

N° d'ordre:
87-94

Année 1994

Thèse

présentée devant

**L'Université Claude Bernard
Lyon I**

pour l'obtention

du Diplôme de Doctorat

(arrêté du 30.03.92)

par

Christophe Vallet

***Etude de la dissipation dans les supraconducteurs
en régime haute fréquence***

Soutenue le 22 avril 1994, devant la Commission d'Examen

G. Smadja (Président)
S. Jaidane (Rapporteur)
W. Weingarten (Rapporteur)
Ph. Bernard
B. Bonin
J. Delorme
M. Giffon

Université Claude Bernard – Lyon I

FEDERATION SCIENCES

Institut DES SCIENCES DE LA MATIERE	Directeur: M. le Pr. Elbaz
Institut DES SCIENCES DE L'INGENIERIE ET DU DEVELOPPEMENT TECHNOLOGIQUE	Directeur: M. le Pr. Dimnet
Institut de CHIMIE ET BIOLOGIE	Directeur: Mme Varagnat, MdC
Institut d'ANALYSE DES SYSTEMES BIOLOGIQUES ET SOCIO-ECONOMIQUES	Directeur: M. le Pr. Legay
Institut DES SCIENCES DE LA TERRE, DE L'OCEAN, DE L'ATMOSPHERE, DE L'ESPACE ET DE L'ENVIRONNEMENT	Directeur: M. le Pr. Elmi
UF des ACTIVITES PHYSIQUES ET SPORTIVES	Directeur: M. le Pr. Camy
I.U.T A	Directeur: M. le Pr. Gielly
I.U.T B	Directeur: M. le Pr. Pivot
Département de 1 ^{er} Cycle pluridisciplinaire Sciences	Directeur: M. Poncet, MdC
Département de 2 ^{ème} cycle	
– Sciences de la Vie et de la Terre	Directeur: M. le Pr. Blanchet
– Sciences pour l'Ingénieur	Directeur: M. le Pr. Bethoux
– Sciences de l'Analyse et de la Matière	Directeur: M. le Pr. Vialle

Remerciements

Bien long est le chemin pour arriver au titre de Docteur, mais quel travail enrichissant et intéressant! Il me semble bien présomptueux de n'apposer qu'un seul nom sur ce manuscrit, alors que ces travaux n'auraient jamais pu être aussi bien menés à leur terme sans l'aide de nombreuses personnes que je vais m'empresse de remercier, sans aucun ordre ni classement de ma part, juste au fil de la plume.

Je tiens à remercier tout d'abord Bernard Bonin qui m'a apporté une aide précieuse tout au long de ces années de thèse et Maurice Giffon qui a su me conseiller efficacement et me faciliter moult démarches administratives.

Travailler avec Michel Boloré fut un plaisir. Ses conseils avisés et sa disponibilité de tout instant ont été remarquables. Combien vont me manquer nos grandes discussions philosophiques auprès de notre cher cryostat! Merci à Bernard Daillant qui de par son ingéniosité a toujours su mettre au point l'appareillage dont nous avons besoin de toute urgence, évidemment! Merci à Jean Gratadour, Jean-Pierre Charrier, Jean-Pierre Rodriguez et Bernard Coadou pour la préparation des expériences.

Je remercie aussi François Koechlin pour ses remarques pertinentes concernant la rédaction de cette thèse.

Avoir pour rapporteurs S. Jaidane et W. Weingarten est pour moi un honneur. Je les remercie ici pour le temps qu'ils ont bien voulu consacrer à cet ouvrage ainsi que les autres membres du jury dont je n'ai pas encore parlé: Ph. Bernard, J. Delorme et G. Smadja.

Le support moral de mon épouse Suzanne m'a été d'un grand secours tout au long de cette thèse; je terminerai donc en la remerciant ainsi que mes parents pour toute l'aide qu'ils m'ont apporté au cours de ces nombreuses années.

Merci à tous!

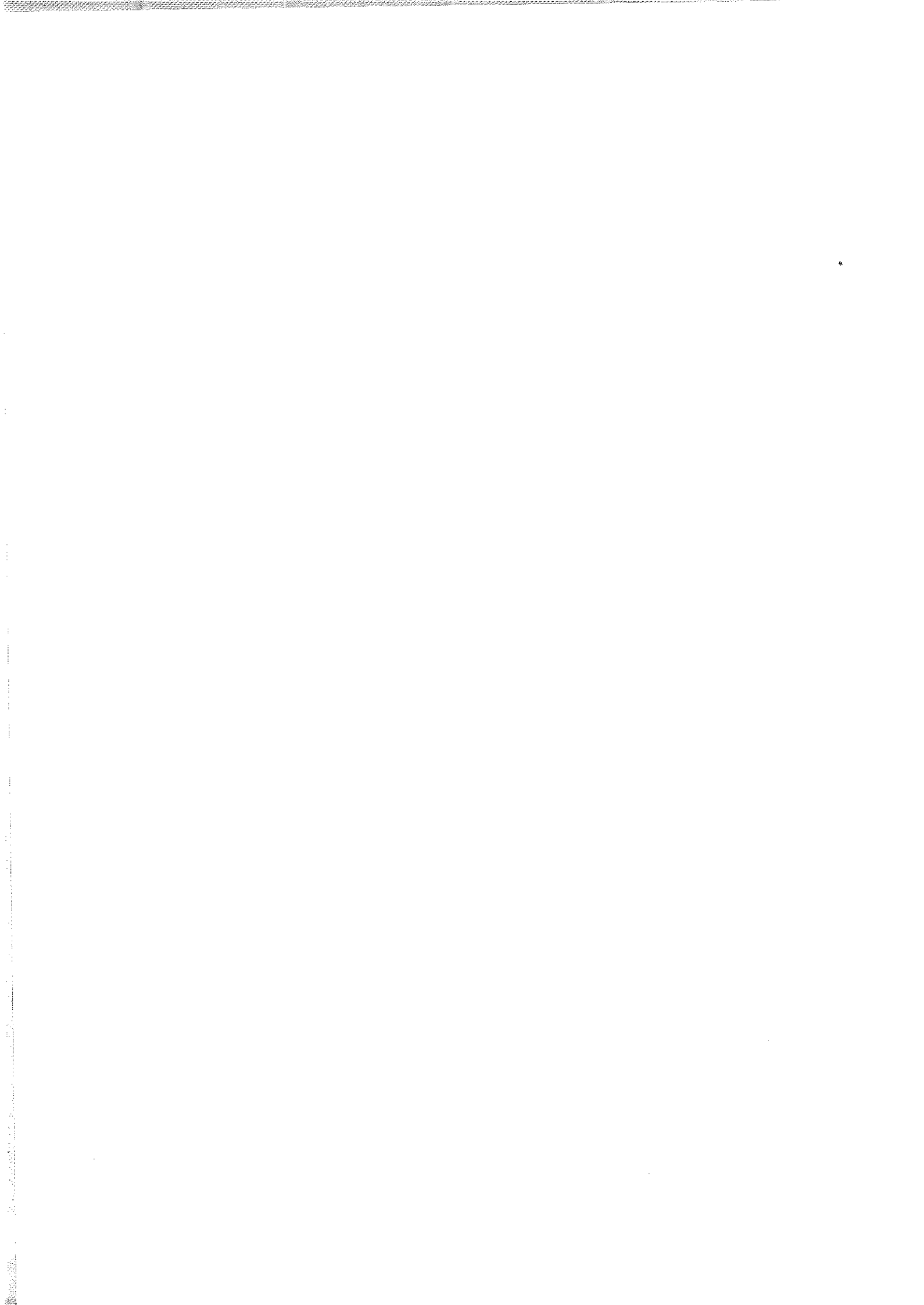
Table des matières

A	Présentation générale	2
I	Introduction	4
II	La supraconductivité	6
1	Historique	6
2	Les caractéristiques générales	7
3	Les supraconducteurs de type II	9
B	Le flux piégé	17
I	Un supraconducteur particulier: le Niobium	18
1	Le flux piégé dans le Niobium	18
2	Les particularités du Niobium	21
3	Etat de l'art sur le Niobium	26
II	La dissipation due au flux piégé: approche théorique	32
1	Présentation de la dissipation	32
2	La résistance de surface	38
3	Conclusion	56
III	Etude expérimentale du flux magnétique piégé	58
1	Mesure du pourcentage de flux magnétique piégé	58
2	Effets de distorsion dus à des refroidissements inhomogènes	94
3	Application du flux piégé en thermométrie	108
4	Conclusion et résultat	114
C	La supraconductivité granulaire	116
I	Présentation	118
II	La jonction Josephson	120
1	Effet Josephson	120
2	La profondeur de pénétration de Josephson	124
3	Relation d'Ambegaokar et Baratoff	125
III	Le modèle "Resistive Shunted Junction"	126
1	Circuit équivalent et impédance	126
2	Le circuit équivalent à une jonction Josephson	128
3	La résistance de surface	130
4	Validité	131
5	Généralisation du circuit RSJ	133
IV	Le modèle général	136
1	Le modèle à deux fluides standard	136

2 Généralisation	138
3 Le comportement du modèle à deux fluides	147
V Les propriétés des joints de grains	154
1 La largeur des joints	154
2 Les propriétés électriques	154
3 Etude expérimentale	157
VI La dissipation en chiffre	160
1 La contribution à la résistance résiduelle	160
2 L'évolution en fonction de la température	163
D Conclusion	168

A

Présentation générale



I Introduction

Depuis la découverte de la supraconductivité, de nombreuses applications ont été déterminées pour cet extraordinaire phénomène: un matériau en dessous d'une certaine température et en courant continu ne présente plus aucune résistance au passage du courant! De toutes les applications, qu'elles soient industrielles (oscillateurs, filtres et lignes de transmission à très faibles pertes pour les industries des radars et télécommunications) ou plus proches de la recherche fondamentale (détecteurs de micro-ondes ultrasensibles, confinement du plasma par champ Radio-Fréquence, détecteurs d'ondes gravitationnelles, ...), les plus utilisées actuellement concerne sans conteste les aimants et les cavités pour accélérateurs.

Dans ce domaine, les particules du faisceau d'un accélérateur sont accélérées par l'intermédiaire d'une onde électromagnétique Haute Fréquence (HF) injectée et entretenue à l'intérieur d'une cavité. L'onde HF crée un champ électrique oscillant en Haute Fréquence parallèlement à l'axe de la cavité : un paquet de particules entrant dans la cavité sera accéléré par ce champ, à condition que l'arrivée de ce paquet soit correctement choisie en fonction de la phase de l'onde HF. Ce processus est répété dans un nombre de cavités alignées, nombre dépendant de l'énergie de faisceau désirée.

Au niveau des cavités, les accélérateurs sont classés principalement en deux catégories: les accélérateurs conventionnels (constitués de cavités en Cuivre) et les accélérateurs dits supraconducteurs (constitués de cavités supraconductrices). Ces derniers présentent des avantages considérables vis à vis des conventionnels: par exemple, l'énergie dissipée par l'onde HF dans les parois de la cavité, n'est bien sûr pas nulle comme dans le cas d'un courant continu, mais est extrêmement faible. Ceci représente évidemment des économies très conséquentes par rapport à un accélérateur conventionnel où la dissipation est importante. Malheureusement, cet aspect très positif est atténué par le coûteux bain cryogénique dans lequel les cavités doivent être refroidies pour que le matériau qui les constitue (en général du Niobium) soit supraconducteur. Cependant le bilan énergétique reste spécialement avantageux pour les accélérateurs supraconducteurs, qui permettent ainsi d'envisager des accélérateurs linéaires à faisceau continu, projet totalement prohibitif pour des accélérateurs conventionnels (énormes puissances dissipées et faibles champs accélérateurs). Ainsi, le choix d'un accélérateur penche de plus en plus souvent pour l'option supraconductivité.

La supraconductivité est un phénomène de surface: des courants très intenses (de l'ordre de 10^8 A/cm²), supraconducteurs, induits par l'onde HF circulent à la surface de la cavité sur une épaisseur très faible de l'ordre d'un millier d'Angström. La dissipation va donc se produire sur cette épaisseur: elle est faible (10^5 plus faible que celle survenant dans une cavité en Cuivre, soit environ 1 Watt pour un champ accélérateur de 10MV/mètre à une fréquence de 1,5GHz), mais comme nous l'avons vu, très coûteuse à évacuer avec le bain cryogénique. Elle est mesurée par l'intermédiaire de la résistance de surface qui, selon la théorie Bardeen Cooper Schrieffer (BCS), croît avec la température; les cavités en Niobium sont donc utilisées à très basse température (entre 1,5 et 4 Kelvin). Ceci n'est cependant pas suffisant, et il est indispensable d'approfondir notre connaissance des phénomènes qui contribuent à la résistance de surface afin de rendre encore plus attrayants les accélérateurs supraconducteurs (diminution des coûts d'utilisation).

Cette résistance de surface dépend donc de l'état de la surface de la cavité: tout "défaut" va introduire des dissipations d'énergie supplémentaires, rassemblées sous le nom générique

de "résistance résiduelle". Ces phénomènes dissipatifs ne sont pas tous connus et les travaux décrits dans ce manuscrit ont pour but d'approfondir leur compréhension et de rechercher des solutions pour s'en affranchir afin d'atteindre de nouvelles limites pour les capacités accélératrices des cavités supraconductrices.

Dans une première partie, les définitions dont la connaissance est indispensable à la compréhension de ce travail seront explicitées, ainsi que les différents aspects de la résistance résiduelle. Nous présenterons ensuite le Niobium, supraconducteur utilisé dans les cavités accélératrices, en montrant que ce dernier est un supraconducteur situé à la frontière entre les types I et II et nous discuterons des conséquences qui en découlent.

Armés de ces rappels et d'une bonne connaissance du matériau considéré (le Niobium), nous nous pencherons ensuite sur deux origines de dissipation résiduelle (c'est à dire existant même à température nulle) tant sur le plan théorique qu'expérimental. Il en sera ainsi du flux magnétique piégé et de la structure polycristalline.

Le flux magnétique sera tout d'abord étudié sur le plan théorique, où après avoir montré le réalisme de l'hypothèse sur le piégeage du flux, nous estimerons sa contribution théorique à la résistance résiduelle et nous montrerons par un travail original qu'il existe différentes sensibilités au flux piégé selon le type de supraconducteur. Suivra ensuite une partie expérimentale où nous découvrirons que tout le champ présent dans le cryostat lors du refroidissement du spécimen étudié est totalement piégé, d'où une certaine dissipation. Enfin, nous verrons qu'un dépistage systématique dans le cryostat des pièces magnétisables est indispensable et que le flux piégé peut avoir des applications intéressantes en thermométrie.

Dans une dernière partie, nous nous pencherons sur une autre forme de dissipation qu'est la structure polycristalline (réseau de grains supraconducteurs séparés par des liens de propriétés supraconductrices affaiblies). Jusqu'ici les modèles présentés pour chiffrer la dissipation qui en découlait ne s'appliquaient qu'aux supraconducteurs possédant des joints de grains très faibles; notre généralisation de ces modèles nous permet ici de les appliquer aussi à un supraconducteur tel que le Niobium où les liens sont considérés comme forts. Après l'estimation théorique de la contribution à la résistance résiduelle, nous discuterons des possibilités qui nous sont offertes pour s'affranchir de ce problème.

II La supraconductivité

1 Historique

L'année 1911 est citée par tous les ouvrages traitant de supraconductivité comme étant celle de la découverte de cet état par K. Onnes. Il est bon cependant de replacer cette découverte dans un contexte plus général montrant que l'interprétation de ce phénomène s'est effectuée en une série d'étapes, dont nous pourrions fixer le départ en 1895 avec la découverte des électrons libres par Thomson et Perrin, suivie en 1898 de la liquéfaction de l'Hydrogène avec Sir James Dewar, qui est ainsi l'inventeur de nos cryostats.

En 1900, Drude introduit la première théorie de la conduction métallique et Planck la constante universelle qui porte son nom. En 1908, Onnes liquéfie l'Hélium quatre (ce qui lui permet de refroidir des matériaux jusqu'à des températures de l'ordre de un Kelvin) et commence son étude sur la résistivité des matériaux à basse température. C'est en 1911 qu'il mesure la résistivité du Mercure, matériau qu'il considérait intéressant car sa résistance continuait à évoluer en fonction de la température sur un intervalle (basse température) où celles de matériaux comme l'Or et le Platine deviennent constantes. C'est ainsi qu'il découvre, fortuitement, que le Mercure ne présentait plus de résistivité mesurable (état supraconducteur) en-dessous d'une certaine température (température critique) et qu'il existe un champ magnétique critique qui rétablit l'état normal (H_c): d'où la naissance des supraconducteurs de type I avec une seule transition remarquable H_c .

En 1935, Shubnikov, qui travaille sur des composés $PbHe_2$, découvre l'existence des supraconducteurs de type II qui présentent quant à eux deux transitions remarquables H_{c1} et H_{c2} . Entre temps, en 1934, Meissner et Ochsenfeld, en étudiant les propriétés magnétiques des supraconducteurs, découvrent par des mesures expérimentales, que quelle que soit la façon d'opérer pour obtenir l'état supraconducteur en présence d'un champ magnétique, l'induction est alors nulle à l'intérieur de l'échantillon (expulsion du flux; effet Meissner). Le champ est alors confiné à la surface du matériau tant que $H < H_c$. En fait, cet effet Meissner ne peut pas s'expliquer par la seule hypothèse d'une conductivité parfaite (infinie) de l'état supraconducteur. Pour un supraconducteur devenant parfait à $T < T_c$, on obtiendrait bien l'expulsion du flux en dessous de la température critique, mais seulement si on applique le champ après que le matériau soit devenu supraconducteur et non pas avant.

C'est à partir de 1935 que des théories commencent à expliquer l'existence d'un tel état (conductivité parfaite et effet Meissner) avec les frères London, qui proposent la première équation fondamentale (théorie électromagnétique locale), rendant compte de l'expulsion du flux hors du matériau; en 1940, ils introduisent le concept d'ordre à grande distance dans l'espace des impulsions des électrons de conduction dans l'état supraconducteur et la notion de quantification de flux magnétique.

En 1947, Pippard donne naissance à une quantité fondamentale de la supraconductivité: la longueur de cohérence ξ_s . En 1956, cette longueur s'avère être la taille des paires d'électrons, introduites par Cooper qui montre alors que deux électrons à la surface de Fermi peuvent avoir un état lié si le potentiel électrons-phonons est attractif (ce qui a été prouvé en 1952 par Frölich); l'intuition des frères London se trouve ainsi confirmée.

Avec la théorie fondamentale phénoménologique de Ginzburg-Landau (1950) qui fait apparaître la notion de paramètre d'ordre, puis celle de Bardeen-Cooper-Schrieffer sur la

fonction d'onde totale des électrons supraconducteurs (1957) et enfin la découverte de l'effet Josephson (1962), la supraconductivité semble maintenant être décrite avec succès.

2 Les caractéristiques générales

Il n'est évidemment pas possible en quelques lignes de décrire en détail toutes les caractéristiques citées précédemment; aussi nous nous bornerons à les présenter succinctement.

Supraconductivité: Onnes découvrit ainsi que la résistance électrique en courant continu de certains matériaux semblait disparaître pour des températures comprises entre 0 Kelvin et une température critique T_c faible et propre à chaque matériau. Cette caractéristique est l'apanage des supraconducteurs. Ainsi, si des courants sont créés et non-entretenus dans une boucle de matériau dans son état supraconducteur, aucun changement en champ ou courant ne surviendra sur une durée inférieure à 10^5 ans (limite inférieure obtenue à partir d'expériences de résonance nucléaire). Evidemment, si la température du matériau devient supérieure à la température critique, ce dernier reviendra dans son état normal et les courants s'amortiront très rapidement.

Effet Meissner: De plus, si un champ magnétique (pas trop important) est appliqué sur un matériau dans l'état supraconducteur en équilibre thermique, des courants vont apparaître à la surface et créer un champ magnétique qui va annuler à l'intérieur du matériau le champ appliqué: ceci est l'effet Meissner. Ainsi le champ magnétique ne peut pénétrer dans un supraconducteur, et si on refroidit un métal normal dans un champ magnétique, ce dernier sera expulsé dès que le matériau atteindra son état supraconducteur ($T < T_c$) par des courants circulants à la surface sur une profondeur appelée profondeur de pénétration. Les supraconducteurs sont donc des diamagnétiques parfaits.

Profondeur de pénétration: Cette quantité est reliée à l'intensité de l'effet d'expulsion Meissner. Cette expulsion du champ magnétique a lieu parce qu'un faible champ magnétique appliqué à un supraconducteur crée des courants électriques près de la surface de ce dernier qui annulent le champ appliqué dans l'échantillon. L'intensité de ces courants induits diminue exponentiellement avec la profondeur dans le supraconducteur: au-delà de la profondeur de pénétration, les courants deviennent très faibles. Cette profondeur est également la distance minimale sur laquelle le champ magnétique peut varier dans le supraconducteur.

Champs et courants critiques: Evidemment tous ces effets ont des limites. Si, par exemple, le champ magnétique appliqué au matériau se trouvant dans son état supraconducteur est trop important, il deviendra énergétiquement plus favorable pour le matériau de revenir dans son état normal plutôt que de créer des courants pour expulser le champ. La valeur du champ au-delà de laquelle survient ce phénomène est appelée le champ critique H_c . De même, si on applique un courant supérieur au courant critique, la supraconductivité sera détruite (effet Silsbee). Les valeurs du courant et du champ critique dépendent de la nature et de la géométrie du matériau.

Les paires de Cooper: Dans l'état supraconducteur, les électrons interagissent entre eux par l'intermédiaire de phonons (vibrations du réseau cristallin qui ressemble aux ondes

sonores). Le mouvement des atomes du réseau cristallin neutralise la répulsion Coulombienne que les électrons exercent normalement les uns sur les autres et engendre, entre les électrons, une force attractive. Le potentiel total (Coulombien et attractif) entre les électrons de conduction étant alors attractif, ceux-ci peuvent s'ordonner en un état plus stable en énergie que l'état normal: ce sont les paires de Cooper. L'énergie de cette paire est égale à $2\Delta(T)$ où $\Delta(T)$ est le "gap parameter"; la taille de cette paire est égale à la longueur de cohérence introduite par Pippard; les moments d'impulsion et de spin des deux électrons sont opposés.

La longueur de cohérence: La profondeur de pénétration λ_L présente dans l'équation fondamentale des frères London, qui rend compte de l'expulsion du flux magnétique, s'est avérée être toujours inférieure à celles mesurées expérimentalement. Pour parer à ce problème, Pippard proposa une généralisation non-locale de l'équation de London par analogie avec la généralisation non-locale de la loi d'Ohm par Chambers. Dans cette théorie de Pippard apparaît la longueur de cohérence ξ qui joue un rôle analogue au libre parcours moyen de l'électrodynamique non-locale des métaux normaux. Ce modèle conduit à moyenniser les effets de réponse électrodynamique dans un supraconducteur sur ξ .

Le modèle microscopique de BCS: ce modèle précise la notion de longueur de cohérence et explique plus en détail l'interaction électronique. La rigidité du supraconducteur devant des perturbations électriques ou magnétiques conduit à la conductivité infinie et à l'effet Meissner. En fait, l'interaction attractive entre les électrons d'une paire peut être décrite schématiquement: un électron de conduction se déplaçant dans un métal provoque une déformation locale du réseau cristallin par l'attraction qu'il exerce sur les ions positifs. Un deuxième électron sera soumis alors à l'excédent de charge positive qui a fait écran à la charge négative du premier électron. Comme celui-ci se déplace beaucoup plus vite que les ions, le second électron subira l'effet de la charge positive, même lorsque le premier électron sera loin de lui, d'où la longue portée de l'interaction attractive ξ .

Théorie de Ginzburg-Landau: cette théorie, que nous verrons plus en détail par la suite, introduit la notion de paramètre d'ordre, quantité complexe dont le carré du module est proportionnel au nombre de paires de Cooper qui varie spatialement à l'interface normal-supraconducteur. Cette théorie a le mérite de traiter, pour les supraconducteurs de type I (une seule transition remarquable), le cas où le champ extérieur est proche du champ critique ($H \simeq H_c$). Le supraconducteur est alors dans l'*état intermédiaire* où coexistent dans le matériau des phases macroscopiques normales et supraconductrices (domaines laminaires). A l'interface de chaque domaine, le paramètre d'ordre varie sur une longueur $\xi(T)$ et le champ pénètre sur λ : N.B: $\xi(T) = \xi_0$ de Pippard pour des températures très inférieures à T_c .

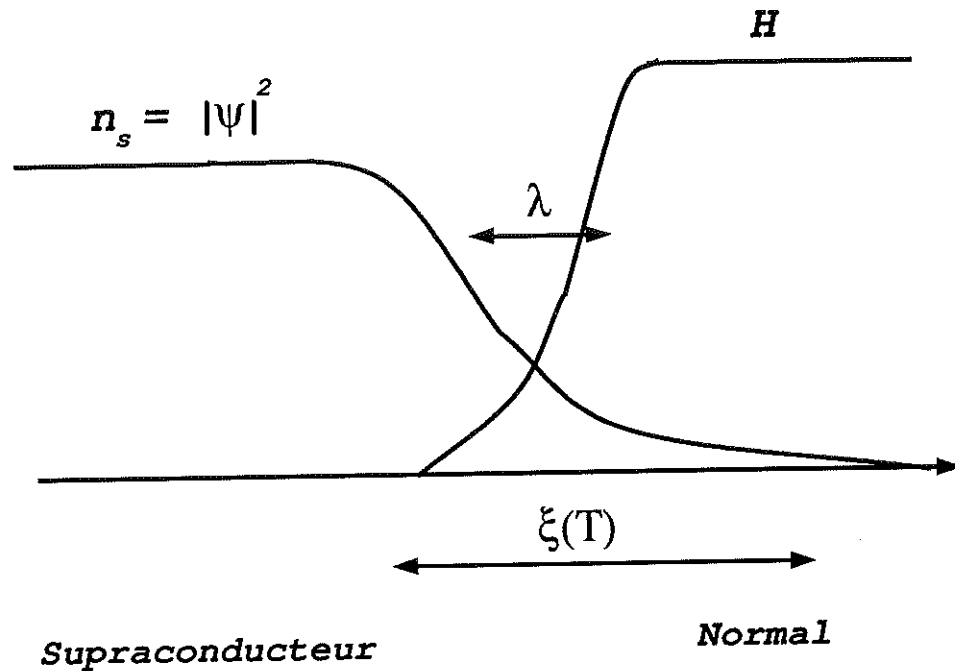


Figure 1 paramètre d'ordre et champ à l'interface des domaines normal-supraconducteur pour un supraconducteur de type I dans l'état intermédiaire

Le rapport:

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)} \quad (1)$$

(κ est indépendant de la température T) caractérise le comportement magnétique du supraconducteur (un champ magnétique extérieur H est écranté sur $\lambda(T)$, tandis que la supraconductivité est rétablie sur une distance $\xi(T)$); il permet aussi de déterminer la catégorie à laquelle appartient le supraconducteur. Abrikosov montra qu'il existe une valeur limite pour ce rapport séparant les deux catégories de supraconducteurs. Ainsi, à $\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$, les supraconducteurs sont du type I avec toutes les caractéristiques déjà décrites: domaines laminaires dans l'état intermédiaire pour des champs proches de la seule transition remarquable à $H = H_c$. Et dans le cas contraire ($\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$), les supraconducteurs sont dits du type II avec des caractéristiques bien différentes que nous allons décrire dans ce qui suit.

3 Les supraconducteurs de type II

3.1 Généralités

Pour ce type de supraconducteurs, au lieu d'une destruction brutale de la supraconductivité par une transition discontinue du premier ordre à $H = H_c$ (type I) lors d'une augmentation de champ, la pénétration du flux dans le matériau débute à un champ H_{c1} ($< H_c$), et croît de façon continue jusqu'à un champ H_{c2} ($> H_c$) au-delà duquel le métal devient normal.

A $H < H_{c1}$, le matériau est supraconducteur et à $H_{c1} < H < H_{c2}$, il est dans l'état mixte qui a une structure complètement différente de celle pour l'état intermédiaire d'un type I, ceci étant dû à l'énergie de surface ($\propto (\xi - \lambda)$) qui est positive pour les supraconducteurs de type I et négative pour les type II. L'énergie de surface étant positive pour les type I, l'état intermédiaire composé de phases macroscopiques supraconductrices accolées à des phases normales n'est pas intrinsèque; son existence dépend de la géométrie de l'échantillon étudié. Pour le type II, le système dans l'état mixte a tendance à maximiser l'interface entre phases supraconductrices et normales; comme l'énergie de surface est positive, cet état est intrinsèque au matériau et existe quelles que soient les conditions. Apparaissent alors une multitude de régions microscopiques normales que sont les vortex (plus petite zone possible présentant une interface supraconductrice normale), zones normales en forme de cylindre d'axe parallèle à la direction du champ magnétique appliqué. Ces vortex (contenant chacun un quantum de flux magnétique ϕ_0) interagissent entre eux par l'intermédiaire des courants qui les entourent, d'où l'apparition dans l'état mixte d'un réseau triangulaire (plus favorable énergétiquement) de vortex, séparés par des régions supraconductrices. Il faut enfin noter qu'avec cette pénétration partielle du flux sous forme de vortex, le diamagnétisme des supraconducteurs de type II n'est pas parfait, au contraire des supraconducteurs de type I (pour lesquels sous l'action d'un champ magnétique extérieur, le supraconducteur acquiert une aimantation opposée à ce champ et l'annule complètement: effet Meissner):

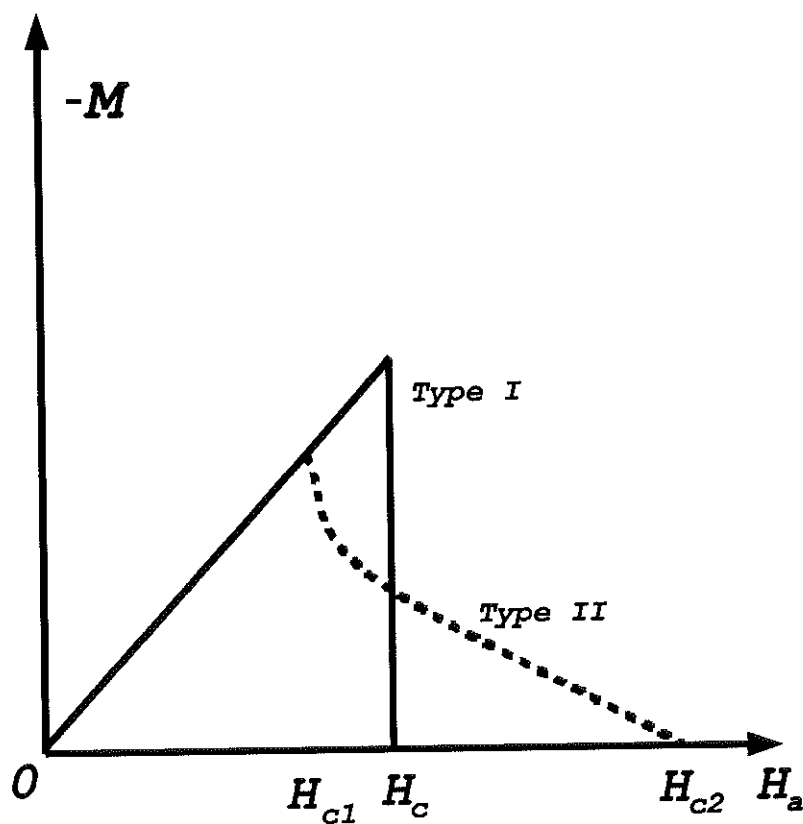


Figure 2 courbe de la magnétisation en fonction du champ appliqué (H_a).

(le champ régnant à l'intérieur du supraconducteur est relié à la magnétisation par la relation suivante: $B_i = \mu_o(H_a + M)$)

3.2 La dissipation

Dans un supraconducteur, deux fluides co-existent:

- le fluide composé de paires de Cooper: chaque paire contient deux électrons de charges opposées. La charge totale d'une paire étant nulle, elle ne sera donc pas sensible à l'interaction Coulombienne. Ce sont des porteurs de charge non-dissipatifs.

- le fluide composé de paires brisées laissant place chacune à deux électrons dits normaux qui sont sensibles à l'interaction Coulombienne, donc dissipatifs.

Plus la température est importante, plus nombreuses sont les paires brisées. En courant alternatif, de par leur inertie, les paires de Cooper subissent des accélérations et créent ainsi un champ électrique ; ce dernier va agir sur les paires brisées qui vont alors participer au transport du courant et donc dissiper. La dissipation n'est donc pas nulle dans un supraconducteur soumis à un courant alternatif. En régime continu, les paires de Cooper ne créent pas de champ électrique; les électrons normaux ne participent alors pas au transport du courant. Comme nous l'avons déjà vu, un courant continu ne dissipe donc pas lorsqu'il circule à l'intérieur d'un supraconducteur.

La dissipation dans une cavité subissant une onde haute fréquence est mesurée par la résistance de surface R_s à laquelle va contribuer chaque origine de dissipation. Cette résistance peut être décrite comme étant la somme de deux termes: la résistance résiduelle R_{res} (résistance existant à température nulle) indépendante de la température et la résistance BCS calculée par Cooper et Schrieffer et qui rend compte de la dépendance en fonction de la température R_{BCS} (elle est donc nulle en courant continu):

$$R_s = R_{BCS}(T) + R_{res} \quad (2)$$

Résistance BCS: Bien qu'elle porte le nom de la théorie de Bardeen Cooper et Schrieffer^[1] (BCS), la partie de la résistance de surface dépendant de la température a été calculée par Mattis et Bardeen^[2] ainsi que Abrikosov et al.^[3]. Dans ces calculs, la variation de la résistance de surface provient de la dégradation des propriétés supraconductrices lors d'une élévation de la température. L'énergie des paires est proportionnelle à $\Delta(T)$ qui diminue lors d'une élévation de température. Dès que l'énergie thermique kT dépasse l'énergie d'une paire, cette dernière se brise et laisse la place à deux quasi-particules; plus la température va augmenter, plus les paires vont être nombreuses à se casser, d'où l'apparition de dissipation. L'expression calculée est en bon accord avec les valeurs expérimentales^{[4],[5]} sur un grand intervalle de température et fréquence (entre 0,1 GHz et 10 GHz). La formule approchée la plus utilisée de la résistance BCS est celle d'Abrikosov^[6], calculée dans la limite de Pippard (longueur de cohérence et libre parcours moyen infinis):

$$\frac{R_{BCS}(T)}{R_n} = \frac{4}{3\pi} \left(\frac{(\frac{h}{2\pi})\omega}{\pi\Delta} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{(\frac{h}{2\pi})\omega}{kT} \right) \log \left(\frac{2,2kT}{(\frac{h}{2\pi})\omega} \right) \exp \left(-\frac{\Delta(T)}{kT} \right) \quad (3)$$

(R_n est la résistance de surface dans l'état normal, ω la fréquence de travail, T la température, Δ l'énergie d'une paire et k la constante de Boltzmann)

Une autre paramétrisation, beaucoup plus simple, est aussi utilisée:

$$R_{BCS} = A\omega^2 \exp \left(-\frac{\Delta}{kT} \right) \quad (4)$$

L'expression de la résistance dépendant du temps obtenue tient ainsi compte du courant de quasi-particules qui apparaissent dès que la température est non-nulle. Cette expression prédit donc une dissipation nulle à température nulle, ce qui n'est pas le cas dans la réalité. En fait, la dissipation est dominée par ce courant de quasi-particules pour des températures loin du zéro absolu; dans ce domaine de température, la résistance de surface est bien décrite par la résistance BCS. Mais pour des température proches du zéro absolu, la dissipation est dominée par d'autres origines qui elles sont liées au matériau et à son environnement, d'où une résistance de surface non-nulle à $T = 0K$.

Aussi, pour arriver à décrire les résultats expérimentaux, nous sommes amenés à ajouter à cette expression une résistance de surface résiduelle, négligeable pour les températures non-nulles, mais dominante pour celles proches de $T = 0K$.

Généralement, les accélérateurs fonctionnent à une température de 2 K. A cette température, aucune des deux contributions n'est dominante; il nous faut donc évaluer (équation 3) puis soustraire la résistance BCS pour connaître l'importance de la résistance résiduelle (cf figure ci-dessous).

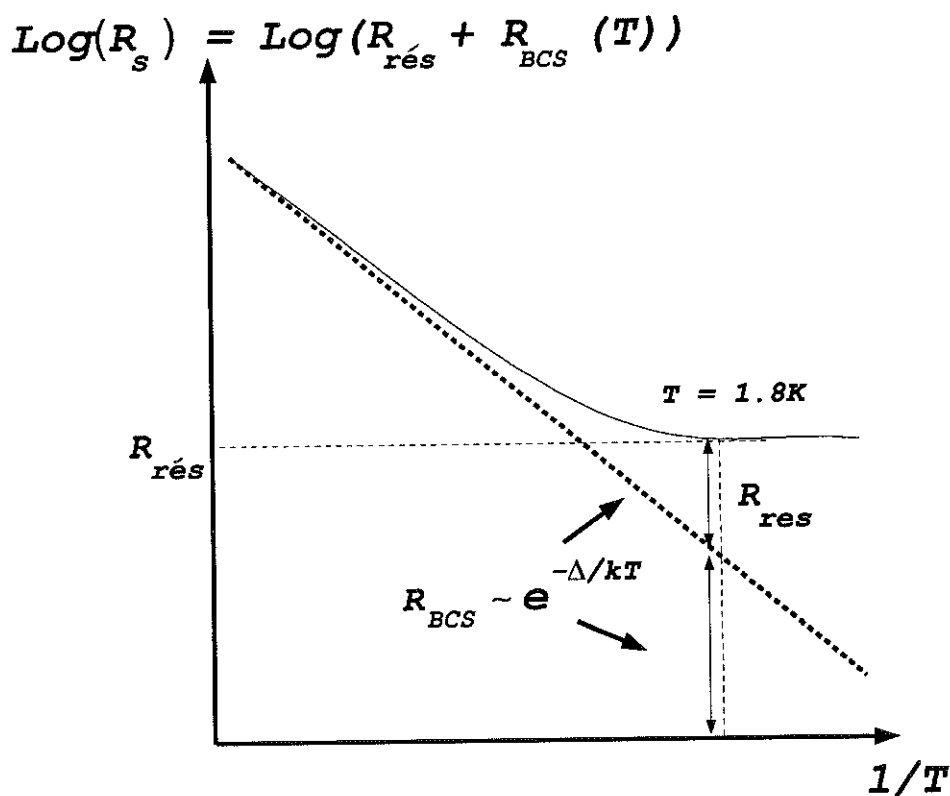


Figure 3 résistance de surface totale en fonction de la température en inverse

Résistance résiduelle: Cette partie de la résistance de surface est donc dominante aux basses températures et joue un rôle important pour les températures où nous utilisons les cavités. Au contraire de la précédente qui est intrinsèque, la résistance résiduelle peut être diminuée grâce à une compréhension approfondie des phénomènes de dissipation et à une recherche de moyens pour s'en débarrasser. Idéalement, cette résistance devrait être nulle; malheureusement, il existe de nombreuses causes possibles de dissipation: les pertes

diélectriques dans la couche d'oxyde recouvrant le métal supraconducteur, les défauts de surface contenus dans la couche de matériau endommagée lors de l'usinage, les défauts contenus dans le matériau (des dislocations, des emplacements vides dans le réseau cristallin, des fluctuations locales dans la composition, des régions de non-stoichiométrie, des secondes phases, des champs contraints,...) le flux magnétique piégé lors du refroidissement, la structure polycristalline du matériau,...

En général, les résistances résiduelles obtenues sont comprises entre 20 et 100 nΩ pour des cavités fabriquées avec du Niobium de bonne qualité (peu d'impuretés), exposées le moins possible à l'air (oxydation), ayant subi préalablement une attaque de décapage dans un bain acide, refroidies dans des cryostats où règnent un champ magnétique le plus faible possible (une dizaine de milliGauss).

Certaines contributions ont déjà été étudiées théoriquement^[7] ce qui permet de séparer et d'identifier les différents mécanismes responsables de la dissipation résiduelle. Les mécanismes étudiés théoriquement sont les suivants: la présence de zones de conductivité normale dans les cavités, les pertes diélectriques à l'intérieur des cavités, le flux magnétique traversant les parois, la génération directe de phonons par le champ électromagnétique.

* **Les pertes diélectriques:** un supraconducteur peut être un diélectrique imparfait en surface, c'est-à-dire comporter des domaines possédant un coefficient diélectrique complexe (dont la partie imaginaire représente l'absorption due à cette imperfection), d'où des pertes diélectriques lors de l'application d'un champ électrique; ces domaines sont en fait des couches d'oxyde qui se forment dès que le supraconducteur est sorti du bain d'acide dans lequel on l'immerge pour le décaper. Le calcul de la puissance dissipée par unité de volume permet de déterminer une relation pour la contribution à la résistance résiduelle:

$$R_s = 2\mu_0\omega h \tan(\delta) \quad (5)$$

où h est l'épaisseur de la couche d'oxyde provoquant des pertes diélectriques, ω la fréquence à laquelle nous nous plaçons et $\tan(\delta)$ le rapport de la partie imaginaire sur la partie réelle de la conductivité du matériau en cet endroit. Nous pouvons alors évaluer cette contribution en utilisant les données de Halbritter^[8]: l'oxyde qui se forme est du Nb₂O₅ avec une valeur pour le coefficient $\tan(\delta)$ de 10⁻⁵, une épaisseur h de 6.10⁻⁹ mètres et avec $\omega = 10^{10}$ (secondes)⁻¹; la contribution à la résistance résiduelle des pertes diélectriques est alors de 1 nΩ environ, ce qui est très faible.

* **Génération de phonons:** Le champ appliqué crée une pression de radiation qui va générer des phonons optiques dans les parois de la cavité et donc provoquer un échauffement, d'où de la dissipation. La génération directe de phonons par les champs électriques dans le supraconducteur a été étudiée par J. Halbritter^[8], C. Passow^[9], E. Kartheuser^[10] et K. Scharnberg^[11]. Ce dernier trouve une contribution de la génération de phonons à la résistance de surface inférieure à 1 nΩ pour des fréquences inférieures à 4GHz, ce qui est négligeable.

* **Les zones normales:** elles représentent l'origine la plus connue de dissipation. Ce sont des défauts localisés ou des couches minces de matériaux normaux dans le matériau supraconducteur (par exemple des inclusions de Fer). La présence de ces défauts provoque une dissipation qui peut être évaluée dans un cas simple. Considérons un ensemble de défauts, chacun constitué d'une zone normale de grande dimension (supérieure à la profondeur de pénétration du matériau dans l'état normal, qui est de l'ordre du micron), distribués uniformément dans la cavité et occupant une proportion x de la surface de cette dernière.

La résistance de surface associée à la présence de ces défauts sera alors:

$$R_s = x R_n \quad (6)$$

$$R_n = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2 \sigma_n}}$$

où R_n est la résistance du matériau dans l'état normal et σ_n la conductivité. Nous avons étudié au microscope le Niobium utilisé au Groupe d'Etudes des Cavités Supraconductrices de Saclay, en essayant de déterminer le nombre d'inclusions d'une taille égale ou supérieure au micron. Ces dernières étant absentes du Niobium utilisé, leur contribution à la résistance de surface résiduelle sera ici considérée comme négligeable.

* **La structure polycristalline:** le Niobium utilisé dans les cavités n'est pas monocristallin; il contient ainsi des grains et des joints de grains. Les joints sont des régions où la supraconductivité est plus ou moins détériorée. Cette détérioration dépend de la température à laquelle on se place, mais aussi de paramètres tels que la ségrégation des impuretés dans les joints qui existe même à température nulle (les impuretés ont tendance à se positionner en des domaines où existent des gradients de champ, donc dans les zones de transition que sont les liens). Dans ces derniers, certaines paires de Cooper vont être brisées, d'où une dissipation que nous essaierons de chiffrer théoriquement dans le dernier chapitre à l'aide d'une modélisation de cette structure.

* **Le flux piégé:** Nous savons que dans l'état mixte d'un supraconducteur de type II, le flux pénètre dans le matériau sous la forme de fluxoides (ou vortex), cylindres comprenant un coeur normal de rayon ξ (dont le flux est quantifié), et des courants supraconducteurs tournant autour, à une distance λ du centre du vortex.

Normalement, chaque vortex a une circulation de courant correspondant à une densité de quantum de flux de:

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} (\text{Gauss.cm}^2) \quad (7)$$

Le champ à l'intérieur d'un vortex dépend du matériau utilisé (par l'intermédiaire de ξ), il est égal à:

$$\Phi = \frac{\phi_0}{\pi \xi^2} \quad (8)$$

Sous l'effet d'un champ extérieur, une force de Lorentz s'applique sur les vortex; ces derniers vont se déplacer librement, excepté si le supraconducteur contient des imperfections (centres d'accrochages).

Courant continu: Ces dernières vont interagir avec les vortex, si bien qu'ils ne pourront plus bouger à travers le supraconducteur. Le vortex, piégé par une force d'accrochage F_p , ne pourra se mettre en mouvement que si, par un courant de transport, une force de Lorentz F_L est appliquée telle que:

$$F_L > F_p \quad (9)$$

En se déplaçant sous l'action de la force de Lorentz, les vortex absorbent l'énergie des courants: cette dissipation, représentée par la force de viscosité $F_\eta = \eta v_{\text{vortex}}$, va apparaître et nous aurons:

$$F_L - F_p = \eta v_{\text{vortex}} \quad (10)$$

qui est alors l'équation du mouvement d'un vortex dépiégé. Le mouvement induit alors une force électromotrice ($E = v_{vortex} B_{appliqué}$), donc une résistance.

Courant haute fréquence: Si le vortex reste piégé, un mouvement est cependant induit par le champ appliqué, d'où des oscillations en champ HF qui n'existent pas en courant continu. Pendant ces oscillations, une certaine dissipation apparaît, dont on tient compte par la viscosité η . Nous allons dans la partie suivante essayer de chiffrer la dissipation apportée par cette viscosité afin d'évaluer la contribution du flux piégé à la résistance résiduelle.

En conclusion, si nous voulons mieux connaître la résistance résiduelle, deux contributions sont à étudier tout particulièrement: la structure polycristalline du Niobium et le flux piégé lors du refroidissement des cavités.

Le problème de la dissipation survenant dans les supraconducteurs ayant été succinctement décrit dans ce qui précède, nous allons maintenant aborder plus en détail deux phénomènes encore mal connus et dont il est difficile, dans l'état actuel des choses, d'évaluer leur contribution respective à la résistance résiduelle: le champ magnétique piégé et la structure polycristalline.

B Le flux piégé

Dans ce chapitre consacré à l'étude de la dissipation due au flux piégé dans le Niobium, nous commencerons par décrire le Niobium qui est un supraconducteur de type II bien particulier. Ensuite nous étudierons les différentes manières d'établir la relation permettant d'évaluer théoriquement la contribution du flux piégé à la résistance de surface. Dans une troisième partie, nous présenterons les résultats obtenus au cours des expériences effectuées sur le flux piégé, puis nous terminerons par une étude des conséquences et applications de ce dernier.



1 Un supraconducteur particulier: le Niobium

1 Le flux piégé dans le Niobium

Les cavités en Niobium utilisées sont refroidies à 4.2K, dans un champ rémanent de l'ordre de 20mG. Dans ces conditions, le supraconducteur n'est plus dans l'état mixte mais dans l'état supraconducteur ($H < H_{c1}$). En général, les vortex sont totalement expulsés en-dessous de H_{c1} par l'effet de surface (effet Meissner). Mais si le piégeage est assez important, ces vortex peuvent cependant rester piégés; lors de l'application d'ondes hautes fréquences, une dissipation va apparaître due à la présence des vortex qui obéiront alors à l'équation du mouvement déjà vue.

Le but de ce travail est d'évaluer si l'hypothèse de flux piégé est justifiée théoriquement dans le Niobium donc si, à des champs inférieurs ou égaux à H_{c1} , la force de piégeage est encore capable de piéger les vortex même lorsque l'effet de surface tend à les expulser. Dans un premier temps, il faut donc évaluer la force due à la surface, puis la force de piégeage, et enfin les comparer en se plaçant au régime qui nous intéresse.

