

# THESE

présentée par  
**Olivier HENRY**

pour obtenir le grade de DOCTEUR  
de l'UNIVERSITE PARIS 7  
(Arrêté ministériel du 23 Novembre 1988)

*Spécialité :*  
Physique et technologie des grands instruments

## **Etudes des champs de sillage et d'une cavité accélératrice pour une "usine à beauté"**

Soutenue le 17/03/93 devant la Commission d'Examen

**B.GROSSETETE (Président)**  
**P.MARIN (Rapporteur)**  
**B.ZOTTER (Rapporteur)**  
**A.MOSNIER**  
**O.NAPOLY**



## REMERCIEMENTS

Cette thèse a été préparée au Commissariat à l'Energie Atomique (CEA) à Saclay, dans le Service d'Etude des Accélérateurs (CEA/DSM/DAPNIA/SEA).

Je remercie M. R. BERGERE de m'avoir accueilli dans son Département ainsi que M. M. PROME de m'avoir permis de faire cette thèse dans son Service.

Je tiens à exprimer mes plus sincères remerciements à MM. O. NAPOLY et A. MOSNIER, qui ont dirigé cette thèse, pour l'attention et le soutien qu'ils ont su me prodiguer tout au long de ces années passées sur ce sujet.

J'adresse toute ma gratitude à M. le Professeur B. GROSSETETE qui a assuré le parrainage de ce travail et qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Je suis sensible à l'honneur que m'ont fait MM. P. MARIN et B. ZOTTER d'être les rapporteurs de ce travail.

Toute la partie expérimentale n'aurait pas vu le jour si M. J. BOURBONNEUX n'y avait pas mis toutes ses compétences et une partie non négligeable de son temps. Je l'en remercie chaleureusement.

Merci aussi à C. VALLET qui m'a permis de rédiger cette thèse dans de bonnes conditions en me laissant libre accès à son bureau.

Je ne saurais oublier tous ceux qui par leur bonne humeur ont mis un peu de soleil dans le long périple qu'est une thèse, je veux parler de tous les thésards, les techniciens, les collaborateurs extérieurs et les secrétaires.

Un merci tout spécial à ma femme, Valérie, qui m'a soutenu et supporté durant les trois années.



## **RESUME**

Nous définissons les différentes notions utiles pour l'étude des champs de sillage, puis nous appliquons ces notions au tube de glissement résistif. Les calculs sont faits dans le cas des paquets courts et des petites distances. Nous montrons alors que ces expressions sont en conformité avec les valeurs asymptotiques connues.

Nous développons ensuite une structure accélératrice supraconductrice destinée à être utilisée dans des accélérateurs à forte luminosité. En raison des contraintes inhérentes à de tels accélérateurs, notre choix s'est fixé sur une structure "bicellule". Celle-ci a la particularité de permettre l'évacuation de tous les modes supérieurs, tout en conservant des caractéristiques intéressantes pour le mode fondamental. Les facteurs de surtension externe ainsi que les résistances "shunt" associées aux divers modes de la cavité ont été examinés.

Nous avons établi la viabilité d'une telle structure par une série de mesures faites sur une cavité prototype. Les amortissements ainsi mesurés sont de l'ordre de grandeur attendu et permettraient ainsi d'atteindre des luminosités suffisantes.

Ces résultats ont démontré l'intérêt de telles cavités accélératrices, qui évacuent tous les modes supérieurs, de façon simple et en minimisant le coût de fabrication.

## **MOTS CLES**

Usine à "beauté" — Champs de sillage — TBCI, URMEL — Hyperfréquence — Cavité accélératrice — Supraconductivité — Facteur de surtension — Résistance Shunt

4 de comestura

## Table des matières

I) INTRODUCTION . . . . .	9
II) USINE A BEAUTE . . . . .	13
A)Introduction . . . . .	13
B)Paramètres fondamentaux . . . . .	13
a)L'énergie dans le centre de masse . . . . .	13
b)Section efficace de production–Luminosité . . . . .	14
i)Section efficace . . . . .	14
ii)Luminosité . . . . .	15
C)Recherche des hautes luminosités . . . . .	15
a)L'effet faisceau-faisceau . . . . .	15
b)Machine asymétrique . . . . .	17
D)Instabilité un-paquet . . . . .	18
E)Conclusion . . . . .	18
III) CHAMPS DE SILLAGE . . . . .	25
A)Introduction : espace libre . . . . .	25
a)Les champs électromagnétiques . . . . .	25
i)Cas relativiste . . . . .	28
b)Force de Laplace . . . . .	28
i)Cas relativiste . . . . .	29
B)Définitions . . . . .	29
a)Potentiel de sillage, impédance et facteur de perte . . . . .	29
i)Longitudinal . . . . .	29
ii)Transverse . . . . .	30
b)Relation entre impédance et facteur de perte . . . . .	32
C)Potentiels de sillage pour un tube résistif . . . . .	33
a)Introduction . . . . .	33
b)Impédances et potentiels de sillage . . . . .	34
i)Impédances par unité de longueur . . . . .	38
ii)Potentiels de sillage par unité de longueur . . . . .	39
iii)Comportement en zéro du potentiel longitudinal . . . . .	41

c)Facteurs de perte gaussiens . . . . .	44
d)Calcul de la dispersion en énergie . . . . .	46
e)Domaine de validité . . . . .	47
f)Conclusion . . . . .	49
g)Appendice : Les potentiels de sillage dans la limite des longues distances . . . . .	49
D)Calcul des potentiels de sillage pour une structure quelconque . . . . .	51
a)Introduction . . . . .	51
b)Exemple d'application de ABCI : Transition dans les tube . . . . .	52
IV) CAVITES SUPRACONDUCTRICES ACCELERATRICES . . . . .	59
A)Pourquoi la supraconductivité ? . . . . .	59
a)Le système hyperfréquence . . . . .	59
b)Forte luminosité . . . . .	60
i)Remarques préliminaires . . . . .	60
ii)Conséquences . . . . .	61
c)Pertes parasites d'énergie . . . . .	62
i)Un passage . . . . .	62
ii)Puissance perdue par mode . . . . .	62
iii)Multi-passage . . . . .	64
d)Instabilités cohérentes . . . . .	65
e)Les paramètres de la machine . . . . .	65
f)Conclusion . . . . .	66
B)Premières approches pour le choix du système accélérateur . . . . .	67
a)Introduction . . . . .	67
b)Forme classique . . . . .	69
c)Cavité à tube largement ouvert . . . . .	70
i)Introduction . . . . .	70
ii)Les diverses approches . . . . .	70
1)"Structure ouverte" . . . . .	70
2)"Structure semi-ouverte" . . . . .	72
d)Conclusion . . . . .	73

C)Détermination des $Q_{ex}$ . . . . .	75
a)Application à la cavité semi-ouverte . . . . .	75
i)Introduction . . . . .	75
ii)Modes TE <sub>111</sub> et TM <sub>110</sub> . . . . .	76
iii)Autres modes supérieurs . . . . .	79
b)Conclusion . . . . .	83
V) ETUDES EXPERIMENTALES : STRUCTURE "BICELLULE" RESONANTE . . . . .	87
A)Introduction : choix de la cavité . . . . .	87
B)Etudes URMEL . . . . .	90
a)Introduction . . . . .	90
b)Facteurs de perte et dépôt d'énergie . . . . .	90
c)Caractéristiques fondamentales . . . . .	93
d)Les modes supérieurs . . . . .	93
i)Choix du système de couplage . . . . .	95
ii)Distribution des champs et localisation des coupleurs . . . . .	97
1)Distribution des champs . . . . .	97
2)Localisation des coupleurs . . . . .	97
iii) $Q_{ex}$ des modes supérieurs . . . . .	99
1)Les modes monopolaires . . . . .	100
2)Les modes dipolaires . . . . .	100
3)Conclusion . . . . .	101
C)Etudes expérimentales . . . . .	105
a)Le prototype étudié . . . . .	105
i)Fabrication de la cavité . . . . .	105
ii)Position azimutale des coupleurs . . . . .	105
b)Dispositif expérimental . . . . .	105
i)L'analyseur de réseau . . . . .	106
1)Sources d'erreurs et correction par l'étalonnage . . . . .	110
ii)Principes des mesures . . . . .	110
1)En réflexion . . . . .	110
2)En transmission . . . . .	112
iii)Cas des modes dipolaires . . . . .	114

c) Les résultats obtenus . . . . .	115
i) Facteur de surtension à vide : $Q_0$ . . . . .	115
ii) Action des coupleurs sur les fréquences . . . . .	116
iii) Etudes des facteurs de surtension externe : $Q_{ex}$ . . . . .	118
1) Modes monopolaires . . . . .	118
2) Modes dipolaires . . . . .	119
d) Remarques . . . . .	121
D) Conclusion . . . . .	122
VI) CONCLUSION . . . . .	127
ANNEXE A) THEOREMES DE PANOFKY-WENZEL . . . . .	133
ANNEXE B) FACTEUR DE SURTENSION ET RÉSISTANCE SHUNT . . . . .	137
i) Introduction : . . . . .	137
ii) Pertes dans les guides et les cavités, résistance shunt . . . . .	137
1) Pertes dans les cavités : facteur de surtension . . . . .	137
2) La résistance shunt . . . . .	143
ANNEXE C) UTILISATION DES DONNÉES URMEL . . . . .	145
i) Généralité . . . . .	145
1) Demi cellule . . . . .	145
2) Une cellule . . . . .	146
ii) calcul des paramètres fondamentaux . . . . .	147
1) Résistance shunt . . . . .	147
2) Champs pics / champ accélérateur . . . . .	147
ANNEXE D) MÉTHODE SLATER . . . . .	151
i) Introduction . . . . .	151
ii) Impédance du guide d'onde . . . . .	151
iii) Définition et détermination du $Q_{ex}$ . . . . .	154
ANNEXE E) MÉTHODE DE KROLL ET YU . . . . .	157

# **I) INTRODUCTION**



# I) INTRODUCTION

Le travail de thèse qui est présenté dans ce mémoire a été effectué dans le Service d'Etude des Accélérateurs du Commissariat à l'Energie Atomique (CEA/Saclay/DSM/DAPNIA/SEA) qui a acquis une grande expérience dans l'étude des structures accélératrices supraconductrices en hyperfréquence.

Afin de mieux comprendre certains phénomènes liés au modèle standard, les physiciens voudraient pouvoir travailler sur les mésons B issus des quarks b. Des accélérateurs circulaires, appelée "usine à beauté", sont étudiés afin de pouvoir faire ces études. Ces futurs accélérateurs de particules devront permettre de voir des phénomènes de plus en plus fins et dont la probabilité est de plus en plus faible. Une des possibilités qui s'offre à nous pour obtenir un rendement de collision optimal est d'augmenter la luminosité de la machine. Cette augmentation pourra être obtenue par un accroissement de l'intensité du faisceau et une diminution de sa taille.

Les problèmes qui découlent de la forte intensité du faisceau, peuvent être résumés par des phénomènes de perte d'énergie lors de la traversée d'une discontinuité, et de déstabilisation des paquets d'électrons. La perte d'énergie parasite que nous pouvons observer est caractérisée par un facteur de perte  $k$  qui sera d'autant plus important que la perte sera grande. Les instabilités que le faisceau peut subir sont dues aux modes supérieurs qui sont excités dans la cavité pendant le passage du paquet, ces modes pouvant avoir une interaction avec les paquets suivants et même avec le paquet émetteur, dans le cas d'accélérateurs circulaires.

Plusieurs laboratoires s'intéressent à ces problèmes et cherchent à mettre au point des cavités accélératrices qui permettraient d'augmenter la luminosité. Nous pouvons citer par exemple le laboratoire Cornell (USA) qui, avec le laboratoire KEK (Japon), a mis au point une structure supraconductrice, ou bien le laboratoire SLAC (USA) qui a mis au point une structure plus classique non supraconductrice.

Le SEA a développé sa propre solution pour résoudre ce problème, solution qui trouve son inspiration dans les travaux des deux laboratoires américains tout en gardant son originalité. La structure accélératrice que nous avons mise au point est une cavité hybride entre les cavités de type classique "fermée" et de type "ouverte". Les objectifs fixés sont d'obtenir des amortissements très importants des modes supérieurs avec des facteurs de surtension externe inférieurs à 100, et un coût de fabrication abaissé par rapport aux deux autres solutions.

Après la définition théorique de la cavité, nous exposerons l'étude expérimentale sur une maquette des caractéristiques du mode fondamental ainsi que des couplages qui existent entre cavité et tube faisceau. Et ainsi nous chercherons à valider le concept de cavité "bicellule" résonante asymétrique.

Ce mémoire comporte quatre parties.

Dans le premier chapitre, est présentée une approche simplifiée de la physique du quark  $b$ , ce qui nous permettra de mieux comprendre les enjeux de cette nouvelle machine.

Le deuxième chapitre est consacré aux phénomènes des champs de sillage. Nous commençons par des rappels pour envisager ensuite le cas plus concret du tube de glissement résistif. L'étude des discontinuités telles que les cavités, ne peut pas se traiter analytiquement. Le principal code de calcul développé pour la résolution des équations de Maxwell est expliqué, et appliqué au cas des cavités accélératrices.

Le troisième chapitre discute le choix que nous avons fait de l'option supraconductrice et explique les diverses approches de la conception d'une cavité accélératrice. Nous donnons également la description d'un premier concept de cavité envisagée dans notre groupe.

Le dernier chapitre est consacré à l'étude théorique et expérimentale d'une structure "bicellule" qui permet d'obtenir tous les modes supérieurs en propagation avec de forts amortissements.

## **II) USINE A BEAUTE**

**A) Introduction**

**B) Paramètres fondamentaux**

**C) Recherche des hautes luminosités**

**D) Conclusion**



## II) USINE A BEAUTE

### A) Introduction

Il est convenu d'appeler "usine à beauté" des anneaux de stockage d'électrons et de positrons capables de produire un nombre d'évènements 100 fois plus grand que les machines actuelles, en vue de pratiquer de la physique du quark b avec une haute précision. La production de photons virtuels  $\gamma$  à 10 GeV, donnant le quark b et l'anti-quark b liés, mène à des produits de désintégration qui sont la combinaison d'un de ces quarks avec un quark de l'environnement. Cette réaction peut donner des mésons  $B^+$ ,  $B^-$ ,  $B^0$ , ou  $\bar{B}^0$  qui sont, respectivement, constitués par les paires  $(u\bar{b})$ ,  $(\bar{u}b)$ ,  $(d\bar{b})$  et  $(\bar{d}b)$ . L'étude des grandeurs physiques relatives à ces mésons peut permettre de confirmer le modèle standard, et d'étudier l'origine de la violation de CP.

### B) Paramètres fondamentaux

#### a) L'énergie dans le centre de masse

Dans le cas de deux particules se déplaçant à la vitesse de la lumière dans des directions opposées, l'énergie dans le centre de masse est donnée par :

$$\begin{aligned}
 E_{cm}^2 &= (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2 \\
 &\text{avec } m^2 c^4 \text{ négligeable} \\
 &= 2E_1 E_2 - 2p_1 p_2 c^2 \cos\theta \\
 &\text{or } \theta = \pi \\
 &= 2E_1 E_2 + 2p_1 p_2 c^2 = 4E_1 E_2 \\
 E_{cm} &= 2\sqrt{E_1 E_2}
 \end{aligned}
 \tag{II.B.a.1}$$

## b) Section efficace de production–Luminosité

### Section efficace

Nous pouvons, pour simplifier, dire que la section efficace est une probabilité de voir se produire un processus particulier.

Pour une réaction du type :

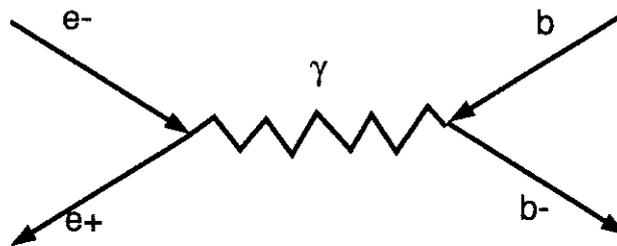


figure II-1 : Interaction  $e^+e^-$

On a par définition<sup>[1]</sup> :

$$\frac{dN}{dt} = \sigma \rho_1 \rho_2 \left| \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \right| d^3V
 \tag{II.B.b.i.2}$$

avec  $N$  taux d'interaction total,  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  les vitesses des paquets 1 et 2,  $\rho_1$  et  $\rho_2$  les densités,  $\sigma$  la section efficace,  $d^3V$  un élément de volume et  $dt$  un élément de temps.

## Luminosité

Si nous observons le nombre d'évènements  $dN/dt$  par unité de temps, nous voyons qu'il y a proportionnalité entre ce nombre et la section efficace. Ce coefficient de proportionnalité est appelé luminosité (tableau II-2) :

$$dN/dt=L\sigma$$

Dans le cas de deux paquets gaussiens en collision, nous pouvons montrer que la luminosité a pour expression<sup>[2]</sup> :

$$L = \frac{f N_1 N_2}{4\pi \sigma_x \sigma_y} \quad (\text{II.B.b.ii.3})$$

où  $f$  est la fréquence d'arrivée des paquets,  $N_1$  et  $N_2$  les nombres de particules des paquets 1 et 2,  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  les dimensions transverses du paquet supposé gaussien, de dimension longitudinale  $\sigma_z$ .

Il est donc possible en modifiant les caractéristiques des paquets de changer la luminosité et par suite le nombre d'évènements observables pour un processus donné.

Dans le cas d'une réaction de type électron sur positron donnant  $\tau^+\tau^-$  par exemple, la section efficace est de  $0,5 \cdot 10^{-33} \text{ cm}^2$  donc si nous voulons avoir un nombre d'évènements significatif, une luminosité supérieure à  $2 \cdot 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  est nécessaire. Cet ordre de grandeur ne peut être obtenu qu'avec des intensités faisceau importantes, courant total de 2,56 A pour 320 paquets par seconde soit 8 mA par paquet. (tableau II-2)

## C) Recherche des hautes luminosités

### a) L'effet faisceau-faisceau

En calculant les champs électromagnétiques créés par les particules du paquet nous pouvons montrer que pour des faisceaux de charge opposée il y a un effet de pincement dû à un phénomène de lentille convergente. Une fois les deux paquets séparés il s'opère une perturbation du faisceau pouvant amener des effets d'instabilité importants.

Conséquences :

1) Il devient indispensable de diminuer le nombre de points de collision : pour un faisceau de N paquets nous avons 2N points de collision. Il est nécessaire d'avoir deux anneaux différents pour ne pas trop dégrader le faisceau et ainsi ne pas perdre de luminosité

2) Il est nécessaire d'avoir des paquets courts car dans une section droite, l'enveloppe du faisceau est donnée par :

$$\beta(s) = \beta^* + s^2/\beta^* \quad (\text{II.C.a.4})$$

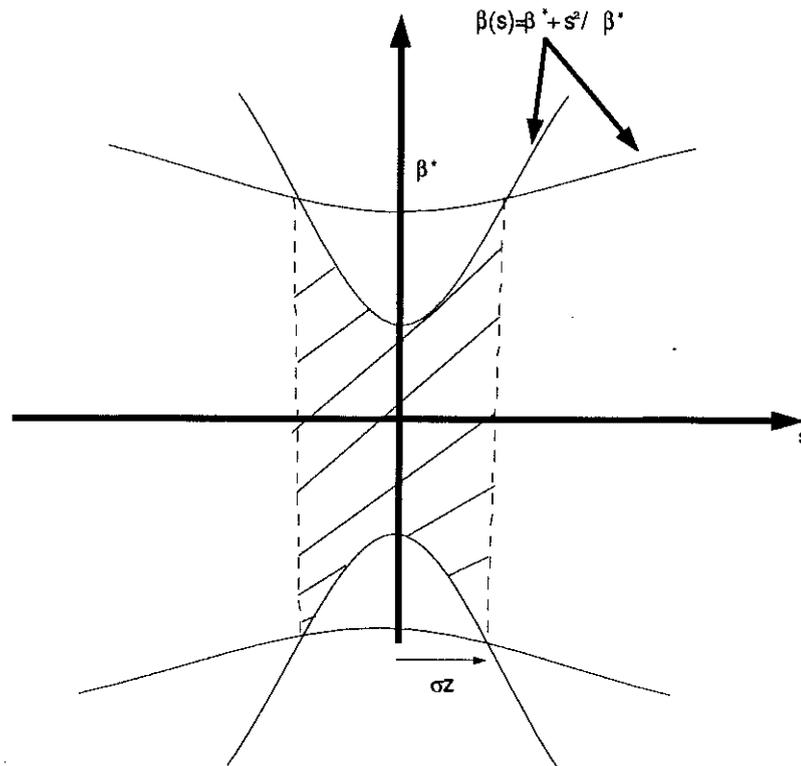


figure II-2 : Enveloppe du faisceau pour deux valeurs de  $\beta^*$

Si  $\sigma_z \geq \beta^*$ , les paquets se croisent avec des sections transverses variables, l'expression de L doit être corrigée<sup>[4]</sup> :

$$L = L_0 \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} dx e^{-x^2} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\sigma_z}{\beta^*} x\right)^2\right]^\alpha} \quad (\text{II.C.a.5})$$

$\alpha=1$  pour un faisceau rond et  $\alpha=1/2$  pour un faisceau plat

Pour que le facteur correctif soit proche de un, il faut  $\sigma_z < \beta^*$ .

## **b) Machine asymétrique**

On trouvera dans le tableau II-3 les caractéristiques finales de l'usine à beauté proposée au CERN<sup>[3]</sup> dans les cas d'accélérateurs ayant deux anneaux d'énergies égales ou différentes (symétriques et asymétriques).

Le choix de la machine asymétrique s'est fait sur des critères de physique pour obtenir un centre de masse en mouvement dans le laboratoire<sup>[4]</sup>. Dans ce cas la sensibilité pour la mesure de la violation de CP sera améliorée<sup>[5]</sup>.

Cette solution devrait permettre d'obtenir des luminosités de l'ordre de  $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  pour une énergie de faisceau de 8 GeV. Le courant total de 2,56 A, étant très fort risque d'engendrer des perturbations non négligeables sur la conduite du faisceau. Afin de minimiser ces perturbations et d'obtenir avec plus de chances de succès la luminosité souhaitée, il va être nécessaire de mieux comprendre les phénomènes qui apparaissent lors du passage d'un paquet d'électrons dans une structure quelconque. Ces phénomènes peuvent se classer en deux catégories :

–Perte d'énergie parasite : le faisceau charge le milieu extérieur en champs électromagnétiques et perd de l'énergie,

$$\Delta U = kQ^2 \quad (\text{II.C.b.i.6})$$

avec Q charge du faisceau.

Le facteur de perte k est d'autant plus grand que le paquet est petit.

–Les instabilités cohérentes : (instabilités multi-paquets) apparaissent à cause du champ créé par un paquet qui résonne durant un temps suffisamment long pour interagir avec les paquets suivants.

Les deux phénomènes, dont la source est l'interaction du faisceau avec le milieu extérieur, se caractérisent par les impédances longitudinale et transverse du milieu extérieur.

## **D) Instabilité un-paquet**

Il s'agit de l'instabilité engendrée par le paquet et qui agit sur lui-même. Cette action dépend directement de l'intensité du paquet. Or, bien que le faisceau soit d'intensité forte, il est découpé en un nombre important de paquets ( de l'ordre de 400 ) ce qui fait que l'intensité par paquet reste faible. De ce fait l'effet un-paquet peut être négligé devant l'instabilité multi-paquet.

## **E) Conclusion**

La suite du rapport portera sur une étude approfondie des potentiels de sillage et des facteurs de perte afin de pouvoir mieux comprendre les pertes parasites. Ensuite nous nous attacherons à regarder les problèmes liés aux instabilités cohérentes et à la façon de les éviter. Nous étudierons en particulier les diverses formes de cavités qui permettent une évacuation rapide des modes supérieurs.

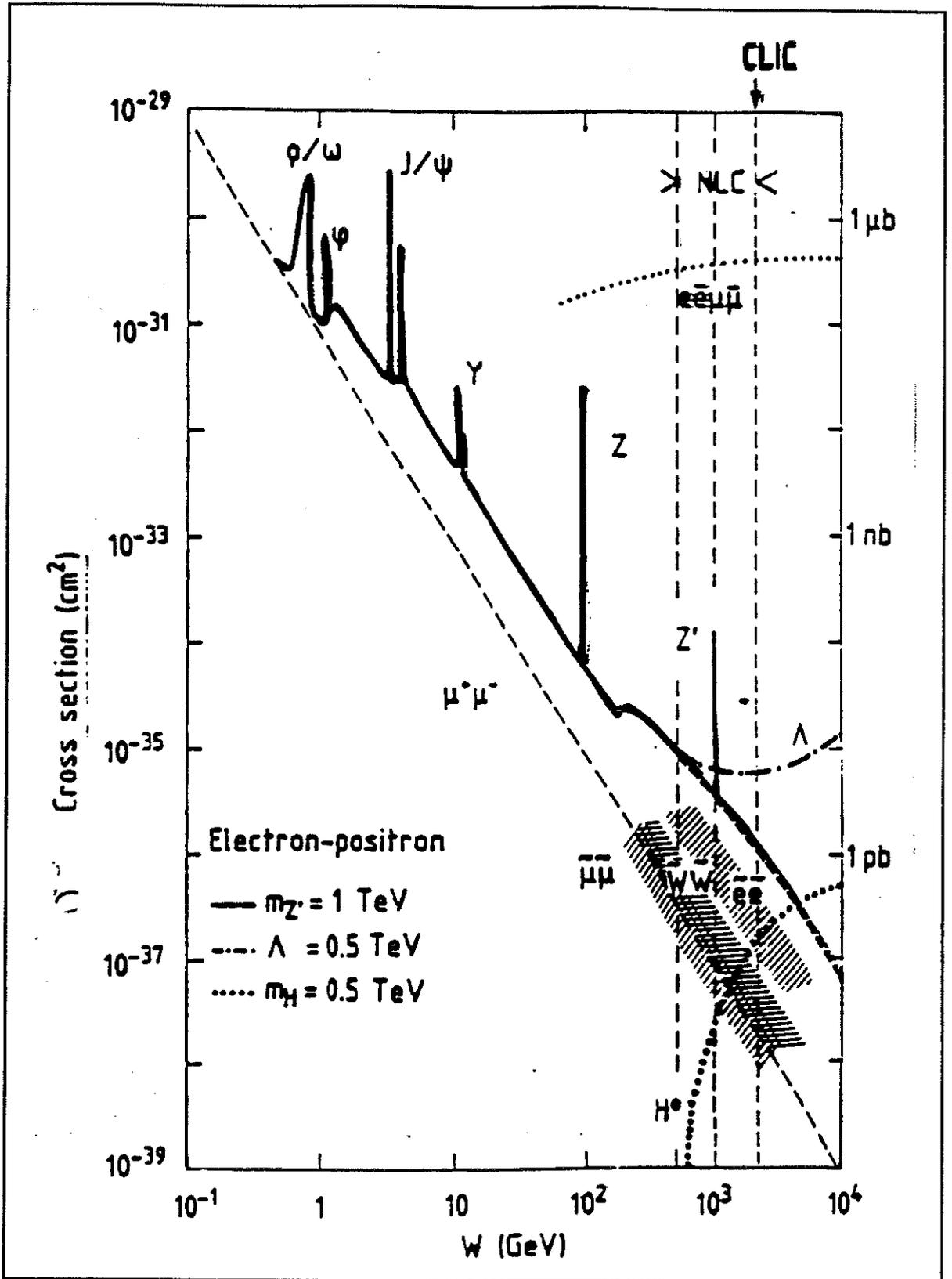


tableau II-1 : Section efficace fonction de l'énergie

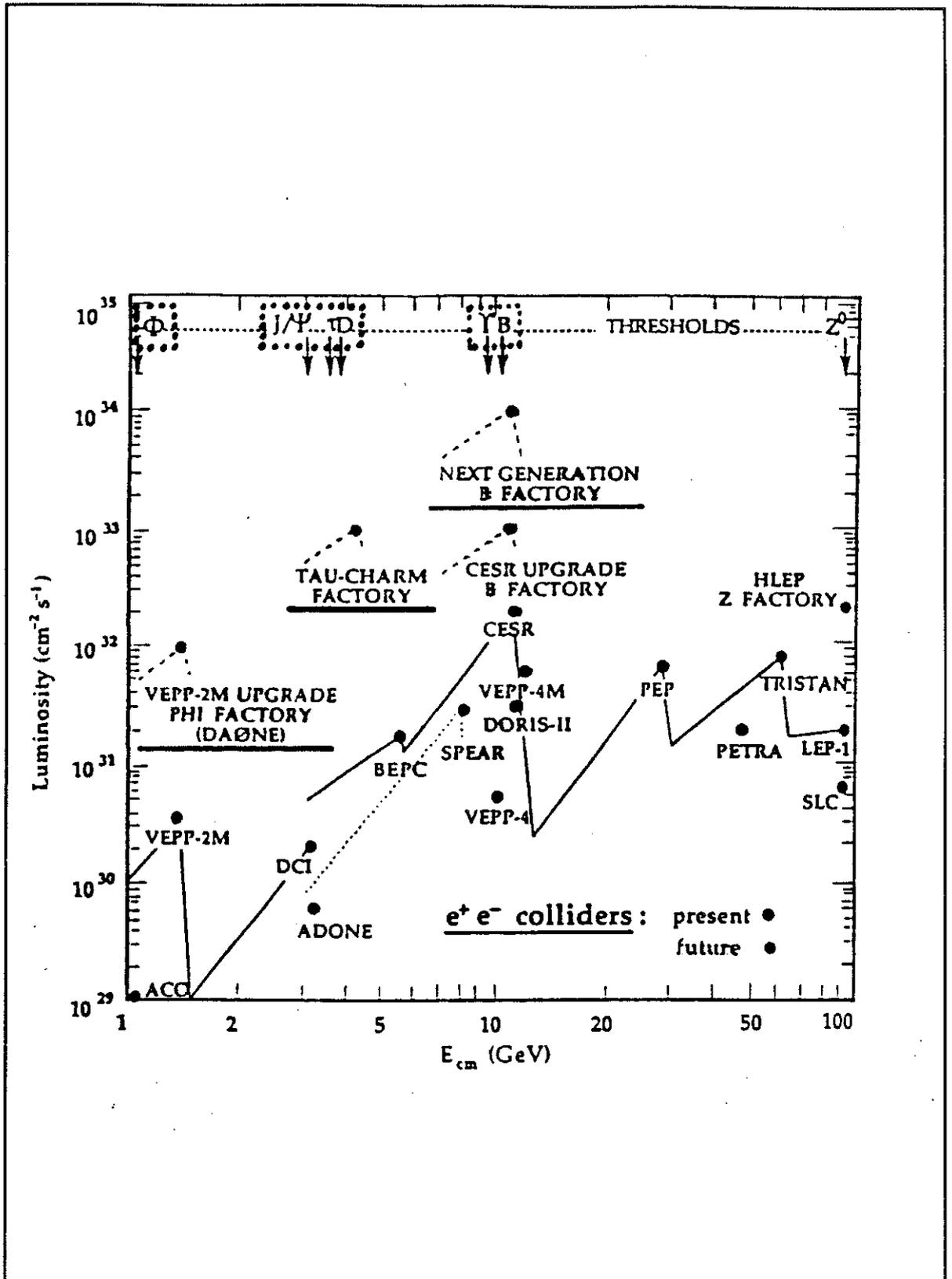


tableau II-2 : Luminosité fonction de l'énergie

Type	[cm <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> ]	Asymmetric		Symmetric
		10 <sup>34</sup>		
Luminosity		Ring 1	Ring 2	6-10 <sup>33</sup>
Particles		e <sup>+</sup>	e <sup>-</sup>	
<u>Energy</u>	[GeV]	<u>3.5</u>	<u>8</u>	<u>5.3</u>
Circumference L	[m]	963.43	963.43	963.43
Bending radius ρ	[m]	65	65	65
Number of bunches n <sub>b</sub>		320	320	48
Harmonic number		1600	1600	1600
RF frequency	[MHz]	497.9	497.9	497.9
Momentum compaction factor α		0.0086	0.005	0.017
Horizontal tune Q <sub>H</sub>		14.3	18.3	8.3
Vertical tune Q <sub>V</sub>		16.4	16.4	14.3
Aspect ratio σ <sub>V</sub> /σ <sub>H</sub>		0.03	0.03	0.03
Vertical tune shift ξ <sub>V</sub>		0.05	0.05	0.05
Horizontal tune shift ξ <sub>H</sub>		0.05	0.05	0.05
Vertical beta at interaction point β <sub>V</sub>	[m]	0.01	0.01	0.01
Horizontal beta at interaction point β <sub>H</sub>	[m]	0.33	0.33	0.33
Vertical emittance ε <sub>V</sub> = σ <sub>V</sub> <sup>2</sup> /β <sub>V</sub>	[10 <sup>-6</sup> m]	0.003	0.003	0.011
Horizontal emittance ε <sub>H</sub> = σ <sub>H</sub> <sup>2</sup> /β <sub>H</sub>	[10 <sup>-6</sup> m]	0.09	0.09	0.36
Disruption parameter D		0.30	0.30	0.30
Bunch length σ <sub>z</sub>	[m]	0.0048	0.0048	0.0048
Energy spread σ <sub>e</sub> /E	[10 <sup>-3</sup> ]	0.41	0.85	0.56
Longitudinal damping time	[ms]	50	4.6	16
<u>Total current</u>	[A]	<u>2.56</u>	<u>1.12</u>	<u>1.0</u>
Current per bunch I <sub>b</sub>	[mA]	8	3.5	21
Particles per bunch	[10 <sup>11</sup> ]	1.6	0.70	4.2
Radiation loss per turn	[MeV]	0.22	5.6	1.1
Synchrotron radiation power	[MW]	<u>0.56</u>	<u>6.24</u>	<u>1.1</u>
Peak radiation loss in bending magnets	[kW/m]	1.28	15.3	2.7
<u>Peak RF voltage V<sub>RF</sub></u>	[MV]	<u>20.5</u>	<u>120</u>	<u>115</u>
<u>Total RF power P<sub>RF</sub></u>	[MW]	<u>1.4</u>	<u>6.8</u>	<u>3.4</u>
Number of 1 MWatt klystrons		2	8	5
Number of cavities		8	64	40
Beam power loss P <sub>beam</sub>	[MW]	1.4	6.8	3.4
Dissipated power per cavity P <sub>diss</sub>	[kW]	s.c.	s.c.	s.c.
<u>HOM losses per cavity P<sub>HOM</sub></u>	[kW]	<u>34</u>	<u>6.5</u>	<u>36</u>
<u>HOM power in vacuum chamber P<sub>VAC</sub></u>	[kW]	<u>590</u>	<u>110</u>	<u>850</u>
Total input power per cavity	[kW]	180	110	85
Accelerating field	[MV/m]	8.5	6.3	9.5

tableau II-3 : Caractéristiques de l'accélérateur

Références

- <sup>1</sup> "The luminosity for beam distributions with error and wakefield effects in linear colliders"  
O.Napoly (CERN SL/92-34 (AP) CLIC Note 173)
- <sup>2</sup> B.GROSSETETE cours physique "interactions particules matières"
- <sup>3</sup> "Feasibility study for a B-meson factory in the CERN ISR tunnel" T.Nakada (CERN 90-02,  
PSI PR-90-08, 30 March 1990)
- <sup>4</sup> "Asymmetric storage ring" S.Chattopadhyay, Berkeley (August 25, 1989, Tsukuba, Japan)
- <sup>5</sup> "An asymmetric B-factory based on PEP" SLAC-372, B-factory design group

## **III) CHAMPS DE SILLAGE**

**A) Introduction : espace libre**

**B) Définitions**

**C) Potentiel de sillage pour un tube résistif**

**D) Calcul des potentiels de sillage pour une structure quelconque**



### III) CHAMPS DE SILLAGE

#### A) Introduction : espace libre

##### a) Les champs électromagnétiques

Une particule chargée au repos dans un référentiel émet uniformément dans toutes les directions de l'espace un champ électromagnétique :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \\ \vec{B} &= \vec{0}\end{aligned}\tag{III.A.a.1}$$

Si la particule est animée d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme suivant un axe z dans le référentiel R, elle est au repos dans le référentiel R'.

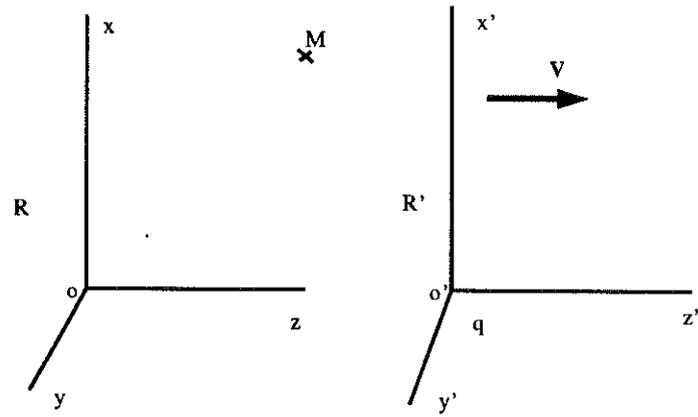


figure III-1 : Référentiel R' en mouvement par rapport à R

Les champs dans le référentiel R sont alors connus par transformation de Lorentz sur les champs dans R' :

$$\begin{aligned} \vec{E}(M) &= \begin{Bmatrix} \gamma E'_x(M) \\ \gamma E'_y(M) \\ E'_z(M) \end{Bmatrix} \\ \vec{B}(M) &= \begin{Bmatrix} -\gamma\beta \frac{E'_y}{c} \\ \gamma\beta \frac{E'_x}{c} \\ 0 \end{Bmatrix} = \vec{\beta} \wedge \vec{E}(M)/c \end{aligned} \quad (\text{III.A.a.2})$$

En coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  dans le référentiel R, nous avons donc pour les composantes non nulles :

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\gamma r}{\left(r^2 + \gamma^2(z - vt)^2\right)^{3/2}} \\ E_z &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\gamma(z - vt)}{\left(r^2 + \gamma^2(z - vt)^2\right)^{3/2}} \\ B_\theta &= \frac{\beta}{c} E_r \end{aligned} \quad (\text{III.A.a.3})$$

nous posons :  $r'^2 = r^2 + \gamma^2(z - vt)^2$

Pour un mouvement de vitesse  $v$  l'émission électromagnétique se fait suivant un angle  $\alpha$  d'autant plus petit que  $v$  est proche de  $c$  :

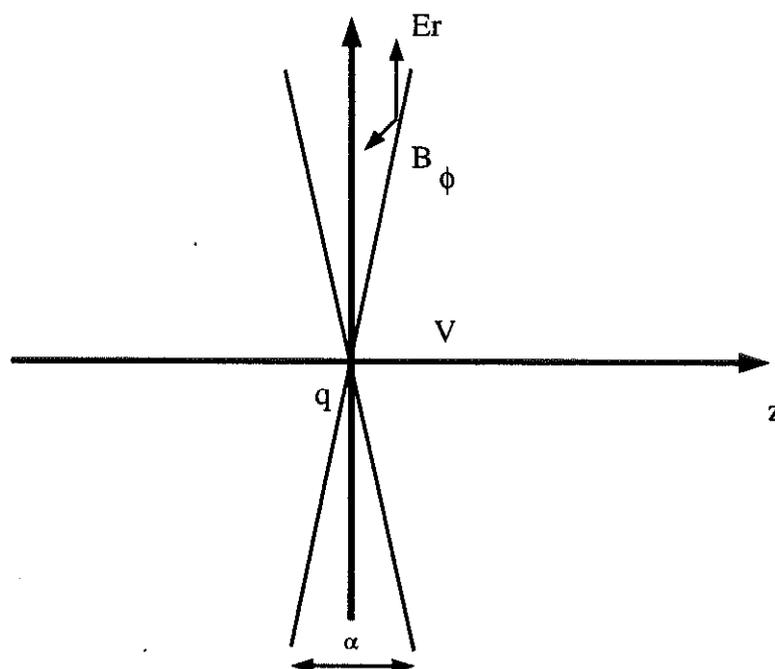
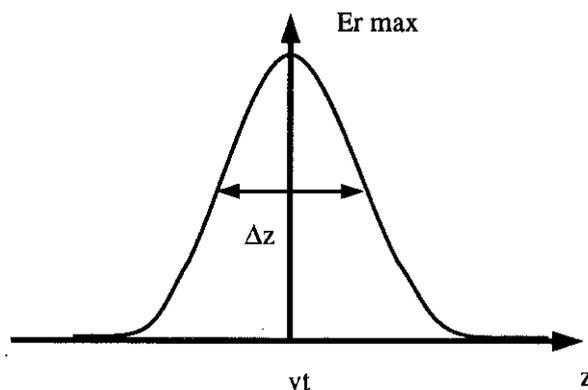


figure III-2 : Emission électromagnétique

Numériquement cet angle  $\alpha$  est donné par la largeur à mi-hauteur de la distribution du champ électrique radial  $E_r$  :

figure III-3 : Distribution du champ  $E_r$ 

Le maximum de champ  $E_r$  est obtenu pour  $z=vt$ , ce qui donne  $r'=r$ .  $E_r/2$  sera trouvé, à une distance  $r$  donnée, par  $r'^3=2r^3$ . Par ailleurs la largeur à mi-hauteur est  $\Delta z$  donc  $r'^2=r^2-\gamma^2\Delta z^2/4$ , ainsi nous en déduisons  $(2^{2/3}-1)r^2 = \gamma^2\Delta z^2/4$ . Dans l'approximation des petits angles nous avons la relation  $\alpha = \Delta z/r = 1,54/\gamma$

## Cas relativiste

D'après l'équation (III.A.a.3) nous pouvons remarquer qu'il est possible de faire une majoration du champ électrique  $E_z$  de la manière suivante :

$$E_z < \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\gamma^2(z-vt)^2} \quad (\text{III.A.a.i.4})$$

Ce qui montre que le champ  $E_z$  s'annule lorsque  $\gamma$  tend vers l'infini.

