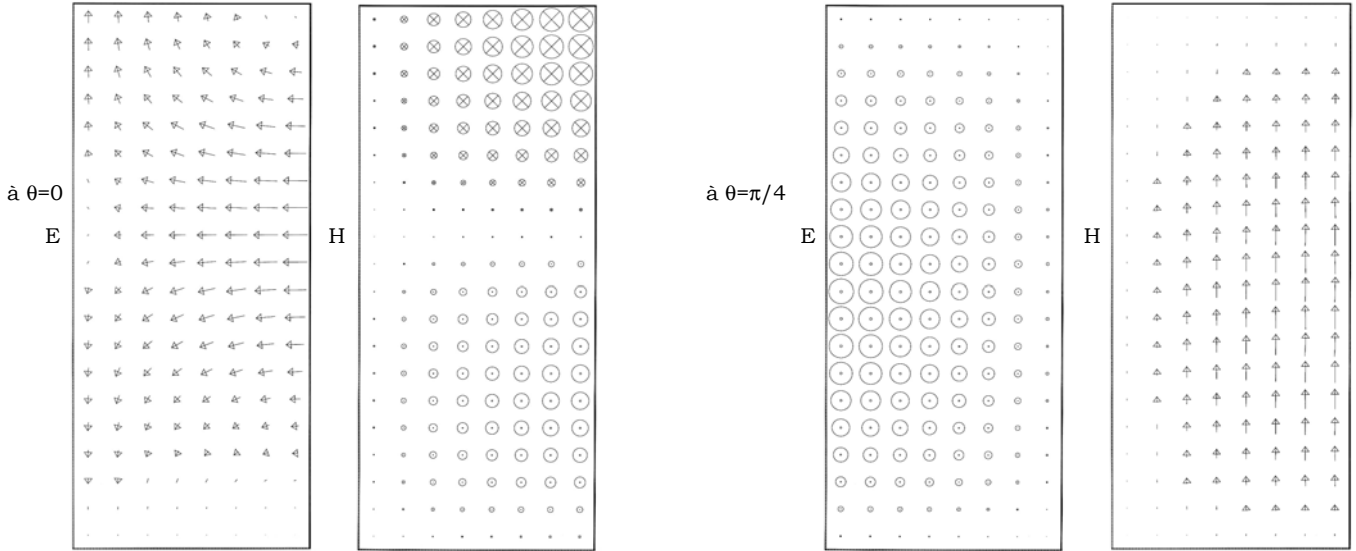
TM₀₂₀ : f=1616,9MHz



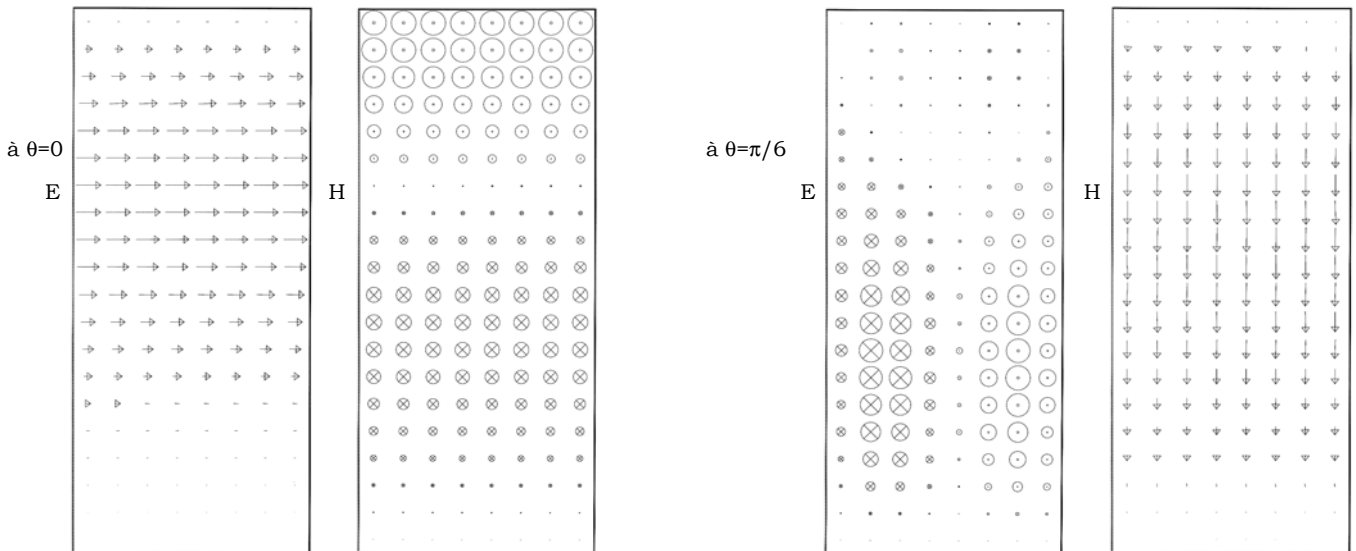
TE₃₁₁ : f=1631,2MHz



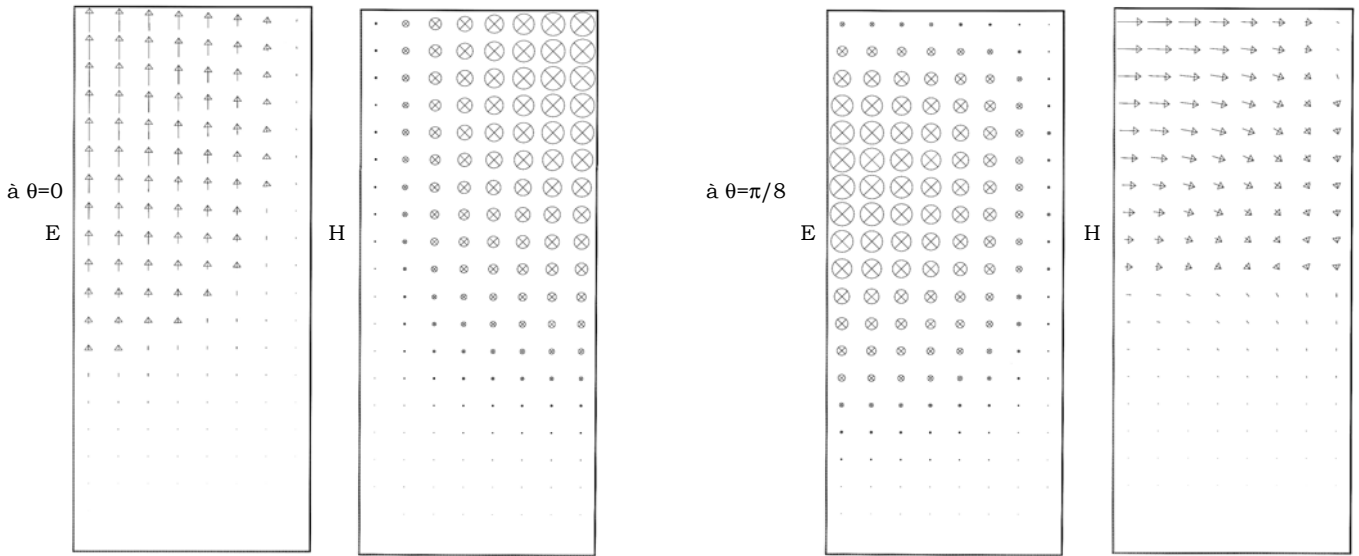
TM₂₁₁ : f=1846,4MHz



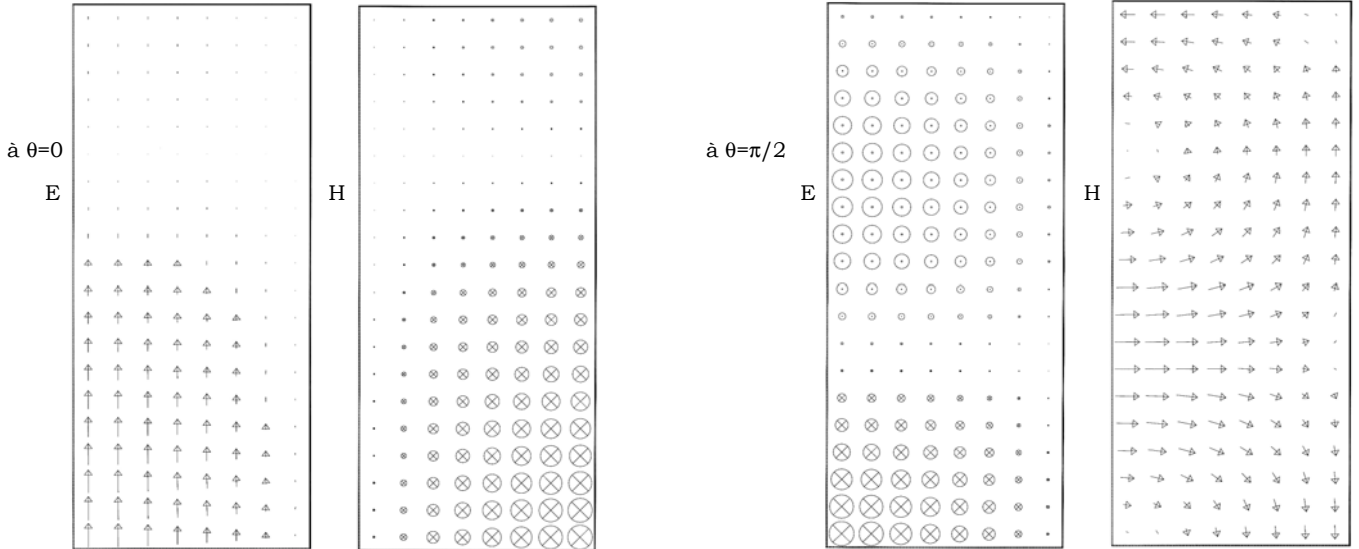
TM₃₁₀ : f=1868,8MHz



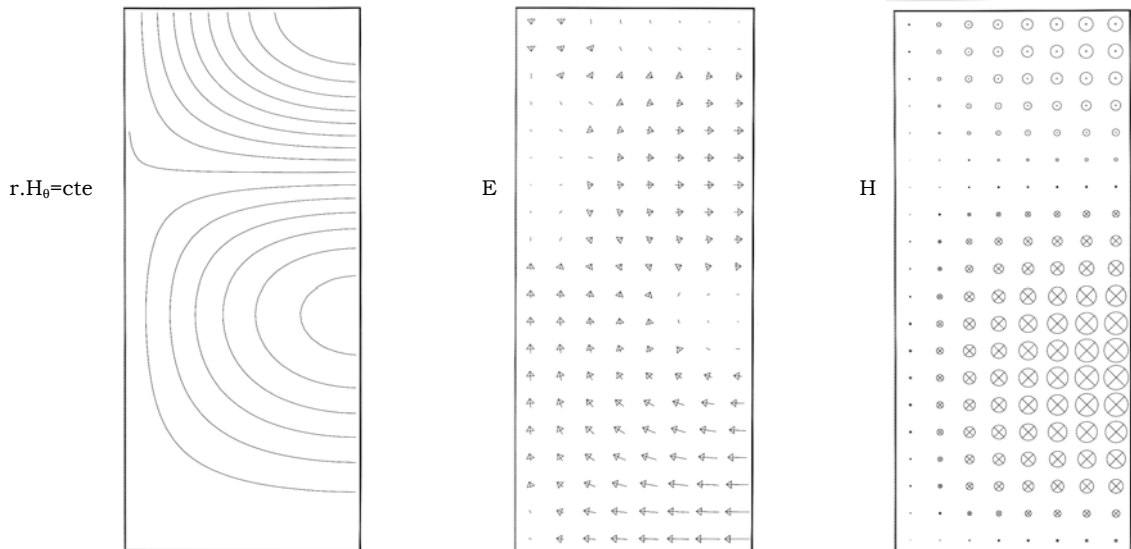
TE₄₁₁ : f=1890,1MHz



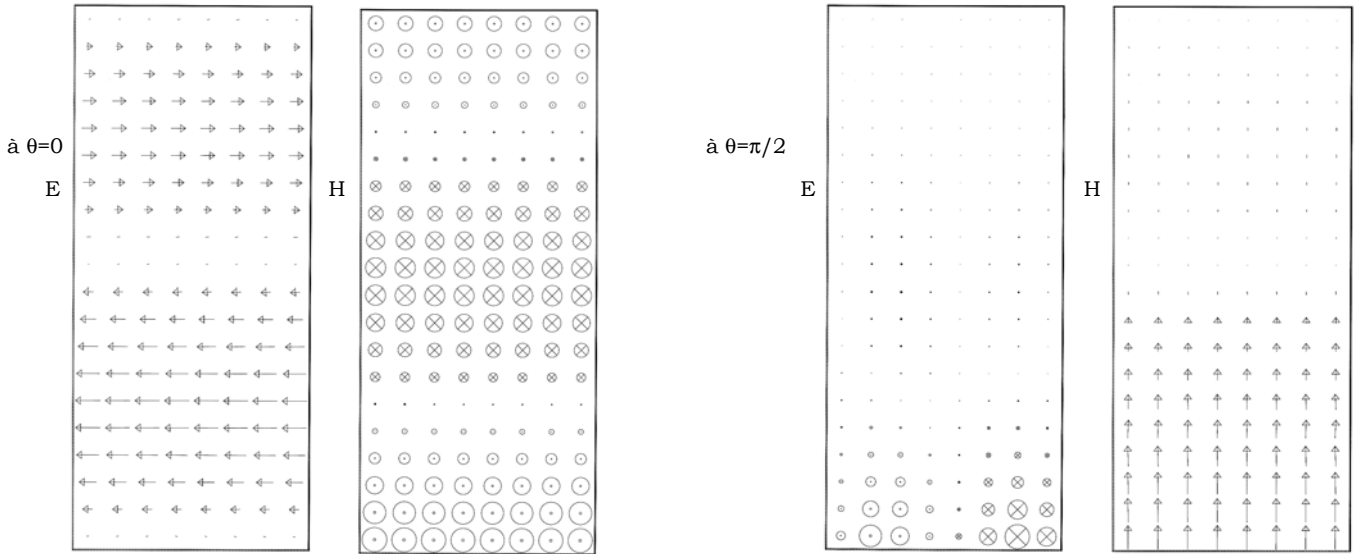
TE₁₂₁ : f=1893,4MHz



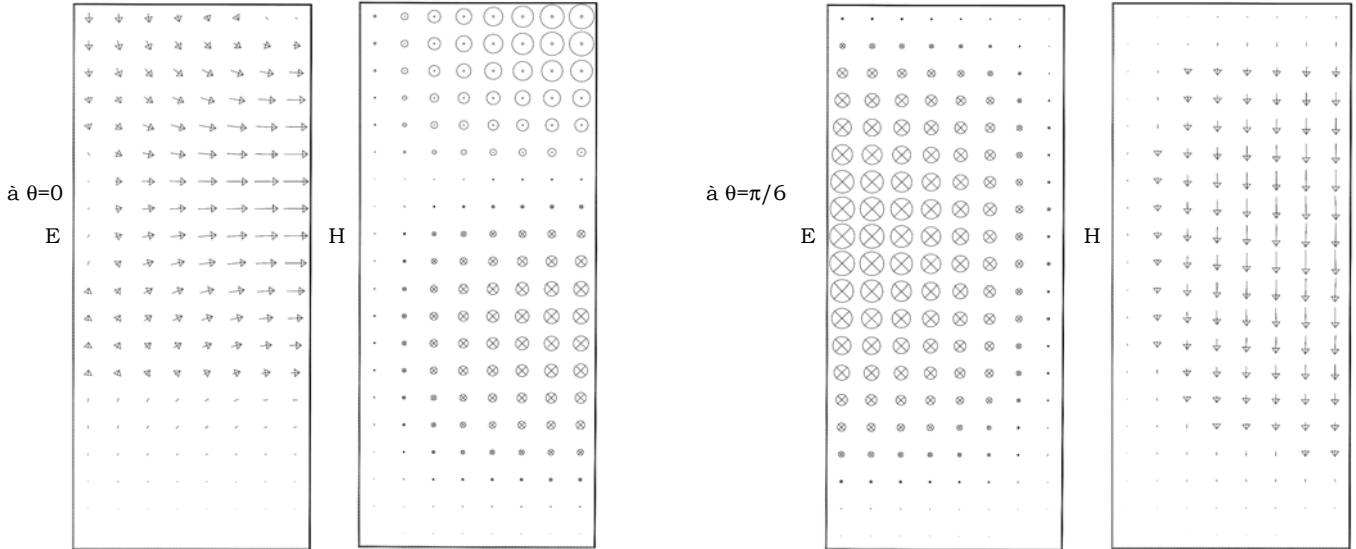
TM₀₂₁ : f=1939,3MHz



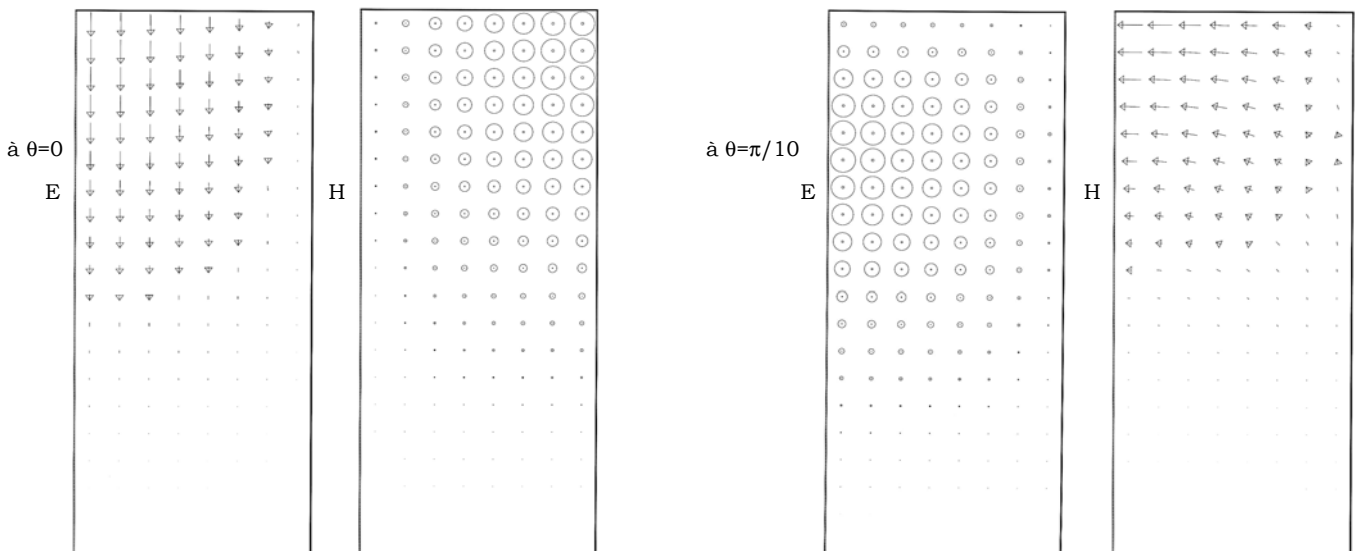
TM₁₂₀ : f=2054,9MHz



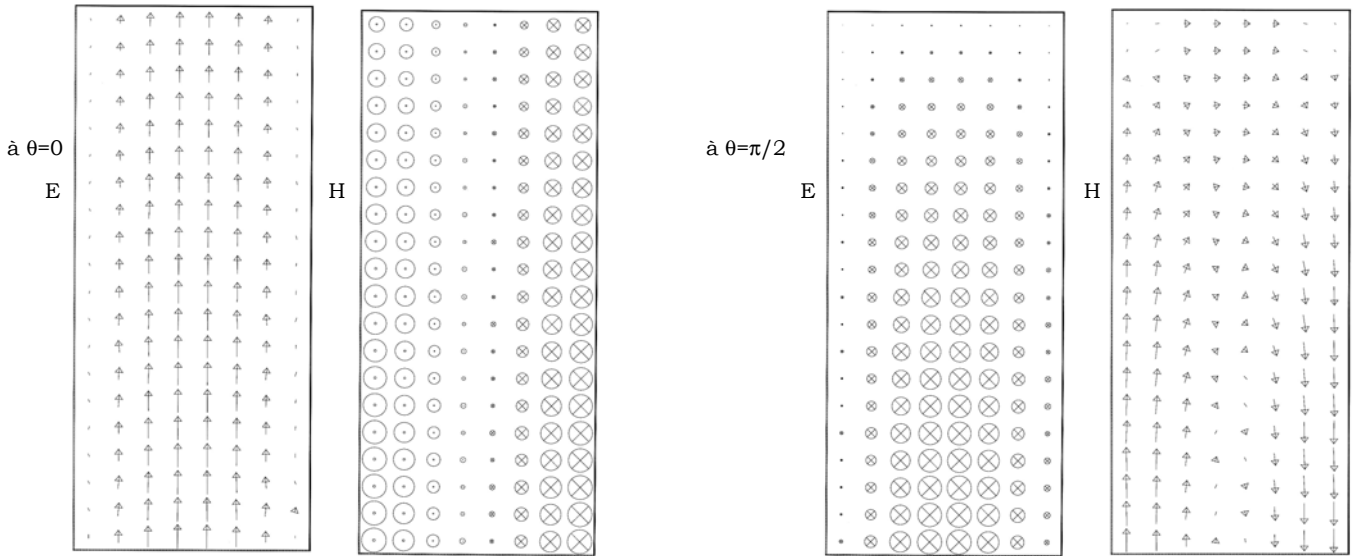
TM₃₁₁ : f=2153,8MHz



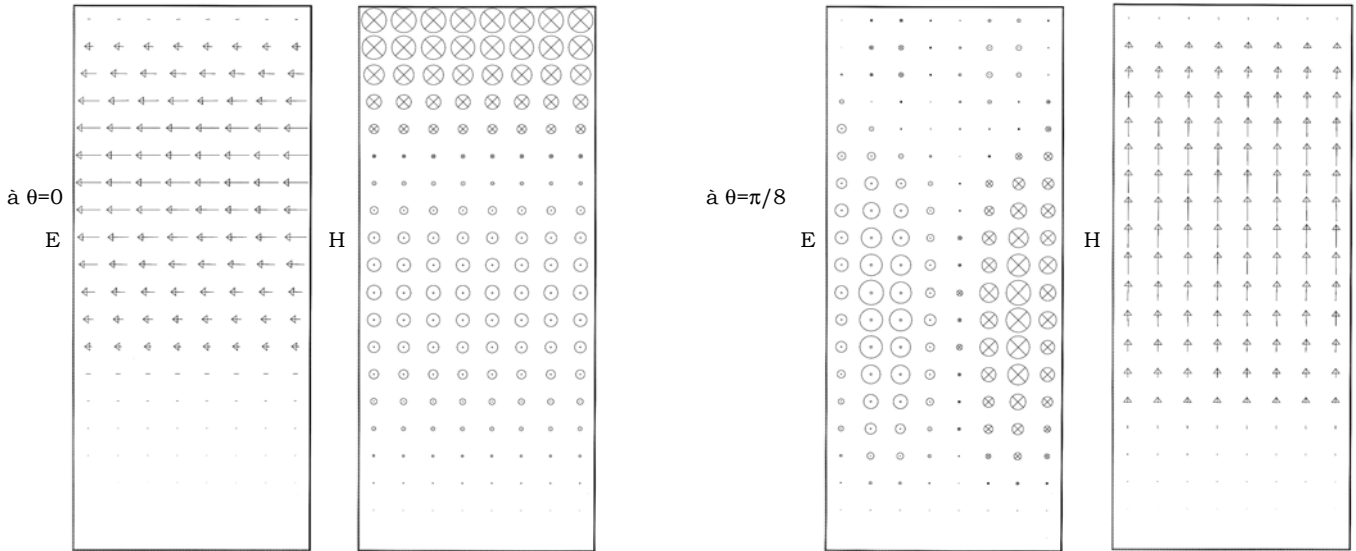
TE₅₁₁ : f=2162,8MHz



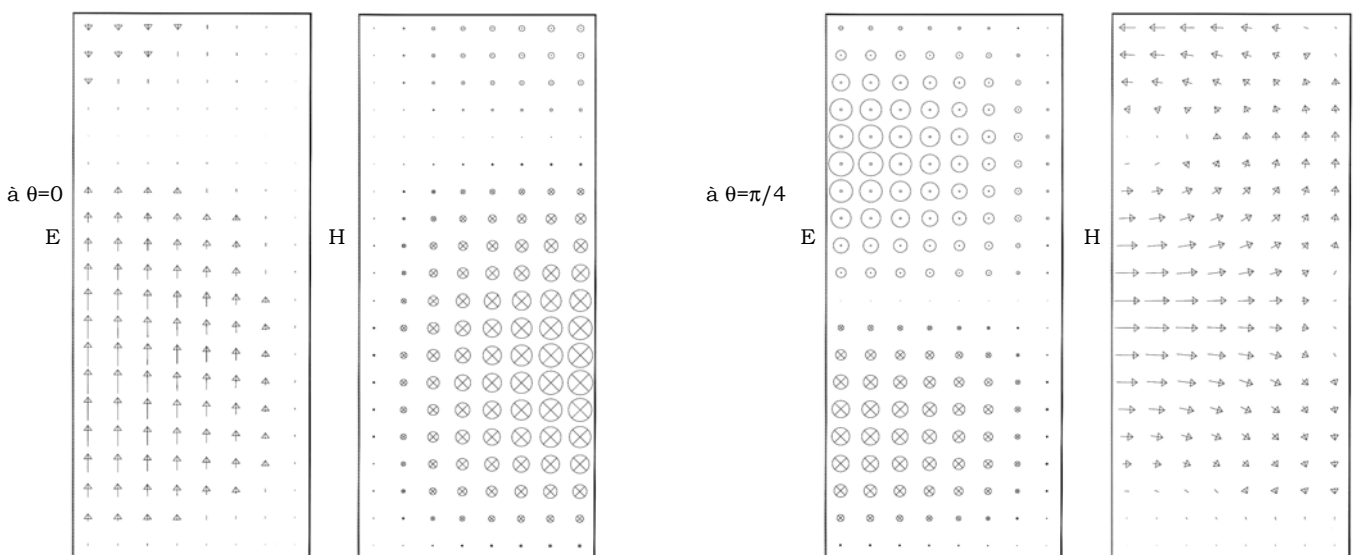
TE₁₁₂ : **f=2208,3MHz**



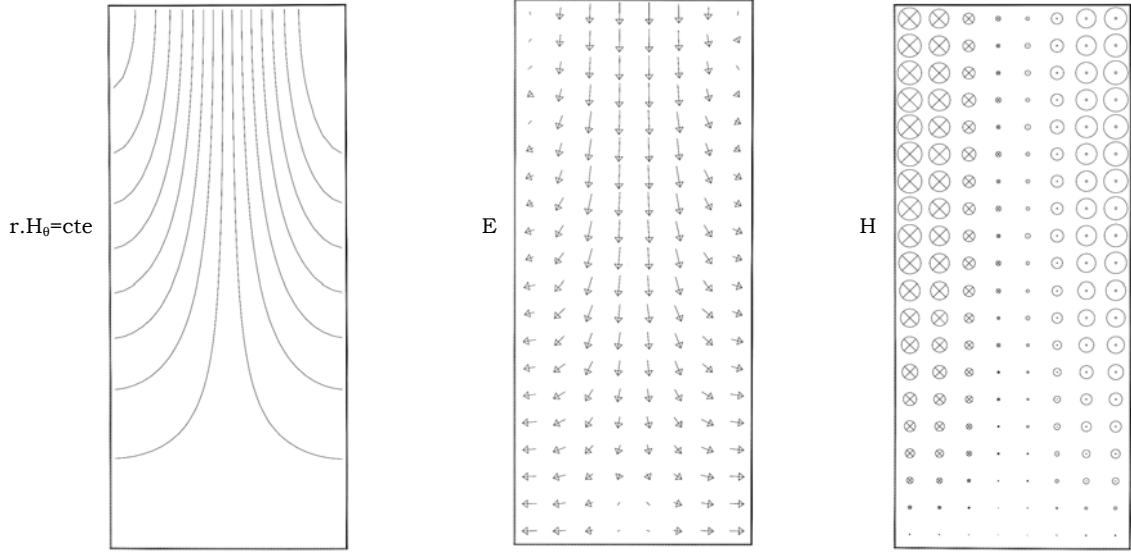
TM₄₁₀ : **f=2222,7MHz**



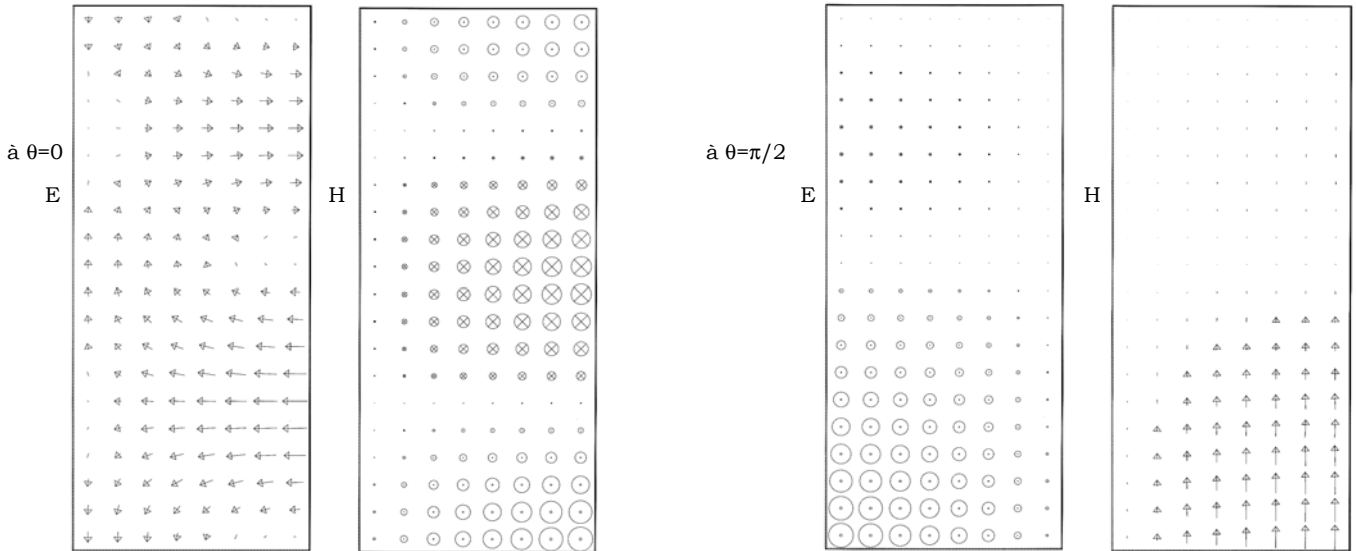
TE₂₂₁ : **f=2237,1MHz**



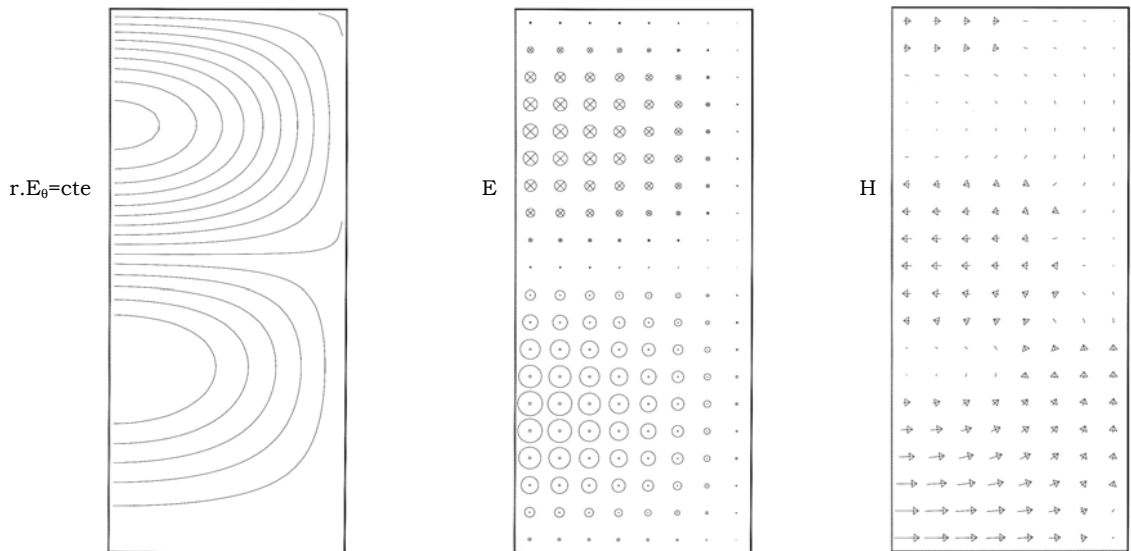
TM₀₁₂ : f=2254,3MHz



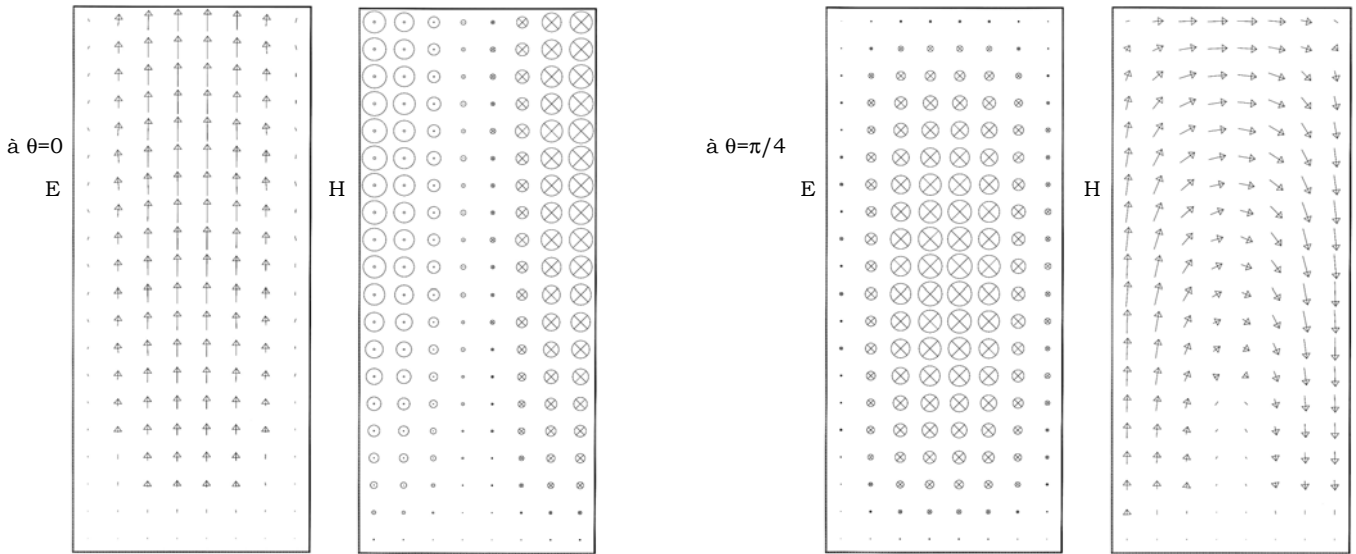
TM₁₂₁ : f=2317,1MHz



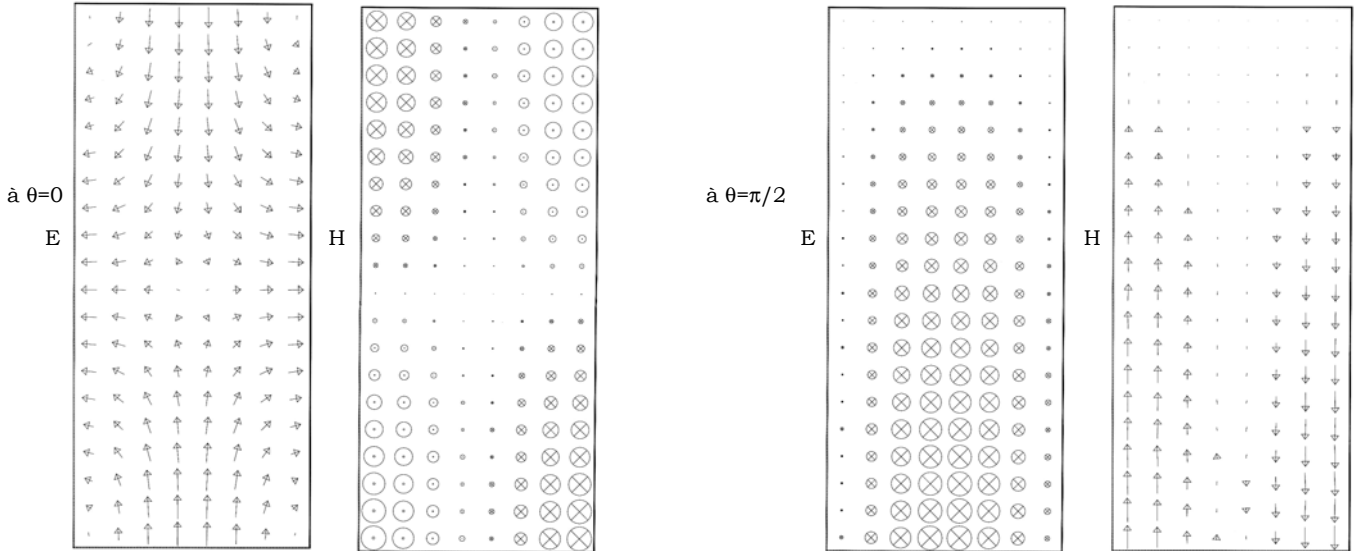
TE₀₂₁ : f=2317,1MHz



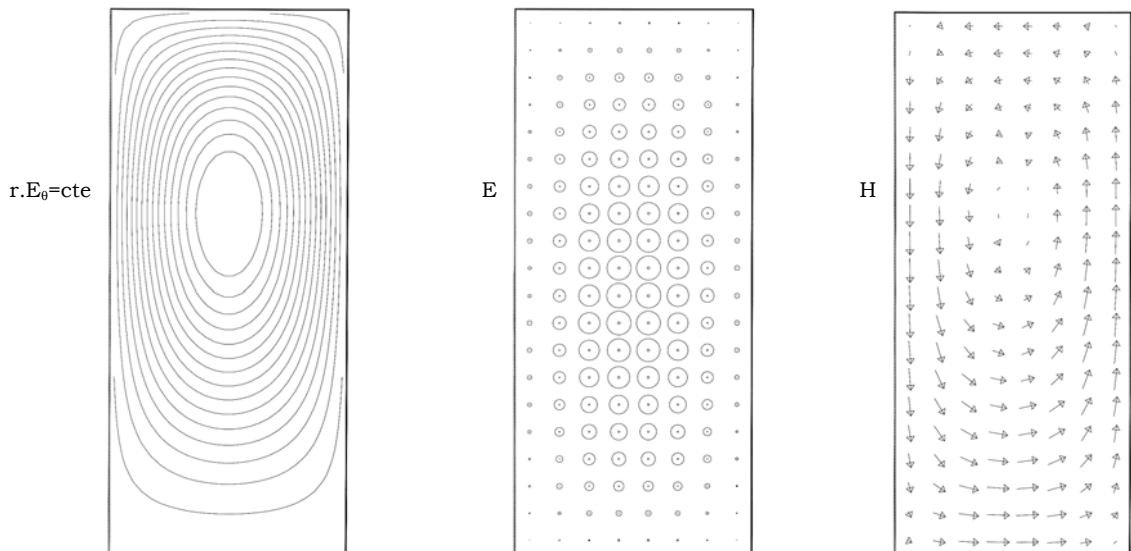
TE₂₁₂ : f=2320,8MHz



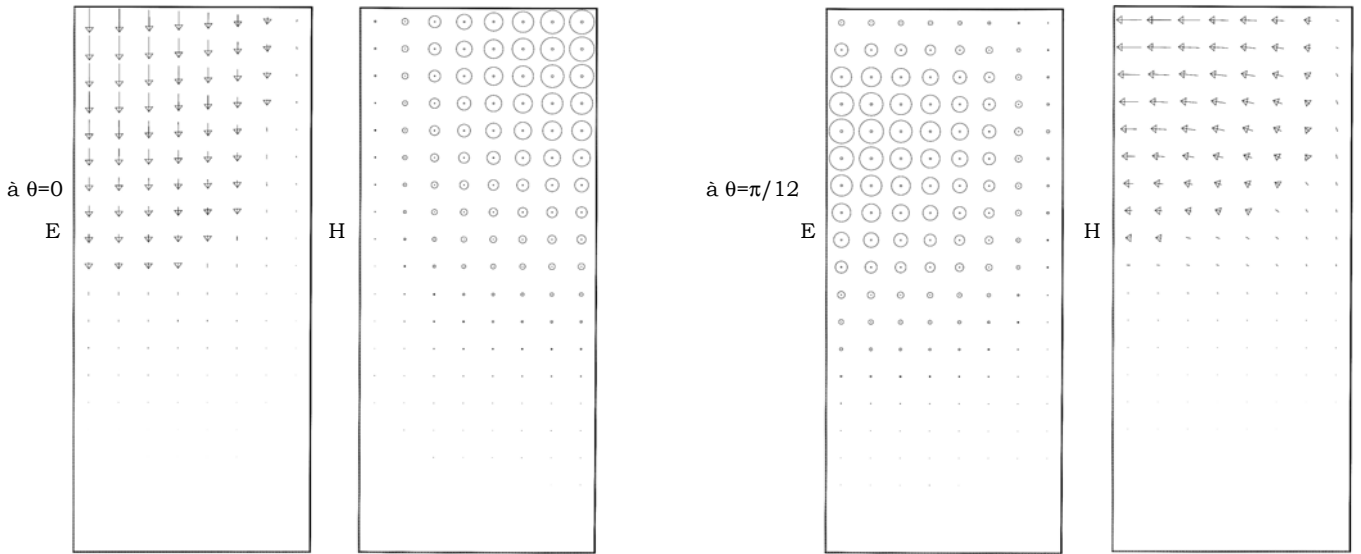
TM₁₁₂ : f=2417,7MHz



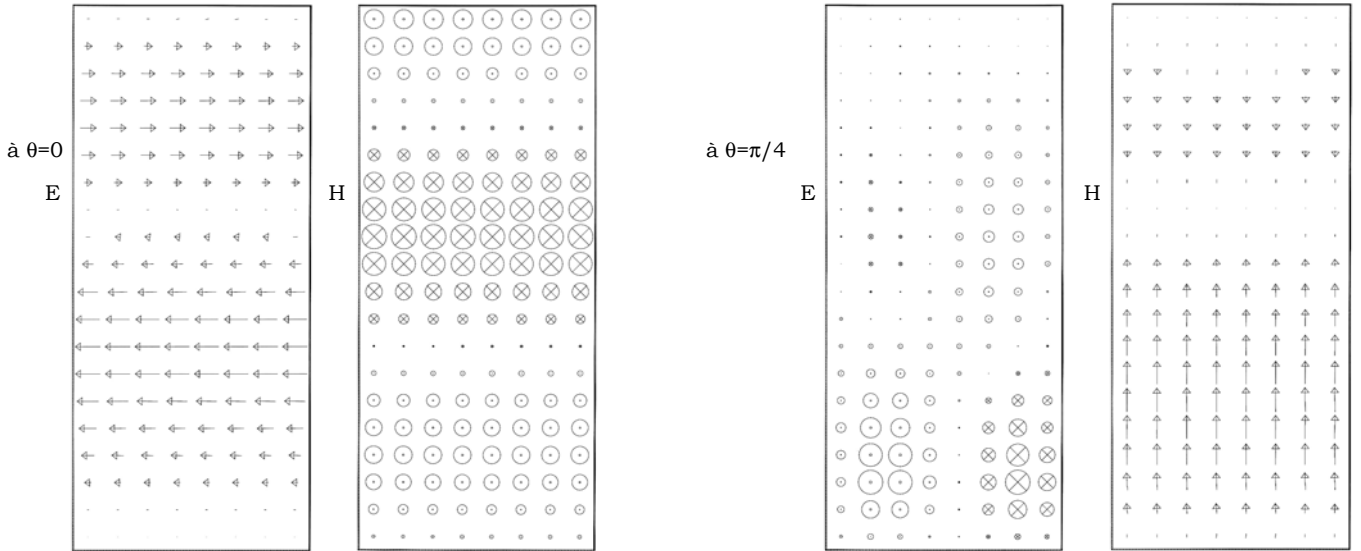
TE₀₁₂ : f=2417,7MHz



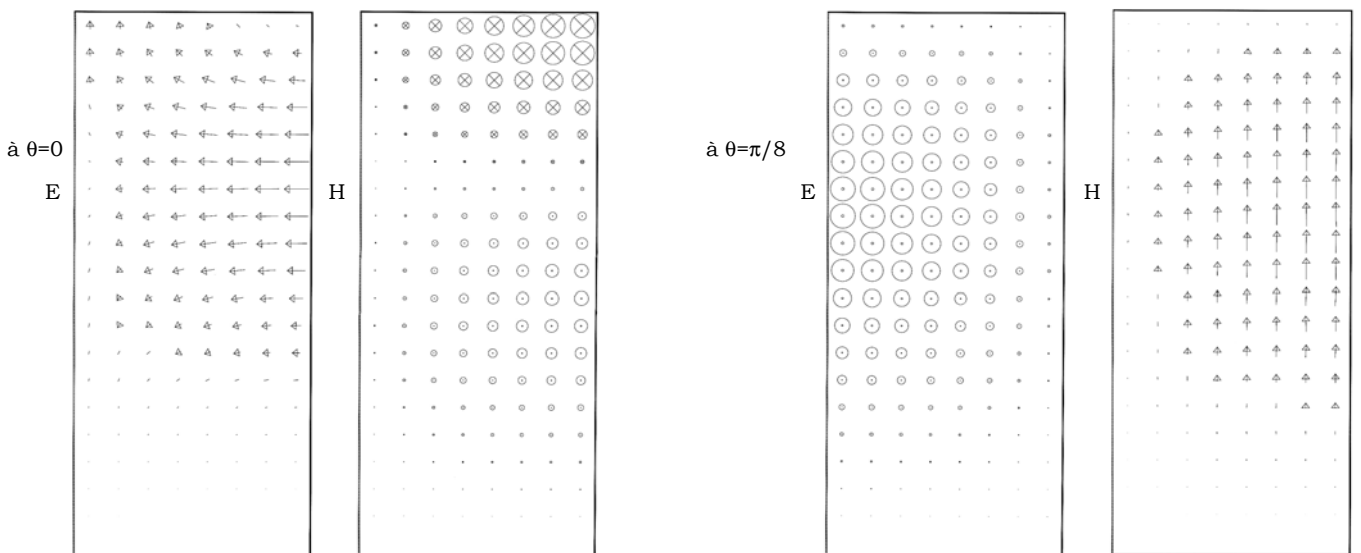
TE₆₁₁ : f=2444,2MHz



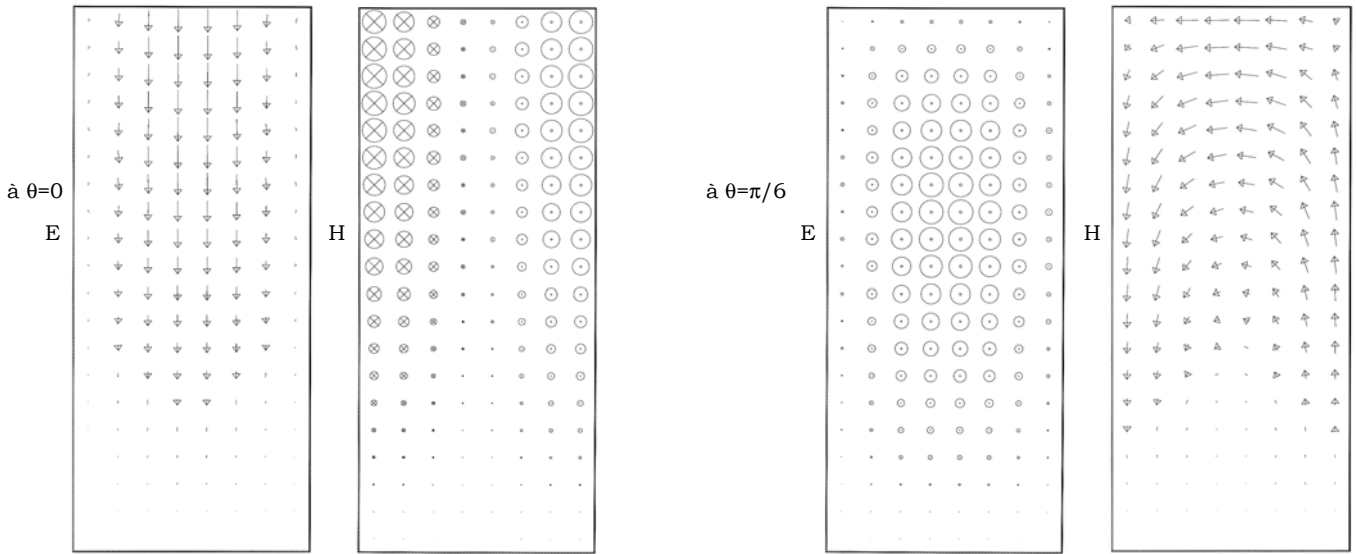
TM₂₂₀ : f=2465,5MHz



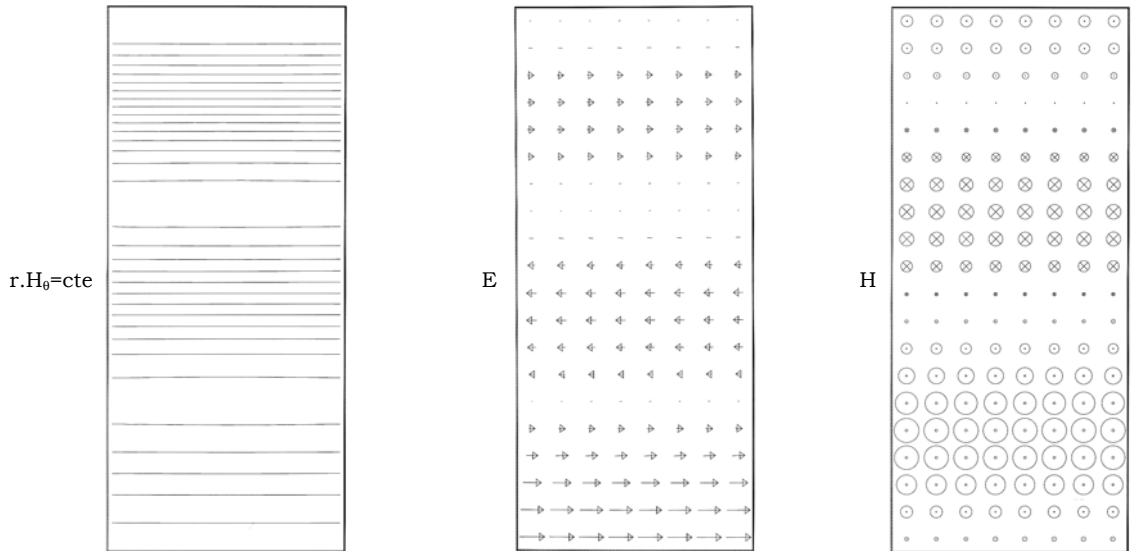
TM₄₁₁ : f=2467,1MHz



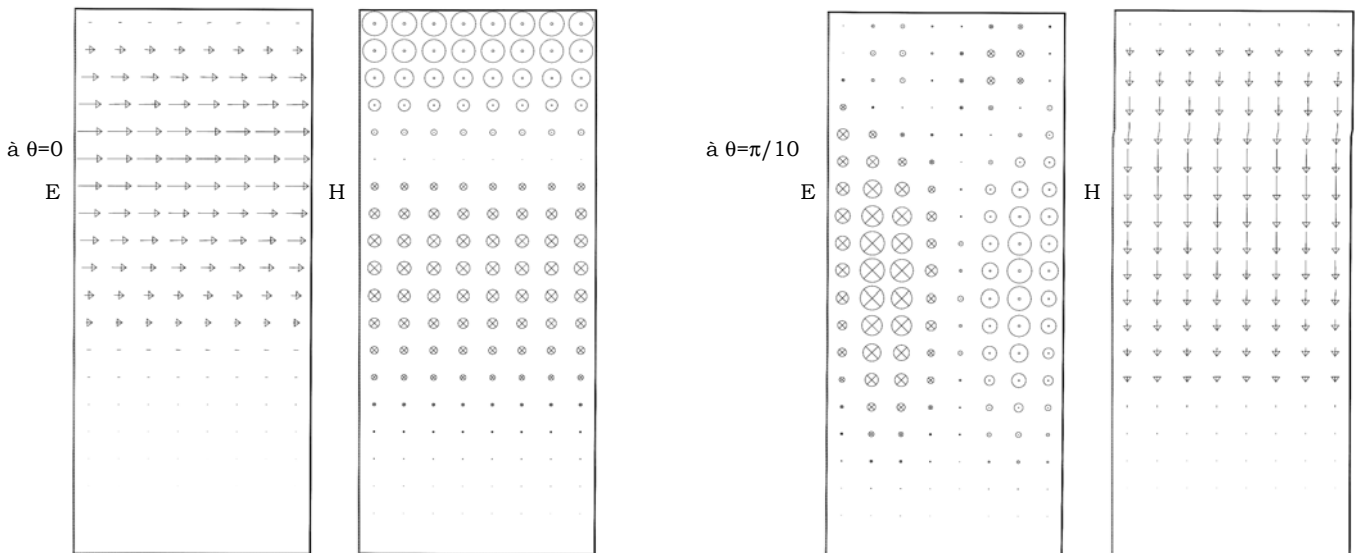
TE₃₁₂ : f=2469,8MHz



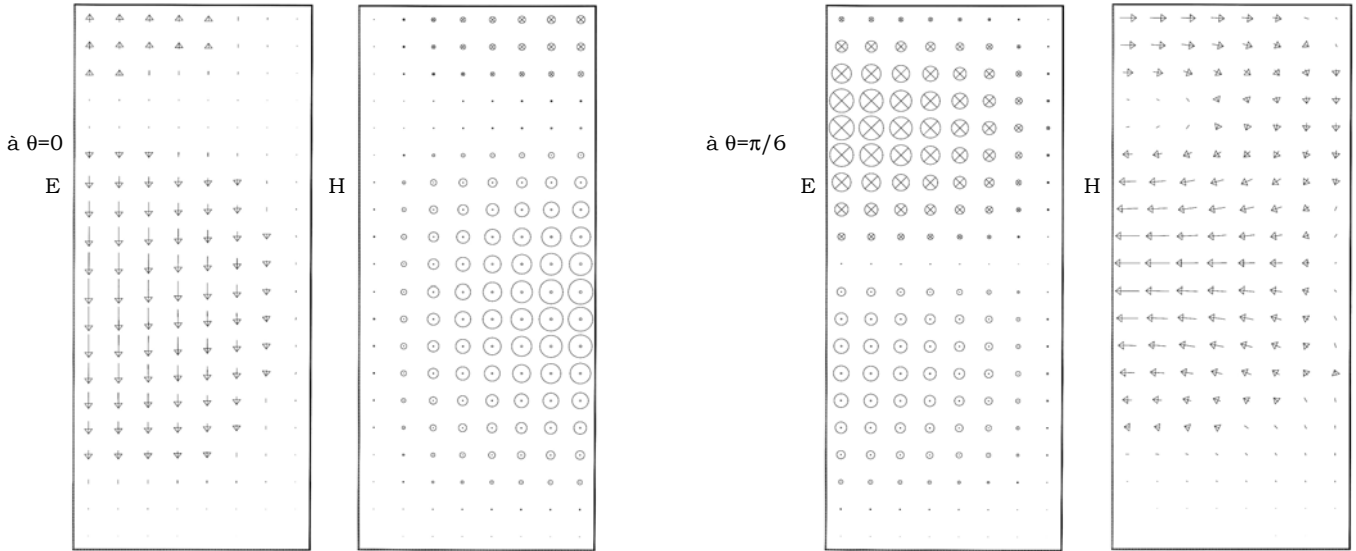
TM₀₃₀ : f=2534,7MHz



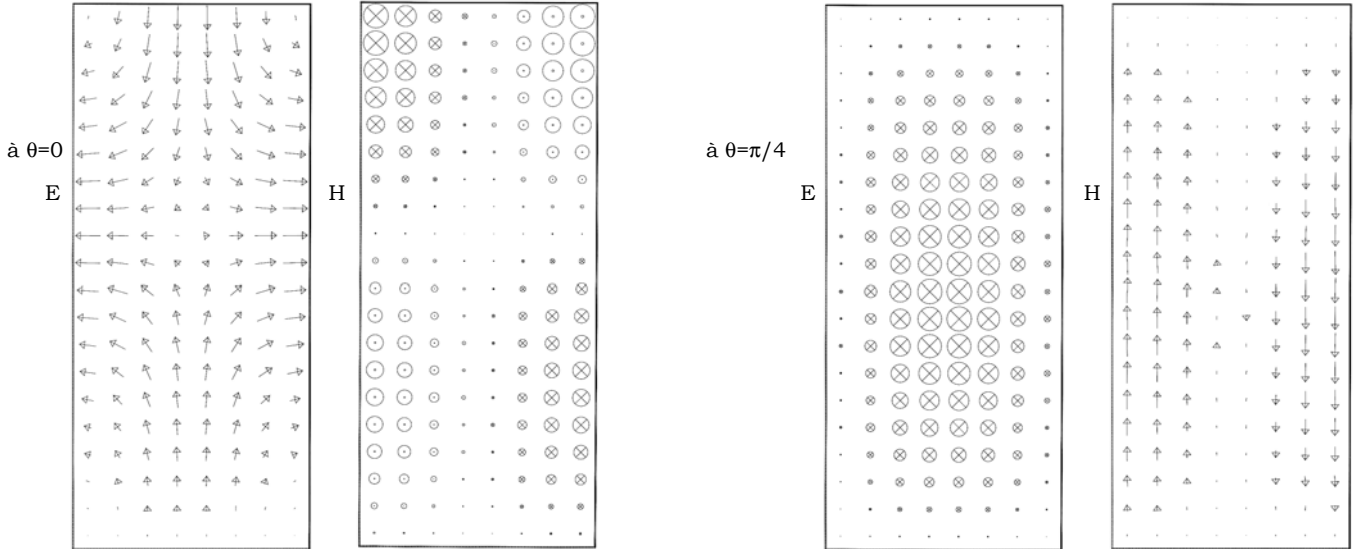
TM₅₁₀ : f=2569,2MHz



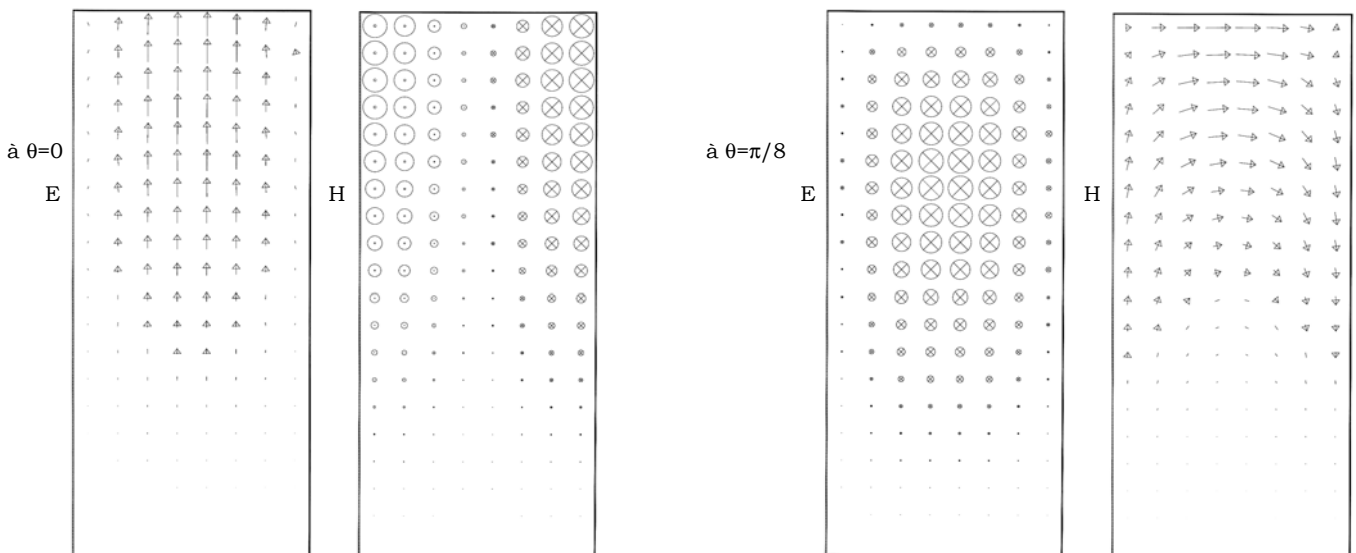
TE₃₂₁ : **f=2580,3MHz**



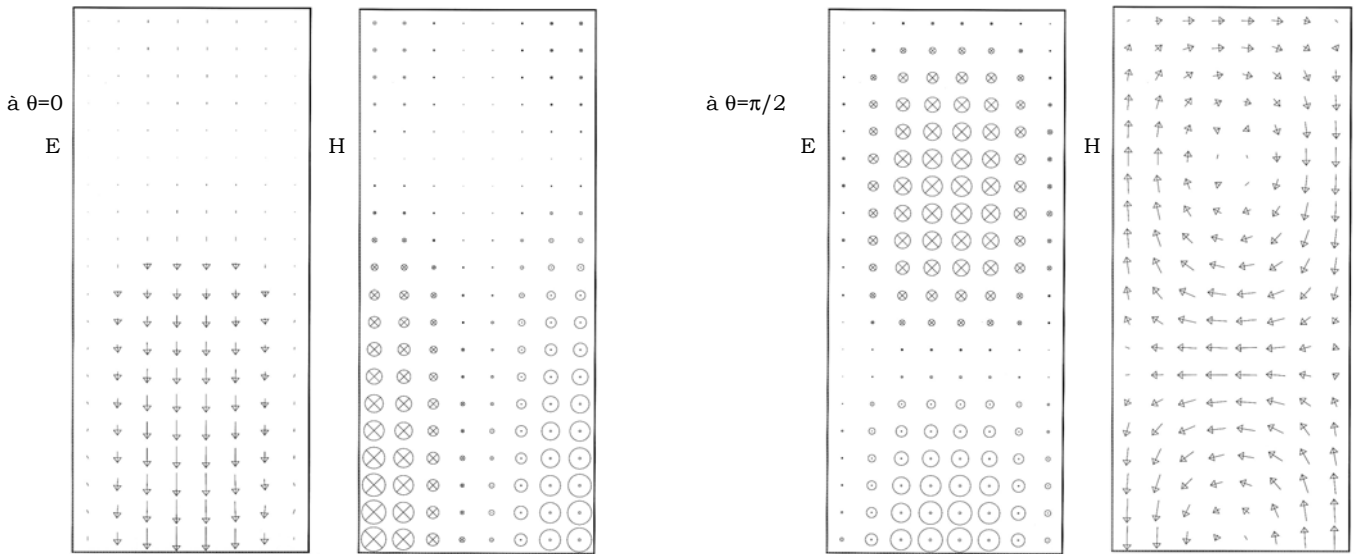
TM₂₁₂ : **f=2617,0MHz**



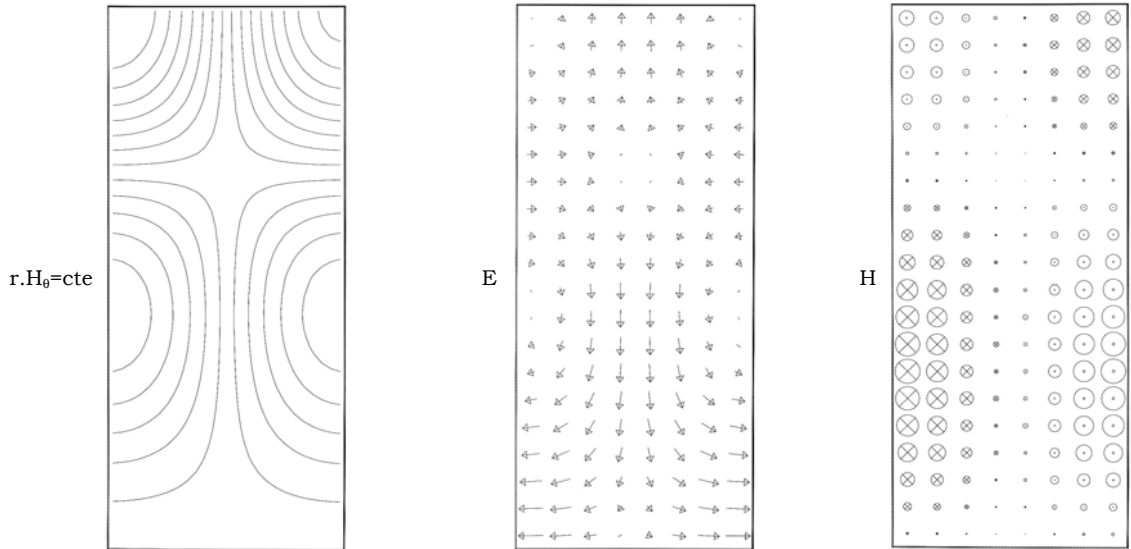
TE₄₁₂ : **f=2647,9MHz**



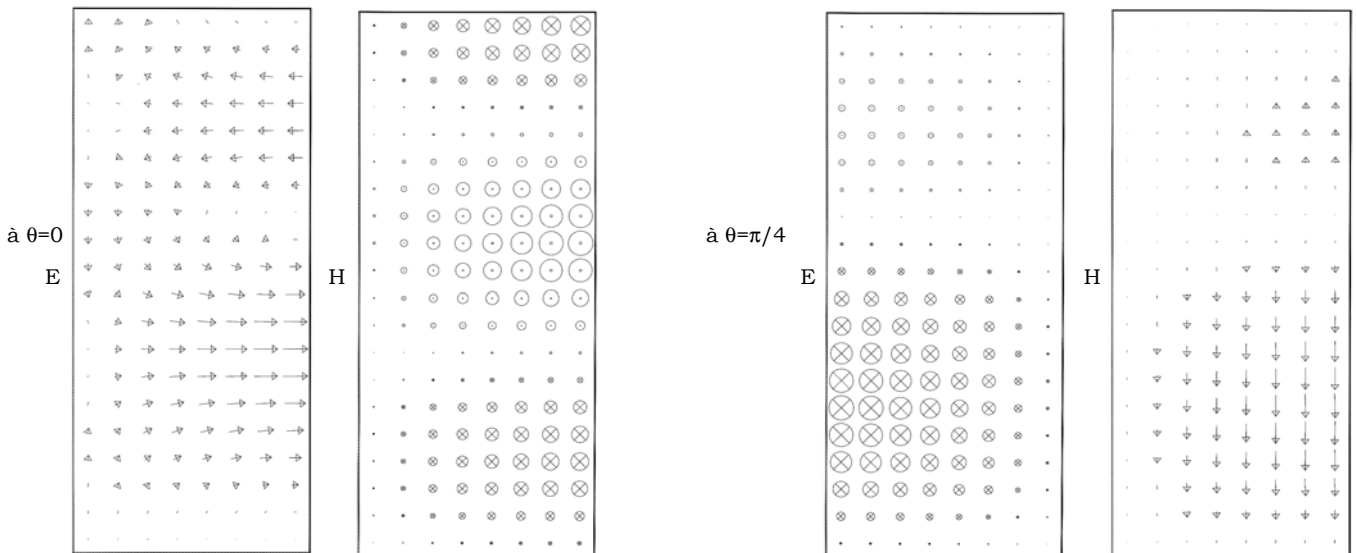
TE₁₂₂ : f=2650,3MHz



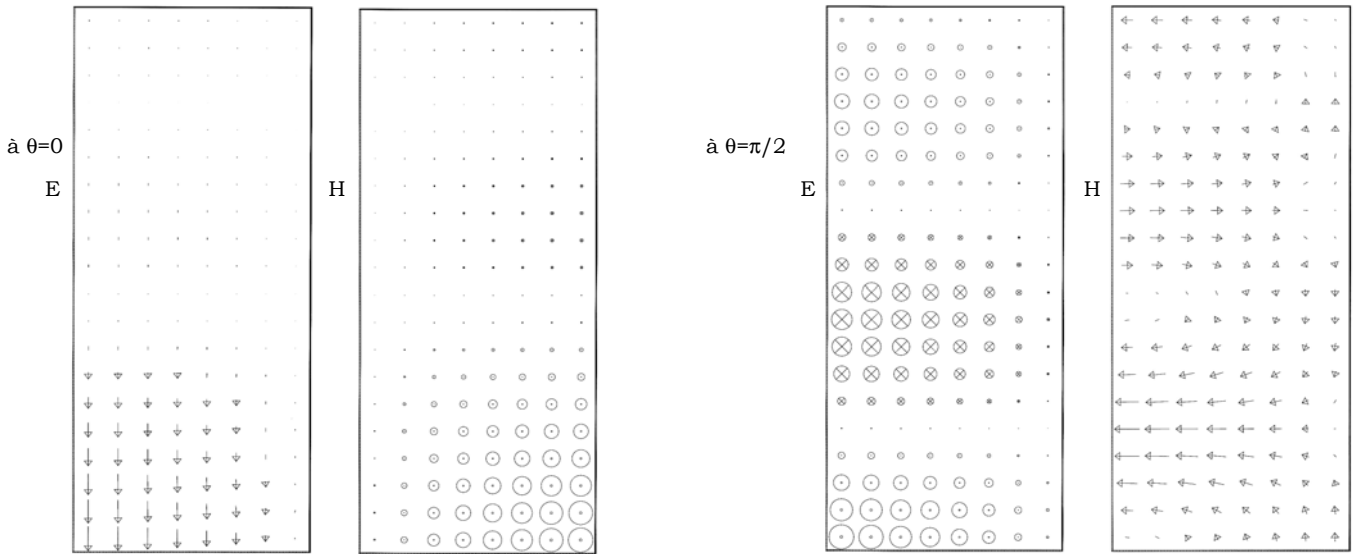
TM₀₂₂ : f=2683,3MHz



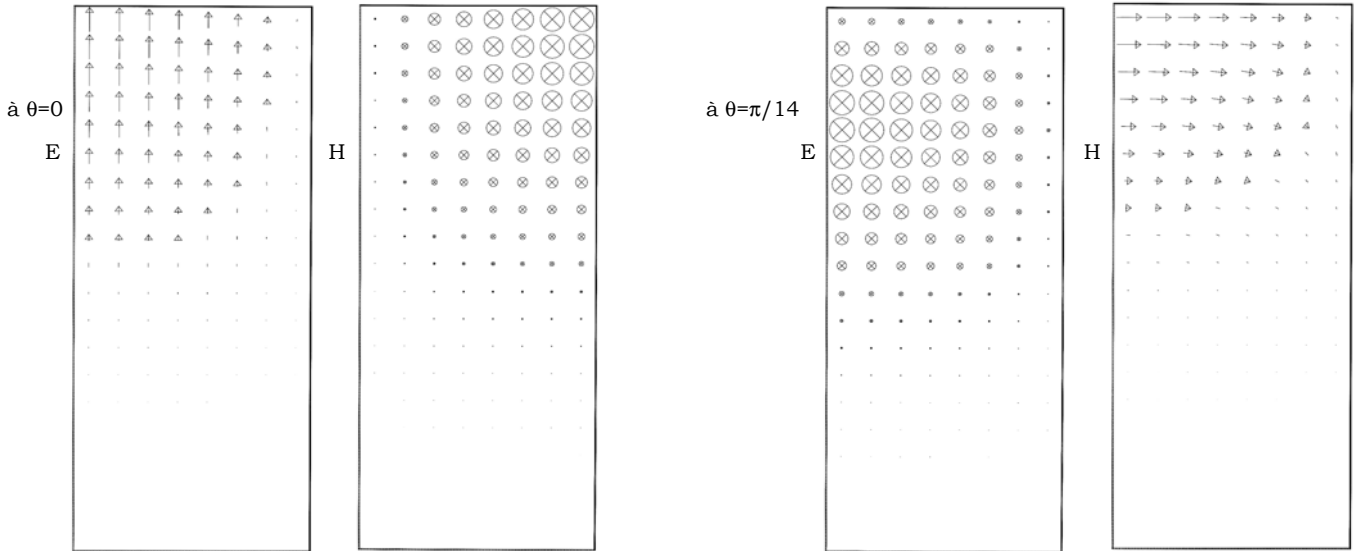
TM₂₂₁ : f=2687,9MHz



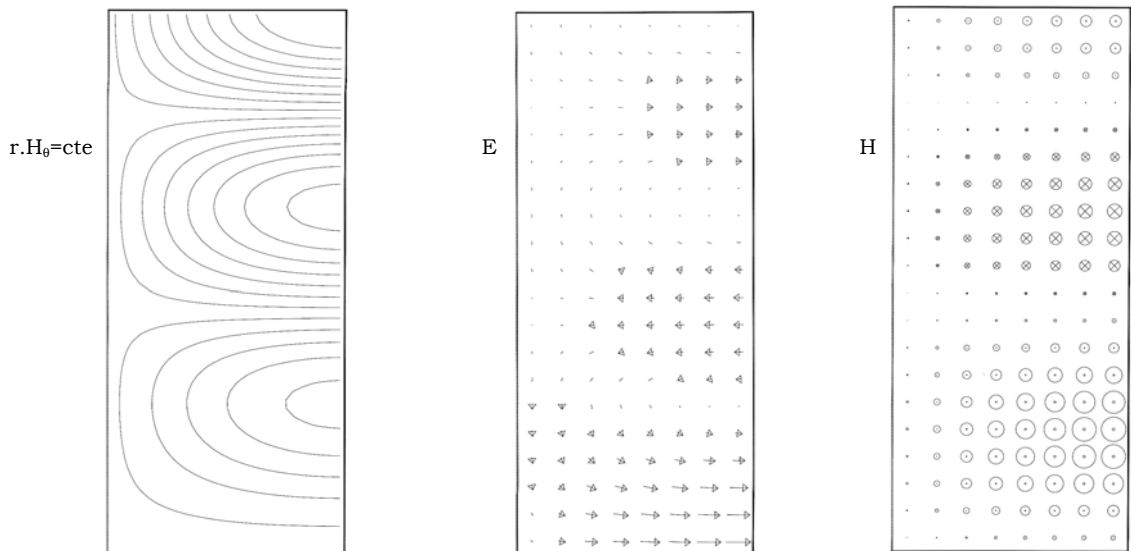
TE₁₃₁ : f=2720,0MHz



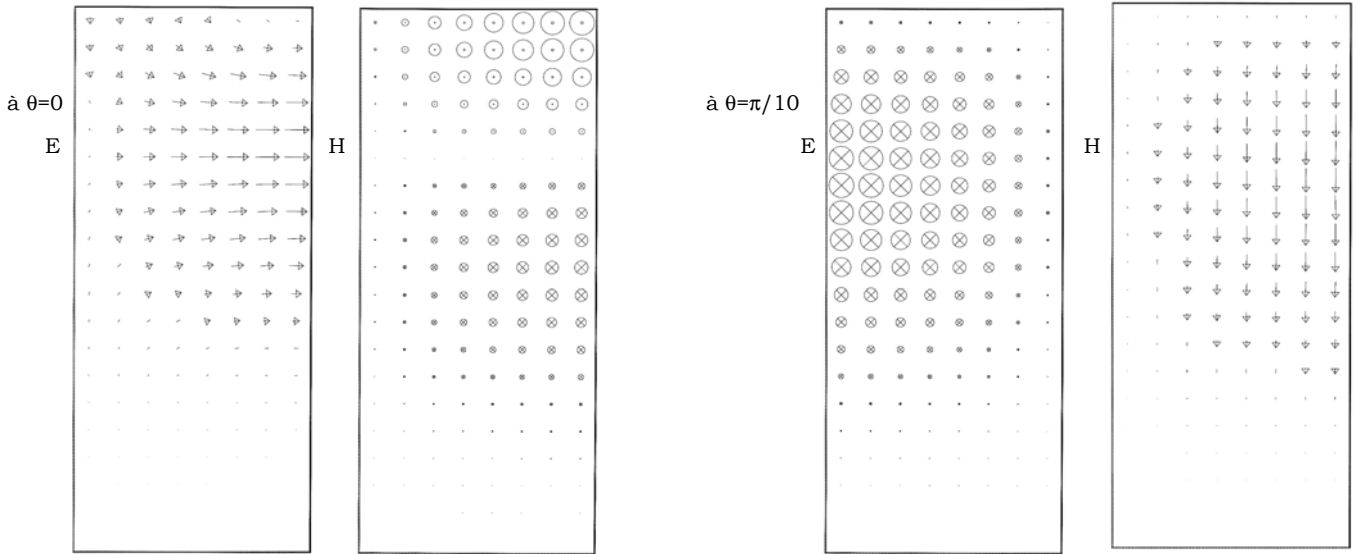
TE₇₁₁ : f=2731,2MHz



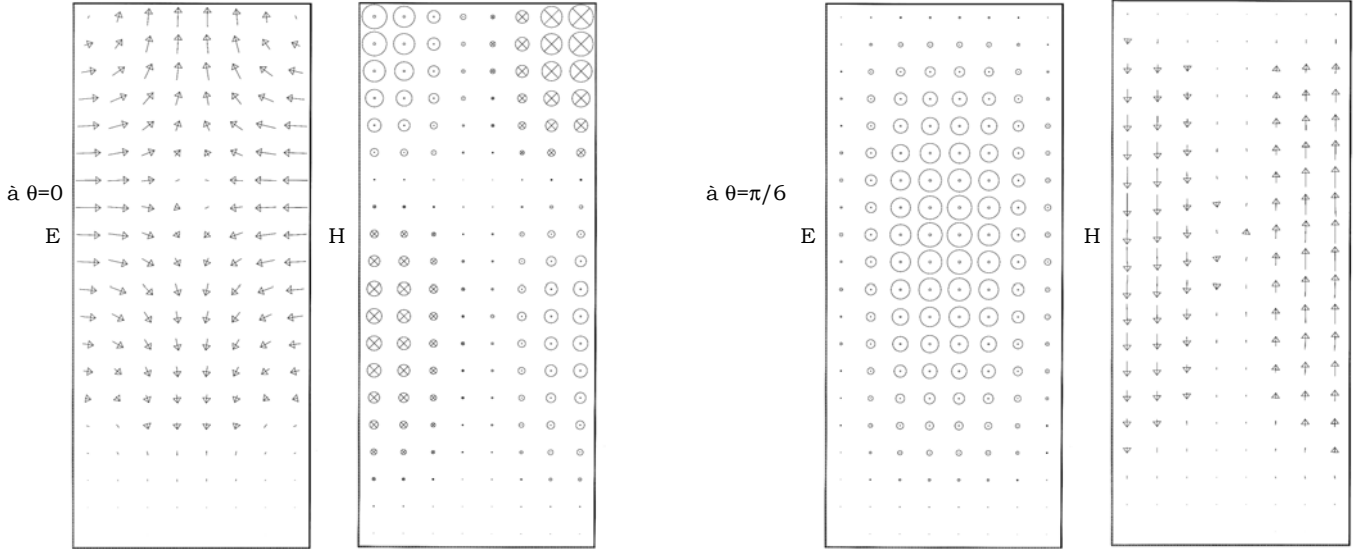
TM₀₃₁ : f=2751,6MHz



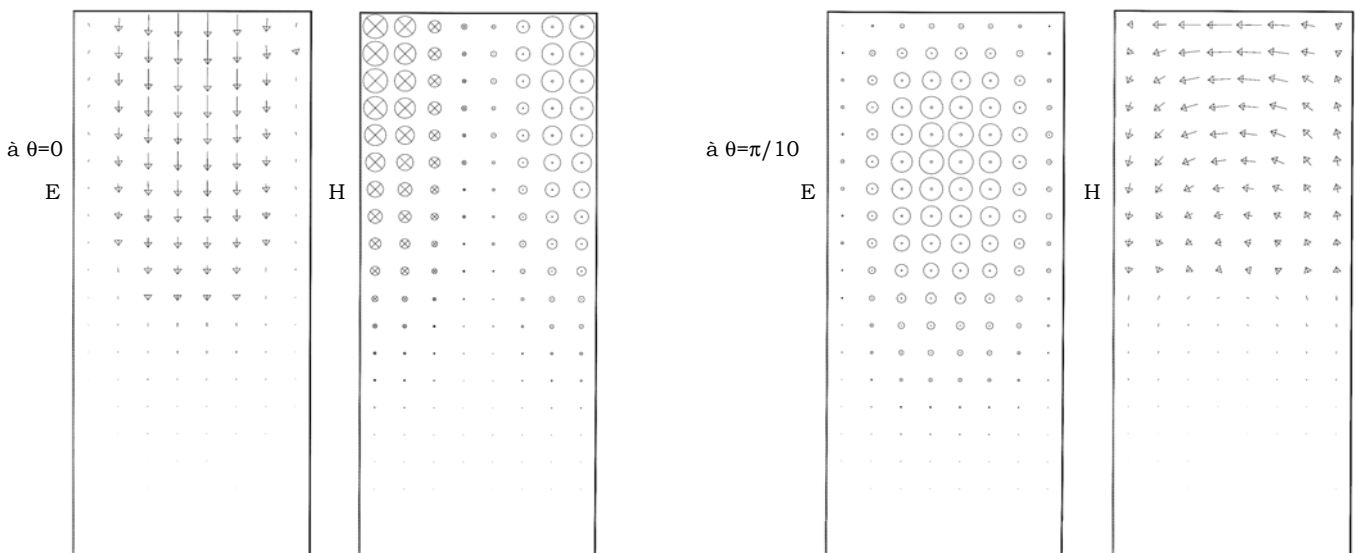
TM₅₁₁ : f=2783,4MHz



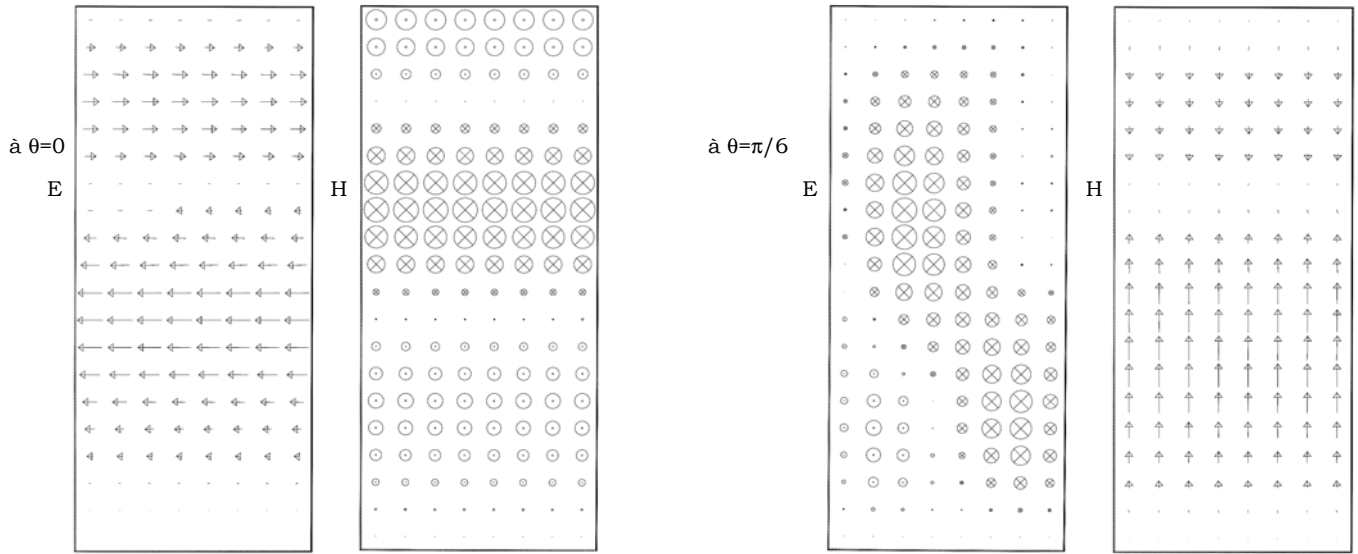
TM₃₁₂ : f=2842,2MHz



TE₅₁₂ : f=2849,0MHz

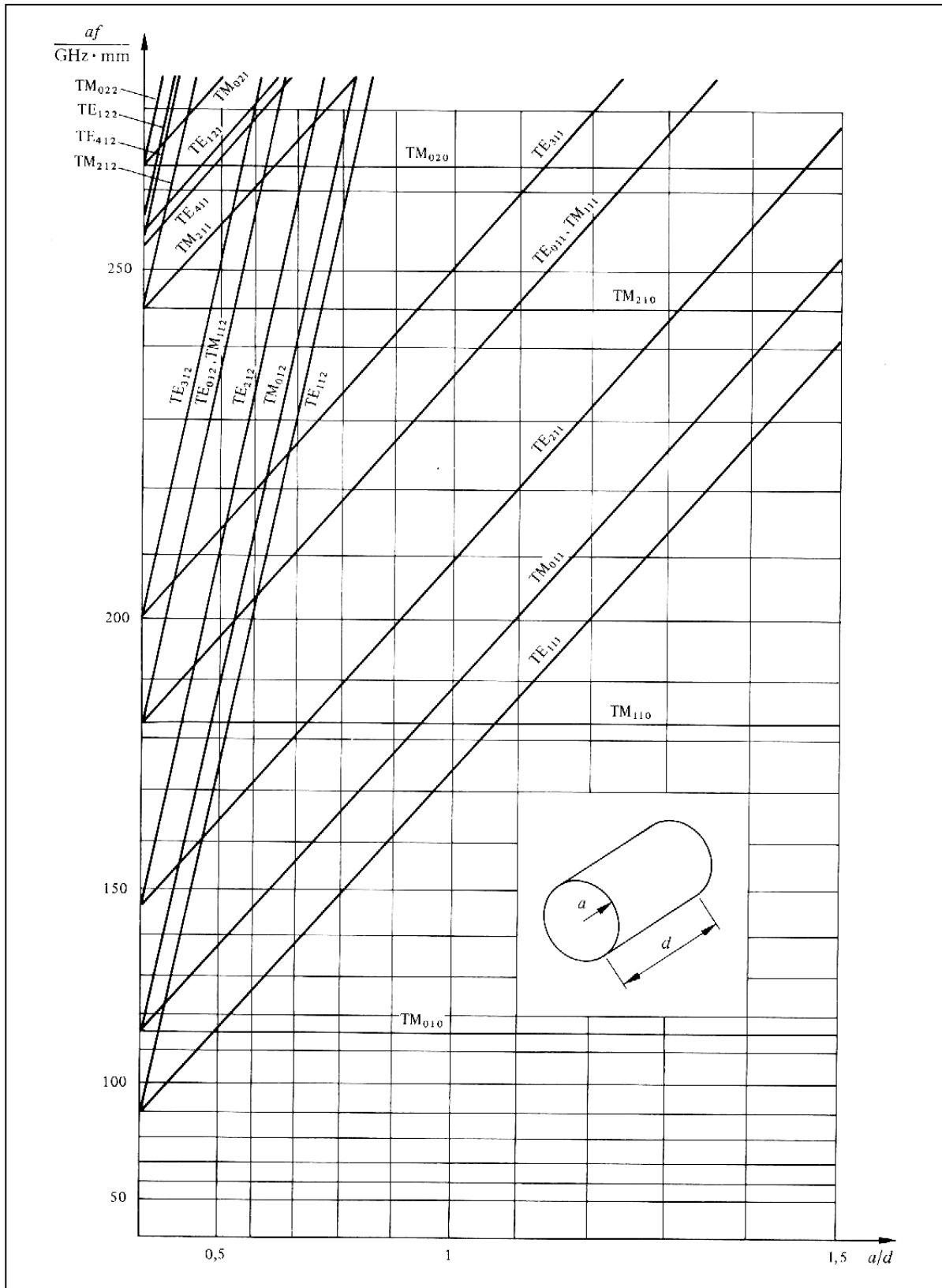


TM₃₂₀ : f=2859,1MHz



etc..

Fréquence de résonance des premiers modes pour une cavité pill-box cylindrique de dimension quelconque.

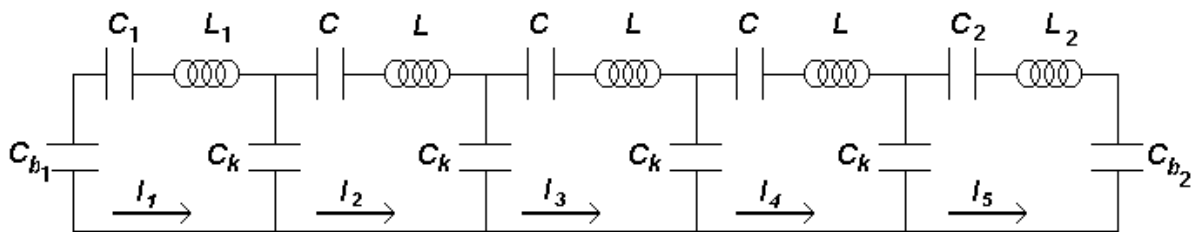


Annexe 3 :

Analyse d'une cavité 5-cellules

Le circuit équivalent -----

Le circuit équivalent d'une cavité 5-cellules résonnant par exemple sur le mode TM_{010} est décrit sur la figure ci-dessous (notons que comme $Q_0 \gg 1$, la résistance équivalente R peut ici être négligée).



En appliquant la loi de Kirchhoff pour chaque cellule, on obtient le système suivant :

$$(A301) \quad \begin{cases} L_1 \frac{d^2 I_1}{dt^2} + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{b1}} + \frac{1}{C_k} \right) I_1 - \frac{1}{C_k} I_2 = 0 \\ -\frac{1}{C_k} I_{j-1} + L \frac{d^2 I_j}{dt^2} + \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_k} \right) I_j - \frac{1}{C_k} I_{j+1} = 0 \quad \text{pour } j=2, 3, 4 \\ L_2 \frac{d^2 I_5}{dt^2} + \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{b2}} + \frac{1}{C_k} \right) I_5 - \frac{1}{C_k} I_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{On pose ici } k_1 &= \frac{1}{C_k} \frac{1}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{b1}} + \frac{1}{C_k} \right)} & \text{et } \omega_1 &= \frac{1}{\sqrt{L_1 k_1 C_k}}, \\ k &= \frac{1}{C_k} \frac{1}{\left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_k} \right)} & \text{et } \omega &= \frac{1}{\sqrt{L k C_k}}, \\ k_2 &= \frac{1}{C_k} \frac{1}{\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{b2}} + \frac{1}{C_k} \right)} & \text{et } \omega_2 &= \frac{1}{\sqrt{L_2 k_2 C_k}}, \end{aligned}$$