1.1 La force de la surface

Soit un vortex qui s'approche de la surface de l'échantillon supra de type-II. On suppose que l'axe du vortex est parallèle à la surface de l'échantillon et que la distance du coeur du vortex à la surface excède le rayon du coeur. En l'absence de vortex, le champ magnétique est égal à $H e^{-\frac{z}{\lambda}}$ (λ étant l'épaisseur sur laquelle pénètre le champ appliqué H). Le vortex ajoute son propre champ magnétique, qui est distordu à la surface. Les conditions à remplir sont de ne pas produire de champ à la surface ($H=H_{ext}$ à la surface) et d'annuler le courant normal à cette surface.

On peut remplir ces conditions, en prenant le miroir de ce vortex par rapport à la surface de l'échantillon, avec une direction de champ et de courant opposée. Le champ du vortex satisfera alors à l'équation de London avec deux sources:

$$\Delta \vec{H} - \frac{1}{\lambda^2} \vec{H} = -\frac{1}{\lambda^2} \phi_0 [\delta(\rho - \rho_1) - \delta(\rho - \rho_2)] \quad (1)$$
$$\rho_1 = (x, 0)$$
$$\rho_2 = (-x, 0)$$

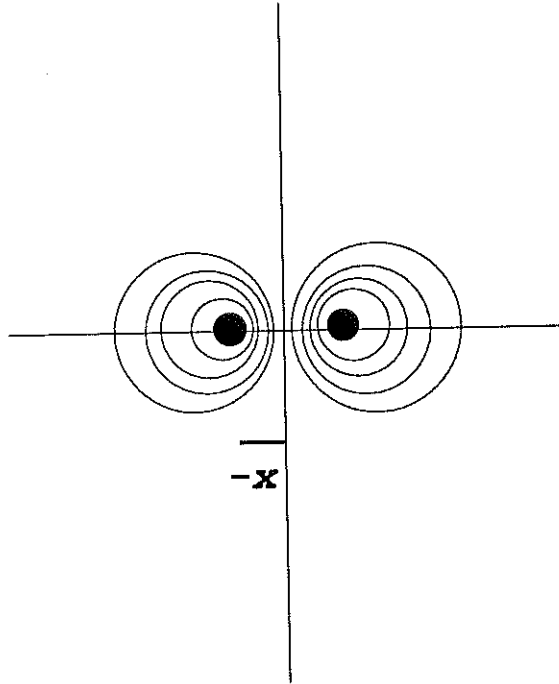


Figure 1 Configuration permettant de calculer le champ

Le champ magnétique total sera: le champ qui pénètre $H e^{-\frac{x}{\lambda}}$ et le champ issu du vortex et de son image. Ce qui nous donne:

$$H_t = H e^{-\frac{x}{\lambda}} + \frac{\phi_o}{2\pi\mu_o\lambda^2} \left[K_o\left(\frac{|\rho - \rho_1|}{\lambda}\right) - K_o\left(\frac{|\rho - \rho_2|}{\lambda}\right) \right]$$

condition de continuité $H_t = H$ à la surface

(2)

K_o fonction de Bessel modifiée

En calculant l'énergie par unité de longueur, associée à ce champ, on trouve alors:

$$U(x) = \phi_o \left\{ H e^{-\frac{x}{\lambda}} - \frac{\phi_o}{4\pi\mu_o\lambda^2} K_o\left(\frac{2x}{\lambda}\right) - H_{ext} + H_{c1} \right\}$$

(3)

$$F(x) = -\frac{\partial U(x)}{\partial x}$$

Le premier terme (interaction entre le vortex et le champ appliqué) est répulsif; le second (interaction entre le vortex et son image) est attractif; le dernier terme représente l'énergie du vortex dans le supraconducteur loin de la surface.

Il faut étudier maintenant le signe de cette énergie selon les valeurs du champ appliqué.

$H_{ext} < H_{c1}$: Dans le supraconducteur, le vortex est thermodynamiquement instable. Il est donc expulsé du supraconducteur car il n'y a pas de barrière à la surface. Dans ce régime, la force issue de la surface, tend à attirer le vortex près de cette surface et donc à l'expulser, pour aboutir ainsi à un effet Meissner total (aucune région normale).

$H_{c1} < H_{ext} < H_{en}$: Une barrière d'énergie se développe près de la surface, essentiellement due à la combinaison entre les deux premiers termes de U. Cette barrière va disparaître à $H = H_{en} = \frac{\phi_o}{4\pi\lambda\xi}$.

$H_{ext} > H_{en}$: Il n'y a plus de barrière, le vortex atteint son minimum d'énergie loin à l'intérieur du supraconducteur.

La force par unité de longueur de vortex va donc être:

$$F(x) = \phi_o \left\{ -\frac{H}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} + \frac{\phi_o}{2\pi\mu_o\lambda^3} K_1\left(\frac{2x}{\lambda}\right) \right\} \quad (4)$$

Si on connaît la distance x à laquelle on veut mesurer cette force, il reste juste à faire le calcul.

1.2 La force de pinning

On considère des données expérimentales de l'article de Fietz et Webb^[12] dans lequel apparaît une densité de force de piégeage (F_p) par des dislocations. Cette force est celle qui empêche les vortex de bouger et qui va donc créer un état critique: l'équilibre entre la force de Lorentz issue du champ appliqué et la force de piégeage. Dès que $F_L > F_p$, le réseau de vortex n'est plus ancré et va se mettre en mouvement.

Le champ qui règne à l'intérieur du supraconducteur est B ($B = n\phi_o = \mu_o H$ où n est la densité de vortex/cm²). Donc la force de Lorentz s'exerçant sur le réseau est $F_L = jB$ et à l'équilibre: $F_L = F_p = nF^{1vortex}$.

On peut donc dire que:

$$F^{1vortex} = \left(\frac{F_p}{B}\right)\phi_o \quad (5)$$

Considérons les résultats de l'article^[12] qui donne F_p en fonction de H/H_{c2} . Utilisant le fait que jusqu'à $H = \frac{1}{2}H_{c2}$ la courbe est linéaire et en se plaçant à faible température pour être dans le cadre de notre problème ($t = T/T_c = 0.14$), nous avons alors:

$$\frac{F_p}{B} = \text{constante} = \frac{10 \text{dyn}}{0.38 B_{c2}}$$

d'où :

$$F^{1vortex} = \frac{10 \text{dyn}}{0.38 B_{c2}} \phi_o \quad (6)$$

or

$$\phi_o = 2\pi\mu_o\xi^2 H_{c2} \text{ champ régnant dans un vortex du Nb}$$

$$F^{1vortex} = \frac{10 \text{dyn}}{0.38} (2\pi\xi^2)$$

Comme pour le Niobium, $\xi = 357.10^{-8}$ cm, ceci nous donne pour la force de pinning exercée sur un vortex par unité de longueur de ce vortex:

$$F^{1vortex} = 2.1073 \cdot 10^{-9} \text{dyn/cm} \quad (7)$$

1.3 Comparaison entre les deux forces

Considérons un échantillon supraconducteur baignant dans un champ extérieur inférieur à H_{c2} , le champ critique entre état normal et état mixte. Le supraconducteur contient alors un réseau de vortex qui sont de moins en moins nombreux au fur et à mesure que nous diminuons le champ appliqué. Si notre hypothèse de flux piégé est réaliste, les vortex ne vont pas tous être expulsés à H_{c1} ; ceux qui resteront dans le matériau seront totalement immobiles. Aussi, pour plus de simplicité, plaçons nous en dessous de H_{c1} et coupons le champ appliqué; dans ce cas, les vortex vont rester bien sûr à la même place et vont créer un champ magnétique à l'intérieur du matériau.

Cette hypothèse ($H = 0$) nous donne une force due à la surface égale à (cf. équation 4):

$$F = \frac{(2.07 \cdot 10^{-7})^2}{2\pi\mu_0} \frac{1}{(4.62 \cdot 10^{-8})^3} K_1\left(\frac{2}{4.62 \cdot 10^{-8}}x\right) \quad (8)$$
$$= 5.503 K_1(43290x)$$

x est la distance entre la surface et le vortex.

En considérant des tables donnant les valeurs des fonctions de Bessel modifiées, on peut trouver la distance x' (à partir du bord de l'échantillon) à laquelle les deux forces considérées s'équilibrent. Cette distance d'équilibre est de $0.46\mu\text{m}$. Si x est plus grand que cette distance, c'est la force de pinning qui l'emporte; sinon c'est la force due à la surface, et les vortex vont alors être expulsés.

Les vortex vont donc être expulsés sur une profondeur de 460 nanomètres dans le matériau. Leur rayon λ dans le Niobium étant de 50 nanomètres, peu d'entre eux vont se trouver sur cette profondeur et donc peu d'entre eux vont être expulsés. De plus, nous allons voir que l'interaction entre vortex est attractive, ce qui va renforcer cet effet et diminuer la distance d'équilibre; ceci montre que des vortex peuvent rester piégés, lors du refroidissement! Ainsi, avec ce calcul, nous venons de montrer qu'il n'est pas irréaliste de considérer que le flux magnétique peut rester piégé, même dans l'état supraconducteur où l'effet Meissner est attendu.

2 Les particularités du Niobium

2.1 Les transitions du premier ordre H_{c1} et H_{c2}

La théorie de Ginzburg-Landau-Abrikosov-Gor'kov sur les supraconducteurs de type-II prédit des transitions du second ordre à H_{c1} et H_{c2} ; la courbe de magnétisation est alors continue et il n'y a pas de chaleur latente. Mais les supraconducteurs de type-II avec κ proche de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (comme le Niobium) peuvent avoir une transition du premier ordre à H_{c1} ou H_{c2} , ceci dépend de la valeur du rapport du libre parcours moyen l à la longueur de cohérence ξ_0 .

Dans un supraconducteur de type II classique (transition du second ordre), les vortex contenus dans l'état mixte interagissent entre eux par l'intermédiaire des courants supraconducteurs circulant autour des coeurs normaux; ces courants circulant dans le même sens, l'interaction est répulsive (de nature Coulombienne). Les vortex se répartissent alors dans tout le supraconducteur et forment un réseau régulier triangulaire. Pour des supraconducteurs tel le Niobium, la configuration n'est plus la même. En effet, la transition du premier ordre (à

$H = H_{c1}$) est interprétée comme le résultat d'une interaction attractive (attention: la répulsion Coulombienne n'a pas disparu, elle est seulement dominée par la composante attractive de l'interaction) de longue portée entre les vortex du supraconducteur; ces derniers ne vont alors plus occuper tout l'échantillon, ils vont se regrouper en petits réseaux séparés par des zones supraconductrices (phases Meissner).

De plus, dans le cas d'une interaction attractive, il est énergétiquement favorable pour le champ magnétique, à la transition H_{c1} (supraconducteur-mixte), de pénétrer dans le supraconducteur directement sous la forme d'un réseau de vortex lors d'une augmentation du champ appliqué. Au contraire, si l'interaction est répulsive, il est plus avantageux de pénétrer dans l'échantillon sous la forme d'un vortex unique; une transition du second ordre se produit alors à $H = H_{c1}$; le réseau de vortex n'apparaît qu'ensuite, lorsque le champ augmente (les vortex sont alors de plus en plus nombreux à pénétrer). La configuration à la transition H_{c1} est donc déterminée par l'interaction entre vortex: une partie répulsive et une attractive composent cette interaction et leur importance relative détermine de quelle manière le champ pénètre le supraconducteur.

Les supraconducteurs ayant une valeur du paramètre de Ginzburg-Landau proche de la limite entre type-I et type-II, ont donc une densité de flux discontinue qui passe de 0 à B_0 quand le champ appliqué dépasse le champ critique H_{c1} . Sachant qu'alors un réseau de vortex est immédiatement créé, sans passer par l'étape d'une configuration à un seul vortex, on peut déterminer la distance entre vortex d_0 , ou paramètre de réseau, quand $H = H_{c1}$ car, pour un réseau triangulaire:

$$B_0 = \frac{2\phi_0}{\sqrt{3}d_0^2} \quad (9)$$

où ϕ_0 est le quantum de flux. d_0 est en fait la valeur maximale du paramètre de réseau, puisque plus le champ H va augmenter, plus les vortex vont se rapprocher pour finir par se recouvrir à $H = H_{c2}$ (où le supraconducteur devient alors normal). d_0 dépend en fait de la température, de la valeur du paramètre de Ginzburg-Landau et de la concentration en impuretés de l'échantillon; elle **reste constante lorsque le champ extérieur est augmenté** sur un intervalle ΔH (sur cet intervalle la surface occupée par les phases Meissner diminuent et les réseaux se rapprochent les uns des autres sans que la structure interne de chacun soit modifiée), puis pour une augmentation plus notable, elle décroît (les phases Meissner ont disparu, il ne reste plus qu'un grand réseau de vortex qui se rapprochent de plus en plus)^[13].

Pour donner un ordre de grandeur, la distance maximale entre vortex est de 1820 Angström, car le saut en champ est de 730 Gauss^[14] pour le Niobium utilisé dans l'article. Toujours dans la référence [3], une courbe de la magnétisation versus le champ extérieur est donnée, elle montre la discontinuité à la transition;

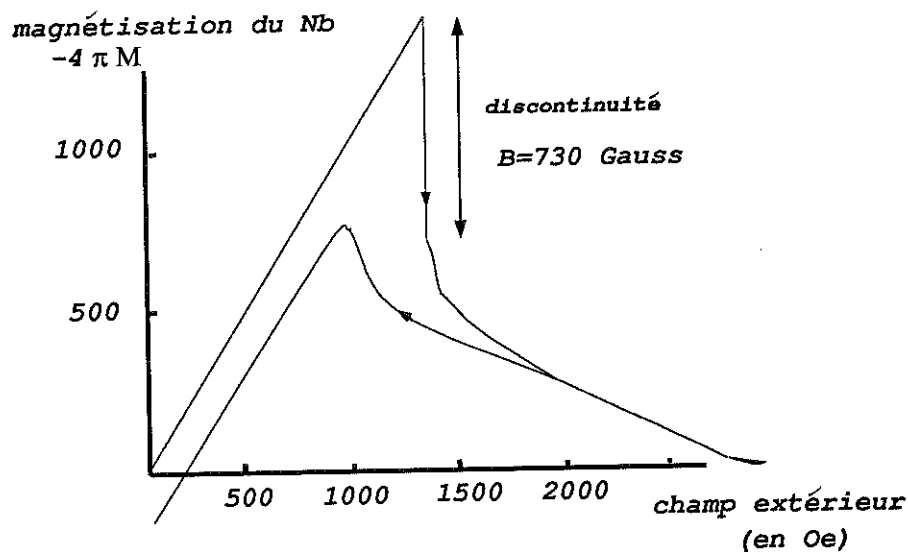


Figure 2 magnétisation versus le champ extérieur

C'est un graphe de magnétisation à mi-chemin entre le graphe de type-I et celui de type-II avec de grands κ . Ainsi un échantillon supraconducteur, remplissant les conditions exprimées précédemment, aura un comportement de type-I près de T_c et de type-II à plus basse température ($T < 0.9T_c$).

2.2 La configuration et les conditions d'existence

Configuration: Les matériaux remplissant certaines conditions auront donc un nouveau type de structure de flux magnétique, consistant en un mélange de domaines vides de vortex (phases Meissner) et de domaines (ou cellules) contenant un réseau de vortex: cette nouvelle configuration est souvent appelée l' "état intermédiaire-mixte". La coexistence de phases Meissner (expulsion totale du champ) et de phases Shubnikov (petits réseaux de vortex) indique qu'il doit y avoir une énergie positive à la frontière entre les deux phases (pour que cette configuration soit énergétiquement favorable). Une telle coexistence montre aussi que l'interaction entre vortex est bien attractive, sinon le réseau s'étendrait sur tout l'échantillon comme pour un supraconducteur de type-II conventionnel.

Comme le montre Kragelöh^[15] le paramètre de réseau est le même sur tous les petits réseaux (phases Shubnikov). L'équilibre entre la composante Coulombienne et la composante attractive, de longue portée, est en effet le même pour tous les réseaux, ce qui va conduire à un paramètre constant.

Conditions: Pour avoir une transition du premier ordre à $H=H_{c1}$, il faut que:

- κ soit proche de $\frac{1}{\sqrt{2}}$; l'intervalle $[\kappa_{min}, \kappa_{max}]$ autour de cette valeur diminue quand la température croît, et est égale à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ quand $T = T_c$.

- et aussi:

$$Re(\lambda^{-1}) > \xi_0^{-1} \quad (10)$$

[16] où λ est la longueur caractéristique de London, ou profondeur dans le matériau sur laquelle décroît le champ magnétique; ξ_0 est la longueur de cohérence. Si cette condition n'est pas remplie, l'interaction entre vortex sera répulsive.

Les limites trouvées par Jacobs^[17] sont: $\kappa < 1.6$, $\kappa < 1.73$ pour des supraconducteurs purs ou modérément purs respectivement. Ainsi, pour des supraconducteurs dont le coefficient κ est compris entre $1/\sqrt{2}$ et ces valeurs, l'interaction sera attractive.

Pour établir théoriquement les limites déjà citées, Kramer^[18] a même calculé l'énergie d'interaction pour $\kappa > 1$ et $\kappa < 1$. Pour cela, il commence par évaluer le changement en énergie libre qui se produit dans un supraconducteur, lorsque les vortex s'approchent l'un de l'autre, partant de l'infini. Il calcule ainsi l'interaction entre deux vortex bien séparés, en utilisant seulement la forme asymptotique du champ magnétique et du paramètre d'ordre qui sont bien connues. Evaluant ensuite l'interaction entre deux vortex les plus proches voisins (interaction qui domine à faible densité), il réussit à établir cette valeur limite séparant une interaction attractive d'une interaction répulsive.

2.3 Explications possibles

Deux différentes explications sont en général invoquées pour expliquer le comportement des supraconducteurs, comme le Niobium, ayant une transition du premier ordre à $H = H_{c1}$.

1) Champ "reversal" En augmentant la distance à partir du centre du vortex, Eilenberger et Büttner^[19] ont trouvé des oscillations amorties exponentiellement pour le champ magnétique du vortex à **basses températures**. Ces oscillations amorties en fonction de la distance provoquent alors un changement de signe du champ (appelé field reversal), à grande distance du vortex. A cette distance, sous l'effet de ce changement de signe, l'interaction entre vortex devient alors attractive (un terme dans l'expression de l'énergie devient, par ce biais, dominant et la rend attractive).

Les oscillations proviennent de ce que la relation entre le courant et le potentiel vecteur devient, pour cette sorte de supraconducteur, non-locale. Dans ce cas, il faut utiliser la relation de Pippard reliant la densité de courant au champ électrique établie par analogie avec les métaux dans leur état normal:

– **conducteurs normaux**: la loi d'Ohm est une loi locale $j(r) = \sigma E(r)$ qui a été généralisée par Chambers en une relation non-locale où cette fois on tient compte de la variation du champ sur une longueur l (libre parcours moyen):

$$j(r) = \sigma \int \int \int \frac{(E(r') \cdot R)}{R^4} \cdot R \exp\left(-\frac{R}{l}\right) d^3 r' \quad (11)$$

$$R = r - r'$$

– **métaux supraconducteurs**: l'équation de London est le pendant de la loi d'Ohm pour les métaux dans leur état supraconducteur: $j(r) = \frac{1}{\mu_0 \lambda^2} A(r)$. Pour tenir compte de la forte corrélation des électrons sur la longueur de cohérence, Pippard a introduit, tout comme Chambers, les effets non-locaux, en intégrant sur cette longueur:

$$j(r) = \frac{3\pi}{4\lambda^2 \xi} \int \int \int \frac{(A(r') \cdot R)}{R^4} \cdot R \exp\left(-\frac{R}{\xi}\right) d^3 r' \quad (12)$$

$$R = r - r'$$

Pour les supraconducteurs qui nous intéressent ici ($\kappa \simeq 1/\sqrt{2}$) les effets non-locaux ne sont pas négligeables et provoquent des oscillations amorties pour le potentiel et donc

pour le champ qui change alors de signe, sur une épaisseur plus grande que la profondeur de pénétration de London^[20] qui est le rayon d'un vortex. Par contre, pour les supraconducteurs de type-II "normaux" (avec des valeurs de κ supérieures à une certaine limite), les effets non-locaux sont négligeables, le champ du vortex a alors une décroissance exponentielle dans le supraconducteur, et aucun changement de signe.

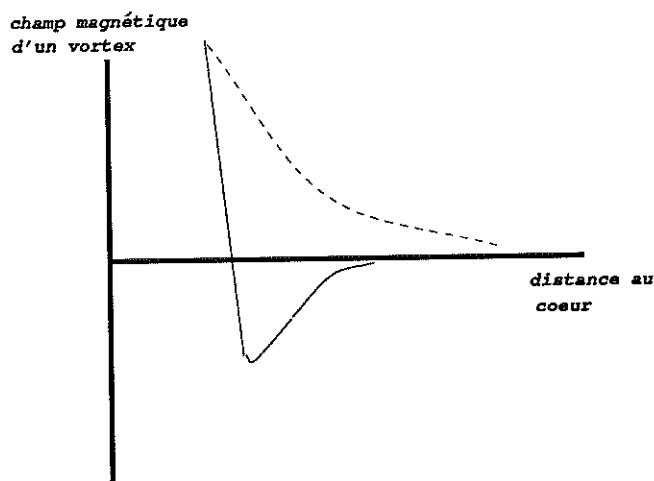


Figure 3 Comportement du champ avec et sans effets non-locaux

remarques: Halbritter^[20] confirme que les effets non-locaux provoquent un changement de signe du champ qui se produit pour des valeurs de κ de l'ordre de 1.7. Il ajoute que cette valeur est proche de la limite supérieure expérimentale au delà de laquelle l'attraction des fluxoides (ou vortex) disparaît, d'où une connexion possible entre les deux phénomènes, mais il ne va pas jusqu'à les lier comme Eilenberger. Nous pouvons aussi citer Jacobs qui s'oppose à cette explication en écrivant qu'il n'a pas été démontré microscopiquement que le "field reversal" se produit dans l'état mixte, ni qu'il peut donner une interaction attractive entre vortex, s'il se produit. Il ajoute que cette explication est fautive au moins à hautes températures, où les oscillations décrites précédemment n'ont jamais été observées, alors que les vortex continuent de s'attirer.

En conclusion, la littérature nous montre qu'à basse température, le phénomène semble accepté comme origine de l'attraction observée; il n'en est pas de même à hautes températures (proches de T_c).

2) Terme d'énergie de condensation attractive Nous savons que les considérations basées sur une relation non-locale entre la densité de courant et le potentiel vecteur du champ magnétique sont importantes seulement à basses températures et pour des valeurs de κ inférieures à une limite (calculée par Brandt^[21]); domaine dans lequel le "field reversal" peut conduire à une attraction entre vortex. Cependant, Jacobs^[22] et Kramer^[23] ont montré que même pour des valeurs proches de cette limite (c'est à dire même quand le champ magnétique ne présente pas de minimum), l'attraction entre vortex existe.

Par exemple, pour un κ de l'ordre de $\kappa \approx \frac{\sqrt{2}}{2}$, la répulsion magnétique des vortex est encore compensée par une énergie de condensation attractive; ceci étant vrai même proche de la température critique, où nous savons que le "Field reversal" est alors négligeable et ne peut donc pas expliquer l'attraction.

Il semble donc qu'il faille invoquer une autre origine pour cette attraction, au moins pour le domaine où le "field reversal" est inexistant. Ainsi, Kramer calcule l'énergie d'interaction entre vortex et montre que quelque soit la température, pour $\kappa \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$, l'énergie contient deux termes: un terme de répulsion électrodynamique (interaction Coulombienne) et un terme d'attraction provenant de l'augmentation de l'énergie de condensation supraconductrice.

Pour un supraconducteur de type II conventionnel ($\kappa \gg \frac{\sqrt{2}}{2}$), les vortex sont composés d'un petit coeur normal de rayon ξ entouré d'une zone de transition plus importante de rayon λ ($\kappa \gg \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \lambda \gg \xi$) où circulent des courants supraconducteurs générant l'interaction Coulombienne, donc répulsive. La situation change pour le Niobium, où cette fois $\lambda \simeq \xi$; la zone normale n'est alors plus négligeable, ce qui augmente l'énergie de condensation (augmentation du nombre de paires brisées). Cette composante attractive dans le Niobium pourrait donc provenir d'un recouvrement partiel entre vortex qui conduirait à une distribution plus uniforme du paramètre d'ordre dans les phase Shubnikov.

Pour $\kappa = \frac{\sqrt{2}}{2}$, les deux interactions se compensent. Pour des vortex bien espacés, seule la répulsion électrodynamique est importante.

Théoriquement, il existe ainsi deux causes possibles pour une énergie attractive entre vortex. La théorie du terme d'énergie de condensation attractif n'est pas capable de prédire la distance entre vortex, contrairement au "field reversal" (les prédictions étant cependant deux fois plus grandes que les mesures). De plus, la première théorie n'est valable que proche de T_c ; mais le mécanisme qui se produit est effectif sur tout le domaine de température. ceci n'est pas le cas pour la seconde théorie comme nous l'avons déjà vu. En conclusion, il est clair que l'existence de supraconducteurs de type-II avec une transition du premier ordre à H_{c1} est expérimentalement prouvée, mais que théoriquement, seule une image qualitative est donnée.

Cependant, il est bien réaliste de parler de flux piégé dans l'état supraconducteur du Niobium comme nous l'a montré la comparaison entre l'effet du piégeage et l'effet d'expulsion de la surface quant on diminue le champ appliqué.

3 Etat de l'art sur le Niobium

3.1 Existence du flux piégé

Lors d'une étude sur le Niobium, Schelten^[24] montre que pour un champ extérieur en dessous de H_{c1} , une certaine partie du flux reste piégé dans le supraconducteur, que le paramètre de réseau reste alors constant ($H < H_{c1}$), et que de petites irréversibilités dans la courbe de magnétisation se produisent (petites pour des échantillons purs $RRR > 300$), dues au piégeage. Ceci nous conforte donc dans l'hypothèse de l'existence de flux piégé que nous cherchons à établir.

La figure 2 de l'article (pour le Niobium II à $T=4.2$ K) montre les résultats obtenus par Schelten:

– pour une augmentation du champ extérieur de 0 à H_{c1} , la densité de flux interne est nulle (on a un effet Meissner total $B_{intérieure} = 0 = B_{extérieure} - 4\pi M$), puis survient la discontinuité (qui se produit pour une transition du premier ordre) avec un saut de B_0 correspondant à l'apparition de l'état intermédiaire-mixte déjà décrit.

– pour une diminution du champ une hystérésis apparaît: le champ à l'intérieur du supraconducteur ne s'annule pas à la transition; il reste même constant quelque soit le champ appliqué en dessous de H_{c1} ; ceci indique la présence de flux piégé, d'une quantité constante, donc avec un paramètre de réseau constant, même avec un champ appliqué nul.

Remarque: Halbritter montre que l'hystérésis est faible pour des échantillons purs, et de plus en plus accentuée pour des RRR de plus en plus faibles. Selon ce dernier, l'hystérésis semble être provoquée par du piégeage sous forme de précipités d'oxyde (venant de la contamination par l'atmosphère et situés à la surface).

En utilisant les résultats de Schelten, essayons de calculer la densité de vortex restant en dessous de H_{c1} . Nous savons que le champ intérieur est relié à la magnétisation par:

$$H_{int} = H_{ext} - 4\pi M \quad (13)$$

A partir de 1100 Oe (ou Gauss) et en dessous, la courbe de la figure 2 est linéaire. Le champ $B_o (= \mu_o H_{int})$ est donc constant en dessous de H_{c1} et permet de calculer le paramètre de réseau par la relation (réseau triangulaire):

$$d_o = \sqrt{\frac{2\phi_o}{\sqrt{3}B_o}} \quad (14)$$

Cependant, il faut se rappeler qu'en dessous de la transition, le flux est piégé dans la configuration de l'état mixte-intermédiaire (d_o est alors le paramètre de réseau des phases Shubnikov). Il faut donc connaître la proportion relative de phases Meissner et Shubnikov, avant de pouvoir calculer la densité de vortex piégés.

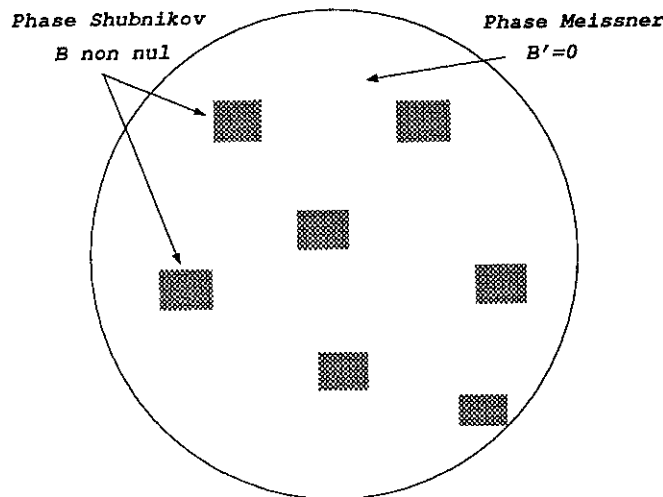


Figure 4 l'état mixte-intermédiaire

Rappel: on considère généralement un vortex comme une surface $2\pi\xi^2$ où règne un champ H_{c2} (zone normale). On peut donc écrire le quantum de flux:

$$\phi_o = (2\pi\xi^2) B_{c2} = \mu_o (2\pi\xi^2) H_{c2} \quad (15)$$

Dans le spécimen étudié règne le champ B piégé par les vortex. Nous avons donc :

$$B = nB_{1vortex} = n(2\pi\xi^2) B_{c2} = n\phi_o \quad (16)$$

où n est la densité de vortex. Nous allons utiliser la figure 2 pour essayer de déterminer d , donc n :

Champ décroissant: ce régime est pour nous le plus intéressant puisqu'il concerne directement le flux piégé. La courbe de magnétisation est alors linéaire en dessous de la transition (H_{c1}). De plus, le paramètre des petits réseaux (identique pour tous) a été mesuré et $d_0 = 1900$ Angström.

Soient B'' le champ régnant dans les petits domaines Shubnikov et B' celui régnant dans les domaines Meissner ($B'=0$). Si X est la proportion de spécimen dans la phase Shubnikov, alors:

$$B = XB'' + (1 - X)B' = XB''$$

$$\text{avec } B'' = \frac{2\phi_0}{\sqrt{3}d^2} \quad (17)$$

$$X = \frac{B}{\left(\frac{2\phi_0}{\sqrt{3}d^2}\right)}$$

sur la courbe déjà citée, le champ B mesuré est d'environ 260 Gauss et, connaissant le paramètre de réseau (1900Angström), le champ B'' est alors de 661Gauss. Tout ceci nous donne un pourcentage de 40% environ. Nous pouvons donc dire que 40% de la surface sont occupés par des réseaux de vortex, ce qui **ne veut pas dire que 40% du flux sont piégés**. Nous sommes donc incapables pour le moment de préciser le pourcentage de flux piégé à partir des données existant dans la littérature. De plus, nous nous intéressons au refroidissement des supraconducteurs à champ constant (situation utilisée dans les cavités accélératrices) et non pas un cycle où le champ varie comme dans cet article (courbe de magnétisation).

3.2 Les expériences

1) Déjà effectuées Jusqu'à maintenant, très peu d'expériences ont été faites à champ constant et température décroissante. Une des rares trouvées dans la littérature est celle de Grover et al^[25]. Deux échantillons de Niobium de 99.9% de pureté (ce qui donne un degré de pureté ou RRR très faible: environ 10) ont été utilisés: de la poudre et un barreau de Nb (2.5mm de longueur et 2.6mm de diamètre).

Il est évident que leurs résultats ne peuvent pas être utilisés pour nos cavités où le RRR est bien meilleur (environ 300), mais ils sont intéressants puisqu'ils utilisent la même démarche que celle dont nous voulons nous servir. Les échantillons sont refroidis à 5Kelvin, avec ou sans champ magnétique extérieur. Ils mesurent la magnétisation FC (Field Cooling: avec champ appliqué lors du refroidissement), ZFC (zero field cooling) et la magnétisation rémanente (celle correspondant au flux piégé - c'est la magnétisation à $H_{ext}=0$ après refroidissement) versus le champ extérieur croissant, puis décroissant.

Rappel:

*à $H_{ext}=0$, si:

- la magnétisation est nulle, on a un effet Meissner total (tout est expulsé).
- la magnétisation est non-nulle, l'effet Meissner est partiel (si $M <$ champ H qui régnait avant le refroidissement) ou totalement inexistant ($M = H$).

* en champ croissant, tant que la courbe est linéaire, la magnétisation est réversible (c'est le cas jusqu'à H_{c1} , tant qu'il n'y a pas de vortex). Dès que la courbe perd sa linéarité, l'effet Meissner perd de plus en plus d'importance; les vortex sont de plus en plus nombreux à entrer dans le matériau.

Dans cet article, les résultats sont les suivants:

* **Pour le barreau:** Tout le flux est piégé lors du refroidissement à champ constant. Pour un refroidissement à champ nul, le flux commence à pénétrer le barreau à $H_{c1} = 1500$ Oe.

* **Pour la poudre** 42% du flux est piégé lors du refroidissement à champ constant. Pour un refroidissement à champ nul, le flux commence à pénétrer la poudre à $H_{c1} = 300$ Oe.

Au vu de ces résultats, une question se pose: le barreau, de par ses dimensions, peut être assimilé à une sphère, tout comme la poudre. Or H_{c1} dépend de la géométrie de l'échantillon, de par le coefficient démagnétisant (identique pour les deux). Pourquoi alors, les champs H_{c1} des deux échantillons sont-ils si différents?

Ceci peut être expliqué par le fait que la courbe de magnétisation du barreau de Nb montre une grande irréversibilité; les centres de pinning sont donc très nombreux. Lors de la montée en champ, les premiers vortex qui pénètrent le supraconducteur vont s'ancrer et empêcher la pénétration des autres. Ainsi, l'effet Meissner subsiste beaucoup plus longtemps que pour la poudre. Cette dernière a une magnétisation presque réversible, donc n'a presque pas de centres de pinning; les vortex n'ont aucune difficulté à pénétrer; l'effet Meissner disparaît beaucoup plus tôt en champ. Tout ceci nous montre la complexité du problème et nous incite à créer un dispositif expérimental simple.

2) Ce qui reste à faire Pour notre problème, la situation est similaire puisque nous descendons en température à champ constant. L'évolution se fera alors de la manière suivante:

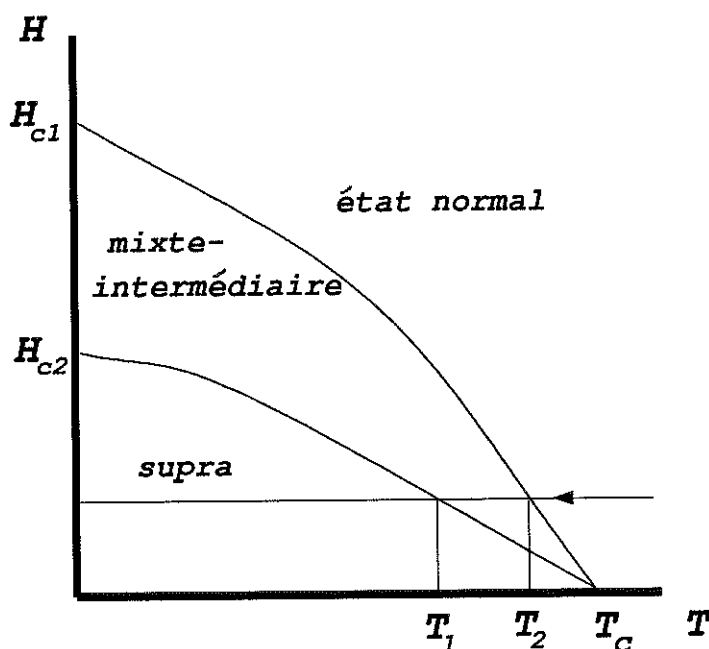


Figure 5 descente en température

En descendant en température, à $H=H_{c2}$, le rayon des vortex est infini, il y a recouvrement total des régions normales. Plus on descend en température (à champ constant), plus le rayon des vortex diminue. Une fois arrivé à la transition $H=H_{c1}$, plusieurs cas sont possibles:

- si l'échantillon est parfait, il n'y aura pas de pinning, donc les vortex vont être expulsés par les effets de surface, en dessous de H_{c1} (figure (a)).

- si l'échantillon contient des imperfections (comme le Niobium utilisé RRR=200–300), les vortex pourront alors être piégés et ne pas être expulsés. Or nous savons que les vortex s'attirent dans le Niobium:

- si l'attraction est plus forte que le pinning, les vortex vont se regrouper sous forme de petits réseaux et peuvent rester piégés dans cette configuration (figure (b)).

- si c'est le contraire, les vortex resteront répandus sur tout l'échantillon et peuvent aussi rester piégés (figure (c)).

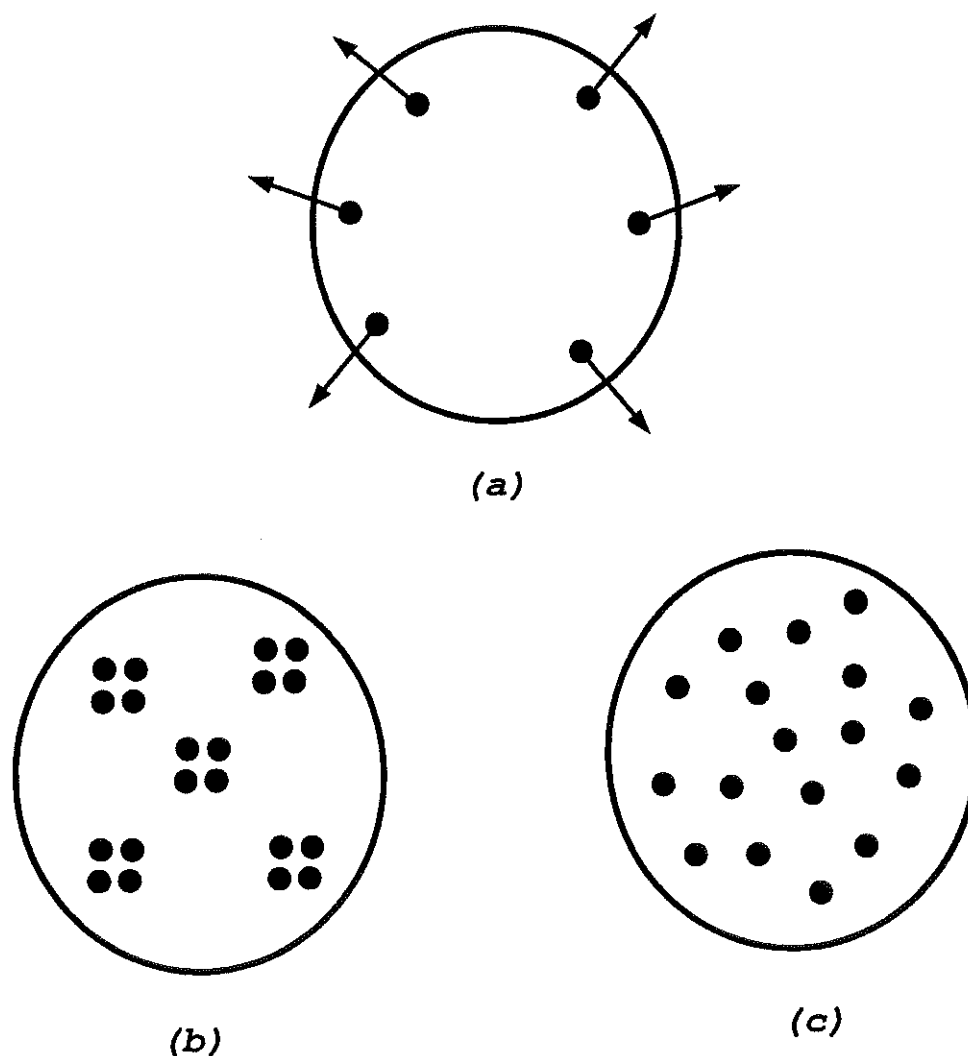


Figure 6 Les différentes configuration à $H < H_{c1}$

De toute manière, quelque soit le cas, le flux peut être piégé (ceci est bien appuyé par l'expérience citée ci-dessus). Pour connaître la quantité piégée, il faut savoir sous quelle configuration il est piégé.

L'expérience de la section précédente, n'apporte qu'une confirmation du piégeage, mais n'est pas suffisante. Il nous faut savoir quelle sont les forces qui dominant (ce qui régit la configuration) et la quantité de flux piégé, en fonction de différents RRR (degré de pureté), par exemple.

D'où l'utilité d'une nouvelle expérience que nous ferons sur un disque plan de Niobium refroidi à champ constant. Utilisant une sonde de magnétomètre, nous mesurerons le champ le long d'un diamètre, afin de connaître le pourcentage de champ piégé et sa répartition. Malheureusement, les chances sont minces de détecter la configuration avec une sonde: les phases Shubnikov sont très petites et la surface efficace de la sonde est trop importante; cependant, nous pourrions quand même connaître le pourcentage de flux piégé. Avant de décrire les expériences effectuées sur le flux piégé, nous allons présenter le résultat des études bibliographiques menées sur ce thème et essayer d'en extraire une formule capable de chiffrer la dissipation apportée par le flux piégé.

II La dissipation due au flux piégé: approche théorique

Au cours des recherches bibliographiques que nous avons effectuées sur la dissipation, il est apparu différents points de vue quant à la façon de traiter ce problème (vortex isolé ou en réseau, piégé ou non, rigide ou souple,...). Nous allons essayer dans ce chapitre de faire une synthèse sur la dissipation due au flux piégé et de montrer qu'il existe différents régimes à distinguer pour évaluer la contribution du flux piégé à la résistance de surface.

Dans cette synthèse, nous nous limiterons aux supraconducteurs de type II qui, comme nous l'avons déjà vu, possèdent trois états: l'état normal ($H_i > H_{c2}$), l'état mixte où apparaissent les vortex ($H_{c2} > H_i > H_{c1}$), l'état supraconducteur ($H_i < H_{c1}$) où les vortex peuvent rester piégés pour certains supraconducteurs.

Pour étudier la dissipation due au champ magnétique, c'est-à-dire due à la présence des vortex, nous allons nous placer dans l'état mixte où règne un réseau de vortex, puis dans l'état supraconducteur en supposant que les vortex restent piégés.

Dans tout ce qui suit, les vortex sont considérés comme étant perpendiculaires à la surface du supraconducteur. Le cas d'un vortex parallèle sera traité brièvement à la fin du chapitre.

1 Présentation de la dissipation

Selon la théorie d'Abrikosov, dans l'état mixte des supraconducteurs de type II, le flux magnétique présente traverse l'échantillon sous forme de vortex, tubes contenant un flux magnétique quantifié. Cette quantification correspond à un quantum de flux:

$$\phi_0 = \frac{h}{2e} \quad (18)$$

Un vortex est composé d'un coeur formant une région du matériau dans l'état normal et de courants supraconducteurs, donc non-dissipatifs, circulant autour. Si aucun courant n'est appliqué à l'échantillon, il n'existe aucune dissipation. Les vortex interagissent entre eux et forment alors un réseau.

Si le matériau étudié ne contient aucune imperfections, défauts,... les vortex seront libres de se positionner afin de minimiser l'énergie du réseau. En général, tel n'est pas le cas. Tout échantillon étudié contient des défauts de toutes sortes, qui vont interagir avec le vortex. Par cette interaction, un ou des vortex vont être piégés et être ainsi contraints de rester dans une certaine position. Les autres vortex vont alors se positionner autour. Ces défauts, appelés centres de piégeage vont jouer un rôle important.

En effet, si un champ magnétique est appliqué (perpendiculairement à l'axe du vortex) sur le spécimen, une densité de courant induit j va être créée. Les vortex vont interagir par l'intermédiaire d'une force de Lorentz F_L avec cette densité j :

$$F_L = j \times \phi_0 \quad (19)$$

(La théorie s'appliquant au mouvement des vortex dans un champ magnétique continu provient principalement du travail de Bardeen et Stephen^[26])

Le vortex piégé est alors soumis à deux forces: la force de piégeage F_p qui tend à le maintenir dans sa position initiale et la force F_L qui tend à la mettre en mouvement. Un état critique peut alors être ici défini comme étant l'égalité entre ces deux forces. Si $F_p > F_L$, la structure de vortex continue à être une configuration statique sans dissipation, dans le cas contraire, les vortex se mettent en mouvement.

1.1 La dissipation en continu

Si la force de Lorentz excède celle de piégeage, les vortex se mettent donc en mouvement. Comme nous l'avons vu, les vortex sont disposés sous la forme d'un réseau, ils interagissent entre eux; mais leur densité dépend évidemment du champ extérieur, qui dans nos expériences, est toujours faible. Dans ce cas, la densité de vortex est faible, et nous pouvons considérer ces derniers comme étant indépendants.

Une fois dépiégé, le vortex est alors soumis à la force de Lorentz F_L et à une force de viscosité F_v qui représente la dissipation survenant au cours de ce mouvement. Avant de parler de cette force de viscosité, il est nécessaire de comprendre par quels mécanismes la dissipation se produit.

1) Mécanismes de dissipation Les électrons qui forment le courant de transport sont appariés en paires de Cooper. Le paramètre d'ordre ψ permet de connaître la proportion d'électrons appariés (proportionnelle à $|\psi|^2$) et celle des électrons normaux, donc des paires brisées ($1 - |\psi|^2$).

Sous l'effet d'un champ électrique appliqué, les courants supraconducteurs se mettent en mouvement, créant un courant de transport. Sous l'effet de ce courant, les vortex subissent une force de Lorentz $F = j\phi_0$ par unité de longueur et se mettent éventuellement en mouvement. Ce mouvement crée lui-même un champ électrique:

$$E = -(v \times \phi_0) \quad (20)$$

où v est la vitesse du vortex.

Sous l'effet de ce champ électrique, les paires de Cooper vont devoir traverser le coeur normal du vortex en se brisant à l'entrée pour se recombinaison à la sortie dudit vortex; la figure (7) décrit le comportement du nombre de paires à travers un vortex; il est clair que casser une paire coûte de l'énergie, mais la recombinaison de ces dernières va permettre de retrouver cette énergie, d'où un bilan énergétique nul. La cassure des paires ne peut donc pas être retenue comme un mécanisme de dissipation.

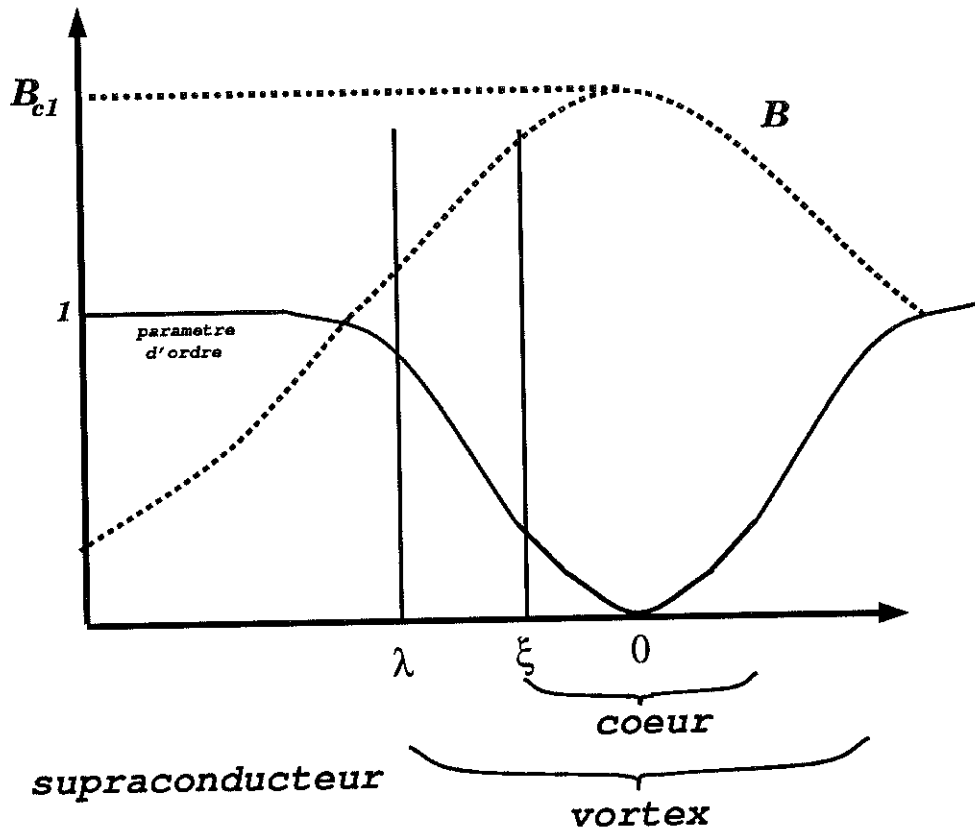


Figure 7 Evolution du paramètre d'ordre près du coeur (rayon ξ)

En fait, la dissipation se produit dès qu'une paire est brisée; cette dernière va alors laisser la place à deux électrons qui, au contraire de la paire, vont dissiper de l'énergie tant qu'ils ne se seront pas recombinés. Comme nous le montre la figure 7, les paires commencent à se briser à une distance λ du centre du vortex; aussi, certains auteurs, comme J. Bardeen et J. Stephen^[27], séparent en deux parties les contributions à la dissipation: celle qui se produit à l'intérieur du coeur (sur une distance ξ) et celle à l'extérieur (sur une distance $\lambda - \xi$). Cette séparation est un peu dangereuse, puisqu'elle laisse à penser que deux mécanismes de dissipation existent, alors que dans les deux régions étudiées, la dissipation est due à la présence d'électrons normaux issus de paires brisées.