Pour le champ radial il est possible de le réécrire de la façon suivante :

$$E_r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{r/\gamma}{\left(r^2/\gamma^2 + (z-vt)^2\right)^{3/2}} \quad (\text{III.A.a.i.5})$$

Nous savons que  $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\epsilon}{(u^2 + \epsilon^2)^{3/2}} = 2\delta(u)$ , ce qui donne alors :

$$E_r = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot \delta(z-vt) \quad (\text{III.A.a.i.6})$$

Donc, dans le cas relativiste, la composante longitudinale du champ électrique tend vers zéro, et la composante transverse est représentée par une fonction delta.

## b) Force de Laplace

La force de Laplace s'exerçant sur une particule de charge  $Q$ , est donnée par :

$$\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{III.A.b.7})$$

Ce qui donne pour ses différentes composantes :

$$\begin{aligned} F_r &= Q(E_r - v B_\theta) = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{qQr}{4\pi\epsilon_0 r^3} \\ F_\theta &= 0 \\ F_z &= QE_z = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\gamma(z-vt)}{r^3} \end{aligned} \quad (\text{III.A.b.8})$$

## Cas relativiste

La force longitudinale est nulle car le champ  $E_z$  est nul.

La force transverse varie en  $1/\gamma$  ce qui la rend aussi égale à zéro.

En conséquence la charge  $Q$  ne subit aucune force de Laplace, dans le cas relativiste.

## B) Définitions

### a) Potentiel de sillage, impédance et facteur de perte<sup>[1],[2],[3]</sup>

#### Longitudinal

Soit une particule de charge  $q$  se déplaçant à la vitesse  $v$  suivant l'axe  $z$ , et une particule test de charge  $Q$  à la distance  $s$  de  $q$  ( $s$  positive) se déplaçant à la même vitesse :

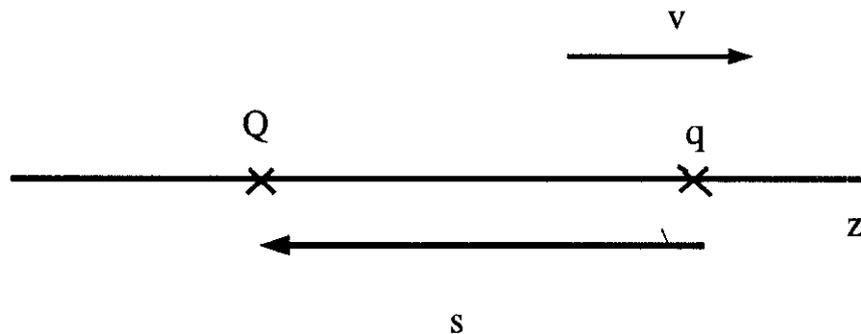


figure III-4 : Positions relatives des particules  $q$  et  $Q$

Nous avons vu que dans le cas de l'espace libre, la charge test ne voit aucune force électromagnétique issue de la particule  $q$ .

Nous considérons, maintenant, que la particule se trouve dans un environnement métallique (tube de glissement ou cavité) de symétrie axiale ( $Oz$ ). Le champ électromagnétique émis se réfléchit sur les parois et se trouve dans le sillage de la particule  $q$ . Le potentiel de sillage longitudinal se définit alors ainsi :

$$W_{\parallel 0}(s, r, \theta) = \frac{\Delta U(s)}{qQ} = -\frac{1}{q} \int_{Z_1}^{Z_2} E_{z0} \left( r, z, \theta, t = \frac{z+s}{c} \right) dz \quad (\text{III.B.a.i.9})$$

où  $E_{z0}$  est le champ longitudinal émis par une charge ponctuelle, l'intervalle  $[Z_1, Z_2]$  représente pour un tube de glissement une unité de longueur et pour une cavité  $[-\infty, +\infty]$ .

Le potentiel longitudinal est donc proportionnel à  $\Delta U(s)$  : l'énergie perdue par la particule  $Q$  à la traversée de la structure de  $Z_1$  à  $Z_2$ .

Dans le cas ultrarelativiste l'effet de la causalité implique un potentiel de sillage nul à l'avant de la charge  $q$ . Par définition l'impédance longitudinale est donnée par la transformée de Fourier du potentiel de sillage  $W_{\parallel 0}$  :

$$Z_{\parallel}(\omega) = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} W_{\parallel 0}(s) e^{i\omega s/c} ds \quad (\text{III.B.a.i.10})$$

Pour un paquet de distribution  $\lambda(s)$ , se déplaçant dans le plan transverse  $(r, \theta)$ , le potentiel est donné par :

$$W_{\parallel}(s, r, \theta) = \int_{-\infty}^s \lambda(s') W_{\parallel 0}(s - s', r, \theta) ds' \quad (\text{III.B.a.i.11})$$

Une troisième grandeur, le facteur de perte, est définie par :

$$k_{\parallel} = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s) W_{\parallel}(s, r, \theta) ds \quad (\text{III.B.a.i.12})$$

$k_{\parallel}$  mesure l'énergie totale perdue par le paquet.

## Transverse

Nous pouvons, de la même façon, définir les grandeurs transverses en tenant compte des forces de Laplace transverses, donc des champs  $E_r, E_{\theta}$  et  $B_r, B_{\theta}$ . Le potentiel de sillage transverse est défini par :

$$\vec{W}_{\perp 0}(s) = \frac{c\Delta\vec{p}_{\perp}}{qQ} = \frac{1}{q} \int_{Z_1}^{Z_2} \left\{ \vec{E}_{\perp 0} + c(\vec{z} \wedge \vec{B}_0) \right\} \left( r, z, \theta, t = \frac{z+s}{c} \right) dz \quad (\text{III.B.a.ii.13})$$

où  $\Delta\vec{p}_{\perp}(s)$  est l'impulsion transverse reçue par la charge  $Q$  à la traversée de la cavité et  $\vec{E}_{\perp 0}$  et  $\vec{B}_0$  sont les champs pour une charge ponctuelle.

Par définition l'impédance transverse est donnée par la transformée de Fourier du potentiel de sillage  $\vec{W}_{\perp 0}$  :

$$\vec{Z}_{\perp}(\omega) = \frac{-i}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{W}_{\perp 0}(s) e^{i\omega s/c} ds \quad (\text{III.B.a.ii.14})$$

Par tradition le facteur unitaire imaginaire est introduit dans la définition de l'impédance pour que les parties longitudinale et transverse apparaissent de la même façon dans les calculs des instabilités longitudinale et transverse.

Pour un paquet de distribution  $\lambda(s)$ , se déplaçant dans le plan transverse  $(r, \theta)$ , le potentiel est donné par :

$$\vec{W}_{\perp}(s, r, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s') \vec{W}_{\perp 0}(s - s', r, \theta) ds' \quad (\text{III.B.a.ii.15})$$

Une troisième grandeur, le facteur de perte transverse, est définie par :

$$\vec{k}_{\perp} = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s) \vec{W}_{\perp}(s, r, \theta) ds \quad (\text{III.B.a.ii.16})$$

Il mesure le transfert d'impulsion transverse reçue par le paquet à la traversée de la structure.

## b) Relation entre impédance et facteur de perte

Pour un paquet de distribution  $\lambda(s)$  :

$$k_{\parallel} = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s) W_{\parallel}(s) ds \quad (\text{III.B.b.17})$$

L'équation (III.B.a.11) nous montre que le potentiel de sillage est un produit de convolution. Sa transformée est donc le produit des transformées de Fourier de la distribution  $\lambda(s)$  et du potentiel de sillage pour une charge ponctuelle. Ce qui nous donne alors  $W_{\parallel}(\omega) = \lambda(\omega) Z_{\parallel}(\omega)$ . Nous en arrivons à une expression du facteur de perte en fonction de l'impédance :

$$k_{\parallel} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^2(\omega) Z_{\parallel}(\omega) d\omega \quad (\text{III.B.b.18})$$

De plus l'impédance longitudinale peut se mettre sous la forme :

$$Z_{\parallel}(\omega) = R_{\parallel}(\omega) + i\chi_{\parallel}(\omega) \quad (\text{III.B.b.19})$$

avec  $R$  la résistance paire et  $i\chi$  la réactance impaire. Dans l'intégration qui donne le facteur de perte il ne restera que la partie paire soit :

$$k_{\parallel} = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \lambda^2(\omega) R_{\parallel}(\omega) d\omega \quad (\text{III.B.b.20})$$

Dans le cas d'un paquet gaussien nous aurons :

$$k_{\parallel}(\sigma_z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} R_{\parallel}(\omega) e^{-\left(\frac{\omega\sigma_z}{c}\right)^2} d\omega \quad (\text{III.B.b.21})$$

De même dans le cas transverse nous pourrions remarquer que nous avons un produit de convolution qui nous donne alors :

$$\begin{aligned}
\vec{k}_\perp &= \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(\omega) \vec{W}_\perp(\omega) d\omega \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^2(\omega) \vec{Z}_\perp(\omega) d\omega
\end{aligned}
\tag{III.B.b.22}$$

avec cette fois :

$$\vec{Z}_\perp(\omega) = \vec{R}_\perp(\omega) + i\vec{\chi}_\perp(\omega)
\tag{III.B.b.23}$$

Mais le facteur  $-i$  qui est apparu lors de la définition de l'impédance transverse inverse les parités. Ce qui donne cette fois dans le cas d'un paquet gaussien :

$$\vec{k}_\perp(\sigma_z) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \vec{\chi}_\perp(\omega) e^{-\left(\frac{\omega\sigma_z}{c}\right)^2} d\omega
\tag{III.B.b.24}$$

## C) Potentiels de sillage pour un tube résistif<sup>[4]</sup>

### a) Introduction

Le calcul des champs de sillage générés par une distribution de charge en mouvement dans un tube métallique circulaire avec une conductivité finie a déjà été fait dans<sup>[5]</sup>, et depuis, a été présenté dans de multiples articles<sup>[6]</sup>. Dans chacun de ces articles <sup>[5],[6],[7]</sup>, les potentiels de sillage longitudinal et transverse, impédances et facteurs de perte sont donnés dans leurs formes asymptotiques : les auteurs ne se sont intéressés qu'aux longues distances (donc aux basses fréquences) → lorsque la distance  $s$  derrière la charge excitatrice ou la largeur  $\sigma_z$  du paquet est grande comparée à une distance caractéristique  $s_0$  donnée par :

$$s_0 = \left( \frac{a^2}{Z_0 \sigma} \right)^{\frac{1}{3}}
\tag{III.C.a.25}$$

où  $a$  est le rayon du tube,  $Z_0$  l'impédance du vide et  $\sigma$  la conductivité du métal.

Dans la pratique, les expressions asymptotiques suffisent à toutes les applications d'accélérateurs (distances caractéristiques beaucoup plus grandes que  $s_0$ , même pour des tubes de large rayon : tableau III-1). Ceci va changer avec la nouvelle génération de collisionneurs linéaires<sup>[8],[9],[10]</sup> pour lesquels la longueur des paquets est de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$ , ce qui permet d'obtenir de faible  $\beta^*$  dans le système final de focalisation et de diminuer les problèmes de beam-strahlung et de création de paires durant la collision. Au regard du tableau 1 pour des tubes en cuivre, et bien plus pour des métaux de faible conductivité pour lesquels  $s_0$  est grand, l'utilisation de l'approximation des grandes distances pour le potentiel de sillage n'est plus suffisante, ce qui nécessite d'aller au delà de cette approximation.

a (cm)	10	5	1	0,5
$s_0$ ( $\mu\text{m}$ )	77	48	17	10

tableau III-1 : Distance caractéristique  $s_0$  pour différents rayons a du tube pour la conductivité du cuivre à 300 K ( $5,9 \cdot 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ )

Le but de ce paragraphe est de dériver les expressions des potentiels de sillage et des facteurs de perte en incluant les courtes distances, et d'étudier avec plus de soin le départ vers le cas asymptotique. Impédances et potentiels de sillage sont calculés dans la section b. Le facteur de perte est calculé dans la section c pour un paquet gaussien et les résultats sont appliqués au cas des paquets très courts.

## b) Impédances et potentiels de sillage

Nous considérons une particule chargée en mouvement à l'intérieur d'un tube de rayon a et parallèlement à son axe. Pour une particule de vitesse v, nous utilisons les coordonnées cylindriques ( $r=r_0$ ,  $\theta=0$ ,  $z=vt$ ). Nous obtenons les équations de Maxwell suivantes :

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\
 \vec{\nabla} \wedge \vec{E} &= -\partial_t \vec{B} \\
 \vec{\nabla} \wedge \vec{B} &= \frac{1}{c^2} \partial_t \vec{E} + \mu_0 \sigma \vec{E}
 \end{aligned}
 \tag{III.C.b.26}$$

Le champ électromagnétique excité par la charge q peut alors être décomposé en :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}^{(0)} + \vec{E}^{(r)} \\ \vec{B} &= \vec{B}^{(0)} + \vec{B}^{(r)}\end{aligned}\tag{III.C.b.27}$$

où  $(\vec{E}^{(0)}, \vec{B}^{(0)})$  sont les champs électromagnétiques correspondant au tube à conductivité infinie pour lequel le potentiel de sillage est nul. La deuxième partie du champ  $(\vec{E}^{(r)}, \vec{B}^{(r)})$  est celle que nous pouvons attribuer à l'aspect perturbatif généré par une conductivité finie. Nous remarquons que ces champs satisfont aux équations de Maxwell homogènes :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E}^{(r)} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B}^{(r)} &= 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E}^{(r)} &= -\partial_t \vec{B}^{(r)} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{B}^{(r)} &= \frac{1}{c^2} \partial_t \vec{E}^{(r)} + \mu_0 \sigma \vec{E}^{(r)}\end{aligned}\tag{III.C.b.28}$$

Si nous considérons que les champs  $\vec{E}^{(0)}, \vec{B}^{(0)}$  dérivent de potentiels avec les relations :

$$\begin{aligned}\vec{E}^{(0)} &= -\vec{\nabla} \varphi^{(0)} - \partial_t \vec{A}^{(0)} \\ \vec{B}^{(0)} &= \vec{\nabla} \wedge \vec{A}^{(0)} \\ \text{avec} \\ \vec{A}^{(0)} &= \frac{v}{c^2} \varphi^{(0)} \vec{e}_z\end{aligned}\tag{III.C.b.29}$$

qui obéissent à la jauge de Lorentz, donnant pour le potentiel scalaire :

$$\begin{aligned}(\partial_{ct}^2 - \Delta) \varphi^{(0)}(r, \theta, z - vt) &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ (\partial_{ct}^2 - \Delta) \varphi^{(0)}(r, \theta, z - vt) &= \frac{q}{\epsilon_0} \delta^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}_0) \delta(z - vt)\end{aligned}\tag{III.C.b.30}$$

Nous connaissons la forme de  $\delta(z-vt)$  et celle de  $\delta(r-r_0)$ .

$$\delta(z - vt) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik(z-vt)} dk \quad (\text{III.C.b.31})$$

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) = \frac{1}{2\pi} \sum_m \int_{-\infty}^{+\infty} q dq e^{im(\theta - \theta_0)} J_{|m|}(qr) J_{|m|}(qr_0)$$

La résolution se fait sur la base orthonormée donnée par les fonctions propres de l'opérateur de Laplace 3-d :

$$\Lambda(r, \theta, z) = \frac{1}{2\pi} \exp^{im\theta} J_m(qr) \exp^{ikz} \quad (\text{III.C.b.32})$$

ce qui donne l'identité suivante :

$$\rho = \frac{-q}{(2\pi)^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} q dq \int_{-\infty}^{+\infty} dk e^{im\theta} J_m(qr) J_m(qr_0) e^{ik(z-z_0)} \quad (\text{III.C.b.33})$$

replacée dans l'expression du potentiel scalaire, à la limite où  $v$  tend vers la vitesse de la lumière nous obtenons :

$$\varphi^{(0)}(r, z - ct) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \delta(z - ct) \left\{ \ln\left(\frac{a}{r_{>}}\right) + \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{\cos(m\theta)}{m} \left[ \left(\frac{r_{<}}{r_{>}}\right)^m - \left(\frac{rr_0}{a^2}\right)^m \right] \right\} \quad (\text{III.C.b.34})$$

avec  $r_{>} = \sup(r, r_0)$  et  $r_{<} = \inf(r, r_0)$ ,  $a$  = rayon du tube et potentiel nul en dehors du tube.

Il devient alors facile de déterminer les champs électromagnétiques  $\vec{E}^{(0)}$ ,  $\vec{B}^{(0)}$ .

Les solutions des équations de Maxwell homogènes nous permettent de calculer les valeurs des champs électromagnétiques "résistifs". Nous devons alors considérer les conditions aux limites imposées par la continuité des composantes tangentielles de  $E$  et  $B$  à la traversée de la paroi, c'est à dire que nous devons avoir continuité de  $E_z^{(r)}$ ,  $E_\theta^{(r)}$ ,  $B_z^{(r)}$  et  $(B_\theta^{(r)} + B_\theta^{(0)})$  avec la relation :

$$B_{\theta}^{(0)} = -\frac{1}{c} \partial_r \varphi^{(0)} \quad (\text{III.C.b.35})$$

Si nous notons I pour la région interne au tube et II pour la région externe les champs suivants apparaissent :

$$\begin{aligned}
 & \text{champs dans la region I} \\
 & \left. \begin{aligned} E_z^{m,I}(r, k) &= r^m A(k) \\ E_r^{m,I}(r, k) &= \frac{1}{2} (C(k)r^{m+1} + D(k)r^{m-1}) \\ E_{\theta}^{m,I}(r, k) &= \frac{1}{2} (C(k)r^{m+1} - D(k)r^{m-1}) \end{aligned} \right\} \\
 & \left. \begin{aligned} B_z^{m,I}(r, k) &= -\frac{i}{\omega} (m+1) C(k) r^m \\ B_{\theta}^{m,I}(r, k) &= \frac{1}{2c} (C(k)r^{m+1} + D(k)r^{m-1}) - mA(k) \frac{r^{m-1}}{i\omega} \end{aligned} \right\} \\
 & \text{champs dans la region II} \\
 & \left. \begin{aligned} E_z^{m,II}(r, k) &= H_m^{(1)}(kr) B(k) \\ E_r^{m,II}(r, k) &= \frac{1}{2} (E(k)H_{m+1}^{(1)} + F(k)H_{m-1}^{(1)}) \\ E_{\theta}^{m,II}(r, k) &= \frac{1}{2} (E(k)H_{m+1}^{(1)} - F(k)H_{m-1}^{(1)}) \end{aligned} \right\} \\
 & \left. \begin{aligned} B_z^{m,II}(r, k) &= \frac{k}{2} H_m^{(1)}(kr) (E(k) + F(k)) \\ i\omega B_{\theta}^{m,II}(r, k) &= \frac{1}{2} ((ikE(k) + KB(k))H_{m+1}^{(1)}(kr) + (ikF(k) - KB(k))H_{m-1}^{(1)}(kr)) \end{aligned} \right\}
 \end{aligned} \quad (\text{III.C.b.36})$$

avec  $K^2 = ik\lambda^{-1}$  et  $\lambda^{-1} = \mu_0 \sigma c$ .

Cette série de fonctions dépendantes de k va permettre de définir les champs électromagnétiques créés lors du passage du paquet dans le tube. Pour en déterminer la valeur exacte les conditions aux limites utilisées sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 E_z^I &= E_z^{II} \\
 E_{\theta}^I &= E_{\theta}^{II} \\
 B_z^I &= B_z^{II} \\
 B_{\theta}^0 + B_{\theta}^I &= B_{\theta}^{II}
 \end{aligned} \quad (\text{III.C.b.37})$$

Nous obtenons un système de quatre équations à six inconnues. Les deux équations manquantes seront fournies par la divergence des champs électrique et magnétique.

La résolution de ce système permet de donner tous les champs en présence avec seulement la fonction A(k). Soit :

$$\begin{aligned}
B(k) &= \frac{a^m}{H_m^{(1)}(Ka)} A(k) \\
C(k) &= -i \frac{k}{m+1} A(k) \\
D(k) &= ika A(k) \left[ -\frac{a}{m+1} + \frac{2}{K} \frac{H_{m+1}^{(1)}(Ka)}{H_m^{(1)}(Ka)} \right] \\
E(k) &= \frac{2k}{iK} \frac{a^m}{H_m^{(1)}(Ka)} A(k) \\
F(k) &= 0
\end{aligned} \tag{III.C.b.38}$$

la fonction A(k) ayant la forme suivante :

$$A(k) = \frac{q\lambda}{2\pi^2 \epsilon_0} \sum_m \left( \frac{r_0}{a^2} \right)^m \frac{K^2 H_m(Ka)}{mH_m - \frac{k^2 a^2}{m+1} H_m(Ka) + 2 \frac{k^2 a}{K} H_{m+1}(Ka) + \frac{1}{2} Ka (H_{m+1}(Ka) - H_{m-1}(Ka)) (\delta(m,0) + 1)} \tag{III.C.b.39}$$

Nous voyons tout de suite que nous avons une expression très générale de A(k) quelle que soit la valeur de m. Il devient donc possible de calculer de façon analytique les champs de sillage longitudinal et transverse à partir du champ Ez pour la partie longitudinale, et du théorème de Panofsky-Wenzel pour la partie transverse (Voir annexe A).

### Impédances par unité de longueur

D'après l'équation (III.B.a.i.10) nous pouvons calculer la valeur de l'impédance longitudinale à partir du champ électrique Ez Ce qui nous donne :

$$Z_z(r, \theta, \omega) = \sum_{m=0}^{\infty} \cos(m\theta) r^m Z_z^m(\omega) \tag{III.C.b.i.40}$$

avec

$$\begin{aligned}
Z_z^m(\omega) &= -\frac{i\omega Z_0}{\pi c} \left( \frac{r_0}{a^2} \right)^m (m+1) H_m(Ka) \left[ \left( m(m+1) - \frac{\omega^2 a^2}{c^2} \right) H_m(Ka) \right. \\
&\quad \left. + 2(m+1) \frac{\omega^2 a}{Kc^2} H_{m+1}(Ka) + \frac{\alpha_m}{2} Ka (H_{m+1}(Ka) - H_{m-1}(Ka)) \right]^{-1}
\end{aligned} \tag{III.C.b.i.41}$$

$$\text{avec } \alpha_m = \begin{cases} 2 & \text{pour } m = 0 \\ m + 1 & \text{pour } m \geq 1 \end{cases}$$

Si nous considérons l'approximation  $Ka \gg m$ , c'est à dire le cas où l'épaisseur de peau dans laquelle l'onde entre est très inférieure au rayon du tube, nous pouvons simplifier ainsi l'expression de l'impédance :

$$Z_z^{(m)}(\omega) = \frac{1-i}{\alpha_m \pi a} \sqrt{\frac{Z_0 \omega}{2\sigma c}} \left(\frac{r_0}{a}\right)^m (m+1) \left[1 - \frac{1+i}{\sqrt{2}\alpha_m} \left(\frac{\omega s_0}{c}\right)^{\frac{3}{2}}\right]^{-1} \quad (\omega \geq 0) \quad (\text{III.C.b.i.42})$$

dans l'approximation :

$$(s \sim c/\omega) \ll (L = a^2 Z_0 \sigma) \quad (\text{III.C.b.i.43})$$

où, par exemple,  $L \sim 1000 \text{ km}$  pour un tube de cuivre de 1 cm de rayon.

Le théorème de Panofsky-Wenzel nous donne alors, valable pour  $m \geq 1$  :

$$\vec{Z}_\perp(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty} m r^{m-1} (\cos(m\theta) \vec{e}_r - \sin(m\theta) \vec{e}_\theta) \frac{ic}{\omega} Z_z^{(m)}(\omega) \quad (\text{III.C.b.i.44})$$

## Potentiels de sillage par unité de longueur

Par définition le potentiel de sillage est la transformée de Fourier inverse de l'impédance convoluée par la distribution gaussienne. Il en résulte que l'expression du potentiel longitudinal est déduite de (III.C.b.i.42) :

$$W_z(r, \theta, s, \sigma_z) = \frac{2Z_0 c}{\pi^2 a^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^m \left(\frac{r_0}{a}\right)^m \cos(m\theta) w_z^{(m)}(s/s_0, \sigma_z/s_0) \quad (\text{III.C.b.ii.45})$$

où la fonction  $w_z^{(m)}$  est donnée par :

$$w_z^{(m)}(u, v) = \frac{m+1}{3} \int_{-1}^{+\infty} dx e^{-\phi_m^2/2} \frac{x \sin(\theta_m) + \cos(\theta_m)}{x^2 + 1} \quad (\text{III.C.b.ii.46})$$

avec :

$$\theta_m = u \left[ \frac{\alpha_m}{\sqrt{2}}(x+1) \right]^{\frac{2}{3}} \quad \text{et} \quad \phi_m = v \left[ \frac{\alpha_m}{\sqrt{2}}(x+1) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (\text{III.C.b.ii.47})$$

Dans le cas des grandes distances ( $s \gg s_0$ ), donnée pour  $m=0$  par l'équation (III.C.g.73), nous obtenons la forme asymptotique :

$$w_z^{(m)}(u, v) \underset{u \gg (1,v)}{\sim} \begin{cases} -(\sqrt{\pi}/8)u^{-\frac{3}{2}} & \text{pour } m = 0 \\ -(\sqrt{\pi}/4)u^{-\frac{3}{2}} & \text{pour } m = 1 \end{cases} \quad (\text{III.C.b.ii.48})$$

Pour estimer le terme de correction il peut être intéressant de dériver les équations (III.C.b.ii.45, 46) dans la limite des grands paquets-longues distances pour le potentiel longitudinal. Dans ce cas, nous voyons que le terme exponentiel aura un argument très fortement négatif et tendra donc rapidement vers zéro. Nous pouvons passer l'intégrale en puissance de  $(x+1)$  en une intégrale en puissance de  $v^{-3/2}$ . Ce terme est alors donné par une intégrale de la forme<sup>[11]</sup>  $D_{+1/2}$  (fonction parabolique), corrigée par un terme en  $(\sigma_z/s_0)^{-3/2}$ .

Nous pouvons déduire facilement le potentiel de sillage transverse à partir du théorème de Panofsky-Wenzel. Ce qui nous donne alors :

$$\vec{W}_\perp(r, \theta, s, \sigma_z) = \frac{2Z_0 c s_0}{\pi^2 a^3} \sum_{m=1}^{\infty} m \left( \frac{r}{a} \right)^{m-1} \left( \frac{r_0}{a} \right)^m (\cos(m\theta) \vec{e}_r - \sin(m\theta) \vec{e}_\theta) * w_\perp^{(m)}(s/s_0, \sigma_z/s_0) \quad (\text{III.C.b.ii.49})$$

avec :

$$w_\perp^{(m)}(u, v) = \frac{(2(m+1))^{\frac{1}{3}}}{3} \int_{-1}^{\infty} dx e^{-\phi_m^2/2} \frac{\sin(\theta_m) - x \cos(\theta_m)}{(x+1)^{2/3}(x^2+1)} \quad (\text{III.C.b.ii.50})$$

Le cas des longues distances est alors donné de la même manière que pour le cas longitudinal :

$$w_{\perp}^{(m)}(u, v) \stackrel{u \gg (1, v)}{\sim} (\sqrt{\pi}/2) u^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{III.C.b.ii.51})$$

Nous pouvons montrer que nous avons, pour les paquets longs, une forme en  $D_{-1/2}$  et que la correction d'ordre élevé se fait suivant  $(\sigma_z/s_0)^{-3/2}$ .

Les potentiels longitudinal et transverse sont donnés par les figures III-5 à 8. La figure III-5 donne le potentiel pour une charge ponctuelle (appelé aussi fonction de Green). Nous remarquons que le potentiel longitudinal oscille deux fois entre des valeurs positives (décélétrices) et négatives (accélétrices), comportement décrit pour la première fois ici.

### Comportement en zéro du potentiel longitudinal

Il est possible de faire un calcul rigoureux en zéro ainsi que pour une valeur proche de zéro. Dans le cas  $s \rightarrow 0^+$  nous pouvons calculer  $w_z^{(0)}$  qui est égal à  $\pi/2$ . Ce qui nous donne :

$$W_z(s \rightarrow 0^+, \sigma_z = 0) = \frac{Z_0 c}{\pi a^2} \quad (\text{III.C.b.iii.52})$$

La fonction de Green tendant vers son asymptote après un passage par un minimum, la figure III-6 montre une discontinuité pour la fonction de Green longitudinale développée en  $s=0$  pour  $\sigma_z$  tendant vers 0. Nous trouvons alors la relation connue :

$$W_z(s = 0) = \frac{1}{2} W_z(s \rightarrow 0^+) \quad \text{pour} \quad \sigma_z = 0 \quad (\text{III.C.b.iii.53})$$

Figures III-7 et 8 : les potentiels longitudinal et transverse sont donnés pour plusieurs valeurs de  $\sigma_z/s_0$  et dans leurs formes limites pour  $\sigma_z/s_0 \gg 1$ .

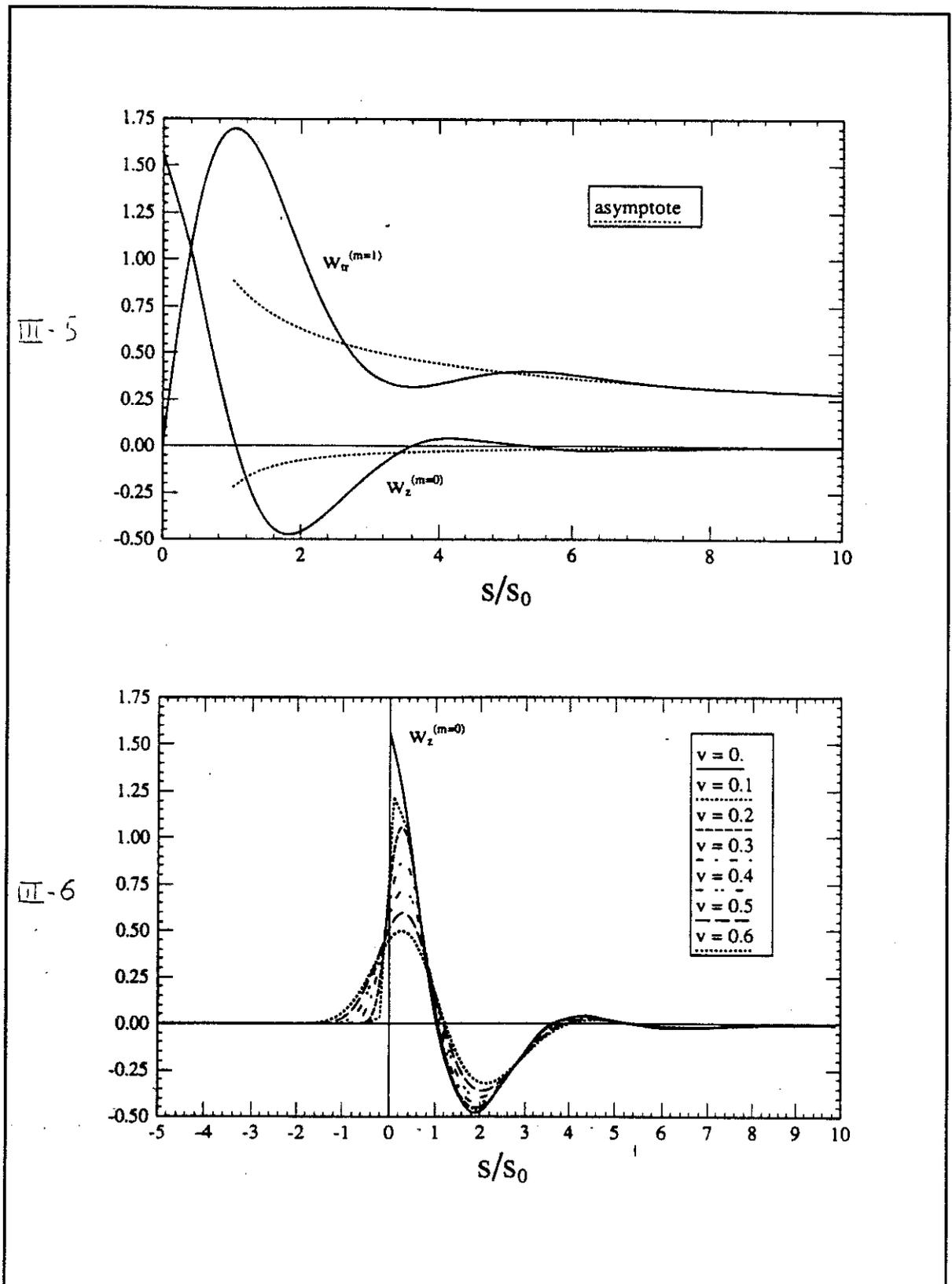


figure III-5 : Le potentiel de sillage pour une charge ponctuelle.

figure III-6 : Le potentiel de sillage longitudinal pour de très petits paquets.

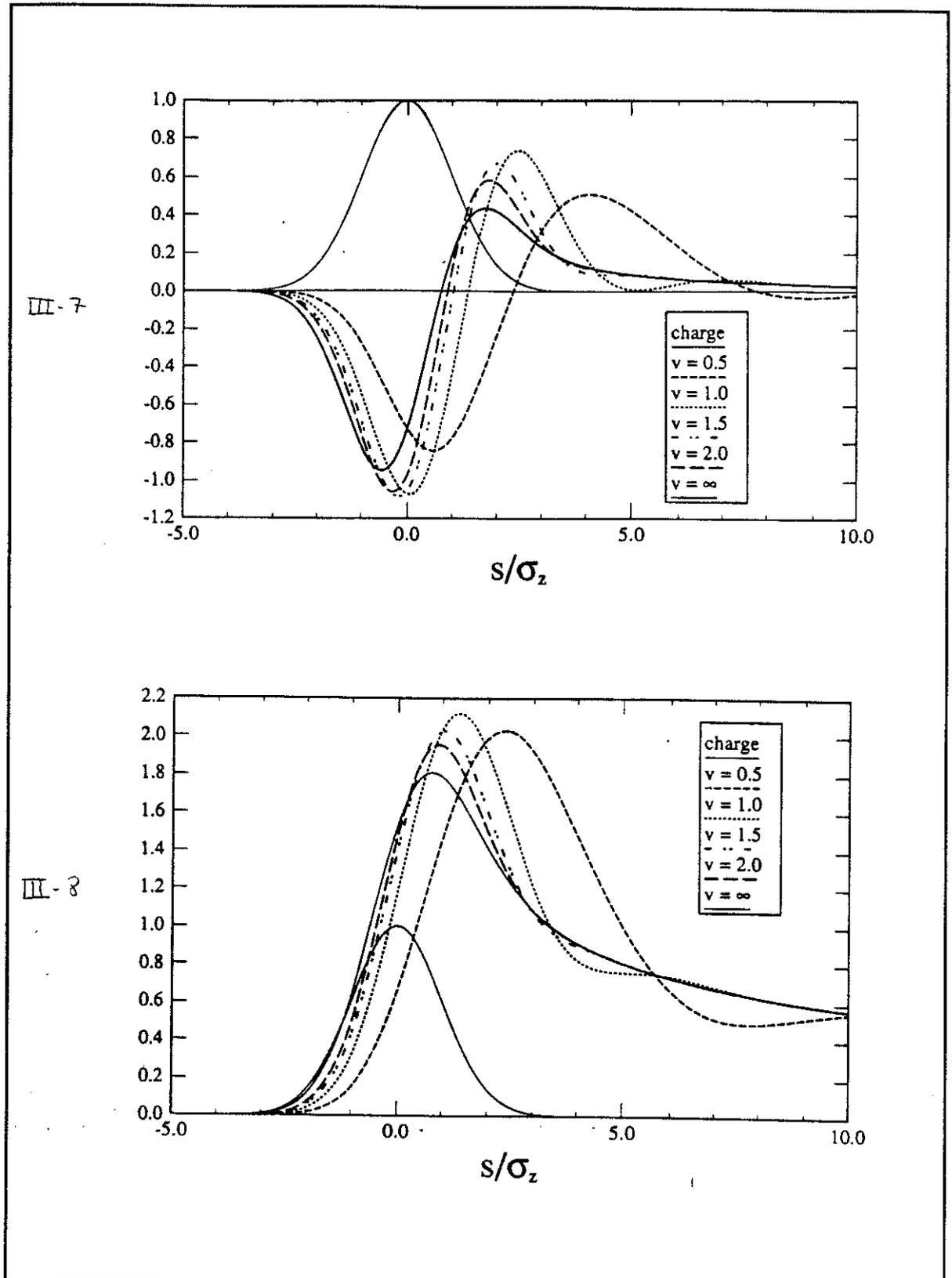


figure III-7 : Le potentiel de sillage longitudinal gaussien.

figure III-8 : Le potentiel de sillage transverse gaussien.