Si l'on cherche les solutions résonnant à la fréquence Ω , le système (A301) se transforme alors en :

$$(A302) \quad \begin{pmatrix} \omega_1^2 & -k_1\omega_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ -k\omega^2 & \omega^2 & -k\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & -k\omega^2 & \omega^2 & -k\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & -k\omega^2 & \omega^2 & -k\omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & -k_2\omega_2^2 & \omega_2^2 \end{pmatrix} \vec{I} = \Omega^2 \vec{I}$$

où $\vec{I} = (I_1, I_2, I_3, I_4, I_5)^T$

L'obtention du plat de champ et les 5 modes résonants -----

Afin d'obtenir un plat de champ pour le mode π (de fréquence Ω_π), le système (A302) doit vérifier :

$$(A303) \quad \begin{pmatrix} \omega_1^2 & -k_1\omega_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ -k\omega^2 & \omega^2 & -k\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & -k\omega^2 & \omega^2 & -k\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & -k\omega^2 & \omega^2 & -k\omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & -k_2\omega_2^2 & \omega_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \Omega_\pi^2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Il vient alors que :

$$(A304) \quad \begin{cases} \omega_1^2(1+k_1) = \Omega_\pi^2 \\ \omega^2(1+2k) = \Omega_\pi^2 \\ \omega_2^2(1+k_2) = \Omega_\pi^2 \end{cases}$$

Dans le cas d'une cavité symétrique composée de 5 cellules identiques ($C_{b1}=C_{b2}$, $C_1=C_2=C$ et $L_1=L_2=L$), (A304) se simplifie comme :

$$(A305) \quad k_1 = k_2 = \frac{k}{1+k}, \quad \text{c'est-à-dire} \quad C_{b1} = C_{b2} = \frac{1}{2}C_k$$

On peut alors montrer que dans ces conditions, (A302) a pour valeurs propres :

$$(A306) \quad \boxed{\Omega_{q\pi/5} = \omega_0 \sqrt{1 + K \left(1 - \cos\left(\frac{q\pi}{5}\right) \right)}} \quad \text{avec } q=1..5$$

où $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ est la fréquence de résonance dans une cellule isolée (en mode 0)

et $K = \frac{2C}{C_k}$ représente le facteur de couplage inter-cellules.

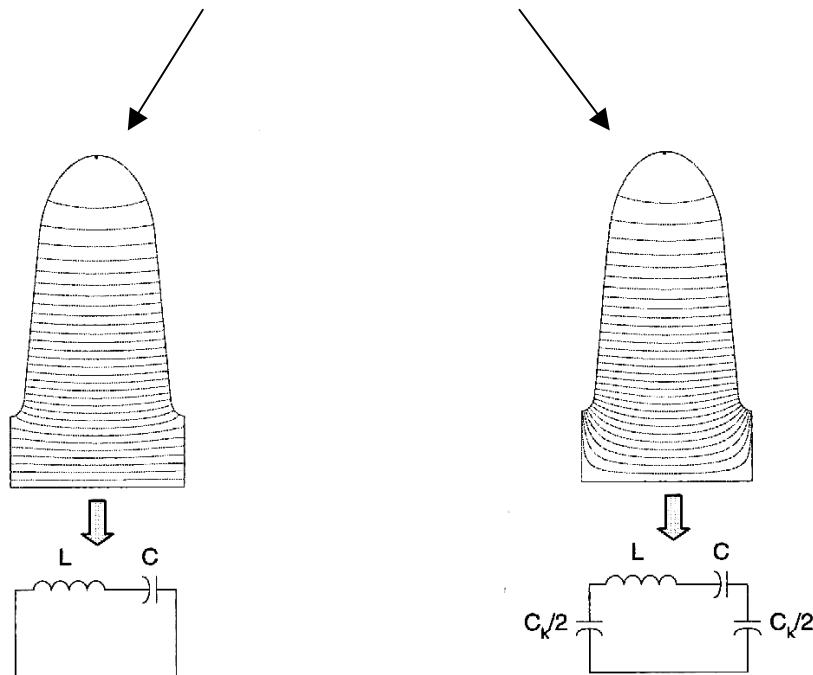
Les 5 valeurs propres (A306) représentent les 5 modes résonants dans notre cavité 5-cellules ; les vecteurs propres associés donnent la répartition des champ E_z pour chaque mode. On trouve, pour le mode $q\pi/5$ dans la $n^{\text{ième}}$ cellule :

$$(A307) \quad E_z \propto \sin\left(q\pi\left(\frac{2n-1}{10}\right)\right)$$

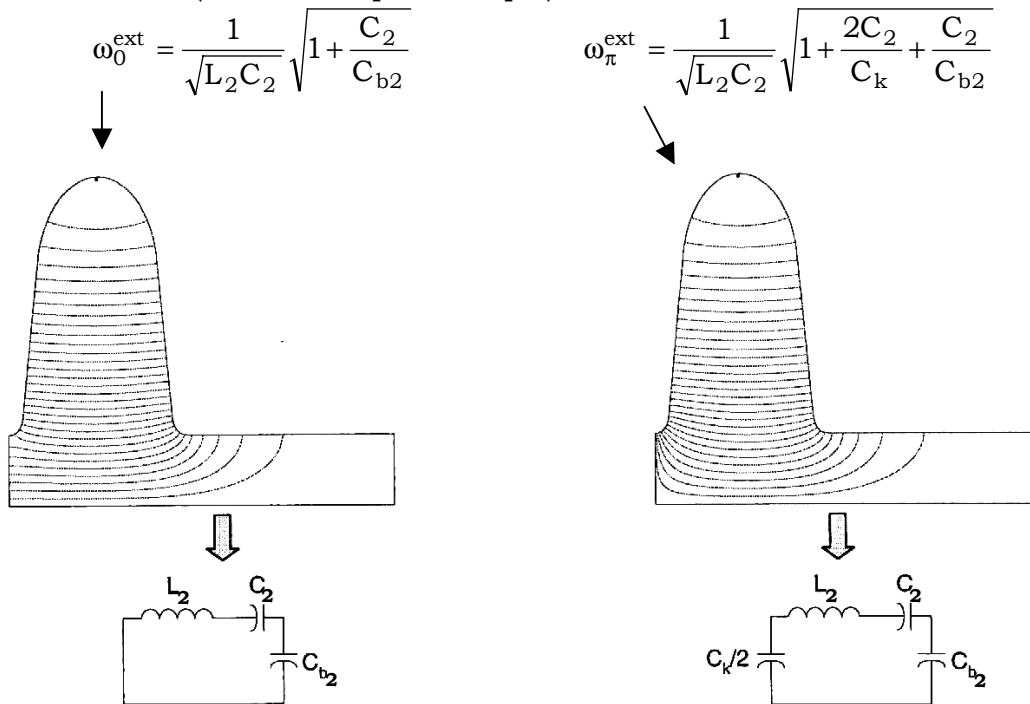
Implication sur le design d'une cavité 5-cellules -----

Revenons au cas d'une cavité quelconque (non symétrique) dans laquelle nous voulons obtenir un plat de champ, et regardons attentivement ce que les équations (A304) impliquent au niveau du design des cellules externes. Pour cela, il est intéressant de déterminer l'expression des fréquences de résonance de chaque cellule prise séparément ; on obtient :

- cellules internes : $\omega_0^{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\omega_\pi^{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1+2K}$ $(K=2C/C_k)$



- cellules externes (ici la droite par exemple) :



L'équation (A304) peut alors se réécrire simplement comme :

$$(A308) \quad \omega_\pi^{\text{ext1}} = \omega_\pi^{\text{int}} = \omega_\pi^{\text{ext2}} = \Omega_\pi$$

Cela signifie que pour obtenir un plat de champ dans une cavité multi-cellules, il suffit de dessiner les cellules de façon à ce que chacune d'entre elles prise séparément résonne (en mode π) à la même fréquence que la fréquence visée pour le mode π de la cavité entière. Cela impose notamment de donner aux cellules externes une forme différente de celle des cellules internes (cf. chapitre 3).

Application à l'accord à chaud d'une cavité multi-cellules -----