Le courant créé par les électrons des paires brisées est donc un courant normal qui va dissiper. *Il existe ainsi un courant d'électrons normaux (qui dissipe) à l'intérieur du coeur, mais aussi à l'extérieur dans la zone de transition.*

2) La dissipation en équation Pour tenir compte de cette dissipation, il faut l'introduire dans les équations du mouvement du vortex. Ceci est fait par l'intermédiaire

de la viscosité η ^[28]:

$$\eta v = j \phi_0 \quad (21)$$

v est la vitesse du vortex dépiégé. Considérons le champ électrique créé par l'ensemble des vortex:

$$E = n(v \times \phi_0) = vB = \frac{j\phi_0}{\eta} B \quad (22)$$

où B est le champ régnant à l'intérieur de l'échantillon étudié ($B = n \phi_0$ et n est la densité de vortex). Utilisant la loi d'Ohm $E = \rho j$ (où ρ peut être réel ou complexe comme nous le verrons par la suite), il vient pour la résistivité:

$$\rho = \frac{\phi_0}{\eta} B \quad (23)$$

Il suffit alors de se placer au champ critique $B = B_{c2}$ dans le matériau pour que ce dernier devienne normal, d'où;

$$\rho = \rho_n \quad \text{pour} \quad B = \mu_0 H = \mu_0 H_{c2} \quad (24)$$

$$\eta = \frac{\mu_0 \phi_0 H_{c2}}{\rho_n}$$

ρ_n étant la résistivité dans l'état normal.

La dissipation existant en continu est donc due au mouvement visqueux des vortex et elle est prise en compte par la force de viscosité:

$$F_v = \eta v \quad (25)$$

1.2 La dissipation en alternatif

1) Les forces Pour se placer dans le cas général, nous allons considérer un réseau de vortex *piégés*, sous l'influence d'un courant alternatif. Il faut donc déterminer une force de pinning en présence de réseau (situation réaliste) et la viscosité en régime alternatif.

Choix d'une force de pinning De multiples expressions de force de pinning sont utilisées: force linéaire, périodique, attractive, répulsive,... Pour notre cas, le supraconducteur est du Niobium; ce dernier est à la fois de type I et II. L'état mixte est alors un état mixte-intermédiaire, où les vortex s'attirent et forment un réseau.

Il nous faut donc le potentiel de pinning d'un vortex **en présence du réseau**. Chaque centre de pinning contribue au potentiel de pinning avec une phase aléatoire. Quand le réseau se déplace sous l'effet d'une force de Lorentz, l'énergie de pinning est augmentée (c'est le potentiel de pinning).

Si le réseau est déplacé d'une constante de réseau d_0 , on doit retrouver la même énergie, les vortex étant identiques. On utilise donc:

$$U = A \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi x}{d_o} \right) \right)$$

$$F = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{2\pi}{d_o} A \sin \left(\frac{2\pi x}{d_o} \right) \quad (26)$$

$$F_{max} = \frac{2\pi}{d_o} A$$

x étant bien entendu la direction du déplacement du vortex; A dépend de l'intensité de la force de pinning.

Nous savons que la force maximale du potentiel de pinning est égale à la force de Lorentz pour le courant critique; c'est l'état critique déjà vu, où le pinning et la force de Lorentz (s'appliquant sur le vortex et venant du champ appliqué) se compensent parfaitement, donc:

$$F_{max} = \frac{2\pi}{d_o} A = j_{crit} \phi_o = \frac{\alpha \phi_o}{B} \Rightarrow A = \frac{\alpha \phi_o}{B} \frac{d_o}{2\pi} \quad (27)$$

$$\alpha \simeq j_{crit} B$$

α étant la force maximale de Lorentz applicable au réseau entier avant qu'il soit dépiégé et H est le champ régnant à l'intérieur du supraconducteur, soit: $B = n\phi_o$ (n étant la densité de vortex).

La force d'inertie et la force de Lorentz Ces deux forces s'écrivent de la façon habituelle:

$$F_M = m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = m\ddot{x} \quad F_L = j\phi_o \quad (28)$$

A haute fréquence, le terme inertiel est en général négligé.

La viscosité L'expression de la viscosité est calculée de la même manière que pour le régime continu (équation 25), où la force de Lorentz et la force de viscosité seules entrent en jeu ($\eta v = F_p - F_L$). Les autres forces sont négligées dans notre cas comme nous allons le voir.

L'équation du mouvement L'équation du mouvement d'un vortex contient ainsi le terme inertiel, la viscosité, la force de piégeage et la force de Lorentz:

$$m\ddot{x} + \eta\dot{x} + \frac{\alpha \phi_o}{B} \sin \left(\frac{2\pi x}{d_o} \right) = j\phi_o \quad (29)$$

(x est le déplacement du vortex à la surface, d_o le paramètre de réseau). Nous allons nous placer à haute fréquence, ce qui nous permet de négliger le terme d'inertie^[29] dans les calculs qui vont suivre.

Calculons la vitesse $v = V_o e^{i\omega t}$ en considérant de petites oscillations, il vient alors:

$$f = \frac{\alpha \phi_o}{B} \frac{2\pi}{d_o}$$

$$v = (\phi_o \omega j) \frac{\omega \eta - i f}{f^2 + \omega^2 \eta^2} \quad (30)$$

$$v = V_o e^{i\omega t}$$

$$j = j_o e^{i\omega t}$$

Dans cette expression, nous voyons apparaître une fréquence bien particulière, appelée fréquence de dépiégeage et qui est propre à chaque matériau:

$$\omega_p = \frac{f}{\eta} = \frac{2\pi \alpha \phi_o}{\eta d_o B} \quad \eta = \frac{\mu_o \phi_o H_{c2}}{\rho_n} \quad (31)$$

Comme nous considérons que les vortex forment un réseau carré ($d_o = \sqrt{\phi_o/B}$), il vient pour la fréquence de dépiégeage:

$$\omega_p = \frac{2\pi \alpha}{\eta} \sqrt{\frac{\phi_o}{B}} = \frac{2\pi \alpha \rho_n}{B_{c2} \sqrt{\phi_o B}} \quad (32)$$

A cette fréquence, le terme de viscosité et le terme de piégeage se compensent exactement (le vortex piégé qui oscille sous l'effet de l'onde entre en résonance dans le puits de potentiel de piégeage). Au-delà, le mouvement est visqueux et le vortex est dépiégé; en-deçà, le vortex est piégé.

2) Les mécanismes de dissipation Les cavités sont refroidies dans des cryostats blindés, mais dans lesquels règne encore un certain champ magnétique résiduel qui peut être piégé sous forme de vortex; ce piégeage contribuera alors à la dissipation lors de l'injection de l'onde haute fréquence dans la cavité.

Pour étudier les mécanismes de dissipation, deux régimes sont à considérer, séparés par la fréquence de dépiégeage ω_p ^[30]. La valeur de ω_p se situe dans le domaine radio-fréquence et dépend de la nature des centres de piégeages. Effectuer des études près de cette fréquence peut donc permettre d'étudier les interactions entre les vortex et les défauts qui les piègent.

Sous l'effet du courant de transport alternatif, les vortex oscillent et restent piégés tant que la fréquence appliquée est inférieure à la fréquence de dépiégeage ω_p qui est de l'ordre de quelques MHz. La force de piégeage est alors à prendre en compte dans les équations de mouvement. Mais aux fréquences micro-ondes, cette fréquence caractéristique est dépassée et les effets de piégeages disparaissent (les vortex sont dépiégés). La mise en équation du mouvement du vortex ressemble alors à celle déjà étudiée en continu, ainsi que les mécanismes de dissipation. Dans notre cas, le second régime nous intéresse plus particulièrement, puisque la fréquence utilisée est très au-dessus de la fréquence de dépiégeage.

2 La résistance de surface

Une fois les mécanismes de dissipation décrits, il reste à déterminer la résistance de surface qui provient de cette dissipation. Calculer cette résistance s'effectue en hautes fréquences pour l'adapter à notre problème. Ce calcul peut s'effectuer pour des supraconducteurs déposés en couche mince sur un substrat de Cuivre ou pour des supraconducteurs utilisés en tôle.

2.1 supraconducteur utilisé en couche mince

Pour les couches minces, trois approches sont développées pour calculer la résistance de surface, montrant ainsi les différents régimes existants pour la résistance de surface en fonction de la valeur du champ magnétique piégé.

1) Méthode du calcul de l'impédance de surface Avant de poursuivre la discussion, il est utile de faire quelques rappels. Le calcul de la résistance de surface passe ici par l'évaluation de la résistivité; il faut donc connaître la relation entre la résistance de surface et la résistivité. Or sur ce point, les auteurs ne sont pas tous d'accord: Rabinowitz^[31] utilise la relation suivante:

$$R_s \propto \frac{\rho}{\lambda} \quad (33)$$

Gittleman et Rosenblum utilisent quant à eux:

$$R_s = \frac{\rho}{\delta} \quad (34)$$

Afin d'éclaircir le dilemme, nous allons revoir *les définitions*:

ξ : est appelé la longueur de cohérence. Elle représente la distance sur laquelle la densité d'électrons supraconducteurs varie de façon appréciable à l'interface entre une région supraconductrice et une région normale (Pippard).

λ : est appelé la profondeur de pénétration. C'est une propriété intrinsèque des supraconducteurs. Il n'existe donc pas de λ pour les métaux normaux. Quand on applique un champ magnétique sur un supraconducteur, le champ pénètre sur une profondeur λ . London donne une expression:

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \quad (35)$$

δ_n : est appelée épaisseur de peau dans l'état normal. C'est l'épaisseur sur laquelle se font les pertes de chaleur (donc la dissipation) du courant. Pour tous les métaux dans leur état normal, cette épaisseur s'écrit:

$$\delta_n = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_n}} = \sqrt{\frac{2\rho_n}{\omega \mu_0}} \quad (36)$$

où ρ_n est la résistivité dans l'état normal du métal étudié.

expression usuelle pour la résistance de surface: La résistance de surface d'un métal (normal ou supraconducteur) se calcule généralement en prenant la partie réelle de l'impédance de surface définie comme suit:

$$Z_s = \frac{E_y(0)}{\int_0^x j_y(x) dx} = R_s - iX \quad (37)$$

où x est l'épaisseur du métal, R_s la résistance de surface recherchée et X la réactance, E le champ électrique dirigé (cf figure ci-dessous) selon y et j la densité de courant.

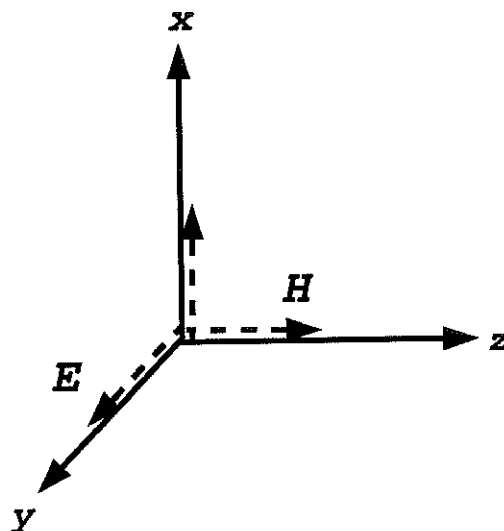


Figure 8 Choix du système d'axes

Le métal est contenu dans le demi-plan $x > 0$ et le vide en $x < 0$. En utilisant l'équation de Maxwell $rotH = \mu_0 j$ il vient:

$$Z_s = \frac{E_y(0)}{H_z(0)} \quad (38)$$

Appliquons au métal une onde électromagnétique haute fréquence ω . La solution aux équations de Maxwell :

$$rotE = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad rotH = j = \sigma E \quad (\text{loi d'Ohm}) \quad (39)$$

(σ étant la conductivité du métal) doit alors être proportionnelle à $\exp(ikx - i\omega t)$, ce qui conduit à une expression pour le vecteur d'onde k :

$$k^2 = i\omega\mu_0\sigma \quad \Rightarrow \quad k = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}}(1 + i) \quad (40)$$

L'impédance de surface s'exprime alors:

$$rotE = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad ikE_y = i\omega\mu_0 H_z \quad (41)$$

$$Z_s = \frac{\omega\mu_0}{k} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{i\sigma}}$$

En ce qui concerne la nature des métaux, deux cas sont à étudier:

* **Métal dans l'état normal:** dans ce cas, la conductivité (ou résistivité) est réelle σ_n . L'impédance de surface s'exprime alors de la manière suivante:

$$Z_s = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_n}} = \sqrt{2i} \frac{\rho_n}{\delta_n} = \frac{\rho_n}{\delta_n} + i \frac{\rho_n}{\delta_n} \quad (42)$$

où δ_n est l'épaisseur de peau déjà vue et ρ_n la résistivité.

Il suffit alors de prendre la partie réelle de l'impédance de surface pour obtenir la résistance de surface d'un métal normal:

$$R_n = \text{Re}(Z_s) = \frac{\rho_n}{\delta_n} \quad (43)$$

N.B: Le vecteur d'onde $k = k_1 + i k_2$ montre bien que le champ électromagnétique décroît à l'intérieur du métal normal en $\exp(-k_2 x)$ où $d = k_2^{-1} = (\text{Im}(k))^{-1} = \sqrt{\frac{2\rho_n}{\omega\mu_0}} = \delta_n$ est l'épaisseur de peau normale (ou profondeur de pénétration d'une onde dans un métal normal).

* **Métal dans l'état supraconducteur:**

la situation est alors plus compliquée et il faut trouver une expression pour la résistivité. Nous allons le faire ici en supposant que toute la longueur du vortex interagit avec le courant; ceci revient à dire que le métal est d'une épaisseur proche de la profondeur de pénétration du courant (couche très mince où tout le flux magnétique contenu dans le vortex va interagir avec la densité de courant j). Les vortex, sous l'action du champ haute fréquence vont se mettre en mouvement et créer un champ électrique E_f qui va s'opposer au courant:

$$E_f = -v * B \quad (44)$$

$$v = \frac{j\phi_0}{\eta}$$

(où l'expression de la vitesse est issue de l'équation du mouvement d'un vortex en négligeant l'inertie et la force de pinning, ce qui est justifié en haute fréquence; η étant la viscosité déjà vue).

L'équation de London permet d'exprimer la densité de courant:

$$j = -\frac{A}{\mu_0\lambda^2} \quad E_t = -\frac{\partial A}{\partial t} = i\omega A \quad (45)$$

où A est le potentiel vecteur, λ la profondeur de pénétration de London et E_t le champ électrique total, somme du champ haute fréquence E et du champ créé par le mouvement des vortex E_f , d'où:

$$j = -\frac{1}{i\omega\mu_0\lambda^2} (E + E_f) = -\frac{1}{i\omega\mu_0\lambda^2} \left(E - \frac{j\phi_0 B}{\eta} \right) \quad (46)$$

Cette expression nous permet alors d'exprimer la densité de courant en fonction du champ électrique haute fréquence, donc de déterminer l'expression de la résistivité pour un métal supraconducteur contenant des vortex:

$$E = \rho j \quad (47)$$

$$\rho = -i\omega\mu_0\lambda^2 + \frac{\phi_0 B}{\eta}$$

soit en insérant l'expression pour la viscosité:

$$\eta = \frac{\mu_0\phi_0 H_{c2}}{\rho_n} \quad B = \mu_0 H \quad (48)$$

$$\rho = \rho_1 - i\rho_2 = \rho_n \frac{H}{H_{c2}} - i\omega\mu_0\lambda^2$$

(le premier terme représente la partie dissipative due à la viscosité (paires d'électrons brisées) donc au mouvement des vortex; le deuxième n'est pas dissipatif et est du à la présence des paires de Cooper)

Si nous reprenons l'expression de l'impédance de surface:

$$Z_s = \sqrt{-i\omega\mu_0\rho} = \sqrt{-i\omega\mu_0\rho_n \frac{H}{H_{c2}} - \omega^2\mu_0^2\lambda^2} \quad (49)$$

Nous voyons alors apparaître différents régimes selon la valeur du champ H régnant à l'intérieur du supraconducteur.

N.B.: le vecteur d'onde s'écrit ici:

$$k^2 = \frac{i\omega\mu_0}{\rho} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{-\omega\mu_0}{\rho_2 + i\rho_1}} \quad (50)$$

(pour connaître la profondeur de pénétration d du champ dans le matériau, il suffit de calculer l'inverse de la partie imaginaire)

- si le champ magnétique H régnant à l'intérieur du supraconducteur est proche de H_{c2} ($\rho_1 \gg \rho_2$), les vortex se recouvrent partiellement, beaucoup de paires de Cooper sont brisées. Le régime est alors très dissipatif et la résistivité est réelle:

$$Z_s = \sqrt{-i\omega\mu_0\rho_1} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\rho_1}}\rho_1(1-i) \quad (51)$$

en prenant la partie réelle, nous retrouvons un résultat ressemblant à celui correspondant à un métal normal:

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\rho_1}}\rho_1 = \frac{\rho_1}{\delta'}$$

$$k = \sqrt{\frac{-\omega\mu_0}{i\rho_1}} = (1+i)\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\rho_1}} \quad (52)$$

$$d = (Im(k))^{-1} = \delta' = \delta_n \sqrt{\frac{H}{H_{c2}}}$$

La sensibilité au flux piégé et la profondeur de pénétration s'écrivent alors:

$$R_s = R_n \sqrt{\frac{H}{H_{c2}}} \quad (53)$$

$$d = (\text{Im}(k))^{-1} = \delta' = \delta_n \sqrt{\frac{H}{H_{c2}}}$$

δ' est alors une profondeur de pénétration égale à la profondeur de peau normale à un coefficient H/H_{c2} près (nous retrouvons bien à $H = H_{c2}$ l'épaisseur de peau normale).

– si le champ magnétique H régnant à l'intérieur du supraconducteur est compris entre H_{c1} et H_{c2} ($\rho_1 > \rho_2$, $H_{c1} \ll H < H_{c2}$) ou ($\rho_1 < \rho_2$, $H_{c1} < H \ll H_{c2}$), l'impédance de surface devient:

$$Z_s = i\sqrt{\omega\mu_o(\rho_2 + i\rho_1)} = i\sqrt{\sqrt{\rho_2^2 + \rho_1^2} \exp(i\theta)} \quad (54)$$

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)$$

$$Z_s = i(\rho_2^2 + \rho_1^2)^{\frac{1}{4}} (\cos\theta + i\sin\theta)$$

On en déduit la résistance de surface:

$$R_s = (\rho_2^2 + \rho_1^2)^{\frac{1}{4}} \sin\left(\text{atan}\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\right) \quad (55)$$

l'épaisseur sur laquelle pénètre l'onde varie ainsi continûment entre δ_n et λ quand H varie de H_{c2} à H_{c1} . Nous pouvons par exemple étudier le cas particulier $H_{c1} < H \ll H_{c2}$, où alors la résistance de surface est calculée par approximation:

$$Z_s = \frac{\omega\mu_o}{k} = i\omega\mu_o\lambda \left\{ \sqrt{1 + i \left(\frac{\delta_n^2}{2\lambda^2} \right) \frac{H}{H_{c2}}} \right\}^{-1} \quad (56)$$

$$\simeq i\omega\mu_o\lambda \left\{ 1 - \frac{i}{2} \left(\frac{\delta_n^2}{2\lambda^2} \right) \frac{H}{H_{c2}} \right\}$$

Il suffit alors de considérer la partie réelle de cette impédance pour obtenir la résistance de surface:

$$R_s = \text{Re}(Z_s) \simeq \frac{\omega\mu_o\lambda}{2} \left(\frac{\delta_n^2}{2\lambda^2} \right) \frac{H}{H_{c2}} \quad (57)$$

D'où le résultat suivant:

$$d = \{\text{Im}(k)\}^{-1} \simeq \lambda \quad (58)$$

$$R_s = \frac{\rho_n}{\delta_n} \frac{\delta_n}{2\lambda} \frac{H}{H_{c2}} = R_n \left(\frac{\delta_n}{2\lambda} \right) \frac{H}{H_{c2}}$$

N.B: d est proche de λ sans être strictement égal; sinon, la dissipation serait nulle.

La contribution du champ magnétique (H proche de H_{c1}) à la résistance de surface d'un vortex est linéaire selon H . L'étude de ce régime nous permet de retrouver les résultats de R. Marcon et al.^[32].

– si le champ magnétique H régnant à l'intérieur du supraconducteur est nul ($\rho_1 = 0$ donc $H < H_{c1}$ si on se réfère à l'effet Meissner), le régime n'est pas dissipatif; la résistivité est imaginaire pure:

$$\rho = -i\rho_2 = -i\omega\mu_o\lambda^2$$

$$R_s = 0$$

$$k = \sqrt{\frac{-\omega\mu_o}{\rho_2}} = i\sqrt{\frac{\omega\mu_o}{\rho_2}} \quad (59)$$

$$d = (\text{Im}(k))^{-1} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\omega\mu_o}} = \lambda$$

l'onde pénètre alors dans le matériau sur une profondeur λ propre au matériau dans son état supraconducteur pur (cf équation de London).

L'épaisseur de matériau sur laquelle pénètre l'onde HF varie donc de façon continue entre l'épaisseur de peau normale δ_n pour $H = H_{c2}$ à la profondeur de pénétration de London λ pour $H = 0$ (ou $H < H_{c1}$ selon l'effet Meissner). L'impédance de surface peut toujours se mettre sous la forme $Z_s = \rho/\delta'$ mais ρ et δ' sont à calculer pour chaque valeur de champ magnétique H considéré.

Pour aboutir à l'expression de l'impédance de surface, nous avons utilisé la loi d'Ohm. Pour pouvoir utiliser cette formule, le champ magnétique régnant à l'intérieur du supraconducteur doit ainsi être proche de H_{c2} . Pour des champs de l'état mixte plus proches de H_{c1} , la proportion de paires de Cooper augmente; afin de tenir compte de la présence de ces dernières, la résistivité a été modifiée pour la rendre complexe^[33]. Ceci n'est applicable que pour des champs supérieurs à H_{c1} .

Enfin, le dernier calcul de résistance de surface cité suppose $H = 0$, donc une absence totale de vortex; ceci correspond à l'effet Meissner donc à l'expulsion des vortex dès que $H < H_{c1}$. Il faut cependant remarquer que cet effet n'ayant pas été observé dans nos expériences (piégeage des vortex), le régime correspondant ($H < H_{c1}$) devra donc être étudié d'une autre manière et le résultat obtenu ci-dessus ne pourra être retenu que pour le cas bien précis $H = 0$.

2) J. Bardeen et M.J. Stephen J. Bardeen et M.J. Stephen^[34] ont traité le problème en considérant le vortex rigide (couche mince), isolé (donc ce calcul n'est valable que pour des champs proches de H_{c1} ou inférieurs) et en champ continu. L'idée est ici d'appliquer leur travail en champ alternatif. Ils se placent dans un cas général, c'est-à-dire avec des échantillons d'épaisseur quelconque. Physiquement, il semble peu probable que le vortex reste rigide dans une couche non-mince sous l'effet de la force de Lorentz. Aussi, nous restreindrons notre étude aux couches minces.

Aux fréquences où nous travaillons, la force de pinning et le terme inertiel dans l'équation du mouvement des vortex sont négligées. Bardeen et al n'ayant pas établi explicitement une

expression pour la résistance de surface due au champ magnétique, nous allons développer leur raisonnement pour la calculer. En reprenant l'expression établie par ces derniers pour la viscosité, l'équation du mouvement d'un vortex revient alors à égaliser la force de Lorentz à la force de viscosité:

$$F_L = j\phi_o = \eta v \quad (60)$$

pour une couche mince, nous avons $j = \frac{H_{RF}}{e}$ où H_{RF} est le champ oscillant créant j et e l'épaisseur. Connaissant l'expression de la viscosité: $\eta = \frac{\phi_o \mu_o H_{c2}}{\rho_n}$, il vient pour la vitesse:

$$v = \frac{1}{\mu_o} \frac{H_{RF}}{H_{c2}} \frac{\rho_n}{e} \quad \text{avec} \quad H_{RF} = H_o \exp(i(\omega t - kz)) = H_o \exp\left(i\omega t - \frac{z}{e}\right) \quad (61)$$

z est la profondeur dans le matériau, l'onde pénètre sur e .

On évalue ensuite la puissance dissipée pendant la période HF:

$$W = \int_0^T \int_0^\infty F_L \cdot v dt dz \quad \rightarrow \quad P_{diss} = \frac{W}{T} = \int_0^T \int_0^\infty \frac{H_{RF}^2 \phi_o}{T} \frac{\rho_n}{\mu_o H_{c2} e^2} dt dz \quad (62)$$

d'où la puissance dissipée:

$$P_{diss} = \frac{1}{2} \frac{\rho_n}{e} \frac{H_o^2}{H_{c2}} \frac{\phi_o}{\mu_o} = \frac{1}{2} R^{1vortex} H_o^2 \quad (63)$$

On peut alors écrire l'expression de la résistance de surface due au flux magnétique pour un vortex:

$$R^{1vortex} = \frac{1}{\mu_o} \frac{\phi_o}{H_{c2}} R_n \quad (64)$$

$$\text{avec} \quad R_n = \frac{\rho_n}{e}$$

Considérant les vortex indépendants, la résistance de surface s'écrit:

$$R_s = n R^{1vortex} = n \frac{\phi_o}{\mu_o H_{c2}} R_n \quad (65)$$

où n est la densité de vortex. Or si B est le champ magnétique dans le supraconducteur, nous avons $B = n\phi_o = \mu_o H$, d'où la résistance:

$$R_s = R_n \frac{H}{H_{c2}} \quad (66)$$

Si on considère que tout le champ magnétique ambiant est piégé, $n\phi_o = B_{piégé} = B_{ext} = \mu_o H_{ext}$, où n est la densité de vortex, la résistance de surface reste identique à l'expression précédente. Mais si tout n'est pas piégé, il apparaît alors un pourcentage x dans la relation, donnant le pourcentage de champ piégé:

$$R_s = n R^{1vortex} = R_n \frac{x H_{ext}}{H_{c2}} \quad (67)$$

$$x \leq 1$$

3) Gittleman et Rosenblum Pour compléter le travail de Bardeen et al. en couche mince, nous exposons ici le travail de Gittleman et Rosenblum [29][35]. Ils considèrent dans leurs calculs que les échantillons supraconducteurs sont minces comparés à la profondeur de pénétration dans l'état mixte, ce qui leur permet d'utiliser des expressions pour les résistances de surface de la forme $R_s = \rho/e$ où ρ est la résistivité et e l'épaisseur du matériau; ceci restreint ainsi le domaine d'application de leur travail aux champs proches de H_{c2} . Ceci explique pourquoi ils ont considéré des vortex en interaction. Il est possible de tenir compte des autres vortex du réseau par l'intermédiaire de la force de piégeage. Celle considérée ici est ponctuelle, ce qui correspond à un vortex rigide. Ils utilisent la même force périodique que celle déjà vue précédemment.

Ecrivons l'équation de mouvement d'un vortex de masse m , piégé par un potentiel, appartenant à un réseau de vortex, oscillant sous l'effet d'un champ HF de fréquence ω (inférieure à la fréquence de dépiégeage) et gêné dans son mouvement par une force de viscosité. Le courant issu de ce champ HF est perpendiculaire à l'axe des vortex.

Cette équation est:

$$m\ddot{x} + \eta\dot{x} + \frac{\alpha\phi_o}{B} \sin\left(\frac{2\pi x}{d_o}\right) = j\phi_o \quad (68)$$

B est le champ régnant dans le supraconducteur. Pour un champ oscillant, nous avons: $j = j_o e^{i\omega t}$ et $\dot{x} = V_o e^{i\omega t}$. Comme nous avons $j < j_c$, on peut linéariser l'équation:

$$x \ll d_o$$

$$\sin\left(\frac{2\pi x}{d_o}\right) \simeq \frac{2\pi x}{d_o} \quad (69)$$

$$\left[i\omega m + \eta + \frac{1}{i\omega} f \right] V_o = j_o \phi_o$$

$$f = \frac{\alpha\phi_o}{B} \frac{2\pi}{d_o} = \frac{2\pi\alpha}{c} \sqrt{\frac{\phi_o}{B}}$$

La valeur pour f est obtenue en utilisant: $B = \frac{\phi_o^2}{4\pi^2}$ valable pour un réseau carré de vortex.

V_o est la vitesse maximale qui, associée au champ magnétique, va donner naissance à un champ électrique E :

$$E = E_o e^{i\omega t} \quad E_o = V_o B_o \quad (70)$$

Insérant le champ dans la formule précédente, et utilisant une loi d'Ohm modifiée ($E_o = \rho j_o$) puisque la résistivité est alors complexe, on obtient une expression pour la densité de courant dans la phase supraconductrice qui est:

$$\rho = (B\phi_o\omega) \frac{\omega\eta - i(\omega^2 m - f)}{(\omega^2 m - f)^2 + \omega^2 \eta^2} \quad (71)$$

L'étude ne peut se poursuivre que si l'importance des forces est connue. En effet, dans cette expression, nous trouvons un terme de viscosité $\omega^2\eta^2$, un terme d'inertie ω^2m et un terme de pinning f^2 , nous pouvons donc obtenir des expressions différentes pour la résistance de surface selon les situations envisagées.

Mouvement visqueux Considérons un mouvement visqueux où la force dominante est donc celle de viscosité. Deux cas sont alors possibles:

– $\omega^2m \ll f$: la force de piégeage domine la contribution inertielle. L'expression de la résistivité devient alors:

$$\rho \simeq \phi_0 B \omega \frac{\omega\eta + if}{\omega^2\eta^2 + f^2} = \frac{\phi_0 B \omega}{\eta} \frac{\omega + i\omega_0}{\omega^2 + \omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{f}{\eta} \quad B = \mu_0 H$$
(72)

$$\eta = \frac{\mu_0 \phi_0 H_{c2}}{\rho_n}$$

$$\rho \simeq \rho_n \frac{H}{H_{c2}} \omega \frac{\omega + i\omega_0}{\omega^2 + \omega_0^2}$$

Puisque nous sommes en couche mince, on utilise les relations déjà vues donnant l'impédance de surface:

$$Z_s \simeq Z_n \frac{H}{H_{c2}} \omega \frac{\omega + i\omega_0}{\omega^2 + \omega_0^2}$$
(73)

Les résistances de surface sont obtenues en prenant la partie réelle de l'impédance (l'impédance normale est réelle):

$$R_s \simeq R_n \frac{H}{H_{c2}} \frac{\omega^2}{\omega^2 + \omega_0^2}$$
(74)

Cette relation permet d'obtenir la résistance de surface en couche mince, pour un échantillon piégeant un champ B et soumis à un champ haute fréquence de fréquence ω , où le terme inertiel est négligeable. En supposant que tout le champ appliqué H_{ext} est piégé ($H = x H_{ext} = H_{ext}$), la relation devient alors:

$$R_s \simeq R_n \frac{H_{ext}}{H_{c2}} \frac{\omega^2}{\omega^2 + \omega_0^2}$$
(75)

Il est alors très facile de retrouver les résultats de Bardeen et Stephen, simplement en négligeant la force de piégeage par rapport à la viscosité ($\omega \gg \omega_0$).

– $\omega^2m \gg f$: le terme d'inertie l'emporte sur celui de piégeage.

$$\rho \simeq \rho_n \frac{H}{H_{c2}} \frac{\eta - i\omega m}{\omega^2 m^2 + \eta^2} \eta \quad (76)$$

D'où:

$$R_s \simeq R_n \frac{H}{H_{c2}} \frac{\eta^2}{\omega^2 m^2 + \eta^2} \quad (77)$$

Les résultats de Bardeen et Stephen sont encore très facilement retrouvés en négligeant le terme d'inertie ($\omega m \ll \eta$).

mouvement non-visqueux Les résultats obtenus sont alors totalement différents. Si $\omega \eta \ll f$, le vortex est immobile et la résistivité devient:

$$\rho = \phi_0 B \omega \frac{i}{k} \quad (78)$$

La résistivité est imaginaire pure, il n'y a donc aucune dissipation.

Les travaux de Gittleman et Roseblum permettent donc d'introduire une dépendance en fréquence dans la résistance de surface. Cependant, ce modèle n'est valable que pour des épaisseurs proches de la profondeur de pénétration dans le matériau.

2.2 supraconducteur utilisé en tôle

La plupart des accélérateurs actuels utilisent des cavités supraconductrices en Niobium tôle; nous allons donc décrire ce cas en utilisant une autre approche que celle de l'impédance de surface (déjà vue) afin de pouvoir décrire le régime de flux piégé.

Jusqu'ici, la force s'appliquant au vortex était ponctuelle et ce dernier était considéré comme rigide: ceci n'est valable qu'en couche mince. Pour une couche d'épaisseur quelconque, il est beaucoup plus physique de considérer un vortex se pliant sous l'effet de l'onde haute fréquence, effet que nous allons symboliser par une tension. De plus, nous voulons décrire un régime qui a été rarement étudié: celui correspondant à un champ H très faible qui n'est pas expulsé en dessous de la température critique T_c (contrairement à ce que prévoit l'effet Meissner), mais reste piégé dans le matériau (en général, les vortex sont alors isolés). Nous appellerons ce régime: le régime de flux piégé. Ce dernier était peu connu jusqu'ici, ce qui explique, comme nous le verrons plus loin, que les auteurs se soient limités à étudier le domaine où le champ est toujours présent dans le matériau: l'état mixte.

La notion de tension de vortex a été utilisée au départ par Gilchrist et Monceau^[36] pour évaluer la résistance de surface due au champ magnétique traversant le matériau. Malheureusement, ils ont considérablement réduit le domaine de validité de leur description en utilisant l'expression de la tension proposée par Matricon^[37], valable seulement pour un vortex en interaction avec les autres, donc pour des champs proches de H_{c2} (le résultat obtenu est identique à celui calculé pour les couches minces).

Nous allons essayer de trouver ici une expression pour la résistance de surface due au champ magnétique présent dans le matériau, applicable à un vortex isolé et à une épaisseur quelconque de matériau.

Assimilons le vortex à un fil tendu, perpendiculaire à la surface du métal dans son état supraconducteur. Nous allons nous placer à la fréquence de résonance de nos cavités soit

1.5 GHz, bien au-delà de la fréquence de dépiégeage déjà citée. La force de piégeage sera donc négligée dans l'équation de mouvement du vortex. En utilisant l'analogie entre le vortex considéré et une corde vibrante, nous pouvons alors écrire l'équation de propagation d'une perturbation transversale le long d'un vortex, avec un amortissement visqueux:

$$-T \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial z^2} = \mu \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial t^2} - \eta \frac{\partial y(z, t)}{\partial t} \quad (79)$$

Le premier terme est la force de rappel où la tension (T) nous permet de tenir compte de l'excitation haute fréquence et de l'environnement du vortex; le second terme représente la force d'inertie et le dernier la force de viscosité déjà vue. y est le déplacement parallèle à la surface du matériau à un temps t et à une profondeur z donnés.

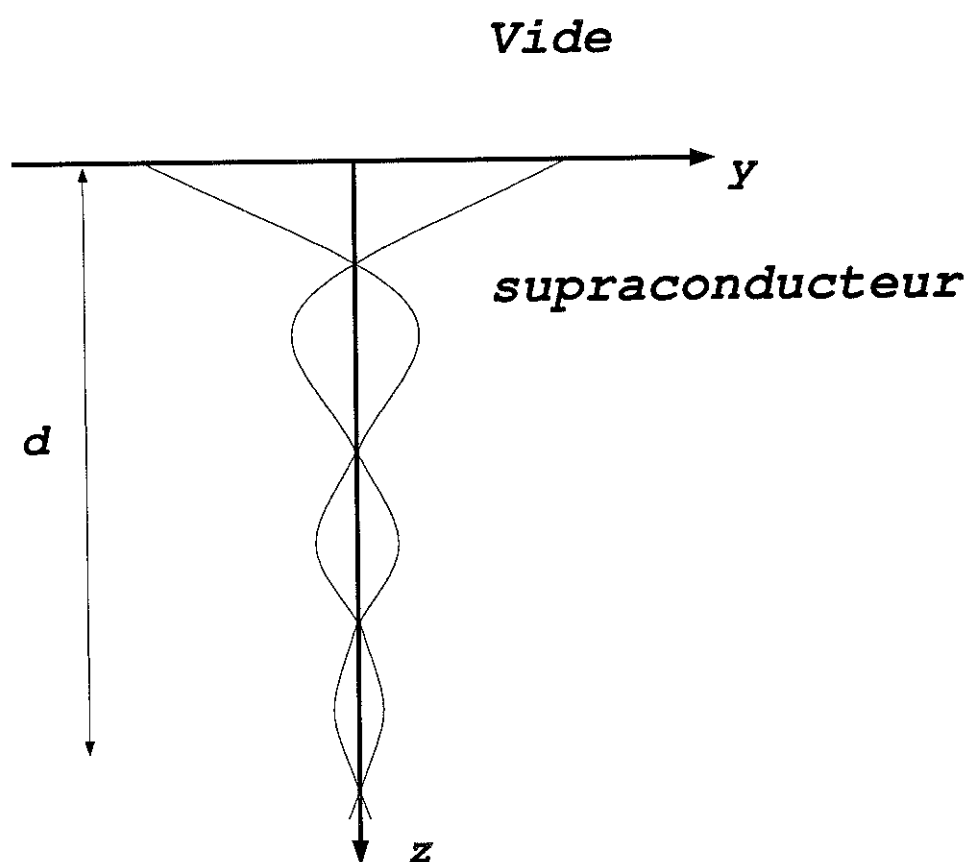


Figure 9 vibration d'un vortex sous l'effet d'une onde haute fréquence

d est l'épaisseur de matériau sur laquelle vibre le vortex (ou la corde), donc l'épaisseur sur laquelle pénètre le champ magnétique créé par l'onde haute fréquence.

La solution générale d'une telle équation est:

$$y(z, t) = (y_+(0) \exp(ikz) + y_-(0) \exp(-ikz)) \exp(i\omega t) \quad (80)$$

où k est le vecteur d'onde (d'où $d = (\text{Im}(k))^{-1}$). La première partie de la solution est éliminée afin d'éviter la divergence pour z tendant vers l'infini, d'où:

$$y(z, t) = y_-(0) \exp(i\omega t - ikz) = y(0) \exp(i\omega t - ikz) \quad (81)$$

* **Relation de dispersion:**

injectant cette solution dans l'équation du mouvement, il vient pour le vecteur d'onde:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = -k^2 y \quad \text{avec} \quad k^2 = \frac{\omega^2}{T} \mu - i \frac{\omega \eta}{T} \quad (82)$$

Si nous utilisons les travaux de Kim et al^[38] sur la masse du vortex, nous trouvons: $\mu/\eta \simeq \tau_{coll} = l/v_F = 10^{-12}$ pour du Niobium ayant un degré de pureté de 200 (RRR), l étant le libre parcours moyen électronique, v_F la vitesse de Fermi et τ_{coll} le temps de collision des électrons. Avec ω de l'ordre de 10^{-10} , nous avons $\omega \mu \ll \eta$, ce qui nous permet de négliger le premier terme de la relation de dispersion, d'où:

$$k^2 = -i \frac{\omega \eta}{T} \quad (83)$$

Nous obtenons alors d l'épaisseur sur laquelle le vortex subit une déformation:

$$d = (Im(k))^{-1} = \left(Im \left(\sqrt{-i \frac{\omega \eta}{T}} \right) \right)^{-1} \quad (84)$$

* **Puissance dissipée:**

en négligeant le terme d'inertie, l'équation du mouvement d'un vortex devient:

$$T \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial z^2} = \eta \frac{\partial y(z, t)}{\partial t} \quad (85)$$

Pour fixer l'amplitude maximale $y(z=0)$, nous devons utiliser la condition aux limites en bout de vortex: l'amplitude maximale de la force de rappel doit dépendre de l'onde appliquée. Plus l'amplitude de cette onde sera importante, plus le vortex se courbera, donc plus la force de rappel sera grande, d'où:

$$(force \ de \ rappel)_{max} = (force \ de \ Lorentz)_{max} \quad (86)$$

$$T \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial z^2} \Big|_{z=0} = j_{max} \phi_0$$

(on considère dans l'égalité ci-dessus que la force de Lorentz s'exerce en bout de vortex; approximation justifiée puisque en réalité elle s'exerce sur une distance λ faible devant l'épaisseur du matériau). Nous avons $rot \ H_{HF} = j_{HF}$ où H_{HF} est le champ appliqué. Or dans notre cas, le rotationnel ne garde que la dérivée selon z , d'où en intégrant:

$$T \frac{\partial y(z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = H_0 \exp(i\omega t) \quad (87)$$

$$\text{avec} \ H_{HF} = H_0 \exp(i\omega t)$$

nous obtenons alors facilement l'expression de l'amplitude du mouvement élastique du vortex:

$$y(0) = \frac{H_0 \phi_0}{-ikT} \quad (88)$$

La puissance dissipée par un vortex s'écrit:

$$P = \frac{1}{2} R_s H_0^2 = \frac{1}{2} \langle F_\eta \cdot v \rangle$$

$$F_\eta = \text{Re}(\eta v) = \text{Re} \left(\eta \frac{\partial y}{\partial t} \right) = \text{Re} \{ -i \omega \eta y(0) \exp(i \omega t) \Delta l \} \quad (89)$$

$$v = \text{Re} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) = \text{Re} \{ i \omega y(0) \exp(i \omega t) \}$$

R_s est la résistance de surface recherchée, v est la vitesse transversale du vortex et F_η la force de viscosité (force par unité de longueur de vortex Δl). La puissance dissipée totale est obtenue en intégrant sur la profondeur du matériau (puisque le vortex traverse ce dernier) et en multipliant par la densité de vortex $n = B/\phi_0$ où $B = \mu_0 H$ est la densité de champ régnant à l'intérieur du matériau.

$$P_{diss} = \frac{1}{2} R_s H_0^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \eta \int_0^\infty y(0) y^*(0) \exp[i(k^* - k)z] n dz \quad (90)$$

$$y(0) = \frac{H_0 \phi_0}{-i k T} = \frac{H_0 \phi_0}{-\sqrt{i T \omega \eta}}$$

$$P_{diss} = \frac{1}{2} R_n \sqrt{\frac{\phi_0}{T}} \frac{H}{\sqrt{H_{c2}}} H_0^2 \Rightarrow R_s = R_n \sqrt{\frac{\phi_0}{T}} \frac{H}{\sqrt{H_{c2}}} \quad (91)$$

$$R_n = \frac{\rho_n}{\delta_n}$$

où R_n est la résistance, δ_n et ρ_n la profondeur de peau et la résistivité dans l'état normal. Pour aller plus avant dans le calcul, il nous faut connaître l'expression de la tension de vortex.

* **Tension de vortex:** calculer la tension d'un vortex revient en fait à calculer son énergie libre par unité de longueur. Cette énergie aura deux principales contributions: celle provenant du coeur normal (rayon ξ) et celle provenant des courants supraconducteurs tournant autour du coeur (sur une distance λ). Pour les courants de la zone intermédiaire, l'énergie sera la somme de l'énergie cinétique des courants et de l'énergie magnétique:

$$E_{courant} = \int \left(\mu_0 \frac{h^2}{2} + \frac{1}{2} m n_s v_s^2 \right) ds \quad (92)$$

h étant le champ magnétique et n_s la densité d'électrons supraconducteurs, v_s leur vitesse. Quand au coeur du vortex, on considère que la supraconductivité est totalement détruite.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons étudier différents régimes, et pour chacun nous allons montrer que nous retrouvons les résultats déjà obtenus par d'autres méthodes. Dans cette approche, une quantité apparaît pour distinguer les différents régimes: le paramètre de Ginzburg-Landau ($\kappa = \lambda/\xi$). Nous nous restreindrons à la recherche de la sensibilité au flux magnétique pour un supraconducteur "tôle" en régime de flux piégé. Nous allons étudier ce régime pour les différents types de supraconducteurs.

1) supraconducteur de type II "extrême" Ce type de supraconducteurs est caractérisé par un paramètre de Ginzburg-Landau très supérieur à 1 ($\lambda \gg \xi$). Le coeur (de rayon ξ) est alors considéré comme une zone ponctuelle devant la zone de circulation des électrons supraconducteurs (de rayon λ). Pour pouvoir calculer l'énergie libre du vortex isolé (la densité est très faible puisque le champ H a une valeur très faible), il faut calculer le champ magnétique; ceci est fait dans de nombreux ouvrages de supraconductivité^{[39],[40]} en utilisant l'équation de London qui permet d'obtenir l'équation:

$$\lambda^2 \operatorname{rot}\{\operatorname{rot}(h(r))\} + h(r) = \phi_0 \delta(r) \quad (93)$$

$$h(r) = \frac{\phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$$

h est le champ magnétique, $\delta(r)$ est une fonction de Dirac permettant de tenir compte du coeur normal considéré comme ponctuel, K_0 est une fonction de Hankel. Cette fonction diverge à $r = \xi$, aussi elle est tronquée en ce point. Les deux comportements qui nous intéressent ici sont:

$$h(r) \rightarrow \frac{\phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right) \quad r \rightarrow \infty \quad (94)$$

$$h(r) \approx \frac{\phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^2} \ln\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad \xi \ll r \ll \lambda$$

En utilisant encore l'équation de London et l'équation (95), il vient:

$$E_{\text{courant}} = \frac{\mu_0}{2} \int \left(h^2 + \lambda^2 (\operatorname{rot}(h))^2 \right) ds \quad (95)$$

L'énergie libre par unité de longueur (ou tension) est obtenue en remplaçant le champ magnétique par son expression:

$$T = \frac{\phi_0^2}{16\pi\mu_0\lambda^2} + \frac{\phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln(\kappa) \quad (96)$$

le premier terme est dû au coeur normal du vortex (où nous avons supposé que la supraconductivité était totalement détruite sur un rayon ξ) et le second provient des courants supraconducteurs. Le paramètre κ étant très supérieur à 1, la tension se réduit à:

$$T = \frac{\phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln(\kappa) = \phi_0 H_{c1} \quad \text{car} \quad (97)$$

$$H_{c1} = \frac{H_c}{\sqrt{2}\kappa} \ln(\kappa) = \frac{\phi_0}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln(\kappa)$$

Il suffit maintenant d'injecter cette expression de la tension dans la relation donnant la résistance de surface. Après les substitutions nécessaires, la profondeur de pénétration et la résistance de surface s'écrivent:

$$k = \sqrt{-i \frac{\omega\eta}{\phi_0 H_{c1}}} \quad (98)$$

$$d = \{Im(k)\}^{-1} = \sqrt{\frac{2\rho_n}{\omega\mu_0} \frac{H_{c1}}{H_{c2}}} = \delta_n \sqrt{\frac{H_{c1}}{H_{c2}}} \quad (99)$$

$$R_s = \frac{\rho_n}{\delta_n} \frac{H}{\sqrt{H_{c1}H_{c2}}} = R_n \frac{H}{\sqrt{H_{c1}H_{c2}}}$$

La résistance de surface dépend linéairement du champ H pour un vortex isolé dans un supraconducteur de type II avec $\kappa \gg 1$. Ce régime de vortex isolés correspond à celui qui nous intéresse plus particulièrement: le régime de flux piégé ($H < H_{c1}$) pour des supraconducteurs de type II extrêmes. On retrouve ici les résultats de J. Le G. Gilchrist^[41] qui utilise lui aussi une force de tension et se place à des valeurs de champ régnant dans le supraconducteur proches de H_{c1} .