### c) Facteurs de perte gaussiens

D'après les expressions liant impédances et facteurs de perte nous pouvons facilement trouver la forme des facteurs de perte longitudinal et transverse pour un paquet gaussien. :

$$k_z(r, \sigma_z) = \frac{2Z_0 c}{\pi^2 a^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^{2m} k_z^{(m)}(\sigma_z/s_0) \quad (\text{III.C.c.54})$$

$$k_r(r, \sigma_z) = \frac{2Z_0 c s_0}{\pi^2 a^3} \sum_{m=1}^{\infty} m \left(\frac{r}{a}\right)^{2m-1} k_r^{(m)}(\sigma_z/s_0) \quad (\text{III.C.c.55})$$

avec les fonctions  $k_z^{(m)}$  et  $k_r^{(m)}$  :

$$k_z^{(m)}(v) = \frac{m+1}{3} \int_{-1}^{\infty} dx e^{-\phi_m^2} \frac{1}{x^2+1} \quad (\text{III.C.c.56})$$

$$k_r^{(m)}(v) = -\frac{(2(m+1))^{1/3}}{3} \int_{-1}^{\infty} dx e^{-\phi_m^2} \frac{x}{(x+1)^{2/3}(x^2+1)} \quad (\text{III.C.c.57})$$

La figure III-9 montre les termes  $k_z^{(0)}$  et  $k_r^{(1)}$ , avec leurs expressions asymptotiques pour  $\sigma_z/s_0 \gg 1$ , données par les fonctions de Bessel modifiées en conformité avec les formes asymptotiques des fonctions  $k_z^{(m)}$  et  $k_r^{(m)}$  :

$$k_z^{(m)}(v) \underset{v \gg 1}{\sim} \begin{cases} (\Gamma(\frac{3}{4})/(8\sqrt{2}))v^{-3/2} & \text{pour } m=0 \\ (\Gamma(\frac{3}{4})/(4\sqrt{2}))v^{-3/2} & \text{pour } m \geq 1 \end{cases} \quad (\text{III.C.c.58})$$

$$k_r^{(m)}(v) \underset{v \gg 1}{\sim} \frac{\Gamma(\frac{1}{4})}{4\sqrt{2}} v^{-1/2}$$

Nous remarquons tout de suite que chaque facteur de perte se distingue notablement de son asymptote pour  $\sigma_z/s_0 \ll 2$ , avec une correction de l'ordre de  $(\sigma_z/s_0)^{-3/2}$  comme pour les potentiels de sillage. Toutefois, le facteur de perte longitudinal est assez proche de son asymptote pour des valeurs de l'ordre de 0,4  $s_0$ . Ceci se voit aussi sur la figure III-10 où nous avons le facteur de perte en fonction du rayon du tube pour diverses longueurs de paquet.

Pour un rayon de tube faible, donc, pour  $v$  grand le facteur de perte suit l'asymptote. Par contre si nous augmentons le rayon des différences apparaissent, d'autant plus marquées que le paquet est de petite taille.

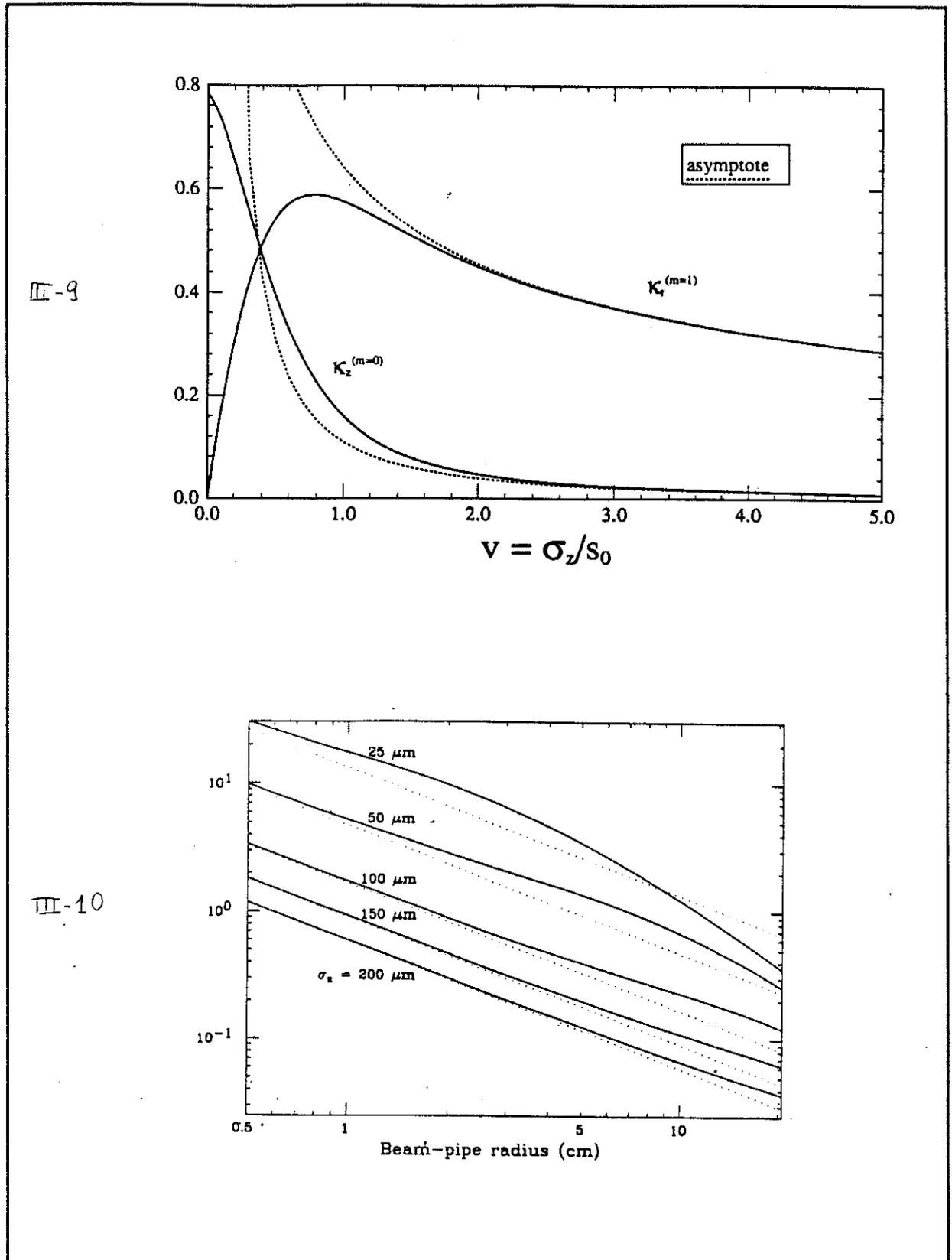


figure III-9 : Facteur de perte pour une distribution de charge gaussienne.

figure III-10 : Facteur de perte longitudinal fonction du rayon  $a$  du tube.

Pour une particule ponctuelle chargée, l'équation (III.C.c.56) peut être calculée analytiquement et donne :

$$k_z^{(m)}(v=0) = (m+1)\frac{\pi}{4} \quad (\text{III.C.c.59})$$

Ce qui en conséquence, donne un facteur de perte pour une particule se déplaçant sur l'axe :

$$k_z(\sigma_z=0) \equiv W_z(s=0, \sigma_z=0) = \frac{Z_0 c}{2\pi a^2} \quad (\text{III.C.c.60})$$

en accord avec la valeur de la fonction de Green longitudinale  $W_z(s \rightarrow 0^+, \sigma_z=0)$  donnée par l'équation (III.C.b.iii.52) et retrouvée à travers l'équation (III.C.b.iii.53).

#### d) Calcul de la dispersion en énergie

Elle est définie par :

$$\delta E^2 = \langle \Delta E^2 \rangle - \langle \Delta E \rangle^2 \quad (\text{III.C.d.61})$$

L'énergie perdue par une particule suivant une autre particule est donnée par ;

$$\begin{aligned} \Delta E &= qQW_z(s)L \\ &= -q \int_0^L E_z(z=vt-s)dz \end{aligned} \quad (\text{III.C.d.62})$$

Si nous généralisons à une particule suivant un paquet gaussien d'électrons, la particule pouvant appartenir au paquet, les valeurs moyennes sont :

$$\begin{aligned}\langle \Delta E \rangle_z &= NqQL \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s)W_z(s)ds \\ &= NqQLk_z\end{aligned}\quad (\text{III.C.d.63})$$

où N est le nombre de particules dans le paquet.

et

$$\langle \Delta E^2 \rangle_z = N^2q^2Q^2L^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s)W_z^2(s)ds \quad (\text{III.C.d.64})$$

Ce qui donne la forme générale :

$$\delta E^2 = N^2q^2Q^2L^2 \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(s)W_z^2(s)ds - k_z^2 \right] \quad (\text{III.C.d.65})$$

Dans le cas des paquets de grandes tailles ( $\sigma_z/s_0 \gg 1$ ) nous pouvons écrire la rms :

$$\delta E_z = \frac{0.46NqQc}{2\pi^2a\sigma_z^{3/2}} \sqrt{\frac{Z_0}{\sigma}} \quad (\text{III.C.d.66})$$

### e) Domaine de validité

Le domaine de validité des résultats est limité par les hypothèses faites à l'équation (III.C.b.i.43) pour les valeurs élevées de s pour le potentiel, et, pour les valeurs faibles de s et de  $\sigma_z$  par la validité de la loi de Ohm locale, exprimée dans la relation  $j = \sigma E$  (courant métallique dans le cuivre), qui s'appuie sur les deux hypothèses<sup>[12],[13]</sup> suivantes :

\* Loi d'Ohm : dépendance en fréquence

$$j = \frac{\sigma}{1 + i\omega\tau} E \quad (\text{III.C.e.67})$$

où  $\tau$  est le temps de relaxation des électrons de conduction (temps moyen séparant deux collisions pour un électron de conduction). Mais nous pouvons, dans une bonne approximation garder la forme  $j=\sigma E$ .

\* La profondeur de pénétration  $\delta = \sqrt{2c/\omega Z_0\sigma}$  est beaucoup plus grande que le libre parcours moyen  $l=v_F\tau$  des électrons dans le métal, où  $v_F$  est la vitesse de Fermi, ce qui annule les effets de peau anormaux.

Ces deux conditions bornent la fréquence  $\omega$  supérieurement. Si nous considérons que les potentiels et les facteurs de perte reçoivent, par les intégrales (III.C.b.ii.46,50 et III.C.c.56,57), leurs contributions principales des basses fréquences, avec

$$\omega < c/s \text{ et } \omega < c/\sigma_z \quad (\text{III.C.e.68})$$

nous pouvons alors transformer cette majoration en minoration sur  $s$  et  $\sigma_z$  :

$$s, \sigma_z < c/\omega \quad (\text{III.C.e.69})$$

Ce qui donne pour la première condition.

$$\begin{aligned} \tau = \frac{l}{v_F} = \frac{d}{c} \quad \text{donc} \quad d = \frac{lc}{v_F} \equiv s'_0 \\ s, \sigma_z > s'_0 = \left(\frac{l}{\sigma}\right) \frac{c}{v_F} \end{aligned} \quad (\text{III.C.e.70})$$

et pour la deuxième :

$$s, \sigma_z > s''_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{\sigma}\right)^2 Z_0 \sigma^3 \quad (\text{III.C.e.71})$$

venant de la relation liant la profondeur de peau au temps de relaxation.

Le rapport  $(\sigma/l)$  est caractéristique du matériau et est indépendant de la température. Pour le cuivre il est égal à  $1,54 \cdot 10^{15} \Omega^{-1} \text{m}^{-2}$  et  $v_F = 1,57 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  et nous avons :

$$s'_0 = 7 \mu\text{m} \quad \text{et} \quad s''_0 = 16 \mu\text{m} \quad (\text{III.C.e.72})$$

La seconde condition est donc plus contraignante.

## **f) Conclusion**

Le potentiel de sillage pour un tube résistif a été calculé dans l'approximation des petites distances devant la distance caractéristique  $s_0$  donnée par l'équation (III.C.a.25). Les expressions des potentiels de sillage et des facteurs de perte ont pu être dérivées pour tous les ordres multipolaires, et sont appliquées aux paquets très courts pour lesquels les expressions usuelles ne pouvaient être étendues.

Quelques particularités ont pu être mises en évidence : en particulier les oscillations de la fonction de Green qui montrent une partie décélétratrice pour des distances de  $4s_0$ . La limite des paquets courts est calculée pour le facteur de perte gaussien. Dans cette limite le facteur de perte radial tend vers zéro et diffère fortement de sa valeur asymptotique en  $\sigma_z^{-1/2}$  pour les grands paquets. Il y a entre la forme réelle du facteur de perte longitudinal et sa forme asymptotique pour les grands paquets en  $\sigma_z^{-3/2}$  un croisement dont la conséquence est que (fig III-10) la différence entre les deux expressions n'est jamais supérieure à 100% même pour les paquets de petites tailles et pour des tubes de rayons raisonnables. Cette différence augmente pour des tubes de grands rayons pour lesquels le potentiel de sillage tend vers zéro.

## **g) Appendice : Les potentiels de sillage dans la limite des longues distances**

Nous récapitulons ici les expressions des potentiels de sillage des impédances et des facteurs de perte, connus depuis longtemps dans le cas de la symétrie cylindrique avec une conductivité  $\sigma$ , quand les distances et les tailles des paquets sont grandes devant  $s_0$ .

Les potentiels longitudinal et transverse pour une charge ponctuelle  $q$  sont donnés par les relations (III.B.a.i.11, III.B.a.ii.15) et ont été calculés par<sup>[5,6]</sup> :

$$W_z(s) = -\frac{c}{4\pi a} \sqrt{\frac{Z_0}{\pi\sigma}} s^{-3/2} \quad m = 0 \quad (\text{III.C.g.73})$$

et

$$W_{\perp}(s) = \frac{r_0 c}{\pi a^3} \sqrt{\frac{Z_0}{\pi \sigma}} s^{-1/2} \quad m = 1 \quad (\text{III.C.g.74})$$

où  $r_0$  est la distance radiale où se trouve la charge excitatrice. Les deux potentiels de sillage ne dépendent pas de la position de la particule test.

Les impédances longitudinale et transverse peuvent alors être déduites des expressions (III.B.a.i.10 et III.B.a.ii.14), ce qui donne dans la limite de  $|\omega| \ll c/s_0$  avec  $s > s_0$  :

$$Z_z(\omega) = \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{Z_0 \omega}{2\sigma c}} (1 - i) \quad (\text{III.C.g.75})$$

$$Z_{\perp}(\omega) = \frac{r_0}{\pi a^3} \sqrt{\frac{Z_0 c}{2\sigma \omega}} (1 + i) \quad (\text{III.C.g.76})$$

relation donnée pour  $\omega > 0$ , Nous pouvons la compléter pour  $\omega < 0$  par la relation de parité  $Z(-\omega) = Z^*(\omega)$ .

Les potentiels de sillage peuvent alors être connus dans le cas de  $\sigma_z \gg s_0$  :

$$W_z(s, \sigma_z) = -\frac{c}{2\pi a \sigma_z^{3/2}} \sqrt{\frac{Z_0}{2\pi \sigma}} e^{(-s^2/4\sigma_z^2)} D_{+1/2}(-s/\sigma_z) \quad m = 0 \quad (\text{III.C.g.77})$$

$$W_{\perp}(s, \sigma_z) = \frac{r_0 c}{\pi a^3 \sigma_z^{1/2}} \sqrt{\frac{Z_0}{2\pi \sigma}} e^{(-s^2/4\sigma_z^2)} D_{-1/2}(-s/\sigma_z) \quad m = 1 \quad (\text{III.C.g.78})$$

où D représente les fonctions hypergéométriques.

Les facteurs de perte sont alors donnés par :

$$k_z(\sigma_z) = \frac{c}{4\pi^2 a \sigma_z^{3/2}} \sqrt{\frac{Z_0}{2\sigma}} \Gamma(3/4) \quad m = 0 \quad (\text{III.C.g.79})$$

$$k_{\perp}(\sigma_z) = \frac{c}{4\pi^2 a^3 \sigma_z^{1/2}} \sqrt{\frac{Z_0}{2\sigma}} \Gamma(1/4) r \quad m = 1 \quad (\text{III.C.g.80})$$

où  $r$  est la position radiale du paquet.

## **D) Calcul des potentiels de sillage pour une structure quelconque**

---

### **a) Introduction**

Il n'a pour l'instant été question que de structures de glissement résistives ce qui nous a permis de nous familiariser avec les diverses notions relatives aux champs de sillage. Dans ce cas simple nous avons pu mener le calcul analytique au bout, et ainsi mettre en évidence les comportements des potentiels de sillage, impédances et des facteurs de perte pour des distances courtes et des paquets de petite taille.

Le calcul des champs de sillage requiert de résoudre les équations de Maxwell dans le domaine temporel en prenant soin de mettre les bonnes conditions aux limites. Malheureusement seuls les problèmes ayant des conditions aux limites simples donnent des solutions analytiques. Dans la grande majorité des cas nous ne pouvons obtenir que des résultats numériques. Par une discrétisation des équations de Maxwell, T.Weiland<sup>[14],[15],[16],[17],[18]</sup> a développé un code de calcul numérique TBCI (Transverse Beam Cavity Interaction) qui permet de calculer le champ induit par un paquet dans une structure de symétrie cylindrique. Un exemple de résultat est donné dans la figure suivante.

Nous voyons sur ces graphes le champ induit par le passage d'un paquet gaussien au travers d'une cavité de forme ordinaire. Les équations (III.B.a.i.11 et III.B.a.ii.15) permettent de calculer les potentiels de sillage à partir de la connaissance des champs régnant dans la cavité, ceux-ci étant donnés par la résolution des équations de Maxwell. Les champs électromagnétiques sont calculés dans la totalité de la cavité alors que le potentiel de sillage est calculé sur l'axe.

Dans la suite de ce mémoire nous utiliserons le code de calcul TBCI pour trouver les valeurs des facteurs de perte dans le cas de structures accélératrices. Un autre code, URMEL, sera utilisé pour le calcul des modes qui peuvent apparaître dans une cavité. Ce code est basé sur le même principe que TBCI mais il résout les équations dans le domaine stationnaire alors que TBCI le fait dans le domaine temporel.

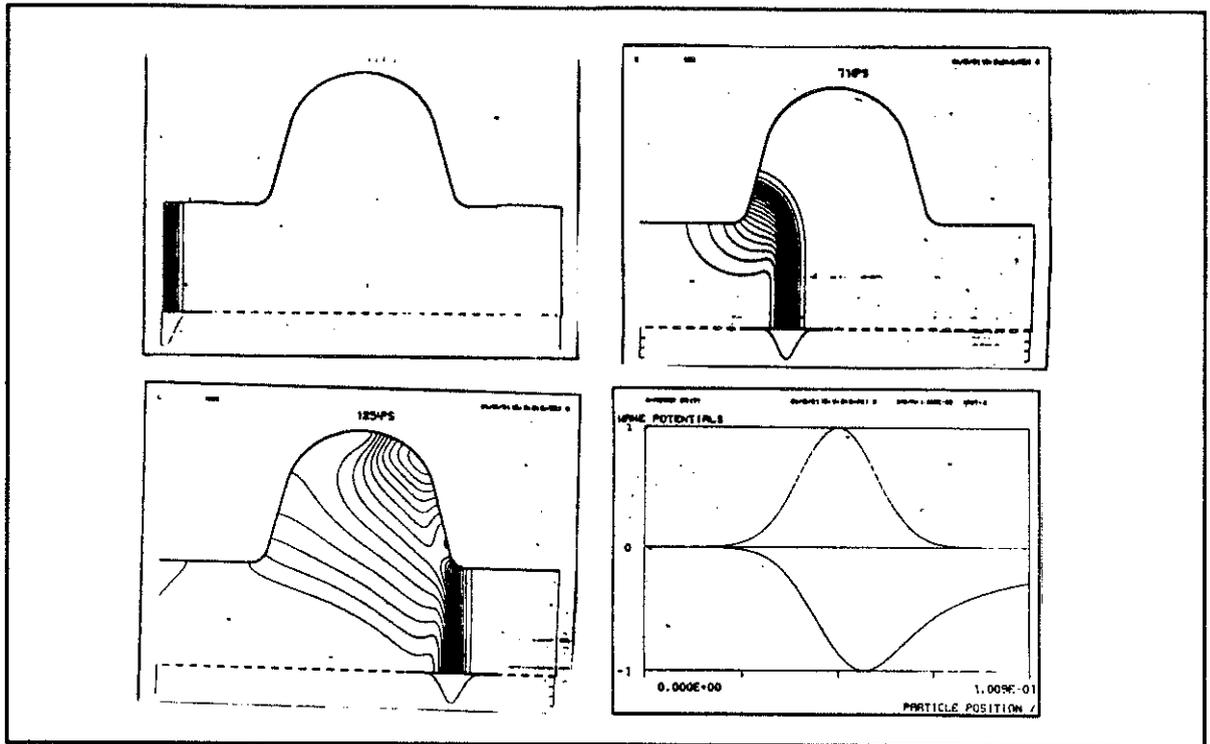


figure III-11 : Champs de sillage et potentiel de sillage

## **b) Exemple d'application de ABCI : Transition dans les tube**

Le code ABCI<sup>[19]</sup> est une amélioration du code TBCI. Les principales modifications sont faites sur le maillage et sur le contour d'intégration des champs. Les maillages en  $z$  et en  $r$  sont indépendants, et ne sont pris en compte que dans une fenêtre qui se déplace avec le paquet ce qui permet d'avoir une meilleure densité de points. Les contours d'intégration tiennent mieux compte des différences de rayons qui peuvent survenir dans la conception d'une structure.

Beaucoup de structures accélératrices, comme les cavités hyper-fréquence, ont un rayon qui ne s'adapte pas directement aux tubes de glissement. Il est alors nécessaire d'effectuer un raccord entre ces différentes structures. Ces transitions peuvent être abruptes (angle de  $90^\circ$ ) ou plus douces (angle inférieur à  $90^\circ$ ).

La géométrie que nous étudions est caractérisée (figure III-12) par  $A=80$  mm,  $B=100$  mm et un paquet de taille longitudinale  $\sigma_z=10$  mm.

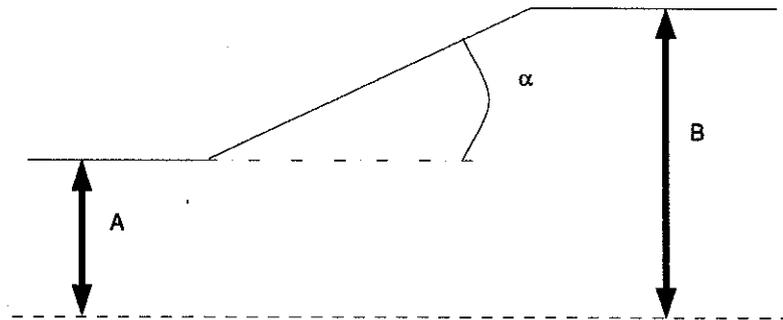


figure III-12 : Transition

Nous utilisons alors le code ABCI pour calculer les facteurs de perte pour des angles différents :

$\alpha$ en degré	$kz$ en V/pC
90	0,1854
70	0,1709
50	0,1607
30	0,1459
20	0,1392

tableau III-2 : Variation de  $kz$  en fonction de  $\alpha$  : transition tube de petit rayon -tube large

Si nous nous intéressons à la transition inverse d'un tube de grand rayon vers un tube de petit rayon nous obtenons :

$\alpha$ en degré	$kz$ en V/pC
90	-0,04292
70	-0,05762
50	-0,06722
30	-0,08128
20	-0,08781

tableau III-3 : Variation de  $kz$  en fonction de  $\alpha$  : transition tube large-tube faisceau

Ces deux tableaux nous permettent de remarquer que les deux approches ne sont pas équivalentes. Lorsque le faisceau passe d'un tube de petit rayon à un tube de grand rayon il

perd de l'énergie. Par contre dans le cas inverse il y a un gain d'énergie. Il n'est pas évident que le gain d'énergie soit une meilleure chose que la perte d'énergie mais ce que nous pouvons voir c'est que la perte, en valeur absolue, est plus forte que le gain donc la perturbation induite sera plus importante. C'est pour cette raison qu'il sera plus judicieux de se placer dans le cas tube petit-tube large pour la conception de cavité accélératrice asymétrique "avant-arrière".

Références

- <sup>1</sup> "Wake fields and wake fields acceleration" K.Bane, P.Wilson et T.Weyland (SLAC-PUB-3528, Decembre 84)
- <sup>2</sup> "Wake fields of very short bunches in an accelerating cavity" K.Bane et P.Wilson (SLAC-PUB-4441, Novembre 87)
- <sup>3</sup> "Introduction to wake fields and wake potentials" P.Wilson (SLAC-PUB-4547, Janvier 89)
- <sup>4</sup> "The resistive-pipe wake potentials for short bunches" O.Henry et O.Napoly (DPhN-STAS-91-R 08)
- <sup>5</sup> P.L.Morton, V.K. Neil and A.M. Sessler, JAP 37,3875 (1966)
- <sup>6</sup> A.W.Chao, AIP Conf. Prof 105 (AIP, New-York, 1983)  
K.Bane, T.Weiland and P.B.Wilson, AIP Conf Prof 127 (AIP, New-York, 1985)  
P.B.Wilson, SLAC-PUB-4547 (1989)  
S.A.Heifets and S.A.Kheifets, SLAC-PUB-5297 (1990)
- <sup>7</sup> A.Piwinski, DESY 72/72 (1972)
- <sup>8</sup> W.Schnell, Linear Accelerator Conf. Proc., Williamsburg (1988) and CERN/LEP-RF/88-48
- <sup>9</sup> R.Ruth, 1990 US-CERN Scholl on Particle Accelerators : Frontiers in Particle Beams, Intensity Limitations, Hilton Head Island (1990) and SLAC-PUB-5406 (1991)
- <sup>10</sup> H.Henke, European Particle Accelerator Conf. Proc., Nice (1990), pp.174
- <sup>11</sup> I.S. Gradshteyn and M. Ryzhik, Table of Integrals, Series and Products, Academie Press Inc. (1980), pp.358
- <sup>12</sup> J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, John Wiley & Sons (1975)
- <sup>13</sup> A. Septier, in Linear Accelerators, ed. P. Lapostolle, A. Septier, North-Holland Pub. Co., 1089 (1969)
- <sup>14</sup> "On the numerical solution of Maxwell's equations and applications in the field of accelerator physics" T.Weiland (Particle accelerators, 1984 Vol 15 pp245-292)
- <sup>15</sup> "On the computation of resonant modes in cylindrically symmetric" T.Weiland (NIM 216 (1983) 329-348)
- <sup>16</sup> "Transient electromagnetic fields excited by bunches of charged particles in cavities of arbitrary shape" T.Weiland (CERN, Geneva)
- <sup>17</sup> "transverse wakefield calculations" G.Aharonian, R.Meller, R.H.Sieman (N.I.M. 212 (1983) 23-35)
- <sup>18</sup> "Transverse Beam Cavity Interaction" T.Weiland (N.I.M. 212 (1983) 13-21)
- <sup>19</sup> User's guide for new ABCI (Azimuthal Beam Cavity Interaction) by Yong Ho Chin (CERN SL/92-49)



# **IV) CAVITES SUPRACONDUCTRICES ACCELERATRICES**

**A) Pourquoi la supraconductivité ?**

**B) Premières approches pour le choix du système accélérateur**

**C) Détermination des  $Q_{ex}$**



## IV) CAVITES SUPRACONDUCTRICES ACCELERATRICES

### A) Pourquoi la supraconductivité ?

#### a) Le système hyperfréquence

Le rôle de ces systèmes est de deux ordres :

—Fournir la tension de focalisation nécessaire (mouvement synchrotron)

—Restituer la puissance perdue par le faisceau : pertes par rayonnement synchrotron et pertes parasites.

La focalisation des paquets par le système HF est très importante. Durant leurs mouvements dans un accélérateur les paquets subissent des effets d'oscillations synchrotrons. Dans le cas de petites oscillations, le paquet peut être assimilé à un oscillateur en énergie. L'équation de cet oscillateur est de la forme<sup>[1]</sup> :

$$\frac{d^2}{dt^2} \Delta\phi + A\Delta\phi = 0 \quad (\text{IV.A.a.1})$$

Une étude approfondie du système oscillant ainsi formé permet d'écrire une relation liant la tension accélératrice  $V_{HF}$ , la fréquence HF  $\omega_{HF}$  ainsi que la taille du faisceau  $\sigma_z$ .

$$V_{HF} = \frac{1}{\omega_{HF} \sigma_z^2} \frac{2\pi h \alpha c^2 E}{\cos(\phi_0) e} \sigma_E \quad (\text{IV.A.a.2})$$

où  $h$  est un entier,  $\alpha$  le momentum compaction,  $c$  la vitesse de la lumière,  $E$  l'énergie,  $\phi_0$  la phase synchrone,  $e$  la charge élémentaire.

Plus le paquet est court, plus la force de focalisation doit être grande. En effet la force de rappel sera très importante pour un paquet de petite taille. Si nous faisons une application numérique dans le cas d'un paquet de 5 mm, d'une fréquence de 500 MHz nous obtenons la tension accélératrice  $V_{HF}=120$  MV. Pour obtenir une telle tension il faut des champs accélérateurs forts.

#### conséquences :

Les champs accélérateurs obtenus actuellement étant de 1–2 MV/m pour des cavités non supraconductrices et de 5–10 MV/m pour des cavités supraconductrices, la solution supraconductrice semble la mieux adaptée. En effet elle permet d'avoir **moins de cavités (facteur 5), donc une impédance totale réduite et une puissance HF réduite** .

## b) Forte luminosité

### Remarques préliminaires

Nous avons vu dans le premier chapitre que la condition de "forte luminosité" est très importante pour une usine à beauté. Elle conditionne la probabilité de visualisation du phénomène. La relation (II.B.b.ii.3) montre que nous n'obtiendrons des valeurs élevées de  $L$  que si nous diminuons la taille transverse du paquet et si nous augmentons le nombre de particules par paquet ainsi que la fréquence d'arrivée des paquets. La diminution de la taille transverse induit une augmentation de l'émittance et donc à une diminution de  $\beta$ . Comme il est nécessaire d'avoir  $\sigma_z < \beta$ , nous aurons des **paquets courts pour de forts courants**

#### Limitation :

Dans une machine circulaire l'effet faisceau-faisceau va perturber la dynamique générale. Il est habituel de dire que les paquets subissent un saut transverse à cause de l'autre paquet.

Nous pouvons d'ailleurs remarquer que si les paquets sont de charges opposées il y a un effet de lentille focalisante<sup>[2]</sup>. Dans le cas des anneaux le nombre d'onde  $Q=N\mu/(2\pi)$  (nombre d'oscillation bêatron par tour) peut être modifié d'une valeur  $\Delta Q$  due aux effets linéaires faisceau-faisceau<sup>[3]</sup>.

Des problèmes de stabilité apparaissent si  $\Delta Q$  augmente trop. Il existe une valeur limite maximale pour  $\Delta Q$  au delà de laquelle la stabilité n'est plus assurée : ce qui donne expérimentalement  $\Delta Q_{\max}=0,05$ .

Au point d'interaction il est possible de redéfinir la luminosité en fonction de paramètres relatifs aux interactions faisceau-faisceau<sup>[4]</sup>. Si nous remplaçons  $N^{1,2}$  (les indices 1 et 2 représentent les deux faisceaux) par l'intensité  $I^{1,2}=ecN^{1,2}/S_b$  (où  $S_b$  est l'espace entre les paquets),  $\sigma_x\sigma_y=\beta_y\epsilon_x$ , et avec l'émittance donnée par :

$$\epsilon_x^j = \frac{r_e N^k}{2\pi \Delta Q \gamma^j (1+r)}, \quad \epsilon_y^j = C^{te} \epsilon_x^j \quad (\text{IV.A.b.i.3})$$

où  $j=1,2$  et  $k=2,1$ ,  $r_e$  est le rayon classique de l'électron,  $\gamma$  l'énergie relativiste et  $r=C^{te}=\sigma_y/\sigma_x=\beta_y/\beta_x=\epsilon_y/\epsilon_x$ .

Nous pourrions réécrire la luminosité :

$$L = \frac{\Delta Q(1+r)}{2er_e} \left( \frac{I\gamma}{\beta_y} \right)^{1,2} \quad (\text{IV.A.b.i.4})$$

$$L_{(10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1})} = 2.167 \Delta Q(1+r) \left( \frac{IE}{\beta_y} \right)^{1,2}$$

avec  $I$  en Ampère,  $E$  en Gev et  $\beta_y$  en cm.

## Conséquences

Le fait de devoir obtenir des luminosités importantes impose de prendre des courants forts ainsi que des paquets courts. La supraconductivité doit permettre de mener à bien ce genre de défi.

En remarque nous pouvons dire que lors du passage d'un faisceau de ce type dans une structure accélératrice, celui-ci induit, par l'intermédiaire des champs électromagnétiques des

potentiels de sillage. Ces potentiels agissent sur le paquet suivant pour le rendre instable. Les pertes parasites qui en découlent ainsi que les instabilités cohérentes sont des facteurs non négligeables dans la perte des faisceaux.

### c) Pertes parasites d'énergie

#### Un passage

Par définition du facteur de perte (chapitre II) :

$$\Delta U_0 = kQ_b^2 \quad (\text{IV.A.c.i.5})$$

La puissance perdue lors du passage du paquet dans une structure quelconque peut alors s'écrire :

$$P_{\text{parasite}} = \frac{\Delta U_0}{T_b} = k \frac{I^2}{f_b} \quad (\text{IV.A.c.i.6})$$

#### Puissance perdue par mode

Si nous passons, pour le calcul, par les transformations de Fourier nous obtenons :

$$\begin{aligned} \Delta U &= \int_{-\infty}^{+\infty} V(t)I(t)dt \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} Z_r(\omega)|I(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (\text{IV.A.c.ii.7})$$

Ce qui donne pour un paquet gaussien :  $I(\omega) = Q_t e^{-\omega^2 \tau_t^2 / 2}$  :

$$\Delta U = \frac{Q_b^2}{\pi} \int_0^{+\infty} Z_r(\omega) e^{-\omega^2 \tau_i^2} d\omega \quad (\text{IV.A.c.ii.8})$$

$$k = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} Z_r(\omega) e^{-\omega^2 \tau_i^2} d\omega \approx \frac{\omega_n}{2} (r/Q)_n e^{-\omega_n^2 \tau_i^2} = k_n$$

l'indice n correspondant au n<sup>ième</sup> mode.

La forme approchée du facteur de perte vient de l'expression de Z pour un résonateur :

$$Z(\omega) = \frac{r}{1 + iQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad \text{avec} \quad r = \frac{V^2}{2P} \quad (\text{IV.A.c.ii.9})$$

où Q est le facteur de surtension. (voir ANNEXE B)

Les pertes totales sont alors données par la somme des facteurs  $k_n$ .

Nous pouvons écrire la forme de la puissance parasite perdue lors du passage d'un paquet en fonction du facteur de surtension :

$$P_{\text{parasite}} = \sum_n \frac{\omega_n}{2} \left( \frac{r}{Q} \right)_n e^{-\omega_n^2 \tau_i^2} \frac{I^2}{f_b} \quad (\text{IV.A.c.ii.10})$$

Il est donc nécessaire de diminuer les rapports  $r_s/Q$  de la cavité pour diminuer la puissance dissipée, terme qui ne dépend que de la géométrie.

Il est possible de faire une décomposition de cette puissance parasite en deux sous ensembles : puissance perdue dans la chambre et puissance perdue dans les cavités. La première est la même pour un accélérateur supraconducteur ou non supraconducteur (chaud). Dans le cas de cavités non supraconductrices (chaudes) il est nécessaire pour augmenter le rendement de fermer l'iris de raccordement entre la cavité et le tube faisceau, ce qui augmente le facteur de perte (voir équation IV.A.c.i.6). Le tableau suivant donne un aperçu des valeurs que nous pouvons obtenir dans les trois cas :

kz chambre	quelques V/pC
kz cavité cuivre ( chaude )	0,3-0,4 V/pC/cavité
kz cavité supraconductrice	0,1-0,2 V/pC/cavité

tableau IV-1 : Comparaison des facteurs de perte pour une chambre, une cavité nc et sc

### Multi-passage

Si la fréquence de résonance d'un mode supérieur est un harmonique de la fréquence de passage des paquets, il peut y avoir une sommation cohérente de ces pertes d'énergie.

Si nous notons  $\Delta U_0$  la perte d'énergie pour un passage, nous obtenons alors<sup>[5]</sup> :

$$\Delta U = \Delta U_0 \frac{1 - e^{-2\tau}}{1 - 2e^{-\tau} \cos \delta + e^{-2\tau}} \quad (\text{IV.A.c.iii.11})$$

avec :  $\tau = \frac{\omega_n T_b}{2Q_n}$  et  $\delta = \omega_n T_b$ .

Si  $\delta = 2\pi n$  alors  $f_n = n f_b$ , il y a résonance. Et si  $\tau$  petit nous aurons  $\Delta U = \Delta U_0 \frac{2}{\tau}$ .

Graphiquement : exemple avec le mode TM011

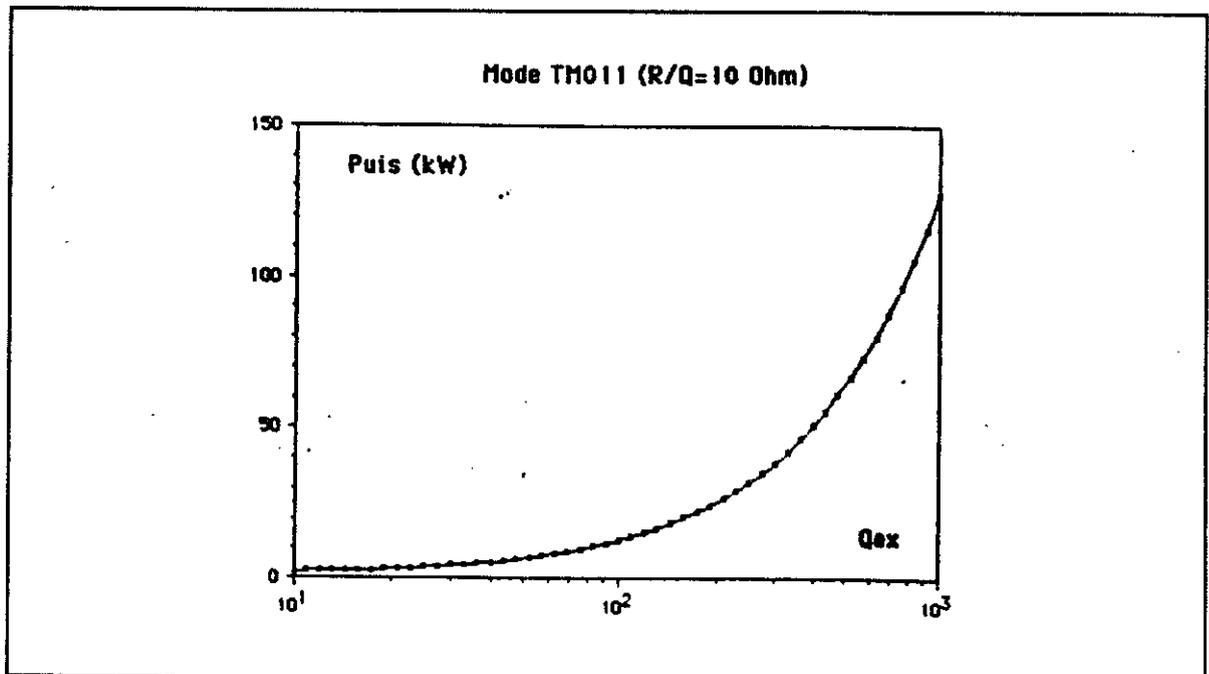


figure IV-1 : Puissance fonction du Qex

Si nous voulons rester dans des plages de puissances raisonnables il est indispensable d'avoir :

$$Q_{ex} < 100 \quad (\text{IV.A.c.iii.12})$$

#### d) Instabilités cohérentes

Les cavités à facteurs de surtension élevés vont donner naissance aux instabilités cohérentes par les couplages entre paquets. Pour la raison que le mode excité par un paquet ne s'est pas évanoui lors de l'arrivée du paquet suivant,

La machine est stable si le taux de l'amortissement par rayonnement synchrotron est inférieur au taux de croissance de l'instabilité.

Il faut donc chercher un système qui va permettre d'amortir les modes suffisamment pour que l'influence entre paquets soit faible. De plus, l'instabilité résiduelle peut être stabilisée par un système actif de contre réaction. Mais ce ne sera réalisable que si les modes ont été au préalable suffisamment amortis par un système passif. Il devient nécessaire d'avoir une valeur de :

$$Q_{ex} < 100 \quad (\text{IV.A.d.13})$$

#### e) Les paramètres de la machine

Les paramètres varient légèrement d'un projet de machine à un autre, mais pour fixer les idées, l'étude faite au CERN<sup>[6]</sup> nous a semblé donner un jeu de caractéristiques typiques pour ce genre d'accélérateur.