Le système (A302) permet également de mettre en place le système d'accord à chaud d'une cavité multi-cellules, le but d'un tel système étant à la fois d'obtenir la fréquence voulue tout en assurant un plat de champ acceptable.

Nous ne détaillerons pas ici le principe d'un tel système, mais la procédure expérimentale est la suivante :

- mesure du profil de champ par la méthode de perturbation¹⁵⁰.
- calcul du « detuning » nécessaire pour chaque cellule à partir du système (A302).
- déformation inélastique de la longueur de chaque cellule pour réaliser le detuning nécessaire.

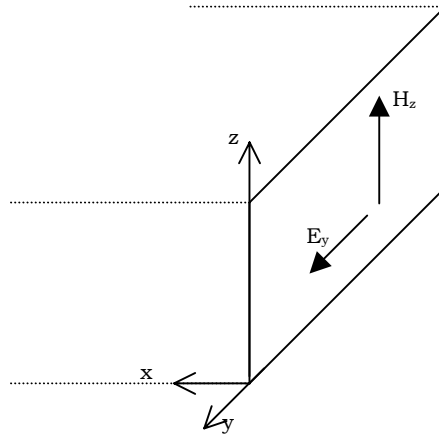
Précisons qu'il est généralement indispensable d'effectuer plusieurs itérations avant d'obtenir un résultat convenable.

Annexe 4 :

Calcul de la résistance de surface d'un supraconducteur grâce au modèle des 2 fluides

Définition de la résistance de surface -----

Lorsqu'on applique un champ électromagnétique de pulsation ω au voisinage d'une surface métallique (métal normal ou supraconducteur), la composante du champ magnétique parallèle à la surface (H_z) pénètre dans le métal en y induisant perpendiculairement un champ électrique lui aussi parallèle à la surface (E_y), et un courant de densité J_y .



Par analogie avec la résistance électrique, on définit une impédance (complexe) de surface notée Z_s comme le rapport entre le module du champ électrique de surface $E_y(x=0)$ et le courant total induit dans le matériau, soit :

$$(A401) \quad Z_s = \frac{E_y(x=0)}{\int_0^{\infty} J_y(x) dx} = R_s + jX_s$$

La partie réelle de Z_s est la résistance de surface R_s recherchée, tandis que la partie imaginaire X_s représente la réactance de surface, et traduit le fait que le champ de surface n'est pas en phase avec le courant dans le métal.

Cas d'un métal normal (hors effet de peau anormal) -----

Dans un métal normal de conductivité $\sigma_n = 1/\rho_n$, la loi d'Ohm prédit que :

$$(A402) \quad \vec{J} = \sigma_n \vec{E}$$

Il vient alors, d'après les équations de Maxwell utilisées dans l'approximation $\omega\epsilon \ll \sigma_n^*$, que :

$$(A403) \quad \Delta \vec{E} = j\mu\sigma_n\omega\vec{E}$$

Dans le cadre de notre modèle de calcul de la résistance de surface, (A403) a pour solution :

$$(A404) \quad E_y(x) = E_y(x=0)\exp(-\sqrt{j\omega\mu\sigma_n} x)$$

(A404) exprime le fait que les champs pénètrent dans la plaque de métal sur une profondeur appelée « épaisseur de peau » et donnée par :

$$(A405) \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma_n}}$$

L'impédance de surface peut alors se calculer d'après (A401), (A402) et (A404), soit[†] :

$$(A406) \quad Z_s = \frac{1}{\sigma_n \int_0^{\infty} \exp(-\sqrt{j\omega\mu\sigma_n} x) dx} = \sqrt{\frac{j\mu\omega}{\sigma_n}}$$

La résistance de surface vaut alors :

$$(A407) \quad R_s = \text{Re}(Z_s) = \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma_n}} = \frac{1}{\delta\sigma_n}$$

* Cette approximation est valable en micro-ondes dans le cas d'un bon conducteur ; elle traduit le fait que le courant de déplacement en $\epsilon \cdot \partial E / \partial t$ est négligeable devant le courant de conduction dans le métal. L'équation de Maxwell-Ampère s'exprime alors simplement sous la forme $\nabla \wedge H = J$.

† Remarquons ici qu'à partir de (A401), l'impédance de surface peut aussi se mettre sous la forme classique $Z_s = E_y(x=0) / H_z(x=0)$.

Cas d'un supraconducteur (modèle des 2 fluides) -----

Soit N la densité des électrons de conduction dans le supraconducteur ; le modèle des 2 fluides permet d'écrire N comme la somme de la densité n_n d'électrons normaux, et de la densité n_s d'électrons supraconducteurs. On peut alors définir le paramètre d'ordre supraconducteur (ψ compris entre 0 et 1) comme :

$$(A408) \quad \psi = \frac{n_s}{n_n + n_s} = \frac{n_s}{N}$$

La densité de courant totale J induite par notre champ RF est cette fois la somme d'un courant normal J_n et d'un courant supraconducteur J_s ; J_n suit la loi d'Ohm et s'écrit, d'après l'expression de la conductivité obtenue par exemple à partir du modèle classique de Drude (cf. équation (254)) :