2) supraconducteur à mi-chemin entre type I et II Les supraconducteurs à mi-chemin entre le type I et II ont un paramètre de Ginzburg-Landau proche de $1/\sqrt{2}$ (limite entre les deux types). Dans ce cas, la description d'un vortex ne peut plus se faire aussi simplement que pour les type II extrêmes, c'est à dire avec un coeur normal quasiment ponctuel (de rayon $\xi \ll \lambda$) entouré de courants supraconducteurs qui circulent autour sur un rayon λ . Ici, la zone où le paramètre d'ordre est dégradé (le coeur) est confondue avec celle où pénètre le champ magnétique (les courants), aucune ne domine l'autre. L'énergie de surface, qui est proportionnelle à $(\xi - \lambda)$ ^[39], est presque nulle: le coût en énergie dû à la cassure des paires est donc égal au gain provenant de la pénétration du champ. Les contributions à l'énergie du vortex du coeur et des courants sont donc identiques pour des supraconducteurs de paramètre de Ginzburg-Landau proche de $1/\sqrt{2}$. Ceci peut être remarqué en étudiant la relation (97): une diminution du paramètre κ va diminuer la contribution des courants supraconducteurs.

Ces supraconducteurs ont ainsi des caractéristiques à mi-chemin entre celles des deux types (I et II): comme les types II, ils possèdent un état mixte qui existe entre H_{c1} et H_{c2} , mais cet intervalle est très petit, tout comme le domaine sur lequel existe l'état intermédiaire des types I. Cet état est composé de vortex, qui sont répartis en petits réseaux (phase de Shubnikov) séparées par des phases Meissner: on appelle cet état l'état mixte-intermédiaire.

Evaluer l'énergie d'un vortex implique donc de connaître avec précision la distribution de champ à l'intérieur du vortex (ou du coeur). Nous allons en fait procéder d'une manière plus simple, en s'inspirant de la méthode utilisée pour évaluer la contribution du champ magnétique à la résistance de surface pour les types I que nous verrons juste après. Nous allons pour ceci faire l'hypothèse que la densité de courant n'est absolument pas perturbée par la présence des vortex et que les électrons traversent donc le coeur normal. Ceci n'est pas toujours valable. En effet, lorsqu'un courant alternatif traverse un supraconducteur contenant un réseau de vortex, la distribution de courant dépend de la fréquence de l'onde. Dans la limite des basses fréquences, les distributions de champ électrique et de courant sont établies en minimisant la puissance dissipée:

$$P = \int \int \int E \cdot j \, d^3r \quad (100)$$

contrairement aux hautes fréquences où c'est l'énergie électromagnétique qui est à minimiser. Dans ce dernier cas, le courant a tendance à se répartir plus uniformément à la surface du supraconducteur (moins d'uniformité augmenterait la valeur moyenne au carré de la densité de courant) que dans la limite basse fréquence, où les électrons ont tendance à éviter les

coeurs normaux (régions de faible conductivité). L'utilisation des supraconducteurs de ce type (Niobium) se faisant à hautes fréquences, cette hypothèse est donc justifiée.

Il est alors possible d'obtenir une formule pour la résistance de surface très rapidement, en estimant l'énergie du coeur normal du vortex et en considérant que le courant traverse ce coeur. Chaque vortex va piéger un quantum de flux $\phi_0 = 2\pi\mu_0\xi^2 H_{c2}$. L'énergie de ce coeur normal par unité de longueur l de vortex est alors:

$$E_{\text{coeur}}/l = \frac{1}{2}\mu_0 H_{c2}^2 2\pi\xi^2 = \frac{\phi_0 H_{c2}}{2} \quad (101)$$

Les contributions du coeur et des courants étant identiques, l'énergie totale par unité de longueur de vortex s'écrit:

$$T = \phi_0 H_{c2} \quad (102)$$

En injectant cette expression dans la relation donnant la résistance de surface à partir de la tension, il vient:

$$R_s = R_n \left(\frac{H}{H_{c2}} \right) \quad (103)$$

Il faut remarquer que l'expression de la résistance de surface ci-dessus est valable quelque soit le champ appliqué H (de $H = 0$ à $H = H_{c2}$ si 100% du flux est piégé); en effet, les courants sont localisés sur une très petite surface ($\lambda \simeq \xi$), aussi les interactions entre vortex peuvent être négligées même pour des densités importantes (contrairement au cas précédent). Ceci nous permet de retrouver la relation utilisée par Fred Palmer [7] qui trouvait un bon accord avec l'expérience.

3) supraconducteurs de type I Bien que ce type de supraconducteurs ne nous concerne pas directement ici, nous allons en dire quelques mots pour compléter notre tour d'horizon sur la sensibilité au champ magnétique. Les types I ont un paramètre de Ginzburg-Landau inférieur à $1/\sqrt{2}$ et présentent un état intermédiaire sur un petit intervalle en champ $(1-n) H_c < H < H_c$ (où n est le coefficient démagnétisant dépendant de la géométrie de l'échantillon étudié et H_c le champ critique thermodynamique) composé de zones macroscopiques normales juxtaposées à des zones supraconductrices. Les types I sont caractérisés par un seul champ critique au delà duquel le métal devient normal. Dans les zones normales de l'état intermédiaire, il régné un champ H_c et une résistivité R_n . Comme pour le cas précédent, en supposant que le champ statique extérieur traverse tout le matériau, la proportion de surface occupée par les zones normales sera égale à $x = H_c / H$, proportion aussi égale à R_s / R_n , d'où:

$$R_s = R_n \frac{H}{H_c} \quad (104)$$

Cette relation est valable à tout champ continu H , à condition que 100% du champ magnétique reste piégé en dessous du champ critique. La méthode est donc semblable à celle utilisée pour les supraconducteurs possédant un état mixte-intermédiaire; la seule différence réside en la taille des zones normales qui est microscopique pour ces derniers et macroscopique pour les types I. Evidemment, il n'est pas question de traiter le problème en utilisant la notion de tension de vortex, puisque ces derniers n'existent pas dans l'état intermédiaire.

2.3 Vortex isolé "stationnaire"

1) La théorie Pour compléter l'étude des différents régimes, nous allons maintenant présenter les travaux de Rabinowitz [31] qui traite dans une première partie le cas d'un vortex rigide, piégé par une force linéaire et soumis à un courant alternatif perpendiculaire à l'axe du vortex. Nous ne reprendrons pas les calculs qui sont en fait identiques à ceux déjà vus. Dans une seconde partie, il considère une situation qu'il appelle statique, car le vortex n'oscille plus, le courant alternatif imposé étant parallèle à l'axe du vortex. Nous allons donc terminer ce tour d'horizon par l'étude de cette situation.

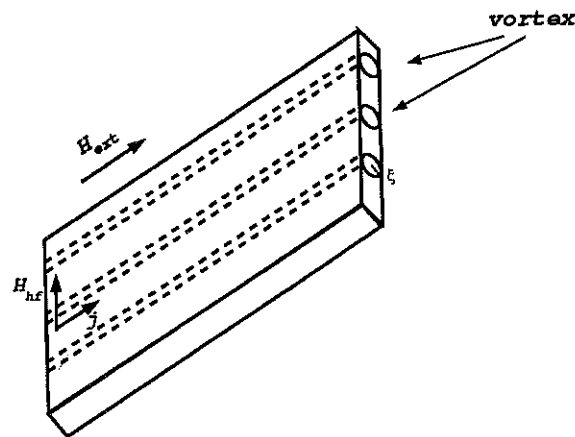


Figure 10 Position des vortex pour un champ parallèle à la surface du matériau

La force de Lorentz engendrée par le courant appliqué est nulle puisque le champ extérieur et le courant sont parallèles. Mais la dissipation ne va pas être nulle comme pour un courant perpendiculaire. En effet, les électrons présents dans le cœur des vortex vont migrer sous l'effet du courant mais en restant dans le cœur. Ils vont alors rencontrer une certaine résistance puisque le cœur est une zone normale, d'où une certaine dissipation calculée par Rabinowitz.

2) La résistance de surface La dissipation due au passage des électrons à travers le cœur normal des vortex va donc contribuer à la résistance de surface. Nous connaissons le courant imposé dans les régions supraconductrices j_s , mais il n'est pas obligatoire que le courant régnant dans le cœur normal j_n soit identique; cependant nous pouvons utiliser la continuité de la composante tangentielle du champ électrique à travers l'interface régions supraconductrices-cœur normal pour résoudre les équations.

Utilisant les équations de Maxwell, il vient alors:

$$\nabla^2 E_n = i\omega\mu\sigma_n' E_n \quad (105)$$

μ étant la perméabilité de la région normale et σ_n' sa conductivité effective. La solution, dans le cas où le champ électrique est parallèle à l'axe du vortex est alors:

$$E_n = E \frac{J_0 \left[\sqrt{\frac{2}{i}} \frac{r}{\delta} \right]}{J_0 \left[\sqrt{\frac{2}{i}} \frac{a}{\delta} \right]} \quad (106)$$

E est le champ électrique régnant dans le supraconducteur et défini par:

$$E = \frac{m}{e} \left[\frac{1}{ne} \frac{dj}{dt} \right] = \left(i \frac{m\omega}{ne^2} \right) j = \rho_s j \quad (107)$$

m et n étant respectivement la masse de l'électron et la densité d'électrons. J_0 est la fonction de Bessel du premier type et d'ordre 0, δ est la profondeur de peau anormale et r la distance à partir de l'axe du vortex. Avec l'expression du champ électrique, il est clair que $E_n = E$ pour $a \leq \delta$ (à $a = \delta$, E_n est réduit seulement à 6% de sa valeur E).

Le champ électrique régnant à l'intérieur du vortex est donc égal au champ régnant dans les régions supraconductrices, soit E; il en est de même pour le courant $j_n = j$. La perte moyenne de puissance par unité de volume est alors:

$$\frac{dP}{dV} = \frac{1}{2} \rho'_n j_n^2 = \frac{1}{2} \rho'_n j^2 = \left(\frac{1}{2\rho'_n} \right) E^2 \quad (108)$$

où la résistivité est la résistivité effective de la région normale. Elle est reliée à la résistivité de cette région ρ_n par: $\rho'_n = G \rho_n$. G (supérieur ou égal à un) est un facteur qui tient compte du fait que le libre parcours moyen de l'électron l peut être grand devant les dimensions de la région normale. Introduisant la résistivité supraconductrice dans la perte de puissance, il vient:

$$\frac{dP}{dV} = \frac{1}{2} \rho'_n j_n^2 = \frac{1}{2} \frac{|\rho_s|^2}{\rho'_n} j^2 = \frac{1}{2} \rho j^2 \quad (109)$$

$$\rho = \frac{|\rho_s|^2}{\rho'_n} = \left(\frac{m^2 \omega^2}{n^2 e^4 G} \right) \frac{1}{\rho_n}$$

En calculant le libre parcours moyen de l'électron à partir des dimensions du cylindre formé par le vortex, Rabinowitz obtient une valeur pour G et en déduit une expression pour la résistivité, dans le cas où $l \gg 2a$ (a rayon du cylindre et l le libre parcours moyen de l'électron) :

$$\rho = \frac{m\omega^2 l}{ne^2 v_F G} = \frac{m\omega^2 \pi a}{2ne^2 v_F} \quad (110)$$

v_F étant la vitesse de Fermi. A ce stade du calcul, il utilise la profondeur de pénétration λ pour déduire la résistance de surface, ce qui est valable pour des champs faibles:

$$R_s = \frac{m\omega^2 \pi a}{2ne^2 v_F \lambda} \quad (111)$$

Le calcul précédent présuppose un vortex rigoureusement parallèle à la surface, et à une profondeur constante sous cette surface. Il dépend crucialement de cette profondeur. En réalité, les vortex ne sont ancrés qu'en certains points et sont attirés par la surface. Ils ont donc tendance à remonter vers la surface et donc à se placer perpendiculairement à cette dernière, du moins pour les parties non ancrées. Cette image de vortex parallèle à la surface ne semble donc pas très réaliste.

3) Remarques Rabinowitz écrit que le calcul effectué précédemment est valable aussi pour un vortex tellement piégé qu'il ne peut bouger quand on lui applique un champ courant perpendiculaire à son axe. Mais dans ce cas, il n'existe pas de composante tangentielle de E à l'interface région supraconductrice et normale, car le courant est perpendiculaire à l'axe du vortex. La continuité entre les deux régions n'existe plus et la théorie précédente ne peut alors pas être appliquée dans ce cas. De plus, nous avons vu que pour un courant perpendiculaire, tant que le vortex ne bouge pas, il ne peut générer la force électrique qui fait passer les électrons à travers le coeur normal. *Il n'y a donc pas dissipation quand le vortex est statique et subit un courant perpendiculaire à son axe.*

Enfin, le choix des mots statique et dynamique est malheureux et certains auteurs^[42] sont tombés dans le piège suivant: utilisant les deux appellations précédentes, ils ont considéré la dissipation due aux vortex comme étant la somme de deux contributions. Pour eux, deux mécanismes de dissipation entrent en jeu: les électrons traversent le coeur normal du vortex, ceci donne la contribution statique; et les vortex ont un mouvement visqueux sous l'effet d'un champ alternatif, d'où une contribution dynamique. Cette décomposition est faite en courant perpendiculaire à l'axe des vortex et pourrait laisser croire qu'un vortex immobile conservera la partie statique de la dissipation; or un vortex immobile ne dissipe pas.

La partie dite "statique" de la dissipation ne peut être dissociée de la partie dite "dynamique": le mouvement visqueux implique le passage des électrons dans le coeur normal des vortex qui implique le mouvement visqueux!

Faire apparaître deux mécanismes de dissipation (un statique et un dynamique) n'a donc aucun sens puisque celui appelé "statique" est la conséquence du "dynamique". Il n'existe qu'une sorte de dissipation en courant perpendiculaire: la viscosité.

3 Conclusion

Connaissant maintenant par quels mécanismes le champ magnétique contribue à la dissipation lors de l'application d'une onde, nous sommes capables de chiffrer cette contribution pour de multiples situations. Nous nous intéressons plus particulièrement au régime alternatif

dans lequel la contribution du flux magnétique à la résistance de surface est la suivante:

* *supraconducteurs de type II* $\kappa \gg \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\left\{ \begin{array}{ll} R_s = R_n \sqrt{\frac{H}{H_{c2}}} & H_{c1} \ll H \leq H_{c2} \\ R_s = R_n \left(\frac{\delta}{2\lambda}\right) \frac{H}{H_{c2}} & H_{c1} \leq H \ll H_{c2} \\ R_s = R_n \frac{H}{\sqrt{H_{c1} H_{c2}}} & H_{c1} > H \end{array} \right.$$

* *supraconducteurs de type intermédiaire* $\kappa \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$R_s = R_n \frac{H}{H_{c2}} \quad 0 \leq H \leq H_{c2} \quad (112)$$

* *supraconducteurs de type I* $\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$R_s = R_n \frac{H}{H_c} \quad 0 \leq H \leq H_c$$

$$H = x H_{ext}$$

x : *pourcentage de flux piégé*

H étant dans le champ magnétique continu appliqué à l'extérieur de l'échantillon. La théorie de Meissner montre que nous devrions avoir une expulsion du champ magnétique pour des champs inférieurs au champ critique (H_{c1} pour les types II et H_c pour les types I), donc $H_{int} = 0$ pour $H_{ext} < H_{c1}$ (ou H_c). Ceci devrait donner une résistance de surface due au champ magnétique nulle dans ce domaine. Cependant, nous avons montré dans le chapitre précédent que du champ pouvait rester piégé dans l'échantillon même au-delà de ces limites; c'est pour cette raison qu'apparaît une contribution non-nulle en dessous du champ critique pour tous les types de supraconducteurs. Evidemment, ne connaissant pas encore le pourcentage de champ piégé, apparaît le coefficient x dans les relations, défini par: $H_{int} = x H$. Nous allons donc essayer de déterminer expérimentalement ce coefficient dans le chapitre suivant.

III Etude expérimentale du flux magnétique piégé

Après avoir étudié le problème du flux piégé et de sa contribution à la dissipation sous un angle théorique, il nous reste à l'étudier d'un point de vue expérimental. Nous avons vu qu'il n'était pas irréaliste de parler de flux piégé dans un supraconducteur comme le Niobium et nous pouvons chiffrer la dissipation qui en découle à condition de connaître le pourcentage de champ appliqué restant piégé à des champs inférieurs à H_{c1} .

Quelques résultats ont déjà montré que le Niobium piègeait le champ mais aucun n'a spécifié le pourcentage. L'originalité de ce travail expérimental est de pouvoir chiffrer ce pourcentage et ainsi de pouvoir, par un appareillage, évaluer la résistance résiduelle associée. Dans une première partie, nous allons passer en revue les expériences faites sur disques et en tirer certaines conclusions. Dans une seconde partie, nous aborderons les expériences effectuées directement sur les cavités.

1 Mesure du pourcentage de flux magnétique piégé

1.1 Expériences sur disques plans

1.1 Motivation Le but de nos expériences est d'estimer le flux qui reste piégé dans un supraconducteur comme le Niobium, lorsqu'on le refroidit en dessous de la température critique, en présence de champ extérieur. Théoriquement, cette quantité de flux piégé devrait dépendre de différents paramètres comme par exemple la géométrie de l'échantillon, le RRR (ou degré de pureté) du matériau utilisé, puisque ce sont les défauts cristallins ou les impuretés qui semblent piéger le flux. Nous allons étudier cette dépendance du pourcentage de flux piégé en fonction du degré de pureté.

Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, les études déjà faites sur le Niobium consistaient en des mesures de magnétisation (variation du champ statique à température constante); pour simuler au plus près le refroidissement habituel des cavités, nous allons ici faire varier la température, tout en gardant un champ statique constant, ce qui a été rarement fait jusqu'ici.

1.2 Appareillage Le dispositif utilisé est l'insert d'une cavité TM020, un disque (12,6cm de diamètre et 2mm d'épaisseur) qui peut être changé, fixé sur cet insert à l'aide de vis, une sonde Förster située au bout d'un bras mobile et plaquée contre le disque, et un cryostat vertical. Ce dernier est blindé par une épaisseur de CONETIC permettant de rendre négligeable les composantes transverses du champ statique (le champ rémanent est alors de l'ordre de 15 milliGauss) et entouré d'un triplet de solénoïdes qui nous servira ici à créer un champ magnétique vertical. La sonde mesure la composante verticale du champ magnétique et, à l'aide du bras mobile, décrit un arc de cercle passant par le centre du disque. Ceci permet d'étudier la répartition du flux magnétique dans le matériau.

Pour chaque disque, un cycle de température et champ est prévu, il faut donc effectuer des refroidissements et réchauffements successifs. Les réchauffements se font par l'intermédiaire de résistances placées sur le fond du cryostat, le refroidissement se fait par transfert d'Hélium.

L'échantillon à étudier est sous la forme d'un disque. Le matériau dont il est composé dépend du problème que nous nous proposons d'étudier. Les disques en Niobium sont très importants puisque les cavités sont soit en Niobium soit revêtues à l'intérieur d'un dépôt de ce matériau. Le NbTiN est aussi intéressant: une voie possible de développement futur serait l'utilisation de dépôt en couche mince de ce matériau dans les cavités. L'intérêt pour le Plomb est plus fondamental: c'est un supraconducteur de type I, à la différence des autres matériaux étudiés (type II).

Pour cette expérience, nous avons besoin de refroidir le disque en présence d'un champ extérieur plus ou moins fort. Ce champ est créé par une des trois bobines (la bobine centrale, celle qui est au niveau de notre disque) entourant le cryostat, bobines servant normalement à compenser le champ terrestre. Nous avons ainsi la possibilité de refroidir le disque en présence d'un champ magnétique pouvant aller jusqu'à cinq Gauss, selon l'alimentation utilisée.

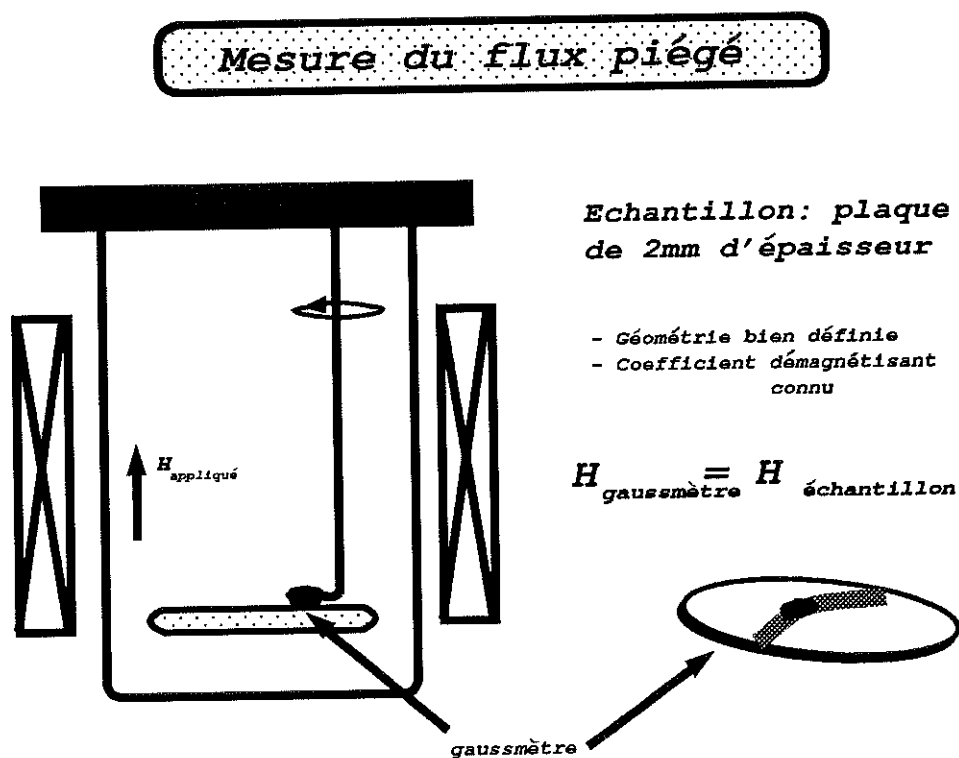
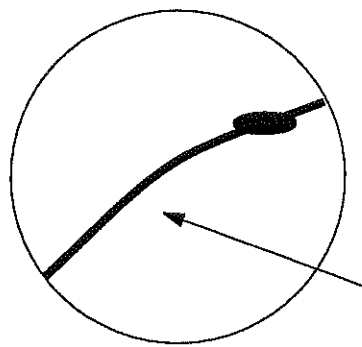


Figure 11 schéma du dispositif

1) La sonde La sonde n'est pas collée sur le disque car ceci interdirait tout mouvement; mais elle doit rester le plus près possible du disque pour minimiser les effets de distorsion entre le champ mesuré par la sonde et celui existant dans le disque. Elle est située à 5 millimètres de ce dernier, et est placée sur un patin en téflon relié à un système de ressort permettant à la sonde de rester en contact avec la plaque. La mesure de la position de la sonde sur le disque se fait grâce à la mesure de l'angle du bras qui la porte, puisque la sonde effectue un arc de cercle. Les angles limites ont été repérés à chaud, avant d'introduire l'appareillage dans le cryostat.

Cette sonde Förster n'est pas ponctuelle, elle intègre le champ sur un petit volume. La partie sensible au champ magnétique est composée en fait de deux sondes couplées. Chacune

Vue de dessous du couvercle et de la sonde:



*Couvercle: 126mm de diamètre
2mm d'épaisseur*

Déplacement de la sonde

Figure 12 Vue de dessous du disque et de la sonde

d'elles a un noyau de haute perméabilité, avec un enroulement excitateur et un enroulement de mesure. La longueur magnétiquement efficace du noyau est de 5 millimètres pour un diamètre de 0.2 millimètres. Les deux sondes sont montées côte à côte dans un petit boîtier en matière plastique de 10 × 10 × 50 millimètres, et la distance entre leurs noyaux est de 6 millimètres. La surface efficace est très difficile à définir et on ne peut que faire une approximation. Aussi dans la suite, nous considérerons seulement la distance entre l'objet dont on mesure le champ et le centre géométrique de la partie sensible de la sonde.

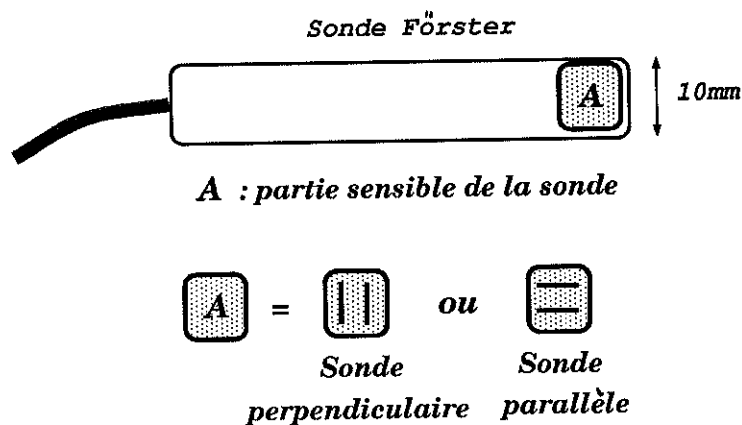


Figure 13 Description de la sonde

Aussi nous considérerons que la sonde mesure le champ magnétique à cinq millimètres de la plaque. Le champ décroissant avec la distance, les mesures effectuées ne seront que des limites inférieures à la valeur vraie. De plus, la réponse de la sonde n'est pas la même

selon la température à laquelle nous travaillons. Aussi nous avons effectué un étalonnage de cette sonde d'où la courbe de réponse présentée ci-dessous.

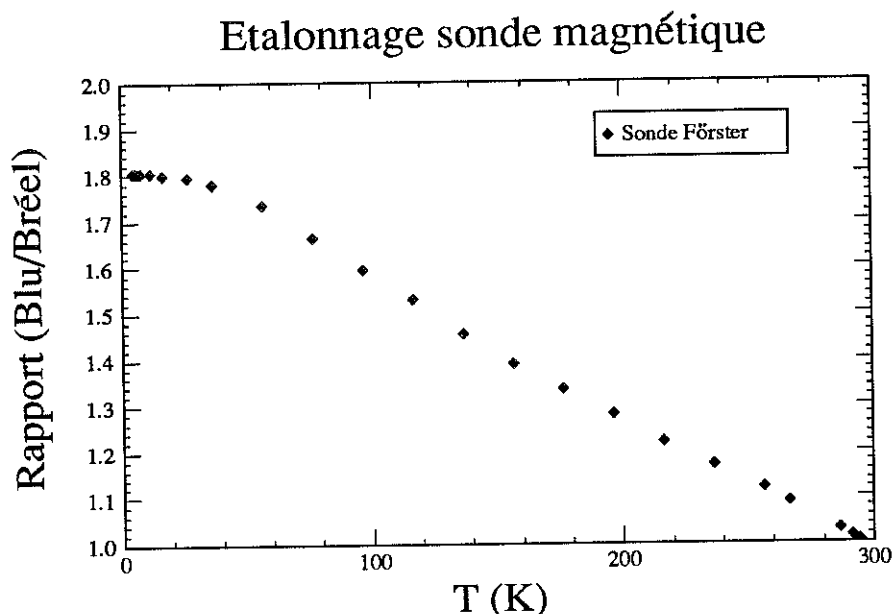


Figure 14 Etalonnage de la sonde utilisée

Les mesures que nous allons comparer se situent entre 4.2 Kelvins et 27 Kelvins. Il est clair que sur cette plage de température, la réponse varie très peu, il est donc possible de comparer directement les résultats de ces deux températures. De plus, entre la température ambiante et les températures auxquelles nous travaillons existe un coefficient 2 environ. Les mesures de champ magnétique effectuées à basses températures sont donc à diviser par deux, pour avoir les valeurs à température ambiante (la plupart du temps, les résultats obtenus sont normalisés, aussi ce coefficient n'entrera pas en ligne de compte).

2) Le coefficient démagnétisant Le coefficient démagnétisant dépend de la géométrie de l'échantillon étudié et rend compte de "l'effort" que doivent faire les lignes de flux expulsées pour contourner l'échantillon. Selon la géométrie choisie, les champs critiques seront atteints plus ou moins rapidement lors d'une variation du champ appliqué, comme nous allons le voir. Aussi il faut vérifier que les champs que nous appliquons ne font pas passer les disques de Niobium de l'état supraconducteur à l'état mixte (sinon parler de flux piégé dans l'état supraconducteur n'aura plus aucun sens). Ce coefficient (que nous appellerons N pour la suite) est égal à 10^4 pour le disque plan utilisé dans nos expériences de mesure de flux piégé. L'application numérique montre que quelque soit le champ magnétique appliqué entre 300 mG et 3 G, le disque de Niobium est dans l'état supraconducteur.

3) Cycle de l'expérience Différents disques ont été testés: un disque de Niobium massif (matériau supraconducteur qui comme nous l'avons déjà vu est à la limite entre les matériaux de type I et II) de $RRR = 180$, un de NbTiN en couche mince ($2\mu\text{m}$, type II) déposé sur du Cuivre, un disque de Plomb (type I) et des disques de Niobium massif de $RRR = 300$ et 500 .

Les disques testés ont eu des cycles plus ou moins longs, selon le phénomène étudié (flux piégé, effets de distorsions,...). Cependant, pour la mesure du pourcentage de flux magnétique piégé, trois étapes sont indispensables et doivent être conservées pour tous les disques:

* *étape 1: la température est supérieure à la température critique T_c (i.e. $T = 15\text{ K}$ pour le Niobium et $T = 25\text{ K}$ pour le NbTiN) et un champ magnétique H_a est appliqué dans le cryostat. Le résultat de la mesure est noté B_1 .*

* *étape 2: la température est maintenant inférieure à la température critique T_c (i.e. $T = 4,2\text{ K}$ pour tous les disques) et le champ magnétique est encore appliqué. Le résultat de la mesure est noté B_2 .*

* *étape 3: la température est maintenue en dessous de la température critique, mais le champ magnétique est coupé. Le résultat de la mesure est noté B_3 .*

1.3 Distribution des lignes de champ Dans l'étape numéro trois, nous sommes à une température où le Niobium est dans son état supraconducteur, et le disque a été refroidi sous champ magnétique non-nul. A la fin de la phase de refroidissement, le champ est coupé. Les lignes de flux existantes sont alors celles du champ qui est piégé dans le disque. Toutes ces lignes doivent donc se refermer sur elles-mêmes. A une certaine distance de la plaque, ceci provoque une diminution de la densité de flux piégé au milieu du disque; l'information mesurée par la sonde (située à cinq millimètres de la plaque) donnera alors une limite inférieure pour le flux piégé.

En effet, si la sonde est collée sur la plaque, l'information qu'elle va donner sera bien le champ contenu dans la plaque. Mais si elle est assez éloignée pour être sensible aux distorsions des lignes de flux, elle mesurera un champ plus faible sur les bords qu'en son centre.

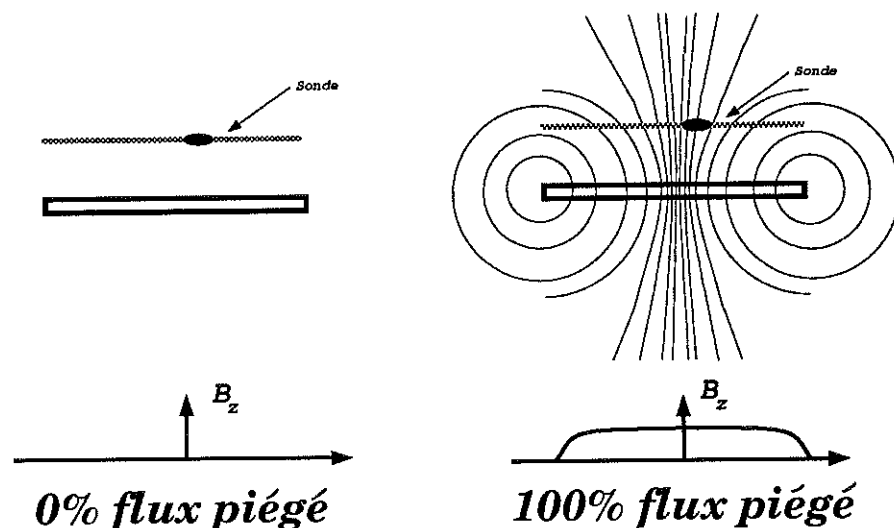


Figure 15 modélisation de l'étape trois dans deux cas extrêmes

Dans l'étape numéro un, le disque est dans l'état normal avec un champ extérieur appliqué; il est alors transparent au champ, toutes les lignes de flux le traversent sans distorsion.

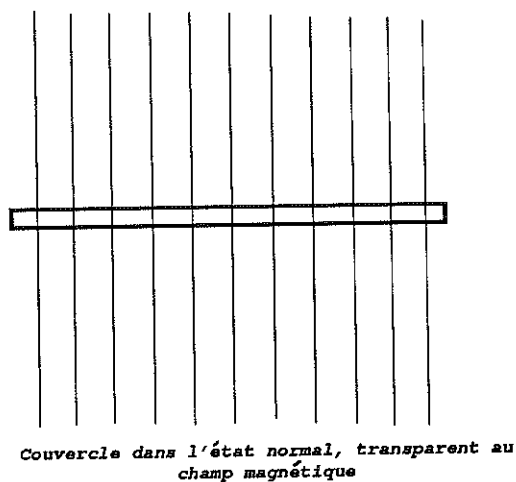


Figure 16 modélisation de l'étape un

L'étape numéro deux revient à refroidir le disque sous champ extérieur non-nul et à ne pas couper ce champ. La figure ci-dessous montre la distribution des lignes de champ pour les cas avec 0% et 100% de flux magnétique piégé.

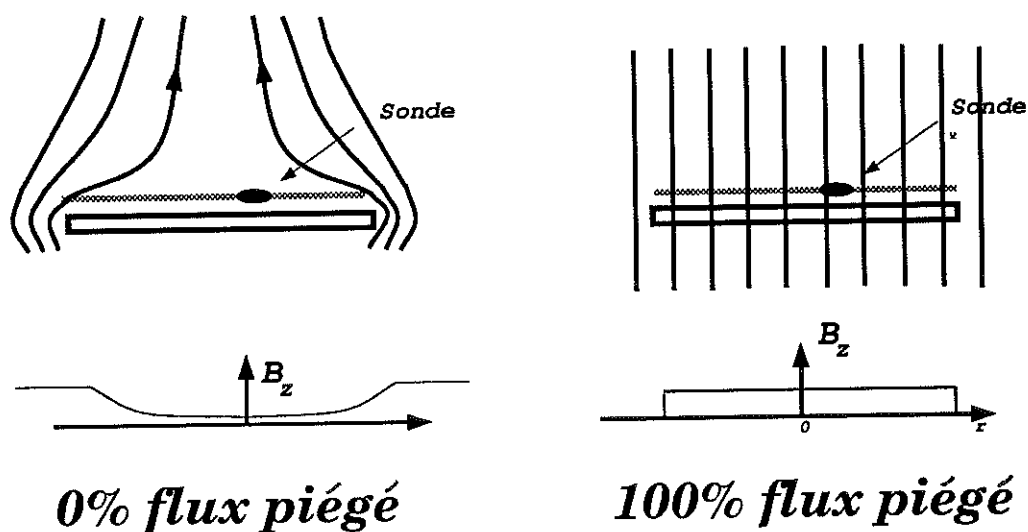


Figure 17 Modélisation de l'étape deux pour deux cas extrêmes

Si la sonde n'est pas assez proche du disque, elle va alors tenir compte de lignes de flux expulsées par la plaque (si tout n'est pas piégé). Au contraire, si elle est assez proche, elle mesurera l'information provenant de la plaque seulement.

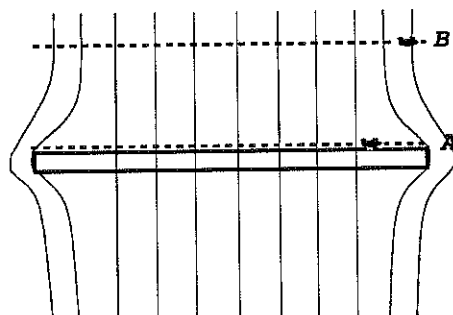


Figure 18 Modélisation de l'étape deux pour un % de flux piégé intermédiaire:
A) la sonde mesure le champ du disque B) la sonde mesure le champ extérieur

Le problème est donc de savoir si la sonde ne mesure que l'information provenant de la plaque, ou si une partie du champ mesuré est due aux lignes de champ appliqué expulsées par le disque. Afin de pallier à cette incertitude, l'étape numéro trois a été modélisée en assimilant le disque à un ellipsoïde uniformément magnétisé, ce qui nous permet de calculer la densité de lignes de flux à cinq millimètres que la sonde mesurerait si tout était piégé.

1.4 Modélisation de l'étape trois On atteint cette étape refroidissant sous champ non nul le disque, puis en coupant le champ, tout en restant à une température où le matériau est supraconducteur. Nous avons considéré un ellipsoïde magnétisé uniformément (modélisant ainsi un piégeage total du champ magnétique appliqué) et nous nous sommes placés à une distance de 5 millimètres de la plaque dans la direction perpendiculaire (soit la direction z). Le but de cette modélisation est de connaître la distribution du champ magnétique dans un plan parallèle au disque selon la distance entre la sonde et la plaque, et de comparer aux résultats obtenus dans l'expérience.

Nous avons donc assimilé la plaque à un ellipsoïde avec deux axes égaux:

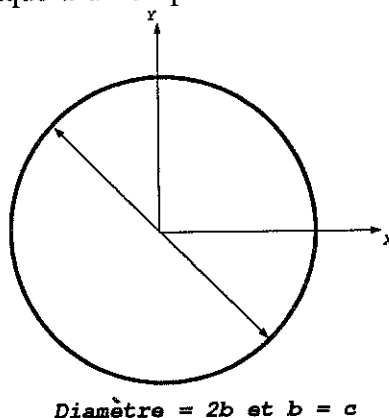


Figure 19 Vue de dessous de l'ellipsoïde

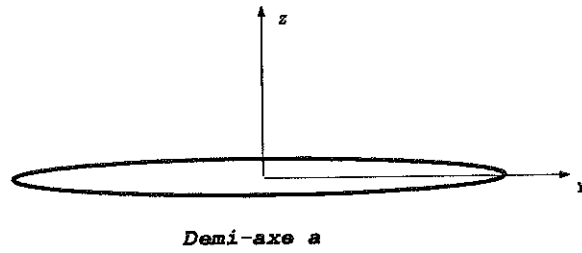


Figure 20 Repère utilisé

Pour un ellipsoïde magnétisé uniformément (100% du flux est piégé), les lignes d'équipotentiel sont alors des ellipsoïdes que l'on repère par un paramètre noté θ (unité: distance au carré). L'équation de ces lignes est:

$$\frac{x^2}{b^2 + \theta} + \frac{y^2}{c^2 + \theta} + \frac{z^2}{a^2 + \theta} = 1$$

$$\text{or } b = c \quad (113)$$

$$\frac{x^2 + y^2}{b^2 + \theta} + \frac{z^2}{a^2 + \theta} = 1$$

Le potentiel à l'extérieur de la plaque a alors pour expression (à une constante près):

$$\phi = z \int_{\theta}^{\infty} \frac{dS}{(S + a^2)R_S}$$

$$\text{avec } R_S = \sqrt{(S + a^2)(S + b^2)(S + c^2)} \quad (114)$$

$$\theta = \frac{a^2 b^2 - z^2 b^2 - \rho^2 a^2}{z^2 + \rho^2 - (a^2 + b^2)}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

La limite inférieure d'intégration, θ , se calcule à partir de l'équation des lignes de potentiel déjà citée. Le calcul donne alors:

$$\theta = \frac{1}{2} \left[(\rho^2 + x^2 - a^2 - b^2) + \sqrt{\Delta} \right] \quad (115)$$

$$\Delta = (a^2 + b^2)^2 + (\rho^2 + x^2)^2 + 2(x^2 - \rho^2)(b^2 - a^2) - 4a^2 b^2$$

La sonde est à $z = 5\text{mm}$ du disque et décrit un arc de cercle proche d'un diamètre dans le plan horizontal. On calcule alors le potentiel sur un diamètre pour des distances z_1 et z_2 proches de z . Pour calculer le champ magnétique existant à 5 millimètres, il suffit de faire la différence entre les deux potentiels obtenus et de diviser par la différence des distances. Ceci nous donne le champ que nous devrions mesurer à une distance de 5 mm si tout le flux était piégé.

Nous avons calculé le champ pour une épaisseur d'ellipsoïde de 2mm et pour une épaisseur nulle, afin de vérifier qu'assimiler notre disque à un ellipsoïde n'est pas totalement irréaliste. Les résultats ne changent pas quand l'épaisseur varie, l'analogie ne peut donc pas être contestée.

De plus, nous avons calculé la diminution du champ au centre qui doit exister entre l'étape numéro trois et numéro un dans le cas de 100% de flux piégé. Cette diminution est d'environ 11%, très semblable à celle que nous obtenons expérimentalement, comme nous le verrons par la suite. La courbe théorique du champ dans le disque le long d'un diamètre est donnée ci-dessous. Les résultats sont normalisés par le champ existant dans l'étape un.

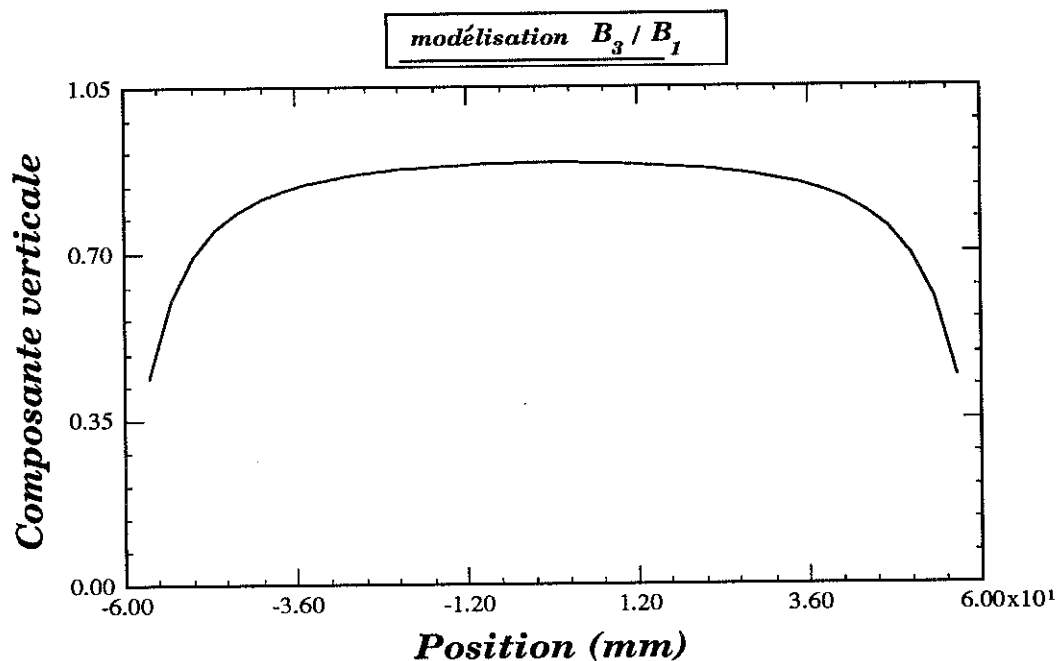


Figure 21 Modélisation de la mesure de la sonde dans l'étape trois

1.5 Résultats sur disques

1) Les disques de Niobium RRR = 180 et 300 Le premier disque étudié possédait un degré de pureté de 180. L'expérience a montré que 100 % du flux magnétique présent lors du refroidissement restait piégé dans le disque en dessous de la température critique (en régime de champ faible), ceci pour des champs allant jusqu'à 3 Gauss.

Le disque étudié ensuite est un disque de Niobium de RRR = 300; le RRR rendant compte du degré de pureté du matériau, ce disque est donc plus pur que le précédent; ceci va nous permettre de découvrir s'il existe une corrélation entre le pourcentage de flux piégé et la pureté. Si rien n'est visible, nous augmenterons encore le RRR.

Comparaison avec la modélisation La comparaison se fait de la manière suivante: on normalise les résultats obtenus lors de l'expérience et ceux de la modélisation par la valeur du champ existant: dans l'étape numéro un pour l'expérience et tout près du disque pour la modélisation. Le disque est refroidi sous un champ extérieur de 300 mG environ, les résultats sont les suivants:

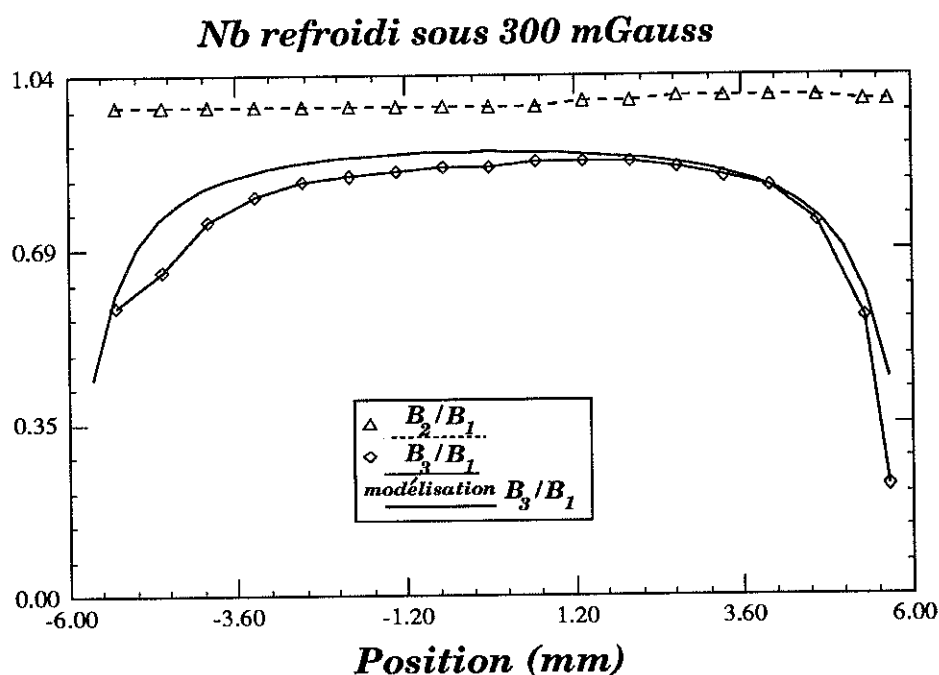


Figure 22 comparaison entre modélisation et expérience pour un champ appliqué de 300 mG

La figure contient la modélisation de l'étape numéro trois, les résultats expérimentaux des étapes 3 et 2. En comparant avec les chiffres de la modélisation, il est clair que 100% du flux magnétique qui existait au dessus de la température critique, est piégé dans le disque en dessous de celle-ci (en régime de champ faible).

L'évolution du champ le long du disque est tout a fait identique à celle de la modélisation.

Pourcentage de flux piégé On prend les résultats de l'étape numéro cinq pour normaliser, et on considère les résultats des étapes trois et quatre au centre; ceux-ci nous donnent une fourchette dans laquelle se situe la valeur du pourcentage de flux piégé au milieu du disque.

$$\frac{\text{champ \acute{e}tape3}}{\text{champ \acute{e}tape1}} = 90.0\% \text{ au centre} \tag{116}$$

$$\frac{\text{champ \acute{e}tape2}}{\text{champ \acute{e}tape1}} = 100.\% \text{ au centre}$$

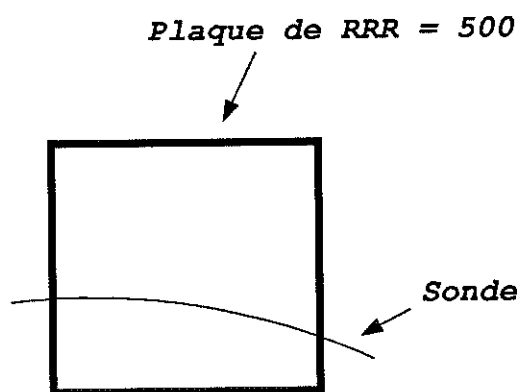
Le pourcentage de flux piégé au centre est de 100% (à 10% près), et l'évolution du champ le long du disque est identique à celui d'un ellipsoïde où tout serait piégé.