Les valeurs mises entre parenthèses sont celles d'une installation non supraconductrice. Nous voyons tout de suite une différence très grande entre les deux options : la supraconductivité est la plus intéressante.

	Anneau e <sup>+</sup> 3.5 GeV	Anneau e <sup>-</sup> 8 GeV
V <sub>RF</sub>	20.5 MV	120 MV
Courant	2,56 A	1,12 A
P rayon. synchr.	560 kW	6240 kW
P parasite chambre	590 kW	110 kW
Nb cavités	7 (35)	40 (200)
P parasite cavités	240 kW (1,2MW)	260 kW (1,3 MW)
P dissipée cavités	210 W (2,52 MW)	1200 W (14,4 MW)
P cryo. installée	105 kW	600 kW
P électrique installée	1.5 MW (4,9 MW)	7,2 MW (22 MW)

tableau IV-2 : Paramètres typiques de la machine

**Remarques :**

$$\begin{aligned}
 P_{\text{rayon.synchro.}} &= \frac{2}{3} r_0 E_0 c \frac{\gamma^4 \beta^4}{\rho^2} \\
 P_{\text{parasite}} &= k I^2 / f_b \\
 P_{\text{dissipée}} &= \frac{1}{2} R_s \int \int_S H_s^2 ds \simeq \frac{V^2}{r_s / Q * Q_0}
 \end{aligned}
 \tag{IV.A.e.14}$$

où  $r_0$  est le rayon classique de l'électron,  $E_0 = mc^2$  l'énergie,  $\rho$  le rayon de courbure de l'anneau,  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  avec  $\beta = v/c$ ,  $c$  la vitesse de la lumière,  $k$  le facteur de perte,  $I$  l'intensité,  $f_b$  la fréquence des paquets,  $R_s$  la résistance de surface,  $H_s$  le champ magnétique de surface,  $V$  la tension,  $r_s$  la résistance shunt et  $Q$  le facteur de surtension.

**f) Conclusion**

Ce genre d'accélérateur fonctionnant avec de forts courants engendre des problèmes de stabilité du faisceau. La cavité est un résonateur dont la forme est optimisée pour avoir le mode fondamental à la fréquence de 500 MHz. Mais le passage du paquet excite les modes de fréquences supérieures de ces cavités qui constituent des sources de pertes d'énergie et d'instabilités importantes pour le faisceau. Il faut donc trouver une cavité capable de maintenir le faisceau stable avec une intensité forte.

## B) Premières approches pour le choix du système accélérateur

### a) Introduction

Le choix de la forme de la cavité est le résultat d'un compromis entre différentes contraintes contradictoires que nous pouvons résumer ainsi :

- Puissance parasite déposée par le faisceau faible : facteur de perte faible,
- Caractéristiques du mode fondamental raisonnables,
- Amortissement des modes supérieurs élevé.

La figure ci-dessous nous montre diverses approches pour des cavités accélératrices.

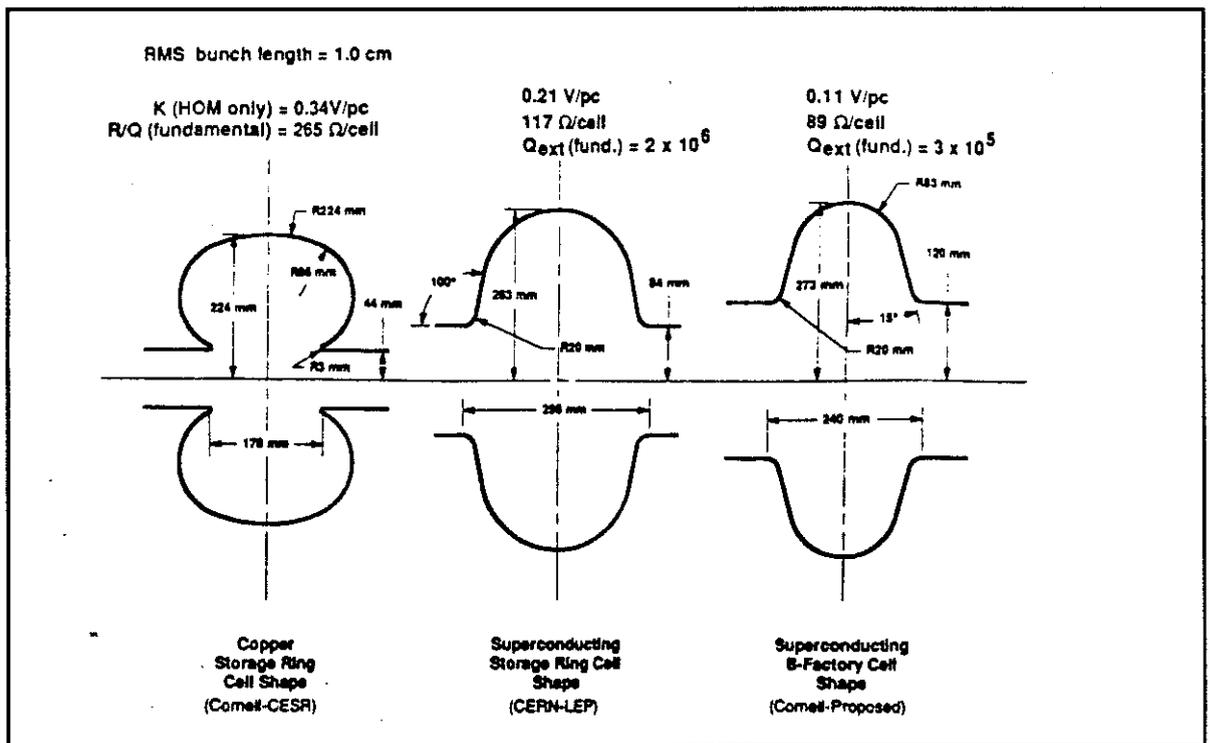


figure IV-2 : Divers types de cavités

Le premier point ne peut être obtenu que si nous considérons une structure accélératrice ayant peu de discontinuités. En effet toute discontinuité de la chambre de l'accélérateur entraîne l'apparition de pertes parasites (augmentation de  $kz$ ) : cavité et transition en sont deux exemples. Une grande ouverture de l'iris est nécessaire pour obtenir un facteur de

perte faible. La dernière remarque amène à l'utilisation de transitions pour se raccorder à la chambre à vide donc nous ajoutons une discontinuité ce qui augmente  $kz$  (d'après la première remarque).

Pour le mode fondamental le problème est tout autre. Il faut un tube de faible diamètre relié à la cavité afin de maintenir un rendement élevé. En effet le facteur qui permet de quantifier le pouvoir accélérateur d'un mode donné c'est  $r_s/Q$  qui est proportionnel au carré du champ  $E_z$  sur l'axe divisé par l'énergie stockée. Pour un champ de grande densité sur l'axe il va falloir rapprocher les iris (trou de couplage entre la cavité et le tube) de l'axe afin que le champ y soit plus actif. Ceci revient en fait à diminuer le diamètre du tube ce qui est contraire à la première contrainte. De plus les champs maximums sur la surface  $H_p$  et  $E_p$  doivent être minimisés car, un courant important entraîne des risques d'échauffements qui peuvent conduire à une transition non supraconductrice, et, un champ  $E_p$  important favorise l'émission de champ.

Les forts amortissements des modes supérieurs ne peuvent être obtenus que si ces modes sont en propagation. Pour y arriver il faut que leur fréquence soit supérieure à la fréquence de coupure du guide. Plus le guide sera de grande taille plus la fréquence de coupure sera faible donc plus il sera facile d'évacuer les modes supérieurs.

En résumé un abaissement du facteur de perte pourrait être obtenu par une ouverture d'iris importante ainsi que par la minimisation du nombre de transitions. Les modes supérieurs seront en propagation si le tube faisceau reste grand (ce qui nécessite l'utilisation d'une transition pour revenir au tube faisceau). Le mode accélérateur, pour être le plus performant possible, demande une ouverture d'iris faible.

### Cahier des charges :

Les diverses considérations faites au long de ce chapitre nous ont poussé à proposer des contraintes sur la structure accélératrice. La nécessité d'injecter une puissance à un niveau raisonnable et d'obtenir un amortissement efficace des modes supérieurs imposent une cavité monocellule.

Pour ce qui est des caractéristiques de l'accélérateur, nous avons pu noter diverses valeurs qui sont résumées dans le tableau ci-dessous.

	Actuellement	Défis
Gradient	5-10 MV	10 MV
Courant faisceau	10-70 mA	1-2 A
Qex modes sup.	$10^4$	$10^2$
P modes sup ( parasite )	10-100 W	30-40 kW
P mode acc.	100-200 kW	200 kW

tableau IV-3 : Comparaison entre caractéristiques actuelles et défis

### b) Forme classique

Il s'agit simplement de prendre une cavité cylindrique ayant une ouverture de faible dimension sur le tube faisceau<sup>[7]</sup>.

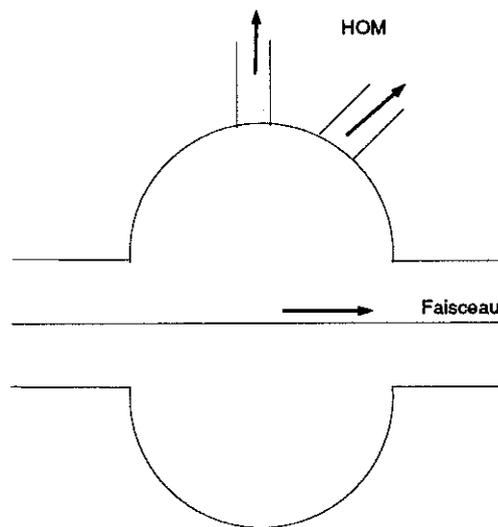


figure IV-3 : Cavité classique fermée

Ce genre de structure fonctionne avec des coupleurs placés sur la paroi de la cavité pour obtenir l'amortissement nécessaire. Si nous choisissons judicieusement l'emplacement des coupleurs, il va être possible d'obtenir des facteurs de surtension  $Q_{ex}$  de l'ordre de grandeur souhaité. Cette structure est en général adoptée pour les cavités en cuivre<sup>[8]</sup>. Par contre pour une cavité supraconductrice le champ de surface à l'emplacement des coupleurs va être très élevé et le risque de multi-pector associé (arrachement des électrons de la surface avec un phénomène de cascade (résonance)) peut dégrader le champ accélérateur. Seuls des tests faits à froid pourront répondre à de telles inquiétudes.

Nous remarquerons que ce type de cavité a des points très positifs comme la possibilité de mettre, dans un même cryostat, plusieurs cavités, de plus l'emplacement particulier des coupleurs (loin de l'axe faisceau) donne une perturbation négligeable sur la dynamique.

Cette option n'est pas retenue actuellement par crainte de dégradation du gradient de la cavité : risque de multi-*factor* et difficulté de garantir l'état de surface exigé pour la supraconductivité.

### **c) Cavité à tube largement ouvert**

#### **Introduction**

Cette fois les coupleurs ou absorbeurs sont localisés à l'extérieur de la cavité.

Mais l'idée de base développée est la propagation facilitée des modes supérieurs tout en permettant un abaissement conséquent du facteur de perte. Si nous ouvrons le tube faisceau les fréquences de coupures vont être abaissées et de cette façon les modes supérieurs pourront tous se propager dans le tube, sauf le mode fondamental. Malheureusement, lors de cette manoeuvre il y a abaissement simultané des fréquences des deux premiers modes dipolaires, conduisant à l'impossibilité d'être supérieures à la fréquence de coupure. Et par ce fait les modes se trouvent confinés dans la cavité.

#### **Les diverses approches**

Pour remédier au problème soulevé par ces deux modes deux approches différentes vont être présentées dans ce paragraphe. D'abord l'idée d'une structure ouverte nécessitant un système d'ailette, ensuite notre approche (structure semi-ouverte). Comme nous le verrons les idées qui vont permettre de mettre en forme ce projet sont très différentes : nous regarderons les avantages et les inconvénients d'une structure à ailette et d'une structure plus classique, afin de définir une ligne d'étude.

#### **“Structure ouverte”**

Des études théoriques<sup>[9],[10]</sup> et expérimentales<sup>[11]</sup> ont été menées sur ce type de structure. nous allons, maintenant, présenter les résultats obtenus pour le mode fondamental et commenter les problèmes que cette structure pose pour les modes supérieurs.

Si nous ouvrons fortement le tube faisceau, les lignes de champ électrique sont moins concentrées sur l'axe faisceau. De cette façon le rapport  $r_s/Q$ , qui mesure la capacité

accélératrice du mode, est dégradé. Cette perte de performance est en partie récupérée par le caractère supraconducteur de la structure : rendement élevé.

Le facteur de perte  $kz$  est bon :  $kz=0,17$  V/pC pour un paquet de 10 mm. Mais nous ne connaissons pas la valeur de ce facteur pour la structure accélératrice dans son ensemble : c'est à dire avec le système d'ailettes. Seuls des calculs faits avec un code à trois dimensions permettront de faire une estimation de la perte d'énergie parasite induite.

Le rapport  $E_{max}/E_{acc}$  reste relativement élevé et va favoriser l'émission de champ. Les traitements de surface actuels permettent d'obtenir des champs de 25–30 MV/m pour ce type de cavité supraconductrice en Niobium.

Examinons le problème de la propagation des deux premiers modes supérieurs. Le choix de Cornell s'est porté sur un système à ailettes sur une idée du laboratoire de KEK. Cette solution a le grand avantage de permettre de propager ces deux modes en conservant les caractéristiques du mode fondamental. Le système d'amortissement des modes qui est utilisé, est basé sur le pouvoir absorbeur de la ferrite. S'il est possible de placer en un endroit judicieux cet absorbeur, les modes supérieurs, qui se propagent tous, vont dissiper leur énergie et être amortis. Les résultats obtenus semblent prometteurs. Les facteurs de surtension sont inférieurs à 100.

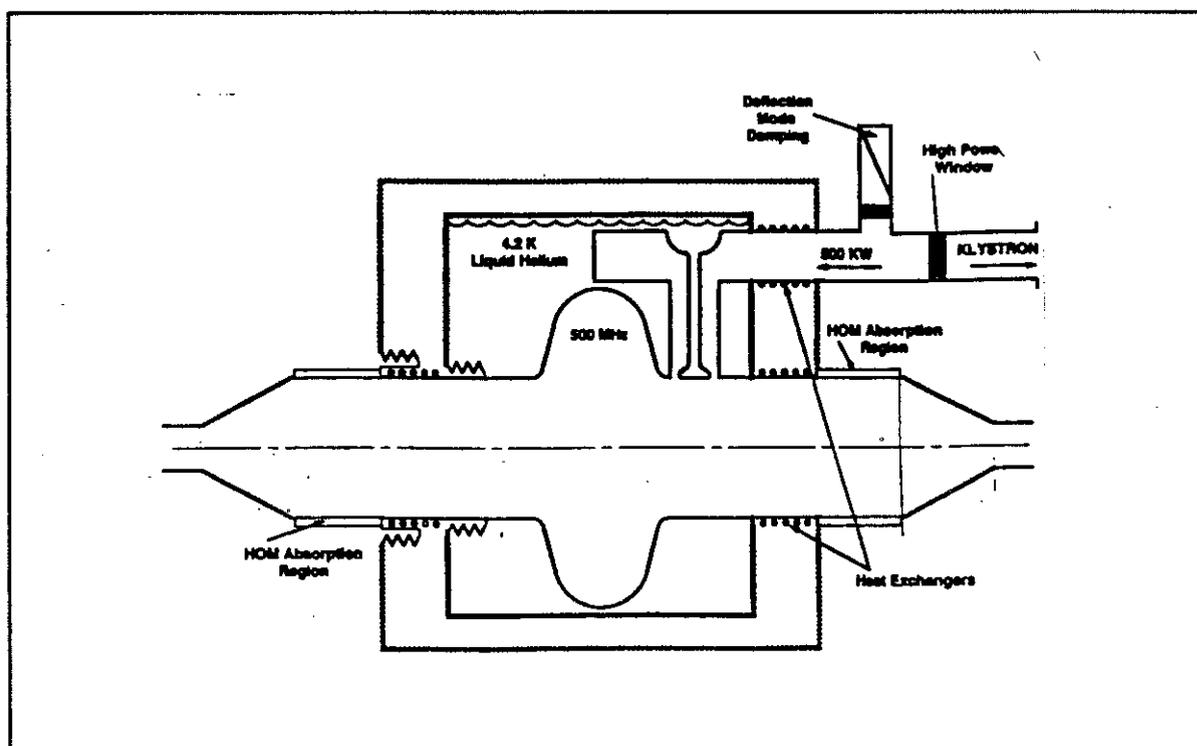


figure IV-4 : Cavité proposée par le laboratoire de Cornell

Fréquence	500	MHz
$r_s/Q$	90	Ohm
$kz$ (fondamental)	0,07	V/pC
$E_{max}/E_{acc}$	2,5	
$B_{max}/E_{acc}$	5,16	mT/MV/m
Dissipation	102	Watts/cellule

tableau IV-4 : Caractéristiques fondamentales de la cavité ouverte

Inconvénients :

Le fait de prendre un système d'absorption par ferrite impose de les placer hors du cryostat, donc d'avoir un système de froid indépendant par cavité. Cette ferrite a une taille non négligeable et elle peut avoir un effet en retour sur le faisceau qui n'est pas encore connu, sa tenue aux très hautes fréquences ne l'est pas non plus. De plus le facteur de perte qui apparaît à cause de cette ferrite est de l'ordre de grandeur de celui venant de la cavité.

Conclusion :

Ces diverses remarques nous ont servi à mettre au point notre stratégie pour la mise en oeuvre de notre cavité accélératrice :

- structure de forme simple et compacte,
- caractéristiques du mode fondamental améliorées,
- tous les modes supérieurs en propagation.

### “Structure semi-ouverte”

**Introduction :**

Pour éviter le confinement des modes  $TM_{110}$  et  $TE_{111}$  il est nécessaire d'avoir un iris de faible ouverture, mais un tube de grand rayon est obligatoire pour une bonne propagation des modes supérieurs. Le compromis choisi est simple : tube largement ouvert avec un iris de couplage de faible rayon (figure IV-5). Dans ce cas, la fréquence des premiers modes dipolaires reste la même, tandis que la fréquence de coupure du tube s'est trouvée abaissée au-delà des fréquences des premières modes dipolaires.

Afin de garder un facteur de perte faible nous ne pouvons pas avoir ce système tube large-iris petit de chaque côté de la cavité. Des calculs de facteur de perte pour diverses structures ayant une géométrie de tube large et iris petit sont faits : hauteur et largeur d'iris étant variables ainsi que le rayon du tube large. Finalement la figure IV-5 nous donne la géométrie qui sera retenue pour les calculs de  $Q_{ex}$ . Il faut rajouter à ce facteur de perte de la cellule le facteur de perte qui apparaîtra lors de la mise en série des cavités au moyen de transition.

Le plus important dans cette structure c'est la propagation de tous les modes supérieurs. Seul le mode fondamental reste confiné dans la cavité.

### **Caractéristiques fondamentales**

Une cavité accélératrice est caractérisée par le mode fondamental que nous utilisons. Dans le cas général il s'agit du mode  $TM_{010}$  (voir figure IV-6) qui a la particularité d'avoir un champ  $E_z$  fort sur l'axe et donc un facteur  $r_s/Q$  grand.

La géométrie de la cavité que nous testons est assez proche d'une structure typique pour un accélérateur non supraconducteur : le rendement attendu doit être très élevé. Nous pouvons nous attendre à des champs pics sur la surface assez importants au niveau de l'iris. C'est pour cette raison qu'il n'est pas possible de prendre un iris fin, une épaisseur de quelques centimètres, qui permet un arrondi, devrait ne pas induire de champ de surface trop important. URMEL (voir chapitre III) nous donne un facteur 1,8 entre champ accélérateur et champ pic sur la surface ce qui reste dans la limite des connaissances technologiques ( $E_{acc}=10$  MV/m ce qui donne  $E_{max}=18$  MV/m). En effet à l'heure actuelle nous pouvons espérer des champs de surface de l'ordre de 25 à 30 MV/m pour ce type de cavité.

Le pouvoir accélérateur du mode fondamental est vraiment très intéressant, car étant trois fois supérieur à celui de la structure ouverte il permet un rendement optimum. Le facteur de perte est légèrement plus élevé (si nous ignorons les transitions) mais toutefois assez faible pour ne pas être un trop grand handicap.

### **d) Conclusion**

Les deux structures permettent d'avoir tous les modes en propagation, sauf le mode fondamental. Les caractéristiques du mode fondamental sont meilleures pour la cavité "semi-ouverte" ( $E_{max}/E_{acc}$ ,  $H_{max}/E_{acc}$ ,  $r^s/Q$ ) que pour la structure ouverte. L'iris étant plus fermé pour notre structure, on s'attend à ce que l'amortissement effectif soit moins fort que pour la cavité ouverte. le chapitre suivant va confirmer cette idée par une étude détaillée des couplages.

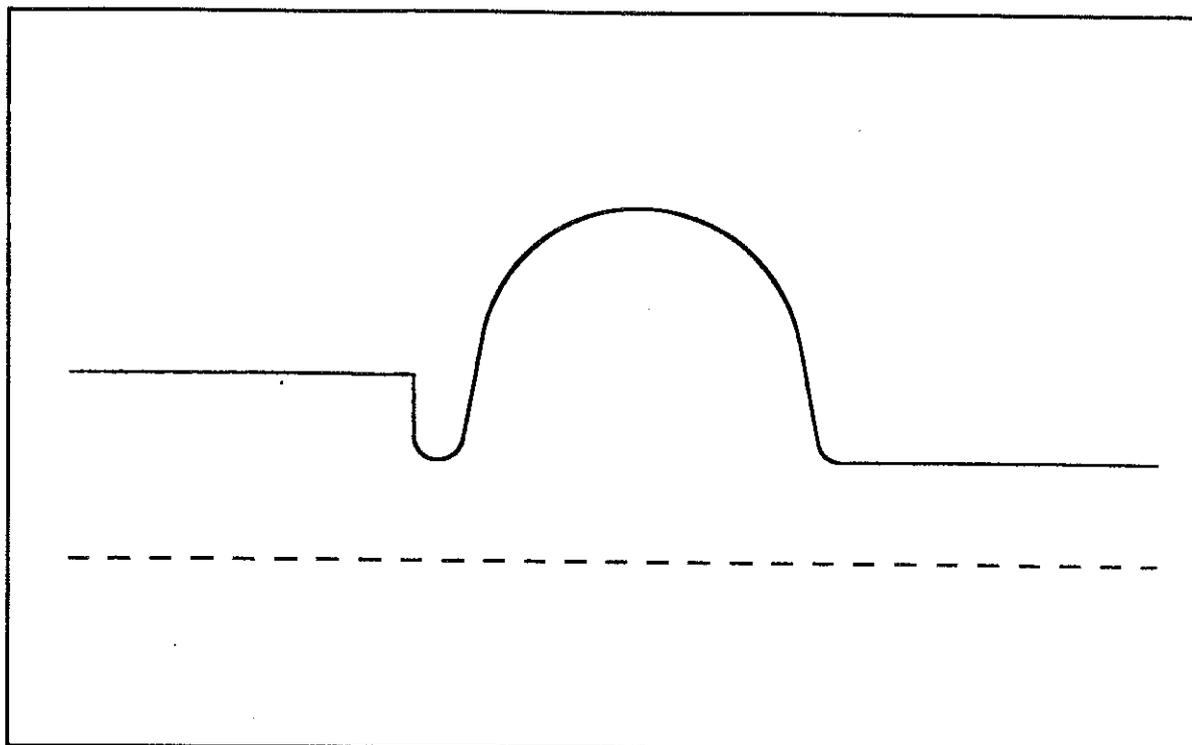
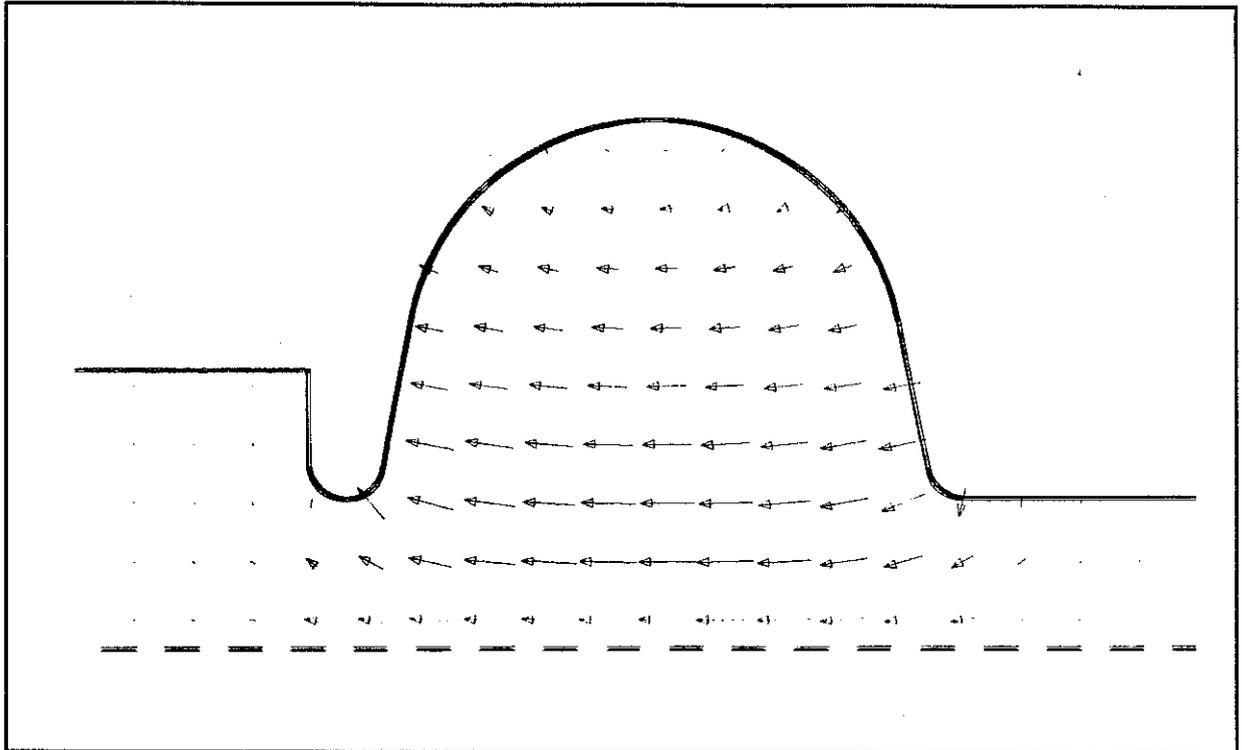


figure IV-5 : Cavité semi-ouverte

Rayon du tube faisceau	75 mm
Fréquence de coupure MHz	mono : $F^0_{c,iris}=1531$
	di : $F^1_{c,iris}=1172$
Rayon du tube large	135 mm
Fréquence de coupure MHz	mono : $F^0_{c,tub}=850$
	di : $F^1_{c,tub}=651$
rayon de l'iris	75 mm
rayon de la cavité	262,5 mm
longueur de la cavité	300 mm
largeur de l'iris	36 mm
kz	0,27 V/pC
kz structure inverse	0,73 V/pC

tableau IV-5 : Cotes cavité semi-ouverte

figure IV-6 :  $E_z$  pour le mode TM010

Fréquence	499,28	MHz
$r_s/Q$	134	Ohm
$kz$ ( HOM )	0,23	V/pC
$E_{max}/E_{acc}$	1,8	
$B_{max}/E_{acc}$	4,0	mT/MV/m

tableau IV-6 : Caractéristiques fondamentales cavité semi-ouverte

## C) Détermination des $Q_{ex}$

### a) Application à la cavité semi-ouverte

#### Introduction

La cavité que nous avons mise au point peut être assimilée à une cavité à une seule entrée pour les modes de basses fréquences. Dès que la fréquence dépasse la fréquence de coupure du tube faisceau nous devons considérer qu'il y a deux entrées. Les modes qui satisfont à cette condition (deux entrées) auront un très bon amortissement.

Deux méthodes de calculs vont être appliquées ayant toutes deux pour base la méthode développée par Slater<sup>[12]</sup>. Les annexes D et E peuvent donner quelques éclaircissements sur les méthodes "Slater" et "Kroll et Yu", la deuxième de ces approches étant une amélioration de la première car elle intègre des calculs d'erreurs dont la première ne tient pas compte.

### Modes TE111 et TM110

La solution iris fermé-tube ouvert permet d'avoir les deux premiers modes dipolaires en propagation dans le tube fictif qui aurait pour rayon le rayon de l'iris car leurs fréquences de résonance sont supérieures à la fréquence de coupure du tube. Ces modes ont une pénétration dans le tube faisceau qui permet leur propagation et leur amortissement parce que l'iris a une épaisseur faible.

Par contre ce même iris est un obstacle à une propagation complète des modes (figures IV-7 et 8). Nous ne pourrions sans doute pas espérer obtenir des  $Q_{ex}$  tous inférieurs à 100 pour cette solution.

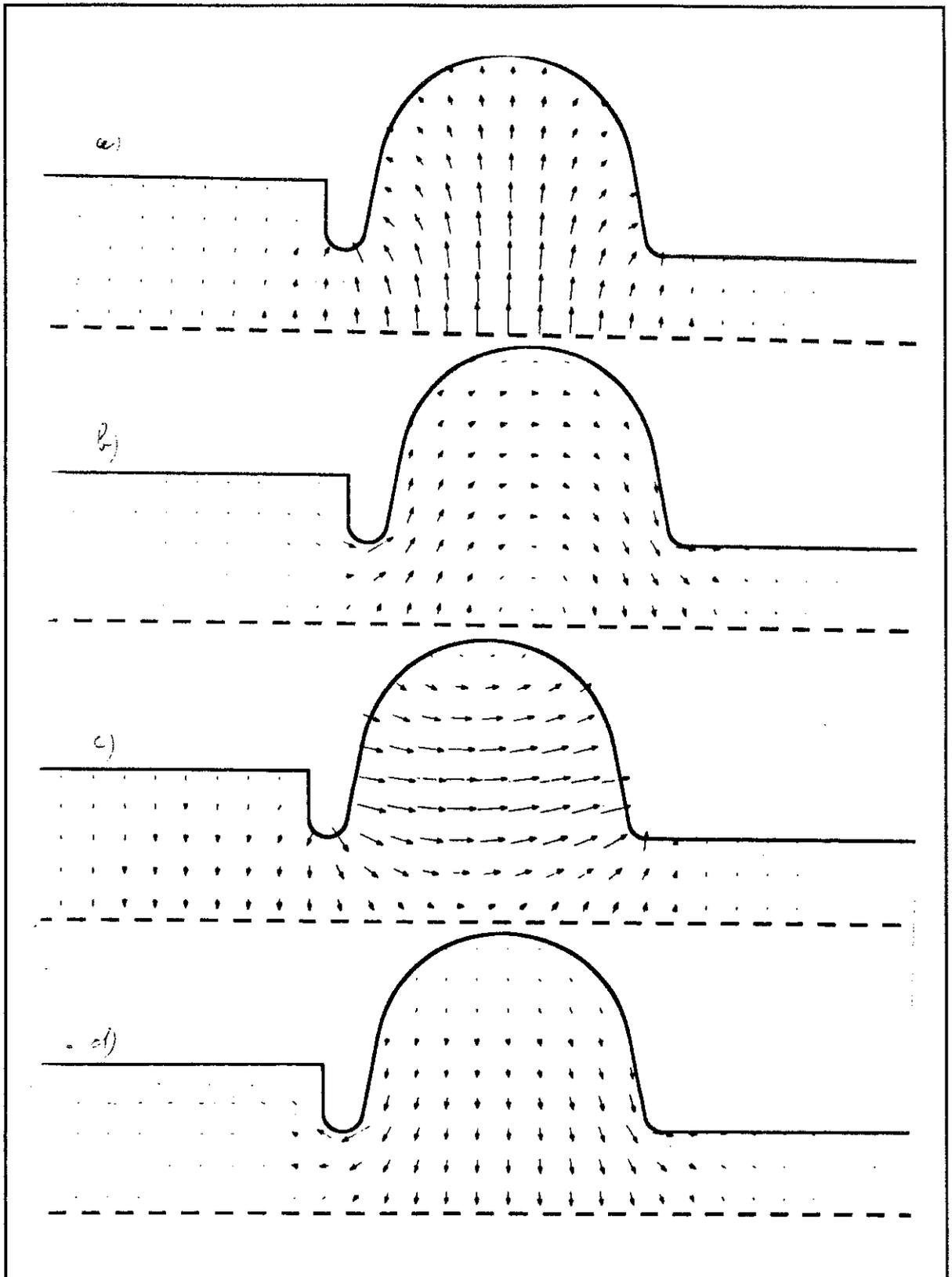
Nous appliquons la méthode de calcul des facteurs de surtension  $Q_{ex}$  de "Slater" et "Kroll-Yu".

Mode	Fréquence (MHz)	$r_s/Q$ (Ohm)	$Q_{ex}$ Slater	$Q_{ex}$ Kroll-YU
TE111	674,72	1,07	338,3	388
TM110	734,64	3,75	551	525

tableau IV-7 : Caractéristiques des modes TE111 et TM110 : F,  $r_s/Q$ ,  $Q_{ex}$  Slater et Kroll-Yu

Il n'y a pas de grande différence entre les deux méthodes car les facteurs de surtension étant assez élevés la correction introduite par la méthode "Kroll-Yu" n'entraîne pas une grande modification.

Cependant si nous pouvons dire que le gain sur le couplage est très important vis à vis de cavités classiques, il reste toutefois trop faible pour le cahier des charges que nous nous sommes fixé.



figures IV-7 et 8 : Mode TE<sub>111</sub> a)  $\vec{E}$  et b)  $\vec{H}$ . Mode TM<sub>110</sub> c)  $\vec{E}$  et d)  $\vec{H}$

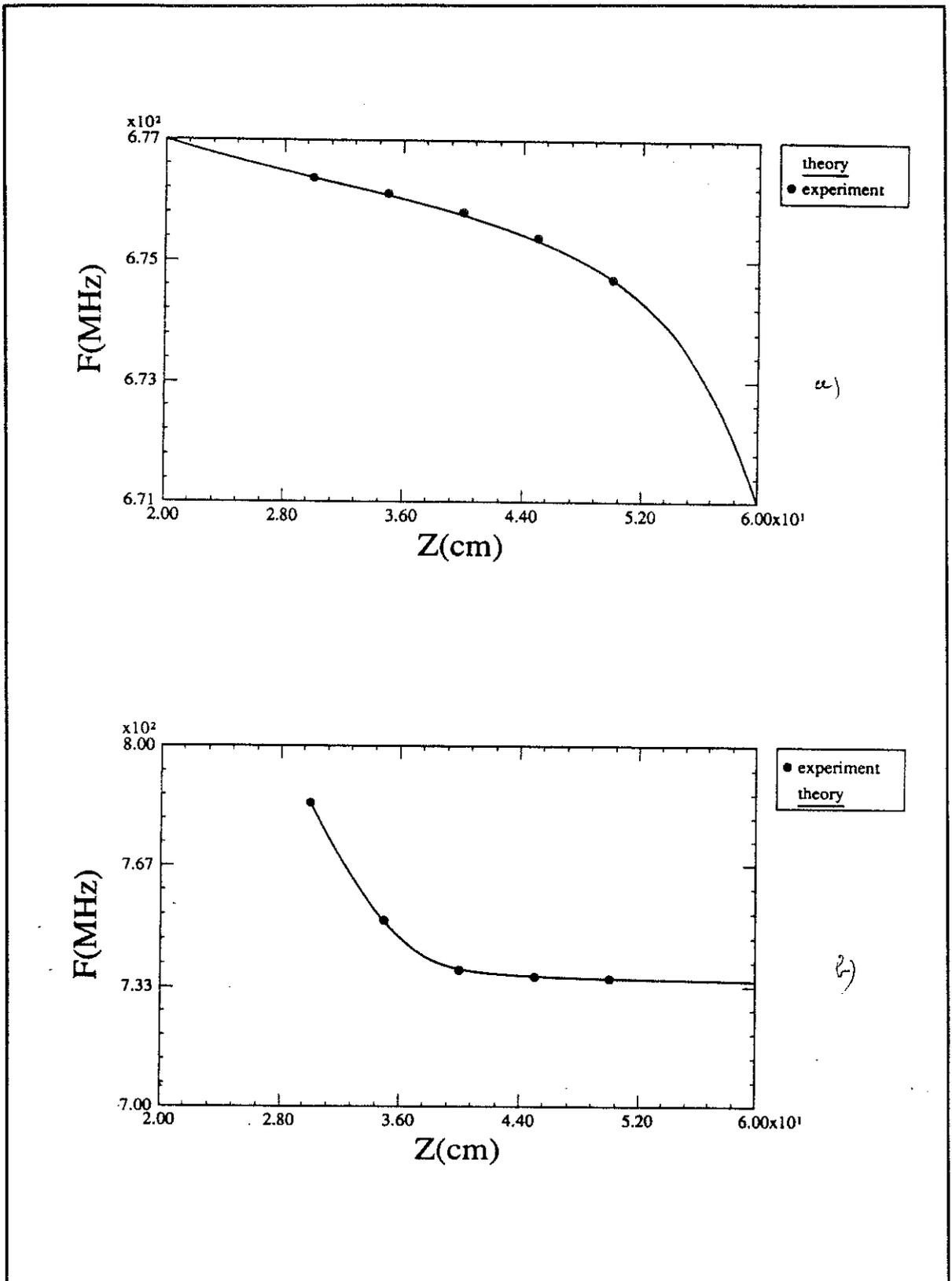


figure IV-9 :  $F$  (MHz) fonction de la longueur  $Z$  (cm) a) TE<sub>111</sub> et b) TM<sub>110</sub> par la méthode Slater

De plus la résistance shunt résultante va être importante et la perturbation induite par ces deux modes sera grande.

Une autre solution semble nécessaire pour arriver à obtenir un facteur de surtension inférieur à 100. Les valeurs théoriques données par URMEL sont plus optimistes que nous pouvons espérer. Les figures (IV-7,8 et 9) nous montrent les champs E et H pour chacun des modes ainsi que la variation de la fréquence en fonction de la distance du tube. Il est assez évident que la partie de champ qui est effectivement évacués dans le tube est très faible, ce qui explique des couplages trop faibles.

### Autres modes supérieurs

Les modes dipolaires ont des fréquences qui sont largement plus grandes que  $F_{c,tub}^1$  ce qui leur permet une très bonne propagation. Or comme ils sont aussi très proches de  $F_{c,iris}^1$  nous pouvons nous attendre à avoir un champ de fuite très important au travers de l'iris. Le calcul du facteur de surtension associé ne manque pas de confirmer cette analyse. La méthode "Kroll-Yu", qui permet d'obtenir des résultats pour de très forts couplages, donne des  $Q_{ex}$  faibles et même inférieurs à 100.

Par contre les modes monopolaires ont des fréquences supérieures à  $F_{c,tub}^0$  mais bien inférieures à  $F_{c,iris}^0$ . Les résultats sur le facteur de surtension se font vivement ressentir : les  $Q_{ex}$  sont forts. Le mode TM012 est le plus sous-couplé. Le problème de ce mode vient sans aucun doute de sa fréquence de résonance proche du triple de la fréquence du fondamental il s'agit quasiment d'un harmonique.

La figure IV-10 nous montre que le champ  $E_z$ , pour le mode TM012, est quasiment confiné. La figure IV-11 (méthode Slater) montre, quant à elle, que la fréquence ne varie pratiquement pas avec la modification de la longueur du tube.