$$(A409) \quad \vec{J}_n = \sigma_n \vec{E} = \frac{n_n e^2 \tau}{m_e} \vec{E}$$

où $\tau=1/v_F$ représente le temps de collision électronique (avec l : libre parcours moyen et v_F : vitesse de Fermi), et m_e la masse de l'électron.

La densité de courant supraconducteur obéit par contre à l'équation de London (249) que l'on rappelle ici :

$$(A410) \quad \vec{J}_s = -\frac{1}{\mu\lambda_L^2} \vec{A} = -\frac{n_s e^2}{m_e} \vec{A}$$

où A représente le potentiel vecteur magnétique local : $\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$, et λ_L est la longueur de London qui représente la profondeur de pénétration des champs dans le supraconducteur.

Si l'on soumet notre plaque SC à un champ RF de pulsation ω , les équations de Maxwell permettent de recalculer le courant J_s qui vaut :

$$(A411) \quad \vec{J}_s = -j \frac{n_s e^2}{m_e \omega} \vec{E}$$

Le courant total s'écrit alors :

$$(A412) \quad \vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_s = -j \frac{Ne^2}{m_e \omega} \left[\frac{n_s}{N} + j\omega\tau \frac{n_n}{N} \right] \vec{E}$$

En notant $\lambda_{L0} = \sqrt{\frac{m_e}{Ne^2\mu}}$ la profondeur de pénétration à $T=0^\circ K^*$, (A412) se réécrit :

$$(A413) \quad \vec{J} = -j \frac{1}{\mu\omega\lambda_{L0}^2} [\psi + j\omega\tau(1-\psi)] \vec{E} = -\frac{j\chi}{\mu\omega\lambda_{L0}^2} \vec{E}$$

où $\chi = \psi + j\omega\tau(1-\psi)$ peut être considéré comme un paramètre d'ordre complexe du matériau supraconducteur.

D'après les équations de Maxwell, il vient alors (on néglige toujours ici le courant de déplacement) :

$$(A414) \quad \Delta \vec{E} = \frac{\chi}{\lambda_{L0}^2} \vec{E}$$

Si l'on suppose constant le paramètre d'ordre complexe χ dans le conducteur[†], (A414) a simplement pour solution :

$$(A515) \quad E_y(x) = E_y(x=0) \exp\left(-\frac{\sqrt{\chi}}{\lambda_{L0}} x\right)$$

L'impédance de surface vaut alors :

$$(A416) \quad Z_s = \frac{j\mu\omega\lambda_{L0}}{\sqrt{\chi}}$$

Si l'on réintroduit le paramètre d'ordre classique ψ , la résistance de surface est alors donnée par :

$$(A417) \quad R_s = \operatorname{Re} \left(\frac{j\mu\omega\lambda_{L0}}{\sqrt{\psi + j\omega\tau(1-\psi)}} \right)$$

* C'est en effet la longueur de London pour $n_s=N$ ($\psi=1$).

† Le cas où χ n'est pas constant peut également être traité de la même façon...

Expression de R_s pour un SC dans l'approximation $\psi \approx 1$ -----

La formule (A417) est l'expression exacte de la résistance de surface d'un supraconducteur uniforme ; la connaissance du paramètre d'ordre permet alors de connaître exactement la valeur de R_s (et inversement).

Dans l'approximation $n_n \ll n_s$, on a $\psi \approx 1$, et (A417) se simplifie pour donner :

$$(A418) \quad R_s = \frac{\mu\omega\lambda_{L0}}{\sqrt{\psi}} \frac{\omega\tau}{2} \frac{1-\psi}{\psi}$$

Enfin, puisqu'il apparaît que $\tau = \frac{m_e \sigma_n}{n_n e^2} = \mu \sigma_n \lambda_{L0}^2 \frac{1}{1-\psi}$, et que $\lambda_L = \lambda_{L0} \psi^{-1/2}$ il advient finalement :

$$(A419) \quad \underline{R_s = \frac{1}{2} \mu^2 \omega^2 \lambda_{L0}^3 \sigma_n \psi^{-3/2} = \frac{1}{2} \mu^2 \omega^2 \lambda_L^3 \sigma_n}$$

Cette équation est valable pour ψ proche de 1, ce qui est le cas de la plupart des supraconducteurs pourvu que la température ne soit pas trop proche de T_c . En effet, dès que $T < T_c$, le paramètre d'ordre ψ prend très vite des valeurs proches de 1 : il peut être généralement décrit par une expression empirique du type :

$$(A420) \quad \psi = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^n$$

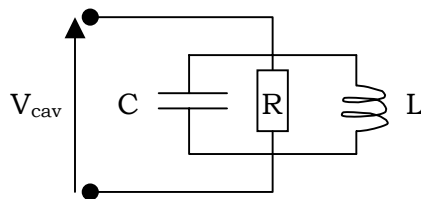
où n est un paramètre qui peut être ajusté en fonction des résultats expérimentaux ($n=4$ d'après le modèle à 2 fluides, mais $n=3$ semble souvent plus proche des résultats expérimentaux⁶⁹).