Il nous faut donc encore conclure que même un disque de Niobium de haute pureté (RRR = 300) piège 100% du flux magnétique (en régime de champ faible). Cependant, il faut remarquer que ce disque, tout comme celui de RRR = 180, n'a pas subi de chimie lourde (la couche de matériau endommagée par le laminage n'a pas été enlevée, or celle-ci est supposée être un repaire de sites d'ancrages de vortex).

2) Plaque de RRR = 500 Cette fois la géométrie de l'échantillon est changée puisque nous utilisons une plaque et non plus un disque circulaire. Ceci nous interdit d'étudier les effets de bord, mais nous donne quand même le pourcentage de flux piégé au centre. Ce disque est encore plus pur que les précédents avec un coefficient de pureté de 500.

Puisque nous savons que la couche endommagée lors de l'usinage est composée de nombreux défauts qui sont tous des sites de piégeage, nous avons ici effectué une chimie lourde (une couche de 60 μm est enlevée sur chaque face). Si 100% du flux est encore piégé, il sera alors inutile de recommencer les mesures sur les disques de RRR inférieurs en effectuant une chimie lourde. Ceci va permettre ainsi de voir si la plupart des sites effectifs de piégeage du flux se situent dans cette couche (un pourcentage inférieur à 100% montrerait que cette couche joue un rôle dans le piégeage).

Expérience La position de la sonde est encore repérée en degrés, mais cette fois les limites ont changé: la sonde va de 98 degrés à 140 degrés. La sonde ne passe pas exactement par le centre de la plaque, mais cela n'influe en rien sur la mesure.



Plaque isolée fixée par des vis Nylon

Figure 23 Plaque de Niobium avec trajet de la sonde

Résultats Pour mesurer le flux piégé, les étapes déjà décrites ont été utilisées. Les résultats ne laissent planer aucun doute: nous avons encore 100% de flux piégé (en régime de champ faible). Ci-dessous sont donnés les résultats pour un refroidissement sous un champ extérieur de 320 mGauss. Les résultats pour un refroidissement sous des champs différents ne diffèrent pas de ceux-ci. Les résultats de l'étape numéro trois ne sont pas exploitables ici, puisque la modélisation ne s'applique pas.

En ce qui concerne les étapes un et deux, il est clair qu'elles sont tout à fait comparables:

$$\frac{\text{champ \acute{e}tape3}}{\text{champ \acute{e}tape1}} = 89.5\% \text{ au centre} \quad (117)$$

$$\frac{\text{champ \acute{e}tape2}}{\text{champ \acute{e}tape1}} = 100.\% \text{ au centre}$$

Cette fois encore, 100% du flux qui \acute{e}tait pr\^esent lors du refroidissement est pi\^eg\^e (en r\^egime de champ faible), malgr\^e la chimie lourde qui nous a d\^ebarrass\^e de la couche endommag\^ee. Ceci montre que enlever la couche endommag\^ee ne suffit pas pour s'affranchir du probl\^eme de flux pi\^eg\^e; il en est de m\^eme pour une augmentation du RRR, du moins jusqu'\`a une valeur de 500.

3) Disque recuit

Pr\^eparation du disque En fait, le qualificatif "recuit" n'est pas exactement ad\^equat. Par recuit, on entend en g\^en\^eral, un disque pass\^e au four \`a une temp\^erature permettant de grossir les grains par exemple ou de se lib\^erer des impuret\^es. Ici, le disque de Niobium a \^et\^e pass\^e en certains endroits (en son centre principalement) sous un faisceau d'\^electrons et sous vide; ceci a permis de chauffer localement le disque \`a des temp\^eratures sup\^erieures \`a 2000 degr\^es Celsius (\`a cette temp\^erature, le Niobium est recristallis\^e et les impuret\^es s'enfoncent plus dans le mat\^eriel ou sont expuls\^ees).

Pour cette exp\^erience, le centre du disque a \^et\^e port\^e \`a haute temp\^erature, afin d'\^etudier le comportement du pi\^egeage en cet endroit. Les caract\^eristiques du faisceau d'\^electrons sont les suivantes: les \^electrons sont de 46 keV, la surface de faisceau de 1 cm² avec une intensit\^e de 50 mA. Le r\^esultat de ce passage sous le faisceau est remarquable: la taille des grains qui \^etait de l'ordre de 50μm, auparavant est pass\^ee \`a une taille de l'ordre du millim\^etre aux endroits chauff\^es.

Ce traitement ne d\^et\^eriore pas le RRR du mat\^eriel; nous avons mesur\^e ce coefficient; la mesure nous a donn\^e un RRR de 180 environ, alors qu'\`a d\^ebut il \^etait de 180. Ces r\^esultats sont importants en soi, puisqu'ils montrent qu'un tel traitement peut \^etre effectu\^e sur des cavit\^es sans pour autant d\^et\^eriorer le degr\^e de puret\^e du mat\^eriel

Th\^eorie Un tel traitement est appliqu\^e au disque afin de diminuer le nombre de joints de grains. En effet, les joints de grain sont connus pour \^etre des sites d'ancrages des vortex apparaissant dans l'\^etat mixte.

Exp\^erience et r\^esultats Pour l'exp\^erience, nous avons utilis\^e le m\^eme appareillage, avec les m\^emes \^etapes dans le cycle. Nous avons refroidi le disque sous diff\^erents champs appliqu\^es (0Gauss, 300mG, 1G, 5G). Le but \^etait bien s\^ur de voir si le traitement appliqu\^e \`a ce disque permettait de diminuer le pourcentage de flux pi\^eg\^e.

Une fois le disque refroidi sans champ appliqu\^e, donc seulement avec le champ r\^emanent, nous avons ensuite appliqu\^e \`a 4.2K des champs de plus en plus forts. Les r\^esultats port\^es

sur la figure ci-dessous montrent clairement que le champ ne pénètre pas dans le disque; les courbes sont très proches de la modélisation.

Nb refroidi sous 0G

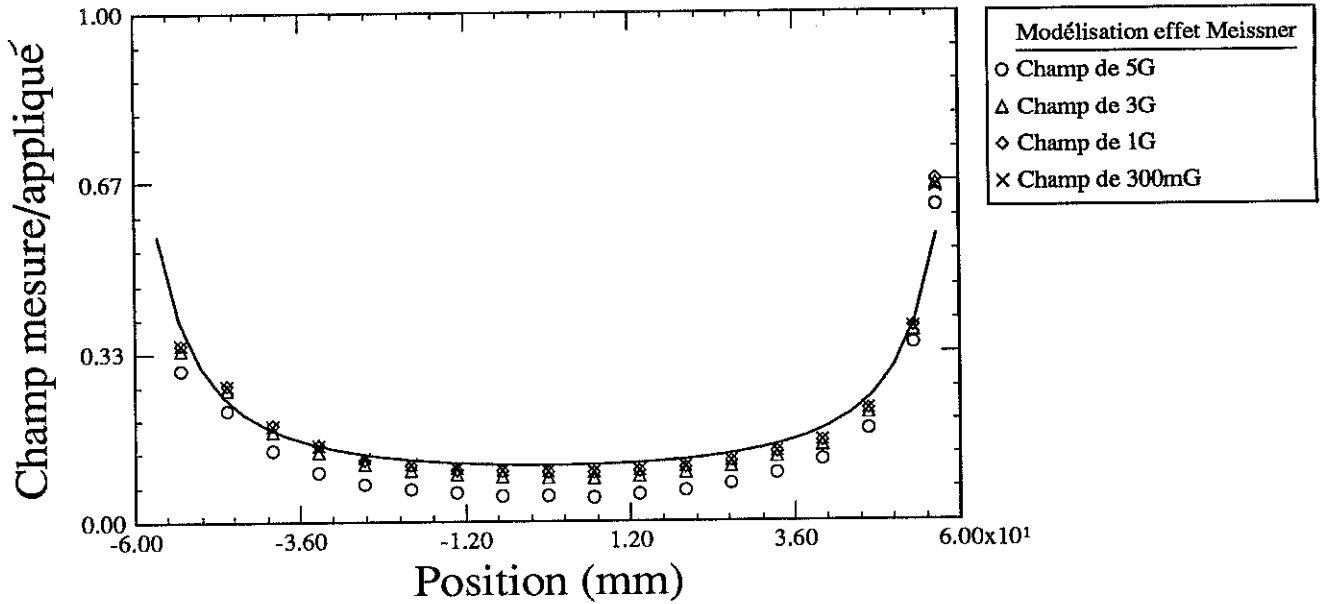


Figure 24 Pénétration du champ dans le supraconducteur refroidi sans champ appliqué

Dans les figures suivantes sont portés les résultats obtenus pour des refroidissements effectués sous différents champs appliqués. Il est clair que tout le flux présent lors du refroidissement est piégé, quelque soit le champ présent, ceci au moins jusqu'à 5G. .

Nb refroidi sous 300 mGauss

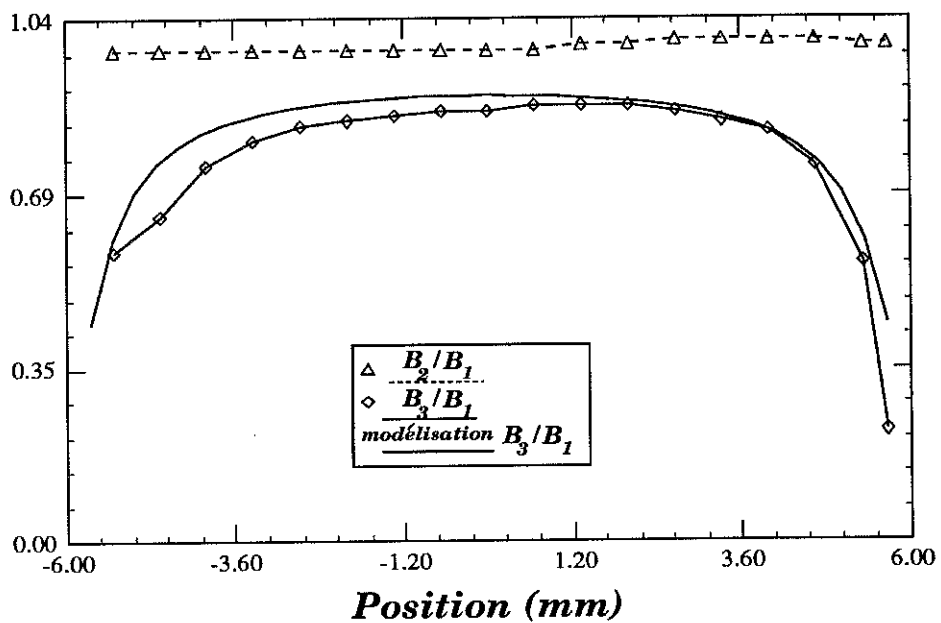
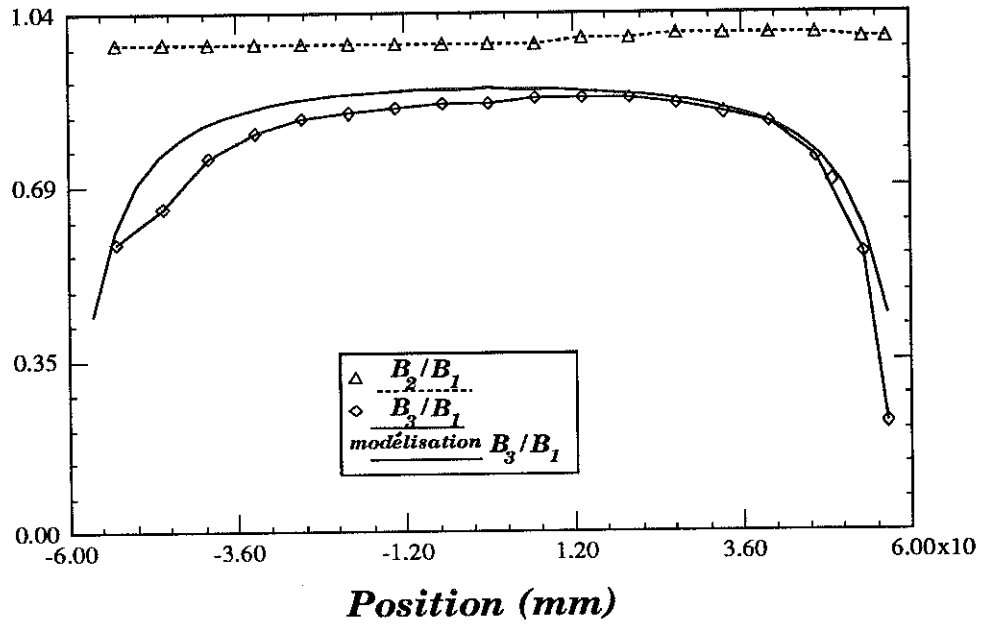


Figure 25 Pénétration du champ dans le supraconducteur refroidi sous des champs appliqués de 300mG, 1G, 5G (Continued) ...

Nb refroidi sous 1 Gauss



Nb refroidi sous 5 Gauss

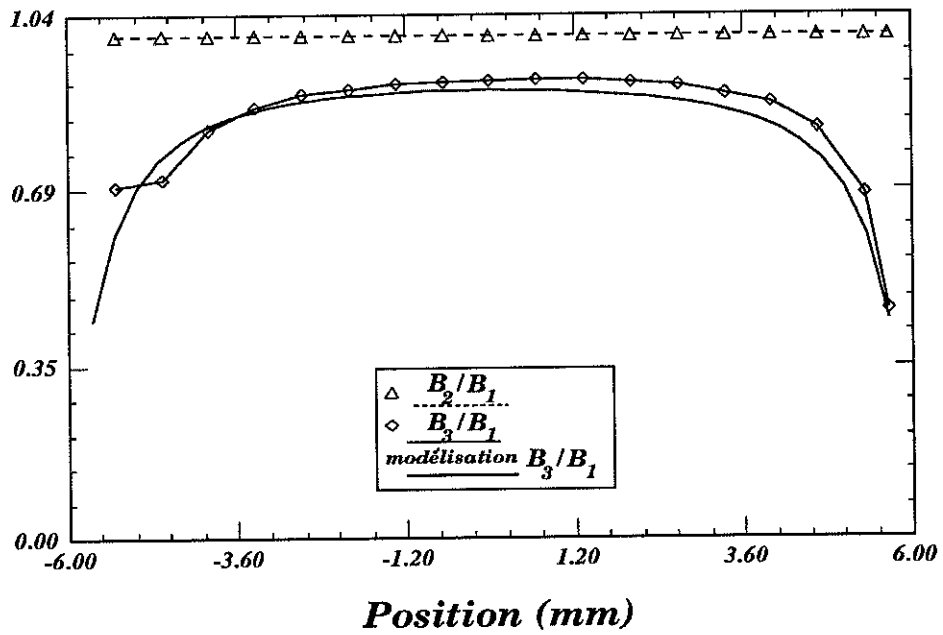


Figure 25 Pénétration du champ dans le supraconducteur refroidi sous des champs appliqués de 300mG, 1G, 5G

Malgré le traitement que nous avons effectué sur le disque, 100% du flux reste piégé (en régime de champ faible). Il paraît donc clair que grossir les grains du matériau ne permet pas de diminuer le pourcentage de flux piégé. Il paraît fort difficile de conclure quant à l'importance de ce mécanisme de piégeage, car à une telle température, le Niobium se recristallise bien mais les impuretés diffusent plus ou moins à l'intérieur du matériau. Aussi, l'effet de la diminution du nombre d'interstices pourrait être contrebalancé par une augmentation du nombre d'impuretés en volume.

4) disque de Pb

Expérience Ce disque, très pur puisque le RRR qui a été mesuré est de 1000 environ, a été préalablement isolé électriquement. Il est clair que les résultats obtenus ne peuvent être comparés directement à ceux obtenus pour les disques précédents: le Plomb est un supraconducteur de type I alors que les précédents étaient de type II (les différences entre ces deux types ont déjà été présentées dans les chapitres précédents). Cependant, une telle valeur de RRR va nous permettre de pousser un peu plus loin notre recherche sur l'influence de ce dernier sur le pourcentage de flux piégé.

Malheureusement des distorsions sont apparues dans les mesures, mais n'empêchent pas l'exploitation des résultats. Il est ainsi possible de connaître le pourcentage de flux piégé et donc de savoir si un matériau ultra-pur comme ce disque va encore piéger tout le champ magnétique qui était présent lors du refroidissement.

La configuration de l'expérience est la même que pour les autres disques. Le fait que le Plomb soit un supraconducteur de type I intervient dans la répartition du champ magnétique piégé dans ce disque. Au lieu d'un état mixte-intermédiaire comme le Niobium, le Plomb a un état intermédiaire. Cet état est composé de régions macroscopiques complètement supraconductrices et d'autres normales.

Résultats Les résultats obtenus lors de refroidissements plus ou moins rapides sont identiques. Nous avons refroidi sous différents champs appliqués: 10mG, 300mG, 1G, 3G.

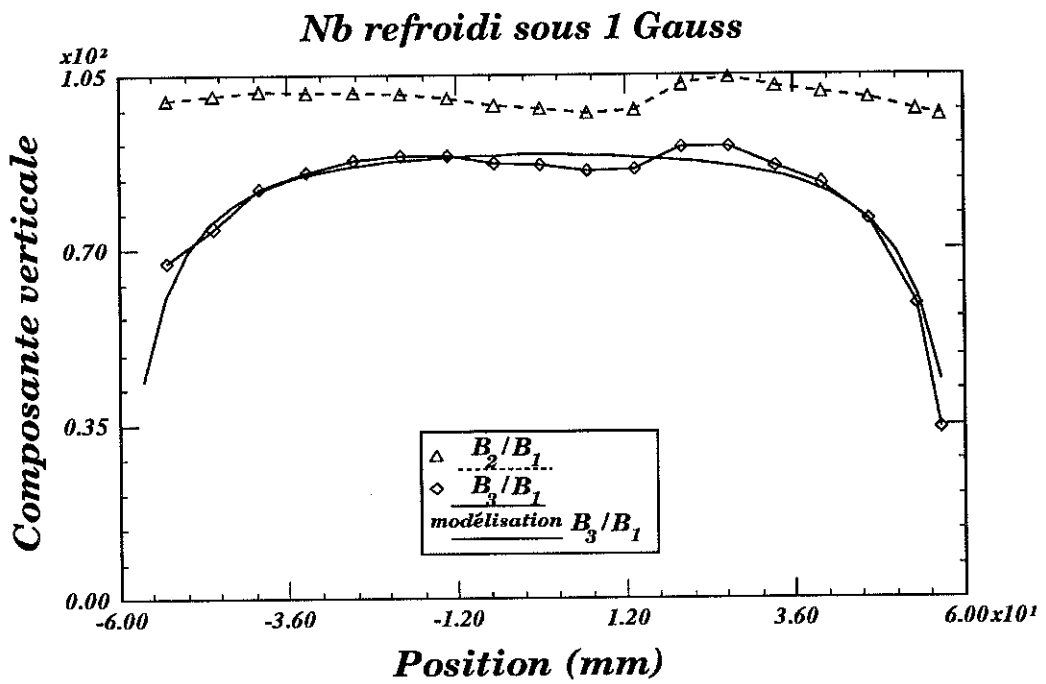
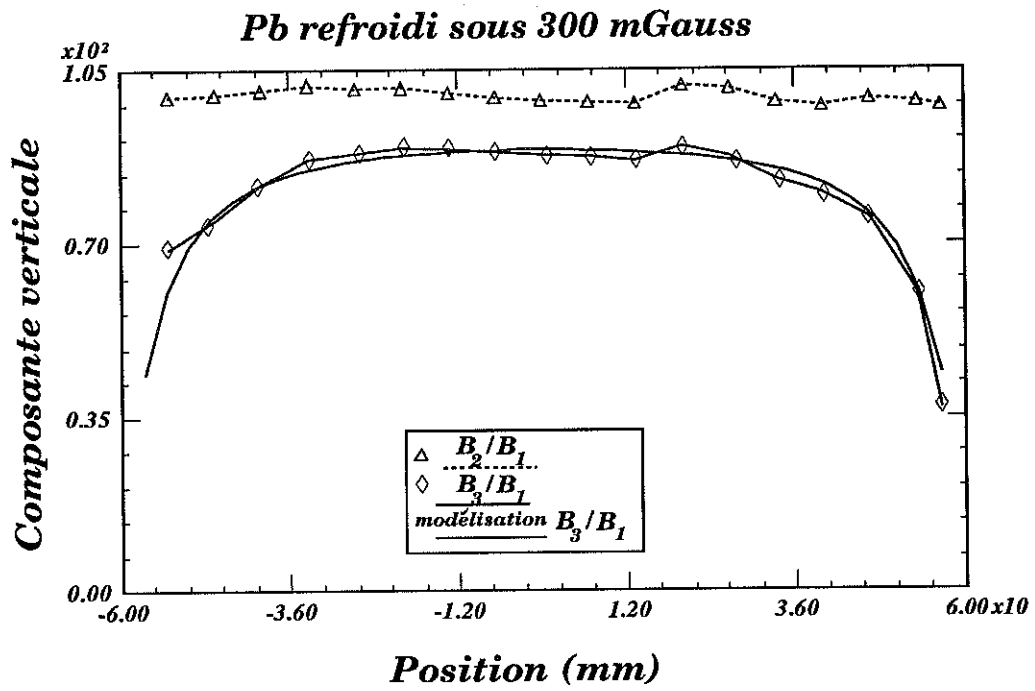


Figure 26 Résultats des expériences effectuées sur le disque de Plomb pour différents champ appliqués lors des refroidissements (Continued) ...

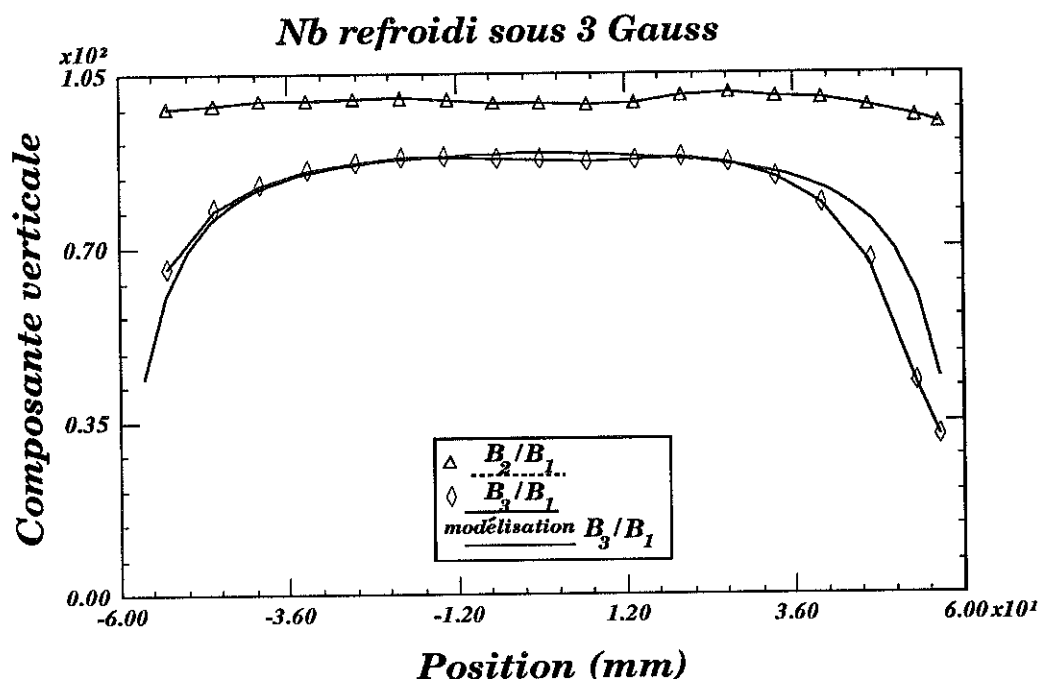


Figure 26 Résultats des expériences effectuées sur le disque de Plomb pour différents champ appliqués lors des refroidissements

Il apparait clairement que quelque soit le champ sous lequel on refroidit le disque de Plomb, tout le flux est piégé, malgré un RRR élevé. Les petites oscillations autour de la courbe de modélisation ou autour de la valeur de 100%, pourraient être dues au fait que le Plomb est un supraconducteur de type I. Ces variations pourraient être dues à l'existence de régions macroscopiques supraconductrices et normales. Plus on augmente le champ, plus ces oscillations sont marquées, ce qui ne contredit en rien l'hypothèse émise ci-dessus.

Un disque composé d'un supraconducteur ultra-pur comme le Plomb (RRR = 1000) piège 100% du flux présent lors du refroidissement pour des champs magnétiques allant jusqu'à 3 Gauss.

5) Un cas particulier: le NbTiN

Présentation Il faut tout d'abord présenter le NbTiN pour bien comprendre quelles sont ses particularités.

Le disque utilisé dans cette expérience est un disque de Cuivre sur lequel a été déposée une couche mince de NbTiN. Le disque a été testé deux fois: la première fois nous a permis de découvrir les effets inattendus décrits plus tard et la seconde d'étudier de manière plus systématique la pénétration du flux dans le disque (le disque ayant été isolé électriquement, tout effet avait disparu). Le NbTiN contient énormément d'impuretés, ceci donne un chiffre pour le RRR de l'ordre de 1. Le NbTiN pourrait donc avoir une force de piégeage très importante, ce que nous allons vérifier ici.

La température critique se situe à 17 Kelvin environ. Le champ critique de la transition état mixte – état supraconducteur H_{c1} est de l'ordre de 300 Gauss. A 4,2 Kelvin, le NbTiN n'est pas dans son état supraconducteur aux champs où l'on travaille, mais dans l'état mixte. L'effet du coefficient démagnétisant ($N = 10^4$) nous empêche ici (contrairement au disque de

Niobium) d'atteindre l'état supraconducteur avec notre appareillage. Appelons H_a (compris entre 300 mG et 3 G) le champ que nous appliquons au disque. Pour être dans l'état supraconducteur, il faut que :

$$H_a \cdot N < H_{c1} \simeq 300 \text{ G} \quad (118)$$

L'état supraconducteur est donc atteint pour des champs appliqués inférieurs à 30 mG. Tous les résultats présentés par la suite vont donc se situer dans l'état mixte.

Le flux piégé Pour connaître le pourcentage de flux piégé dans le NbTiN, nous avons effectué des refroidissements sous différents champs appliqués. Comme les courbes ci-dessous l'indiquent, il est clair que 100% du flux qui était présent lors du refroidissement reste piégé dans le NbTiN. Ceci est vérifié en régime de champ faible, c'est-à-dire pour des champs allant de 100 mG à 5 Gauss.

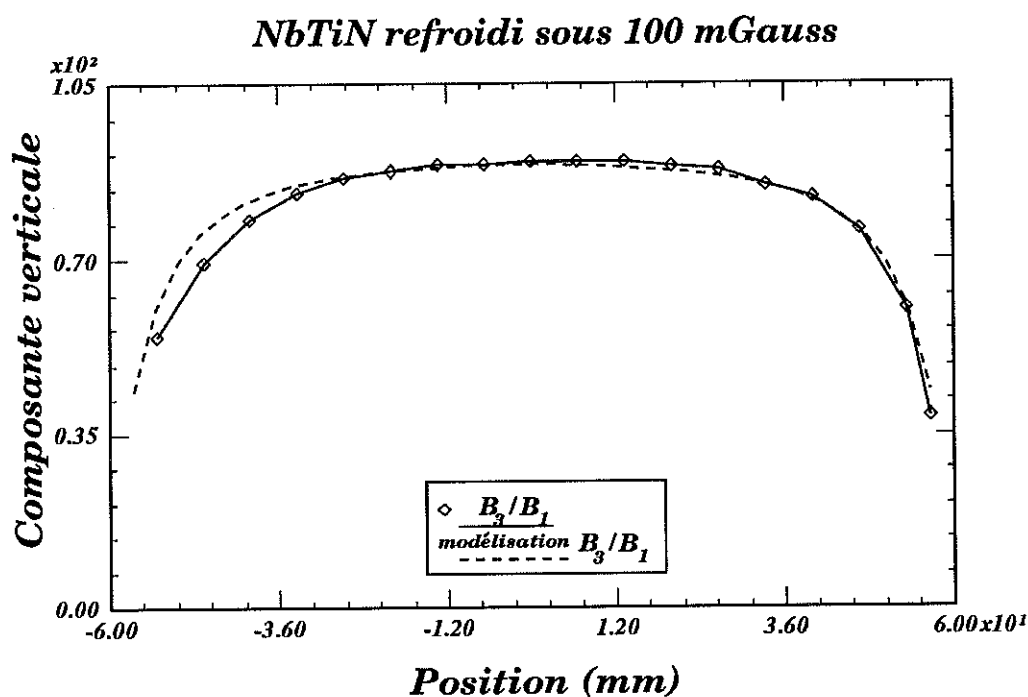


Figure 27 Mesure de la sonde et modélisation pour le NbTiN refroidi sous différents champs appliqués (Continued) . . .

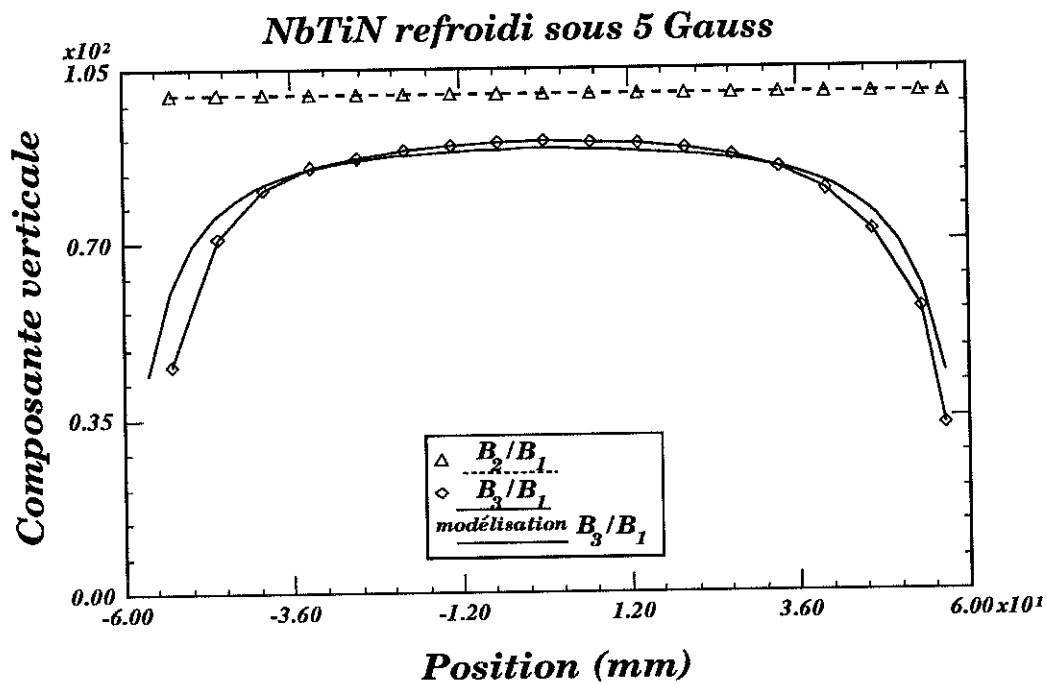
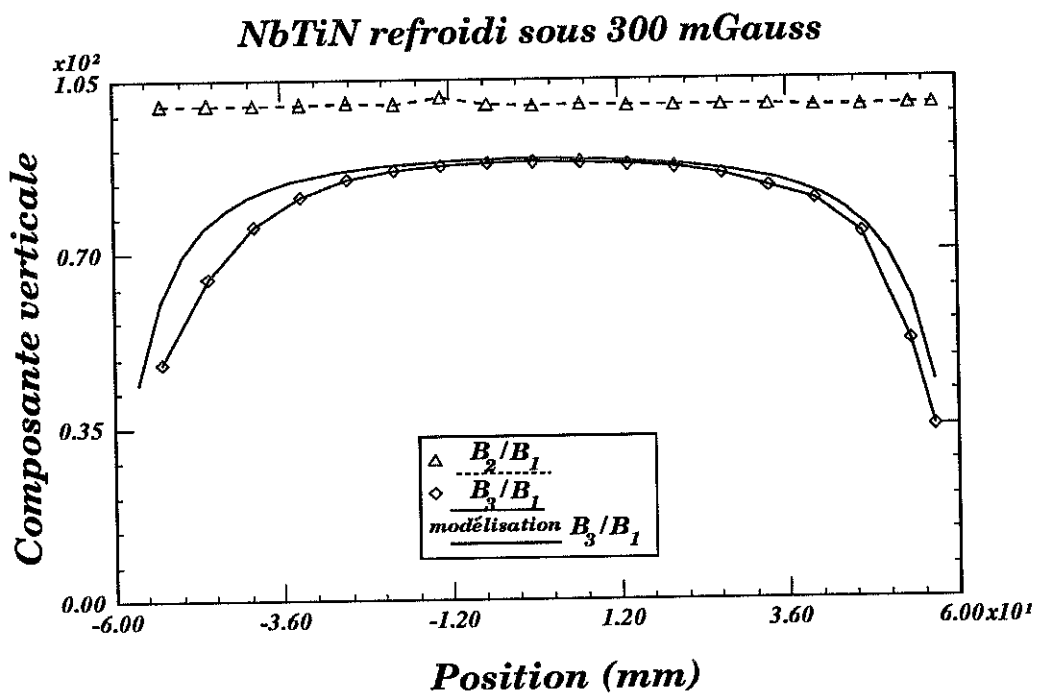


Figure 27 Mesure de la sonde et modélisation pour le NbTiN refroidi sous différents champs appliqués

$$\frac{\text{étape 3}}{\text{étape 1}} = 89.8\% \text{ au centre}$$

$$\frac{\text{étape 2}}{\text{étape 1}} = 100\% \text{ au centre}$$

(119)

Pénétration du flux Nous savons que le NbTiN est dans son état mixte pour les champs magnétiques sous lesquels nous l'avons refroidi. Il est donc intéressant de regarder de quelle manière le flux pénètre dans le disque lorsque on applique un champ de plus en plus fort, une fois l'état mixte atteint (c'est à dire à 4,2 Kelvins).

Théoriquement, si le supraconducteur n'est pas ultra pur, les vortex déjà présents dans le matériau freinent la pénétration de ceux créés par le champ appliqué; en effet, les vortex sont ancrés par les impuretés et créent une sorte de "cordon de police". Plus le piégeage va être fort, moins il y aura pénétration dans le disque, plus le "cordon de police" sera important. Ceci nous amène à présenter le modèle de Bean, qui décrit la pénétration des vortex dans un supraconducteur.

Modèle de Bean Lors d'un refroidissement sous champ nul, aucun vortex n'est présent dans le disque. Une fois atteintes les conditions désirées ($T < T_c$), un champ magnétique est appliqué sur le disque. Selon l'intensité de la force de piégeage (donc selon la pureté du matériau; car plus la pureté sera grande, moins la force de piégeage sera importante) et selon le champ appliqué, la répartition des vortex dans le supraconducteur va changer.

La figure suivante donne une bonne idée du modèle:

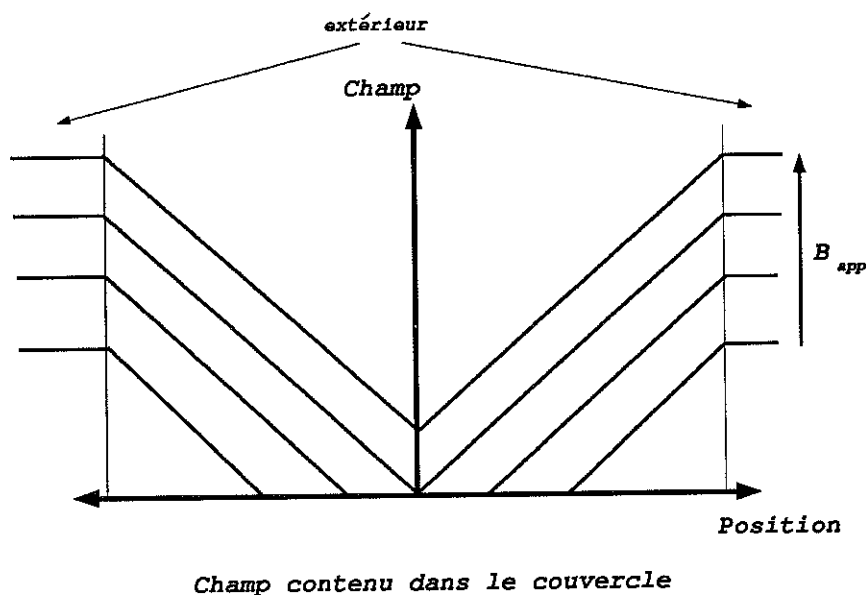


Figure 28 pénétration du champ magnétique selon la valeur du champ appliqué

Plus la force de piégeage est importante, plus l'effet "cordon de police" est grand et donc moins les vortex peuvent rentrer; la densité de vortex sera donc importante près des bords du disque et faible au centre si le piégeage est important. Ainsi la force de piégeage est proportionnelle à la pente des courbes ci-dessus et plus la force est importante, plus la pente augmente. Puisque cette force est une caractéristique intrinsèque du disque, on comprend facilement qu'elle ne dépend pas du champ appliqué; ceci explique pourquoi les courbes ont la même pente.

Les vortex commencent à entrer sur les bords, puis au centre lorsque le champ appliqué est assez fort. Evidemment, si les vortex ne rencontrent aucun piégeage, la pente est nulle; le disque est totalement transparent au champ magnétique. Une fois que les vortex ont pénétré, si on coupe le champ, une partie doit rester ancrée et l'autre va sortir; cette partie dépend

encore de la force de piégeage. La répartition du champ dans l'échantillon aura alors l'allure suivante:

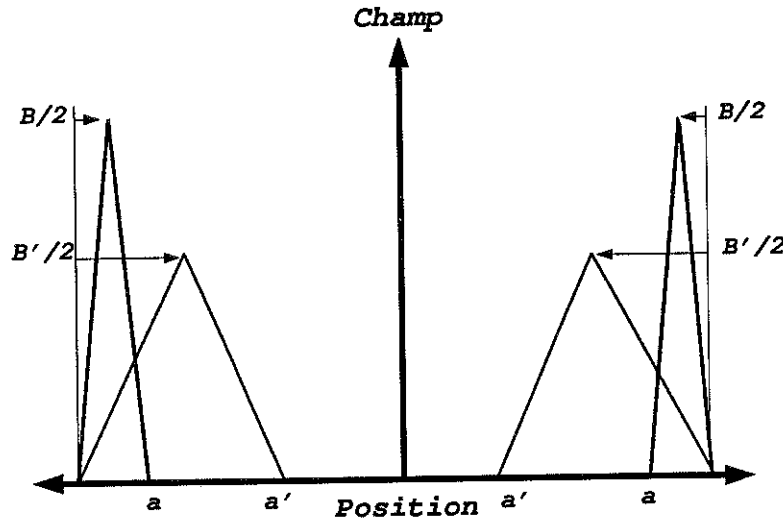


Figure 29 Champ magnétique piégé après avoir refroidi puis coupé le champ extérieur

Les triangles représentent les vortex qui restent piégés. Quand on coupe le champ, la pente reste la même et on devrait voir apparaître des triangles de hauteur égale à la moitié du champ appliqué. Plus la force de piégeage est importante, plus la pente est grande (force de piégeage en a supérieure à celle en a') et plus la base des triangles est petite (car les vortex pénètrent sur une faible distance).

Le cas du NbTiN Pour le NbTiN, nous sommes dans cette situation: l'état mixte. Nous avons refroidi sous un champ plus ou moins fort, puis une fois à la température voulue, nous avons appliqué un champ à l'aide des bobines. Ici encore, le fait que la sonde se situe à cinq millimètres du disque est un facteur gênant. Lors des mesures, nous n'observons pas de pénétration comme dans le modèle. Et lorsque nous coupons le champ, nous ne trouvons pas trace des "triangles" décrits précédemment. Sur les figures suivantes, sont tracées les courbes obtenues lors d'un refroidissement sous champ nul, donc seulement sous champ rémanent (qui équivaut ici à un champ de 20mG environ) et en appliquant un champ plus ou moins fort. Le protocole de l'expérience se résume alors en trois étapes:

- * l'échantillon est refroidi en dessous de la température critique en l'absence de champ appliqué.
- * la température reste inférieure à la température critique; un champ magnétique est alors appliqué.
- * le champ magnétique est finalement coupé.

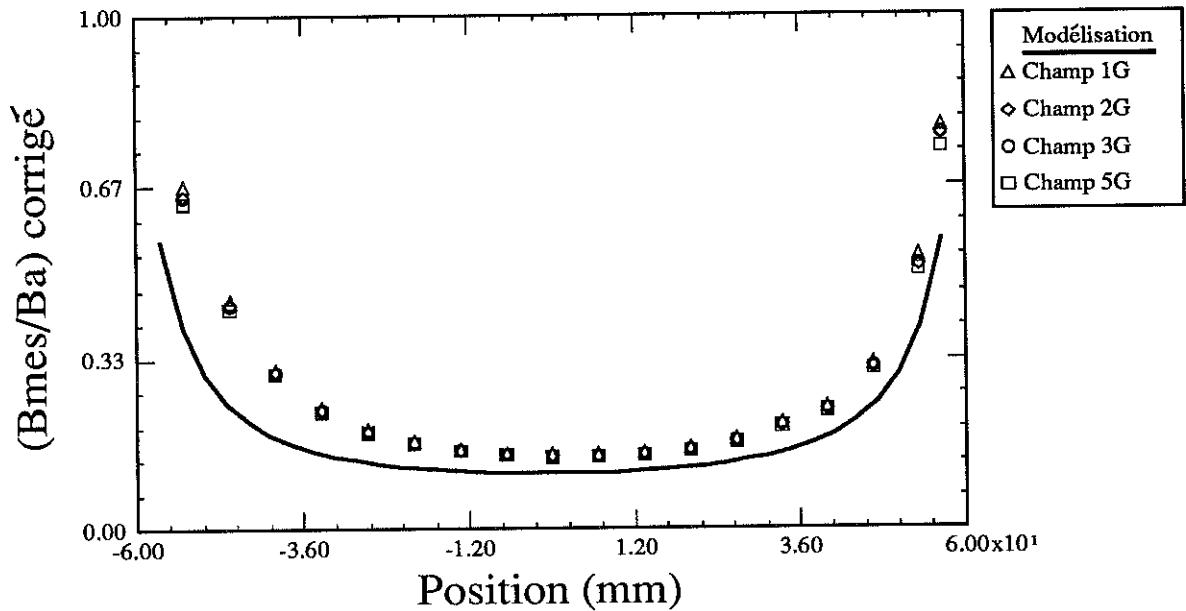
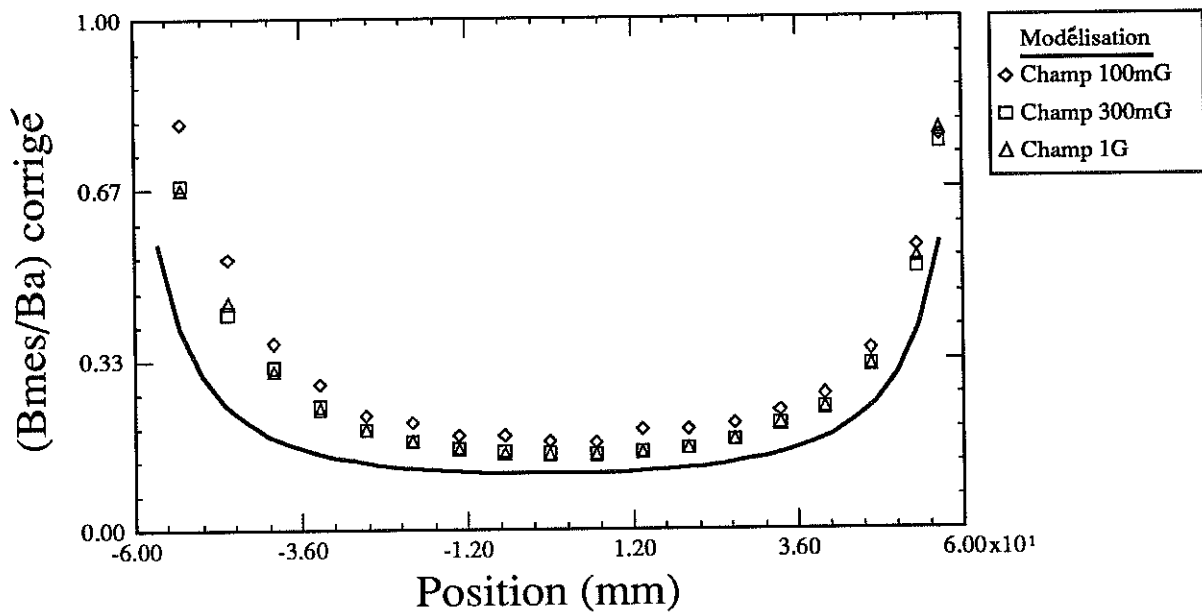


Figure 30 Pénétration du champ magnétique sur le disque de NbTiN refroidi sans champ appliqué

Sur ces figures a été portée la modélisation du cas où tout le flux est expulsé du supraconducteur.

Les courbes obtenues sont très proches de la modélisation, ceci tend à montrer qu'aucun vortex n'arrive à pénétrer dans le NbTiN. Alors que ce supraconducteur est dans l'état mixte et qu'il devrait donc laisser entrer des vortex, il semble qu'il blinde totalement pour des champs

allant de 0mG à 5G. Ce blindage n'existe pour des supraconducteurs comme le Niobium que dans l'état supraconducteur. Ainsi pour le NbTiN, la répartition du flux magnétique est déjà figée dans l'état mixte.

Le fait que les courbes avec des champs appliqués plus faibles, s'écartent de la modélisation, est dû à la sensibilité au champ rémanent, beaucoup plus importante pour ces champs. La modélisation ne tenant pas compte de ce champ rémanent, la différence entre les courbes n'est pas étonnante. Si l'on se base sur le modèle décrit précédemment, une absence de pénétration montre une force de piégeage très grande. Mais, même pour une force de piégeage très grande, des pics comme ceux décrits plus haut, doivent subsister après avoir coupé le champ. Ces pics seront bien sûr très étroits. Or expérimentalement, nous n'observons aucun changement dans les mesures, une fois le champ coupé.

Ceci peut en fait être expliqué: le mouvement de la sonde décrit un arc de cercle de longueur 110mm. Il est clair que la sonde ne mesure pas le flux régnant aux bords extrêmes. Or plus la force de piégeage est grande, plus les pics sont étroits et proches des bords. De plus, la sonde est à 5mm, et un calcul théorique nous a montré que pour de grandes forces de piégeage, à cette distance la sonde ne mesurera pas les lignes de champ dues à ces pics.

Il semble donc, que le NbTiN ait une force de piégeage tellement importante, qu'aucun vortex ne peut pénétrer dans l'état mixte. Ce matériau se comporte en fait comme si il était dans l'état Meissner total.

1.6 Conclusion L'étude systématique du flux piégé effectuée sur des disques de Niobium de RRR allant de 180 à 500, montre sans erreur que tout le flux présent lors du refroidissement du supraconducteur reste piégé dans ce supraconducteur lors de la transition et en dessous pour des champs magnétiques extérieurs allant jusqu'à 3 Gauss. Nous pouvons donc conclure qu'une amélioration de la pureté du Niobium utilisé dans les cavités n'apportera rien pour une augmentation allant jusqu'à un RRR de 500.

De plus, enlever la couche endommagée (ou écrouie) n'apporte rien non plus. Recuire vers 2000 degrés un disque afin de grossir les grains ne permet pas non plus de détecter un pourcentage de flux piégé moindre, toujours dans le même intervalle de champ extérieur. Nous n'avons donc pas réussi à déterminer quel était le mécanisme de piégeage du flux magnétique dans le Niobium. Nous pouvons simplement conclure que les traitements décrits ici n'apporteront pas de changement quant à la sensibilité au flux piégé des cavités.