La figure IV-12 montre la variation de la fréquence en fonction de  $\phi$  (méthode Kroll-Yu). Il est à noter que sur ce type de graphe il est possible de faire apparaître toute une série de fréquences, contrairement à la méthode Slater, ce qui permet d'avoir une vue d'ensemble pour les modes dipolaires. La variation de F est importante lorsque  $\phi$  varie donc nous pouvons espérer un couplage fort. Il est d'ailleurs possible de le voir sur la tableau IV-8. Les modes dipolaires ont des couplages très forts, donc des  $Q_{ex}$  très faibles. dans le cas de la méthode "Slater" des problèmes de convergence du programme ne permettent pas de conclure sur le valeur exacte du facteur de surtension. Par contre la méthode "Kroll-Yu" nous donne des résultats, et nous pouvons remarquer que ces couplages sont réellement très forts.

Mode	Fréquence (MHz)	$r_s/Q$ (Ohm)	Qex Slater	Qex Kroll-Yu
TM011	896,92	8,7	545,6	512
TM111	1031,95	5,2		40
TM020	1059,34	1,2	592	570
TE112	1066,94	2,1		28
TE121	1169,98	0,1		163
TM021	1357,91	0,3	468	501
TM012	1417,37	4,4	2774	2445

tableau IV-8 : Caractéristiques des modes supérieurs : F,  $r_s/Q$ , Qex Slater et Kroll-Yu

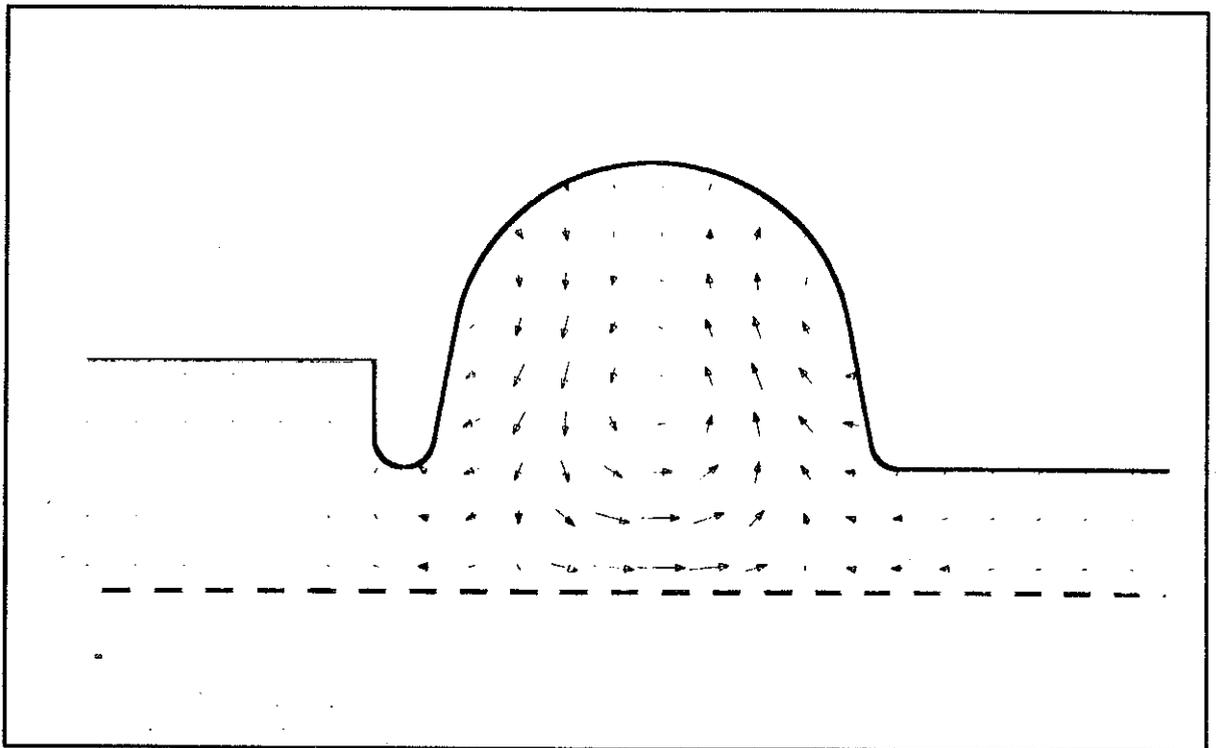


figure IV-10 :  $E_z$  pour le mode TM012

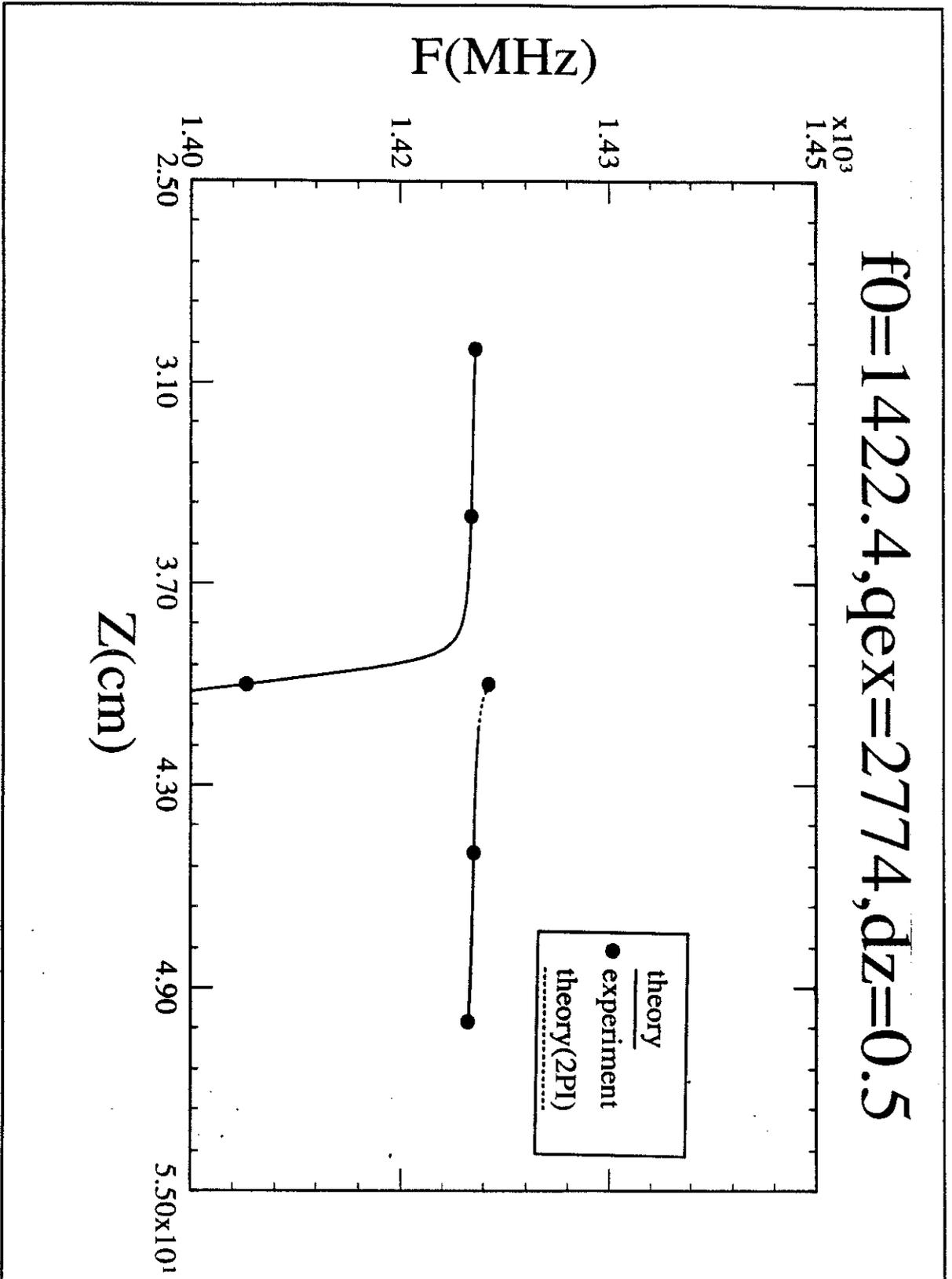


figure IV-11 : Variation de F en fonction de la longueur Z pour le mode TM<sub>012</sub> (Slater)

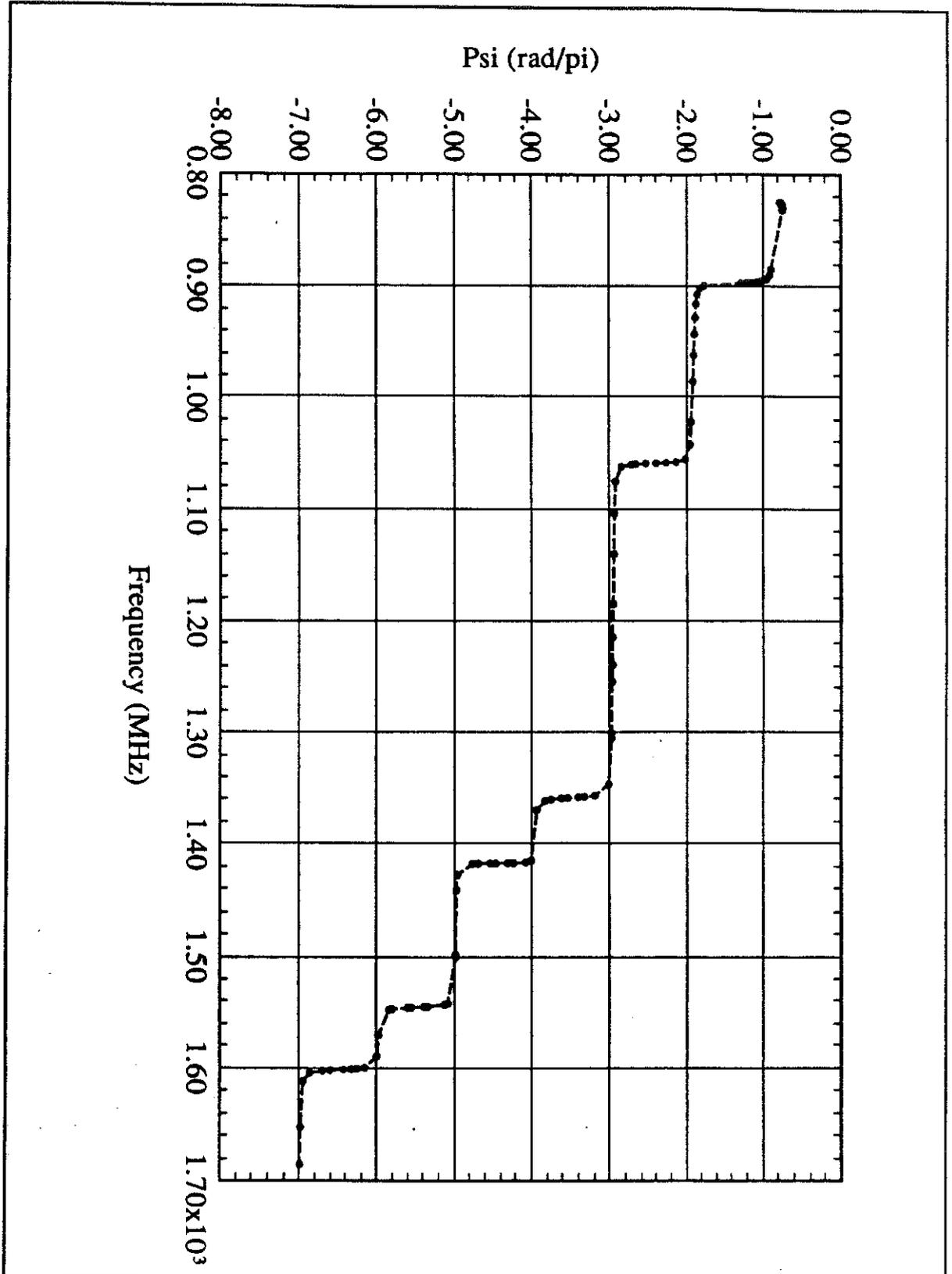


figure IV-12 : Variation  $\Psi$  en fonction de  $\phi$  (Kroll-Yu)

## **b) Conclusion**

Cette première étude faite avec les codes URMEL et TBCI sur une cavité semi-ouverte ouvre certaines perspectives. Ces cavités ont l'avantage de permettre la propagation de tous les modes, sauf le mode fondamental, et d'être compactes. Le système d'amortissement peut être placé près de la cavité et être indifféremment un système de boucle ou antenne comme un système de ferrite.

Malheureusement les couplages obtenus ne seront pas ceux qui étaient espérés. Des valeurs moyennes de quelques centaines pour les premiers modes monopolaires et les deux premiers dipolaires ne permettent pas de tenir le cahier des charges.

Il est donc nécessaire d'essayer une nouvelle voie afin de découvrir si nous pourrions atteindre le but fixé tout en optimisant encombrement et rendement global de la partie accélératrice.

Références

- <sup>1</sup> Cours de dynamique des particules chargées : J.Buon
- <sup>2</sup> "Beam-beam interaction in  $e^+e^-$  storage rings" J.Le Duff (Proceedings of the first course of the international school of particle accelerators, CERN 77-13, 19 July 1977, pp377)
- <sup>3</sup> "Cours de dynamique des particules chargées" J.Buon
- <sup>4</sup> "An asymmetric B-meson factory at PEP" A.Garren et al. (IEEE PAC, March 1989, Chicago, pp1847)
- <sup>5</sup> "High energy electron linacs : application to storage ring RF systems and linear colliders" P.B.Wilson (AIP Conference Proceedings, No 87, pp 450)
- <sup>6</sup> "Feasibility study for a B-meson factory in the CERN ISR tunnel" T.Nakada (CERN 90-02, PSI PR-90-08, 30 March 1990)
- <sup>7</sup> "Superconducting cavities calculations for a B-factory" O.Henry and A.Mosnier (EPAC 92, Berlin)
- <sup>8</sup> "HOM damping studies on the PEP-II B-factory" R.Rimmer et al (SLAC report)
- <sup>9</sup> "Superconducting Rf accelerating and crab cavities for the Cornell B-factory, CESR-B" H.Padamsee et al. (CLNS 90-1039)
- <sup>10</sup> "Accelerating cavity development for the Cornell B-factory, CESR-B" H.Padamsee et al. (CLNS 91-1076)
- <sup>11</sup> "Higher order modes damping in CESR-B cavity" V.Veshcherevich et al. (SRF920701-04)
- <sup>12</sup> "Microwave electronics" Slater (Van Nostrand, 1950)

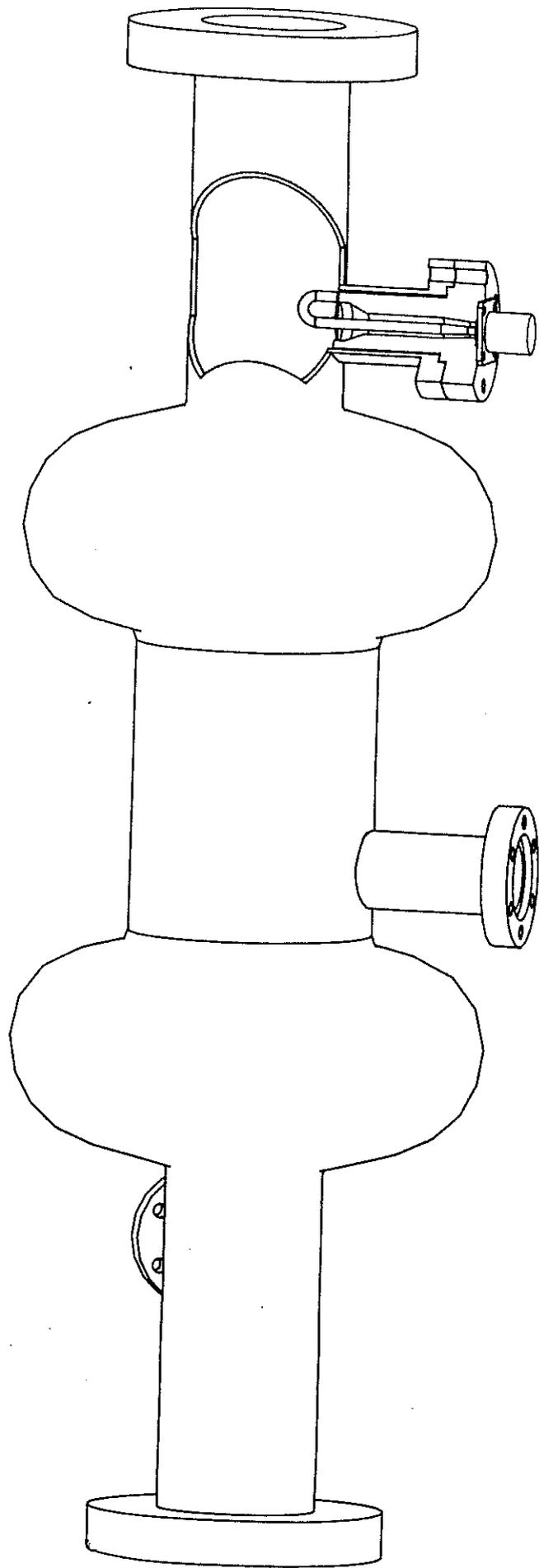
# **V) ETUDES EXPERIMENTALES : STRUCTURE “BICELLULE” RESONANTE**

**A) Introduction : choix de la cavité**

**B) Etudes URMEL**

**C) Etudes expérimentales**

**D) Conclusion**



## V) ETUDES EXPERIMENTALES : STRUCTURE “BICELLULE” RESONANTE

### A) Introduction : choix de la cavité

La structure que nous avons étudié en détail dans le chapitre III va nous servir de point de départ pour la mise en oeuvre de la cavité définitive. L'historique du choix de cette première structure est assez simple. Nous avons voulu permettre l'évacuation de tous les modes supérieurs sans altérer le mode fondamental. Une première idée était de faire simplement une structure symétrique ayant des iris de faible ouverture pour relier la cavité au tube. C'est pour garder le facteur de qualité que nous avons utilisé la structure asymétrique précédemment étudiée.

Mais que va-t-il se passer si nous augmentons le rayon au niveau de l'iris en gardant l'autre côté de la cavité débouchant sur le tube faisceau (donc d'ouverture faible) ? Afin de garder la même fréquence de résonance pour le mode fondamental nous avons choisi de faire une structure asymétrique suivant un plan passant par l'équateur de la cavité. Comme nous avons conservé un des deux iris fermé il est assez naturel de penser que le rendement du mode fondamental sera meilleur que pour le solution “ouverte”, mais bien entendu moins bon que dans le cas de la cavité semi-ouverte.

Le point le plus positif à attendre de cette cavité sera la propagation des modes supérieurs.

Il est évident que pour les modes de fréquences supérieures à la fréquence de coupure du guide de petit rayon, la propagation sera très bonne et donc l'amortissement aussi. Par contre que va-t-il se passer pour les modes TE<sub>111</sub> et TM<sub>110</sub> ainsi que pour ceux qui peuvent passer dans le guide de large ouverture sans pour autant avoir une propagation dans le tube faisceau ?

Nous avons plusieurs options possibles pour la cavité définitive. Une structure monocellule comme la précédente entraînant une obligation de sens et une transition n'est pas très intéressante du point de vue des pertes et de l'encombrement. L'idée est alors de réunir deux cavités par le tube de large ouverture. Ainsi nous créons une structure "bicellule" ne donnant comme facteur de perte que ceux des deux cellules séparées mais pondéré par un facteur de perturbation dû à la proximité des deux cavités. Peut-on prendre n'importe quelle distance entre ces deux cavités ?

Plusieurs options s'offrent à nous. Il y a tout d'abord le choix fait de garder les deux cavités le plus découplées possible en les éloignant au maximum. Mais il faudra prendre bien soin que cette distance de séparation ne soit pas non plus un élément prohibitif pour la mise en oeuvre de la structure. En effet un des reproches que nous pouvons faire à la structure "ouverte" c'est sa grande taille qui ne permet pas un rendement maximum pour l'accélérateur. Si nous faisons une structure aussi longue il n'y a pas de gain.

Maintenant nous plaçons le centre des deux cavités à une distance de 60 cm ( $F=500$  MHz) le paquet (qui voyage à la vitesse de la lumière) verra le même champ accélérateur dans les deux cellules. En effet durant le temps de transit entre ces deux points le champ effectuera une période et ainsi se retrouvera être le même, pour le paquet, au passage dans la deuxième cavité. Dans le cas de cavités complètement découplées nous pouvons prendre une entrée de puissance par cavité et, en faisant un déphasage entre ces deux entrées notre faisceau verra le même champ dans chaque cellule. Par contre il risque d'y avoir une superposition destructrice des ondes. Si les deux cavités sont légèrement couplées pour le mode fondamental, le déphasage n'existe plus.

Le principe de cette nouvelle structure est de permettre **un couplage total pour les modes supérieurs et un découplage pour le fondamental**. Les champs des modes supérieurs seront élevés dans le tube de raccord, ce qui permettra de mieux les amortir, alors que le mode fondamental aura un champ faible dans cette partie, où sont disposés les coupleurs.

La figure IV-1 ainsi que le tableau IV-1 nous donnent les divers éléments relatifs à la conception de cette cavité. Nous voyons qu'il est en fait possible de parler de cavité bicellule et même de pseudo-"tricellule" dans la mesure où le tube de raccordement devient une cavité avec ses propres modes de résonance.

Le système d'évacuation des modes supérieurs est totalement différent de celui de la structure "ouverte". Du fait de la forme de cette cavité tous les modes sont en propagation sauf le mode fondamental. La partie "tube" de cette cavité va recevoir la majeure partie de l'énergie, et si nous plaçons de façon judicieuse, c'est à dire l'endroit de champs maximums, les coupleurs types antenne ou boucle l'extraction de la puissance sera optimale. Le but étant naturellement d'obtenir des amortissements forts :  $Q_{ex}$  de l'ordre de 100.

Cette solution a de multiples avantages :

1) propagation de tous les modes supérieurs

2) coût réduit de l'installation car du fait de sa structure il est possible de mettre dans un même cryostat plusieurs cellules avec leurs systèmes d'amortissement des modes supérieurs ce qui diminue d'autant les pertes cryogéniques ainsi que l'encombrement.

3) évite les transitions donc diminue les sources d'impédances.

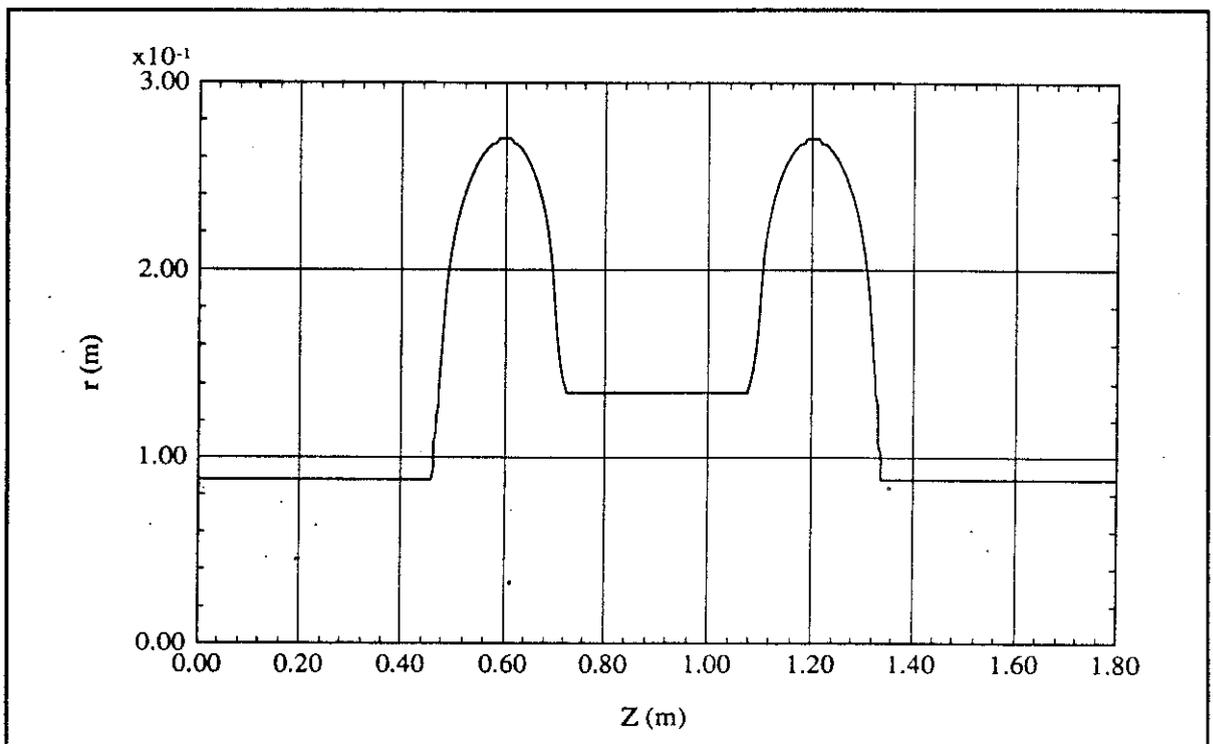


figure V-1 : Cavité Saclay-structure bicellule

rayon du tube faisceau	85 mm
rayon du tube large	135 mm
rayon de la cavité	270 mm
longueur de la cavité	280 mm
longueur du tube de raccordement	340 mm

tableau V-1 : Dimensions de la cavité

## **B) Etudes URMEL**

### **a) Introduction**

Les cotes de la cavité étant définies avec précision il s'agit maintenant de mettre en route les calculs numériques tant avec TBCI qu'avec URMEL. Ainsi nous aurons une première estimation des caractéristiques de cette cavité ainsi que de l'amortissement qu'il est possible d'espérer. La méthode utilisée pour la première cavité n'est plus applicable car la variation de la longueur du tube n'est pas possible. C'est pourquoi une autre méthode sera utilisée qui tiendra plus compte des manipulations que nous allons faire par la suite.

### **b) Facteurs de perte et dépôt d'énergie**

L'étude des facteurs de perte se fait avec le code TBCI. Pour une meilleure approche du problème des pertes nous avons effectué une série de calculs avec des formes de cavité différente. C'est en fait la cavité choisie vue de droite et de gauche ainsi que la structure bi-cellule avec la distance de 60 cm entre le centre des deux cellules, le tableau V-2 donnant pour chaque cas la valeur du facteur de perte. La somme des deux facteurs de perte associés aux cavités n'est pas égale au facteur de perte de la structure dans son entier. Les effets de proximité entre les deux cavités entraînent des chevauchements des champs et donc des perturbations qui se retrouvent dans le facteur de perte global. Une façon de s'affranchir de ce genre de problème serait d'éloigner les deux cavités de telle sorte qu'elles n'aient pas d'influence mutuelle.

	facteur de perte : $k_z$ (V/pC) $\sigma=10$ mm
cellule seule ( ouverture large à gauche )	0,38/cellule
cellule seule ( ouverture large à droite )	0,0687/cellule
bi-cellule avec tube raccordement	0,563/bicellule

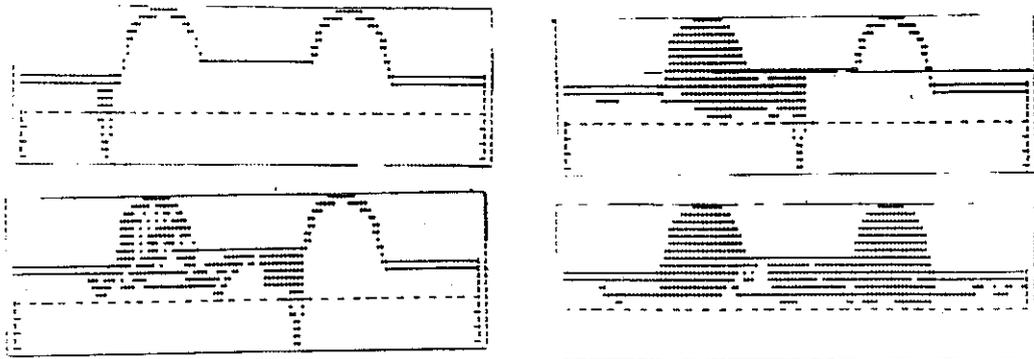
tableau V-2 : Facteur de perte  $k_z$  (V/pC)

La comparaison avec les résultats obtenus dans le laboratoire Cornell n'est pas possible, car seule la valeur du facteur de perte de leur la cavité est connue. Après vérification avec le code TBCI (2D) sur la structure uni-cellule (sans les ailettes) le résultat est exactement identique à Cornell.

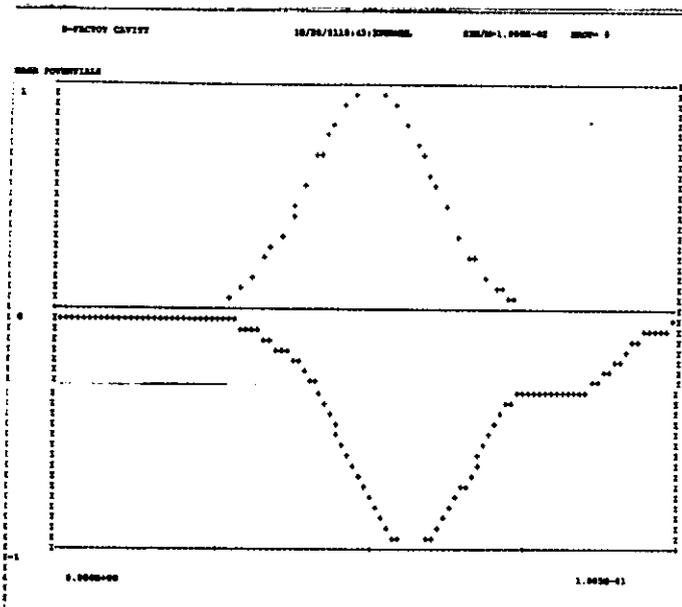
Pourtant si nous voulons avoir une idée, même approximative, de l'écart entre les deux structures nous pouvons dire que deux cellules Cornell obtiennent un facteur de perte de 0,34 V/pC.

Grâce à TBCI nous avons étudié : le devenir du champ déposé après passage d'un paquet. La figure V-2 montre que lors du passage du faisceau toute la puissance reste confinée dans la structure accélératrice et va se positionner dans la partie tube de raccordement. C'était le résultat espéré pour se genre de structure. Ainsi cette localisation de l'énergie va permettre par la mise en place d'un système de récupération, de maximiser l'amortissement.

De façon plus informelle il est possible de voir cette cavité comme un compromis entre la structure "fermée" qui met les coupleurs sur la cavité et la cavité "ouverte" qui met le système absorbeur sur le tube faisceau. La solution "fermée" est intéressante mais difficile à mettre en oeuvre dans le cas des technologies supraconductrices. Quant à la solution "ouverte" elle est de construction difficile (système d'ailette) mais surtout encombrante et coûteuse. Notre structure se contente de faire migrer le coupleur de la structure "fermée" vers le tube faisceau, là où le champ accélérateur est faible, sans pour autant s'éloigner trop. L'amortissement devrait rester bon et la supraconductivité satisfaisante.



V-2  
 Traversée de la cavité par  
 un paquet gaussien



V-3

figures V-2 et 3 : 2) Dépôt d'énergie pour un paquet. 3) Potentiel de sillage

### **c) Caractéristiques fondamentales**

Nous pouvons admettre que l'étude des caractéristiques fondamentales de la cavité peut se faire sur une demi-structure, la fréquence du mode fondamental étant conservée à 500 MHz.

Cette structure ne présente pas de similitude aussi prononcée que notre premier essai avec des cavités chaudes, mais le seul fait de garder un iris faiblement ouvert permet de maintenir un rapport  $r_s/Q$  de grande valeur pour le mode fondamental. Par contre les lignes de champ  $E_z$  vont être très fortement concentrées sur la moitié de la cavité proche de la chambre à vide, alors que l'autre partie aura une plus faible densité des lignes de champ. C'est sans doute pour cette raison que le rendement obtenu n'est pas aussi important que pour la cavité semi-ouverte.

Le tableau suivant résume les diverses caractéristiques de cette cavité. La conclusion que nous pouvons tirer de cette étude est simplement que ce caractère hybride entre une cavité "fermée" et "ouverte" permet de maintenir des performances d'accélération importantes tout en favorisant l'évacuation des modes supérieurs.

Fréquence	499,28	MHz
$r_s/Q$	97,15	Ohm
$E_{max}/E_{acc}$	2,13	
$B_{max}/E_{acc}$	4,45	mT/MV/m

tableau V-3 : Caractéristiques fondamentales pour une cellule

### **d) Les modes supérieurs**

C'est une tout autre approche que celle des modes supérieurs. Nous recherchons l'amortissement maximum avec une résistance shunt minimale. En fait c'est l'impédance qui nous intéresse, nous chercherons à minimiser le produit  $r_s/Q^*Q$ .

Pour cette partie du travail nous utilisons le code URMEL pour déterminer les champs électromagnétiques qui existent dans la cavité pour chaque mode. La fréquence et le facteur  $r_s/Q$  en étant alors extraits, nous déduirons des valeurs numériques des champs la valeur du facteur de surtension externe  $Q_{ex}$ .

Fréquences ( MHz )	Mode	$r_s/Q$ ( Ohm )
875.21	TM011	5,253
909.32	TM011	12,033
950.70		2,506
1005.2	TM020	7,385
1049.3	TM020	1,034
1142.2		2,293
1279.6	TM021	2,127
1346.7	TM021	0,199
1355.0	tube	0,008
1382.7	TM012	0,153
1389.8	tube	0,000
1437.6	tube	0,915
1453.9	TM012	1,988

tableau V-4 : Modes monopolaires dans la cavité avec les facteurs  $r_s/Q$  correspondant

Fréquences ( MHz )	Mode	$r_s/Q$ ( Ohm )
591.01	TE111	1,46
608.6	TE111	7,321
704.05	TM110	24,719
709.3	TM110	0,638
756.54	tube	8,177
876.65	tube	2,81
995.63	TE112	1,187
1015	TE112	7,665
1022	TM111	16,266
1052.2	tube	3,075
1089.3	TM111	4,649
1132.8	TE121	1,839
1135.9		2,486
1170.7	TE121	1,244

tableau V-5 : Modes dipolaires dans la cavité avec les facteurs  $r_s/Q$  correspondant

Les tableaux V-4 et 5 nous donnent les fréquences des modes supérieurs, le rapport  $r_s/Q$ , ainsi que l'identification avec des modes de cavité cylindrique. Certains modes sont inexistant dans la cavité mais existent dans le tube, nous les appellerons modes de "tube". D'autres ont des configurations très difficiles à mettre en rapport avec des modes de cavités cylindriques et donc, nous ne donnerons pas de nom.

L'impédance shunt utilisée est donnée par la définition de l'annexe C (formule C.a.ii.1.45 et 46) et à la distance à l'axe  $a$ =rayon du tube dans le cas des dipolaires.

Nous remarquons que les premiers modes (TM011, TM020, TE111 et TM110) ainsi que les modes TM012 (trois fois la fréquence du mode fondamental) et TE121 ont les rapports  $r_s/Q$  les plus élevés. Nous nous efforcerons donc de maximaliser l'amortissement pour ces modes.

### Choix du système de couplage

Le système faisant intervenir les ferrites n'est pas applicable pour cette structure. Le système classique de couplage par une antenne ou une boucle étant le mieux adapté il permettra de placer le coupleur directement dans le cryostat et de gagner en place.

Maintenant quel est le meilleur système : antenne ou boucle ?

Pour une antenne le flux électrique qui arrive sur l'extrémité de celle-ci, fournit un courant induit par le mode de la cavité :

$$I = \omega \epsilon_0 S E \quad (\text{V.B.d.i.1})$$

avec E champ électrique du mode moyenné sur l'extrémité de l'antenne, S surface de l'antenne. Le facteur de surtension externe  $Q_{ex}$  est alors<sup>[1]</sup> :

$$Q_{ex,antenne} = \frac{2W}{R\omega\epsilon_0^2 S^2 E^2} \quad (\text{V.B.d.i.2})$$

où R représente les pertes résistives, W l'énergie stockée.

De la même manière pour un coupleur par boucle, le flux magnétique qui traverse la surface de la boucle fait apparaître une tension induite dans la boucle :

$$V = \omega \mu_0 S H \quad (\text{V.B.d.i.3})$$

où H est le champ magnétique du mode moyenné sur la boucle et la surface S de cette dernière. Le facteur de surtension externe  $Q_{ex}$  est alors :

$$Q_{ex,boucle} = \frac{2RW}{\omega \mu_0^2 S^2 H^2} \quad (\text{V.B.d.i.4})$$

Il est alors possible de définir des grandeurs normalisées pour les champs électromagnétiques par :

$$\begin{aligned} E_a &= E \sqrt{\frac{\epsilon_0}{2W}} \\ H_a &= H \sqrt{\frac{\mu_0}{2W}} \end{aligned} \quad (\text{V.B.d.i.5})$$

Ce qui permet de faire le calcul du rapport entre les deux facteurs de surtension :

$$\frac{Q_{ex,antenne}}{Q_{ex,boucle}} = \frac{\mu_0 H_a}{R^2 \epsilon_0 E_a} \quad (\text{V.B.d.i.6})$$

La charge sur laquelle il y a absorption est de 50 Ohm et compte tenu des valeurs de  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  nous avons finalement :

$$\frac{Q_{ex,antenne}}{Q_{ex,boucle}} = 57 \frac{H_a}{E_a} \quad (\text{V.B.d.i.7})$$

Les valeurs relatives des champs électrique et magnétique vont définir le choix entre l'antenne et la boucle. Pour le cas particulier du couplage avec un tube, pour les modes TE<sub>11</sub> et TM<sub>01</sub> nous avons  $H_a \gg E_a$  donc un rapport élevé ce qui impose la boucle aux dépens de l'antenne.

Dans ce cas, quelle est la partie du champ magnétique qui va nous intéresser. Les modes monopolaires ont un champ  $H_\theta$  constant suivant la position radiale. Il est judicieux de choisir ce champ pour les monopolaires. par contre les dipolaires ont une variation en  $\theta$  aussi il vaut mieux prendre en compte le champ  $H_z$ .

Cela veut dire que l'orientation de la boucle ne sera pas indifférente. La nécessité d'attraper à la fois la partie axiale et azimuthale du champ  $H$ , pour maximaliser l'utilisation de la boucle, impose un angle entre le plan défini par l'axe faisceau et le plan de la boucle :  $45^\circ$  semble être un bon compromis. Dans la suite nous effectuerons des manipulations avec des angles différents afin de mieux voir ce qui se passe.

Le calcul du  $Q_{ex}$  se fera par une simple application numérique. Si nous sommes capable de connaître la valeur du champ magnétique en tout point de la cavité (que ce soit  $H_z$  ou  $H_\theta$ ), la valeur de  $W$ , la surface  $S$  l'équation (V.B.d.i.4) nous donne directement la valeur de  $Q_{ex}$ . Il est clair que la valeur du facteur de surtension est directement lié à  $S$ , une boucle suffisamment grande permettra d'obtenir les résultats voulus. Il est nécessaire d'avoir des proportions raisonnables pour notre système de couplage afin de limiter l'influence de la boucle sur la dynamique du faisceau.

## **Distribution des champs et localisation des coupleurs**

### **Distribution des champs**

Le code de calcul URMEL qui résout les équations de Maxwell nous donne la répartition des champs à l'intérieur de la cavité établissant une cartographie pour les champs électrique et magnétique suivant leurs diverses composantes :  $E_r$ ,  $E_\theta$ ,  $E_z$ ,  $H_r$ ,  $H_\theta$  et  $H_z$ . Une fois la forme de la cavité définitivement posée nous chercherons à connaître la valeur du champ magnétique pour chaque point.

Un petit programme informatique va permettre d'aller prendre dans les fichiers de résultats d'URMEL la valeur du champ considéré en un point particulier, celui pouvant être simplement un point ou un axe quelconque : suivant  $r$  ou  $z$ .