Annexe 5 :

Le système de la cavité couplée (en régime stationnaire)

Circuit équivalent d'une cavité résonante -----

Une cavité accélératrice peut être modélisée par le circuit RLC équivalent ci-dessous :



Si U et P_{cav} représentent respectivement l'énergie stockée et la puissance dissipée dans la cavité, et $\omega_0 = 2\pi f_0$ la pulsation de résonance, l'analyse du circuit équivalent permet de montrer que :

$$(A501) \quad LC\omega_0^2 = 1$$

$$(A502) \quad U = \frac{1}{2}C|V_{cav}|^2$$

$$(A503) \quad P_{cav} = \frac{|V_{cav}|^2}{2R}$$

En posant $|V_{cav}| = E_{acc}L_{acc}$, où E_{acc} est le champ accélérateur développé par la cavité et L_{acc} sa longueur accélératrice, le facteur de qualité Q_0 et le (r/Q) s'écrivent alors :

$$(A504) \quad Q_0 = \frac{\omega_0 U}{P_{cav}} = RC\omega_0 = \frac{R}{L\omega_0}$$

$$(A505) \quad r/Q = \frac{|V_{cav}|^2}{2\omega_0 U} = \frac{1}{C\omega_0} = L\omega_0$$

En fonction des paramètres de la cavité, les éléments du circuit équivalent prennent ainsi la forme :

$$(A506) \quad R = (r/Q) Q_0 \qquad L = \frac{(r/Q)}{\omega_0} \qquad C = \frac{1}{(r/Q) \omega_0}$$

L'impédance totale de la cavité, excitée à la pulsation ω , prend alors la forme :

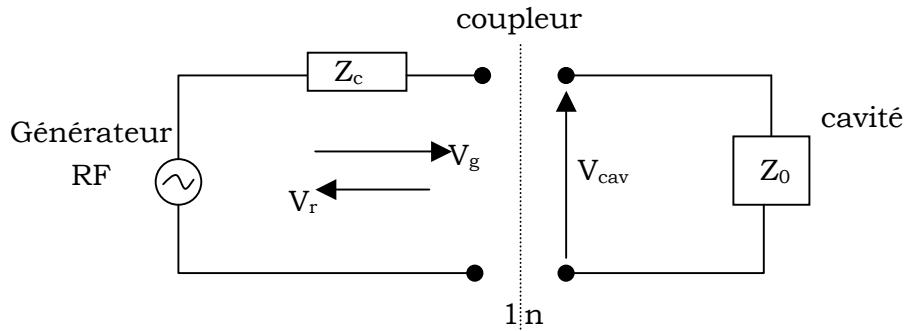
$$(A507) \quad Z_0 = \frac{1}{\frac{1}{R} + jC\omega + \frac{1}{jL\omega}} = \frac{R}{1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Dans le cas où ω est proche de ω_0 ($\Delta\omega = \omega - \omega_0 \ll \omega_0$), (A507) peut s'écrire :

$$(A508) \quad \boxed{Z_0 = \frac{R}{1 + jQ_0 \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}}$$

Modèle de la cavité couplée (hors faisceau) -----

Etudions à présent le cas d'une cavité couplée à un générateur via une ligne de transmission d'impédance Z_c et un coupleur, qui peut être modélisé par un transformateur 1:n.



Analysons dans un premier temps le circuit en l'absence de générateur. La cavité est désormais couplée avec l'extérieur : elle voit une résistance supplémentaire $n^2 Z_c$ qui implique des pertes P_{ext} prenant la forme :

$$(A509) \quad P_{ext} = \frac{|V_{cav}|^2}{2n^2 Z_c}$$

Le Q_{ext} de la cavité s'écrit alors, d'après (A509) :

$$(A510) \quad Q_{ext} = \frac{\omega_0 U}{P_{ext}} = n^2 \omega_0 C Z_c$$

Le paramètre de couplage β de la cavité vaut alors, d'après (A504) et (A510) :

$$(A511) \quad \beta = \frac{Q_0}{Q_{ext}} = \frac{R}{n^2 Z_c}$$

Mettons à présent le générateur en marche. D'après la théorie des lignes de transmission, la tension totale V_{cav} appliquée au niveau de la cavité s'exprime comme la somme de la tension incidente V_g issue du générateur et de la tension réfléchie V_r au niveau du coupleur, soit :

$$(A512) \quad V_{\text{cav}} = V_g + V_r = (1 + \rho)V_g$$

où ρ est le coefficient de réflexion qui s'exprime comme ($Z_{\text{cav}} = Z_0/n^2$ est l'impédance de la cavité vue cette fois depuis le générateur à travers le coupleur) :

$$(A513) \quad \rho = \frac{Z_{\text{cav}} - Z_c}{Z_{\text{cav}} + Z_c} = \frac{Z_0/n^2 - Z_c}{Z_0/n^2 + Z_c}$$

En utilisant (A511) puis (A508), ρ s'exprime alors comme :

$$(A514) \quad \rho = \frac{\beta Z_0 - R}{\beta Z_0 + R} = \frac{\beta - 1 - jQ_0 \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}{\beta + 1 + jQ_0 \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}$$

En introduisant le Q en charge de la cavité $\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\text{ext}}} = \frac{\beta + 1}{Q_0}$, et en définissant l'angle de déphasage de la cavité ψ comme :

$$(A515) \quad \tan \psi = -Q_L \frac{2\Delta\omega}{\omega_0},$$

le coefficient de réflexion s'exprime alors comme :

$$(A516) \quad \rho = 2 \frac{Q_L}{Q_{\text{ext}}} \cos \psi e^{j\psi} - 1$$

Après quelques réarrangements, on en déduit alors, en fonction de la puissance incidente fournie par le générateur P_g , les expressions de la puissance réfléchie vers le générateur P_r et de la puissance transmise à la cavité P_{cav} , soit :

$$(A517) \quad \frac{P_r}{P_g} = \frac{\text{Re} \left(\frac{|V_r|^2}{2Z_c} \right)}{\text{Re} \left(\frac{|V_i|^2}{2Z_c} \right)} = |\rho|^2 = \left(2 \frac{Q_L}{Q_{\text{ext}}} - 1 \right)^2 \cos^2 \psi + \sin^2 \psi$$

$$\frac{P_{\text{cav}}}{P_g} = 1 - |\rho|^2 = 4 \frac{Q_L}{Q_0} \frac{Q_L}{Q_{\text{ext}}} \cos^2 \psi$$

Les relations (A517) sont particulièrement utiles lors d'un test d'une cavité pour déterminer, à partir des mesures des puissances incidentes et réfléchies et du Q_{ext} de la ligne, le Q_0 de la cavité ainsi que, grâce à (A512), le champ accélérateur fourni E_{acc} . On se place alors généralement à la résonance ($\omega=\omega_0$, soit $\psi=0$), ce qui implique, pour un fonctionnement optimum sans puissance réfléchie ($\rho=0$), la condition :

$$(A518) \quad Q_L = \frac{Q_{\text{ext}}}{2}, \quad \text{c'est-à-dire} \quad Q_{\text{ext}} = Q_0 \quad \text{soit} \quad \beta = 1$$

Notons enfin que l'on introduit parfois les quantités $\alpha_0 = \frac{Q_L}{Q_0}$ et $\alpha_{\text{ext}} = \frac{Q_L}{Q_{\text{ext}}}$.

Modèle de la cavité couplée (en présence d'un faisceau continu) -----

Rajoutons à présent un faisceau continu traversant la cavité. Dans l'hypothèse, valable dans le cas de ASH (cf. chapitre 5), où les bunchs sont très courts, et où leur période T_b est très inférieure au temps de décroissance τ_{cav} des champs dans la cavité ($\tau_{\text{cav}}=2Q_L/\omega_0$), le faisceau peut alors être modélisé comme une source de courant I_b à laquelle est appliquée une tension V_b vérifiant* :

$$(A519) \quad V_b = -RI_b$$

Le système peut alors se traiter de la même façon que précédemment, en considérant cette fois que l'on est en présence de 2 générateurs au lieu d'un seul. Les calculs deviennent ici complexes, et nous les omettrons pour ne détailler que les principaux résultats auxquels ils aboutissent.

Il est ainsi possible de montrer que, pour avoir un transfert optimal de la puissance incidente P_g issue du générateur vers le faisceau (puissance réfléchie nulle $P_r=0$), les 2 conditions suivantes (où P_b est la puissance que l'on veut fournir au faisceau) doivent être validées :

- le couplage de la cavité avec la source de puissance doit vérifier :

$$(A520) \quad \left| \begin{array}{l} Q_{\text{ext}} = \frac{Q_0}{1 + \frac{P_b}{P_{\text{cav}}}} \end{array} \right.$$

* Notons que V_0 est déphasée de π avec I_b : la tension créée par le faisceau est décélétratrice (cf. chapitre 5).

- la fréquence de résonance ω_0 de la cavité doit être modifiée de $\Delta\omega$ par rapport à celle du générateur de façon assurer un angle de déphasage ψ vérifiant :

$$(A521) \quad \tan \psi = -\frac{P_b}{P_b + 2P_{cav}} \tan \varphi_s = -\left(1 - 2\frac{Q_L}{Q_0}\right) \tan \varphi_s$$

où φ_s représente la phase synchrone.

Application aux cavités ASH -----

Rappelons ici les paramètres ASH de référence* pour les cavités $\beta_g=0,65$:

- fréquence du générateur : $\omega_g = 2\pi \times 704,4$ MHz.
- rapport $r/Q = 157,5 \Omega$.
- facteur de qualité $Q_0 \approx 2,6 \cdot 10^{10}$.
- longueur accélératrice $L_{acc}=0,7$ m.
- intensité moyenne du faisceau $I_0=20$ mA.
- phase synchrone $\varphi_s=-30^\circ$.

Supposons que l'on fonctionne à $B_{pk}=50$ mT, c'est-à-dire, à un champ accélérateur de $E_{acc}=10,2$ MV/m.

La puissance dissipée dans la cavité vaut alors :

$$(A522) \quad P_{cav} = \frac{\omega_0 U}{Q_0} = \frac{(E_{acc} L_{acc})^2}{2 (r/Q) Q_0} = 6,2 \text{W}$$

La puissance transférée au faisceau doit elle vérifier :

$$(A523) \quad P_b = E_{acc} L_{acc} I_0 \cos \varphi_s = 123,7 \text{kW}$$

* On rappelle que les paramètres de référence sont ceux obtenus dans le cas de protons de vitesse $\beta=\beta_g$. Tous les calculs effectués ici ne sont valables que dans cette hypothèse.

On en déduit, d'après (A520), le couplage nécessaire au niveau du port de puissance pour n'avoir aucune réflexion (cas $P_b \gg P_{cav}$) :

$$(A524) \quad Q_{ext} \approx Q_0 \frac{P_{cav}}{P_b} = \frac{E_{acc} L_{acc}}{2 (r/Q) I_0 \cos \varphi_s} = 1,3 \cdot 10^6$$

La fréquence de résonance de la cavité devra être modifiée, par rapport à la fréquence du générateur ω_g , de :

$$(A525) \quad \Delta\omega = \omega_g - \omega_0 = -\frac{\omega_0}{2Q_L} \tan \psi \approx \frac{\omega_0}{2Q_L} \tan \varphi_s = -2\pi \times 156,4 \text{Hz}^*$$

Description de quelques scénarios -----

Dans le cas où (A525) est vérifié ($\psi \approx -\varphi_s$)[†], l'expression de la puissance requise par le générateur peut s'exprimer comme :

$$(A526) \quad P_g = \frac{((1 + \beta)P_{cav} + P_b)^2}{4\beta P_{cav}}$$

La puissance réfléchiée P_r s'exprime alors comme :

$$(A527) \quad P_r = P_g - P_b - P_{cav}$$

Etudions alors de plus près les expressions de ces puissances dans divers scénarios en considérant une cavité ASH $\beta_g=0,65$ vérifiant dans un premier temps $Q_{ext}=Q_{extOPT}=1,3 \cdot 10^6$ (d'où $\beta=Q_0/Q_{ext}=2 \cdot 10^4$).

* Dans le cas des cavités ASH $\beta_g=0,47$ fonctionnant à $B_{pk}=50\text{mT}$ avec des protons de vitesse $\beta=\beta_g$, on obtient : $P_{cav}=5,4\text{W}$; $P_b=73,6\text{kW}$; $Q_{ext}=1,5 \cdot 10^6$ et $\Delta\omega=-2\pi \times 135,6\text{Hz}$.

† On se place dans ce cas particulier pour simplifier l'analyse.

① Fonctionnement normal :

En fonctionnement normal, (A520) est vérifié, soit :

$$(A528) \quad \beta = 1 + \frac{P_b}{P_{cav}}$$

L'équation (A526) devient alors :

$$(A529) \quad P_g = P_b + P_{cav}$$

On est bien dans la condition de non réflexion puisque d'après (A527), $P_r=0$. La puissance que doit fournir le générateur est donc égale (à P_{cav} près, $P_{cav} \ll P_b$) à la puissance que l'on veut fournir au faisceau, soit dans notre cas $P_g=123,7\text{kW}$.

② Rupture de faisceau :

Dans le cas d'une rupture de faisceau ($I_b=P_b=0$ et $\varphi_s=0=\psi$), l'équation (A526) prend alors la forme :

$$(A530) \quad P_g = \frac{(1+\beta)^2}{4\beta} P_{cav}$$

On retrouve ici l'expression (A517) issue de l'analyse de la cavité couplée hors faisceau. Mais le couplage n'est ici pas adapté puisqu'on a $\beta \neq 1$, ce qui entraîne, pour une puissance P_g conservée à $123,7\text{kW}$:

- une augmentation ($\sim \times 4$) de la puissance dissipée dans la cavité à $P_{cav}=24,7\text{W}$, entraînant également une augmentation de l'énergie stockée, mais surtout du champ accélérateur qui double quasiment ($E_{acc}=20,3\text{MV/m}$), d'où un risque accru de quench au niveau de la cavité.
- une réflexion presque totale de la puissance au niveau du coupleur ($P_r=123,7\text{kW}$).

③ Rupture du générateur RF :

Si le générateur de puissance cesse de fonctionner ($P_g=0$), l'équation (A526) devient alors :

$$(A531) \quad P_b + (1 + \beta)P_{cav} = 0$$

On est alors en présence du phénomène de « beam loading » (cf. chapitre 5) : c'est ici le faisceau qui alimente le système en puissance RF en excitant le mode fondamental de la cavité. Si le faisceau transporte, comme on peut s'y attendre, la puissance pour laquelle il a été conçu (soit $P_b=123,7\text{kW}$ dans notre cas), on peut alors se rendre compte que :

- la puissance dissipée dans la cavité sera pratiquement inchangée ($P_{cav}=6,2\text{W}$), et les champs développés dans la cavité auront la même valeur qu'en présence du générateur RF, à la différence près qu'ils seront décélérateurs (d'après (A519)).
- la quasi totalité de la puissance fournie par le faisceau sera réfléchie ($P_r=123,7\text{kW}^*$) vers le générateur via le coupleur de puissance.

④ Erreur sur le couplage :

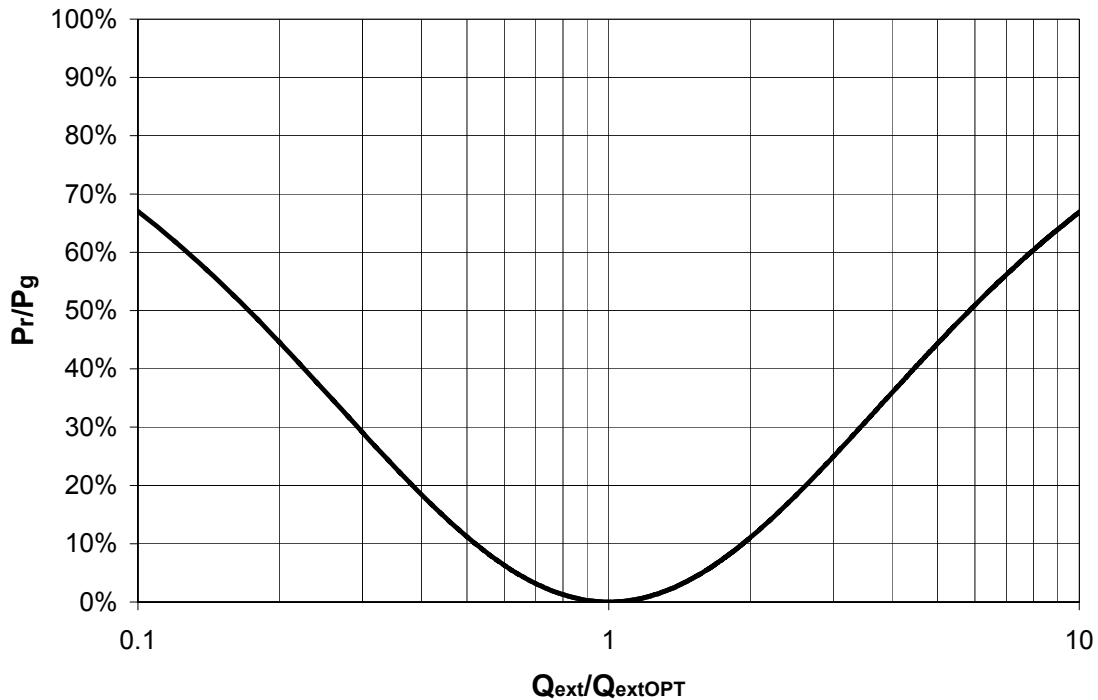
Considérons enfin le cas où puissance RF et faisceau sont présents, mais où le couplage Q_{ext} est cette fois mal réglé, et ne vérifie plus tout à fait (A524) (soit $Q_{ext} \neq 1,3 \cdot 10^6$).

Le système n'est alors plus dans la condition de non réflexion, et le générateur devra fournir plus de puissance RF pour continuer à alimenter le faisceau correctement (c'est-à-dire pour assurer $P_b=123,7\text{kW}$ dans notre exemple) :

- si par exemple le couplage est trop faible (resp. trop fort) d'un facteur 2, on obtient $\beta=1 \cdot 10^4$ (resp. $\beta=4 \cdot 10^4$), et la puissance requise par le générateur est alors de $P_g=139,1\text{kW}$ (resp. $139,3\text{kW}$), ce qui induit une puissance réfléchie de $P_r=15,4\text{kW}$ (resp. $15,6\text{kW}$).
- si le couplage est cette fois trop faible (resp. trop fort) d'un facteur 10, alors $\beta=2 \cdot 10^3$ (resp. $\beta=2 \cdot 10^5$), et la puissance requise par le générateur est alors de $P_g=373,5\text{kW}$ (resp. $374,9\text{kW}$), soit une puissance réfléchie de $P_r=249,8\text{kW}$ (resp. $251,2\text{kW}$) !!!

* Il est possible de retrouver ce résultat (cf. chapitre 5) par l'étude de l'excitation d'un mode par le faisceau.

Il est donc essentiel que le réglage du couplage soit effectué avec une certaine précision ; l'influence de l'erreur sur le couplage ($Q_{\text{ext}}/Q_{\text{extOPT}}$) sur le pourcentage de puissance réfléchi (P_r/P_g) est donné sur la figure suivante.



Remarque

On notera que durant toute cette annexe, nous avons traité le cas d'un régime stationnaire établi. Dans le cas d'un faisceau pulsé par exemple, l'analyse temporelle (« transient analysis ») doit être menée afin de prévoir le comportement du système lors d'un « pulse » (« RF on » et « RF off »)*. Cette analyse, qui est également nécessaire pour l'étude du système de contrôle RF, se mène elle aussi à partir du système de la cavité couplée.

* Cette analyse est notamment importante pour effectuer au mieux la compensation en temps réel du detuning de Lorentz.

Annexe 6 :

Les modes supérieurs dans la cavité ASH $\beta_g=0,65$

Structure des champs pour les modes TM_{0np} -----

Nous répertorions ici tous les modes monopolaires TM_{0np} résonnant dans la cavité ASH 5-cellules $\beta_g=0,65$, et dont la fréquence est inférieure à la fréquence de coupure du tube $\varnothing 90$ pour le mode TM_{01} , soit 2550,1MHz.

Les modes n°1 à n°5 sont les 5 modes TM_{010} .

Les modes n°6 à n°10 sont les 5 modes TM_{020} .

Les modes n°11 à n°15 sont les 5 modes TM_{011} .

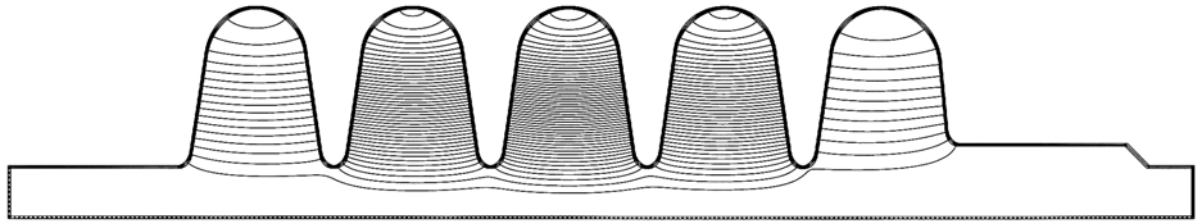
La fréquence de coupure TM_{01} pour le tube $\varnothing 130$ est de 1765,5MHz. A partir de cette fréquence là, les modes résonants ont donc tendance à « envahir » le tube faisceau situé du côté du port de puissance. C'est ainsi qu'il semble que le mode n°16 résulte du couplage entre le mode résonant TM_{011} et le tube.

Les modes n°17 à n°27 regroupent l'ensemble des modes TM_{021} et TM_{030} ; étant donné qu'ils occupent la même bande de fréquence, ces modes se mêlent entre eux et il devient difficile de dénommer clairement chacun d'entre eux ; nous nous sommes cependant ici risqués à le faire dans la mesure du possible et sans aucune garantie...

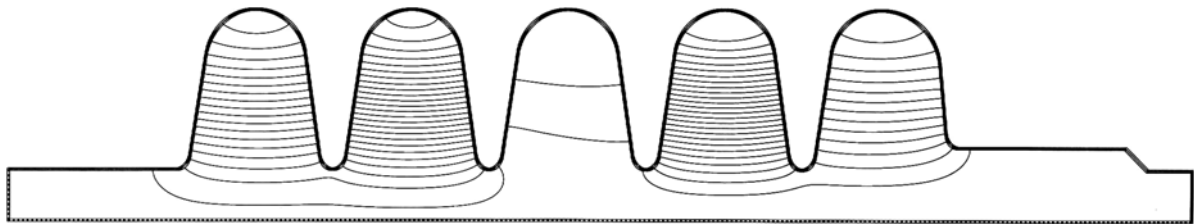
Enfin, les modes n°28 et n°29 sont les premiers modes situés au dessus de la coupure à 2550,1MHz, et leur caractère « propagatif » apparaît clairement.

Nous donnons ensuite l'évolution des r/Q en fonction de l'énergie des protons incidents pour les modes monopolaires « dangereux » ; nous joignons également dans cette annexe les fichiers d' « input » SUPERFISH (.REG) pour les 2 cavités ASH 5-cellules $\beta_g=0,47$ et $\beta_g=0,65$

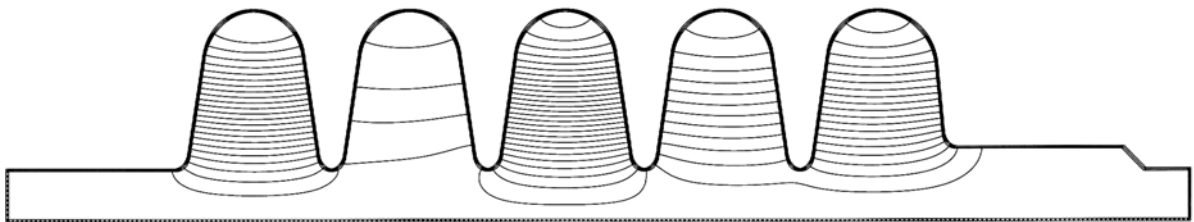
N°1 : $f=697,4\text{MHz}$: $\text{TM}_{010} \pi/5$.



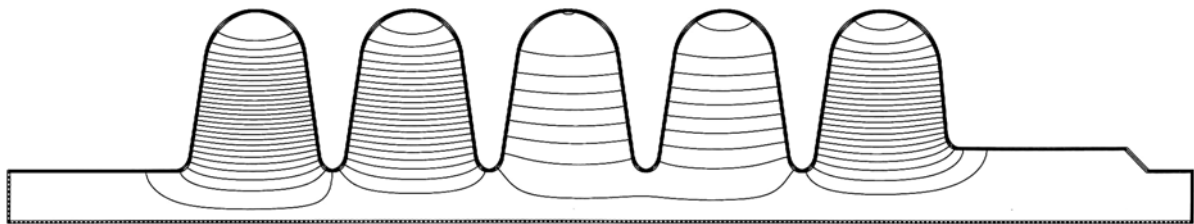
N°2 : $f=699,4\text{MHz}$: $\text{TM}_{010} 2\pi/5$.



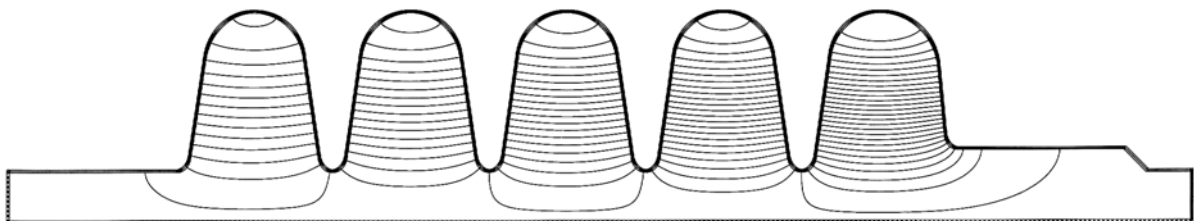
N°3 : $f=701,8\text{MHz}$: $\text{TM}_{010} 3\pi/5$.



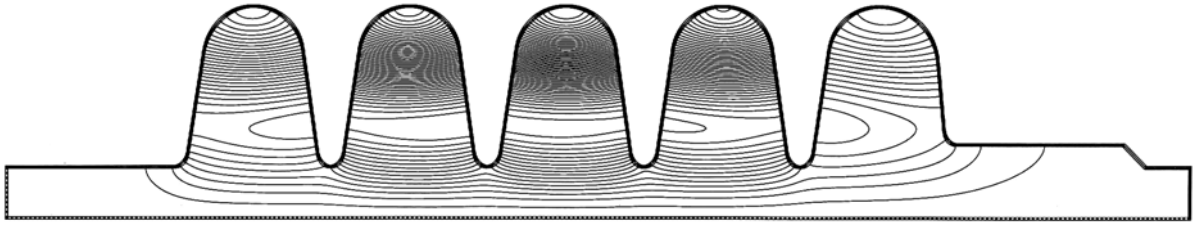
N°4 : $f=703,7\text{MHz}$: $\text{TM}_{010} 4\pi/5$.



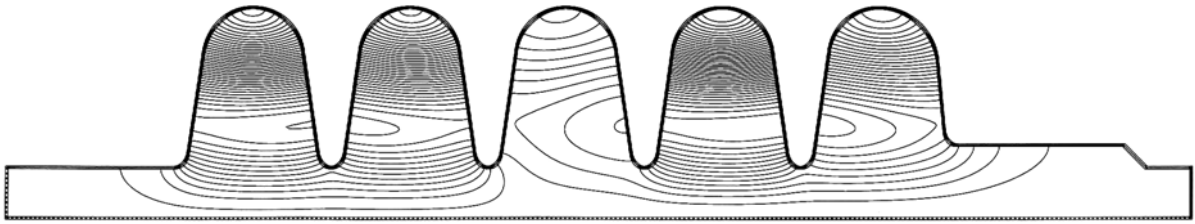
N°5 : $f=704,4\text{MHz}$: $\text{TM}_{010} \pi$: mode accélérateur.



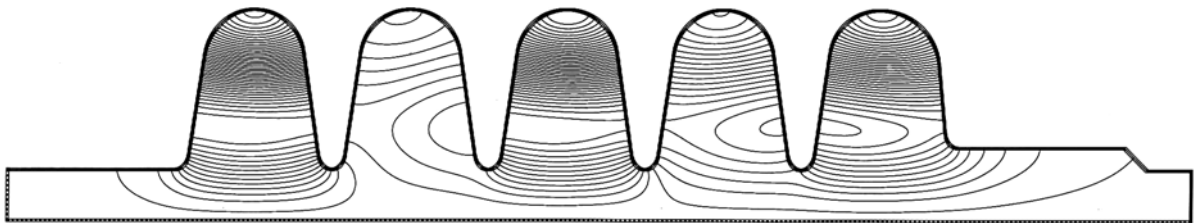
N°6 : $f=1503,2\text{MHz}$: $\text{TM}_{020} \pi/5$.