Précédemment, nous avons vu que le pourcentage de champ piégé allait nous donner la relation entre la résistance de surface et la résistance normale. Ici, la relation est donc:

$$R_S = R_n \frac{H_{appliqué}}{H_{c2}} \quad (120)$$

Une fois blindés, un champ rémanent de 15 milliGauss règne encore dans les cryostats. Les cavités refroidies sous ces 15 milliGauss environ vont donc piéger ce champ.

Nous savons que les vortex vont dissiper en Haute Fréquence. A la fréquence où nous travaillons (1.5GHz), la résistance de surface moyenne par milliGauss est de 0.35nΩ, la contribution du flux piégé à cette résistance sera donc de l'ordre de 6 nΩ; la résistance mesurée sur nos cavités est d'environ 20 à 25 nΩ. Il est clair que pour un champ rémanent de 15 milliGauss, la contribution du flux piégé à la résistance de surface est importante (6 nΩ), mais n'explique pas toute la valeur mesurée de cette résistance. Cependant, il suffit que des effets créent des champ magnétiques lors de la transition supraconductrice, et cette contribution peut devenir très importante. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, ces effets existent pour nos disques.

1.2 Expériences sur cavités

Après de multiples expériences sur des disques pour tester le flux piégé dans différents supraconducteurs, l'étape suivante est d'étudier le cas des cavités. Les expériences sont effectuées pour répondre à certaines questions bien précises:

- une cavité piège-t-elle du flux à la température de transition lors du refroidissement dans le cryostat?
- les effets survenus sur les disques lors de refroidissements plus ou moins rapides existent ils aussi dans les cavités?
- quelle est la distribution de champ magnétique rémanent dans le cryostat et quelle est la valeur de ses composantes?

2.1 Le dispositif expérimental L'expérience s'effectue sur une cavité monocellule. Sur l'insert de la cavité est installé un bras de sondes de température et un bras de détection de rayons X, qui va en fait servir de support aux sondes magnétiques utilisées. Les deux bras sont séparés d'environ 120 degrés. Deux sondes Förster sont utilisées: une sensible à la composante parallèle du champ magnétique et l'autre sensible à la composante du champ formant un angle de 45 degrés avec la verticale du cryostat. Ces sondes sont en contact avec la cavité et vont donc permettre de mesurer le flux piégé à l'intérieur de la paroi. Mais comme dans le cas des disques, le boîtier contenant ces sondes les éloigne légèrement de la paroi de la cavité. Aussi toute valeur indiquée sera une limite inférieure à la valeur réelle du champ réellement piégé dans la paroi.

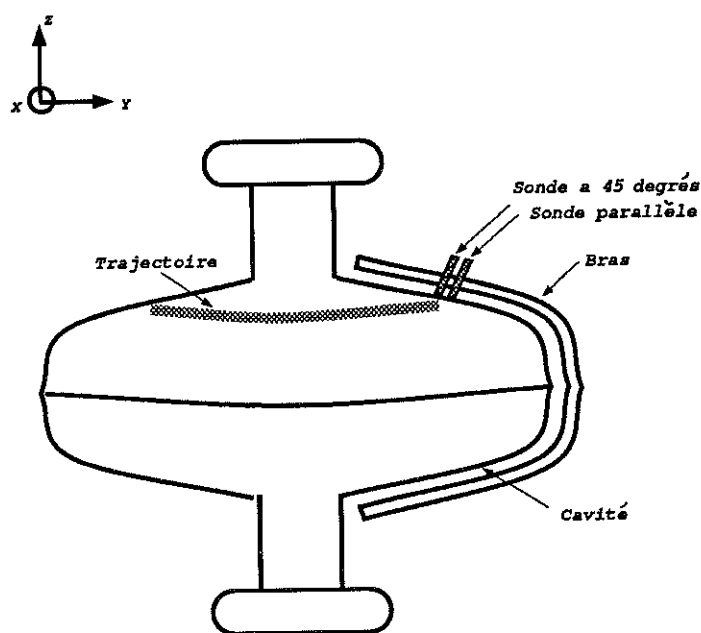


Figure 31 Dessin représentant le bras mobile portant les deux sondes Förster utilisées en contact avec la cavité

En utilisant les deux bras mobiles, il va être possible de déterminer la distribution de flux dans la cavité et voir ainsi si elle est uniforme. En excitant la cavité, des cartes thermométriques seront effectuées afin de localiser les endroits de dissipation à une température de 1.8 Kelvin. Toujours à cette température une mesure du coefficient de surtension de la cavité sera effectuée; ceci pour des refroidissements effectués sous différents champs (100 mG et 300 mG). Ces mesures permettront d'étudier la sensibilité au flux piégé de la cavité.

Le cycle utilisé va comporter les étapes déjà effectuées pour les disques: refroidissements sous champ appliqué nul, refroidissement plus ou moins rapide, et refroidissements sous

différents champs appliqués. Ce dispositif va ainsi permettre de mesurer le flux piégé et de voir si des effets de distorsion de champ existent dans les cavités en cryostat vertical.

2.2 Le champ magnétique rémanent

1) Théorie Malgré le blindage du cryostat, il existe encore un certain champ rémanent à l'intérieur. Cette expérience permet de déterminer quelle est la contribution de chaque composante de ce champ, ceci en effectuant des mesures à la température ambiante.

Considérons le repère (X,Y,Z) montré sur la figure précédente. Appelons B_1 la mesure donnée par la sonde à 45 degrés et B_2 celle donnée par la sonde parallèle. Les sondes vont décrire un parallèle sur la cavité: notons ϕ l'angle repérant la position du bras et B_{XY} la projection du champ rémanent sur le plan (X,Y). Il reste maintenant à relier les données lues aux composantes du champ.

$$B_2 = B_{XY} \sin(\phi)$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_1 &= \vec{B}_Z \cos(45^\circ) + \vec{B}_{XY} \sin(45^\circ) \cos(\phi) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{B}_Z + \vec{B}_{XY} \cos(\phi)) \end{aligned} \quad (121)$$

Les courbes attendues lors des enregistrements des réponses des sondes autour de la cavité sont donc: une sinusoïde de période 2π et d'extrémums B_{XY} pour la composante parallèle et une courbe ressemblant à un cosinus pour la sonde à 45 degrés, d'extrémums:

$$B_{1max} = \frac{\sqrt{2}}{2} (B_z + B_{XY}) \quad (122)$$

$$B_{1min} = \frac{\sqrt{2}}{2} (B_z - B_{XY})$$

Il est alors possible d'accéder aux composantes du champ rémanent:

$$B_z = \frac{B_{1min} + B_{1max}}{\sqrt{2}} \quad (123)$$

$$B_{XY} = \sqrt{B_X^2 + B_Y^2} = \frac{B_{1max} - B_{1min}}{\sqrt{2}}$$

Evidemment, nous obtenons seulement la projection du champ dans le plan (X,Y). Notons qu'il est aussi possible d'obtenir par la sonde parallèle la valeur de la composante B_z , en prenant la valeur à un des extrémums de la courbe.

2) Résultats expérimentaux Les courbes enregistrées sont portées sur les figures ci-dessous. Ces courbes ont été obtenues au-dessus de la température critique, car nous verrons par la suite que les mesures effectuées à une température inférieure sont plus difficilement analysables. La position est repérée en abscisse par un angle, puisque les sondes se déplacent autour de la cavité.

N.B: les valeurs données par les sondes peuvent être considérées comme les valeurs vraies, puisque le champ est mesuré à température ambiante (la réponse de la sonde n'est donc pas à prendre en compte).

La courbe ressemble bien à une sinusoïde pour la sonde placée parallèlement à la cavité. Mais le champ n'a pas une répartition dans le cryostat exactement uniforme, puisque la courbe n'est pas tout à fait symétrique. En fait, nous voyons plus facilement que la dissymétrie porte sur 1 mGauss, ce qui est très faible. Dans le plan parallèle, nous pouvons ainsi dire que le champ rémanent est réparti uniformément. Le résultat est bien celui escompté, et en utilisant le raisonnement de la partie précédente, il est possible d'obtenir le champ perpendiculaire à l'axe du cryostat:

$$B_{XY} \simeq 5mGauss \quad (124)$$

Le champ apparaît donc comme étant uniforme dans le cryostat, du moins dans le plan perpendiculaire à son axe.

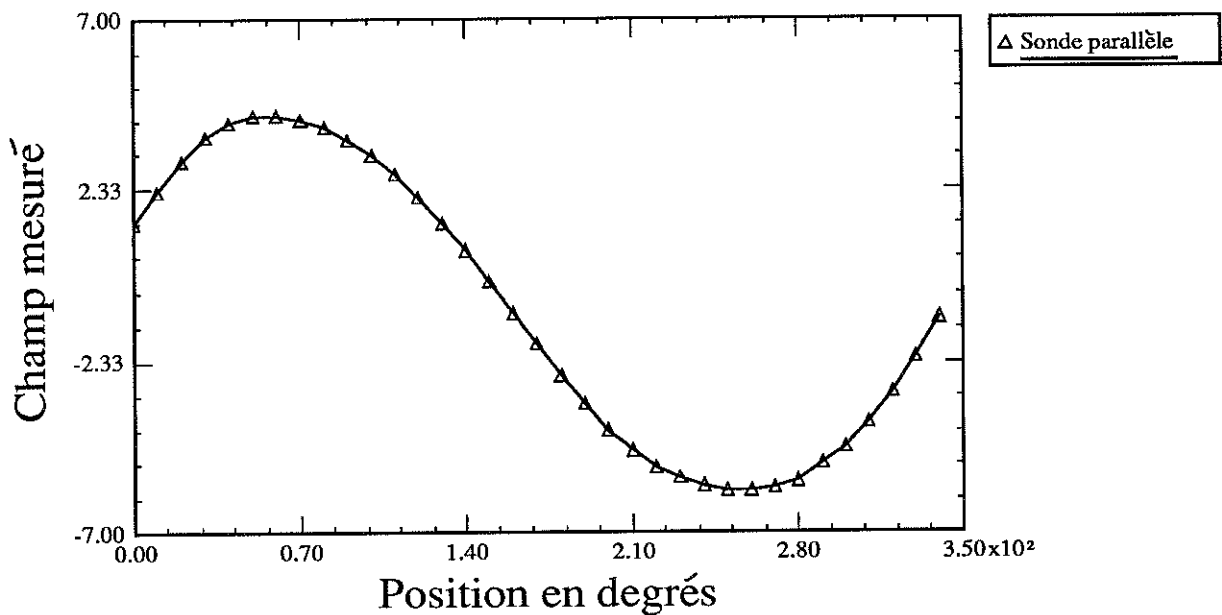


Figure 32 Réponse de la sonde parallèle à $T > T_c$

Pour la sonde à 45 degrés, la courbe est la suivante:

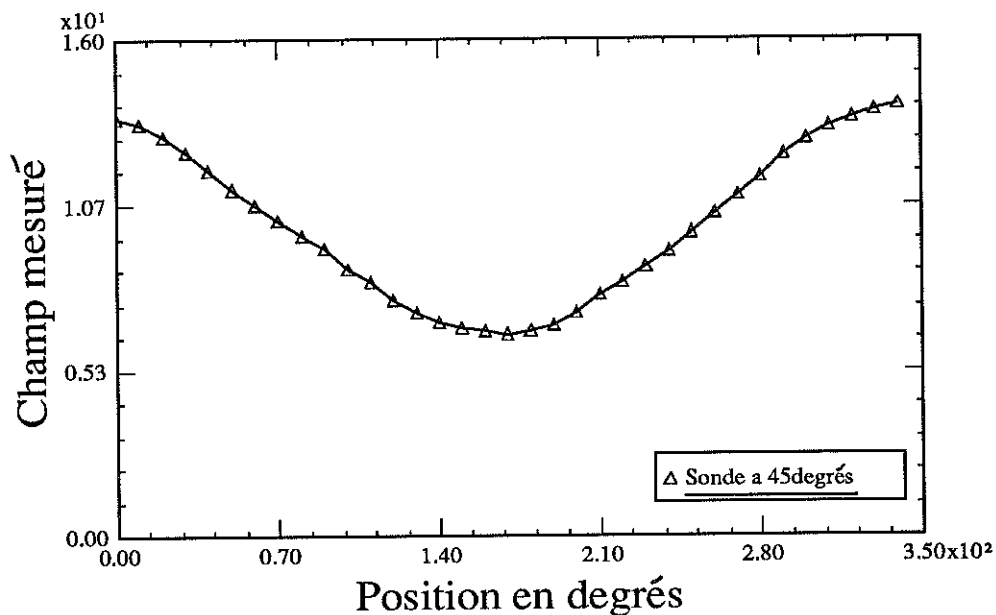


Figure 33 Réponse de la sonde à 45 degrés pour $T > T_c$

Il est très facile de lire la valeur des extrêmes et donc d'en déduire la valeur du champ selon l'axe z du cryostat ainsi que dans le plan perpendiculaire:

$$B_{XY} \simeq 5mGauss \quad (125)$$

$$B_z \simeq 15mGauss$$

Ce que nous attendions du champ rémanent s'est donc révélé vrai. Le champ est assez uniforme dans le cryostat avec une composante dominante selon l'axe Z. Les valeurs de champ sont faibles, ce qui prouve que le blindage est efficace.

2.3 Le flux piégé

1) La sonde à 45 degrés Cette sonde est sensible à la composante perpendiculaire et horizontale du champ. Sans champ appliqué, le flux présent lors du refroidissement est totalement piégé puisque les courbes sont superposables à $T > 15K$ et $T < 15K$ (ce sont les étapes 1 et 2 pour les disques). La situation est identique lors de l'application d'un champ de 100mG; les résultats sont portés dans la figure ci-dessous:

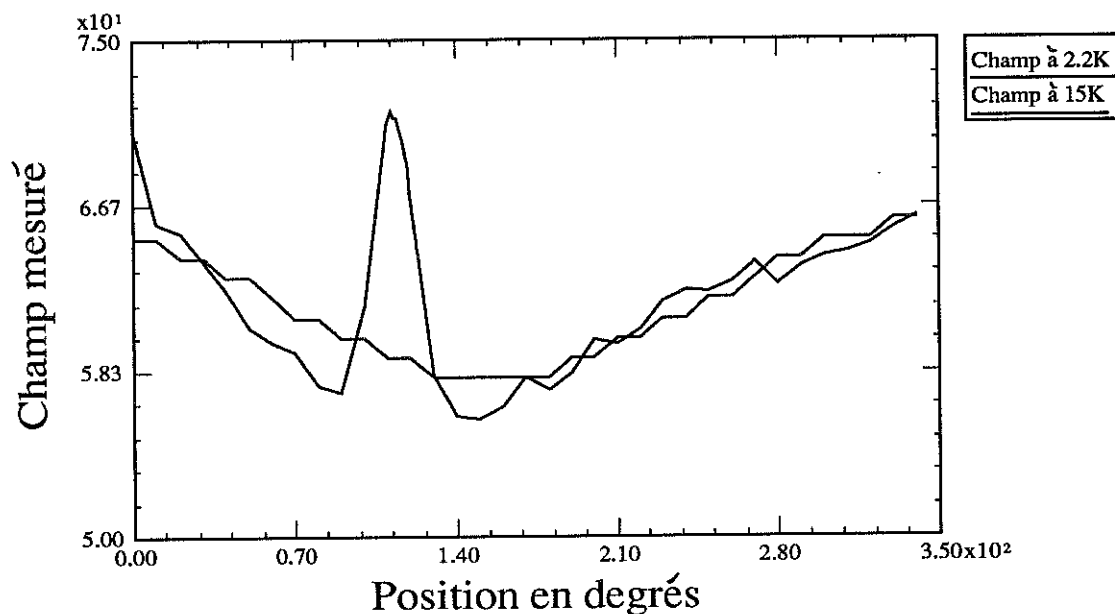


Figure 34 Réponse de la sonde à 45 degrés en mG à $T < T_c$.

En faisant abstraction du pic, les deux courbes sont identiques et il semble évident que 100% du flux est piégé (en régime de champ faible puisque les valeurs de champ ne dépassent pas 1 Gauss). Le problème est maintenant de découvrir pourquoi apparaît un pic lors du refroidissement de la cavité.

Ce pic a une amplitude de l'ordre de 15 milliGauss quelque soit le champ appliqué lors du refroidissement et quelle que soit la vitesse de refroidissement (nous l'avons vérifié). Il est situé à un angle de 120 degrés. Cet angle est en fait l'angle qui repère la position du bras de température. Si on regarde le sens de rotation des bras, il apparaît que ce pic se situe exactement à l'endroit où était le bras portant les thermomètres au moment où la transition a eu lieu (à 0 degrés): le bras de thermomètres et le bras portant les sondes sont décalés de 120 degrés. Ainsi à 120 degrés le bras portant les sondes est à la place qu'occupait le bras de thermomètres à la transition. Cette découverte sera étudiée avec plus d'attention un peu plus loin.

Il semble donc que 100% du flux soit piégé pour une cavité (en régime de champ faible). De plus, tout flux ayant d'autre origine que le champ rémanent sera lui aussi piégé.

2) La sonde parallèle cette sonde n'est sensible qu'aux composantes du champ dans le plan perpendiculaire à l'axe de la cavité. Ainsi, lors de l'application d'un champ selon l'axe de la cavité, cette sonde doit donner les mêmes mesures. Comme nous l'avons constaté précédemment, les mesures données par cette sonde sont très faibles.

Les réponses selon le champ appliqué Les mesures obtenues pour une température de 15 Kelvins et pour un champ appliqué de 0mG puis 100mG sont résumées dans la figure suivante:

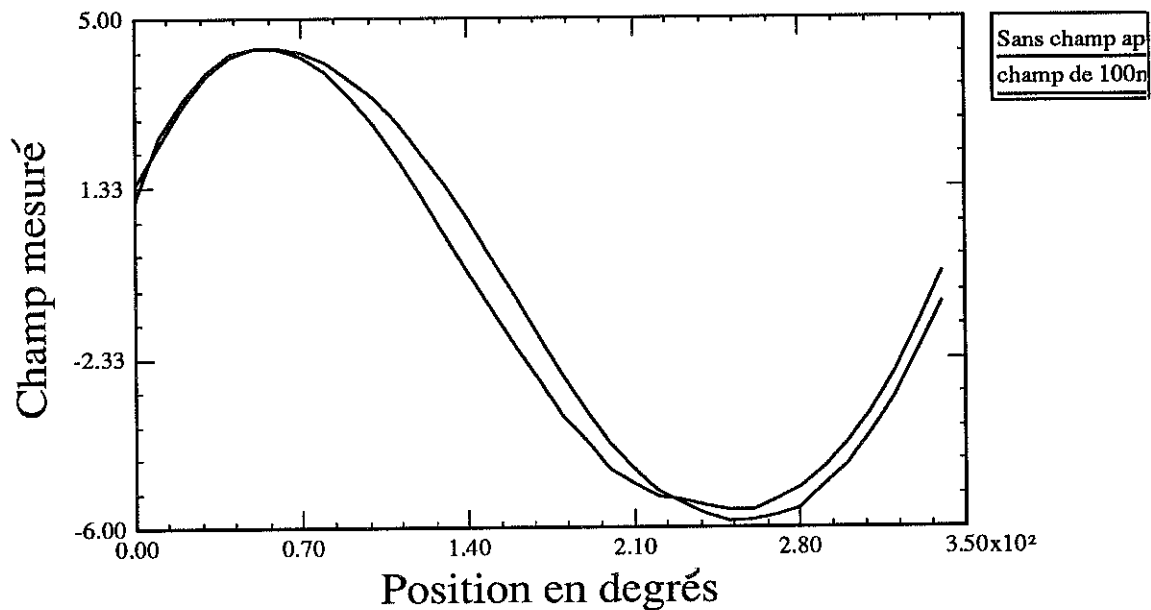


Figure 35 Réponse de la sonde parallèle en mG à $T > T_c$

Il est clair que la sonde n'est pas sensible au champ que l'on applique. Ceci démontre que le champ créé par la bobine centrale du cryostat est bien dans le sens attendu, soit selon l'axe du cryostat. La différence entre les deux courbes est en effet assez faible pour considérer que la situation reste inchangée pour cette sonde.

Les réponses selon les températures Les figures ci-dessous correspondent à des prises de données effectuées à des températures de 15 et 4 Kelvins. La ressemblance entre les courbes est moins flagrante que pour la sonde à 45 degrés, mais l'allure générale est conservée, excepté cet accident, toujours à la même position mais qui cette fois comporte deux lobes.

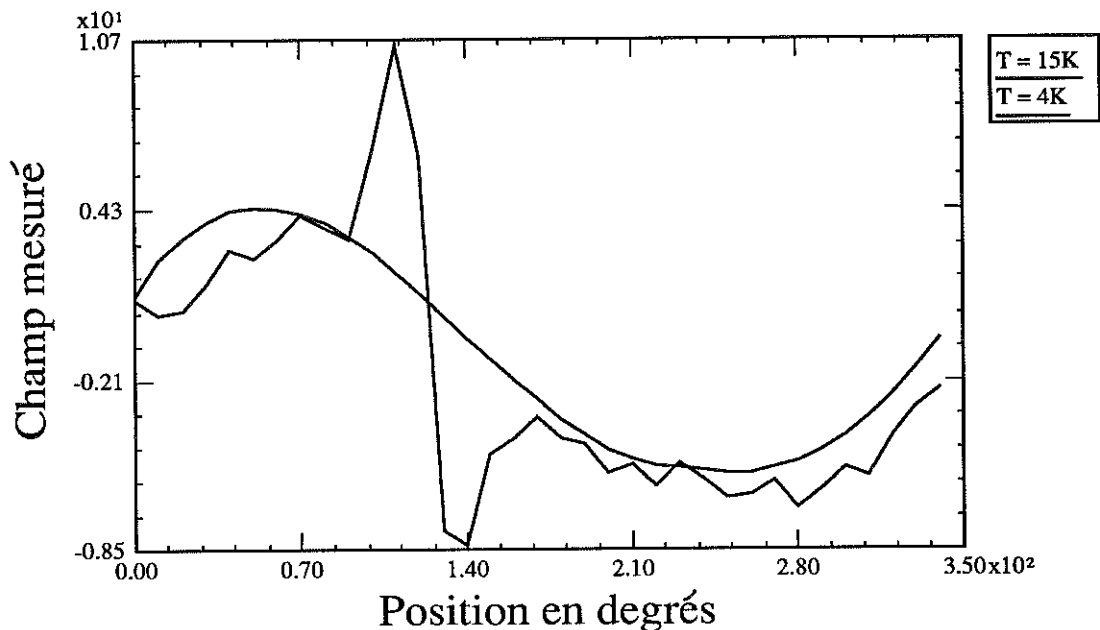


Figure 36 Réponse de la sonde en mG pour deux températures (15 et 4K) avec un champ magnétique de 100 mG

Cependant, vu les petites valeurs du champ mesuré, on peut encore conclure que le champ est à 100% piégé (en régime de champ faible).

La forme des courbes En ce qui concerne les pics sur la figure, les caractéristiques (toujours à la même place, de même amplitude,...) montrent qu'ils sont dus à des pièces environnantes magnétisables à froid; pièces qui se situeraient sur le bras de température, puisque le bras de sondes magnétiques se situe sur la position occupée par le bras de température lors du refroidissement. Le fait que ce pic ne soit pas décalé au-dessus de T_c est aussi significatif. Le champ magnétique créé par le bras va se déplacer avec le bras tant qu'il ne sera pas piégé, donc tant que la cavité ne sera pas supraconductrice. Dès que le système devient supraconducteur, le champ créé par le bras sera piégé et restera à la position où était ce dernier lors de la transition.

Un dépistage de la magnétisation sur le bras de température a montré des champs pouvant aller jusqu'à 140 mG pour certaines pièces contenues sur le bras. Afin de vérifier cette hypothèse, un refroidissement est effectué en changeant la position du bras de température lors de la transition. Si le pic apparaît à la nouvelle position du bras, le mystère est éclairci. Le fait que les courbes comportent deux lobes en composante parallèle et un lobe en perpendiculaire est tout à fait compatible avec la présence d'un aimant (vis magnétique et ressorts contenus dans les thermomètres) sur le bras de température.

Une autre mesure sur la cavité refroidie avec le bras de température tourné de 90 degrés, montre que l'accident a lui aussi tourné du même angle. Il apparaît ainsi que tout champ magnétique présent lors du refroidissement est piégé. Par la suite, les ressorts des thermomètres ont été changés ainsi que les vis magnétiques sur les différents inserts utilisés.

2.4 La sensibilité au flux piégé Pour différentes valeurs de champ magnétique appliqué lors de la transition de la cavité, nous avons mesuré Q (le facteur de surtension de la cavité). Sachant que ce coefficient est relié à la résistance de surface par la relation:

$$Q_o = \frac{G}{R_s} \quad G = 280 \Omega \quad (126)$$

(où G est un facteur géométrique et R_s la résistance de surface moyenne), il est alors possible de calculer la sensibilité au flux piégé pour le Niobium de nos cavités. Elle rend compte du comportement de la résistance de surface en fonction du champ magnétique appliqué.

La résistance de surface comporte deux parties: une partie résiduelle dépendant peu de la température et une partie BCS dépendant de la température. A haute température, la partie BCS est dominante, tandis qu'elle est négligeable pour les faibles températures. Cette résistance de surface est donc, à la température où sont effectuées les mesures (2K), composée pour une grande partie de la résistance résiduelle.

Nous avons mesuré le coefficient de surtension pour des refroidissements sous 11.78 mG, 314 mG, 1.14 G. Avec la relation citée ci-dessus, nous pouvons alors déterminer la résistance de surface correspondante: 18.66 n Ω pour un champ appliqué de 11.78 milliGauss, 140 n Ω pour 314 milliGauss et 430.8 n Ω pour 1140 milliGauss.

La valeur obtenue avec le champ le plus faible permet de déterminer la résistance de surface créée par les autres sources de dissipation que le flux piégé: elle est approximativement de 17 n Ω pour la cavité considérée. Si on calcule la pente d'une courbe qui passerait par ces trois points, on obtient la sensibilité de la cavité au flux piégé:

$$\text{pente} \quad \alpha_{mes} = \frac{R_s}{H_a} = 0.36 \pm 0.015 \text{ n}\Omega/\text{mG} \quad (127)$$

B_a est le champ appliqué.

Or théoriquement, si nous considérons la relation déjà vue et obtenue sous l'hypothèse de 100% de flux piégé:

$$\alpha_{théo} = \frac{R_s}{H_a} = \frac{R_n}{H_{c2}} = \frac{\sqrt{\frac{\omega \mu_o}{2\sigma_n RRR}}}{H_{c2}} \quad (128)$$

$$RRR = 180 \quad \sigma_n = 0.69 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$f = 1.5 \cdot 10^9 \text{ Hz} \quad H_{c2} = 4000 \text{ G}$$

où R_n est la résistance dans l'état normal, H_{c2} le champ de transition normal-mixte pour le Niobium, RRR le degré de pureté et σ_n la conductivité dans l'état normal. **Le calcul de ce rapport donne $\alpha_{théo} = 0.6 \text{ n}\Omega/\text{mG}$ environ.**

Cependant, il n'est pas possible de comparer directement ces deux chiffres: l'expression théorique suppose que toute la surface du matériau est perpendiculaire au champ statique extérieur B_a , ce qui n'est pas du tout le cas expérimentalement. Aussi, nous allons corriger la valeur expérimentale en tenant compte de la géométrie de la cavité (figure ci-dessous). Pour établir cette correction, nous supposons que la résistance de surface locale due au flux piégé est proportionnelle à la densité de flux piégé, qui elle est proportionnelle à $1/\sin(\theta)$ où θ est l'angle de la normale à la surface avec le champ rémanent. Le principe de cette correction

revient ainsi à calculer le facteur géométrique associée à la surface de la cavité (de coefficient G_{global}) perpendiculaire au champ magnétique, soit G_{\perp} ; la pente corrigée s'écrira alors:

$$\alpha_{corr} = \alpha_{mesure} \frac{G_{global}}{G_{\perp}} \quad (129)$$

Dans le cas d'une cavité elliptique, ceci revient à estimer le pourcentage de surface de la cavité qui est effectivement perpendiculaire au champ statique; en général, une autre correction doit aussi être calculée: celle provenant de la répartition du champ haute fréquence, mais dans le cas de nos cavités, nous pouvons considérer que ce dernier est réparti uniformément.

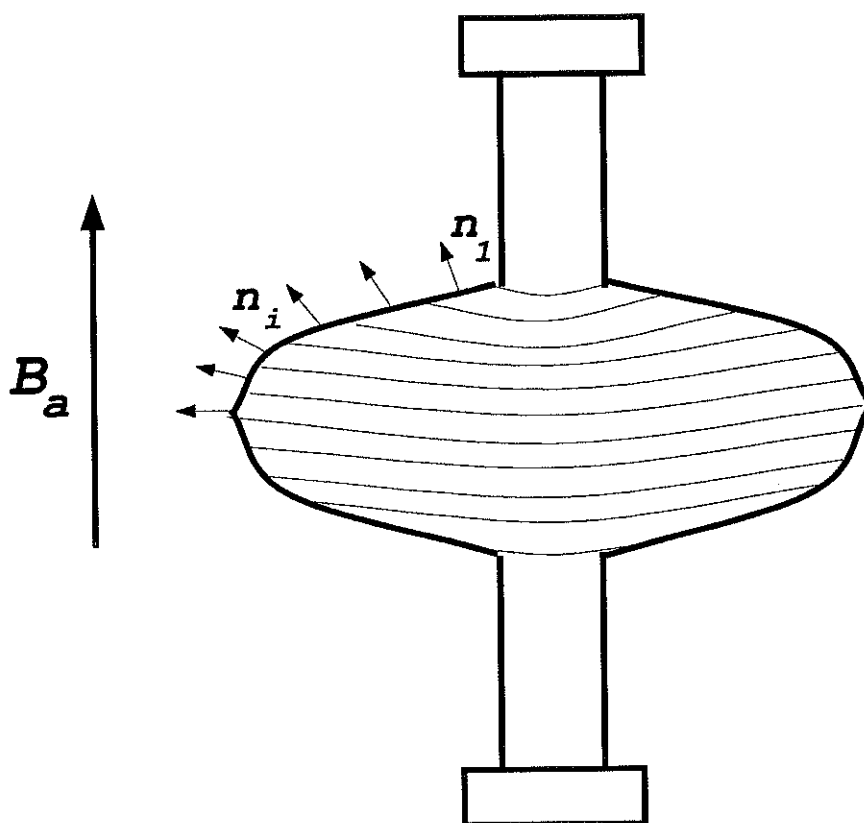


Figure 37 forme de la cavité utilisée. Les n_i sont les normales aux surface S_i choisies.

Pour ce faire, il faut découper la cavité en n anneaux parallèles à l'équateur. Pour chaque surface S_i ainsi définies, on mesure l'angle θ_i entre le champ statique B_a et la normale n_i de S_i . Si S est la surface totale de la cavité, la pente corrigée (c'est à dire dans le cas où toute la surface est perpendiculaire au champ) s'écrit:

$$\alpha_{corr} = \frac{\alpha_{mes}}{\varphi} = \frac{\alpha_{mes}}{\sum_{i=1}^n \cos(\theta_i) \frac{S_i}{S}} \quad (130)$$

(le facteur correctif dépend de la forme de la cavité)

Evidemment, plus les anneaux seront nombreux, plus le facteur correctif sera précis. Dans notre cas, nous prenons 15 anneaux de surfaces égales, ce qui facilite le calcul:

$$\alpha_{corr} = \frac{\alpha_{mes}}{0.573} = 0.63 \pm 0.03 \text{ n}\Omega/\text{mG} \quad (131)$$

$$\alpha_{théo} = 0.6 \pm 0.02 \text{ n}\Omega/\text{mG}$$

La comparaison des chiffres montre clairement que la relation $R_s = R_n H/H_{c2}$ est vérifiée. Comme cette dernière est obtenue théoriquement moyennant l'hypothèse 100% de flux piégé, cette dernière hypothèse se trouve ainsi validée (en régime de champ faible).

Compilation des résultats sur la sensibilité au flux piégé: De nombreuses expériences ont déjà été faites pour mesurer cette sensibilité sur des cavités supraconductrices. Nous allons essayer de compléter un travail de compilation des résultats commencé par Matthias Hein (thèse Wuppertal) et concernant les travaux du CERN (Genève), Wuppertal, Cornell, Karlsruhe, Ibaraki (Japon), Booster de Saclay et du GECS (Saclay). Les expériences sur la sensibilité au flux piégé ayant été faites pour différentes fréquences, ceci va nous permettre de confronter la théorie et l'expérience sur un grand intervalle en fréquence (de 81 MHz à 21.5 GHz). Les degrés de pureté du Niobium utilisé pour les cavités supraconductrices étant différents, pour pouvoir effectuer des comparaison nous avons calculé les valeurs théoriques avec les RRR utilisés expérimentalement.

Pour tous les calculs théoriques, nous avons utilisé la même valeur de champ critique B_{c2} . Il faut cependant noter que certains auteurs tels que W. DeSorbo^[43] et C. C. Koch^[44] ont montré une dépendance du champ critique H_{c2} en fonction du RRR pour du Niobium dont le taux d'impuretés se mesurait en pourcent (RRR de l'ordre de 1). Dans notre cas, ce taux est beaucoup plus faible, d'où des valeurs de RRR beaucoup plus importantes; or comme le montre l'article de C. C. Koch, plus la teneur en impureté est faible, moins le champ critique dépend du RRR. Ne pas tenir compte de la dépendance en RRR de H_{c2} semble donc justifié.

En ce qui concerne les corrections géométriques, les résultats du Booster de Saclay^[45] n'ont pas été modifiés: les cavités utilisées étant hélicoïdales avec un champ statique parallèle à l'axe de l'hélice, le coefficient correctif ne peut être que d'un faible pourcentage; cette hypothèse est renforcée par la différence entre théorie et expérience qui n'est que de quelques pourcents. Les résultats du CERN^[46] sont déjà corrigés dans l'article, ainsi que ceux de Karlsruhe^[47] et de Wuppertal^[48]. Les résultats d'Ibaraki^[49] n'ont pas pu être corrigés par manque d'informations et ceux de Cornell provenant de la thèse de F. Palmer étaient déjà effectués par M. Hein.

En ce qui concerne les résultats pour la cavité de modes TE011 et TE021 de Saclay, nous avons effectué les corrections à partir des coefficients géométriques des différentes parties de cette dernière, c'est à dire: un cylindre et deux disques (extrémités):

$$\begin{aligned} f = 4.0 \text{ GHz} \quad G_{cylindre} = 3298 \Omega \quad G_{1 \text{ couvercle}} = 1283 \Omega \quad \alpha_{corr} &= \frac{\alpha_{mesure}}{0.4} \\ f = 5.6 \text{ GHz} \quad G_{cylindre} = 8566 \Omega \quad G_{1 \text{ couvercle}} = 2447 \Omega \quad \alpha_{corr} &= \frac{\alpha_{mesure}}{0.8} \end{aligned} \quad (132)$$

f (GHz)	RRR	sensibilité non corrigée	sensibilité corrigée	théorie	origine
0.081	80	0.2 nΩ/mG	0.2 nΩ/mG	0.19 nΩ/mG	Booster (Saclay)
0.5	110	0.15 nΩ/mG	0.5 nΩ/mG	0.42 nΩ/mG	CERN
1.5	180	0.36 nΩ/mG	0.63 nΩ/mG	0.57 nΩ/mG	GECS (Saclay)
2.17	30		1.9 nΩ/mG	1.61 nΩ/mG	Karlsruhe
2.65	"		2.17 nΩ/mG	1.8 nΩ/mG	"
3.63	"		2.48 nΩ/mG	2.1 nΩ/mG	"
4.00	180	0.38 nΩ/mG	0.94 nΩ/mG	0.91 nΩ/mG	TE011 (saclay)
4.87	30		2.82 nΩ/mG	2.41 nΩ/mG	Karlsruhe
5.6	180	0.83 nΩ/mG	1.03 nΩ/mG	1.05 nΩ/mG	TE021 (Saclay)
6.5	environ 30	2.65 nΩ/mG		3.4 nΩ/mG	Ibaraki
8.6	environ 100		2 nΩ/mG	1.75 nΩ/mG	Cornell
8.6	environ 100	.45 nΩ/mG		1.75 nΩ/mG	cavité recuite de Cornell
21.5	40		4.25 nΩ/mG	4.37 nΩ/mG	Wuppertal

Table 1 Compilation des résultats sur la sensibilité α au flux piégé

Le tableau ci-dessus montre un bon accord entre la théorie sur le flux piégé dans le Niobium et les résultats expérimentaux obtenus dans le monde pour des fréquences allant de 81 MHz à 21.5 GHz. Un certain désaccord apparaît cependant pour la cavité recuite de Cornell; il semble ainsi que sous certaines conditions un recuit puisse diminuer la sensibilité au flux piégé d'une cavité.

N.B: la mesure des sensibilités compilées dans ce tableau ont toutes été effectuées selon la composante du champ magnétique parallèle à l'axe de la cavité, sauf au CERN. Ceci explique que les corrections apportées au résultat expérimental du CERN à 500 MHz et de Saclay à 1.5 GHz soient différentes, alors que la forme des cavités est très semblable.

Dans la figure ci-dessous sont comparées les sensibilités expérimentales (multipliées par \sqrt{RRR} pour s'affranchir du RRR) aux sensibilités théoriques. Seules les valeurs expérimentales corrigées du facteur géométrique apparaissent dans la figure; les autres sont difficilement comparables à la théorie.

$$\alpha_{théo} = \frac{R_s}{H} = \frac{R_n}{H_{c2}} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma_n R R R}}$$

$$\alpha_{exp} = \frac{R_s}{H}$$

Compilation: sensibilité au flux magnétique piégé

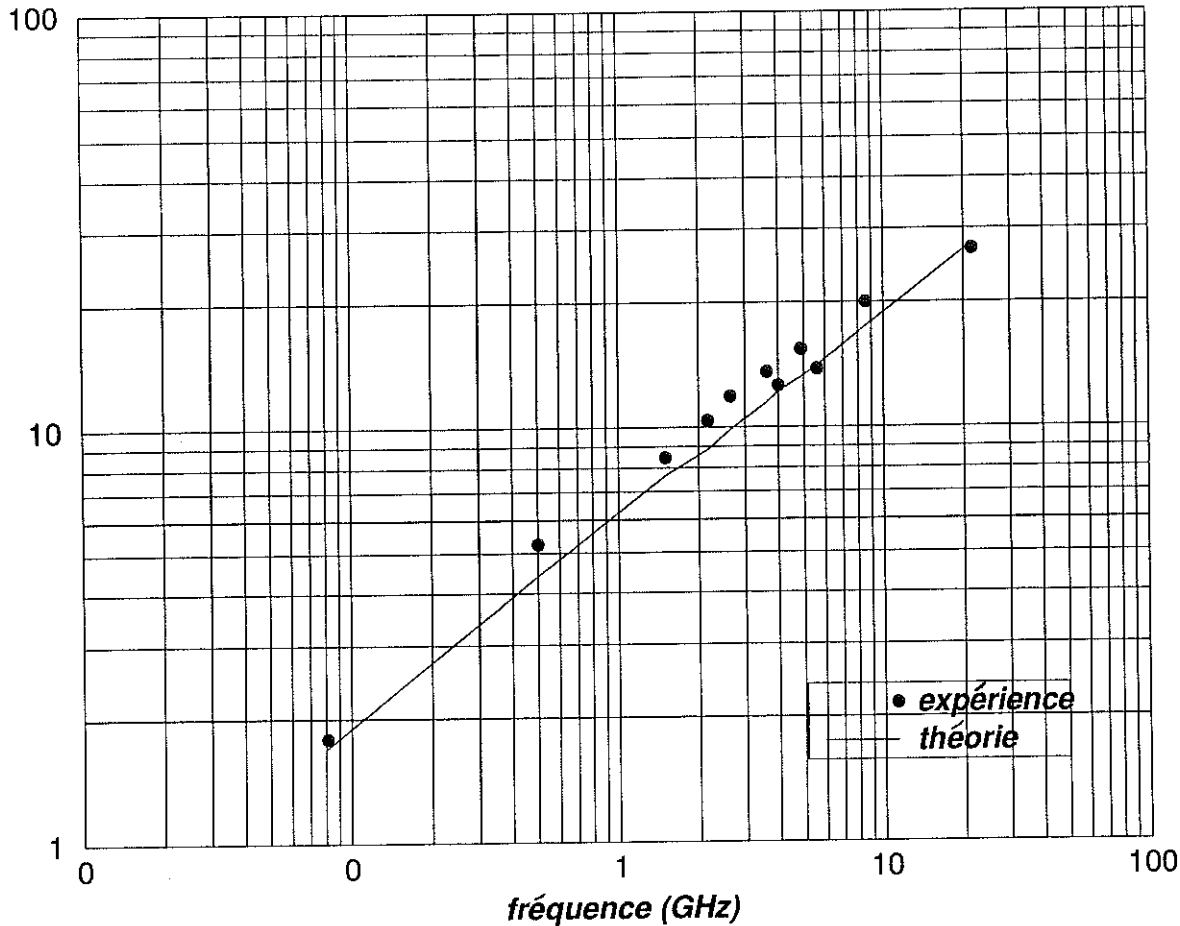


Figure 38 $\alpha * \sqrt{RRR}$ versus la fréquence

La comparaison montre donc un bon accord entre la théorie (supposant une résistance de surface due au flux piégé $R_s = R_n B_a/B_{c2}$) et les résultats expérimentaux. L'accord entre théorie et expérience montre donc que la résistance de surface due au flux piégé a bien une dépendance en racine de la fréquence comme l'indique l'équation donnant la sensibilité théorique (équation 130).

Enfin, tous ces résultats démontrent une fois de plus l'attention qu'il faut porter au blindage des cryostats. Peu de mesures de champ sont effectuées sur les appareillages, il serait pourtant intéressant de le faire; un blindage moins efficace que celui en cryostat vertical pourrait expliquer la détérioration des résultats lorsqu'on passe des cryostats verticaux aux horizontaux. Dans nos cryostats verticaux, 5 à 6 nΩ sur 20 à 25 nΩ sont attribuables au flux piégé.

2.5 Un mécanisme de piégeage: l'oxydation

1) Présentation Après avoir démontré de multiples manières que le Niobium était un supraconducteur où 100 % du champ magnétique présent lors du refroidissement restait piégé (en régime de champ faible), il faut essayer de comprendre par quel mécanisme le piégeage s'effectue. Dans cette optique, l'expérience déjà décrite sur le disque chauffé par un faisceau d'électrons de basse énergie, nous a montré que grossir les grains dans de telles conditions n'apportait pas une diminution décelable du pourcentage du flux piégé.

Certains auteurs, comme Halbritter^[50], considèrent une autre source de piégeage: les précipités d'oxydes. Une cavité traitée de manière habituelle, va être en contact avec l'air. La couche de Niobium va donc avoir tendance à être contaminée par l'atmosphère, et va s'oxyder. La présence de piégeage est révélée par une hystérésis qui apparait dans la courbe de la magnétisation versus le champ extérieur appliqué. Dans cet article, les auteurs ont procédé à une expérience consistant à mesurer la magnétisation, en diminuant par décapage chimique l'épaisseur de Niobium. Ce Niobium avait un RRR de 40 environ, donc contenait beaucoup d'impuretés. Les courbes obtenues montrent que l'hystérésis diminue au fur et à mesure qu'ils diminuent la couche de Niobium exposée à l'atmosphère. Ceci montre que les centres de piégeage sont localisés à la surface du Niobium et qu'il est possible de s'en débarrasser par décapage. Il faut cependant noter que la couche enlevée par décapage chimique est la couche endommagée lors de l'usinage. Le comportement différent suite au polissage chimique peut donc provenir de la disparition des précipités d'oxyde ou des défauts (cassure,...) apportés par l'usinage.

Pour Halbritter, les centres de piégeage sont des précipités fixés près de la surface, qui ont une température critique de 7K environ; précipités constitués de clusters d'oxygène. Ces affirmations sont appuyées par la thèse de Palmer, qui montre des résultats de mesure de résistance résiduelle^[51]; il obtient un pourcentage de flux piégé de l'ordre de 20 % pour une cavité qui ne contient aucun oxyde puisqu'elle n'a pas été en contact avec l'atmosphère, avec un RRR de 280.

Evidemment cette contamination se produit dans nos expériences puisque la cavité est exposée maintes fois lors de son installation.

2) Expérience Afin d'étayer cette hypothèse, nous avons à notre tour recuit une cavité, mais cette fois sous faisceau d'électrons et sous vide, puis nous l'avons testée sans exposer ses parois internes à l'atmosphère. Ceci permet ainsi d'éviter la formation de précipités d'oxyde. Le degré de pureté (RRR) est apparu inchangé après ce recuit.

Nous avons mesuré la résistance de surface R_s pour la cavité refroidie sans champ magnétique appliqué, puis sous un champ de deux Gauss environ. Si tout est piégé, nous avons à 1,5 GHz et avec un RRR de 180 une pente: $\frac{R_s}{H_{appliqué}} = 0,36n\Omega/mG$ par la relation $\frac{R_s}{H_{appliqué}} = \frac{R_n}{H_{c2}}$.

Expérimentalement, sans champ appliqué, $R_s = 22,5 n\Omega$ et pour $H_{appliqué} = 2,25 G$ nous obtenons $R_s = 950 n\Omega$. L'augmentation de la résistance de surface ΔR_s due au flux piégé est donc de $927,5 n\Omega$, ce qui donne une pente de :

$$\frac{\Delta R_s}{H_{appliqué}} = 0,41n\Omega/mG \quad (133)$$

De ce résultat, il ressort que 100 % du flux est piégé (en régime de champ faible), malgré l'absence de précipités d'oxyde. Que faut-il en conclure? A première vue, les expériences menées par Palmer et par nos soins semblent donner des résultats contradictoires. Il n'en est rien si nous regardons d'un peu plus près le déroulement des recuits. Palmer a recuit sa cavité à une température un peu plus élevée (1800 degrés Celsius au lieu de 1700 degrés Celsius) dans un four (et non pas sous faisceau d'électrons) et surtout plus longtemps que dans notre cas. Or la cinétique est très importante: chauffer le Niobium plus longtemps à de telles températures signifie que les impuretés présentes dans le matériau vont migrer vers l'intérieur du supraconducteur et donc disparaître plus ou moins de la surface. De plus, ne

pas exposer la cavité à l'air, revient à laisser la surface libre d'impuretés. Dans notre cas, si les impuretés n'ont pas eu le temps de migrer, elles peuvent encore tout piéger.

Les résultats de ces deux expériences ne peuvent donc pas être concluantes mais donnent un indice sur le mécanisme de piégeage du champ: ce dernier ne semble pas être dû aux précipités d'oxydes (puisque'ils sont inexistantes dans les deux expériences), mais plutôt aux impuretés de surface présentes dans le matériau.

Les résultats d'Halbritter ne contredisent pas cette hypothèse; lors de ces expériences, en enlevant une certaine épaisseur de matériau par polissage chimique, il trouve un piégeage moindre. Mais la couche enlevée est la couche endommagée lors de l'usinage, qui est un véritable repaire de défauts en tout genre. Il en conclut que le piégeage se fait par précipités d'oxyde. *Mais en utilisant les résultats des trois expériences, il semblerait que ce soient plutôt les impuretés ou défauts de surface qui piègent le champ magnétique. Ceci restant bien sûr à confirmer.*

Conclusion: Comme pour les disques, nos cavités piègent 100 % du champ magnétique présent lors du refroidissement (en régime de champ faible). Un cryostat dans lequel le blindage n'aura pas été soigneusement étudié, limitera donc considérablement les capacités des cavités.

Après s'être assurés que le champ magnétique était uniforme dans le cryostat, nous avons donc montré que toute pièce magnétique dans l'environnement d'une cavité pouvait être cause de distorsion et que cette distorsion allait être "enregistrée" par le matériau devenu supraconducteur. Enfin les précipités d'oxyde ne semblent pas être le mécanisme de piégeage, les impuretés de surface semblent être de meilleurs candidats.

2 Effets de distorsion dus à des refroidissements inhomogènes

Les résultats expérimentaux présentés jusqu'ici et concernant le flux piégé, ont été obtenus en refroidissant les disques ou cavités de façon homogène (nous injectons l'Hélium dans le cryostat de telle sorte que la température du disque (ou de la cavité) soit identique en tout point et à tout moment du refroidissement. Dans cette partie sont réunies les observations et tentatives d'explications des distorsions survenues dans les cartes de champ tout au long de nos expériences lors de refroidissements inhomogènes (l'Hélium est alors injecté directement sur une partie du disque (ou de la cavité)).