### **Localisation des coupleurs**

Pour un mode du type  $TM_{nmp}$  ou  $TE_{mnp}$  la valeur maximale du champ magnétique suivant la direction  $r$  est donnée soit par  $H_z$  soit par  $H_\theta$ .

Les modes monopolaires de la cavité couplent principalement aux modes dominants  $TM_{01}$  du tube. Le maximum d'un mode  $TM_{01}$  est donné par le champ  $H_\theta$  :

$$H_{\theta} \propto J_0'(k_c r) = -J_1(k_c r) \quad (\text{V.B.d.ii.2.8})$$

Or  $J_1$  est maximum pour  $k_c r$  de l'ordre de 2. Ce qui donne :

$$\begin{aligned} k_c r &= 2 \\ r &= 0,83a \end{aligned} \quad (\text{V.B.d.ii.2.9})$$

où  $a$  est le rayon du tube. Donc il suffit de placer notre boucle au maximum de champ, c'est à dire en  $r=0,83 a$ , pour obtenir le meilleur rendement pour les modes  $TM_{01p}$ .

Dans le cas qui nous intéresse le rayon du tube est de 135 mm soit un maximum en  $r=112$  mm. Comme nous n'avons pas affaire à une cavité parfaite, nous remarquons que le maximum pour ces modes se trouve en  $r=115$  mm.

Pour les modes dipolaires nous aurions du nous intéresser au champ  $H_z$  relatif au mode  $TE_{11}$ .

Pour la suite de notre étude nous chercherons alors les champs magnétiques se situant suivant l'axe  $z$  sur la distance radiale de 115 mm et nous prendrons  $r=65$  mm (figure V-4) pour le tube faisceau

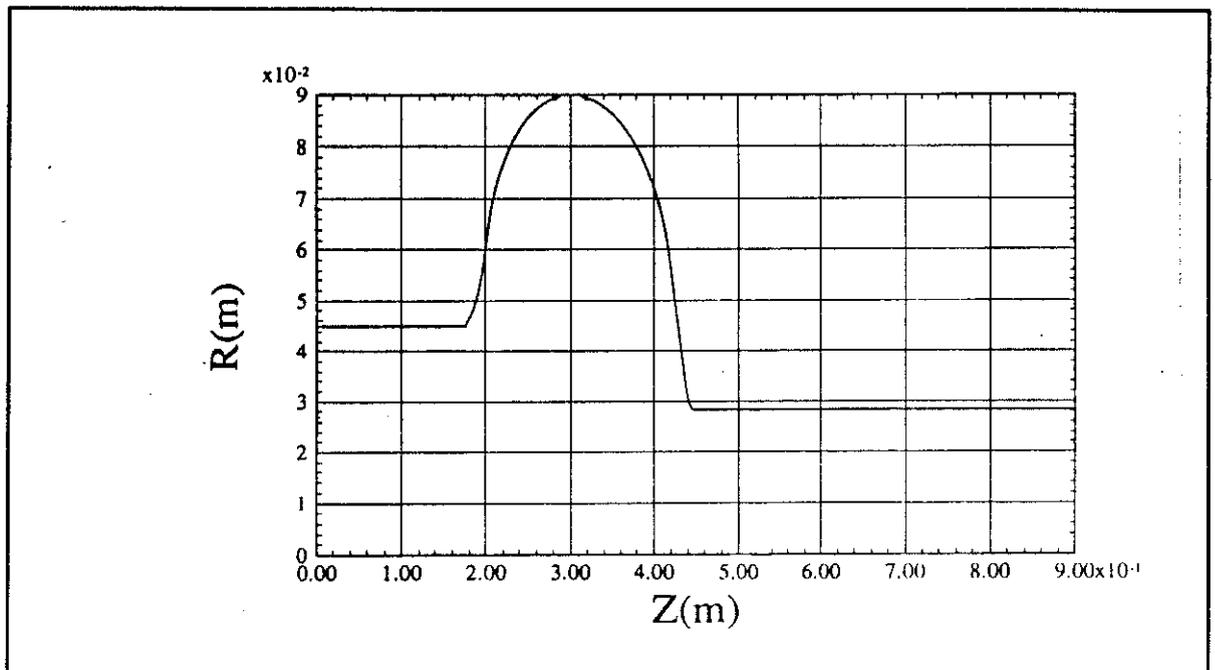


figure V-4 : Cavité Saclay

Maintenant que nous avons décidé d'une distance radiale nous devons chercher la localisation en z. Pour cela il n'y a pas de secret. Nous avons regardé toutes les représentations  $H=f(z, r=C^{le})$  pour les premiers modes, que ce soit TM ou TE. Puis nous avons choisi l'emplacement des coupleurs pour que les modes les plus gênants soient amortis au maximum, c'est à dire que le champ magnétique soit maximum à l'emplacement des coupleurs.

La formule (V.B.d.i.4) peut alors être réécrite avec les variable normalisées :

$$Q_{ex,boucle} = \frac{R}{\omega \mu_0 S^2 H_a^2} \quad (\text{V.B.d.ii.2.10})$$

Pour chaque mode nous connaissons la fréquence (donc  $\omega$ ), de plus  $R=50$  Ohm,  $H_a$  est donné par URMEL, la valeur de la surface restant inconnue.

Le choix de cette dernière ne se fait pas au hasard. Les modes qui auront le plus d'influence seront ceux qui ont le rapport  $r_s/Q$  le plus élevé, c'est donc sur ces modes qu'il faut travailler. L'optimisation consiste donc à mettre les coupleurs aux maximum de champ pour les modes de grand  $r_s/Q$  en évitant les noeuds de champ pour les modes de plus faible  $r_s/Q$ .

le tableau V-6 récapitule l'emplacement des coupleurs optimisé ainsi que la surface nécessaire. La valeur de la variable z est la distance du bord gauche à l'emplacement du coupleur (figure V-4).

premier coupleur	$r=115$ mm et $z=90$ mm
deuxieme coupleur	$r=65$ mm et $z=550$ mm
surface de la boucle	$12$ cm <sup>2</sup>

tableau V-6 : Positions et taille des coupleurs

### Qex des modes supérieurs

Dans ce qui suit, les valeurs des Qex sont estimés par la formule (V.B.d.ii.2.20), appliquée aux champs calculés par URMEL. Il faut prendre soin de bien choisir la composante du champ magnétique à considérer en fonction des modes monopolaires ou dipolaires.

## Les modes monopolaires

Dans ce qui suit les valeurs des  $Q_{ex}$  sont estimés à partir des formules (V.B.d.i.4) en prenant soin de bien choisir le champ H en fonction des modes considérés.

La figure V-5 montre que les valeurs des  $Q_{ex}$  obtenus pour les modes supérieurs monopolaires sont basses et très souvent inférieures à 100. Nous remarquons que les modes de grands  $r_s/Q$  ont bien l'amortissement demandé mais certains ont des  $Q_{ex}$  approchant mille. La figure V-6 montre le produit  $r_s/Q * Q$ , que nous cherchons à minimiser, et nous remarquons que ce sont les modes de fort  $r_s/Q$  qui sont maximum. Le mode "TM012", 3 fois la fréquence du fondamental, réputé pour être difficile à coupler, a lui aussi été suffisamment amorti pour que l'impédance reste au niveau des premiers modes de grand  $r_s/Q$ .

Le mode de plus fort facteur de surtension ( $Q_{ex}=1726$ ), à la fréquence de 1866,05 MHz, est relié à un facteur  $r_s/Q$  quasiment nul (voir aussi figure V-6). Son influence sur le faisceau sera considérée comme négligeable et par la suite nous n'aurons pas à nous en soucier. Si nous regardons la figure V-9 il est évident que l'emplacement du coupleur n'est en aucune façon bien adapté car le mode se trouve en propagation mais n'est pas amorti par les coupleurs.

Les trois premiers modes monopolaires sont associés à des valeurs de résistances shunt assez élevées, mais les  $Q_{ex}$  ne dépassent pas trois cents ce qui donne une combinaison  $r_s/Q * Q_{ex}$  relativement faible.

Cette étude montre simplement que l'amortissement général des modes devrait être satisfaisant. Les trois premiers modes supérieurs monopolaires, qui présentent les plus fortes résistances shunt seront étudiés expérimentalement pour vérifier que le modèle utilisé est bien conforme aux calculs théoriques. Par contre les autres modes ont des facteurs de surtension  $Q_{ex}$  faibles, ou sinon le rapport  $r_s/Q$  est faible. La résistance shunt associée reste donc faible.

## Les modes dipolaires

De même les résultats présentés dans la figure V-7 montre que les facteurs de surtension  $Q_{ex}$  sont bien ceux que nous attendions.. Les modes de fréquences 1280,05 MHz, 1396,2 MHz et 1489,9 MHz ont des couplages relativement faibles (respectivement  $Q_{ex}= 1719, 5917$  et 3785) par contre les rapports  $r_s/Q$  que nous pourrions associer à chacun de ces modes sont respectivement 2, 18 et 4,2 restent faibles. La figure V-8 nous montre bien que la résistance shunt associée à chacun des modes reste dans la limite des modes de grand  $r_s/Q$ . De plus si nous regardons les figures V-9, nous pouvons voir que l'emplacement des coupleurs ne se prête pas à un amortissement conséquent alors que les modes sont en propagation.

Les modes dipolaires nous mènent à la même conclusion que les modes monopolaires. Des  $r_s/Q$  faibles aux fréquences élevées ainsi que des  $Q_{ex} < 100$  permettent d'espérer une bonne conformité avec le cahier des charges. Là aussi seuls les modes de  $f < 1000\text{MHz}$  ont une mauvaise combinaison  $r_s/Q * Q_{ex}$ , et plus particulièrement le mode de fréquence 709,2 MHz.

Fréquence ( MHz )	$Q_{ex}$	$r_s/Q$ (Ohm )	$r_s$ (Ohm )
1866,05 (mono)	1726	0	0
1280,05 (di)	1719	1,171	2012,95
1396,17 (di)	5917	0,133	786,96
1489,94 (di)	3785	0,039	147,61

tableau V-7 : Résistances shunt des modes de forts  $Q_{ex}$

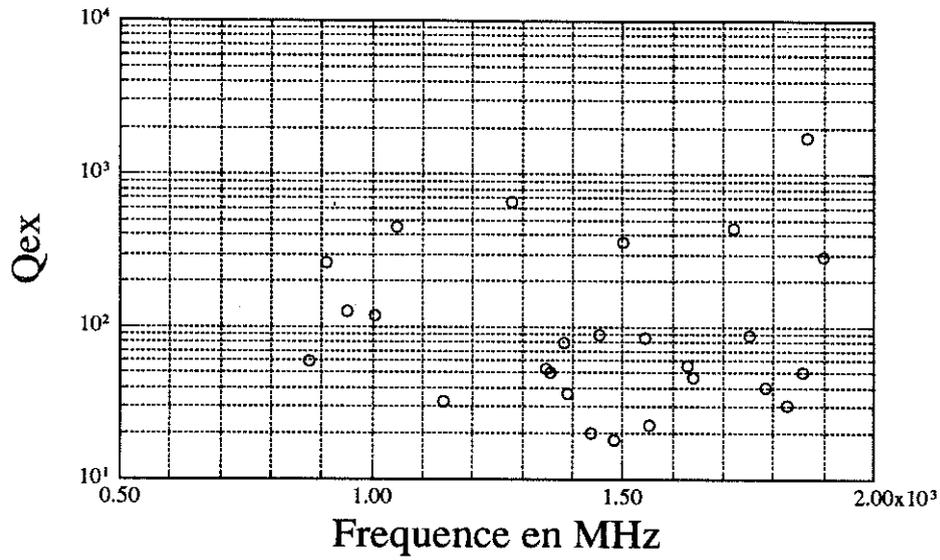
### Conclusion

En conclusion de cette étude théorique de l'amortissement des modes supérieurs nous pouvons souligner.

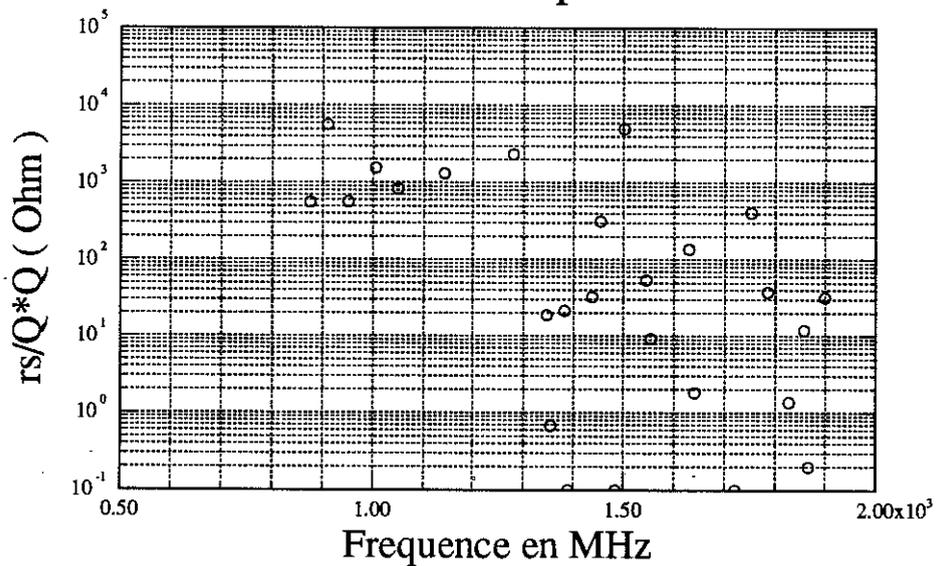
- 1) Des  $Q_{ex}$  inférieurs à 100 sont effectivement obtenus pour les modes, qu'ils soient monopolaires ou dipolaires ayant les plus grands  $r_s/Q$ .
- 2) Les rapports  $r_s/Q * Q$  des modes de  $Q_{ex}$  forts (monopolaires ou dipolaires) restent inférieurs à ceux des modes de grands  $r_s/Q$ .

Ces trois premiers modes monopolaires et les six premiers modes dipolaires seront étudiés dans la suite du mémoire afin de valider le concept de cavité "bicellule" résonante asymétrique. Les autres modes de fréquences plus élevées sont au-delà de la fréquence de coupure du tube de faible rayon. Nous ne nous attacherons donc pas à rendre leur champ maximum au niveau des coupleurs internes puisqu'ils peuvent être bien amortis par les coupleurs externes.

## Modes monopolaires

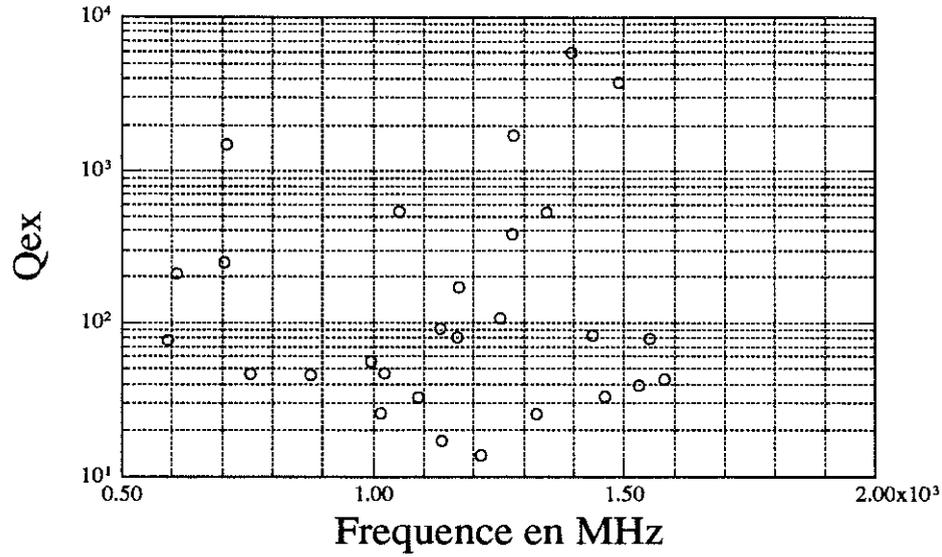


## Modes monopolaires

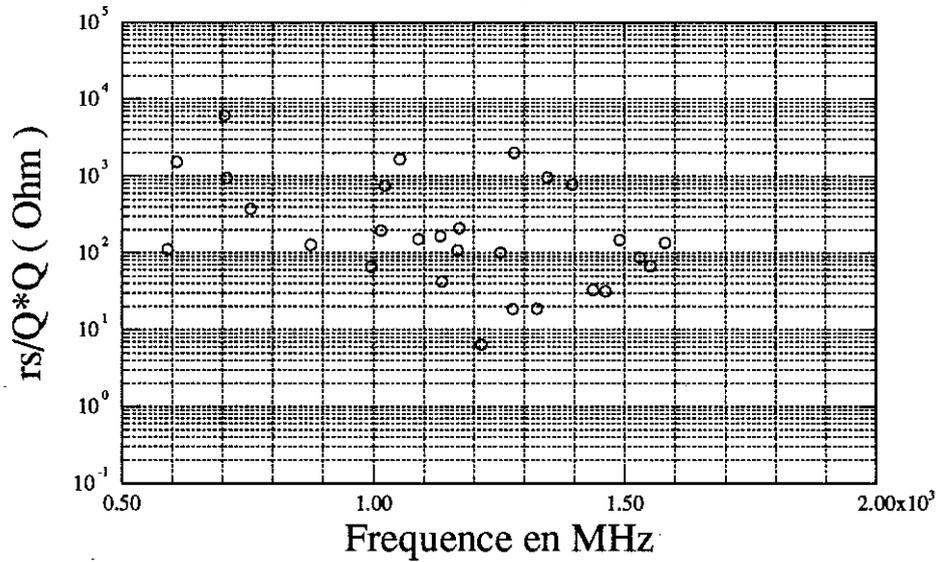


figures V-5 et 6 :  $Q_{ex}$  et  $r_s/Q \cdot Q$  en fonction des fréquences des modes supérieurs monopolaires

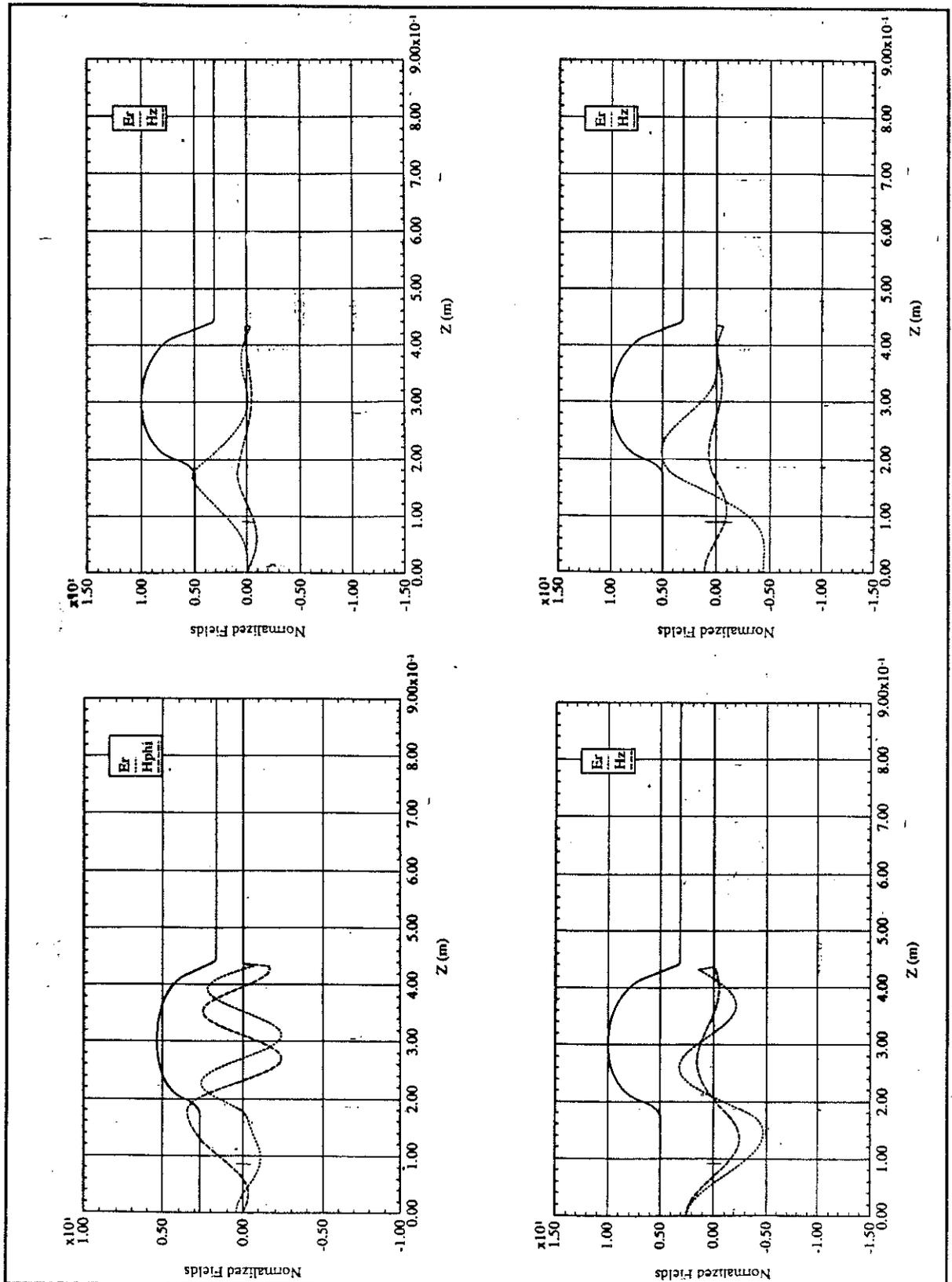
## Modes dipolaires



## Modes dipolaires



figures V-7 et 8 :  $Q_{ex}$  et  $r_s/Q \cdot Q$  en fonction des fréquences des modes supérieurs dipolaires



figures V-9 : Valeurs des champs normalisés dans la cavité. a) mono 1866 MHz. b) di 1280,05 MHz. c) di 1396,17 MHz. d) di 1489,94 MHz

## **C) Etudes expérimentales**

### **a) Le prototype étudié**

Les résultats obtenus avec le code URMEL nous ayant paru intéressants, nous avons décidé de faire construire un prototype, pour mettre à l'épreuve notre idée dans un cas réel. La seule restriction que nous avons faite a été de choisir une maquette de fréquence de résonance 1500 MHz ce qui ne fait que multiplier par un facteur trois toutes les fréquences sans pour autant changer le couplage.

Les figures V-11 et 12 nous montrent des photos de la cavité sans et avec les coupleurs. Les figures V-13 et 14 nous donnent les cotes exactes que nous avons pu fournir pour la construction de la maquette : coupleurs et cavité.

### **Fabrication de la cavité**

La cavité a été faite par repoussage de demi-cellule en cuivre. Ces demi-cellules ont été collées par une résine à l'argent. Les cheminés de couplage sont également collés au niveau des "crevés" préalablement préparés.

La suite de la préparation a consisté en un dégraissage suivi d'un bain au cuivrol (fait au GANIL) et pour terminer un rinçage à l'eau ultrapropre.

### **Position azimutale des coupleurs**

Les coupleurs ne peuvent pas être mis de façon aléatoire de part et d'autre de la cavité. Ne connaissant pas à priori, l'orientation azimutale des modes dipolaires, un angle de  $90^\circ$  entre une paire de coupleurs permet de coupler les deux polarisation.

Nous avons cependant choisi un angle de  $115^\circ$  entre les deux coupleurs de façon à coupler également les modes quadrupolaires.

### **b) Dispositif expérimental**

Le dispositif expérimental est très simple. Pour une première approche de cette nouvelle structure asymétrique nous avons voulu simplement valider le concept, c'est à dire voir si l'amortissement attendu allait être retrouvé expérimentalement.

Le dispositif de la manipulation se compose de deux parties :

–l'analyseur HP 8510 avec

\*une source RF

\*un dispositif de test

\*un détecteur de signal et un convertisseur A/N

\*un microprocesseur numérique et une visualisation

–le système étudié — la cavité bi-cellule.

Il s'agit d'injecter un signal HF dans la cavité et de regarder le signal transmis ou réfléchi afin d'en déduire le facteur de surtension.

### L'analyseur de réseau

Les analyseurs de réseau vectoriels permettent de mesurer les caractéristiques d'amplitudes et de phases des réseaux linéaires : les filtres, les amplificateurs et les antennes. Comme avec tous les analyseurs de réseaux, des paramètres S d'un système peuvent être étudiés. En fait, nous n'utilisons que les paramètres  $S_{11}$  (réflexion) et  $S_{12}$  (transmission). Un signal incident généré par une source RF est comparé à un signal transmis à travers le dispositif ou réfléchi à partir de son entrée.

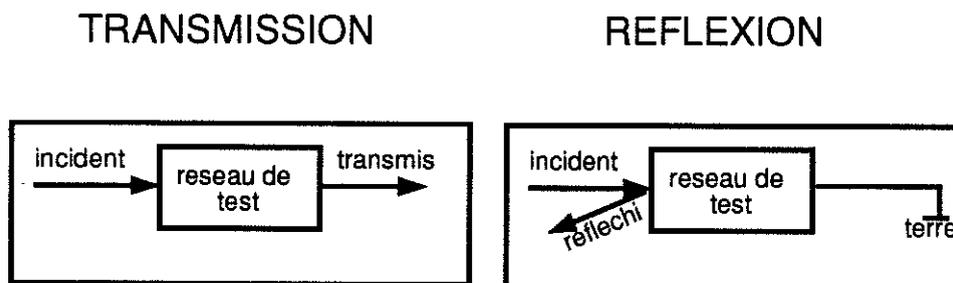


figure V-10 : Schéma de principe de l'analyseur

L'analyse mathématique des données de transmission et de réflexion sur la réponse de balayage du réseau permet également de déterminer la position et la grandeur des modifications d'impédance par rapport à un plan de référence. Une analyse dans le domaine temporel, est aussi possible à l'aide de l'analyse de Fourier.

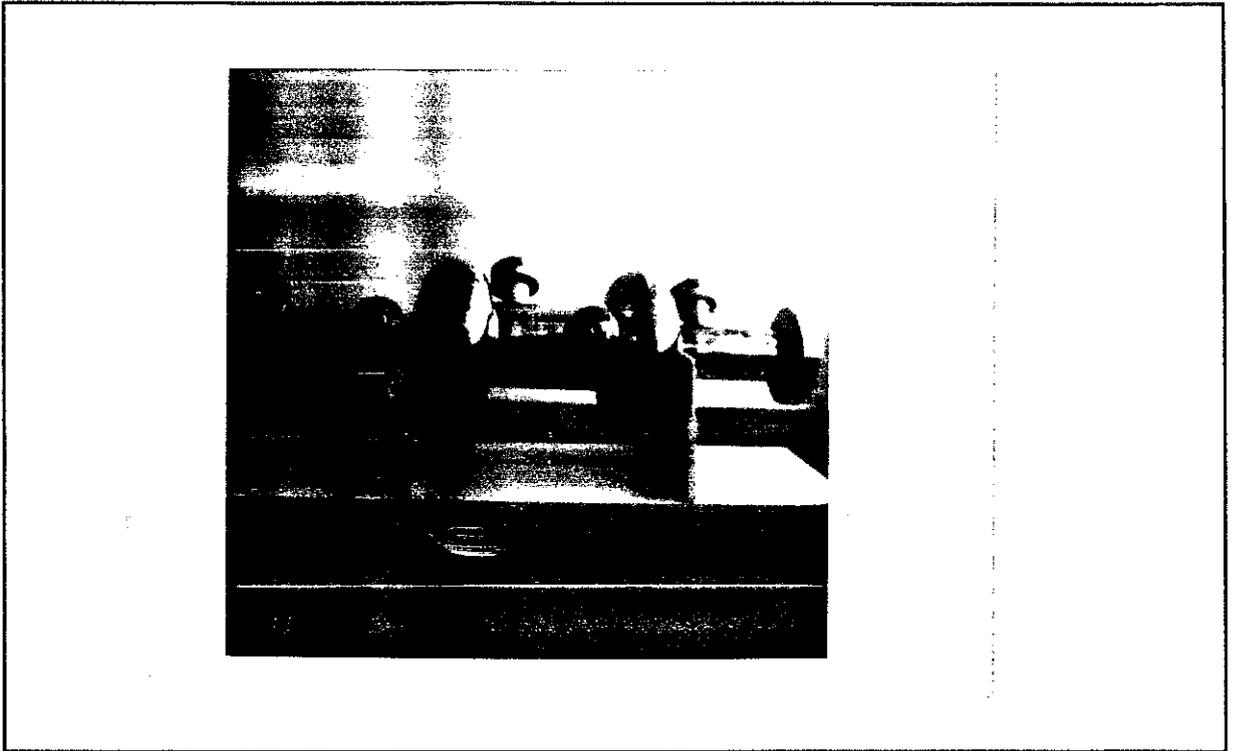


figure V-11 : Cavité sans coupleurs

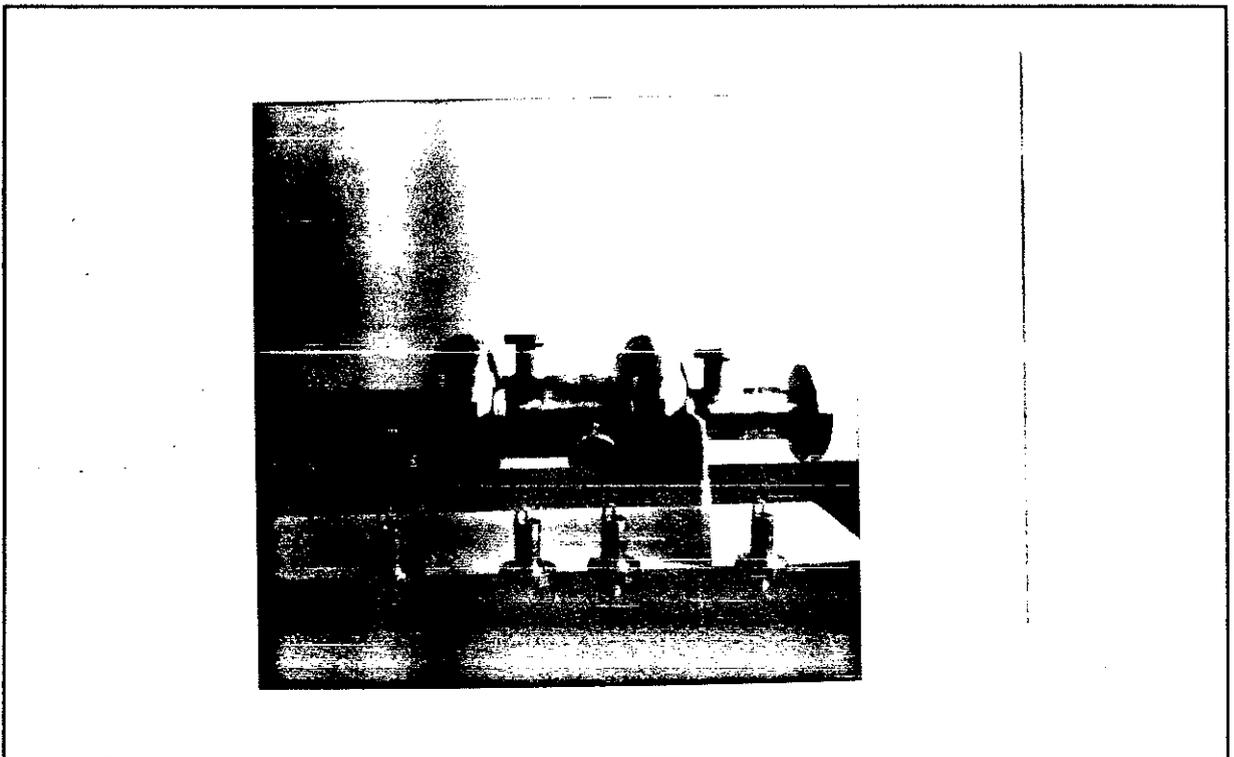


figure V-12 : Cavité avec coupleurs

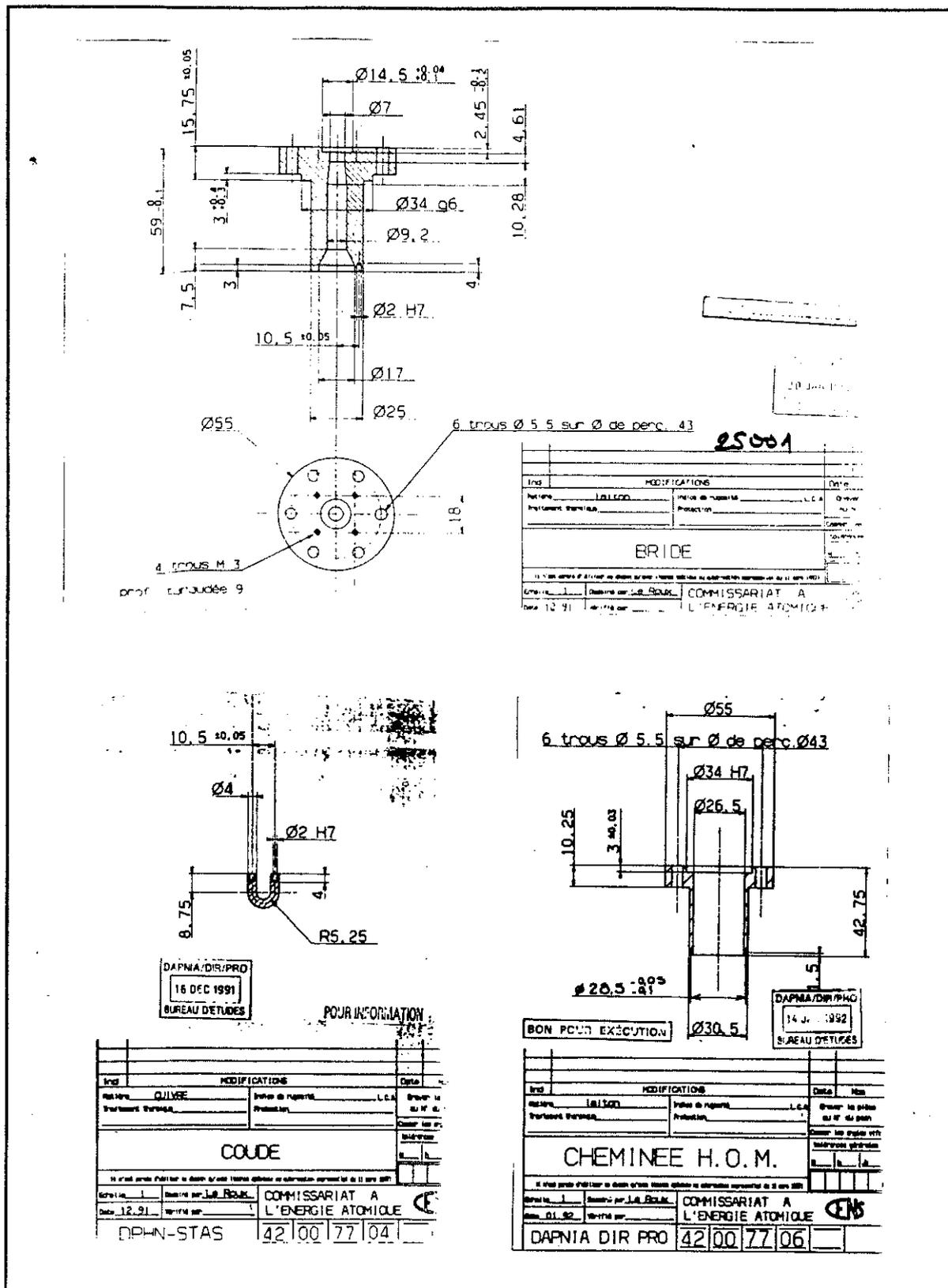


figure V-13 : Cotes des coupleurs



## Sources d'erreurs et correction par l'étalonnage

Il y a deux grandes catégories d'erreurs possibles :

–1) les erreurs aléatoires qui sont des variations de mesure qui apparaissent du fait du bruit ou d'autres variations physiques du montage. Ces erreurs ne peuvent pas être mesurées ni soumises à un modèle d'erreur.

–2) les erreurs systématiques qui sont répétitives. Elles comportent des termes de désadaptation et de perte dans le montage de test, des caractéristiques d'isolation entre le parcours des signaux de référence et des signaux de test et la réponse en fréquence du système.

Heureusement, dans la plupart des cas, les erreurs systématiques sont celles qui produisent la plus grande incertitude de mesure. Ces erreurs peuvent être supprimées pour obtenir une valeur corrigée pour la réponse des composants à tester. La correction se fait par une opération d'étalonnage des composants qui serviront à faire les mesures.

### Etalonnage

Dans une application typique, le système est configuré pour une mesure particulière. L'étalonnage de mesure adéquat est effectué pour chaque modification des paramètres affichés. L'étalonnage est sauvegardé dans une mémoire, le composant branché, sa réponse mesurée, puis les résultats corrigés et mis en sortie. Lorsque le composant à tester doit être mesuré sur plusieurs gammes de fréquences différentes, l'étalonnage de mesure approprié est répété pour chaque gamme de fréquences.

## Principes des mesures

### En réflexion

Dans les mesures de réflexion à correction totale d'erreurs sur les dispositifs, l'étalonnage utilise comme étalon : une charge, un court-circuit et un circuit ouvert blindé.

L'analyseur de réseau nous donne, en décibel, le rapport des puissances  $P_n$  sur  $P_m$  avec  $n$  sortie ou entrée (**mesure**) et  $m$  sortie ou entrée (**référence**).

$$x \text{ dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_n}{P_m} \right) \quad (\text{V.C.b.ii.1.11})$$

Dans le cas d'une mesure en réflexion nous nous intéressons à l'onde réfléchie (figure V-15). Si nous appelons  $P_i$  la puissance incidente,  $P_r$  la puissance réfléchie; nous avons la relation suivante, à la résonance :

$$\frac{P_r}{P_i} = \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^2 \quad (\text{V.C.b.ii.1.12})$$

où  $\beta$  représente le coefficient de couplage  $\beta = Q_0/Q_{ex}$

Sachant que le taux d'onde stationnaire (TOS) est défini par :

$$TOS = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad (\text{V.C.b.ii.1.13})$$

où  $\Gamma$  est le coefficient de couplage défini par  $\Gamma = V_i/V_r$ .

Ce qui nous permet d'écrire alors :

$$\begin{aligned} |\Gamma|^2 &= \frac{P_r}{P_i} = \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^2 \\ |\Gamma| &= \left| \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right| \end{aligned} \quad (\text{V.C.b.ii.1.14})$$

Nous en déduisons donc :

$$\beta = \begin{pmatrix} TOS & \text{pour } \beta > 1 \\ 1/TOS & \text{pour } \beta < 1 \end{pmatrix} \quad (\text{V.C.b.ii.1.15})$$

Le choix de la solution de cette égalité est entièrement dépendant du problème physique qui nous intéresse. Si nous sommes très surcouplés nous savons que nous devons avoir  $\beta$  inférieur à 1. Donc si la solution de l'équation est  $>1$  nous en prenons l'inverse sinon nous la gardons telle quelle. Dans le cas d'un surcouplage il faudra que  $\beta$  soit supérieur à 1. L'adaptation se faisant pour  $\beta=1$ .

De la valeur du coefficient de couplage  $\beta$  nous déterminons la valeur du  $Q_{ex}$  :

$$Q_{ex} = \frac{Q_0}{\beta} \quad (\text{V.C.b.ii.1.16})$$

### En transmission

Pour un étalonnage de réponse en fréquence il suffit de faire un raccord sortie sur entrée.

L'étalonnage total utilise, dans les mesures de réflexion/transmission à correction totale d'erreurs sur les dispositifs, comme étalon : une charge, un court-circuit, un circuit ouvert blindé et un raccord sortie sur entrée.

Etudions maintenant la puissance qui est transmise par rapport à la puissance incidente.