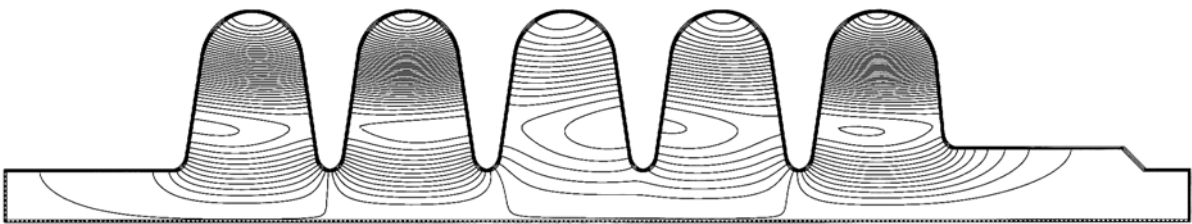
N°7 : $f=1510,2\text{MHz}$: $\text{TM}_{020} 2\pi/5$.



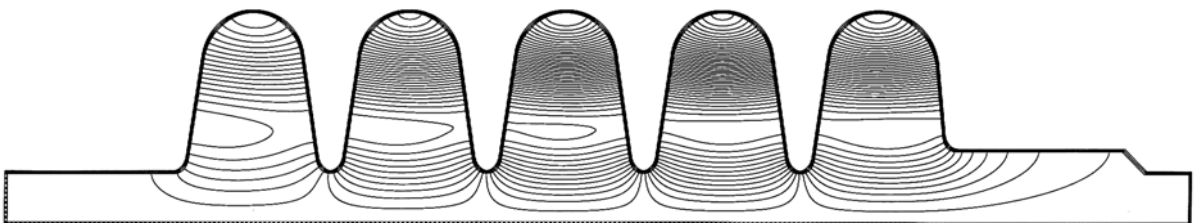
N°8 : $f=1519,7\text{MHz}$: $\text{TM}_{020} 3\pi/5$.



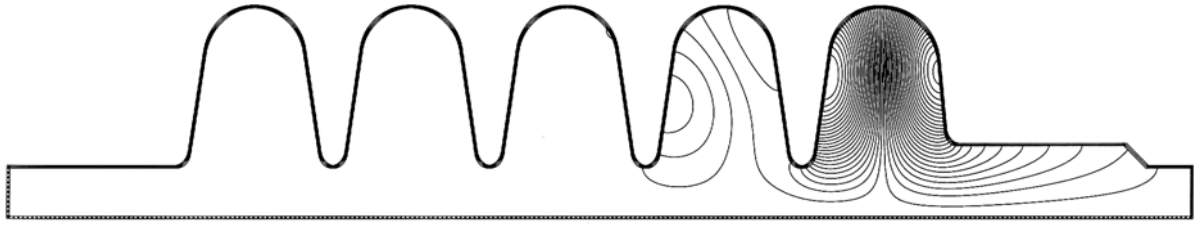
N°9 : $f=1529,8\text{MHz}$: $\text{TM}_{020} 4\pi/5$.



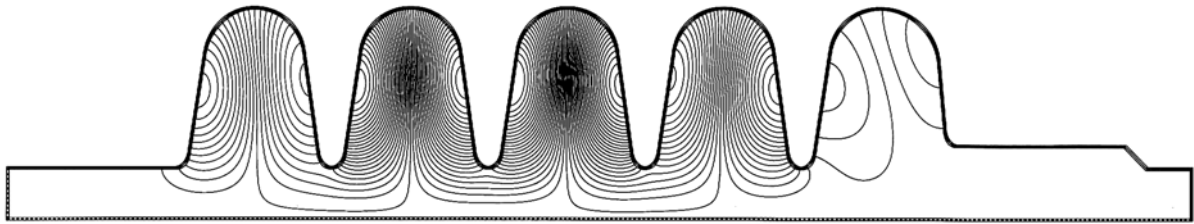
N°10 : $f=1534,6\text{MHz}$: $\text{TM}_{020} \pi$.



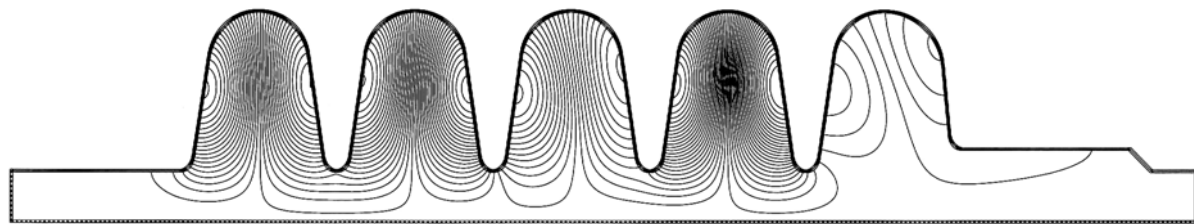
N° 11 : $f=1697,3\text{MHz}$: $\text{TM}_{011} \pi/5$.



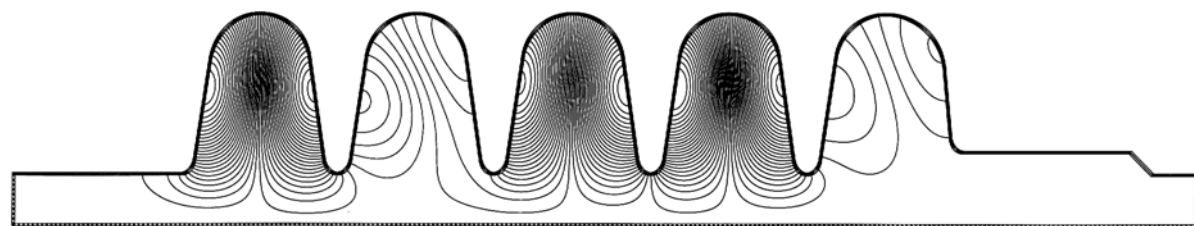
N° 12 : $f=1756,7\text{MHz}$: $\text{TM}_{011} 2\pi/5$.



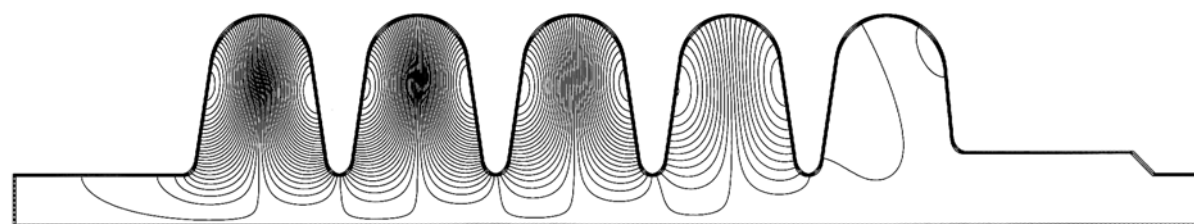
N° 13 : $f=1766,0\text{MHz}$: $\text{TM}_{011} 3\pi/5$.



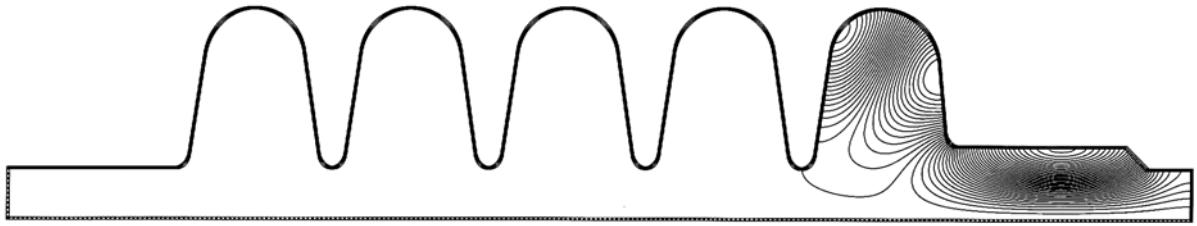
N° 14 : $f=1775,6\text{MHz}$: $\text{TM}_{011} 4\pi/5$.



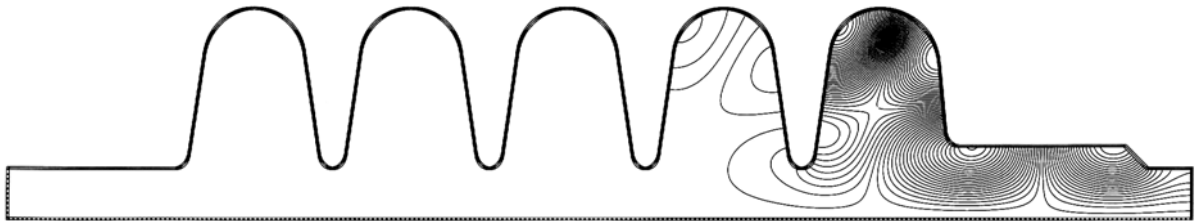
N° 15 : $f=1781,5\text{MHz}$: $\text{TM}_{011} \pi a$.



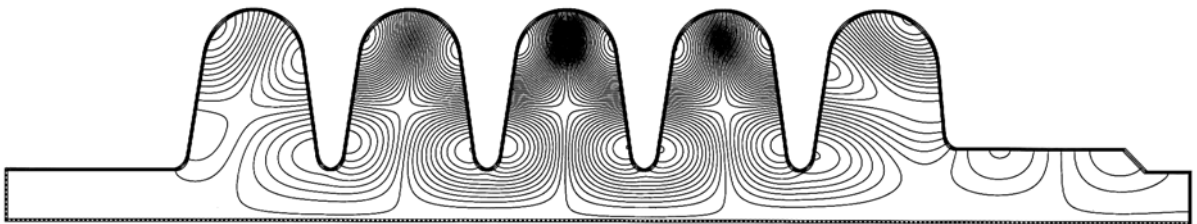
N°16 : $f=1876,7\text{MHz}$: $\text{TM}_{011} \pi b$.



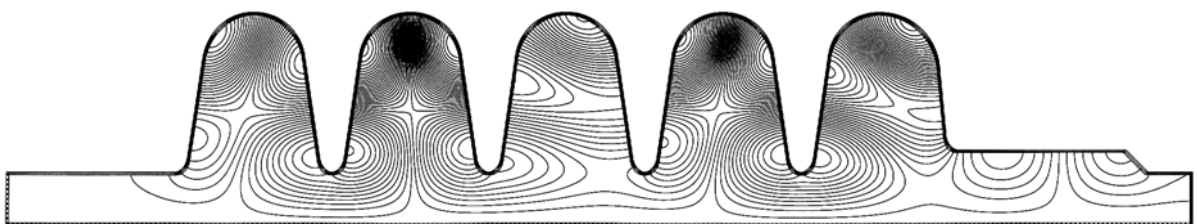
N°17 : $f=2123,3\text{MHz}$: $\text{TM}_{021} \pi/5$.



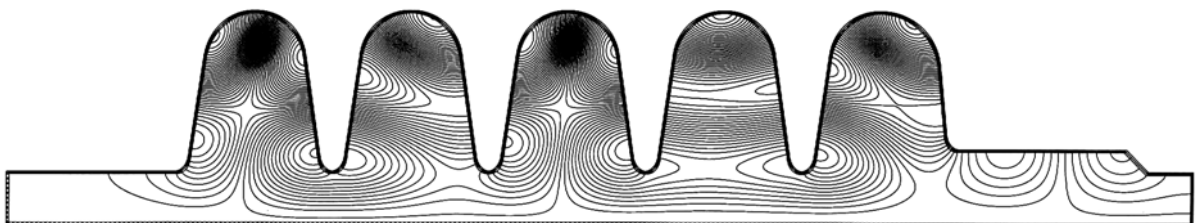
N°18 : $f=2244,8\text{MHz}$: $\text{TM}_{021/030} \pi/5 a$.



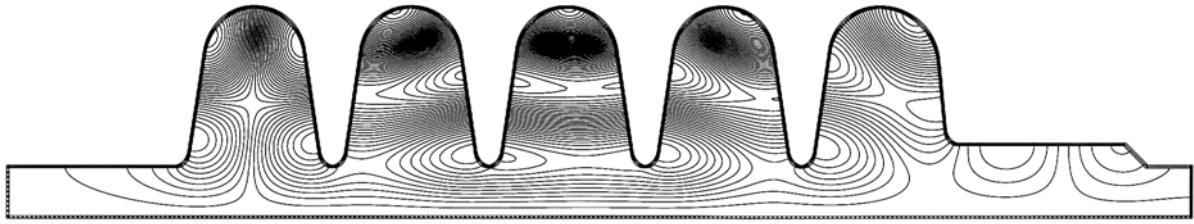
N°19 : $f=2253,4\text{MHz}$: $\text{TM}_{021/030} \pi/5 b$.



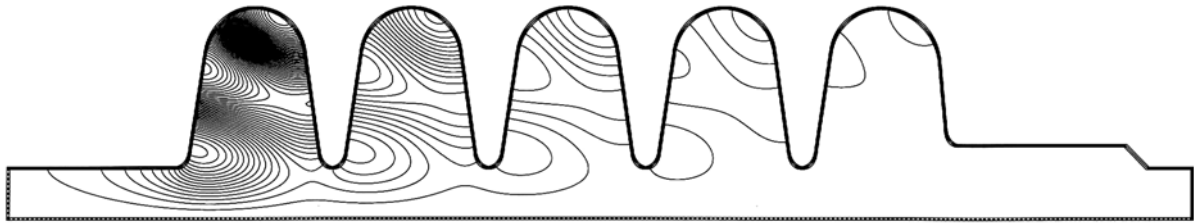
N°20 : $f=2264,9\text{MHz}$: $\text{TM}_{021/030} \pi/5 c$.



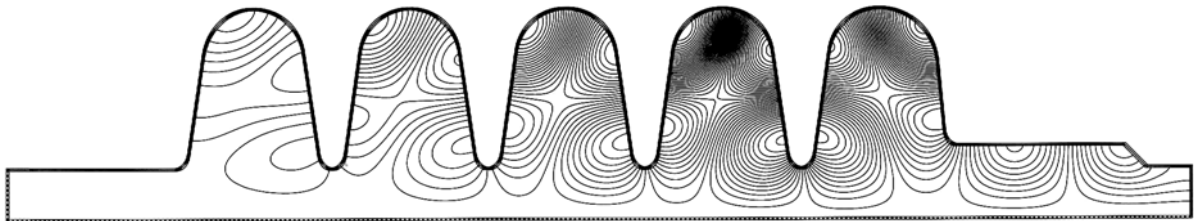
N°21 : $f=2275,8\text{MHz}$: $\text{TM}_{021/030} \pi/5$ d.



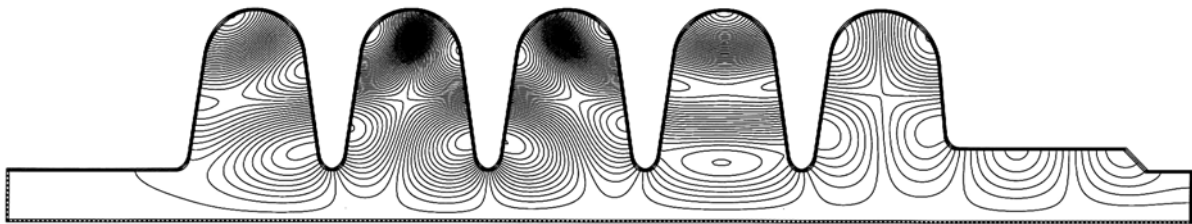
N°22 : $f=2294,7\text{MHz}$: $\text{TM}_{030} \pi/5$.



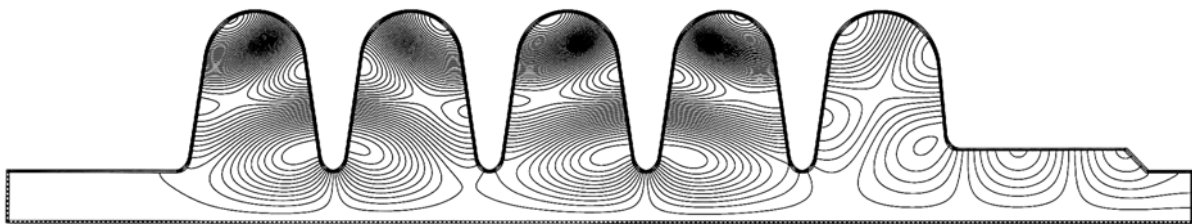
N°23 : $f=2330,9\text{MHz}$: $\text{TM}_{021} \pi$.



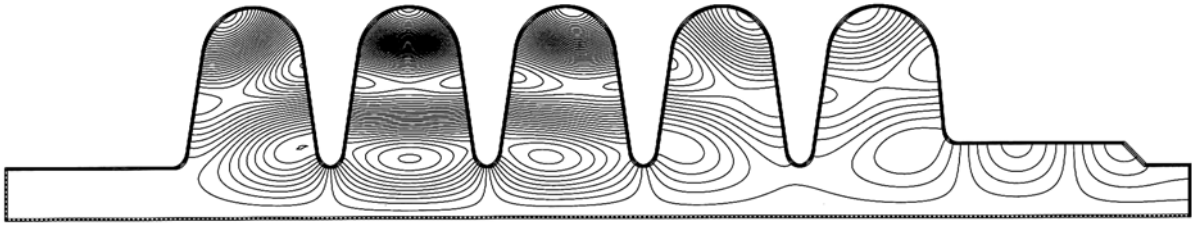
N°24 : $f=2338,8\text{MHz}$: $\text{TM}_{021/030} \pi$ a.



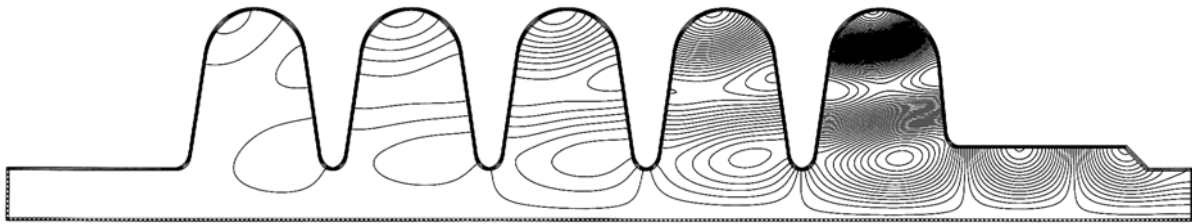
N°25 : $f=2345,6\text{MHz}$: $\text{TM}_{021/030} \pi$ b.



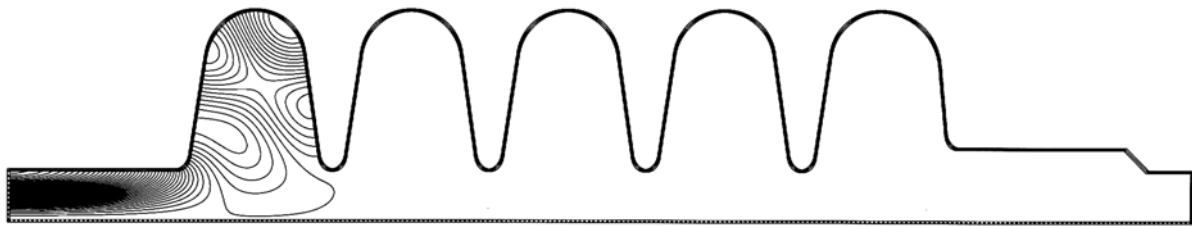
N°26 : $f=2349,6\text{MHz}$: $\text{TM}_{030} 4\pi/5$.



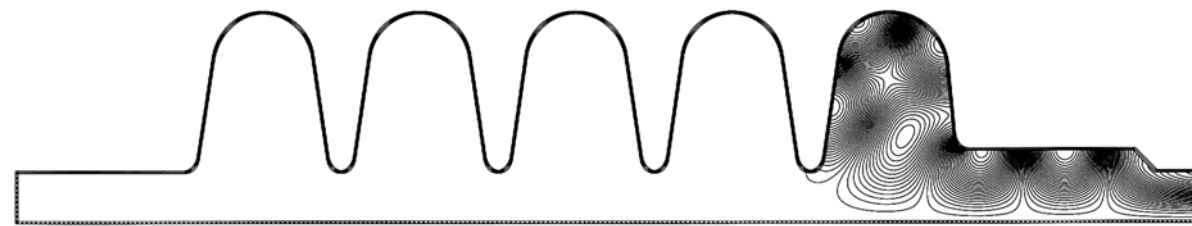
N°27 : $f=2358,9\text{MHz}$: $\text{TM}_{030} \pi$.



N°28 : $f=2589,0\text{MHz}$: 1^{er} mode non évanescent.



N°29 : $f=2650\text{MHz}$: 2nd mode non évanescent.

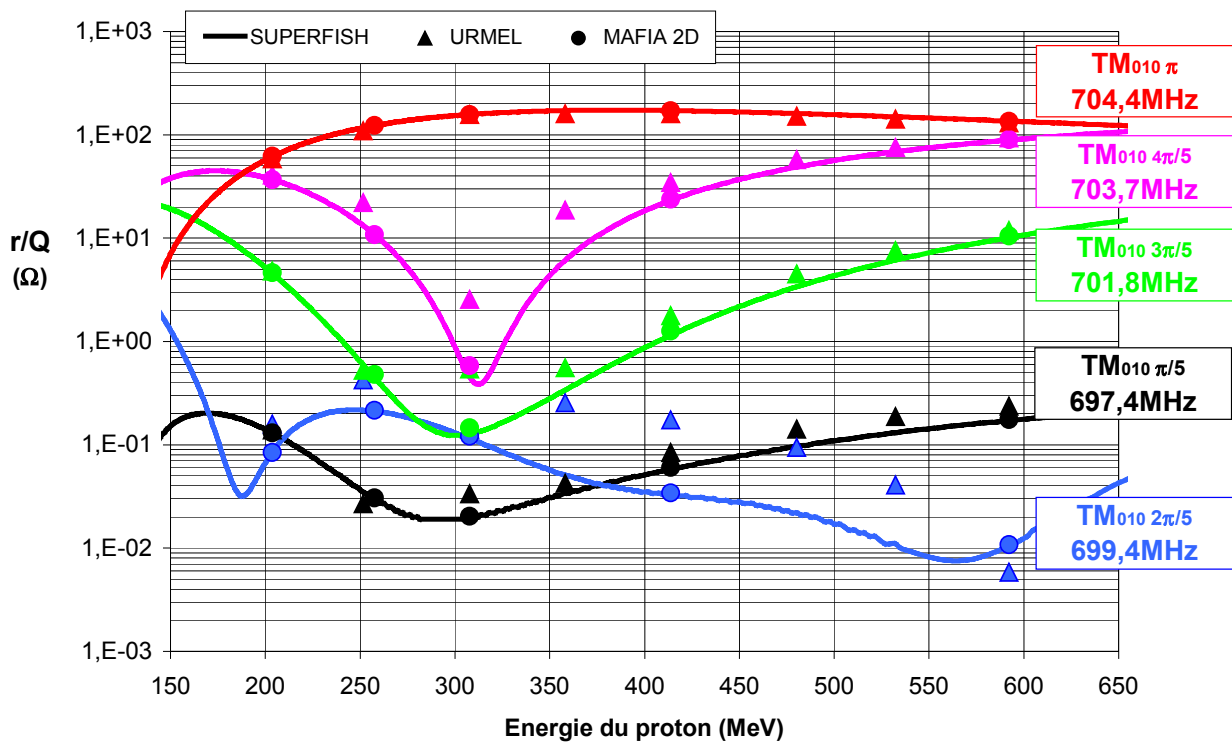


Evolution des r/Q en fonction du β de la particule incidente -----

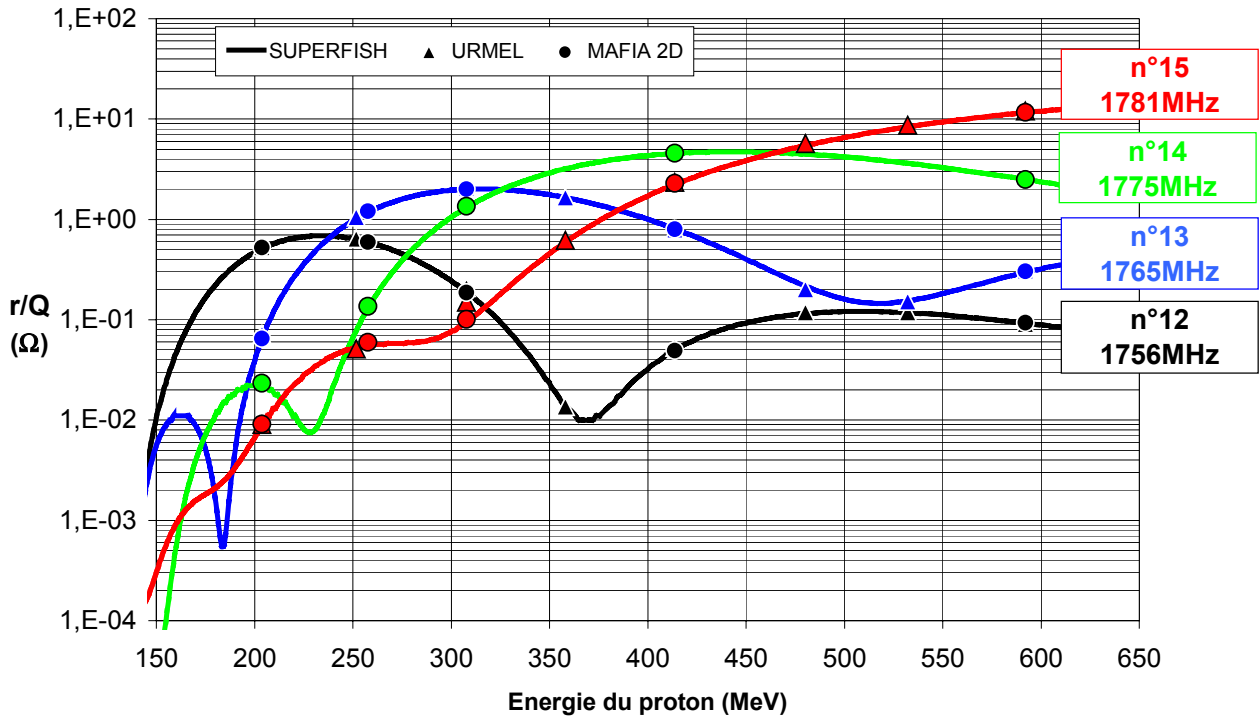
Les graphes suivants décrivent l'évolution du r/Q en fonction de la vitesse de la particule incidente pour tous les modes monopolaires « dangereux » résonnant dans la cavité ASH 5-cellules $\beta_g=0,65$, c'est-à-dire tous les modes TM_{0np} susceptibles d'être fortement excités par le faisceau ASH ($f_b=352,2\text{MHz}$).

Les calculs ont été effectués par le biais de 3 codes de calcul différents (SUPERFISH, URMEL, MAFIA 2D).