2.1 Sur disques

1.1 Présentation Nous avons obtenu 100 % de flux magnétique piégé dans les expériences sur disques en refroidissement lent et en régime de champ faible. Nous allons ici présenter les expériences effectuées avec un refroidissement rapide où il s'est avéré que la distribution de flux piégé n'était pas symétrique par rapport au centre du disque. Ainsi, lors d'un refroidissement sous champ rémanent seulement (sans champ statique appliqué), le flux piégé n'était pas du tout identique à celui régnant à température ambiante. Il semblerait qu'il y ait création de champ, lors du refroidissement, ce qui perturbe plus ou moins le champ piégé; ces champs pourraient avoir pour origine des gradients de température (effets thermoélectriques)

ou des pièces environnantes magnétiques. En effet, lors des différentes étapes, un refroidissement plus rapide que les autres a été effectué. L'effet décrit précédemment a été renforcé, avec une dissymétrie beaucoup plus importante. Les deux explications citées ci-dessus sont donc envisageables.

Les disques utilisés après cette découverte de l'effet ont été étudiés avec plus d'attention vis-à-vis de la vitesse de refroidissement. Nous nous sommes aperçus que plus la vitesse de refroidissement était rapide, plus l'effet déjà décrit était important et que ces résultats étaient reproductibles.

1.2 Expériences Pour montrer l'importance de ces effets, les résultats obtenus avec les disques sont présentés ci-dessous. Ces derniers ont été testés dans la situation expérimentale utilisée à l'origine, soit des disques non isolés électriquement (ou thermiquement) et fixés à l'insert à l'aide de vis en inox.

1) Disque Nb RRR = 180 Le champ appliqué lors du cycle est de 300 mG environ. La figure suivante donne la répartition du champ "rémanent" sur le disque au-dessus et en-dessous de la température critique.

Nous savons à ce stade que le champ est piégé à 100% (en régime de champ faible). Donc lors d'un refroidissement à champ appliqué nul, la répartition du champ ne doit pas changer. Or tel n'est pas le cas, comme nous le voyons avec la figure ci-dessous. L'effet n'est pas très important, mais il existe et peut être amplifié comme nous le verrons pour les autres disques.

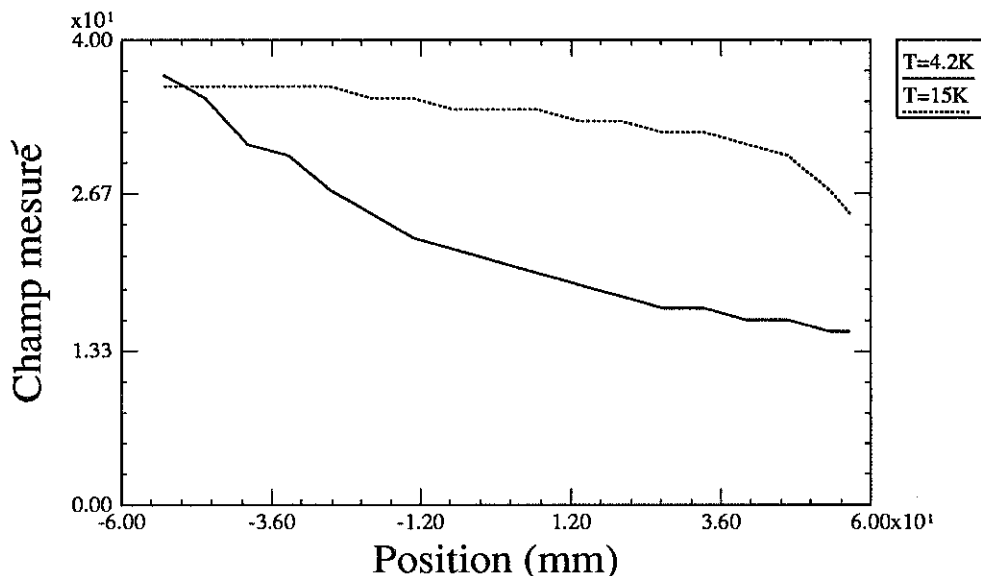


Figure 39 Effets de distorsion sur le Nb 180 (Champ en mG vs la position en mm sur le disque)

N.B: il faut rappeler que ce disque n'était pas isolé thermiquement et que les vis de fixation étaient en inox.

2) Disque NbTiN Les effets ont été remarqués sur ce disque lors d'un refroidissement plus rapide que les autres. Cette fois les différences de champ entre les deux températures déjà citées sont amplifiées, jusqu'à une centaine de milligauss! De plus, deux refroidissements

ont été effectués, et les champs créés sont complètement différents. Sur la figure ci-dessous sont tracées les courbes représentant le champ rémanent existant au dessus de la température critique, et le champ piégé lors d'un refroidissement rapide puis "lent" (la vitesse de refroidissement étant très difficilement contrôlable, il est difficile d'être plus précis).

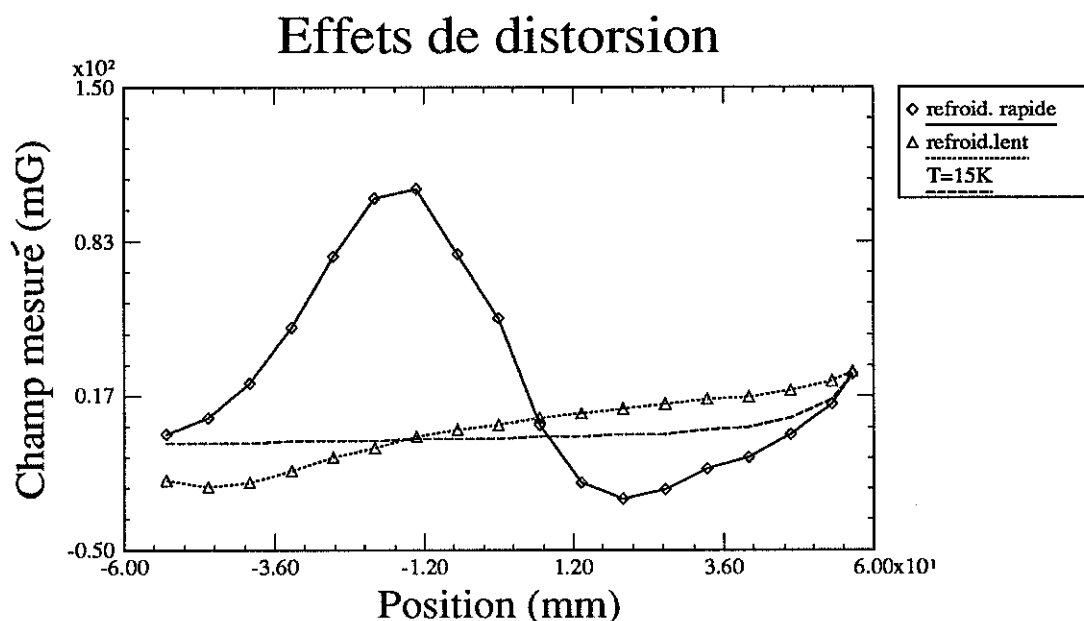


Figure 40 Effets de distorsion observés sur le disque de NbTiN

L'effet observé n'est plus du tout négligeable (il peut provoquer une création de champ d'une centaine de milliGauss pour une vitesse de refroidissement rapide). Lors des tests sur les disques suivants, un "dépistage" systématique de cet effet a été effectué. Il est à noter que si un tel phénomène existait sur les cavités utilisées dans les accélérateurs, cette apparition de champ pourrait être catastrophique au niveau de la dissipation.

3) Disque Nb RRR = 300 Pour ce disque, un refroidissement rapide suivi d'un lent ont été effectués. Les résultats obtenus sont parfaitement identiques à ceux obtenus pour le NbTiN (cf figure ci-dessus).

Il y a donc bien apparition de champ magnétique avec des valeurs allant encore jusqu'à 100mG. Il est intéressant de constater que la carte de champ pour le refroidissement rapide est en tout point identique à celle du NbTiN. Ceci montre que l'effet observé est indépendant de la nature du matériau supraconducteur, donc provient d'éléments extérieurs à ce supraconducteur. Lors du refroidissement lent, la carte de champ est aussi perturbée mais de façon moindre. Pour être sûr que cet effet est propre aux supraconducteurs, nous avons testé un disque de Cuivre (Cf partie suivante).

4) Contre-expériences

Disque de Cuivre Afin de savoir si les effets observés sur les disques étaient liés à la supraconductivité ou à une autre cause, nous avons testé dans les mêmes conditions que les autres un disque de cuivre. Ce dernier n'était pas isolé et les vis inox le reliaient aux colonnettes de fixation. Nous avons refroidi le disque, tout d'abord en présence du champ

rémanent seulement. Les mesures de ce dernier se sont révélées identiques quelque soit la vitesse de refroidissement et quelque soit la température. Ensuite nous avons recommencé avec un champ de 300 mG puis de 3 G.

Les répartitions sur le disque sont identiques que l'on se place à une température de 15 K ou 4.2 K pour les différents champs étudiés. Le disque de Cuivre est totalement transparent au champ magnétique; mais surtout il n'y a aucune création de champ lors d'un refroidissement, qu'il soit lent ou rapide, quel que soit le champ appliqué!

Disque de Nb RRR=300 et NbTiN Pour s'affranchir de ces perturbations, nous avons fait une contre-expérience sur les disques de Nb et NbTiN où les effets avaient été les plus évident, en isolant électriquement les colonnettes . Nous avons de plus changé les vis de fixation en inox qui présentaient des magnétisations de l'ordre d'une centaine de milliGauss.

Nous avons effectué des refroidissements plus ou moins rapides en mesurant le champ rémanent. Les effets ont alors totalement disparus. Quelle que soit la façon de refroidir, il n'y a aucune création de champ dans le disque.

5) Détermination de l'origine de la perturbation

Disque de Nb RRR = 300 Pour déterminer avec précision l'origine de ces distorsions, nous avons refroidi un disque de Niobium de RRR=300 environ, non-isolé thermiquement mais sans aucune vis magnétique. Aucun effet n'est apparu malgré nos efforts pour augmenter la vitesse de refroidissement. Cette expérience permet d'écarter l'hypothèse de courants thermoélectriques comme source de perturbation, puisque les gradients thermiques créés n'apportent aucune distorsion.

Enfin, avec ce même disque, mais isolé thermiquement vis-à-vis des colonnettes de fixation par du Capton, nous avons placé deux vis en Nylon, donc totalement amagnétiques, et nous en avons placé une en inox magnétisée à un Gauss environ. Nous avons placé la canne d'arrivée d'Hélium sur la partie du disque où se situait la vis magnétique; puis nous avons refroidi sans champ appliqué, en essayant de changer la vitesse de refroidissement, ceci en mettant plus ou moins de pression en Helium dans le cryostat. Les effets obtenus sont résumés dans le figure ci-dessous:

Vis magnétique

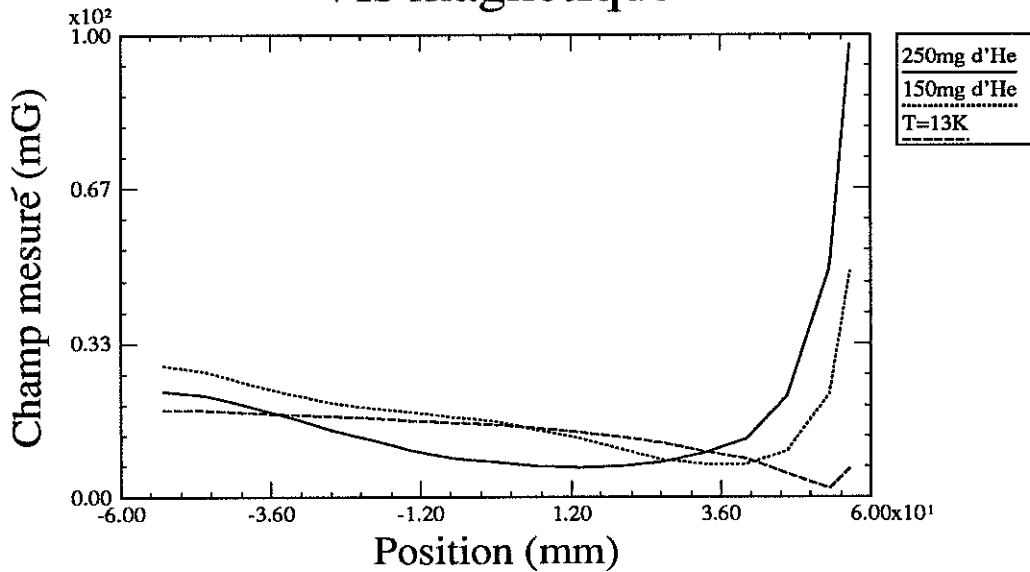


Figure 41 effets de distorsion sur un disque de NB 300

Deux refroidissements ont été effectués. Avec 150mg de pression en Hélium injectés, nous avons réussi à faire apparaître sur un côté de la plaque un champ de l'ordre de 50mG. Pour 250mg, un champ de 100mG est apparu. La distribution du champ magnétique n'est pas identique à celle citée précédemment; mais les trois vis étaient alors magnétiques, donc la magnétisation complètement différente. Nous avons de plus enregistré la réponse de la sonde lors de la transition de la plaque. Cette sonde était placée à la position de 57mm environ, où l'effet magnétique est très important. Cet enregistrement est reproduit qualitativement sur la figure ci-dessous:

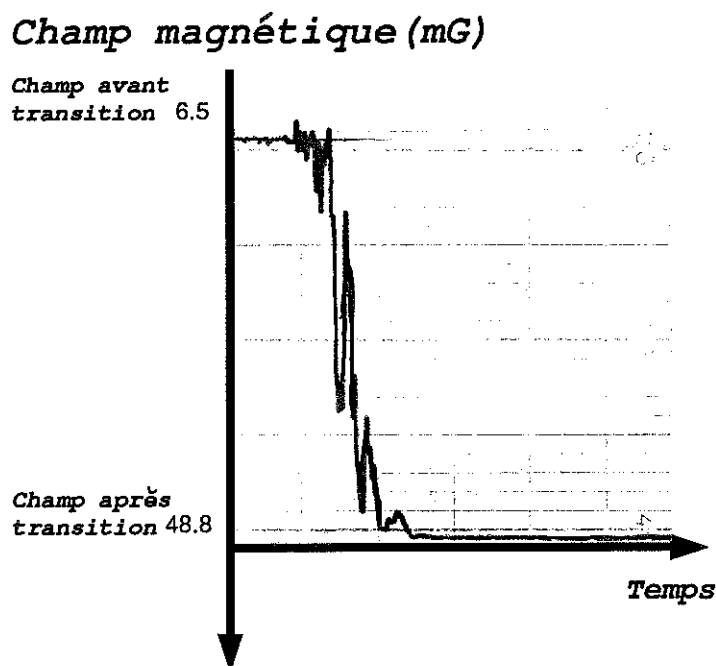


Figure 42 Comportement de la réponse de la sonde à la transition

La hauteur de la marche dépend de la vitesse de refroidissement (comme nous l'avons vu sur les courbes précédentes). Ce phénomène se produit en un temps très court: de l'ordre de la seconde. Le saut représente l'entrée de vortex dans le supraconducteur. Ceci ne se produit pas de manière uniforme, car des cisaillements apparaissent lors de la transition; ces derniers n'existent pas lors du réchauffement du disque.

Ce qui se passe lors de la transition semble être complexe. Une explication possible pour ce comportement serait qu'une partie de la plaque transite et magnétise la vis qui va alors provoquer une augmentation du champ ambiant sur la partie de la plaque encore normale. Cette dernière va alors piéger plus de flux et va aussi magnétiser la vis et ainsi de suite tout au long du disque jusqu'à ce que l'influence de la vis disparaisse. Ceci se produit très rapidement puisque le champ créé par la vis diminue en $1/r^3$. D'où une augmentation du champ magnétique dans la partie proche de la vis.

En effet, la vis inox est un ferromagnétique "mou" (ayant une grande perméabilité μ). Son aimantation rémanente est nulle, mais en présence d'un champ magnétique extérieur, elle s'aimante avec une susceptibilité $\chi = \mu$ (aimantation très élevée). Lors d'un refroidissement uniforme, la susceptibilité de la plaque sera nulle et rien n'apparaîtra. Si au contraire, le refroidissement est inhomogène, une partie de la plaque va devenir supraconductrice en acquérant une susceptibilité $\chi = -1$, va interagir avec la vis qui va alors s'aimanter ($\chi = \mu$) et va créer sur le disque un champ extérieur plus grand que celui qui existait. Mais cette augmentation de champ peut être assez importante pour dépasser le champ critique H_{c2} sur une partie déjà supraconductrice. Dans ce cas, cette partie va redevenir normale un court instant, jusqu'à ce que la température diminue assez pour la rendre supraconductrice, ce qui pourrait expliquer les cisaillements observés.

Sur la figure ci-dessous est reproduit le comportement possible du champ à une position qui ne devient pas supraconductrice dès le départ:

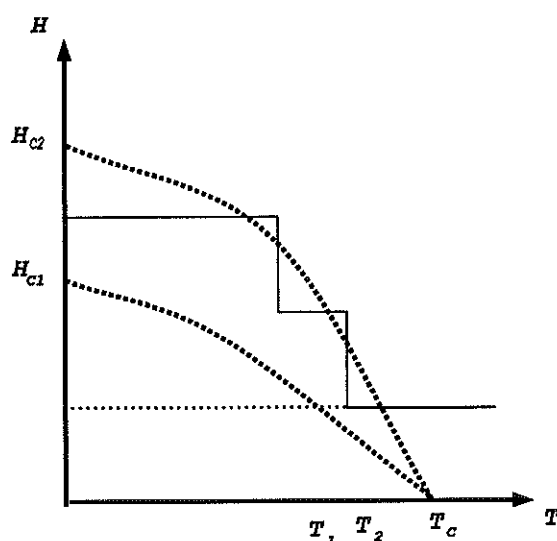


Figure 43 champ magnétique en une position du disque lors d'un refroidissement brutal

Conditions d'existence de la distorsion Il est certain que pour observer ces effets de distorsion, un gradient de température est indispensable (pour faire transiter une partie de la plaque avant l'autre). Mais ce n'est pas suffisant: aussi avons nous testé un disque soumis à un champ magnétique *uniforme* et à un gradient de température; malgré nos efforts, nous

n'avons pu faire apparaître des distorsions. Deux phénomènes sont donc nécessaires pour ces distorsions: un gradient de température avec soit une pièce ferromagnétique soit un gradient de champ magnétique.

Afin de connaître cette deuxième condition, nous avons effectué une expérience permettant de trancher: évidemment en créant un gradient de température, mais aussi un gradient de champ magnétique, sans utiliser de matériau ferromagnétique. Nous avons donc utilisé une petite bobine permettant de créer un gradient de champ plus ou moins important, sur le disque. Nous avons ainsi créé des champs de 6 Gauss au maximum et qui diminuent très rapidement en fonction de la distance d'où un gradient de champ très important. Aucun effet n'a pu être décelé; le disque piège tout le champ magnétique présent au-dessus de la température critique. Il n'y a aucune distorsion de la carte de champ.

L'origine des distorsions survenues dans la carte de mesure de certains de nos disques est donc la magnétisation des vis de fixation.

Il est clair que tous les résultats cités précédemment renforcent l'hypothèse émise sur l'importance du flux piégé. Ainsi le champ régnant dans un cryostat gagne à être parfaitement connu. *En clair, un disque testé dans un cryostat ne comportant aucune pièce susceptible d'être ferromagnétique, ne subira aucun effet de distorsion même lors de refroidissements inhomogènes.*

***Attention:** l'importance des effets, pouvant aller jusqu'à une centaine de milliGauss doit être précisée. Les sondes servant à mesurer ces effets ne mesurent le champ qu'à une distance de 5 millimètres. ceci implique que le champ régnant réellement dans le disque est bien plus important et pourrait conduire à des pertes lors de l'application d'ondes hautes fréquences.*

2.2 Sur cavités

Les deux courbes qui suivent ont déjà été étudiées dans le chapitre consacré au flux piégé dans les cavités. Le point discuté ici n'est plus le flux piégé, mais l'accident qui survient à un endroit précis dans la carte de mesure du champ par les deux sondes déjà décrites et qui semble avoir pour origine la présence de pièces magnétiques (qui jouent le même rôle que les vis de fixation des expériences précédentes) contenues dans les thermomètres servant à élaborer des cartes de températures.

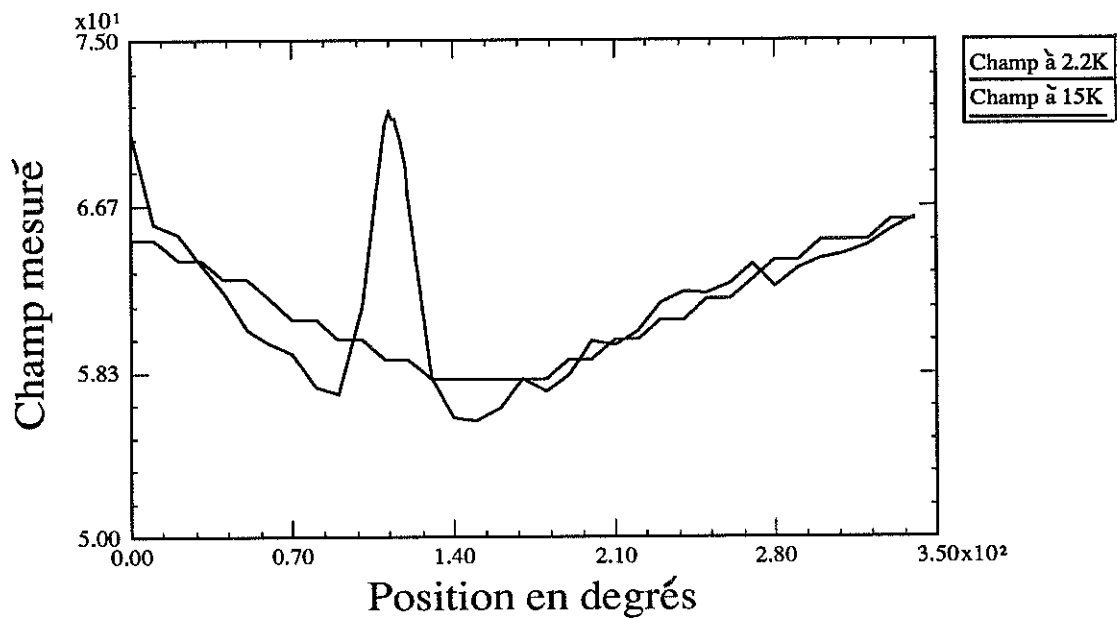


Figure 44 réponse de la sonde à 45 degrés pour une cavité refroidie sous 100 mG

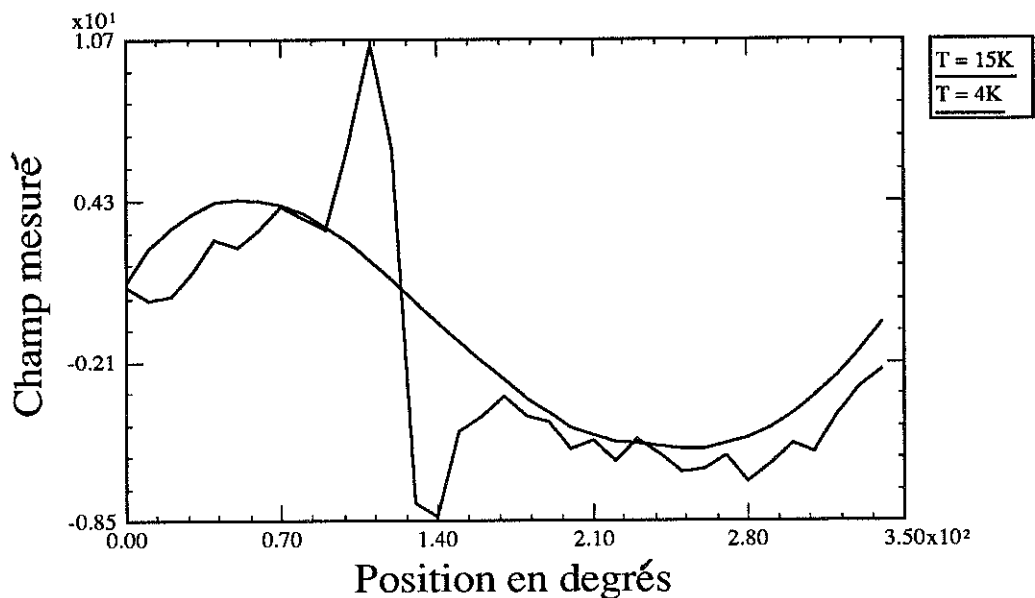


Figure 45 réponse de la sonde parallèle pour une cavité refroidie sous 100 mG

Nous avons refroidi la cavité avant que le bras de température ne soit démagnétisé en changeant la valeur du champ statique appliqué. Ces refroidissements ont été effectués "normalement", c'est à dire sans injection supplémentaire d'Hélium, ce qui permet d'avoir des

gradients de température assez faibles (de l'ordre de quelques milli Kelvins au moment de la transition). Il apparaît que quel que soit le champ appliqué lors du refroidissement, l'amplitude de l'accident détecté reste identique que ce soit en composante parallèle ou perpendiculaire. Chaque fois que le bras a été changé de place, les sondes de Forster ont détecté l'accident à l'endroit où se situait le bras au moment de la transition. Ceci renforce bien l'hypothèse d'une magnétisation de pièces dans le bras de température.

Afin de bien "signer" ce phénomène, nous avons dégaussé le bras de température en changeant les ressorts des thermomètres qui étaient magnétiques. Quant au bras, il restait encore quelques milliGauss de champ.

Cette fois, l'Hélium est injecté directement sur le bas de la cavité, ceci permettant d'obtenir de très forts gradients. Deux sortes de refroidissement ont été effectués (cf figures ci-dessous): un refroidissement très rapide permettant d'atteindre des gradients de l'ordre de 150 K entre le haut et le bas de la cavité quand le bas devient supraconducteur et un moins rapide avec des gradients de l'ordre d'une dizaine de Kelvins. Le bras était placé respectivement à des positions de 170 et 50 degrés. Les sondes détectent donc la distorsion à 240 et 170 degrés (angle entre bras de température et bras de sonde = 120 degrés). Les amplitudes des accidents ont fort peu diminué après la démagnétisation du bras (mais les gradients sont beaucoup plus importants), ce qui montre à quel point il faut apporter un soin extrême à l'environnement de la cavité. La différence en amplitude est évidente selon le gradient de température (le mécanisme de magnétisation est plus ou moins important selon le gradient).

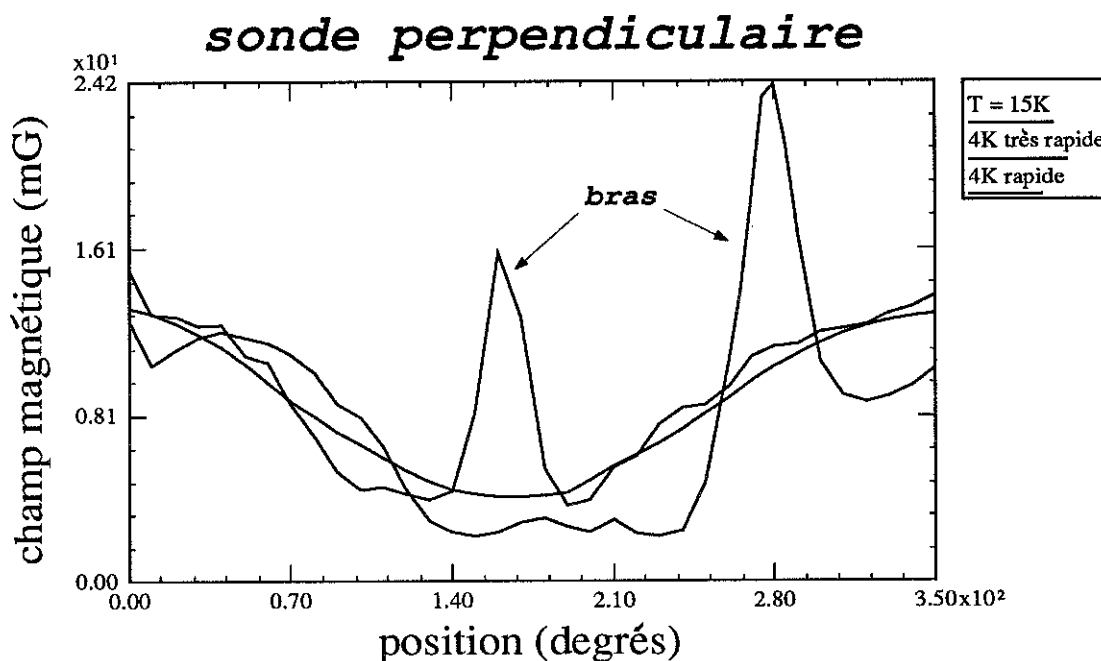


Figure 46 enregistrement de la sonde perpendiculaire avec un bras démagnétisé et de forts gradients

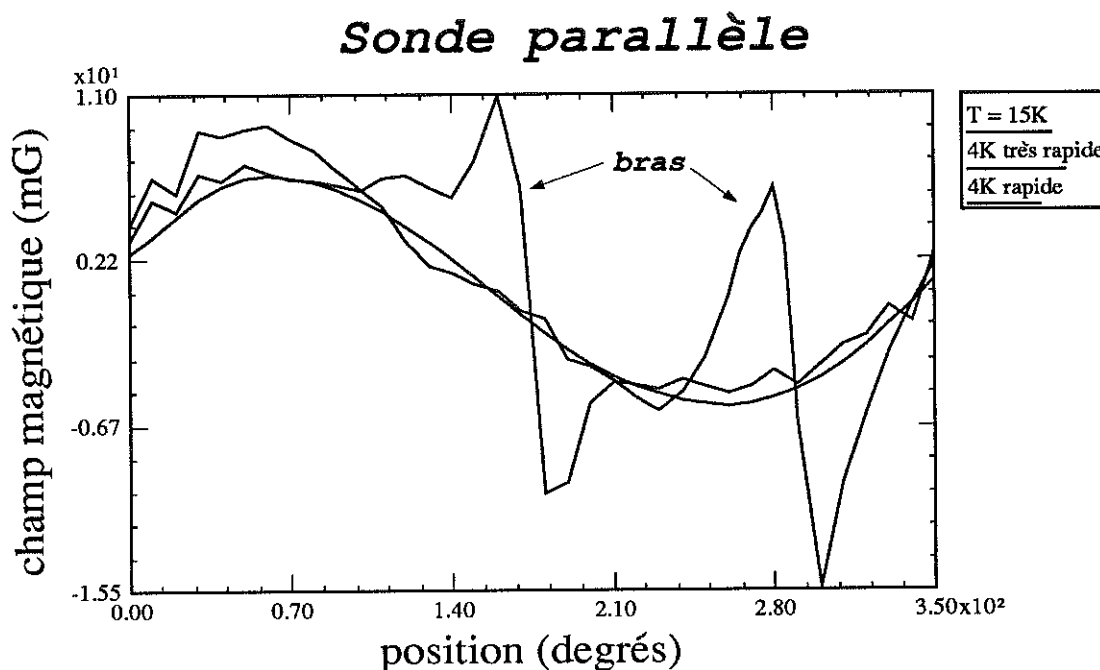


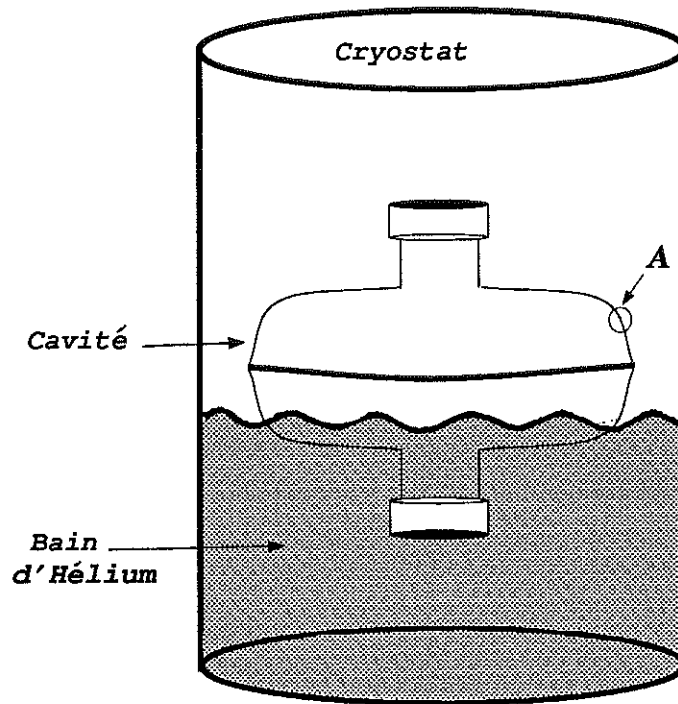
Figure 47 enregistrement de la sonde parallèle avec un bras démagnétisé et de forts gradients

Un dépistage systématique au point de vue magnétique doit être fait sur tout l'appareillage utilisé avant l'expérience. Dans le cas contraire, des effets parasites peuvent être détectés et rendent inexploitable les résultats.

2.3 Effets thermoélectriques

Bien que les sources de distorsion soient maintenant découvertes, il ne faut pas pour autant laisser de côté les effets thermoélectriques. En effet, toute fixation non-isolée thermiquement ou électriquement est une origine possible de perturbation.

3.1 Cavité en cryostat vertical Lors du refroidissement, la cavité subit un gradient de température car l'Hélium remplit peu à peu le cryostat. Or les deux extrémités de cette cavité sont reliées entre elles, nous avons donc deux couples thermoélectriques (au minimum, puisque de nombreux matériaux sont présents dans le circuit qui relie les deux extrémités).



Refroidissement dans l'He

Figure 48 Cavité en cryostat vertical

L'expérience à effectuer est donc de placer des sondes Förster sur la paroi de la cavité pour voir si du champ apparaît et en quelle quantité. Auparavant, nous avons évalué grossièrement l'impact que pourrait avoir une telle création de champ sur la dissipation en cryostat vertical.

1) Estimation Supposons que sous l'effet d'un gradient de température entre les deux extrémités de la cavité, un courant thermoélectrique apparaisse le long de la paroi de la cavité. Il paraît réaliste de considérer ce courant réparti uniformément sur l'épaisseur des parois. Nous avons donc un problème symétrique, dont l'axe de symétrie est l'axe de la cavité. Le champ issu de ce courant va créer des vortex qui vont rester à l'intérieur de la paroi, décrivant ainsi des anneaux.

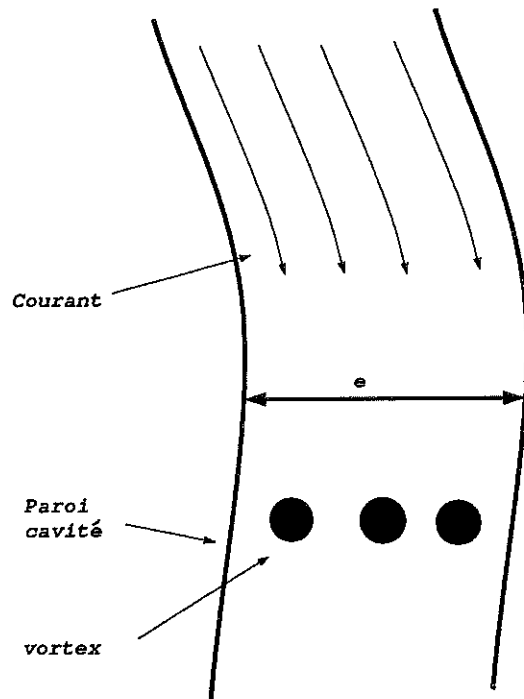


Figure 49 agrandissement de A (figure précédente): position envisagée pour les vortex

Afin de connaître l'influence de tels "anneaux", il est utile d'estimer la dissipation que pourraient produire ces derniers. Soit a la distance entre l'axe de la cavité et la paroi intérieure de celle-ci. En utilisant la symétrie de la cavité, nous pouvons donc utiliser le théorème d'Ampère, qui nous donne:

$$2\pi(a + d)B(d) = 2\pi\mu_0 j((a^2 + d^2) - a^2) \quad (134)$$

$$B(d) = B_{max} \simeq \mu_0 j d$$

où j est la densité de courant provenant du gradient de température, e est l'épaisseur de la paroi et d la distance entre la paroi interne et l'endroit où l'on calcule le champ. Donc : $d \in [0, e]$ La relation entre la distance et le champ est linéaire, il est donc très facile de tracer le champ existant à l'intérieur de la paroi:

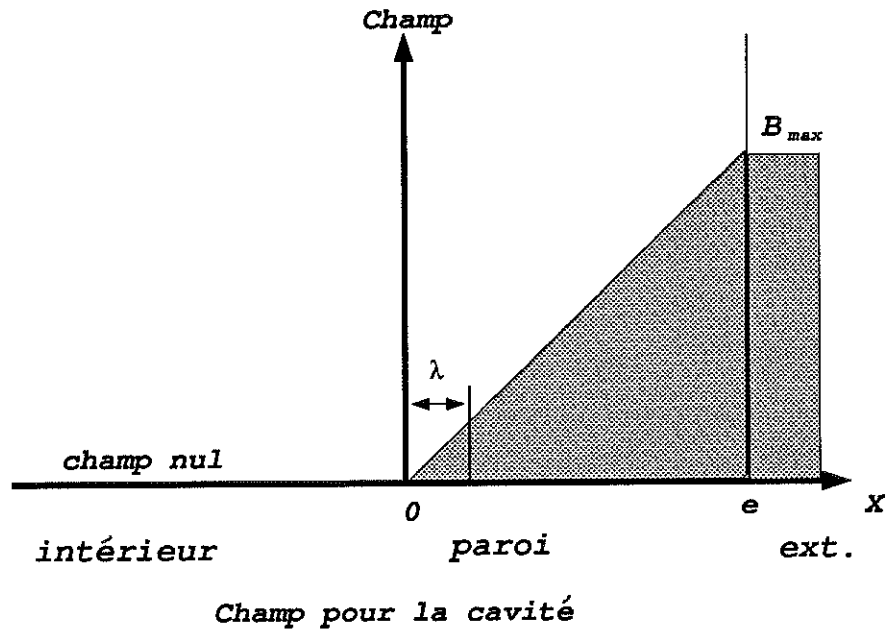


Figure 50 Champ magnétique dans la paroi de la cavité

Le champ est très faible proche de la paroi interne de la cavité. De plus, la dissipation va survenir lors de l'application de la HF. Or les courants HF ne pénètrent la paroi interne de la cavité que sur une épaisseur λ . Il semble bien que ces vortex ne vont pas apporter une grande dissipation lors des essais des cavités en cryostats verticaux.

3.2 Expériences Afin de savoir si les courants électriques existaient, nous avons effectué un refroidissement rapide inhomogène de 300 Kelvins à 4.2 Kelvins en enregistrant la réponse de la sonde sur un disque de Niobium non isolé électriquement en fonction du temps. Les résultats obtenus sont portés sur la courbe ci-dessous:

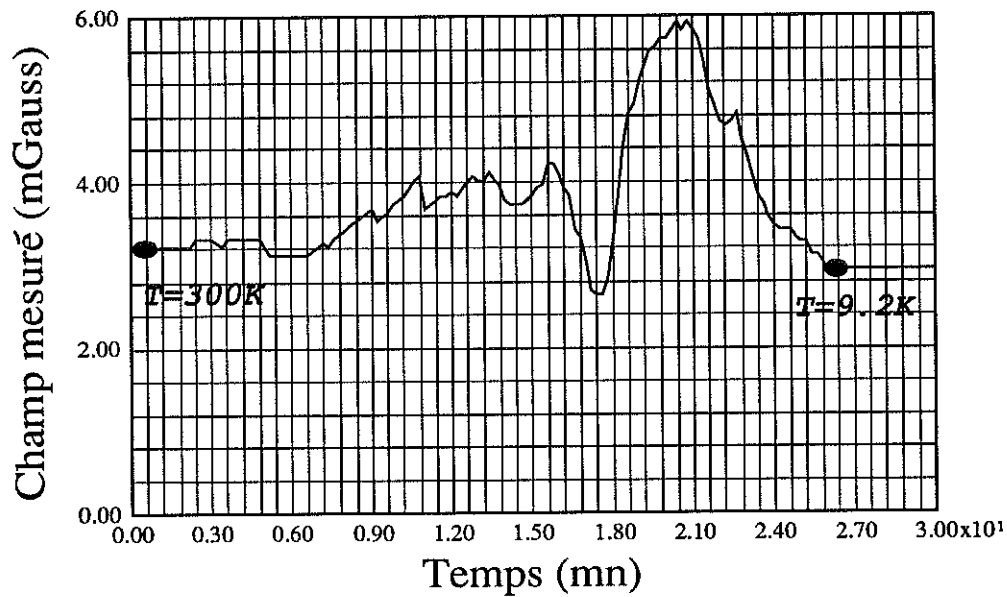


Figure 51 Enregistrement de la réponse de la sonde magnétique en fonction du temps lors d'un refroidissement inhomogène

Cette expérience est en fait très intéressante puisqu'elle semble montrer l'existence de courants thermoélectriques (la réponse de la sonde varie en fonction de la température (donc du temps)); une fois la température critique atteinte, la situation devient totalement figée, la sonde indique toujours la même valeur de champ magnétique (qui est alors piégé). Ce comportement semble donc indiquer l'existence de courants thermoélectriques qui restent piégés à la transition. Lors de l'expérience, nous avons essayé de corréler le gradient de température et l'indication de la sonde magnétique. Dans le cas présenté sur la figure ci-dessus, le gradient était important pour des températures proches de la température critique, puis s'annulait presque totalement à la transition. D'où l'existence probable de ces effets, mais avec très peu de conséquences pour nos expériences puisque le gradient étant faible à $T = T_c$, le champ créé et piégé était faible.

De plus, nous avons refroidi de la même manière que le disque précédent un disque de Cuivre (qui lui ne devient pas supraconducteur, donc qui doit continuer à être parcouru par des courants pour des températures très faibles) et un disque constitué d'un matériau isolant (où cette fois la courbe obtenue doit être plate, puisque aucun courant ne peut être créé): fibre de verre.

cuivre: le cuivre n'est pas supraconducteur aux températures où nous travaillons; comme la situation ne se fige pas brutalement à partir d'une certaine température comme pour le Niobium, il est donc clair que ces distorsions sont d'origine électrique (la supraconductivité piège les courants). De plus, on enregistre bien des distorsions pendant le refroidissement, mais beaucoup plus faibles que celles du Niobium; or le Cuivre est un très bon conducteur thermique et électrique: les courants créés sont amortis.

fibre de verre: Les résultats obtenus pour le disque isolant en fibre de verre sont portés

sur les courbes ci-dessous: La courbe montre bien une évolution de la réponse de la sonde

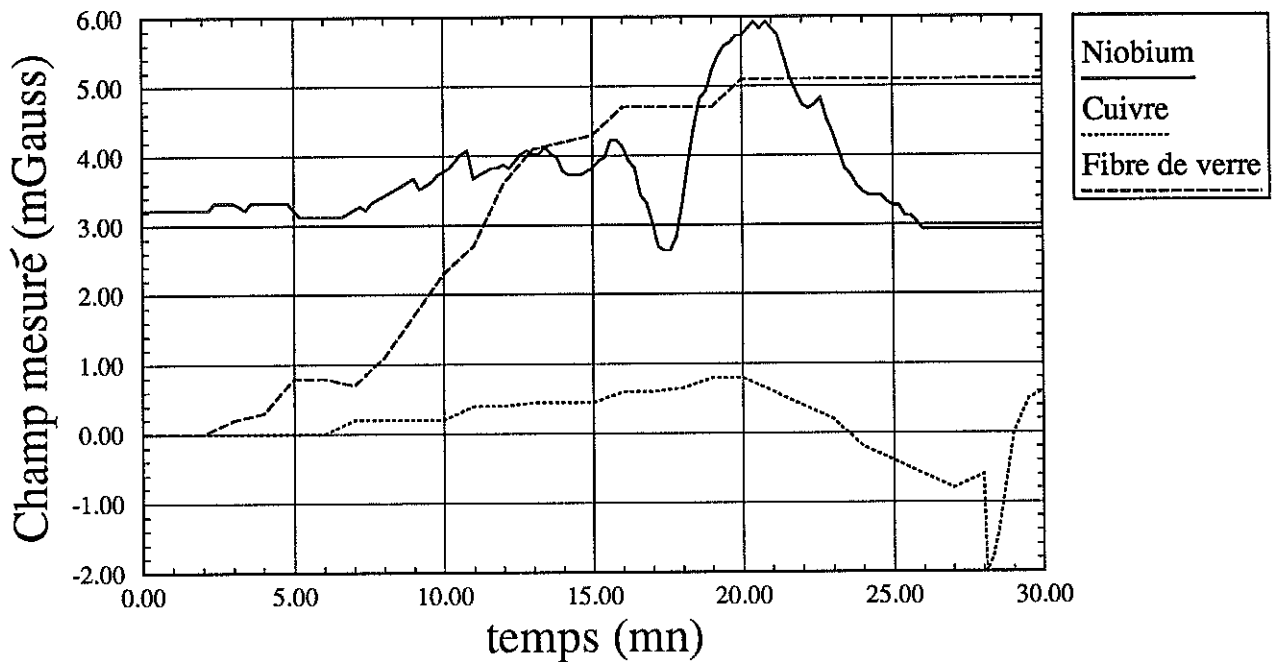


Figure 52 Champ mesuré versus le temps lors d'un refroidissement inhomogène

due à la variation de la température, mais il n'existe pas de distorsions comparables à celles enregistrées pour le disque de Niobium. Cette absence signe bien l'origine des effets: ils sont d'origine thermoélectrique.

Les distorsions ont disparu pour le disque isolant, ce qui démontre que l'origine est bien électrique, ainsi que pour le disque de Cuivre, ce qui démontre que la disparition des effets est liée à la supraconductivité. Des courants thermoélectriques surviennent donc lors des refroidissements, mais ils sont négligeables pour le refroidissement des cavités en cryostat vertical. Il n'est pas dit qu'ils soient encore négligeables en cryostat horizontal où la géométrie est différente (couples thermoélectriques disposés différemment) et où le refroidissement est très inhomogène.

Les distorsions décelées dans les cartes de champ magnétique proviendraient de pièces magnétisées ou magnétisables dans le cryostat. Lors de refroidissements plus ou moins rapides, l'effet des pièces serait plus ou moins important sur la cavité. Toute partie de l'appareillage qui serait ferromagnétique serait source de champ magnétique dans les parois de la cavité et pourrait provoquer de fortes perturbations.

3 Application du flux piégé en thermométrie

Des cartes de températures ont été effectuées pour localiser les lieux de dissipation en haute fréquence, la localisation des vortex et connaître la sensibilité au flux piégé. De plus, en faisant un peu de thermométrie, il va être possible de tracer une carte de température théorique et de la comparer à l'expérience.

Avant d'aller plus loin, il est bon de faire quelques rappels.

3.1 Rappels et définition

1) Facteurs de surtension et de couplage Les ondes hautes fréquences sont injectées dans la cavité par l'intermédiaire d'antennes. Notre cavité comporte deux antennes: une qui sert à injecter l'onde HF et à mesurer l'onde réfléchie, l'autre à mesurer l'onde transmise.

Des pertes par rayonnement se produisent lors de l'injection et de la transmission de l'onde haute fréquence. Un coefficient rend compte de ces pertes: le facteur de surtension Q . Chaque antenne a un facteur de surtension: Q_i pour l'onde incidente, Q_t pour la transmise et enfin Q pour la cavité.

On peut alors obtenir le facteur de surtension chargé qui est directement mesurable expérimentalement et est défini par:

$$\frac{1}{Q_{charge}} = \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_t} + \frac{1}{Q} \quad (135)$$

Entre les antennes et la cavité existe un couplage dont on tient compte par les facteurs de couplage β . Par définition, le facteur de couplage entre l'antenne x et la cavité est:

$$\beta_x = \frac{Q}{Q_x} \quad (136)$$

Selon la valeur du facteur de couplage incident β_i , la cavité est:

- sous-couplée $\beta_i \leq 1 \quad P_e \leq P_i$
- au couplage critique $\beta_i = 1 \quad P_i = P_e$
- sur-couplée $\beta_i \geq 1 \quad P_e \geq P_i$

P_i est la puissance incidente et P_e la puissance émise quand on coupe la HF. Quant au facteur de couplage pour l'antenne transmise, on s'arrange pour qu'il soit différent de 1 (< 1 les pertes dues à l'antenne sont inférieures à celles dues à la cavité).