Nous savons que le facteur de surtension est défini par :

$$Q = \frac{\omega}{\Delta\omega} = \frac{F}{\Delta F} \quad (\text{V.C.b.ii.2.17})$$

où  $F$  est la fréquence et  $\Delta F$  la largeur à mi-hauteur.

L'analyseur faisant un balayage en fréquence, si nous nous plaçons à une fréquence de résonance nous connaissons  $F$ .

Nous nous plaçons à  $-3\text{dB}$  du sommet de la courbe de résonance et si nous appelons  $P_i$  la puissance incidente et  $P_t$  la puissance transmise :

$$-3 = 10 \log_{10} \left( \frac{P_t}{P_i} \right) \quad (\text{V.C.b.ii.2.18})$$

$$P_t = \frac{1}{2} P_i$$

La largeur du pic à  $-3\text{dB}$  nous donne donc la largeur à mi-hauteur  $\Delta F$ .

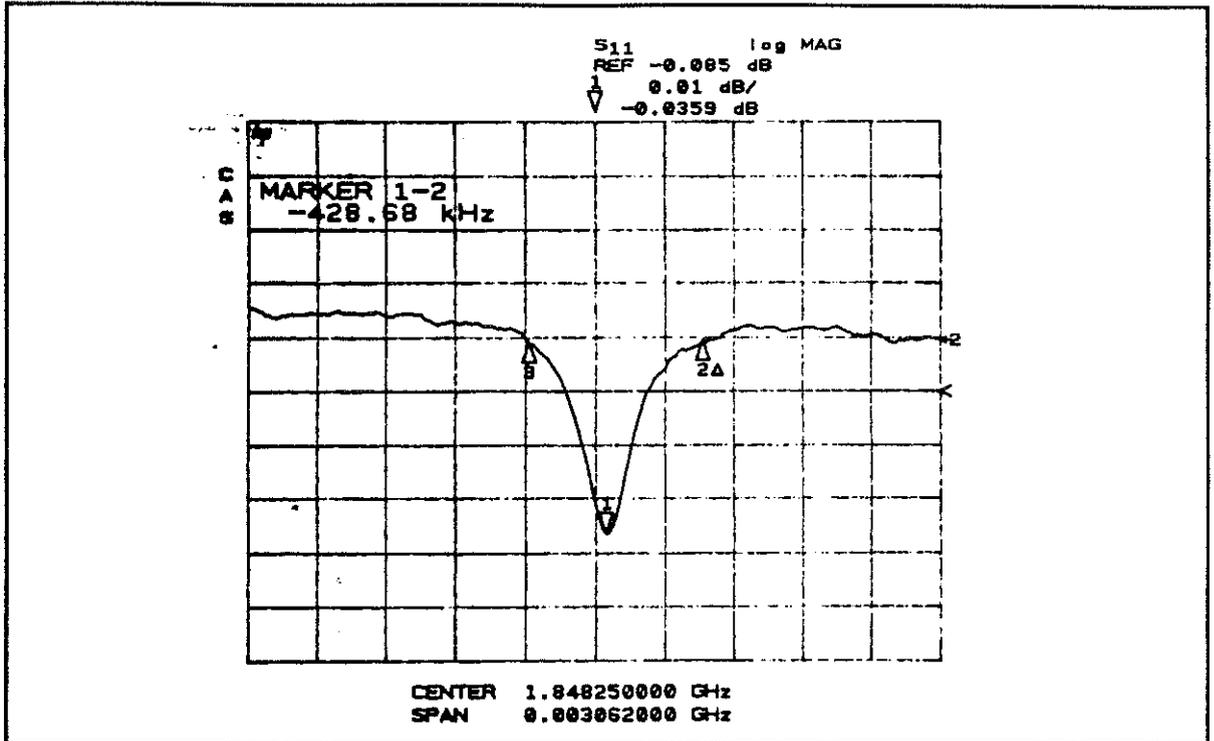


figure V-15 : Mesure en réflexion

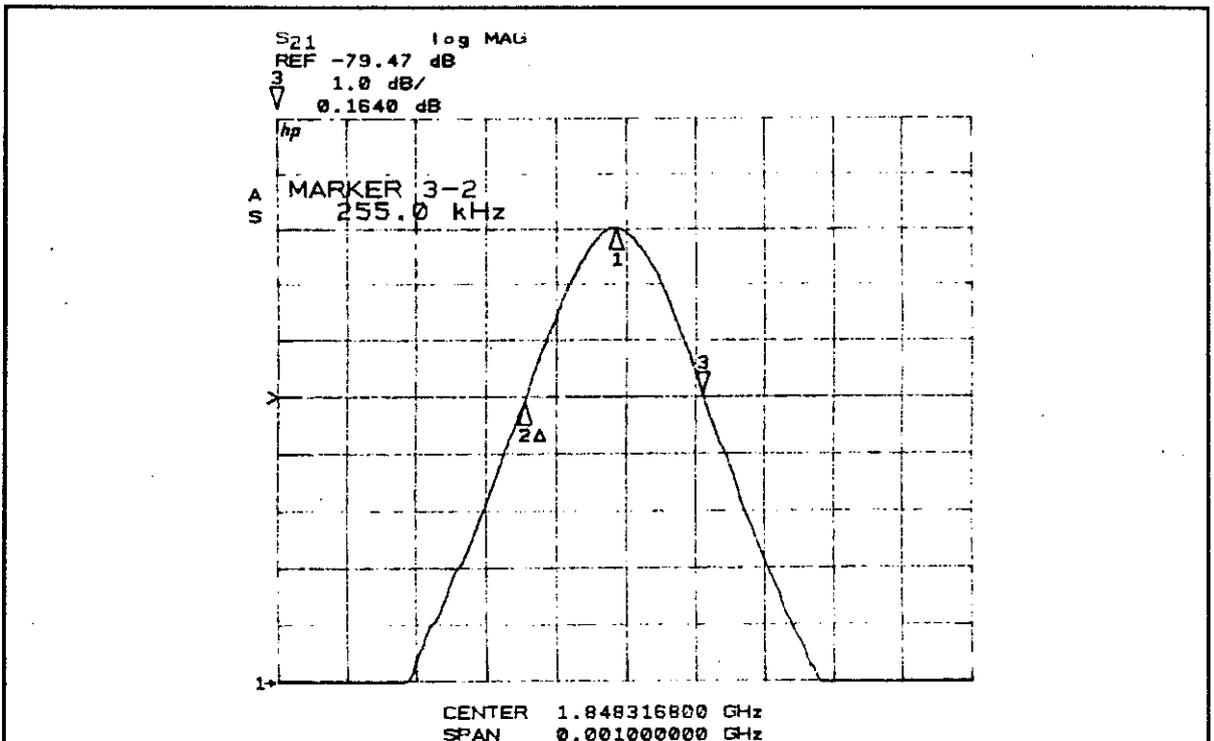


figure V-16 : Mesure en transmission

## Cas des modes dipolaires

Les modes monopolaires présentent des courbes de résonance simples et faciles à étudier, parce que ces modes qui n'ont pas de variation en  $\theta$ .

Les modes dipolaires ayant une variation en  $\theta$  ont deux polarisations . Dans le cas idéal les polarisations sont parfaitement identiques, et il n'apparaîtrait qu'une seule fréquence de résonance.

Mais dans un cas réel, la cavité n'est en aucun cas parfaite. Les irrégularités que nous pouvons distinguer font que les deux polarisations vont être séparés en fréquence : levée de dégénérescence.

la figure V-17 montre par exemple la configuration du champ  $H_\theta$  du mode dipolaire TM<sub>110</sub> dans le plan  $(r,\theta)$  :

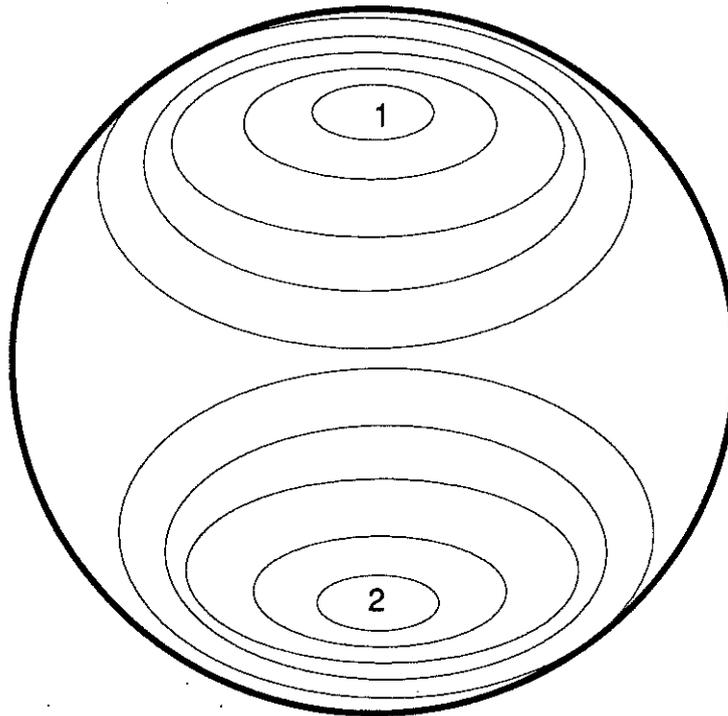


figure V-17 : Configuration du champ  $H_\theta$  du mode dipolaire TM<sub>110</sub>-plan  $(r,\theta)$

Cette figure nous montre que la localisation des antennes (ou des boucles) qui servent à l'entrée ou à l'extraction de la puissance n'est pas indifférente. Si nous injectons la puissance d'un endroit quelconque (coupleur 1) sur la cavité, la partie transmise peut être étudiée n'importe où. Nous voyons, d'après la figure V-17, que l'emplacement du coupleur d'extraction (coupleur 2) va induire une mesure privilégiée d'un pôle. A l'extrême nous

pouvons ne voir qu'un seul des polarisations. Les mesures sur des modes dipolaires se feront alors en séparant les deux polarisations.

### **c) Les résultats obtenus**

Lors des études faites avec URMEL nous avons pu mettre en évidence le fait que seuls les modes de fréquences inférieures à 1 GHz sont à étudier (soit 3 GHz pour la maquette).

L'analyseur fait un balayage en fréquence et donne tous les modes de résonance de la cavité. Les erreurs faites lors de la fabrication de cette maquette ont levé la dégénérescence des modes dipolaires ce qui fait que nous aurons deux pics proches donc deux facteurs de surtension.

Les manipulations sont faites en plusieurs temps :

- boucles tournées d'angles divers par rapport à l'axe faisceau
- boucles de diverses surfaces.

### **Facteur de surtension à vide : $Q_0$**

Le facteur de surtension à vide correspond au facteur de surtension obtenu lorsqu'il n'y a que des pertes internes.

Les mesures sont faites en plaçant le coupleur 1 (injection de puissance) sur l'équateur d'une des deux cavités et le coupleur 2 (transmission de puissance) sur l'équateur de l'autre cavité tout en étant faiblement couplé. Pour chaque fréquence  $F$  nous déterminons le  $\Delta F$  correspondant.

Le tableau V-8 montre de façon indicative les valeurs de ces facteurs de surtension pour les premiers modes. Nous donnons les valeurs des champs trouvés par URMEL, ainsi que les champs expérimentaux. Pour le mode fondamental, nous trouvons bien deux modes très proches résultant du faible couplage entre les deux cellules pour ce mode. Les modes suivants (dipolaires) indiquent deux polarisations des modes dipolaires, sachant que les deux cellules ne sont pas parfaitement identiques.

Il apparaît clairement que les  $Q_{ex}$  relatifs aux deux coupleurs pourront être négligés devant tous les autres couplages. D'autre part si notre cavité donne réellement des couplages très forts ( $Q_{ex} < 100$ ) nous pourrions négliger  $Q_0$  devant  $Q_{ex}$ , ce qui revient à dire que pour notre cavité :

$$\frac{1}{Q_l} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ex}} + \frac{1}{Q_{ex,i}} + \frac{1}{Q_{ex,t}} \quad (\text{V.C.c.i.19})$$

$$Q_l \simeq Q_{ex}$$

F URMEL ( GHz )	F Exp ( GHz )	Q <sub>0</sub>	Q <sub>ex,i</sub>	Q <sub>ex,t</sub>
1,498473 (TM010)	1,510848	24776	8.10 <sup>5</sup>	2,5.10 <sup>11</sup>
1,498989 (TM010)	1,512832	23773	2,3.10 <sup>11</sup>	7.10 <sup>5</sup>
1,773018 (TE111)	1,788982	15250	7,6.10 <sup>5</sup>	3.10 <sup>6</sup>
	1,791573	17121	1,7.10 <sup>6</sup>	1,7.10 <sup>7</sup>
1,825899 (TE111)	1,848856	20451	3,2.10 <sup>6</sup>	4,4.10 <sup>6</sup>
	1,849432	21016	3,7.10 <sup>6</sup>	3,7.10 <sup>6</sup>
2,112159 (TM110)	2,124635	19931	4,3.10 <sup>6</sup>	9,5.10 <sup>6</sup>
	2,125495	20899	5,2.10 <sup>6</sup>	1,6.10 <sup>7</sup>
2,127813 (TM110)	2,139119	22329	7.10 <sup>5</sup>	3.10 <sup>5</sup>
	2,139575	21395	1,2.10 <sup>6</sup>	3,7.10 <sup>5</sup>
2,269608 (tube)	2,270510	20273	1,26.10 <sup>6</sup>	1,2.10 <sup>6</sup>
	2,274405	22744	5,7.10 <sup>6</sup>	1.10 <sup>6</sup>

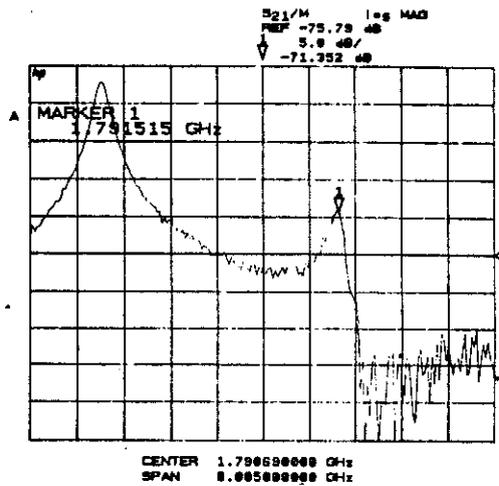
tableau V-8 : Couplage à vide et Q<sub>ex</sub> pour l'injection et le transfert de la puissance

### Action des coupleurs sur les fréquences

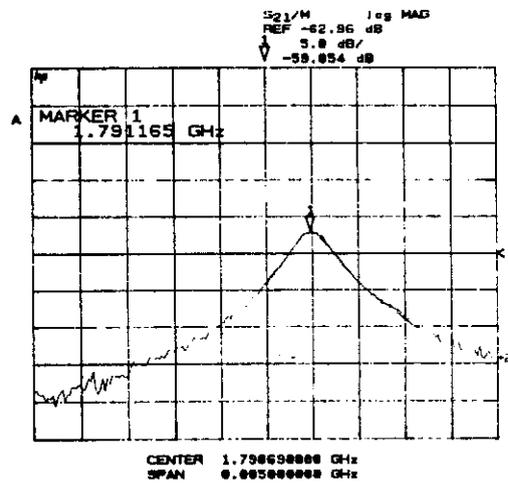
Plaçons les coupleurs sans charge sur la cavité afin d'examiner leur action sur les modes. Nous voyons apparaître une modification de la fréquence car il y a modification du volume étudié, et ceci, sans modification du couplage.

La figure V-18 nous montre bien ce saut en fréquence sans altération de la largeur du pic donc de  $\Delta F$  la légère modification de F ne devant pas entraîner de modification notable sur les facteurs de surtension.

a) { sans coupleurs  
Mode dipolaire TE<sub>111</sub>



b) { coupleurs A  
une polarisation écartée  
du mode TE<sub>111</sub>



c) { - coupleurs A'  
- amortissement très  
faible du mode

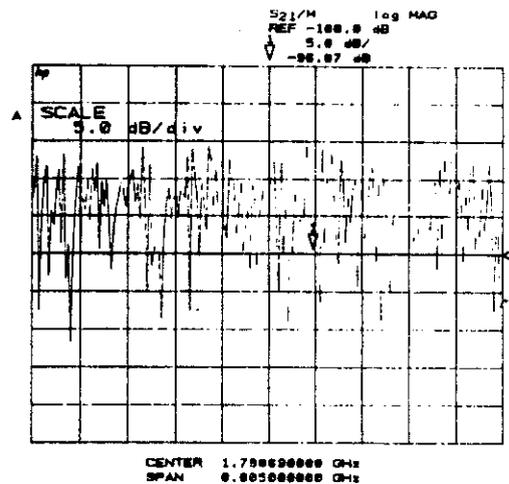


figure V-18 : Action des coupleurs sur la fréquence des modes

## Etudes des facteurs de surtension externe : $Q_{ex}$

Les mesures ont été faites avec deux surfaces de boucles A et A', la deuxième correspondant aux calculs faits avec URMEL.

Les premières études sont faites avec une boucle A de surface homothétique par rapport à la cavité à 500 MHz  $S_A=8,2/9=0,9 \text{ cm}^2$ . Les mesures sont faites en transmission de la cavité un vers la cavité deux. Ensuite nous prenons une boucle de surface A' telle que  $S_{A'}=12/9=1,3 \text{ cm}^2$  (surfaces rapportées à 1,5 GHz).

La boucle utilisée ayant une épaisseur non nulle le champ électrique E a une interaction avec la boucle et le couplage est amélioré par un facteur de couplage d'antenne. Les résultats que nous obtiendrons, tiendront compte de ces cas réels et en seront modifiés par rapport aux calculs d'URMEL.

### Modes monopolaires

Comme nous l'avons expliqué dans la partie consacrée aux études théoriques seuls les modes de fréquences inférieures à 1000 MHz seront étudiés. Les tableaux V-9 et 10 nous donnent les facteurs de surtension pour les trois premiers modes supérieurs monopolaires. Nous remarquons qu'il y a bon accord avec les résultats théoriques du début du chapitre comme nous nous y attendions. La boucle A' tournée dans l'axe du faisceau vers le centre du tube de raccordement offre les meilleurs résultats ce qui est en accord avec la théorie, car dans le cas de modes monopolaires c'est le champ  $H_\theta$  qui est pris en compte. Les résultats obtenus, dans certains cas meilleurs que ceux qui étaient attendus le doivent au fait que la boucle a une épaisseur non négligeable et prend en compte le champ électrique. Si nous voulons prendre en considération le maximum de composantes de champ il faut tourner la boucle de  $45^\circ$ , et dans ce cas les deux derniers modes sont bien amortis et en bon accord avec la théorie.

#### Remarque :

Pour certains modes et certaines orientations des boucles, la mesure des largeurs à mi-hauteur n'est pas possible. La figure V-18 nous montre que l'action des coupleurs sur le mode peut, à l'extrême, avoir une action si forte que le mode se trouve fortement amorti et se confond avec le bruit. Dans la mesure où nous avons un mode très fortement amorti nous pouvons simplement dire que le couplage sera très fort et le facteur de surtension externe associé faible : nous le notons inférieur à 100.

F URMEL (GHz)	F Exp (GHZ)	Qex URMEL	Positionnement du coupleur A			
			0°/axe (vers centre)	0°/axe (vers cavite)	90°/axe	45°/axe
2,625	2,646	59,36	374	374	1058	756
2,727	2,782	263,1	347	2782	1112	1263
2,852	2,88	126,1	1440	205	523	288

tableau V-9 : Qex pour les trois premiers modes supérieurs monopolaires : boucle A

F URMEL (GHz)	F Exp (GHZ)	Qex URMEL	Positionnement du coupleur A'			
			0°/axe (vers centre)	0°/axe (vers cavite)	90°/axe	45°/axe
2,625	2,646	59,36	264	264	882	500
2,727	2,77	263,1	<100	923	246	246
2,852	2,92	126,1	132	166	112	171

tableau V-10 : Qex pour les trois premiers modes supérieurs monopolaires : boucle A'

### Modes dipolaires

Les tableaux V-11 et 12 résument les résultats trouvés lors des manipulations sur les modes dipolaires pour les deux surfaces de boucles.

Nous retrouvons bien les fréquences des modes prédites par URMEL. Il est assez difficile de faire la distinction entre les modes à 1,78 MHz et 1,84 MHz qui pourraient être tous deux nommés TE111 ainsi que les deux modes suivants qui pourraient être nommés TM110. Cette ambiguïté est due au couplage très fort qui existe entre les deux cavités.

#### 1) couplage avec le champ $H_\theta$

Le champ  $H_\theta$  est pris en compte lorsque nous tournons la boucle d'un angle de 0°/axe. Si nous plaçons la boucle vers le centre du tube de raccordement les résultats obtenus ne sont bons que pour quatre modes ( $Qex < 100$ ) alors que les deux autres donnent des Qex supérieurs à 1000. Nous ne pouvons pas nous considérer comme satisfait par de tels résultats.

F URMEL (GHz)	F Exp (GHz)	Qex URMEL	Positionnement du coupleur A			
			0°/axe (vers centre)	0°/axe (vers cavite)	90°/axe	45°/axe
1,773	1,785	76,57	850	370	<100	1432
	1,790		1136	1118	2717	1433
1,824	1,848	209	5849	703	<100	4359
	1,849		4175	1207	3328	2259
2,112	2,121	247,1	911	1387	4433	1878
	2,125		1320	1947	<100	710
2,127	2,139	1492	5570	1954	4277	5044
	2,140		5573	3261	3513	5046
2,268	2,257	46,29	225	449	794	359
	2,271		225	741	<100	<100
2,628	2,613	45,63	<100	<100	<100	<100
	2,620		<100	<100	<100	<100

tableau V-11 : Qex pour les six premiers modes supérieurs dipolaires : boucle A

F URMEL (GHz)	F Exp (GHz)	Qex URMEL	Positionnement du coupleur A'			
			0°/axe (vers centre)	0°/axe (vers cavite)	90°/axe	45°/axe
1,773	1,785	76,57	<100	296	417	<100
	1,790		<100	<100	<100	<100
1,824	1,848	209	901	262	818	455
	1,849		2354	615	568	274
2,112	2,121	247,1	<100	192	<100	<100
	2,125		<100	<100	<100	<100
2,127	2,139	1492	738	711	1068	998
	2,140		2139	1426	1222	845
2,268	2,257	46,29	<100	455	<100	<100
	2,271		<100	<100	<100	<100
2,628	2,613	45,63	<100	<100	<100	<100
	2,620		<100	<100	<100	<100

tableau V-12 : Qex pour les six premiers modes supérieurs dipolaires : boucle A'

Quant au cas consistant à mettre la boucle vers la cavité, il n'offre pas non plus de bons résultats. Les valeurs des  $Q_{ex}$  faibles ont été augmentés jusqu'à quelques centaines alors que les forts couplages des deux autres modes sont légèrement améliorés.

cette solution qui représente le mieux la solution donnée par URMEL ne permet pas de conclure de façon positive.

### 2) couplage avec le champ Hz

La boucle tournée d'un angle de  $90^\circ$ /axe ne tient compte que du champ Hz. Dans ce cas seul trois modes ont un amortissement intéressant et sans doute inférieur à 100. En effet lorsque nous plaçons la boucle A dans la cavité, nous notons un amortissement du mode par un élargissement du pic de résonance. Mais dès que nous plaçons la boucle A' le pic de résonance disparaît dans le bruit. Tout ce que nous pouvons dire c'est que le mode est très fortement amorti avec un  $Q_{ex}$  inférieur à 100.

### 3) couplage avec les champs Hz et $H_\theta$ : angle de $45^\circ$

Le cas intermédiaire consiste à essayer de tenir compte des composantes de champ magnétique  $H_\theta$  et Hz. Les quatre modes qui étaient fortement amortis le restent. Par contre nous pouvons remarquer une nette amélioration pour le deuxième des modes dipolaires qui se trouve amorti de façon conséquente, le dernier de ces six modes étant lui aussi amorti avec un facteur de surtension inférieur à mille. Cette solution pour le positionnement des coupleurs semble être la plus intéressante dans la mesure où les cinq premiers modes supérieurs étudiés sont amortis de façon importante comme nous pouvions l'attendre à la vue des résultats donnés par URMEL.

Tous les modes ont un amortissement égal ou inférieur à celui calculé par URMEL. L'effet de la taille de la boucle, elle interagit avec le champ E, se fait sentir fortement et permet cette amélioration des résultats.

### d) Remarques

URMEL suppose qu'il n'y a pas de coupleurs donc pas de perturbation des champs. Les calculs de couplage théorique sont effectués dans cette hypothèse. Or dans la réalité les coupleurs induisent des perturbation de champs. Mais malgré cela nous pouvons remarquer que les résultats prédits par URMEL sont très proches de ceux que nous avons trouvés lors des manipulations.

Lors du passage de la boucle A à la boucle A' il y a une augmentation de surface de 1,6 ce qui donne une diminution théorique du facteur de surtension de 2,6. Expérimentalement nous voyons une diminution de l'amortissement. mais le rapport de proportionnalité entre les deux boucles n'est pas respecté.

## **D) Conclusion**

La cavité "bicellule" que nous avons étudiée dans cette dernière partie permet d'obtenir de bons résultats sur le mode fondamental. Tous les modes supérieurs que nous avons observés ont une fréquence supérieure à la fréquence de couplure du tube de raccordement et par conséquent présentent un champ élevé dans ce tube. Nous avons optimisé l'emplacement des coupleurs ainsi que leur orientation et l'amortissement espéré a été vérifié pour une surface de boucle raisonnable.

L'étape suivante consisterait à développer des coupleurs réalistes capables de supporter des puissances importantes (de l'ordre de 40kW) et comportant un filtre réjecteur pour le mode fondamental.

**Références**

- <sup>1</sup> “developments of HOM coupleurs for superconducting cavities” A.Mosnier (4th Workshop on RF Superconductivity, 14–18 August 1989, Tsukuba, Japan)



## **VI) CONCLUSION**



## VI) CONCLUSION

Cette étude a porté principalement sur la compréhension des phénomènes qui apparaissent lors du passage d'un faisceau de particules dans un accélérateur, et sur la mise au point d'une cavité accélératrice permettant d'augmenter la luminosité de la machine. Nous sommes parvenu à la mise au point d'une maquette non supraconductrice sur laquelle a été effectuée une série de mesures en vue de valider le concept.

### LES MOYENS UTILISÉS

Les techniques de calcul utilisées pour les cavités accélératrices reposent principalement sur deux codes informatiques. Ces codes résolvent les équations de Maxwell pour une structure quelconque, soit dans le domaine statique (URMEL), soit dans le domaine temporel (TBCI). A partir de la détermination des champs électromagnétiques qui règnent dans la cavité, nous avons été en mesure de déterminer le facteur de perte qui apparait dans une structure quelconque. Et si les modes, qui existent effectivement, sont en propagation. De là nous pouvons en déterminer le couplage par l'intermédiaire de petits programmes informatiques.

La partie expérimentale, qui a suivi cette approche théorique, a nécessité l'utilisation d'un analyseur de réseau. L'étude comparée du signal émis et du signal transmis nous a donné le facteur de surtension associé à chaque mode. Tout d'abord par une étude sans coupleurs nous avons montré que les facteurs de surtension  $Q_0$ ,  $Q_{ex,i}$ ,  $Q_{ex,t}$  peuvent être négligés devant le facteur de surtension externe  $Q_{ex}$  du mode. Ensuite nous avons procédé à la détermination du facteur de surtension de chaque mode en plaçant les coupleurs.

## LES RESULTATS OBTENUS

Notre approche s'est faite en plusieurs temps. En premier lieu nous nous sommes intéressés à un aspect plus fondamental des problèmes de champs de sillage. Après quelques définitions nous avons étudié le cas du tube de glissement à symétrie de révolution. Les expressions des potentiels de sillage et des facteurs de perte ont pu être dérivées pour tous les ordres multipolaires, et ont été appliquées aux paquets très courts pour lesquels les expressions usuelles ne pouvaient pas être utilisées. Nous avons pu mettre en évidence quelques particularités comme les oscillations de la fonction de Green montrant une partie décélétratrice. De plus la limite des faibles paquets est calculée pour le facteur de perte gaussien.

La comparaison et l'étude de systèmes accélérateurs utilisés dans des laboratoires Américains nous a permis de mettre au point un premier concept de cavité. Cette dernière a la particularité d'être une structure "semi-ouverte". Elle est raccordée à un tube de glissement de grand diamètre par un iris de faible diamètre. De cette manière nous avons pu observer que tous les modes étaient en propagation sauf le mode fondamental. Une étude détaillée des facteurs de surtension externe a été faite à l'aide de deux méthodes de calculs : "Slater" et "Kroll-Yu". Ces méthodes nous ont montré que nous avons un amortissement intéressant des modes ( $Q_{ex} < 1000$ ) mais toutefois pas assez fort ( $Q_{ex} \text{ voulu} < 100$ ). Cette structure reste plus performante, du point de vue des couplages, que les structures accélétratrices traditionnelles.

L'étude précédente a amené des conclusions sur la méthode à suivre pour la conception des cavités à forte luminosité. Nous voulons une cavité qui reste performante d'un point de vue de l'accélération, qui ne soit pas trop difficile à construire et de coût faible, pour cela nous avons mis au point une cavité "bicellule" résonante. La présence d'un tube de large ouverture entre les deux cavités permet une localisation privilégiée de la puissance à évacuer, les modes étant tous en propagation sauf le fondamental. Cette structure, qui utilise, pour l'amortissement des modes, des boucles, peut être mise en série dans un cryostat permettant un abaissement des pertes cryogéniques, des coûts d'installation et d'encombrement.

Les résultats prédits par URMEL sont de l'ordre de grandeur espéré ( $Q_{ex} \simeq 100$ ) pour les modes de grand  $r_s/Q$ . Pour les modes moins amortis ils ont un rapport  $r_s/Q$  souvent très faible donc une résistance shunt associée petite. L'influence de ces modes sur la dynamique du faisceau reste négligeable.

Les trois premiers modes supérieurs monopolaires ainsi que les six premiers modes supérieurs dipolaires ont été étudiés expérimentalement afin de voir si le calcul théorique se trouvait en accord avec la réalité. Les résultats obtenus après optimisation de la localisation

et l'orientation des coupleurs sont, dans tous les cas, de l'ordre de grandeur souhaité et parfois améliorés. La taille non négligeable de la boucle induit une interaction avec le champ électrique. Cette partie de l'onde que le code URMEL ne prend pas en compte, ainsi que, l'orientation ( $45^\circ$ /axe) de la boucle fait apparaître deux composantes du champs magnétiques  $H_z$  et  $H_\theta$  ce qui entraîne une modification de l'amortissement.

## LES PERSPECTIVES

1) L'étape suivante consiste à développer des coupleurs pouvant supporter la puissance importante de 40 kW et comportant un système de filtre réjecteur pour le mode fondamental.

2) Il faudra engager une étude sur l'influence de ces derniers sur la dynamique du faisceau. Bien que de taille raisonnable les coupleurs peuvent avoir une influence sur le faisceau. Des codes en trois dimensions, comme MAFIA (extension de URMEL), permettent de fournir les valeurs des facteurs de perte et des impédances supplémentaires dues aux coupleurs. Un coupleur de puissance pour le mode fondamental est alors nécessaire.

3) L'étape suivante, une fois la cavité validée, est de faire un prototype supraconducteur afin de tester le comportement à basse température (valeur du champ accélérateur, coupleurs...).

Notre étude montre qu'il est possible de fabriquer une cavité accélératrice qui permet d'obtenir tous les modes supérieurs en propagation, avec des  $Q_{ex}$  inférieurs à 100. Qu'elle garde les caractéristiques du mode fondamental intéressantes, qu'elle soit compacte et qu'elle soit d'un coût moins élevé que les structures étudiées dans les autres laboratoires.



# ANNEXES



## ANNEXE A) THEOREMES DE PANOFSKY-WENZEL

### PREMIER THEOREME :

Il s'agit de démontrer le théorème de Panofsky-Wenzel relatif aux potentiels de sillage :

$$\partial_s \vec{W}_\perp(\mathbf{r}, s) = \vec{\nabla}_\perp W_z(\mathbf{r}, s) \quad (\text{A.a.1})$$

Nous allons nous intéresser pour l'instant au potentiel relatif à une charge. Nous commençons par démontrer :  $\partial_s W_x^0 = \partial_x W_z^0$ . Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \partial_s W_x^0 &= \frac{1}{q} \partial_s \int_{z_1}^{z_2} dz (E_x - cB_y) \left( z, \vec{r}, t = \frac{z+s}{c} \right) \\ &= \frac{1}{qc} \int_{z_1}^{z_2} dz \partial_t (E_x - cB_y) \left( z, \vec{r}, t = \frac{z+s}{c} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.a.2})$$

or nous avons la relation  $\partial_t B_y = -(\nabla \wedge E)_y = \partial_x E_z - \partial_z E_x$  qui replacée dans l'équation (A.a.1) nous donne :

$$\begin{aligned} \partial_s W_x^0 &= \frac{1}{qc} \int_{z_1}^{z_2} dz [(\partial_t E_x + c\partial_z E_x) - \partial_x E_z] \left( z, r, t = \frac{z+s}{c} \right) \\ \text{or } \frac{d}{dz} &= \partial_z + \frac{1}{c} \partial_t \\ &= \frac{1}{qc} \int_{z_1}^{z_2} dz c \frac{d}{dz} E_x - \frac{1}{qc} c \partial_x \int_{z_1}^{z_2} dz E_z \\ &= \frac{1}{q} [E_x(z_2) - E_x(z_1)] + \partial_x W_z^0 \end{aligned} \quad (\text{A.a.3})$$

Dans une structure invariante par translation comme un tube de glissement le champ électrique  $E_x$  est constant suivant  $z$ . Dans le cas d'une cavité accélératrice assimilée à un défaut le long

d'un tube nous pouvons prendre l'intégrale de la formule (A.a.3) et remarquer qu'à l'infini les champs électriques sont identiques donc leur différence est égale à zéro. Dans chacun des cas considérés nous avons alors :

$$\partial_s W_x^0 = \partial_x W_z^0 \quad (\text{A.a.4})$$

Il est alors possible de faire le même raisonnement suivant y, le théorème est démontré dans le cas d'une charge ponctuelle.

Par linéarité, le théorème s'étend à toute distribution de charge  $\lambda(s)$ .

### DEUXIEME THEOREME :

Cas de la charge se déplaçant sur l'axe :

$$\partial_r W_z(r, s) = 0 \quad (\text{A.a.5})$$

Si nous considérons une symétrie de révolution alors  $E_\theta = B_z = B_r = 0$ , donc :

$$\begin{aligned} \partial_r W_z^0(r, s) &= -\frac{1}{q} \int_{z_1}^{z_2} dz \partial_r E_z \left( r, z, t = \frac{z+s}{c} \right) \text{ avec } \partial_t B_\theta = \partial_r E_z - \partial_z E_r \\ &= -\frac{1}{q} \int_{z_1}^{z_2} dz [\partial_z E_r + \partial_t B_\theta] \left( r, z, t = \frac{z+s}{c} \right) \\ &= -\frac{1}{q} \int_{z_1}^{z_2} dz \left[ \frac{d}{dz} E_r - \frac{1}{c} \partial_t E_r + c \frac{d}{dz} B_\theta - c \partial_z B_\theta \right] \end{aligned} \quad (\text{A.a.6})$$

Les équations de Maxwell nous donnent alors :

$$(\nabla \wedge B)_r = \frac{1}{c^2} \partial_t E_r = \frac{1}{r} \partial_\theta B_z - \partial_z B_\theta = -\partial_z B_\theta \quad (\text{A.a.7})$$

donc :

$$\begin{aligned}
 \partial_r W_z^0(r, s) &= -\frac{1}{q} \int_{z_1}^{z_2} dz \left[ \frac{d}{dz} E_r + c \frac{d}{dz} B_\theta \right] \\
 &= -\frac{1}{q} (E_r(z_2) - E_r(z_1) + c B_\theta(z_2) - c B_\theta(z_1))
 \end{aligned}
 \tag{A.a.8}$$

Un raisonnement analogue au premier théorème relatif à l'indépendance par rapport à  $z$  des composantes  $E_r$  et  $B_\theta$  nous donne alors pour une distribution de charge  $\lambda(s)$  :

$$\partial_r W_z(r, s) = 0
 \tag{A.a.9}$$



## ANNEXE B) FACTEUR DE SURTENSION ET RÉSISTANCE SHUNT

### Introduction :

Cette annexe sera consacrée à l'étude et à la définition des principaux facteurs utilisés dans le mémoire. A savoir le facteur de surtension, qu'il soit interne, externe ou total, et la résistance shunt.

### Pertes dans les guides et les cavités, résistance shunt

#### Pertes dans les cavités : facteur de surtension

Afin de déterminer les performances que pourrait atteindre une cavité résonante; il a été défini un facteur de surtension  $Q$  :

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energie stockee durant une periode}}{\text{energie moyenne dissipee par periode}} \quad (\text{B.a.ii.1.10})$$

$$= \frac{2\pi W_0}{PT} = \omega_0 \frac{W_0}{P}$$

où  $W_0$  est l'énergie stockée,  $P$  est la puissance moyenne dissipée,  $\omega_0$  est la pulsation de résonance à vide et  $T$  la période .

Une cavité n'est rien d'autre qu'un résonateur qui peut être modélisé comme étant un circuit oscillant avec des pertes :

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 2\nu \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = f(t) \quad (\text{B.a.ii.1.11})$$

La présence de  $\nu$  correspond aux pertes. Par transformation de Laplace nous obtenons la fonction de Transfert :

$$T(s) = V(s)/F(s) = \frac{1}{s^2 + 2\nu s + \omega_0^2} \quad (\text{B.a.ii.1.12})$$

avec  $\omega_l = \sqrt{\omega_0^2 - \nu^2}$  : **pulsation en charge**. Ces pertes entraînent donc une modification de la fréquence de résonance de la cavité. Si il n'y a pas de pertes dues au milieu alors nous voyons que  $\omega_l = \omega_0$  : la fréquence en charge est la même que la fréquence à vide.

L'équation différentielle (B.a.ii.1.11) à une solution générale de la forme :

$$v(t) = V e^{-\nu t} \sin(\omega_l t) \quad (\text{B.a.ii.1.13})$$

L'énergie stockée est proportionnelle à la moyenne de  $v^2(t)$ , ce qui donne :

$$W = \frac{1}{2} V^2 e^{-2\nu t} \quad (\text{B.a.ii.1.14})$$

et la puissance moyenne n'est autre que :

$$P = -\frac{dW}{dt} = 2\nu W \quad (\text{B.a.ii.1.15})$$

nous pouvons alors réécrire le facteur de surtension en fonction des diverses relations trouvées plus haut :

$$Q = \frac{\omega_0}{2\nu} \quad (\text{B.a.ii.1.16})$$

La fréquence de résonance en charge devient :

$$\omega_l = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (\text{B.a.ii.1.17})$$

L'équation (B.a.ii.1.11) est transformée en :

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = f(t) \quad (\text{B.a.ii.1.18})$$

Pour un résonateur parfait  $Q$  tend vers l'infini et nous voyons que la dérivée première va disparaître. Par contre dans le cas réel,  $Q$  a une valeur fixe finie et nous voyons qu'il va y avoir atténuation de l'onde.