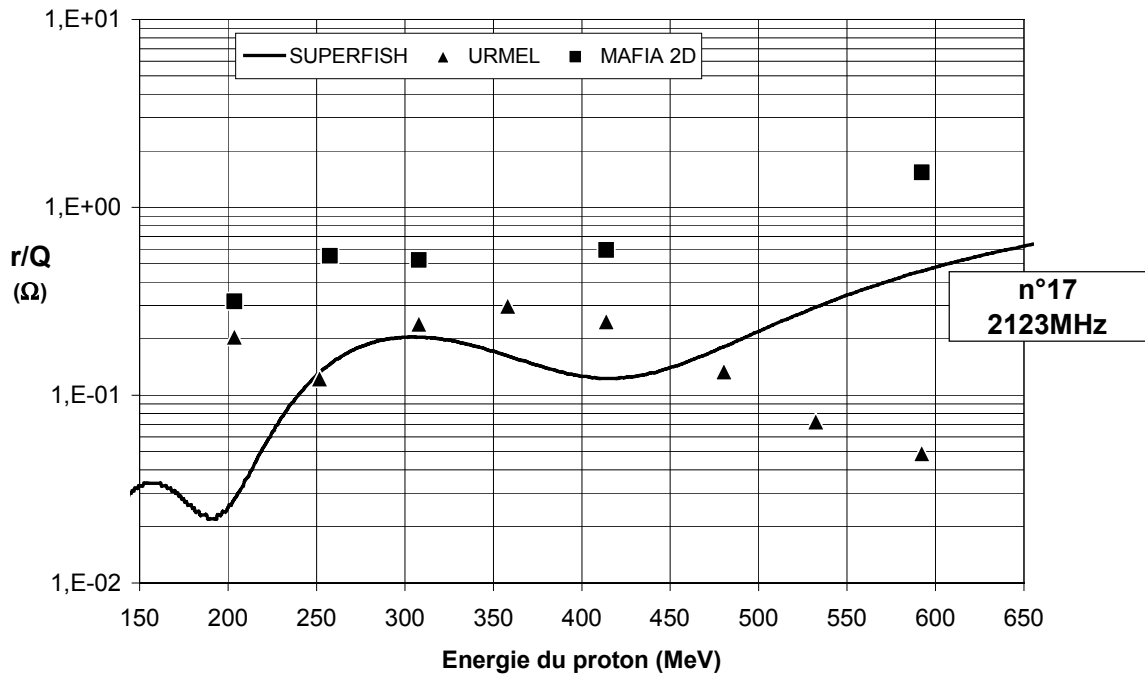
- les 5 modes fondamentaux autour de 704,4MHz.



- les 4 modes monopolaires autour de 1761MHz.



- le mode monopolaire autour de 2113,2MHz.



Fichier d' « input » SUPERFISH pour la cavité ASH 5-cellules $\beta_g=0,65$ -----

Cavité ASH beta=0.65

```

$reg kprob=1,
  dx=0.137 , freq=704.4
  xmin=0.0, xmax=105.
  ymin=0.0, ymax=18.6388
  xdri=49, ydri=18.5388
  nbslf=1,nbsrt=1,
  rmass = -2, beta=0.658,
  irtype=1, tempk=2.0, tc=9.2, residr=2.5E-09,
  norm=1, zctr=49, CLENGTH=70.0, EZEROT=1000000 $

$po x=0,y=0$
$po x=0,y=4.5$
$po x=14,y=4.5$
$po nt=2, x0=14. y0=6.0893, A=1.2226, B=1.5893, x=1.1983, y=-0.3151$
$po x=16.5591, y=14.5189$
$po nt=2, x0=21., y0=13.6827, A=4.5055, B=4.956, x=0, y=4.956$
$po nt=2, x0=21, y0=14.1277, A=4.511, B=4.511, x=4.4615, y=0.6668$
$po x=26.8093, y=5.7761$
$po nt=2, x0=28. y0=6.0769, A=1.213, B=1.5769, x=0, y=-1.5769$
$po nt=2, x0=28 y0=6.0769, A=1.213, B=1.5769, x=1.1907, y=-0.3008$
$po x=30.5385, y=14.7945$
$po nt=2, x0=35, y0=14.1277, A=4.511, B=4.511, x=0, y=4.511$
$po nt=2, x0=35, y0=14.1277, A=4.511, B=4.511, x=4.4615, y=0.6668$
$po x=40.8093, y=5.7761$
$po nt=2, x0=42. y0=6.0769, A=1.213, B=1.5769, x=0, y=-1.5769$
$po nt=2, x0=42 y0=6.0769, A=1.213, B=1.5769, x=1.1907, y=-0.3008$
$po x=44.5385, y=14.7945$
$po nt=2, x0=49, y0=14.1277, A=4.511, B=4.511, x=0, y=4.511$
$po nt=2, x0=49, y0=14.1277, A=4.511, B=4.511, x=4.4615, y=0.6668$
$po x=54.8093, y=5.7761$
$po nt=2, x0=56. y0=6.0769, A=1.213, B=1.5769, x=0, y=-1.5769$
$po nt=2, x0=56 y0=6.0769, A=1.213, B=1.5769, x=1.1907, y=-0.3008$
$po x=58.5385, y=14.7945$
$po nt=2, x0=63, y0=14.1277, A=4.511, B=4.511, x=0, y=4.511$
$po nt=2, x0=63, y0=14.1277, A=4.511, B=4.511, x=4.4615, y=0.6668$
$po x=68.8093, y=5.7761$
$po nt=2, x0=70. y0=6.0769, A=1.213, B=1.5769, x=0, y=-1.5769$
$po nt=2, x0=70 y0=6.0769, A=1.213, B=1.5769, x=1.1907, y=-0.3008$
$po x=72.5385, y=14.7945$
$po nt=2, x0=77, y0=14.1277, A=4.511, B=4.511, x=0, y=4.511$
$po nt=2, x0=77, y0=13.3343, A=5.3045, B=5.3045, x=5.2791, y=0.5176$
$po x=82.8736, y=7.7896$
$po nt=2, x0=84. y0=7.9762, A=1.1356, B=1.4762, x=0, y=-1.4762$
$po x=99., y=6.5 $

```

```

$po x=101., y=4.5 $
$po x=105., y=4.5 $
$po x=105., y=0 $
$po x=0,y=0$

```

Fichier d' « input » SUPERFISH pour la cavité ASH 5-cellules $\beta_g=0,47$ -----

Cavité ASH beta=0.47

```

$reg kprob=1,
dx=0.12 , freq=704.4
xmin=2.5, xmax=85.5
ymin=0.0, ymax=18.7041
xdri=40, ydri=18.605
nbslf=1,nbsrt=1,
beta=0.47, rmass = -2,
irtype=1, tempk=2.0, tc=9.2, residr=2.5E-9,
clength=50, norm=1, zctr=40$

$po x=2.5,y=0$
$po x=2.5, y=4$
$po x=15, y=4$
$po nt=2, x0=15, y0=5.0422, A=0.8017, B=1.0422, X=0.7944, Y=-0.1405$
$po x=16.7558, y=14.0838$
$po nt=2 x0=20, y0=13.1022, A=3.2952, B=5.6019, x=0, y=5.6019$
$po nt=2 x0=20, y0=13.324, A=3.3625, B=5.38, x=3.3233, y=0.8192$
$po x=24.2131, y=4.903$
$po nt=2, x0=25. y0=5.031, A=0.7931, B=1.031, x=0, y=-1.031$
$po nt=2, x0=25. y0=5.031, A=0.7931, B=1.031, x=0.7869, y=-0.128$
$po x=26.6767, y=14.1432$
$po nt=2, x0=30, y0=13.324, A=3.3625, B=5.38, x=0, y=5.38$
$po nt=2, x0=30, y0=13.324, A=3.3625, B=5.38, x=3.3233, y=0.8192$
$po x=34.2131, y=4.903$
$po nt=2, x0=35. y0=5.031, A=0.7931, B=1.031, x=0, y=-1.031$
$po nt=2, x0=35. y0=5.031, A=0.7931, B=1.031, x=0.7869, y=-0.128$
$po x=36.6767,y=14.1432$
$po nt=2, x0=40, y0=13.324, A=3.3625, B=5.38, x=0, y=5.38$
$po nt=2, x0=40, y0=13.324, A=3.3625, B=5.38, x=3.3233, y=0.8192$
$po x=44.2131, y=4.903$
$po nt=2, x0=45. y0=5.031, A=0.7931, B=1.031, x=0, y=-1.031$
$po nt=2, x0=45. y0=5.031, A=0.7931, B=1.031, x=0.7869, y=-0.128$
$po x=46.6767,y=14.1432$
$po nt=2, x0=50, y0=13.324, A=3.3625, B=5.38, x=0, y=5.38$
$po nt=2, x0=50, y0=13.324, A=3.3625, B=5.38, x=3.3233, y=0.8192$
$po x=54.2131, y=4.903$
$po nt=2, x0=55. y0=5.031, A=0.7931, B=1.031, x=0, y=-1.031$
$po nt=2, x0=55. y0=5.031, A=0.7931, B=1.031, x=0.7869, y=-0.128$

```

\$po x=56.6767,y=14.1432\$

\$po nt=2, x0=60, y0=13.324, A=3.3625, B=5.38, x=0, y=5.38\$

\$po nt=2, x0=60, y0=15.0396, A=3.6645, B=3.6645, x=3.6515, y=0.3089\$

\$po x=64.3344, y=7.2753\$

\$po nt=2, x0=65. y0=7.3705, A=0.6696, B=0.8705, x=0, y=-0.8705\$

\$po x=80., y=6.5 \$

\$po x=82.5, y=4 \$

\$po x=85.5, y=4 \$

\$po x=85.5, y=0 \$

\$po x=2.5,y=0\$

Annexe 7 :

Excitation d'un mode HOM par un faisceau pulsé*

Modélisation d'un faisceau pulsé -----

Un faisceau pulsé est constitué d'une suite de « pulses » espacés à intervalles réguliers (figure A), chaque pulse étant constitué d'une suite de bunchs périodiques. Le faisceau pulsé se caractérise ainsi par :

- la fréquence bunch : $f_b = 1/T_b$, où T_b est la période des bunchs.
- la fréquence pulse : $f_p = 1/T_p$, où T_p est la période des pulses.
- la durée d'un bunch σ_b ainsi que sa charge q .
- la durée d'un pulse σ_p (ou l'espace entre 2 pulses $\delta = T_p - \sigma_p$).

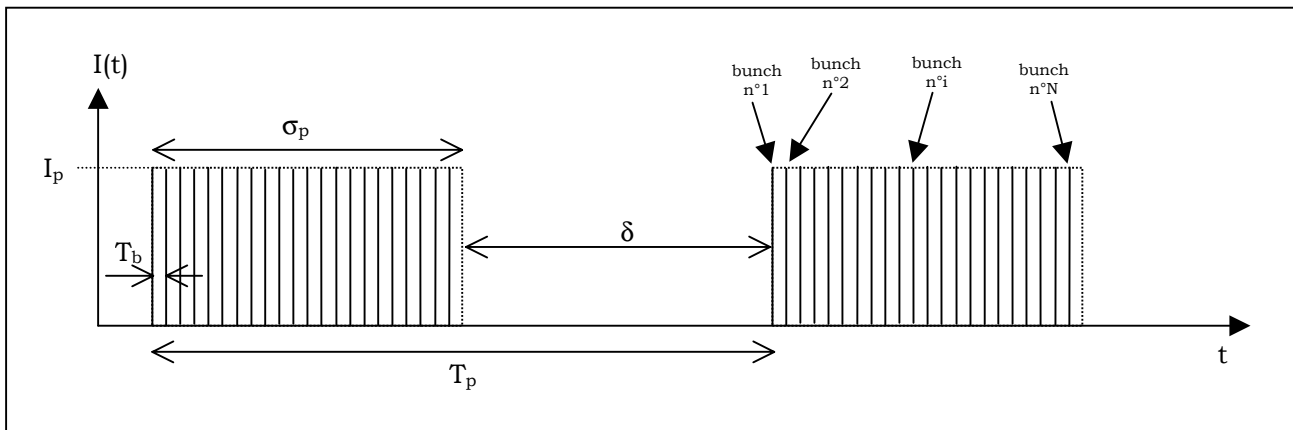


Figure A : Structure d'un faisceau pulsé.

L'étude de l'excitation d'un mode par un faisceau pulsé est sensiblement plus complexe que dans le cas d'un faisceau continu, mais reste tout à fait accessible moyennant patience et persévérance. Nous effectuerons cette étude par une analyse temporelle basée sur le même raisonnement que celle effectuée pour le faisceau continu.

* Etude présentée lors du « 1st SC Proton Linac Workshop » (Saclay, 2000)¹⁴⁷ ; publication prévue à « PAC2001 » (Chicago, 2001).

En calculant les tensions induites avant et après chaque bunch du pulse (on considère ici que le pulse est constitué de N bunchs de façon à ce que $\sigma_p = NT_b$), et en utilisant la formule

$$(A701) \quad \sum_{n=0}^N e^{nx} = \frac{1 - e^{(N+1)x}}{1 - e^x},$$

il est alors possible de montrer par récurrence que, dans le cas d'un faisceau pulsé infini :

- la tension induite dans la cavité juste après le passage du $i^{\text{ème}}$ bunch vaut :

$$(A702) \quad \tilde{V}_{i+} = \tilde{V}_0 \left(\frac{1}{1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}} + \frac{e^{j\omega i T_b} e^{-i T_b/\tau_{cav}} \left(e^{j\omega \delta} e^{-\delta/\tau_{cav}} - 1 \right)}{\left(1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}} \right) \left(1 - e^{j\omega T_p} e^{-T_p/\tau_{cav}} \right)} \right)$$

- la tension induite dans la cavité juste avant le passage du $i^{\text{ème}}$ bunch vaut :

$$(A703) \quad \tilde{V}_{i-} = \tilde{V}_0 \left(\frac{e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}}{1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}}} + \frac{e^{j\omega i T_b} e^{-i T_b/\tau_{cav}} \left(e^{j\omega \delta} e^{-\delta/\tau_{cav}} - 1 \right)}{\left(1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}} \right) \left(1 - e^{j\omega T_p} e^{-T_p/\tau_{cav}} \right)} \right)$$

où ici encore V_0 représente la tension générée par le passage d'un bunch, et τ_{cav} le temps de décroissance des champs dans la cavité pour le mode considéré.

L'énergie stockée pendant le passage du $i^{\text{ème}}$ bunch vaut alors :

$$(A704) \quad U_i = \frac{|\tilde{V}_{i+}|^2 - |\tilde{V}_{i-}|^2}{2\omega \left(\frac{r}{Q} \right)}$$

$$= \frac{|\tilde{V}_0|^2}{2\omega \left(\frac{r}{Q} \right)} \left(\frac{1 - e^{-2T_b/\tau_{cav}}}{1 - 2\cos(\omega T_b) e^{-T_b/\tau_{cav}} + e^{-2T_b/\tau_{cav}}} + 2\text{Re} \left(\frac{e^{j\omega i T_b} e^{-i T_b/\tau_{cav}} \left(e^{j\omega \delta} e^{-\delta/\tau_{cav}} - 1 \right)}{\left(1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}} \right) \left(1 - e^{j\omega T_p} e^{-T_p/\tau_{cav}} \right)} \right) \right)$$

L'énergie déposée pendant le pulse entier se déduit alors de (A704) en effectuant une somme sur les N bunchs constituant le pulse ; on obtient alors :

$$(A705) \quad U = \sum_{i=1}^N U_i$$

$$= \frac{|\tilde{V}_0|^2}{2\omega \left(\frac{r}{Q}\right)} \left(\frac{N(1 - e^{-2T_b/\tau_{cav}})}{1 - 2\cos(\omega T_b)e^{-T_b/\tau_{cav}} + e^{-2T_b/\tau_{cav}}} + 2\text{Re} \left(\frac{e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}} (1 - e^{j\omega\sigma_p} e^{-\sigma_p/\tau_{cav}}) (e^{j\omega\delta} e^{-\delta/\tau_{cav}} - 1)}{(1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}})^2 (1 - e^{j\omega T_p} e^{-T_p/\tau_{cav}})} \right) \right)$$

Puissance RF déposée dans un mode -----

La puissance RF crête* déposée dans la cavité s'écrit alors, dans le cas d'un faisceau pulsé de bunchs gaussiens, sous la forme :

$$(A706) \quad \underline{P = \frac{U}{\sigma_p} = \frac{1}{2} \omega \left(\frac{r}{Q}\right) \frac{q^2}{T_b} e^{-\omega^2 \sigma_b^2} \left(F(T_b, \tau_{cav}) + 2 \frac{T_b}{\sigma_p} \text{Re}(\tilde{G}(T_b, \tau_{cav}, T_p, \sigma_p)) \right)}$$

$$\text{où} \quad F(T_b, \tau_{cav}) = \frac{1 - e^{-2T_b/\tau_{cav}}}{1 - 2\cos(\omega T_b)e^{-T_b/\tau_{cav}} + e^{-2T_b/\tau_{cav}}}$$

$$\text{et} \quad \tilde{G}(T_b, \tau_{cav}, T_p, \sigma_p) = \frac{e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}} (1 - e^{j\omega\sigma_p} e^{-\sigma_p/\tau_{cav}}) (e^{j\omega\delta} e^{-\delta/\tau_{cav}} - 1)}{(1 - e^{j\omega T_b} e^{-T_b/\tau_{cav}})^2 (1 - e^{j\omega T_p} e^{-T_p/\tau_{cav}})}$$

Il apparaît d'après (A706) que la puissance déposée par un faisceau pulsé peut se décomposer en une composante « continue » (terme de gauche en F) et une composante « pulsée » (terme de droite en \tilde{G}).

La composante continue est égale à la puissance déposée par un faisceau continu de même fréquence bunch f_b et d'intensité I_p , où I_p représente l'intensité crête du faisceau pulsé, donnée par :

* Toutes les puissances présentées par la suite représentent les puissances crêtes pendant le pulse ; pour obtenir la puissance moyenne déposée par le faisceau pulsé, il suffit de multiplier l'expression (A706) par le cycle utile du faisceau, c'est à dire par le rapport σ_p/T_p .

$$(A707) \quad I_p = \frac{Nq}{\sigma_p} = \frac{q}{T_b}$$

Notons que I_p ne doit pas être confondue avec l'intensité moyenne I_0 qui est elle donnée par :

$$(A708) \quad I_0 = \frac{Nq}{T_p} = \frac{\sigma_p q}{T_b T_p} = \frac{\sigma_p}{T_p} I_p$$

La composante pulsée assure une modulation de cette composante continue. Il est d'ailleurs intéressant de remarquer ici que :

- pour $T_p = \sigma_p$ ($\delta=0$), cette composante pulsée s'annule ($\tilde{G}=0$), et l'on retrouve bien l'expression (528) trouvée dans le cas d'un faisceau continu d'intensité $I_0=I_p$.
- pour $\sigma_p=T_b$ et $T_p \rightarrow \infty$ ($\delta \rightarrow \infty$), il vient $F(T_b, \tau_{cav}) + 2 \frac{T_b}{\sigma_p} \text{Re}(\tilde{G}(T_b, \tau_{cav}, T_p, \sigma_p)) \rightarrow 1$, et l'on retrouve la formule (530) caractérisant le cas d'un bunch isolé d'intensité I_p .

Illustration dans le cas de pulses longs ($f_p=50\text{Hz}$) -----

L'influence du caractère pulsé du faisceau sur la puissance déposée dans les HOM est largement dépendante du Q en charge du mode considéré. Pour illustrer ce phénomène, nous prendrons ici l'exemple d'un faisceau type ESS, de fréquence $f_b=352,2\text{MHz}$ (σ_b négligeable), et pulsé à 50Hz , soit $T_p=20\text{ms}$.

Il est alors intéressant de se rendre compte, d'après (A706), que la composante pulsée en \tilde{G} ne devient prépondérante que pour des valeurs de Q_L relativement élevées.

Pour mieux s'en rendre compte, définissons les 3 valeurs critiques de Q_L associées à chacune des durées caractéristiques du pulse, soit :

$$(A709) \quad Q_{\text{crit}}^{T_p} = \frac{\omega T_p}{2} \quad Q_{\text{crit}}^{\sigma_p} = \frac{\omega \sigma_p}{2} \quad Q_{\text{crit}}^{\delta} = \frac{\omega \delta}{2}$$

avec $\sigma_p < \delta < T_p$ ou $\delta < \sigma_p < T_p$ selon la longueur du pulse.

On s'aperçoit alors que :

- pour $Q_L \ll \min(Q_{\text{crit}}^{\sigma_p}, Q_{\text{crit}}^{\delta})$, le caractère pulsé du faisceau peut être négligé.
- pour $Q_L \approx \min(Q_{\text{crit}}^{\sigma_p}, Q_{\text{crit}}^{\delta})$, une modulation en σ_p (ou δ) apparaît.
- pour $Q_L \approx Q_{\text{crit}}^{T_p}$, des résonances tous les $f_p=50\text{Hz}$ apparaissent.

Ces considérations sont illustrées sur les 2 figures suivantes, où l'on peut constater la différence entre la puissance déposée par un faisceau CW d'intensité $I_0=20\text{mA}$ (en rouge), et la puissance crête déposée par un faisceau pulsé d'intensité maximale $I_p=20\text{mA}$ (en noir) :

- figures B : cas où $\sigma_p=1\text{ms} < \delta=19\text{ms}$ (cycle utile de 5%) ; on a alors, à la fréquence considérée (1761MHz) : $Q_{\text{crit}}^{\sigma_p} = 5,53.10^6$, $Q_{\text{crit}}^{\delta} = 1,05.10^8$ et $Q_{\text{crit}}^{T_p} = 1,11.10^8$.
- figure C : cas où, à l'inverse, $\delta=1\text{ms} < \sigma_p=19\text{ms}$ (cycle utile de 95%) ; à 1761MHz, on trouve alors : $Q_{\text{crit}}^{\delta} = 5,53.10^6$, $Q_{\text{crit}}^{\sigma_p} = 1,05.10^8$ et $Q_{\text{crit}}^{T_p} = 1,11.10^8$.

La figure D présente les mêmes résultats que la figure B, à la différence près que c'est cette fois la puissance moyenne déposée par le faisceau pulsé qui est représentée, au lieu de sa puissance crête. C'est cette puissance moyenne qui doit être prise en compte lors de l'analyse du risque HOM : il apparaît ainsi que le cas du faisceau pulsé à 50Hz ne présente pas plus de danger que le cas du faisceau continu, et cela tant que les modes excités ne présentent pas des Q_L trop élevés (inférieurs à environ 10^8).

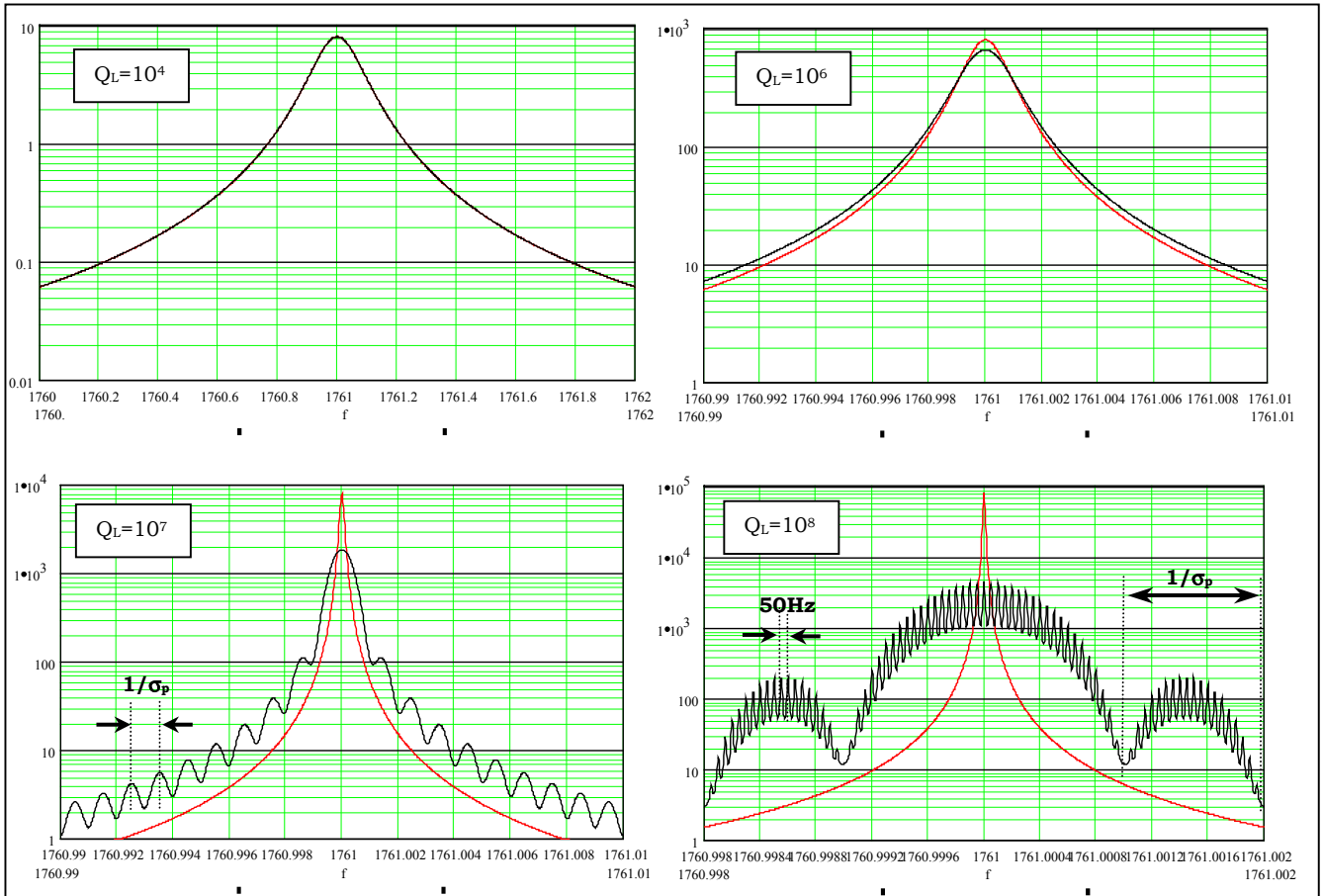


Figure B : Puissance crête déposée en fonction de la fréquence du mode excité pour divers Q_L (puissance normalisée par rapport au r/Q ; tracée pour un faisceau pulsé de caractéristiques $f_b=352,2\text{MHz}$, $\sigma_b=0,1\text{ns}$, $I_p=20\text{mA}$, $f_p=50\text{Hz}$, $\sigma_p=1\text{ms}$)

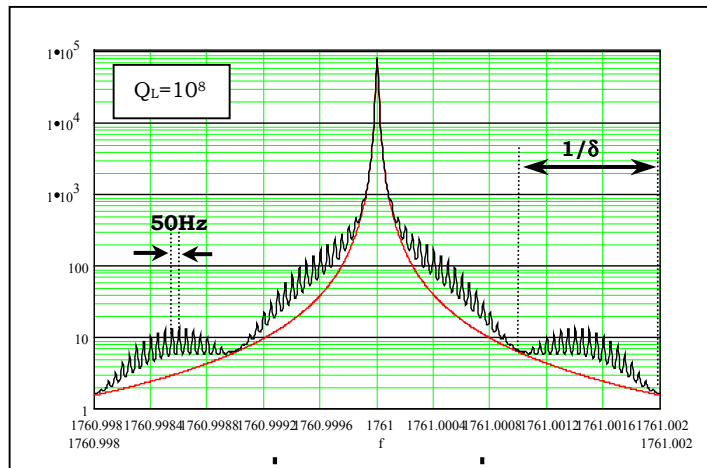


Figure C : Puissance crête déposée en fonction de la fréquence du mode excité (puissance normalisée par rapport au r/Q ; tracée pour un faisceau pulsé de caractéristiques $f_b=352,2\text{MHz}$, $\sigma_b=0,1\text{ns}$, $I_p=20\text{mA}$, $f_p=50\text{Hz}$, $\sigma_p=19\text{ms}$)

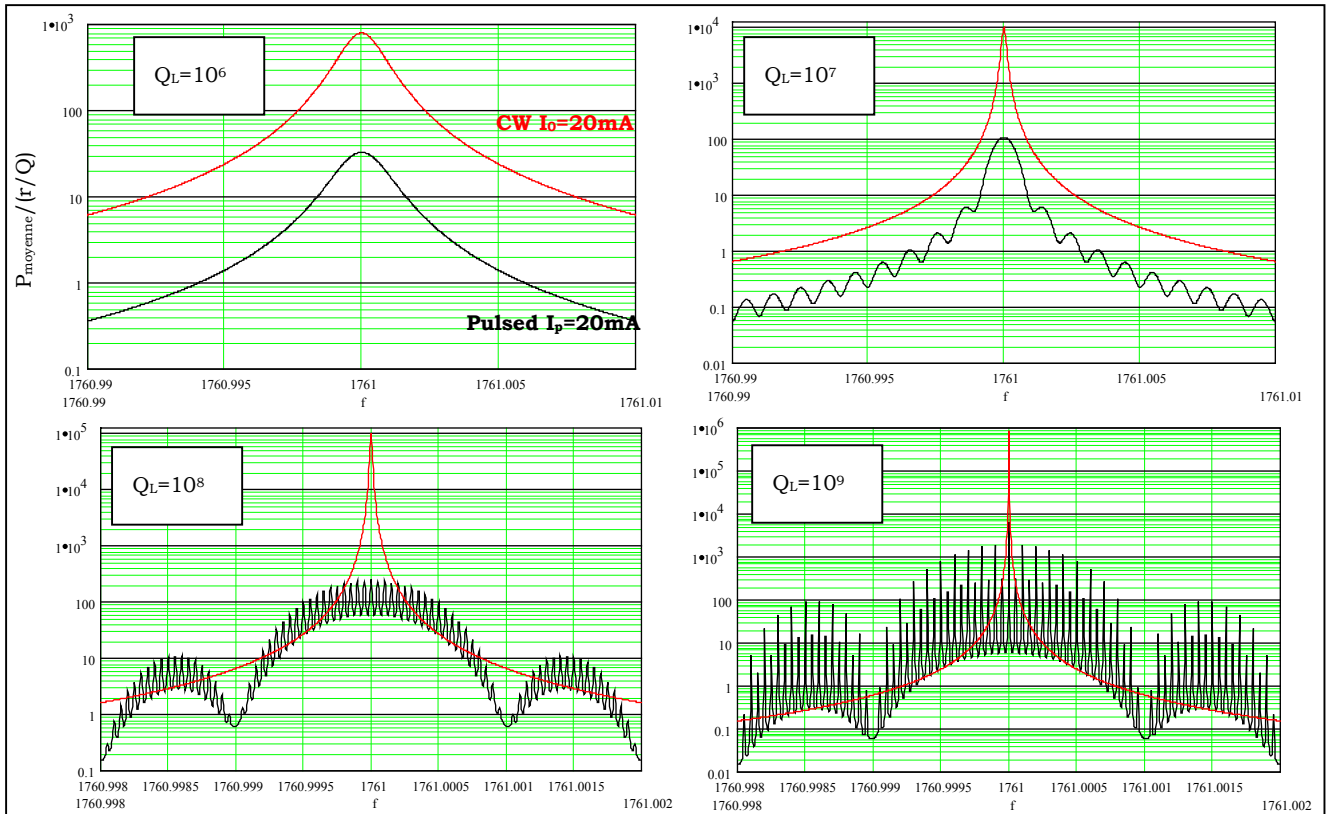


Figure D : Puissance moyenne déposée en fonction de la fréquence du mode excité pour divers Q_L (puissance normalisée par rapport au r/Q ; tracée pour un faisceau pulsé de caractéristiques $f_b=352,2\text{MHz}$, $\sigma_b=0,1\text{ns}$, $I_p=20\text{mA}$, $f_p=50\text{Hz}$, $\sigma_p=1\text{ms}$)

Le cas de pulses longs ($f_p=1\text{MHz}$) -----

Par contre, il faut noter que dans le cas d'un faisceau pulsé du type SNS ($f_p \approx 1\text{MHz}$), le danger devient beaucoup plus présent (figure E) puisque le Q_L critique à partir duquel la composante pulsée apparaît tombe à des valeurs de l'ordre de 10^3 ...

Une étude statistique similaire à celle développée dans le chapitre 5.2 peut alors être menée pour évaluer le risque encouru et savoir si la présence de coupleurs HOM est indispensable ou non ; cette étude ne peut plus ici se faire de façon analytique comme dans le cas du faisceau continu, mais devra être menée numériquement en effectuant une statistique sur un nombre de cas assez élevé.

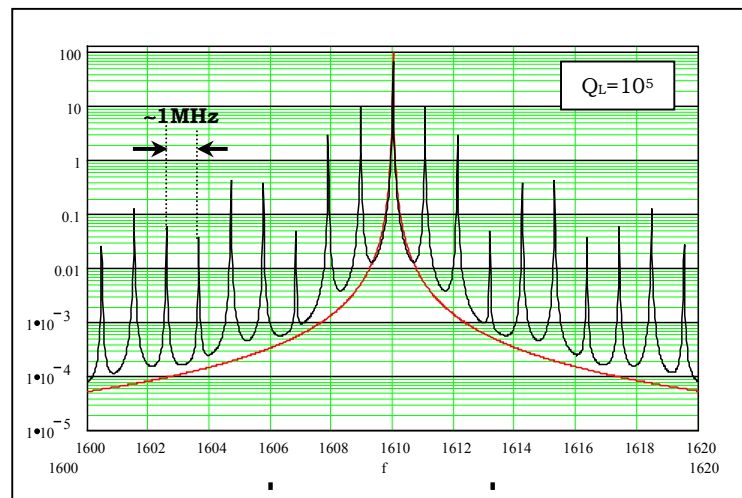


Figure E : Puissance crête déposée en fonction de la fréquence du mode excité (puissance normalisée par rapport au r/Q ; tracée pour le faisceau pulsé SNS de caractéristiques $f_b=402,5\text{MHz}$, $\sigma_b=0,1\text{ns}$, $I_p=20\text{mA}$, $f_p\approx 1,058\text{MHz}$, $\sigma_p\approx 650\text{ns}$)

Bibliographie

1. C.Bataille, R.Galley, Rapport de l'Office Parlementaire d'Evaluation des Choix Scientifiques et Technologiques N°612, 1997/1998.
2. Loi n° 91-1381 du 30 décembre 1991 relative aux recherches sur la gestion des déchets radioactifs, 1991.
3. R.Dautray, « Cinquante ans de nucléaire dans le monde », La vie des sciences, 1993.
4. J.Teillac, « Les déchets nucléaires », Presses Universitaires de France, Paris, 1988.
5. J.Y.Barré, « Scientific Basis for Nuclear Waste Management XV », éd.C.G.Sombret, Strasbourg, 1991.
6. M.Lengeler, « Nuclear waste transmutation using high-intensity proton linear accelerators », CAS CERN 94-01, Vol.II, Genève, 1994.
7. J.P.Schapira, « The use of accelerators in the fission energy field », CAS CERN 96-02, Genève, 1996.
8. W.B.Lewis, AECL-968 Report, 1952.
9. M.Steinberg, Editor Proc. Inform. Meeting Accelerator Breeding, BNL Report Conf. 770107, 1977.
10. W.Gudowski, « Status of Accelerator Driven Transmutation Projects, Overview of National and some international projects », 3rd Int. Conf. on Accelerator Driven Transmutation Technologies and Applications, Prague, 1999.
11. C.D.Bowman & al., Proceedings of the 2nd Int. Symposium on Advanced nuclear Energy Research, Tokyo, 1990.
12. F.Carminati & al., « Energy Amplifier for Cleaner and Inexhaustible Nuclear Energy Production Driven by a Particle Beam Accelerator », CERN/ISC 93-37 Report, 1993.
13. A.Baxter, « Accelerator-Driven GT-MHRS for Waste Disposal and Proliferation Resistant Fuel Cycles », 3rd Int. Conf. on Accelerator Driven Transmutation Technologies and Applications, Prague, 1999.
14. T.Mukaiyama, « Omega program in Japan and ADS Development at JAERI », 3rd Int. Conf. on Accelerator Driven Transmutation Technologies and Applications, Prague, 1999.
15. M.Salvatores & al., « The Gedeon Program : an R&D initiative in support of ADS development in France », 3rd Int. Conf. on Accelerator Driven Transmutation Technologies and Applications, Prague, 1999.
16. R.A.Jameson, G.P.Lawrence & S.O.Schriber, 3rd European Acc. Conf., Berlin, 1992.
17. H.Safa, « Superconducting Proton Linac for Waste Transmutation », 9th Workshop on RF Superconductivity, Santa Fe, 1999.
18. K.C.D.Chan & al, « Review of Superconducting RF Technology for High Power Proton Linacs », 9th Workshop on RF Superconductivity, Santa Fe, 1999.
19. R.J.Van de Graaff, « A 1500000volts electrostatic generator », Phys.Rev., 387 (1931), 1919.
20. J.Le Duff, « Dynamics and Acceleration in Linear Structures », CAS CERN 94-01, 1994.
21. D.W.Kerst, « The accelerations of electrons by magnetic induction », Phys.Rev., 60, 1942.
22. D.A.Edwards, M.J.Syphers, « An introduction to the Physics of High Energy Accelerators », Wiley Series in beam physics and accelerator technology, 1993.

23. J.Le Duff, « Longitudinal beam dynamics in circular accelerators », CAS CERN 94-01, 1994
24. J.de Mascureau, « Induction linacs », CAS CERN 96-02, Genève, 1996.
25. G.Ising, Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik, 18, 1924.
26. R.Wideröe, Arch.für Elektrotechnik, 21, 1928.
27. E.O.Lawrence & M.S.Livingston, « The production of high speed light ions without the use of high voltages », Phys.Rev.,40, 1932.
28. P.J.Bryant, « A brief history and review of accelerators », CAS CERN 94-01, 1994.
29. A.Chao, « Accelerators for high energy physics research », SLAC-PUB-6947, 1997.
30. M.S.Livingston, « High-Energy accelerators », Interscience Publishers Inc., New-York, 1954.
31. C.Ramo, J.R.Whinnery, T.Van Duzer, « Fields and waves in communication electronics », J.Wiley, New-York, 1965.
32. M.Weiss, « Introduction to RF linear accelerators », CAS CERN 94-01 V2, Genève, 1994.
33. F.Gardiol, Traité d'électricité, vol.13 « Hyperfréquences », Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1987.
34. J.C.Slater, « Microwave electronics », D.Van Nostrand, New York, 1965.
35. G.Dôme, « RF theory », CAS CERN 92-03, v2, Genève, 1992.
36. J.Mathews, R.L.Walker, « Mathematical methods of physics », W.A.Benjamin, Menlo Park, 1970.
37. D.J.Warner, « Fundamentals of electron linacs », CAS CERN 96-02, Genève,1996.
38. P.M.Lapostolle et A.Septier, « Linear Accelerators », 1970.
39. P.Lapostolle, « Introduction à la théorie des accélérateurs linéaires », CAS CERN87-09, Genève, 1987.
40. K.Bongardt, M.Pabst, A.Letchford, « High intensity injector Linacs for Spallation Sources », LINAC Conference, Chicago, 1998.
41. G.Lawrence, T.Wangler, « Integrated NC/SC high power proton linac for the APT project », PAC proc., Vancouver, 1997.
42. B.Aune & al, « The superconducting TESLA cavities », DESY, Hambourg, 2000.
43. D.W.Storm, Proc.of the 6th workshop on RF superconductivity, 1994.
44. H.Safa, Communication privée,1998.
45. R.W.Garnett, J.H.Billen, K.C.D.Chan, « Linear Accelerator for tritium production », 8^{me} ICFA proc., Bloomington, 1995.
46. J.M.Lagniel & al, « IPHI, the Saclay high-intensity proton injector project », PAC proc., Vancouver,1997.
47. R.Gobin & al, « New performances of the CW high-intensity light-ion source SILHI », EPAC proc., Sweden, 1998.
48. A.Septier, « Guides d'ondes, cavités, mesure en HF », Théorie et technique des accélérateurs de particules, enseignement 3^{me} cycle V9, 1957.
49. X.Hanus, « Contribution à la caractérisation HF de matériaux supraconducteurs par des résonateurs saphirs », rapport de thèse, 1994.
50. H.Piel, « Fundamentals features of superconducting cavities for high energy accelerators », CAS CERN, Oxford, 1985.
51. W.Weingarten, « Superconducting cavities - Basics », CAS CERN 96-03, 1996.

52. H.K.Onnes, « Further experiments with liquid helium », Comm. From the Physical Lab. of the University of Leiden, 1911.
53. C.J.Gorter, H.B.J.Casimir, Phys.Zeit.35, 1934.
54. C.Kittel, « Introduction to solid state physics », J.Wiley&Sons, 1976.
55. W.Meissner, R.Ochsenfeld, Naturwiss.21,787, 1933.
56. Y.Brunet, J-L.Biarrotte, P.Tixador, « Lateral damping in a magnet/high T_c SC system », J.Phys.III,7,1997.
57. F. & J.London, Proc.Roy.Soc., A149, 1935.
58. A.C.Rose-Innes, « Introduction to the superconductivity », Pergammon Press, 1978.
59. J.G.Berdnoz, K.A.Muller, « Possible HT_c superconductivity in the BaLaCuO system », Z.Phys.B64, 1986.
60. P.Tixador, « Les supraconducteurs », Ed.Hermès, 1995.
61. Y.Brunet, « Les supraconducteurs », Techniques de l'ingénieur, K724, 1993.
62. J.Bardeen, I.N.Cooper, J.R.Schrieffer, « Theory of superconductivity », Phys.Rev.108, 1957.
63. C.Kittel, « Introduction to solid state physics », J.Wiley&Sons, 1976.
64. Frölich, « Electron-phonon interaction proposed as a cause of electronic phase change », Phys.Rev.79, 1950.
65. V.L.Ginzburg, L.D.Landau, « Phenomenological theory », J.Exp.Theor.Phys.USSR 20, 1950.
66. A.B.Pippard, Proc.Roy.Soc.A216, 1953.
67. C.P.Bean, Rev.Mod.Phys.36, 1964.
68. G.E.H.Reuter, E.H.Sondheimer, « The theory of anomalous skin effect in metals », 1948.
69. H.Safa, « Surface Resistance of a superconductor », 5th Workshop on RF Superconductivity, Hambourg, 1991.
70. Tinkham, « Introduction to superconductivity », Mc Graham Hill, New York, 1975.
71. D.C.Mattis, J.Bardeen, « Theory of the anomalous skin effect in normal and superconducting metals », Phys.Rev.111(2), 1958.
72. A.A.Abrikosov, L.P.Gor'kov, I.M.Khalatnikov, « A superconductor in a high frequency field », Soviet Phys. JETP 35(8), 1959.
73. J.P.Turneure, « Microwave Measurements of the surface impedance of superconducting tin and lead », Rapport de thèse, Univ.Stanford, 1967.
74. J.Halbritter, « Fortran program for the computation of the surface impedance of superconductors », KFK external report, 1970.
75. M.Ribeauveau, « Elaboration et caractérisation de films de niobium déposés sur cuivre », Thèse de Doctorat, Paris6, 2000.
76. B.Bonin, R.W.Röth, « Q-degradation of niobium cavities due to hydrogen contamination », Proc. 5th workshop on RF Superconductivity, Hambourg, 1991.
77. C.Vallet, Thèse de doctorat, Lyon1, 1994.
78. H.Safa, « High gradients in SCRF cavities », 8th Workshop on RF Superconductivity, Padova, 1997.
79. B.Bonin, « Materials for superconducting cavities », CAS CERN 96-03, 1996.
80. J.Matricon, D.St James, Phys.Lett.24A, 1967.

81. T.Hays, H.Padamsee, « Measuring the RF Critical field of Pb, Nb, and Nb₃Sn », 8th workshop on RF Superconductivity, Padova, 1997.
82. H.Safa, « Optimum operating temperature of superconducting cavities », LINAC'98, Chicago, 1998.
83. P.Lebun, « Operating at 1.8K : the technology of superfluid helium », CAS CERN 96-03, 1996.
84. H.Safa & al, « Advances in the purification of niobium by solid-state gettering with titanium », J.Alloys and Compounds, 232, 1996.
85. B.Visentin & al, 9th Workshop on RF Superconductivity, Santa Fe, 1999.
86. K.Saito & al, « Superiority of electropolishing over chemical polishing on high gradients », 8th Workshop on RF Superconductivity, Padova, 1997.
87. L.Lilje & al, « Electropolishing and in-situ baking of 1.3GHz niobium cavities », 9th Workshop on RF Superconductivity, Santa Fe, 1999.
88. C.Antoine, « Alternative approaches for Nb superconducting cavities surface treatment », 9th Workshop on RF superconductivity, Santa Fe, 1999.
89. R.H.Fowler, L.Nordheim, Proc.Roy.Soc.London, A119, 1928.
90. J.Tan, « Field emission studies at Saclay and Orsay », 7th Workshop on RF Superconductivity, Gif/Yvette, 1995.
91. M.Luong, Thèse de doctorat, Paris VI, 1996.
92. H.Safa, « Progress and trends in SCRF Cavities for future accelerators », EPAC2000, Wien, 2000.
93. H.Padamsee, J.Knobloch, T.Hays, « RF Superconductivity for accelerators », Wiley series, 1998.
94. U.Kelin & D.Proch, Proc.Conf. Future Possibilities for Electron Accelerators, Charlottesville, 1979.
95. W.B.Haynes & al, « Medium-beta superconducting cavity tests at Los Alamos Notional Lab for high-current proton accelerators », LANL, 1998.
96. N.Pichoff, P.Pierini, 1st meeting on Superconducting Accelerator for Hybrid, CEA/INFN/IN2P3, Milano, 1999.
97. J.C.Slater, « Microwave Electronics », D.Van Nostrand Company Inc., 1950.
98. J-L. Biarrotte, H.Gassot & al., « Result of a 700MHz superconducting cavity for a waste transmutation linear accelerator », 3rd Int.Conf. ADTT, Prague, 1999.
99. E.M.Nelson, « Cavity design programs », Proceedings of the US-CERN-Japan International School on Particle Accelerators, 1996.
100. K.Halbach & R.F.Holsinger, « SUPERFISH : a computer program for evaluation of rf cavities with cylindrical symetry », Part.Acc.Vol7, 1976.
101. T.Weiland, « On the numerical solution of Maxwell's equations and applications in the field of accelerator physics », Part.Acc.Vol15, 1984.
102. J.N.Corlett, « Experience with cavity design programs », CAS CERN 92-03, 1992.
103. P.Pierini & al, « Cavity design tools and applications to the TRASCO project », 9th Workshop on RF Superconductivity, Santa Fe, 1999.
104. H.Safa, Communication privée, 1998.
105. H.Nadal, Communication privée, 1998.
106. N.Pichoff, D.Uriot, CR 2^{ème} réunion 700MHz, Saclay, 1998.
107. N.Pichoff, CR 13^{ème} réunion 700MHz, Saclay, 1999.

108. H.Safa, CR 3^{ème} réunion 700MHz, Saclay, 1998.
109. N.Pichoff & H.Safa, « Reliability of superconducting cavities in a high power proton linac », EPAC2000, Wien, 2000.
110. N.Pichoff & D.Uriot, 6^{ème} réunion 700MHz, Saclay, 1999.
111. C.Pagani & al, « A high current SC proton linac for nuclear waste transmutation », Proc.PAC1997, Vancouver, 1997.
112. J-L.Biarrotte & G.Ciovati, « Cavities design », 3rd meeting on Superconducting Accelerator for Hybrid, Saclay, 1999.
113. G.Ciovati, « Sviluppo e caratterizzazione di prototipi di cavità superconduttive per il progetto TRASCO », Tesi di Laurea, Univ. Milano, 1999.
114. H.Safa, « Multiple cavity coupling with beam », LANL report, 1998.
115. E.Haebel, « Couplers for cavities », CAS CERN 96-03, Genève, 1996.
116. P.Balleyguier, « External Q studies for APT Superconducting cavity couplers », LINAC98 Conf., Chicago, 1998.
117. P.Balleyguier, « A straightforward method for cavity external Q computation », Particle Accelerators, Vol57, 1997.
118. P.Balleyguier, CR 14^{ème} réunion cavités 700MHz, Saclay, 1999.
119. D.Barni, « Mechanical issues », 3rd meeting on superconducting accelerator for hybrid, Saclay, 1999.
120. H.Gassot, « Mechanical calculations », 3rd meeting on superconducting accelerator for hybrid, Saclay, 1999.
121. S.Bousson & al., « An alternative scheme for stiffening SRF cavities by plasma spraying », PAC Conference, New York, 1999.
122. H.Gassot, CR 18^{ème} réunion cavités 700MHz, Saclay, 2000.
123. H.Gassot & T.Junquera, « Effets de pression de radiation et méthodes de rigidification des cavités TESLA », IPN, Orsay, 1998.
124. C.Pagani, « Cavity design criteria for SNS », Jlab SNS CCS Workshop, 2000.
125. H.Saugnac, CR 15^{ème} réunion cavités 700MHz, Saclay, 2000.
126. G.Devanz & al., « Preliminary design of a 704MHz power coupler for a high intensity proton linear accelerator », EPAC2000, Wien, 2000.
127. D.Barni, « Cryomodule Design Overview », 3rd meeting on superconducting accelerator for hybrid, Saclay, 1999.
128. C.Pagani, P.Pierini, S.Visonà, « Design of the Superconducting Cavities for the TRASCO project », INFN Milano, 1998.
129. F.Krawczyk, « Summary of the APT Cavity Data », LANSCE-1, Los Alamos, 1999.
130. A.Veyssière, J-P.Charrier, J.Gratadour, « Formules et méthodes de mesures relatives aux cavités résonnantes supraconductrices », rapport DPhN/STAS-90-R-13, Saclay, 1990.
131. G.Olry, « Cavities studies : measurements Vs calculations », 5th meeting on Superconducting accelerator for hybrid, Orsay, 2000.
132. H.Gassot, CR 3^{ème} réunion cavités 700MHz, Saclay, 1998.
133. G.Devanz, « A 2D multipactor simulation code for RF components and accelerating cavities », EPAC2000, Vienne, 2000.

134. G.Devanz, « Multipactor calculations », 3rd meeting on superconducting accelerator for hybrid, Saclay, 1999.
135. J.Mammosser, communication privée, 2000.
136. J.Lesrel, CR 17^{ème} réunion cavités 700MHz, Saclay, 2000.
137. W.B.Haynes & al, « Medium-beta superconducting cavity tests at LANL for high-current proton accelerators », LANSCE Division Report, 1998.
138. C.Benvenuti & al, « Production and test of 352MHz niobium sputtered reduced beta cavities », CERN-SL division, 1998.
139. D.H.Whittum, « Introduction to Electrodynamics for Microwave Linear Accelerators », Proceedings of the US-CERN-Japan International School on Particle Accelerators, 1996.
140. P.B.Wilson, « Transient beam loading in electron-positron storage rings », CERN-ISR-TH/78-23, 1978.
141. D.Boussard, « Beam loading », CAS CERN95-06, V1, 1995.
142. E.Haebel, « Wakefields, resonant modes and couplers », Proceedings of the US-CERN-Japan International School on Particle Accelerators, 1996.
143. S.Fornaca & al, « Experimental investigation of low frequency modes of a single cell RF cavity », IEEE CH2387, Stanford, 1987.
144. W.K.H.Panofsky, W.A.Wenzel, Rev.Sci.Instr. 27/967, 1956.
145. A.Mosnier, « Transverse multibunch instability with a realistic 9-cell cavity in TESLA », DAPNIA-SEA-91-16, 1991.
146. T.Kobayashi, « HOM characteristics of the ARES Cavity », PAC1997, Vancouver, 1997.
147. J-L.Biarrotte, « High Order Modes (CW and pulsed) », SCPL Workshop, Saclay, 2000.
148. A.Mosnier, communication privée, 2000.
149. N.Pichoff, communication privée, 2000.
150. L.C.Maier & J.C.Slater, « Field Strength measurements in resonant cavities », J.Applied physics, V.23, 1952.
151. J-L. Biarrotte & al, « 704MHz Superconducting Cavities for a high intensity proton accelerator », 9th Workshop on RF Superconductivity, Santa Fe, 1999.

Remerciements

Je voudrais en premier lieu remercier très sincèrement Henri SAFA, pour m'avoir dirigé et guidé tout au long de cette thèse, et pour la confiance qu'il m'a accordée, me permettant ainsi de conserver curiosité et motivation tout au long de ces trois années.

Je tiens également à remercier mon directeur de thèse Alex MUELLER, directeur de la Division Accélérateur de l'Institut de Physique Nucléaire d'Orsay, pour ses encouragements et ses conseils, ainsi que Salah JAIDANE pour m'avoir encadré durant les premiers mois de cette thèse.

Je remercie également tout particulièrement le Service d'Etude des Accélérateurs du CEA, dirigé par Bernard AUNE, pour m'avoir financé et accueilli durant ces trois années, ainsi que la société CERCA – et tout spécialement Hélios NADAL et Pierre MACCIONI -, sans le financement et le savoir-faire de laquelle cette thèse n'aurait pas vu le jour.

Je voudrais ensuite remercier, dans le cadre de la collaboration CEA/IN2P3 toute l'équipe du groupe d'étude des cavités 700MHz, et en particulier Sébastien BOUSSON, Jean-Pierre CHARRIER, Guillaume DEVANZ, Huimin GASSOT, Jean LESREL, Guillaume OLRVY, Nicolas PICHOFF, Hervé SAUGNAC, Didier URIOT et Tomas JUNQUERA, qui a accepté le rôle difficile de rapporteur.

Je remercie vivement Carlo PAGANI, rapporteur également, et toute l'équipe du LASA de l'INFN Milano qui m'a accueilli durant le mois de septembre 1999, avec notamment Danilo BARNI, Angelo BOSOTTI, Gian-Luigi CIOVATI et Paolo PIERINI.

Merci à Bernard BONIN et Jean-Michel ORTEGA pour avoir accepté de faire partie du jury. Merci également à toutes les personnes qui m'ont grandement aidé tout au long de cette étude, avec en premier lieu toute l'équipe technique et/ou expérimentale du SEA (Alain ASPART, Yves BOUDIGOU, Bernard COADOU, Eliane COTTEVERTE, Yves GASSER, Abdallah HAMDI, Jorge NOVO, Bao PHUNG, Alain PORCHER, Jean-Pierre POUPEAU, Dominique ROUDIER, Georges SZEGEDI, et j'en oublie...) ainsi que toutes les personnes qui ont de près ou de loin collaboré à cette thèse (Claire ANTOINE, Michel BOLORE, Pierre BOSLAND, Stéphane CHEL, Mohammed FOUAIDY, Jacques GAIFFIER, Michel JUILLARD, Michel LUONG, Alban MOSNIER, Olivier NAPOLY, Christian TRAVIER, Joachim TUCKMANTEL, Bernard VISENTIN...); je n'oublie pas toutes les autres personnes du SEA que j'ai eu l'occasion de côtoyer, et que je remercie pour leur accueil et leur bonne humeur...

Merci enfin au grand Bertrand H., à Claire D., à Marie-Ambre E., à Marion R. ainsi qu'à Xavier H. qui ont été de passionnants compagnons de route ; un grand merci aussi à Chrystèle R. et à tous ceux (ils se reconnaîtront) qui m'ont constamment soutenu tout au long de ces trois années...