Maintenant intéressons nous à la fonction de transfert  $T$ . Cette dernière peut être écrite en fonction des seules pulsations  $\omega$  et  $\omega_0$  :

$$T(\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\omega_0/Q} \quad (\text{B.a.ii.1.19})$$

Le dénominateur peut se écrire :

$$\begin{aligned} \omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \frac{\omega_0}{Q} &= i\omega \frac{\omega_0}{Q} \left[ 1 + iQ \left\{ \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right\} \right] \\ &= i\omega \frac{\omega_0}{Q} \left[ 1 + iQ \left\{ \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right\} \left\{ \frac{\omega_0}{\omega} + 1 \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.a.ii.1.20})$$

Pour des valeurs  $Q$  très fortes nous voyons que  $\omega$  et  $\omega_0$  sont très proches, donc nous aurons  $\frac{\omega_0}{\omega} + 1 = 2$ . Ce qui entraîne :

$$\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \frac{\omega_0}{Q} = i\omega \frac{\omega_0}{Q} \left[ 1 + i2Q \left\{ \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right\} \right] \quad (\text{B.a.ii.1.21})$$

Nous écrivons la fonction de transfert de la manière suivante :

$$T(\omega) = \frac{-iQ/(\omega\omega_0)}{1 + 2iQ \left\{ \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right\}} \quad (\text{B.a.ii.1.22})$$

L'amplitude de la fonction de transfert est une courbe en cloche centrée sur  $\omega_0$  et dont la largeur dépend de la valeur de  $Q$ .

Maintenant nous cherchons à connaître la largeur à mi-hauteur de bande passante qui est définie par  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ . Nous avons :

$$|T(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |T(\omega_0)| \quad (\text{B.a.ii.1.23})$$

et ceci pour les deux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Donc :

$$\frac{Q/(\omega\omega_0)}{\sqrt{1 + 4Q^2 \left\{ \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right\}^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{Q}{\omega_0^2} \quad (\text{B.a.ii.1.24})$$

qui donne deux solutions :

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = +/ - \frac{1}{2Q} \quad (\text{B.a.ii.1.25})$$

Dans une très bonne approximation nous pouvons écrire le facteur de surtension :

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{F_0}{\Delta F} \quad (\text{B.a.ii.1.26})$$

La courbe de résonance est alors donnée par :

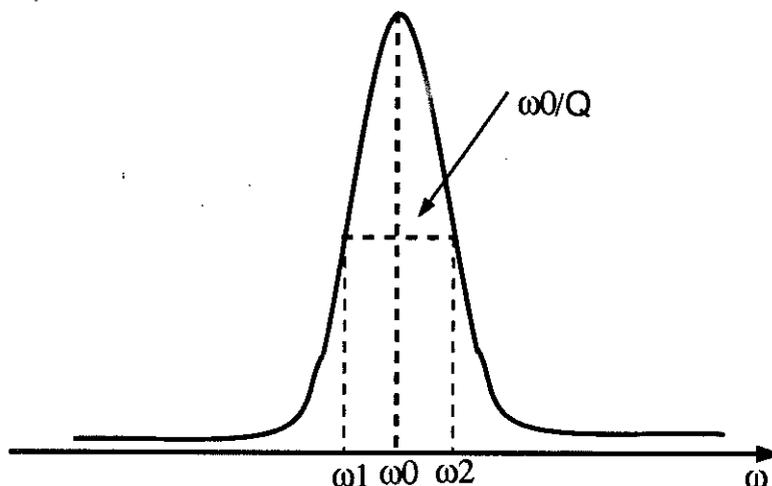


figure B-1 : Résonance (facteur de surtension)

Pour résumer, une façon rapide de détermination de  $Q$  est la mesure de la bande passante à mi-hauteur d'une courbe de résonance.

### Cas des cavités accélératrices :

Lorsque nous utilisons une cavité dans un accélérateur cette dernière est reliée à des générateurs : elle est utilisée comme une charge. Dans ce cas différents facteurs de surtension  $Q$  peuvent être définis. Il y a en premier le facteur de surtension à vide qui ne tient compte que des **pertes internes**, c'est le facteur  $Q_0$  :

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W}{P_0} \quad (\text{B.a.ii.1.1.27})$$

où  $P_0$  est la puissance moyenne dissipée à l'intérieur de la cavité.

Pour une cavité, la puissance perdue par le conducteur et le diélectrique peuvent contribuer au facteur  $Q_0$ .

On définit le facteur de surtension externe,  $Q_{\text{ex}}$  du aux **pertes externes**. La puissance dissipée  $P_{\text{ex}}$ , qui est associée, est la puissance perdue dans le monde extérieur, par des ports d'entrée et de sortie, lorsque le générateur est éteint.

En dernier lieu nous avons le facteur de surtension en charge  $Q_l$  qui correspond à la puissance totale dissipée dans une cavité d'accélérateur et vers le monde extérieur. Si nous notons  $P_T$  la puissance moyenne totale dissipée nous avons :

$$Q_l = \frac{\omega W}{P_T} \quad \text{avec} \quad P_T = P_0 + P_e$$

$$\frac{1}{Q_l} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e} \quad (\text{B.a.ii.1.1.28})$$

On voit que le facteur de surtension le plus faible est le terme dominant.

### Le facteur de surtension $Q_0$

**Pertes diélectriques** Nous rappelons la définition de la constante diélectrique complexe d'un milieu homogène et isotrope :

$$\epsilon_c = \epsilon - i \frac{\sigma}{\omega} = \epsilon(1 - i \tan \delta) \quad (\text{B.a.ii.1.2.1.29})$$

$\tan \delta$  est le facteur de perte du milieu; il en résulte  $\sigma = \omega \epsilon \tan \delta$ .

Si le milieu électrique occupe le volume  $V'$  dans la cavité de volume  $V$ , les pertes diélectriques qui concernent un mode de vibration donné, seront de la forme :

$$\langle P_d \rangle = \frac{1}{2} \int_{V'} \sigma \vec{E} \vec{E}^* dV' = \frac{1}{2} \omega \int_{V'} \epsilon \tan \delta \vec{E} \vec{E}^* dV' \quad (\text{B.a.ii.1.2.1.30})$$

Le coefficient de surtension  $Q_d$  s'écrit alors :

$$Q_d = \omega \frac{\langle W \rangle}{\langle P_d \rangle} = \frac{\int_V \vec{E} \vec{E}^* dV}{\tan \delta \int_{V'} \vec{E} \vec{E}^* dV'} \quad (\text{B.a.ii.1.2.1.31})$$

Dans le cas, où le diélectrique est supposé homogène et isotrope, remplissant la cavité en entier, nous aurons simplement :

$$Q_d = \frac{1}{\tan \delta} \quad (\text{B.a.ii.1.2.1.32})$$

Le cas de l'air ambiant (notre condition de travail expérimental) donne un  $\tan \delta$  tendant vers zéro donc  $Q_d$  grand. Il sera donc possible de négliger ce terme devant les autres.

**Pertes métalliques** Energie dissipée dans les parois :

$$\langle W_m \rangle = \omega \langle P_m \rangle = \frac{1}{2} R_S \int_S \vec{J}_S \vec{J}_S^* dS = \frac{1}{2} R_S \int_S \vec{H} \vec{H}^* dS \quad (\text{B.a.ii.1.2.2.33})$$

où  $S$  est une surface intérieure à la cavité. Il en résulte que :

$$Q_m = \omega \frac{\langle W \rangle}{\langle P_m \rangle} = \frac{\frac{1}{2} \int_V \mu \vec{H} \vec{H}^* dV}{\frac{1}{2} R_S \int_S \vec{H} \vec{H}^* dS} \quad (\text{B.a.ii.1.2.2.34})$$

On introduit par commodité, en supposant que la cavité est entièrement remplie d'un seul diélectrique et que ses parois sont constituées d'un seul métal, le "facteur géométrique"  $G$  définit par :

$$G = \omega \mu \frac{\int_V \vec{H} \vec{H}^* dV}{\int_S \vec{H} \vec{H}^* dS} \quad (\text{B.a.ii.1.2.2.35})$$

$G$  est un nombre sans dimension qui dépend du mode. Nous pouvons alors écrire :

$$Q_m = \frac{G}{R_S} \quad (\text{B.a.ii.1.2.2.36})$$

### La résistance shunt

La résistance shunt  $r_s$  pour une cavité HF fonctionnant en onde stationnaire est la grandeur qui relie la tension accélératrice  $V$  à la puissance dissipée  $P_m$  dans les parois :

$$P_m = \frac{V^2}{r_s} \quad (\text{B.a.ii.2.37})$$

Une définition plus générale qui tient compte des ondes progressives est :

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{E_z^2}{r'_s} \text{ avec } r'_s = \frac{r}{L} \quad (\text{B.a.ii.2.38})$$

$L$  longueur de la cavité,  $r'_s$  résistance shunt par unité de longueur,  $E_z$  amplitude du champ accélérateur et  $dP/dz$  puissance perdue par unité de longueur dans les parois. Le signe négatif

montre que le flux de puissance dans une structure d'onde progressive décroît à cause des pertes métalliques.

Une autre façon d'écrire est :

$$\frac{r_s}{Q} = \frac{V^2}{\omega W} \quad (\text{B.a.ii.2.39})$$

Relation très importante car elle montre que plus le champ accélérateur sera fort plus ce facteur sera grand. Par contre si nous nous intéressons à des modes de fréquences élevées alors il diminue. En quelque sorte **le facteur  $r_s/Q$  mesure la capacité d'un mode à accélérer le faisceau.**

## ANNEXE C) UTILISATION DES DONNÉES URMEL

### Généralité

Le champ électrique sur l'axe est de la forme :

$$E = E_z e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (\text{C.a.i.40})$$

Ce qui nous permet d'écrire le potentiel de façon générale :

$$V^* = \int_0^L E_z \cos(\omega t + \varphi) dz + i \int_0^L E_z \sin(\omega t + \varphi) dz \quad (\text{C.a.i.41})$$

Où  $L$  est la longueur de la cavité plus celle du tube de glissement.

Maintenant nous devons considérer deux cas. Soit nous avons une structure symétrique par rapport à l'équateur de la cavité et dans ce cas seule une moitié nous intéresse, soit nous regardons la cavité dans son ensemble.

### Demi cellule

Nous savons que la fonction cosinus est paire et la fonction sinus impaire. Le calcul de  $V^*$  dépendra donc de la parité de  $E_z$ .

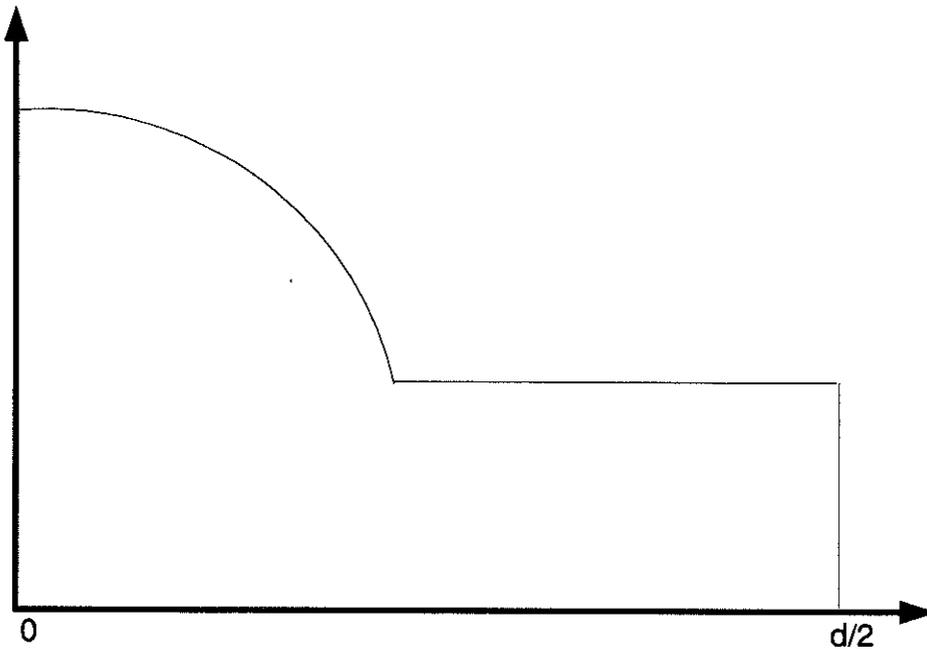


figure C-1 : Demi-cellule

Si  $E_z$  est paire alors  $E_z \sin(\omega t + \phi)$  sera impaire et l'intégration sur la cavité sera nulle ce qui donne :

$$V^* = 2 \int_0^{d/2} E_z \cos(\omega t + \phi) dz \quad (\text{C.a.i.1.42})$$

Dans le cas contraire ou  $E_z$  est impair alors :

$$V^* = 2 \int_0^{d/2} E_z \sin(\omega t + \phi) dz \quad (\text{C.a.i.1.43})$$

### Une cellule

Il est nécessaire de garder les deux membres de l'égalité pour le potentiel ne connaissant pas la parité de  $E_z$  :

$$V^* = \int_{-d/2}^{d/2} E_z \cos(\omega t + \varphi) dz + i \int_{-d/2}^{d/2} E_z \sin(\omega t + \varphi) dz \quad (\text{C.a.i.2.44})$$

## calcul des paramètres fondamentaux

### Résistance shunt

Nous adoptons la définition suivante :

$$P_m = \frac{V^2}{r_s} \quad (\text{C.a.ii.1.45})$$

le rapport  $r_s/Q$  est donc donné par :

$$\frac{r_s}{Q} = \frac{V^2}{\omega W} \quad (\text{C.a.ii.1.46})$$

**Il faut faire attention au facteur 1/2. Pour avoir le vrai rapport (utilisé généralement) il est nécessaire de multiplier par deux les valeurs trouvées par URMEL.**

Nous pouvons relier la résistance shunt ainsi définie au facteur de perte (cf équ. IV.A.c.ii.8) :

$$\frac{r_s}{Q} = \frac{k4}{\omega} \quad (\text{C.a.ii.1.47})$$

URMEL nous permet d'avoir accès à  $V$ ,  $W$  l'énergie stockée,  $\omega$  la fréquence et  $k$  le facteur de perte. (voir figure C-2)

### Champs pics / champ accélérateur

Le code de calcul URMEL nous donne les champs électromagnétiques pics sur la surface  $E_p$  et  $H_p$  que nous avons dans la cavité avec leurs localisations. Le problème consiste

à rapporter tout au champ accélérateur. Celui-ci peut être ramené à la longueur  $L$  de la structure totale :

$$E_{acc} = \frac{V}{L} \quad (\text{C.a.ii.2.48})$$

ce qui donne alors :

$$\frac{E_p}{E_{acc}} = \frac{E_p}{V} L \quad (\text{C.a.ii.2.49})$$

Ce rapport varie avec la longueur de l'ensemble que nous étudions. Si nous voulons nous affranchir de  $L$  il est possible de passer par la longueur d'onde du mode :

$$\begin{aligned} \frac{E_p}{E_{acc}} &= \frac{E_p}{V} L \left(2 \frac{L}{\lambda}\right)^{-1} \\ \frac{E_p}{E_{acc}} &= \frac{E_p \lambda}{V 2} \end{aligned} \quad (\text{C.a.ii.2.50})$$

C'est cette valeur du rapport  $E_p/E_{acc}$  que nous considérerons. Il est alors possible de définir de la même manière un rapport  $B_p/E_{acc}$  :

$$\frac{B_p}{E_{acc}} = \mu \frac{H_p}{E_{acc}} = \mu \frac{H_p \lambda}{V 2} \quad (\text{C.a.ii.2.51})$$

avec  $\mu=4\pi 10^{-3}$  pour avoir des Teslas, et  $V \cdot 10^{-6}$  pour avoir des MeV.

```

1+++++
+++++
++ ***** FOR THE ACTUAL CAVITY AS INPUT TO URMEL ++
++ ***** NOT ASSUMING ANY HALF CELL SYMMETRY ***** ++
+++++
++ MODE TYPE = TM0-EE- 1 ++
++ FREQUENCY = 499.4913 MHZ ++
++ FREQUENCY/CUT-OFF FREQU. = 0.3700177 ++
++ WAVE LENGTH OF MODE = 0.6001955 M ++
++ BEAM PIPE CUTOFF TM-MODE = 1349.912 MHZ ++
+++++
++ PARTICLE SPEED B (B=BETA)= 1.000000 C0 ++
++ INT. ( EZ )DZ= -1840.896 V ++
++ INT. ( EZ*COS(K*Z/B) )DZ= 1104.853 V ++
++ INT. ( EZ*SIN(K*Z/B) )DZ= 3.725161 V ++
++ TOTAL STORED FIELD ENERGY= 0.4003507E-05 VAS ++
++ K0 (=V*V/4*ENERGY) = 0.7622786E-01 V/PC ++
++ VOLTAGE TAKEN AT R0 = 0.8500000E-01 M ++
++ SKIN DEPTH = 0.2956938E-05 M ++
++ Q WITH ALL END PLATES = 47793 ++
++ Q WITHOUT LEFT END PLATE= 47811 ++
++ Q WITHOUT RIGHT END PLATE= 47793 ++
++ Q WITHOUT BOTH END PLATES= 47811 ++
++ P WITH ALL END PLATES = 0.2628927 W ++
++ P WITHOUT LEFT END PLATE= 0.2627957 W ++
++ P WITHOUT RIGHT END PLATE= 0.2628927 W ++
++ P WITHOUT BOTH END PLATES= 0.2627957 W ++
+++++
+++++
++ FULL CELL RESULTS - ASSUMING P=V*V/2/RS AND ++
++ THAT THE INPUT IS THE RIGHT HALF OF A FULL CELL ++
+++++
++ FREQUENCY = 499.4913 MHZ ++
++ FREQUENCY/CUT OFF FREQU. = 0.3700177 ++
++ VOLTAGE TAKEN AT R0 = 0.8500000E-01 M ++
++ K0 (=V*V/4*ENERGY) = 0.1524540 V/PC ++
++ SHUNT IMPEDANCE AT R=R0 = 4.645058 MOHM ++
++ R/Q AT R=R0 = 97.15406 OHM ++
++ Q WITHOUT END PLATES = 47811 ++
++ PEAK SURFACE E FIELD AT R= 0.9212500E-01 M ++
++ AND Z= 0.4399450 M ++
++ PEAK FIELD STRENGTH THERE= 7840.286 V/M ++
++ RATIO PEAK/EFFECITVE = 6.386601 ++
++ PEAK SURFACE H FIELD AT R= 0.2421900 M ++
++ AND Z= 0.3767050 M ++
++ PEAK FIELD STRENGTH THERE= 13.03748 A/M ++
+++++
+++++

```

figure C-2 : Données URMEL



## ANNEXE D) MÉTHODE SLATER

### Introduction

L'excitation des ondes électromagnétiques dans une cavité entraîne une perte d'énergie dans le guide d'onde qui lui est relié. La solution analytique des équations de Maxwell dans la zone de couplage est très difficile à trouver. Par contre il est possible de déterminer le couplage entre le guide et la cavité en fonction de paramètres que nous pouvons mesurer. Cette méthode permet de donner une résolution numérique de ce couplage.

### Impédance du guide d'onde

Pour cette résolution nous considérerons le formalisme de Slater<sup>[1]</sup>. La configuration que nous avons choisi est montrée dans la figure D-1 :

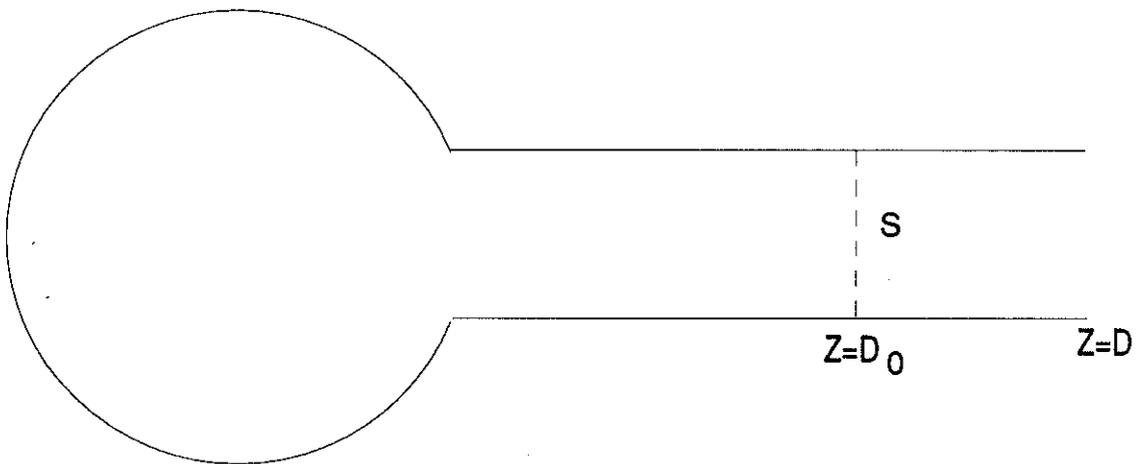


figure D-1 : Configuration guide-cavité

Il est possible de définir des champs électromagnétiques par mode  $\vec{E}_m, \vec{H}_m$ . Nous supposons alors que seul le mode p peut se propager et que la surface S est suffisamment éloignée dans le guide pour que les autres modes soient négligeables en ce point. Les champs  $\vec{E}_m, \vec{H}_m$  satisfont alors les équations de Maxwell :

<sup>1</sup> "Microwave electronics" Slater. (Van Nostrand, 1950)

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_m &= k_m \vec{H}_m \\
\vec{\nabla} \wedge \vec{H}_m &= k_m \vec{E}_m \\
\vec{n} \wedge \vec{E}_m &= 0 \text{ en } S
\end{aligned}
\tag{D.a.ii.52}$$

Si nous prenons comme dépendance en temps  $e^{i\omega t}$  pour les champs réels E et H (champs électromagnétiques régnant dans la cavité), les équations de Maxwell vont alors donner :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -ikZ_0 \vec{H} \quad , \quad \vec{\nabla} \wedge Z_0 \vec{H} = -ik \vec{E}
\tag{D.a.ii.53}$$

où  $Z_0$  est l'impédance du vide.

Or nous pouvons décomposer les champs E et H en fonction des champs existant pour chaque mode :

$$\begin{aligned}
\vec{E} &= \sum_m V_m \vec{E}_m \quad , \quad \vec{H} = \sum_m I_m \vec{H}_m \\
V_m &= \int dv \vec{E} \cdot \vec{E}_m \quad , \quad I_m = \int dv \vec{H} \cdot \vec{H}_m
\end{aligned}
\tag{D.a.ii.54}$$

Si nous multiplions l'équation (D.a.ii.53) par les champs électromagnétiques  $\vec{E}_m, \vec{H}_m$  et nous intégrons sur la surface S nous obtenons :

$$\begin{aligned}
Z_0 k_m I_m &= ik V_m \\
k_m V_m + \int_S dS \vec{n} \cdot \vec{E} \wedge \vec{H}_m &= -ik Z_0 I_m
\end{aligned}
\tag{D.a.ii.55}$$

Ce qui donne :

$$Z_0 I_m = \frac{ik}{k^2 - k_m^2} \int_S dS \vec{n} \cdot \vec{E} \wedge \vec{H}_m
\tag{D.a.ii.56}$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur normal à la surface S.

Nous voulons faire le calcul de l'impédance de l'ensemble guide-cavité sur la surface S. Pour cela nous pouvons remarquer que dans le guide d'onde, les champs électromagnétiques de

chaque mode  $(\vec{E}_m, \vec{H}_m)$  peuvent être écrit comme étant proportionnels aux champs transverses du mode p. En effet tous les modes, sauf le mode p, sont rapidement nuls dans le guide donc forcément proportionnel à ce dernier. Nous écrivons :

$$\begin{aligned}\vec{E}_m^\perp &= v_{mp} \vec{e}_p(x, y) \cos \beta_p(z - z_0) \\ \vec{H}_m^\perp &= Z_0 \frac{v_{mp}}{Z_p} \vec{h}_p(x, y) \cos \beta_p(z - z_0)\end{aligned}\quad (\text{D.a.ii.57})$$

où  $\vec{e}_p$  et  $\vec{h}_p$  sont les champs normalisés transverses dans le guide,  $v_{mp}$  est un coefficient déterminé par les équations de Maxwell,  $z=z_0$  localisation du plan S,  $\beta_p=2\pi/\lambda_g$  est la constante de propagation du mode dans le guide de longueur d'onde  $\lambda_g$ ,  $Z_p$  est l'impédance caractéristique du mode p à la fréquence  $k_m c$ .

Sur la surface S il est possible d'écrire :

$$\vec{E}_S = V \vec{e}_p, \quad \vec{H}_S = I \vec{h}_p \quad (\text{D.a.ii.58})$$

En combinant les équations (D.a.ii.54, 56 et 57) nous obtenons :

$$\begin{aligned}\sum_m Z_0 I_m &= \sum_m \frac{ik}{k^2 - k_m^2} \int ds \vec{n} \cdot \vec{E} \wedge \vec{H}_m \\ \text{nous multiplions par } H_m, \text{ et remplaçons par equ.(7)} \\ Z_0 I \vec{h}_p &= \sum_m \frac{ik v_{mp}^2}{k^2 - k_m^2} V \frac{Z_0^2}{Z_p^2} \vec{h}_p \\ Z_0 I &= ikV \sum_m \frac{v_{mp}^2}{k^2 - k_m^2} \frac{Z_0^2}{Z_p^2}\end{aligned}\quad (\text{D.a.ii.59})$$

Ce qui donne :

$$Z_0 \frac{I}{V} = Z_0 Y(k) = ik \sum_m \frac{v_{mp}^2}{k^2 - k_m^2} \frac{Z_0^2}{Z_p^2} \quad (\text{D.a.ii.60})$$

où  $Y(k)$  est l'admittance caractéristique du mode considéré sur le plan S.

## Définition et détermination du $Q_{ex}$

Si le guide d'onde se termine par l'impédance caractéristique  $Z_p$  du mode en propagation alors il n'y a pas de réflexion. Dans ce cas la fréquence de résonance,  $k$ , correspond aux modes qui ont une perte de puissance dans le guide. Le  $Q_{ex}$  peut alors être obtenu en supposant que seul le terme dominant de l'équation (D.a.ii.60) subsiste avec  $Y(k)=1/Z_p$  et d'après Slater :

$$\frac{1}{Q_{ex}} = \frac{v_{mp}^2 Z_0}{k_m Z_p} \quad (\text{D.a.iii.61})$$

Ce qui permet alors d'écrire :

$$Z_p Y(k) = \frac{i}{Q_{ex}} \frac{k k_m}{k^2 - k_m^2} \quad (\text{D.a.iii.62})$$

Si nous terminons le guide d'onde par une surface  $S$  métallique en  $z=D$ , l'impédance caractéristique du mode en propagation ramenée au niveau de la cavité est, pour une ligne sans perte :

$$Z_r = i Z_p \operatorname{tg}(\beta_p D) \quad (\text{D.a.iii.63})$$

Donc nous avons d'après (D.a.ii.60 et D.a.iii.63) :

$$\operatorname{cotg}(\beta_p D) = \sum_m \frac{k k_m}{k^2 - k_m^2} \frac{1}{Q_{ex}} \quad (\text{D.a.iii.64})$$

Pour un mode  $p$  donné il est possible d'écrire (si tous les autres modes sont évanescents) :

$$\operatorname{tg}(\beta_p D) = \frac{k^2 - k_p^2}{k k_p} \frac{Q_{ex}}{1} \quad (\text{D.a.iii.65})$$

La suite de la procédure est simple. Le programme de calcul des champs électromagnétiques URMEL permet de connaître pour diverses structures la fréquence de résonance des modes. Pour une structure donnée il est possible de faire varier la longueur du guide d'onde et de relever la valeur de la fréquence de résonance de chaque mode. Ensuite par un programme simple nous pouvons déterminer les valeurs des facteurs de surtension externe  $Q_{ex}$ . A une restriction près : comme il s'agit d'une relation avec une fonction  $\text{tg}$  il peut y avoir un facteur  $\pi$  entre deux fréquences d'un même mode. Mais cela ne doit pas induire de modification dans la détermination du couplage.



## ANNEXE E) MÉTHODE DE KROLL ET YU<sup>[2]</sup>

Cette méthode permet de déterminer le  $Q_{ex}$  d'une cavité couplée à un guide d'onde à partir des fréquences de résonance. Elle est issue de la méthode de Slater bien que différente dans son principe de résolution.

Considérons une cavité couplée à un guide d'onde de section uniforme. Ce guide se terminant par un plan de court-circuit à une distance  $D$  de la cavité (comme dans la méthode Slater). Nous appellerons  $\psi=2\pi D/\lambda_g$  la phase dans le guide et  $\omega$  la fréquence.

Dans le but de mieux expliquer ce qu'ils entendent par fréquence de résonance et facteur de surtension  $Q$  de la cavité, ils considèrent les conditions aux limites données par une cavité couplée à un guide qui sera considéré comme infini. Nous supposons alors que les parois sont un conducteur parfait.

Dans l'annexe B nous montrons que pour un résonateur l'équation différentielle associée a pour solution :

$$v(t) = V e^{-\nu t} e^{i\omega t} = V e^{i(\omega+i\nu)t} \quad (\text{E.a.66})$$

où  $\nu$  correspond aux pertes. Et l'énergie stockée ainsi que la puissance sont de la forme :

$$W = 1/2 V^2 e^{-2\nu t} \quad \text{et} \quad P = 2\nu W \quad (\text{E.a.67})$$

On peut alors faire l'identification  $Q=\omega/2\nu$ .

Kroll et Yu identifient  $\omega$  à la fréquence de résonance  $\omega_1$  et le facteur de surtension  $Q$  à  $\omega/2\nu$ . Ce qui permet de réécrire l'équation du résonateur :

<sup>2</sup> "Computer determination of the external  $Q$  and resonant frequency of waveguide loaded cavity" N.M.Kroll et D.U.Yu (Particle accelerators, 1990, Vol. 34, pp 231-250)

$$v(t) = Ve^{-vt}e^{iut} = Ve^{i(u+iv)t} \quad (\text{E.a.68})$$

On considère alors que seul le mode principal se propage sans perte dans le guide. Les autres modes étant évanescents<sup>[3]</sup> :

$$E(t) = E_0 \left( e^{ikz} + Re^{-ikz} \right) + \sum_{n=2}^{\infty} E_0^n e^{bz} \quad (\text{E.a.69})$$

R coefficient de réflexion, b coefficient d'atténuation des modes supérieurs.

Ce que nous pouvons résumer par une relation de proportionnalité :

$$E(t) \propto \left( e^{ikz} + Re^{-ikz} \right) \quad (\text{E.a.70})$$

Or comme l'onde est nulle sur le plan de court-circuit  $z=D$ , nous faisons un déplacement de l'origine en inversant le sens de propagation en ce point et nous pouvons écrire :

$$E(t) \propto 2i \sin(kz - \psi - n\pi) = \left( e^{ikz} - e^{2i\psi} e^{-ikz} \right) e^{-i\psi} \quad (\text{E.a.71})$$

Ce qui donne pour le coefficient de réflexion :  $R(\omega) = -e^{2i\psi(\omega)}$ . Les fréquences propres correspondent à un problème où l'onde sort sans être réfléchi. En d'autres termes pour la fréquence propre étudiée le guide se termine par l'impédance caractéristique correspondante à cette fréquence. Le coefficient de réflexion a donc un seul pôle. Comme la valeur absolue de  $R(\omega)$  doit être égale à un, il est possible de écrire le coefficient de réflexion en fonction de  $u, v, \omega$  :

$$R(\omega) = -\frac{\omega - u + iv}{\omega - u - iv} e^{-2i\chi(\omega)} = e^{-2i\psi(\omega)} \quad (\text{E.a.72})$$

<sup>3</sup> "Classical electrodynamics" J.D.Jackson (section 8-12 p 376)

où  $\chi(\omega)$  est une fonction réelle analytique pour  $\omega=u+iv$ . Si nous prenons le logarithme de l'équation (E.a.72) nous trouvons :

$$\begin{aligned} -2i\psi(\omega) &= 2i\chi(\omega) - \log\left(\frac{\omega - u + iv}{\omega - u - iv}\right) \\ \psi(\omega) &= \tan^{-1}\left(\frac{v}{\omega - u}\right) - \chi(\omega) + n\pi \end{aligned} \quad (\text{E.a.73})$$

Nous supposons qu'il est possible de faire un développement limité de la fonction  $\chi(\omega)$  en  $u$  :

$$\chi(\omega) \simeq \chi(u) + \chi'(u)(\omega - u) \quad (\text{E.a.74})$$

Si nous dérivons l'équation (E.a.73) en appliquant la forme approchée de l'équation (E.a.74) nous obtenons :

$$-\frac{1}{2} \frac{d\psi}{d\omega} = \frac{1}{2} \frac{v}{(\omega - u)^2 + v^2} + \frac{1}{2} \chi'(u) \quad (\text{E.a.75})$$

Il s'agit simplement de l'équation de la pente de la courbe de  $\psi$  fonction de  $\omega$  dont la forme est typiquement celle d'une résonance ayant son pic en  $\omega=u$  et, si nous multiplions par  $u$ , nous obtenons :

$$\left(-\frac{1}{2} u \frac{d\psi}{d\omega}\right)_{pic} = \frac{1}{2} \frac{u}{v} + \frac{1}{2} u \chi'(u) \quad (\text{E.a.76})$$

La valeur maximale est égale à  $Q_{ex} + 1/2u\chi'(u)$ . Le second terme étant une correction à la valeur du facteur de surtension que nous trouvons avec la méthode de Slater. Ce terme est directement issu de la forme que nous prenons pour exprimer le facteur de réflexion  $R$  et n'est pris en compte que pour des valeurs de  $Q_{ex}$  faibles. Dans le cas que nous avons étudié en détail (cavité semi-ouverte) les  $Q_{ex}$  sont d'un ordre de grandeur de plusieurs centaines donc cette correction devrait être nécessaire.

La mise en oeuvre de cette technique est faite facilement par un programme informatique. Il suffit de prendre un algorithme équivalent à celui utilisé pour la méthode de Salter.

En faisant varier la longueur du tube nous faisons apparaître les valeurs de  $\psi$  et de  $\omega$  correspondantes et ainsi nous en déduisons le  $Q_{ex}$  avec sa correction.

## LISTE DES FIGURES

### CHAPITRE II) USINE A BEAUTE

II-1 : Interaction $e^+e^-$	p 14
II-2 : Enveloppe du faisceau pour deux valeurs de $\beta^*$	p 16

### CHAPITRE III) CHAMPS DE SILLAGE

III-1 : Référentiels R'en mouvement par rapport à R	p 26
III-2 : Emission électromagnétique	p 27
III-3 : Distribution du champ $E_r$	p 27
III-4 : Positions relatives des particules q et Q	p 29
III-5 : Le potentiel de sillage pour une charge ponctuelle	p 42
III-6 : Le potentiel de sillage longitudinal pour de très petits paquets	p 42
III-7 : Le potentiel de sillage longitudinal gaussien	p 43
III-8 : Le potentiel de sillage transverse gaussien	p 43
III-9 : Facteur de perte pour une distribution de charge gaussienne	p 45
III-10 : Facteur de perte longitudinale fonction du rayon a du tube	p 45
III-11 : Champs de sillage et potentiel de sillage	p 52
III-12 : Transition	p 53

### CHAPITRE IV) CAVITES SUPRACONDUCTRICES ACCELERATRICES

IV-1 : Puissance en fonction du $Q_{ex}$	p 64
IV-2 : Divers types de cavités	p 67

IV-3 : Cavité classique fermée	p 69
IV-4 : Cavité proposée par le laboratoire Cornell	p 71
IV-5 : Cavité semi-ouverte	p 74
IV-6 : Ez pour le mode TM010	p 75
IV-7 et 8 : Mode TE111 a)R et b)H. Mode TM110 a)E et b)H.	p 77
IV-9 : F (MHz) fonction de la longueur Z (cm) a) TE111 et b) TM110	p 78
IV-10 : Ez pour le mode TM012	p 80
IV-11 : Variation de F en fonction de la longueur Z pour le mode TM012 (Slater)	p 81
IV-12 : Variation de F en fonction de phi (Kroll-Yu)	p 82

## **CHAPITRE V) ETUDES EXPERIMENTALES : STRUCTURE BICELLULE RESONANTE**

V-1 : Cavité Saclay-structure bicellule	p 89
V-2 : Dépot d'énergie pour un paquet	p 92
V-3 : Potentiel de sillage	p 92
V-4 : Cavité Saclay	p 98
V-5 : Q <sub>ex</sub> fonction de la fréquence pour les modes supérieurs monopolaires	p 102
V-6 : r <sub>s</sub> /Q fonction de la fréquence pour les modes supérieurs monopolaires	p 102
V-7 : Q <sub>ex</sub> fonction de la fréquence pour les modes supérieurs dipolaires	p 103
V-8 : r <sub>s</sub> /Q fonction de la fréquence pour les modes supérieurs dipolaires	p 103
V-9 : Valeurs des champs normalisés dans la cavité	p 104
V-10 : Schéma de principe de l'analyseur	p 106
V-11 : Cavité sans coupleurs	p 107
V-12 : Cavité avec coupleurs	p 107
V-13 : Cotes des coupleurs	p 108
V-14 : Cotes de la cavité	p 109
V-15 : Mesure en réflexion	p 113
V-16 : Mesure en transmission	p 113
V-17 : Configuration de champ H <sub>θ</sub> du mode dipolaire TM110-plan (r,θ)	p 147
V-18 : Action des coupleurs sur la fréquence des modes	p 117

**ANNEXES**

B-1 : Résonance (facteur de surtension)	p 140
C-1 : Demi-cellule	p 146
C-2 : Donnée URMEL	p 149
D-1 : Configuration guide-cavité	p 151

## LISTE DES TABLEAUX

### CHAPITRE II) USINE A BEAUTE

II-1 : Section efficace fonction de l'énergie	p 19
II-2 : Luminosité fonction de l'énergie	p 20
II-3 : Caractéristiques de l'accélérateur	p 21

### CHAPITRE III) CHAMPS DE SILLAGE

III-1 : Distance caractéristique $s_0$ pour différents rayons $a$ du tube pour la conductivité du cuivre à 300 K ( $5,9 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ )	p 34
III-2 : Variation de $kz$ en fonction de $\alpha$ : transition tube faisceau-tube large	p 53
III-3 : Variation de $kz$ en fonction de $\alpha$ : transition tube large-tube faisceau	p 53

### CHAPITRE IV) CAVITES SUPRACONDUCTRICES ACCELERATRICES

IV-1 : Comparaison des facteurs de perte pour une chambre, une cavité nc et sc	p 63
IV-2 : Paramètres typiques de la machine	p 66
IV-3 : Comparaison caractéristiques actuelles et défis	p 69
IV-4 : Caractéristiques fondamentales cavité ouverte	p 72
IV-5 : Cotes cavité semi-ouverte	p 74
IV-6 : Caractéristiques fondamentales cavité semi-ouverte	p 75
IV-7 : Caractéristiques des modes TE111 et TM110 : $F$ , $r_s/Q$ et $Q_{ex}$	p 76
IV-8 : Caractéristiques des modes supérieurs : $F$ , $r_s/Q$ et $Q_{ex}$	p 80

## CHAPITRE V) ETUDES EXPERIMENTALES : STRUCTURE BICELLULE RESONANTE

V-1 : Dimensions de la cavité	p 90
V-2 : Facteurs de perte $kz$ ( $V/pC$ )	p 91
V-3 : Caractéristiques fondamentales pour une cellule	p 93
V-4 : Modes monopolaires dans la cavité avec les facteurs $r_s/Q$ correspondant	p 94
V-5 : Modes dipolaires dans la cavité avec les facteurs $r_s/Q$ correspondant	p 94
V-6 : Positions et taille des coupleurs	p 99
V-7 : Résistances shunt des modes de forts $Q_{ex}$	p 101
V-8 : Couplage à vide et $Q_{ex}$ pour l'injection et le transfert de la puissance	p 116
V-9 : $Q_{ex}$ pour les trois premiers modes supérieurs monopolaires : boucle A	p 119
V-10 : $Q_{ex}$ pour les trois premiers modes supérieurs monopolaires : boucle A'	p 119
V-11 : $Q_{ex}$ pour les six premiers modes supérieurs dipolaires : boucle A	p 120
V-12 : $Q_{ex}$ pour les six premiers modes supérieurs dipolaires : boucle A'	p 120