Pour les cavités étudiées, nous essayons de nous placer dans la configuration du couplage critique.

2) Le coefficient de surtension Q d'une cavité Cette quantité est très intéressante puisque elle est directement mesurable sur une cavité et est reliée à la résistance de surface par:

$$Q = \frac{G}{R_s} \quad G = 280 \quad (138)$$

G est un facteur géométrique et R_s la résistance de surface.

Le coefficient de surtension est mesuré par la méthode de décrétement. On déduit le coefficient Q qui rend compte, comme le montre la relation ci-dessus, de la dissipation dans la cavité lors de l'application de la haute fréquence, du temps de décroissance τ de la puissance de l'onde haute fréquence dans la cavité. En fait, nous obtenons expérimentalement le coefficient déjà cité Q_{charge} :

$$Q_{charge} = \omega_0 \tau \quad (139)$$

où ω_0 est la fréquence de résonance de la cavité. On mesure pour cela le temps t au bout duquel la puissance P , qui décroît en $\exp(-t/\tau)$, est égale à la moitié de la puissance injectée P_0 , soit:

$$P = \frac{P_0}{2} \text{ quand } e^{-t/\tau} = \frac{1}{2} \quad (140)$$

$$t = 2 \ln(2)$$

D'où l'expression pour le coefficient de surtension chargé:

$$Q_{charge} = \frac{\omega t}{\ln(2)} \quad (141)$$

Il est alors très facile de tirer le facteur de surtension de la cavité à partir du facteur chargé, connaissant les coefficients Q_i et Q_t .

3) Les thermomètres La réponse des thermomètres utilisés est optimale à une température voisine de 2 Kelvin. Pour arriver à ces températures, il faut pomper sur le bain à partir de 4.2 Kelvin.

Ce genre de thermomètres a une sensibilité de 2% environ pour des températures de 1.8K.

4) Les cartes de températures Pour avoir la meilleure réponse des thermomètres, on effectue des cartes à environ 2 Kelvins. Différentes cartes de température sont effectuées. Elles sont de deux types:

– Les cartes effectuées en “subcool”, c’est-à-dire à une température (2.2 Kelvin) et à pression normale, où l’Hélium est dans son état fluide: Hélium I

– Celles effectuées en “superfluide”, c’est-à-dire à une température de 2.1 Kelvin, où l’Hélium a transité (à 2.14 Kelvin) dans son état superfluide: Hélium II

Les deux sortes de cartes sont enregistrées, car les deux phases de l’Hélium n’ont pas le même coefficient de transfert de chaleur: le type II évacue beaucoup mieux la chaleur provoquée sur les parois de la cavité par dissipation que le type I, mais il oblige à descendre plus bas en température.

Ces cartes sont enregistrées à partir des thermomètres répartis sur un méridien de la cavité et qui effectue une rotation de 360 degrés via un bras mécanique. Ceci permet de localiser la dissipation dans la cavité.

5) Le quench thermique Une fois la cavité refroidie, elle est alors prête à être utilisée pour accélérer des particules en faisant passer des ondes électromagnétiques hautes fréquences dans la couche de Niobium. Pour une cavité verticale, il n’est pas question d’accélérer des particules, mais des ondes peuvent être envoyées pour tester la cavité.

Ces ondes sont en fait le fruit d’un champ accélérateur E_{acc} mesuré en MeV/m. Plus ce champ est important, plus la dissipation augmente. Il en résulte des échauffements locaux dans la cavité que le bain d’hélium va devoir absorber. Si cette dissipation devient trop importante, la chaleur dégagée ne pourra plus être évacuée par le bain. La zone chaude de la cavité finira alors par devenir instable: cette situation est appelée quench thermique.

3.2 Théorie

Il est possible de déterminer une carte de température théorique à partir de relations connues.

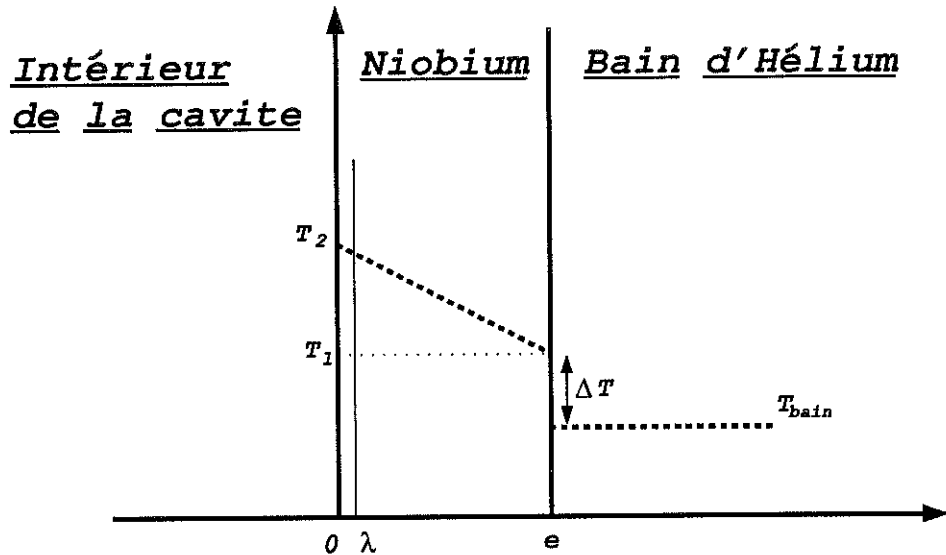


Figure 53 Echauffement prévu

Dans un premier temps, il faut détailler quelque peu le phénomène de dissipation qui survient lors du passage de l'onde haute fréquence dans la cavité. Cette onde transite sur la paroi interne de la cavité, sur une épaisseur λ . La résistance de surface de la cavité n'étant pas nulle, une certaine dissipation se produit, portant la température de cette surface à T_2 ; la puissance dissipée par unité de surface s'écrit:

$$\frac{P}{A} = \frac{1}{2} R_s(T_2, B_a) H_{RF}^2 \quad \text{Watts/cm}^2$$

$$R_s(T_2, B_a) = R_{res}(B_a) + R_{BCS}(T_2) \quad (142)$$

$$R_{res}(B_a) = R_{flux\ piégé}(B_a) + R_{autres}$$

où B_a est le champ magnétique constant appliqué lors du refroidissement. La résistance résiduelle est séparée en deux parties: une due au flux piégé et l'autre rassemblant les autres causes (d'une valeur de $19 \text{ n}\Omega$ dans notre expérience).

La résistance résiduelle en un certain point x , due au flux piégé peut quant à elle s'exprimer sous la forme:

$$R_{flux\ piégé}(B_a, x) = R_{normale} \frac{B_a}{B_{c2}} \sin(\theta_x) \quad \text{n}\Omega \quad (143)$$

θ_x est l'angle entre le champ appliqué B_a lors du refroidissement et la tangente à la paroi au point x .

La conductivité thermique du Niobium n'étant pas parfaite, la température à l'interface Niobium bain est à $T_1 < T_2$. Connaissant la conductivité thermique λ_{Nb} et l'épaisseur de la tôle e , la puissance thermique s'écrit alors:

$$\frac{P}{A} = \frac{\lambda}{e}(T_2 - T_1) \quad \text{Watts/cm}^2 \quad (144)$$

Enfin, à l'interface Tôle-bain, une discontinuité survient en température; l'expression de la puissance dépend de la température du bain T_{bain} . Si celle-ci est inférieure au point lambda, c'est-à-dire en régime d'Hélium II (superfluide):

$$\frac{P}{A} = H_k \Delta T \quad \text{Watts/cm}^2 \quad (145)$$

Sinon, pour l'Hélium I, la puissance s'écrira:

$$\frac{P}{A} = C(\Delta T)^n \quad \text{Watts/cm}^2 \quad (146)$$

Pour notre cas, les cartes ont été enregistrées en Hélium I. Cette relation sera donc utilisée. Les constantes C et n sont en fait très mal définies dans la littérature; les résultats expérimentaux nous permettront donc d'en estimer leurs valeurs avec plus de précision.

Le principe de calcul est simple: nous connaissons expérimentalement H_{RF} , R_{BCS} , T_{bain} , R_{res} , il est alors possible, en égalisant les expressions des puissances de remonter à la valeur ΔT qui est directement mesurée par nos thermomètres, ceci pour différentes valeurs de champ appliqué lors du refroidissement. Nous avons donc fait varier les valeurs des constantes pour obtenir des résultats comparables. Les résultats expérimentaux ont été obtenus à des températures où la résistance BCS (partie de la résistance de surface dépendant de la température) est importante; comme on suppose que toutes les parties de la cavité sont à la même température, ceci permet de considérer que l'échauffement est identique pour tous les thermomètres. Nous pouvons donc appliquer cette calibration (détermination des coefficients C et n) à tous les thermomètres (ce qui ne serait pas le cas avec la résistance résiduelle dont la valeur est locale). Les résultats obtenus comparés aux résultats expérimentaux sont réunis dans le tableau ci-dessous:

Champ appliqué	Champ accélérateur	T_{bain} (147)	$\Delta T_{expérience}$ (148)	$\Delta T_{théorique}$ (149)
1139 mG	6 MeV/m	2.3 K	1272 mK	1254 mK
314 mG	6 MeV/m	2.3 K	524.5 mK	524.5 mK
11.78 mG	6 MeV/m	2.2 K	225 mK	225 mK

Table 2 Comparaison entre échauffements théoriques et expérimentaux

Ces résultats ont été déterminés pour les valeurs de constantes suivantes:

$$C = 149 \quad n = 1.4 \quad (150)$$

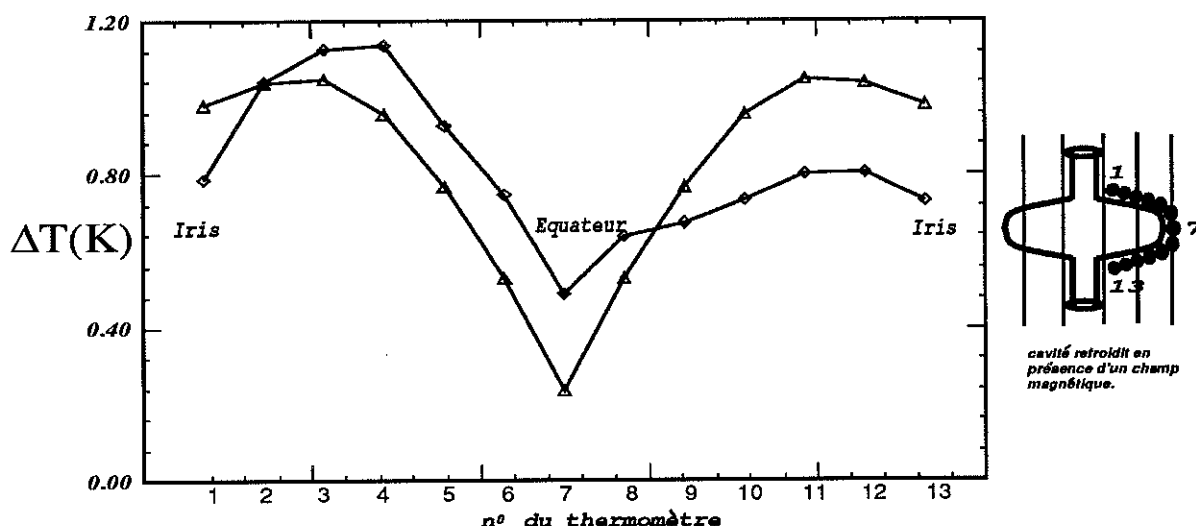
Une fois ces valeurs déterminées, nous avons pu faire tourner notre programme pour déterminer pour chaque thermomètre le ΔT que nous devrions obtenir expérimentalement;

ceci connaissant l'angle entre la surface et le champ, le champ accélérateur, le champ appliqué, les constantes, la température du bain. L'échauffement a ainsi été déterminé pour les treize thermomètres du bras de température, en supposant que 100 % du flux présent lors du refroidissement est piégé.

Pour connaître le champ haute fréquence accélérateur en chaque point où sont situés les thermomètres, nous avons utilisé un programme de simulation (URMEL) en introduisant les caractéristiques de la cavité utilisée ainsi que le mode d'excitation.

3.3 Résultats

Lors des relevés des cartes de températures, nous avons refroidi la cavité sous un champ magnétique appliqué de 1.14 Gauss. Ci-dessous sont portés les résultats obtenus dans l'expérience et ceux obtenus théoriquement en utilisant le jeu de paramètres déterminés ci-dessus. La carte a été relevée en sub-cool.



Echauffement dû au flux piégé mesuré sur une cavité. La ligne avec les symboles Δ représente les résultats du modèle thermique supposant 100% de flux piégé:

$$R_s = R_n \frac{B_{\text{applied}}}{B_{\text{cr}}}$$

En abscisse sont portés les numéros des thermomètres et en ordonnée l'élévation de température à l'interface Niobium-bain d'Hélium. La différence entre les deux courbes est due principalement aux effets de convection se produisant dans le cryostat entre le haut et le bas de la cavité, ainsi qu'à la calibration qui a été faite globalement pour tous les thermomètres, alors que la résistance résiduelle due au flux piégé est locale. Cependant, la forme de la courbe théorique calculée pour 100 % de flux piégé est très proche des résultats expérimentaux; cette hypothèse est donc renforcée par la thermométrie. Il faut enfin noter que les valeurs des paramètres C et n semblent très dépendantes des conditions expérimentales: efficacité des thermomètres,...

Le saut en température à l'interface Niobium-bain (donc la dissipation) semble moins important sur l'équateur et aux iris; en effet, le champ magnétique est moins piégé à ces endroits: la composante dominante du champ est selon l'axe de la cavité; plus l'angle entre

la tôle de Niobium et le champ se rapprochera de 90 degrés, plus les lignes de champ traverseront la tôle, donc plus le champ sera piégé.

Conclusion: Nous avons montré que les effets thermoélectriques existaient bien lors des refroidissements et qu'ils étaient négligeables pour nos expériences en cryostat vertical. Ceci n'est pas à considérer comme un résultat définitif; dans chaque expérience, il est préférable de s'en assurer. De même, une étude préalable de l'environnement au niveau des pièces magnétisables est à effectuer pour éviter que du champ magnétique soit créé.

Cependant, le flux piégé peut avoir un côté positif, puisqu'il peut être un outil de calibration de la thermométrie utilisée dans une expérience pour détecter les zones de dissipation. Par un étalonnage des thermomètres, il peut permettre de calculer leur efficacité et montrer quel crédit il faut donner aux résultats.

4 Conclusion et résultat

Après une étude théorique qui nous a permis d'établir la contribution du flux magnétique piégé dans le Niobium à la résistance de surface résiduelle, nous avons déterminé expérimentalement le pourcentage de flux piégé dans des échantillons à géométrie simple (disque plan) et dans nos cavités accélératrices: 100 % du flux magnétique présent lors du refroidissement reste piégé dans l'état supraconducteur du Niobium pour des champs allant jusqu'à 3 Gauss (donc en régime de champ faible); ceci semble en contradiction avec l'effet Meissner qui prédit une expulsion totale des lignes de champ pour des températures inférieures à la température critique (en fait, ce dernier n'est vérifié que pour des matériaux ultra-purs). Une fois ce pourcentage connu, nous avons donc été en mesure d'estimer la contribution du flux piégé à la dissipation survenant dans une cavité.

Afin de s'affranchir partiellement de ce mécanisme de dissipation, nous avons dans un cryostat, dépisté puis remplacé toutes les pièces magnétisables et amélioré le blindage de façon à atteindre un champ rémanent de l'ordre du milliGauss. En effectuant quelques modifications supplémentaires (changement de pièces en Inox en pièces en Niobium et utilisation d'un matériau plus pur) dont nous avons estimé la contribution à la dissipation (de l'ordre de 12 n Ω pour la première et négligeable pour l'autre), la mesure de la résistance de surface résiduelle est passée de 25 n Ω à 4,2 n Ω , valeur jamais atteinte auparavant à Saclay! La figure ci-dessous montre la courbe de la résistance de surface en fonction de la température. La résistance de surface résiduelle est obtenue en soustrayant à la résistance de surface totale la résistance Bardeen-Cooper-Schrieffer déjà vue, ceci pour les faibles températures.

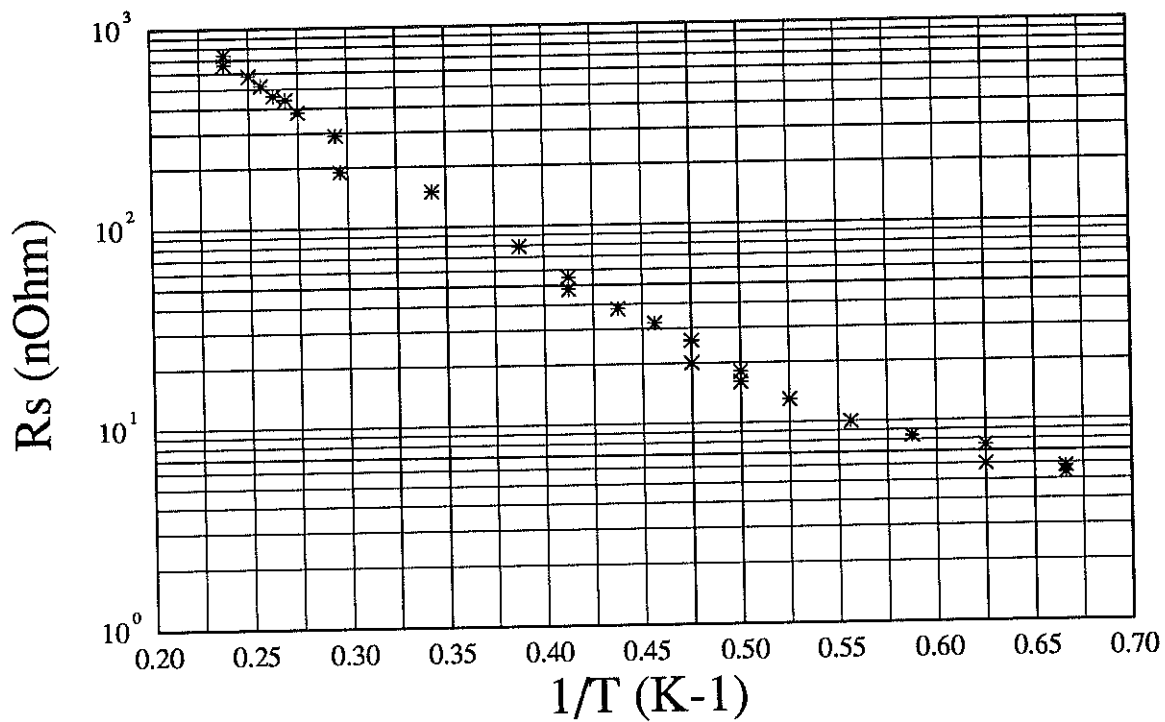


Figure 54 Courbe de la résistance de surface en fonction de la température

Cette valeur de résistance de surface résiduelle peut être encore améliorée en étudiant d'autres mécanismes de dissipation. Pour ce faire, nous allons aborder dans le chapitre suivant le problème de la structure polycristalline du Niobium.

C
La supraconductivité granulaire



I Présentation

Cette partie sera consacrée à l'évaluation de l'ordre de grandeur de la résistance résiduelle due à l'existence de joints dans les supraconducteurs polycristallins.

En effet, la structure des supraconducteurs est en général polycristalline. Le supraconducteur est alors composé de grains plus ou moins gros, selon le traitement appliqué à l'échantillon étudié (un passage dans un four peut augmenter la taille des grains), séparés par des joints. Ces derniers sont des régions où les propriétés supraconductrices sont plus ou moins affaiblies (ils sont appelés liens faibles); elles ne peuvent être éliminées totalement par un traitement et vont donc être sources de dissipation.

Par exemple, l'YBaCuO est un supraconducteur notoirement granulaire, et cette granularité donne en effet naissance à une résistance résiduelle. Le Niobium des cavités aussi est polycristallin, d'où l'idée naturelle d'appliquer les concepts (probablement avec des ordres de grandeur différents) habituellement utilisés pour estimer la dissipation dans les joints de l'YBaCuO.

Deux approches à première vue différentes peuvent être utilisées pour évaluer la résistance due à une telle structure. La première repose sur une analogie entre un supraconducteur composé d'un réseau de jonctions Josephson et un circuit électrique: c'est le modèle "Resistive Shunted Junction" (RSJ) qui sera présenté avec deux prescriptions différentes. La seconde utilise le modèle à deux fluides appliqué aux deux courants en présence dans un supraconducteur: le courant normal et le courant de paires de Cooper.

Aussi, après avoir exposé les deux approches citées précédemment, nous essaierons de les généraliser afin d'obtenir un formalisme applicable à tout type de supraconducteur. Après une étude approfondie de ce dernier, nous l'utiliserons pour évaluer la contribution des joints du Niobium à la résistance de surface résiduelle.



II La jonction Josephson

La structure polycristalline est en général modélisée par un réseau de jonctions Josephson. Avant d'entrer plus en détails dans la description des formalismes existant, nous allons décrire le concept d'une telle jonction et les éléments qui lui sont associés.

1 Effet Josephson

Dans un supraconducteur, les électrons appelés supraconducteurs sont appariés en paires de Cooper et de ce fait forment un courant non-dissipatif. Leur densité est représentée en un point et un temps donnés par la fonction d'onde:

$$\psi(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)| e^{i\varphi(\vec{r}, t)} \quad (1)$$

Toutes les paires de Cooper ont la même phase dans un supraconducteur. Des variations en temps et en position de la phase peuvent apparaître en présence de potentiels vecteurs et de courants.

Pour un supraconducteur isolé, massif, les valeurs de la phase et du module du paramètre d'ordre restent inchangées quelque soit la position; la valeur de la phase est déterminée à une constante près. Si on applique et on maintient une différence de phase entre deux supraconducteurs proches l'un de l'autre, un courant de paires de Cooper apparaît entre ces derniers. De plus, si la région de contact entre les deux supraconducteurs a des propriétés supraconductrices affaiblies, le courant critique dans cette région intermédiaire est plus faible que dans les supraconducteurs. Le système peut alors être décrit comme une jonction Josephson. On peut ainsi avoir une région normale, isolante,... entre les deux supraconducteurs: jonction SNS, SIS,...

Afin d'aboutir aux équations permettant d'obtenir une expression pour le courant non-dissipatif, Josephson utilise les équations de Schrödinger couplées qui décrivent le comportement des fonctions d'onde Ψ_1 et Ψ_2 de chaque partie supraconductrice de la jonction (donc de chaque grain):

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial t} = -\frac{i}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} [W_1 \psi_1 + K \psi_2] \quad \text{et} \quad \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = -\frac{i}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} [W_2 \psi_2 + K \psi_1] \quad (2)$$

$$\psi_j = |\psi_j| \exp(i\chi_j) \quad \text{avec} \quad j = 1, 2$$

le couplage est symétrique et décrit par une constante K.

En insérant les expressions pour les fonctions d'onde dans les équations et en séparant les parties imaginaires et réelles, il vient:

$$\frac{1}{2} \frac{\left(\frac{d|\psi_1|^2}{dt}\right)}{|\psi_1|} = \frac{K}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} |\psi_1| \sin \chi \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{d|\psi_2|^2}{dt}\right)}{|\psi_2|} = -\frac{K}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} |\psi_2| \sin \chi$$

$$|\psi_1| \frac{\partial \chi_1}{\partial t} = -\frac{2\pi}{h} [W_1 |\psi_1| + K |\psi_2| \cos(\chi)] \quad \text{et} \quad |\psi_2| \frac{\partial \chi_2}{\partial t} = -\frac{2\pi}{h} [W_2 |\psi_2| + K |\psi_1| \cos(\chi)]$$

$$\text{avec } \chi = \chi_1 - \chi_2 \quad (3)$$

Des deux premières équations, nous déduisons que :

$$\frac{\partial |\psi_1|^2}{\partial t} = -\frac{\partial |\psi_2|^2}{\partial t} \quad (4)$$

Enfin, en considérant que les deux supraconducteurs décrits ici sont identiques et donc que:

$$|\psi_1|^2 = |\psi_2|^2 \quad (5)$$

Nous obtenons les équations de Josephson:

$$j = j_c \sin \chi \quad \text{et} \quad \frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{2eV}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} \quad (6)$$

Ce courant est un courant de paires de Cooper donc non dissipatif; il circule entre les supraconducteurs (donc entre les grains pour notre cas) et dépend de leur différence de phase χ :

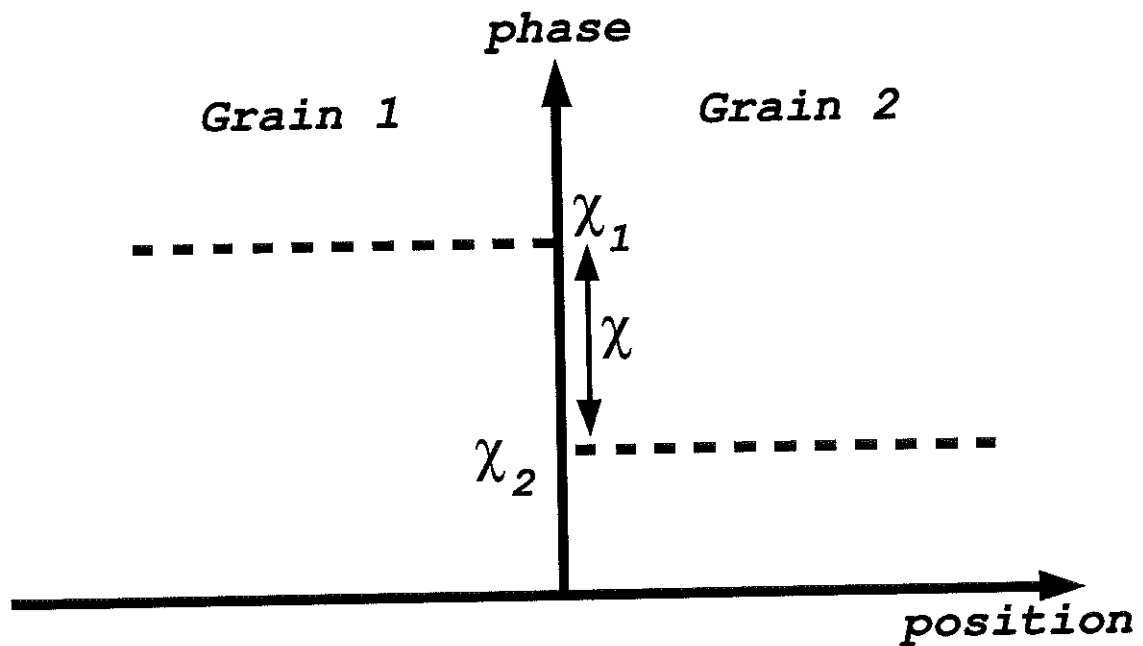


Figure 1 variation de la phase considérée par Josephson

N.B: il faut noter ici une approximation dans le raisonnement de Josephson qui considère que la phase varie brutalement entre les deux grains par la discontinuité présentée sur la figure ci-dessus. En général, la phase dépend de la position et varie de façon continue entre les deux grains.

L'expression du courant représente l'effet Josephson continu en absence de champ appliqué. A ce niveau, plusieurs effets peuvent être décrits:

- en premier lieu, si aucune tension et aucun champ est appliqué, le courant est $j = j_c \sin(\chi_1 - \chi_2)$. Ceci montre que même en l'absence de tout champ ou tension, il existe un courant de paires, donc non-dissipatif, qui transite à travers le lien.

- Appliquons maintenant un champ magnétique sur cette jonction, dirigé selon l'axe z:

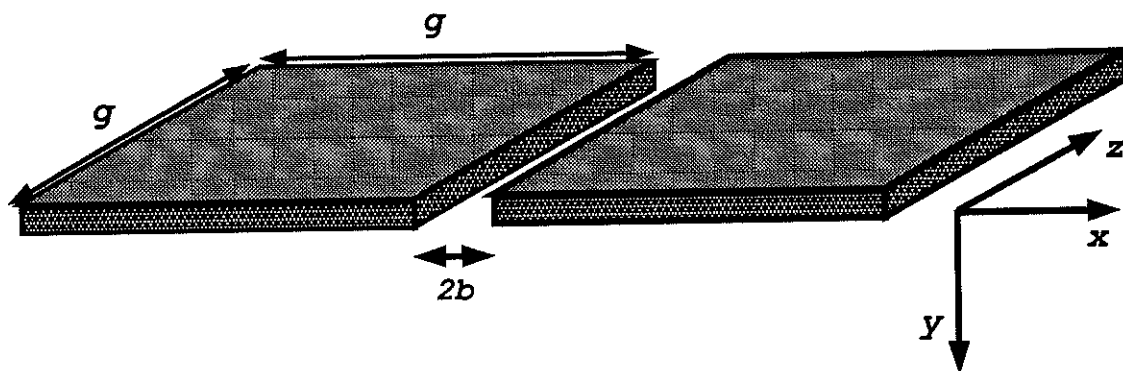


Figure 2 lien entre deux grains

N.B: g est la taille d'un grain. Dans la suite des calculs apparaîtra a la taille d'un demi-grain: $a = g/(2a)$.

Dans ce cas, le potentiel vecteur est dirigé selon x et $A_x = H_z(x)y$. Prenons une épaisseur de jonction assez faible pour pouvoir considérer le champ magnétique constant (sachant qu'en fait il varie en $H(x) = H_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right)$, donc sur une distance caractéristique $2\lambda_L$).

Toute théorie doit être invariante de jauge par changement de phase (puisque cette dernière est déterminée à une constante près), aussi le potentiel vecteur doit apparaître avec la phase sous la forme:

$$\nabla\chi - \frac{2e}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)}A \tag{7}$$

La phase intervenant dans l'expression du courant donnée par Josephson va donc s'écrire:

$$j = j_c \sin \chi = j_c \sin \left(\chi_1 - \chi_2 - \frac{2e}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} \int_2^1 \vec{A} \cdot d\vec{r} \right)$$

$$\text{or } \int_2^1 \vec{A} \cdot d\vec{r} = Ad = H_z(0)yd \quad (8)$$

$$j = j_c \sin \left(\chi_1 - \chi_2 - \frac{2ed}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} A \right)$$

L'intégration se faisant à partir d'un point du premier grain où la phase est égale à χ_1 à un point du second grain où la phase est χ_2 . Pour que la phase atteigne ces valeurs respectives, il faut se placer en des profondeurs (selon x) où le champ magnétique ne pénètre plus. Or ce dernier décroît en $\exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right)$. La longueur caractéristique d'intégration sera donc $d = 2\lambda_L + 2b$ où $2b$ est la largeur intrinsèque de la jonction. Nous avons alors l'effet Josephson continu sous l'effet d'un champ magnétique statique.

– Si maintenant nous appliquons une différence de potentiel (soit un champ électrique) continue sur la jonction, dans ce cas, nous avons l'effet Josephson alternatif. Toujours du fait de l'invariance de jauge, le potentiel scalaire φ doit apparaître avec la phase sous la forme:

$$\chi_i + \frac{2e}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} \int \varphi_i(t) dt \quad (9)$$

Ceci montre qu'en présence d'une différence de potentiel, la différence de phase va satisfaire l'équation:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{2e}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} V \quad \text{ou} \quad V = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (10)$$

Comme nous appliquons une différence de potentiel constante, il est possible d'intégrer directement et d'obtenir l'expression de la densité de courant Josephson alternatif:

$$j = j_c \sin \left(\chi_0 + \frac{2eV}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} t \right) \quad (11)$$

$$\chi_0 = (\chi_1 - \chi_2)_{t=0}$$

Le cas qui nous intéresse ici est le suivant: envoyons une onde électromagnétique sur la jonction. Dans ce cas, la relation suivante lie le potentiel vecteur et la différence de potentiel scalaire, qui dépend alors du temps:

$$\frac{dA}{dt} = -E = -\frac{V}{d} \quad (12)$$

L'expression de la densité de courant non-dissipatif sera alors:

$$j = j_c \sin \left((\chi_1 - \chi_2)_{t=0} + \frac{2e}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} \int V(t) dt \right) = j_c \sin \left((\chi_1 - \chi_2)_{t=0} - \frac{2ed}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} A \right) \quad (13)$$

Si nous nous plaçons à faibles champs ($j \ll j_c$), il est possible de linéariser cette relation:

$$j \simeq j_c \left((\chi_1 - \chi_2)_{t=0} - \frac{2ed}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} A \right) \quad (14)$$

soit en supposant que les deux supraconducteurs sont identiques donc de phase $\chi_1 = \chi_2$:

$$j \simeq j_c \left(-\frac{2ed}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} A \right) \quad (15)$$

$$j = -\frac{A}{\mu_0 \lambda_J^2} \quad \text{avec} \quad \lambda_J^2 = \frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)}{2e\mu_0 j_c d}$$

ce qui suggère la validité d'une équation de London locale dans le lien faible puisque l'équation de London s'écrit en général: $j = -\frac{A}{\mu_0 \lambda^2}$.

N.B: pour obtenir cette équation, nous avons dû linéariser l'équation de Josephson, ce qui montre que l'équation de London ne contient pas les effets non-linéaires contrairement à celle de Josephson.

2 La profondeur de pénétration de Josephson

Une quantité importante servant à décrire une jonction Josephson est la profondeur sur laquelle pénètre le courant dans le lien. Pour établir l'expression de cette profondeur, nous utiliserons la configuration décrite ci-dessous: le champ pénètre dans les grains sur une profondeur λ_L (profondeur de pénétration de London) et dans le lien sur λ_J . Le flux traversant

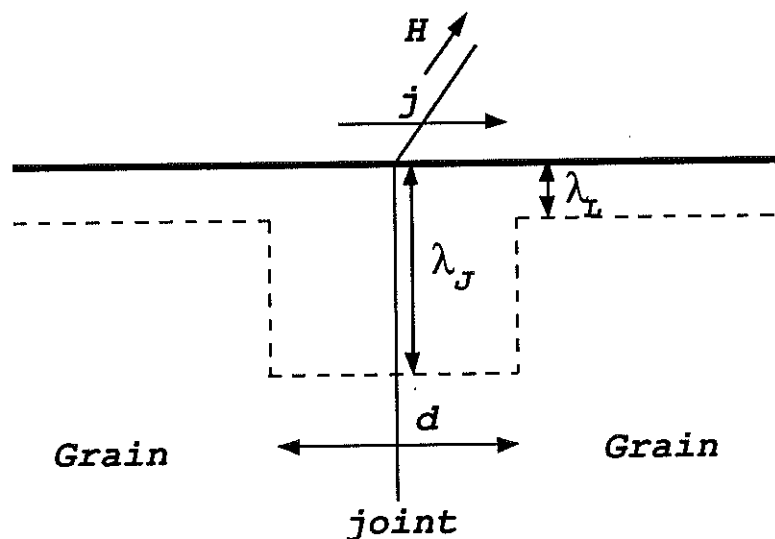


Figure 3 figure permettant de calculer la profondeur de pénétration de Josephson

le joint est:

$$\Phi = \mu_o H \lambda_J d \quad (16)$$

$$H = j \lambda_J$$

Si nous appliquons un courant égal au courant critique, nous savons qu'un vortex va se former dans le joint, donc:

$$\Phi = \Phi_o = \frac{h}{2e} \quad \text{quand} \quad j = j_c$$

donc (17)

$$\lambda_J^2 = \frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)}{2e\mu_o j_c d}$$

La distance d est la distance sur laquelle s'effectue la pénétration du champ magnétique dans le joint soit $d = 2\lambda_L + 2b$ où λ_L est la profondeur de pénétration de London et $2b$ l'épaisseur intrinsèque du joint.

Deux largeurs caractéristiques interviennent donc: la largeur intrinsèque de la jonction $2b$ et la largeur magnétique d .

3 Relation d'Ambegaokar et Baratoff

Dans toutes les expressions de courant citées précédemment apparaît le courant critique j_c . Ambegaokar et Baratoff^[52] ont considéré une constriction (ou joint) dans un matériau dans son état supraconducteur. Cette constriction est caractérisée par un courant critique qu'ils ont relié à la résistance (R) du joint lorsqu'il est dans l'état normal:

$$i_c = \frac{\Delta(T)}{eR} \tanh\left(\frac{\Delta(T)}{2k_B T}\right) \quad (18)$$

où T est la température et 2Δ l'énergie qu'il faut fournir pour casser une paire de Cooper. Nous avons besoin ici d'introduire une quantité caractéristique du joint qui permet de s'affranchir de la surface de ce dernier, contrairement à la résistance: la résistance spécifique G . A température nulle, cette relation devient:

$$i_c = \frac{\Delta}{R} \quad \text{ou encore} \quad j_c = \frac{\Delta}{G} \quad \text{avec} \quad R = \frac{G}{S} \quad (19)$$

Cette relation sera utile pour introduire une dépendance en température dans le modèle, mais aussi pour créer certains liens entre les différents modèles.

Avec tous ces éléments, il est possible maintenant de présenter la première approche de ce chapitre.

III Le modèle “Resistive Shunted Junction”

Ce modèle a été introduit par D.E. Mc Cumber^[53] et W.C. Stewart^[54]. Il schématise le comportement de la jonction en la remplaçant par un circuit équivalent (R,L) en parallèle, où l'inductance rend compte de l'existence d'un courant d'électrons supraconducteurs et la résistance d'un courant de quasi-particules. Il est à noter que cette schématisation de la jonction Josephson n'est valable qu'en régime de bas courants. C'est en effet seulement dans ce régime que les équations de Josephson sont linéaires.

Dans cette partie, nous nous contenterons d'exposer la méthode utilisée par Hylton, Kapitulnik, Beasley^[55] et Vendik, Kozyrev, Popov^[56] pour les supraconducteurs à haute température critique (par exemple l'YBaCuO où les données expérimentales sont nombreuses). Ils ont démontré que les pertes Hautes Fréquences dans ce genre de supraconducteurs sont dominées par la dissipation provenant des liens faibles (la faiblesse ou force d'un lien dépend de l'importance de la dégradation des propriétés supraconductrices dans ce dernier) présents entre les grains supraconducteurs.

Pour chiffrer ces pertes, ils ont modélisé la structure granulaire des supraconducteurs à haute température critique de la façon suivante: le matériau est traité d'un point de vue macroscopique, comme un système de grains supraconducteurs connectés entre eux par des jonctions Josephson. Si le courant qui traverse la jonction est supérieur au courant critique, celle-ci deviendra progressivement normale et une forte dissipation surviendra. Dans le cas où ce courant critique n'est pas dépassé, la jonction n'est pas une région normale, mais a des propriétés supraconductrices dégradées ce qui provoque une certaine dissipation. On dit alors que *les grains sont couplés*, contrairement au cas où le courant critique est dépassé (découplage des grains).

1 Circuit équivalent et impédance

La philosophie du modèle présenté dans cette partie repose sur une analogie entre le matériau polycristallin et des circuits électriques. Chaque circuit sera équivalent à une surface du supraconducteur contenant un grain et une jonction.

Considérons un échantillon supraconducteur dans lequel le courant circule sur la profondeur δ (si l'épaisseur e du matériau est faible alors $\delta = e$, sinon $\delta = \lambda$ la profondeur de pénétration):

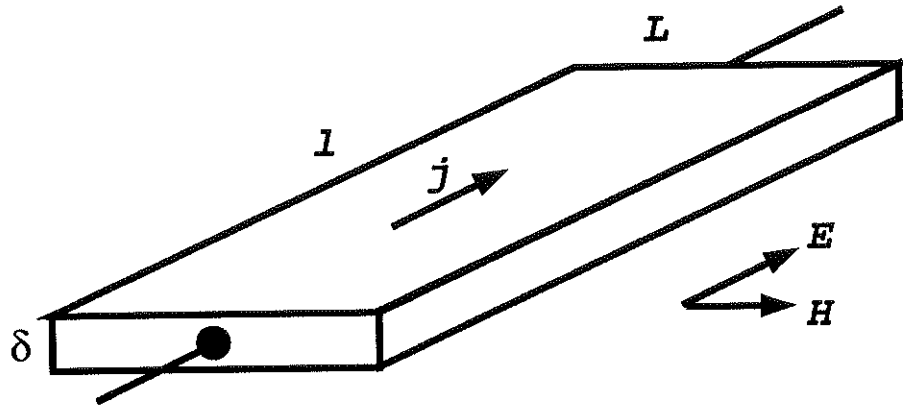


Figure 4 échantillon considéré

circuit équivalent: Considérons l'expression du courant total dans un circuit (R,L) et dans un supraconducteur en utilisant les lois d'Ohm et de London:

$$j = \frac{n_n \sigma_n}{N} E - i \frac{n_s e^2}{m} \frac{E}{\omega} \quad (20)$$

$$I = \frac{V}{R} - i \frac{V}{L\omega}$$

où E est le champ électrique et V la différence de potentiel, I le courant. Considérons la première relation:

$$V = El \quad \text{et} \quad I = ja\delta \quad (21)$$

$$I = \delta \frac{a}{l} \left(\frac{n_n \sigma_n}{N} - i \frac{n_s e^2}{m\omega} \right) V$$

Les deux expressions sont de la même forme, nous pouvons donc identifier les termes et ainsi trouver des expressions pour des éléments de circuit équivalent au morceau de supraconducteur:

$$R = \frac{N}{\delta n_n \sigma_n} \frac{a}{l} \quad \text{et} \quad L = \frac{m}{\delta n_s e^2} \frac{a}{l} \quad (22)$$

Ce qui relie directement les descriptions à partir d'un circuit électrique et à partir des lois de l'électrodynamique. Ainsi tout courant dissipatif sera symbolisé par une résistance "shunt" et tout courant non-dissipatif par une inductance.

impédance: la conductivité associée σ s'écrit:

$$\begin{aligned}
 j &= \sigma E \\
 \text{rot} H &= j \quad H = j \delta \\
 V &= El \\
 I &= ja\delta
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

(j est la densité de courant, I le courant, E le champ électrique, V la différence de potentiel)

Avec ces relations, il est possible de déterminer une expression pour l'impédance usuelle électrique Z_{usuel} associée à un tel échantillon et pour l'impédance de surface $Z_{surface}$ de ce dernier:

$$\begin{aligned}
 Z_{usuel} &= \frac{V}{I} = \frac{l}{\sigma \delta a} \\
 Z_{surface} &= \frac{E}{H} = \frac{1}{\sigma \delta}
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

(Dans ces relations, δ est alors la profondeur de peau).

Les deux définitions coïncident dans le cas d'un échantillon carré où $a = l$. Apparaît donc ici une équivalence entre impédance usuelle d'un circuit électrique (R,L) et impédance de surface, qui va être à la base du modèle RSJ; impédance qui peut aussi s'écrire:

$$Z_{usuel} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega}}
 \tag{25}$$

Il faut cependant noter une approximation dans ce raisonnement: la surface S utilisée pour obtenir la relation entre densité et courant fait intervenir l'épaisseur du matériau δ , quantité réelle. Ceci revient à supposer que le courant circule sur la profondeur de peau δ , et que le courant ne subit aucun déphasage sur cette profondeur. Nous verrons la conséquence d'une telle approximation ultérieurement.

2 Le circuit équivalent à une jonction Josephson

Chaque jonction Josephson est décrite selon le modèle RSJ (Resistivity Shunted Inductance). Dans ce cas, une jonction Josephson est équivalente à une résistance pure placée en parallèle avec une inductance; inductance calculée à partir des équations décrivant l'effet Josephson (cf ci-dessus). Le circuit est précisé sur la figure suivante:

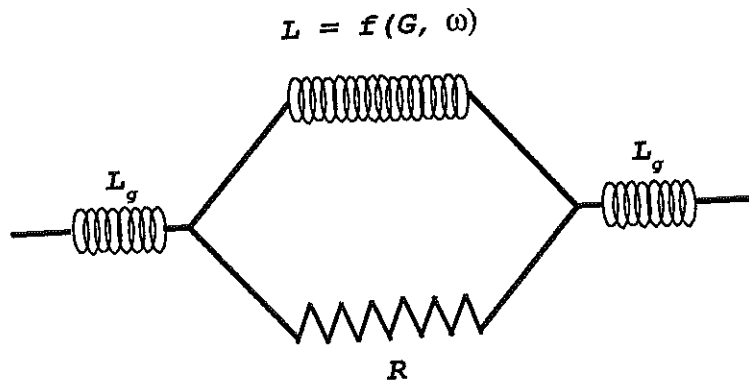


Figure 5 Le circuit équivalent à une jonction Josephson

L'inductance du joint est déterminée simplement à partir de la dérivée de la phase déjà établie:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{2e}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} V \quad (26)$$

$$V = -L_J \frac{\partial I}{\partial t} \quad \text{et} \quad I = I_c \sin \chi \simeq I_c \chi$$

où nous voyons apparaître une des approximations de ce modèle, valable pour de faibles champs appliqués.

Enfin, par identification:

$$L_J = \frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)}{2eI_c} \quad (27)$$

Les grains, quant à eux, sont pris en compte par une inductance pure dont l'expression est obtenue à partir de l'équation de London dans le grain (on suppose alors qu'il n'y a aucune dissipation donc que toutes les paires de Cooper sont appariées $n_s = N$):

$$L_g = \mu_o \lambda_L$$

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_o N e^2}} \quad (28)$$

le courant pénètre sur λ_L dans le grain

Hylton ne donne pas d'expression pour la résistance, il étudie seulement le produit $i_c R$. Cependant, une expression est proposée par B. Bonin et H. Safa^[57]; elle fait intervenir la

résistance spécifique du lien faible G:

$$R = R_n = \frac{G}{S_J}$$

$$R_n : \text{résistance du grain dans l'état normal} \quad (29)$$

$$S_J = g\lambda_J \text{ surface du lien}$$

$$\lambda_J : \text{profondeur de pénétration dans le lien}$$

Le modèle prend ainsi en compte les parties résistive et inductive de l'impédance d'une jonction Josephson. A ce niveau, deux cas de figure existent: 1) à faible champ Radio Fréquence, où les grains sont couplés. Le courant qui traverse la jonction n'excède pas le courant critique de cette jonction. La dissipation est en principe faible, mais existe cependant. 2) à fort champ RF, où les grains sont alors découplés. Le circuit se réduit alors à une résistance pure (en effet, l'expression établie précédemment pour l'inductance L dans le joint n'est plus valable; dans ce régime L diverge).

3 La résistance de surface

Dans cette partie, nous nous contenterons d'exposer la méthode utilisée par Hylton, Kapitulnik, Beasley [53] et Vendik, Kozyrev, Popov [54] dans des conditions bien particulières: faible champ appliqué et $R \gg L\omega$ dans le lien (faible dissipation).

Le courant RF traversant la jonction est alors faible devant le courant critique J_c de cette dernière. La partie inductive de la jonction domine alors la partie résistive et la conductivité effective s'écrit:

$$\sigma_{eff}^{-1} = \sigma_{réseau}^{-1} + \sigma_{jonctions}^{-1}$$

$$\sigma_{réseau}^{-1} = j\omega\mu_0\lambda_{eff}^2 \quad (30)$$

$$\sigma_{jonctions}^{-1} = \omega^2\mu_0\lambda^2 \frac{h}{2\pi} \frac{1}{2eI_c R}$$

(l'article ne précise pas d'où provient cette expression pour la conductivité; nous verrons à la fin de cette étude théorique comment la retrouver à partir du formalisme du modèle à deux fluides généralisé)

Le premier terme provient de la présence des grains et des jonctions et le second du réseau de jonctions Josephson. i_c est le courant critique de la jonction, R la résistance pure de celle-ci. λ est la profondeur de pénétration due à la présence du réseau de jonctions (à ne pas confondre avec la profondeur de pénétration de Josephson) et λ_L celle dans le grain:

$$\lambda = \sqrt{\frac{h}{2\pi} \frac{1}{2eaj_c\mu_0}} \quad (31)$$

$$\lambda_{eff} = \sqrt{\lambda_L^2 + \lambda^2}$$

a est la taille de grain effective. L'impédance de surface peut alors être déduite:

$$Z_s = R_s + iX_s = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_{eff}}}$$

$$Z_s = \omega\mu_0\lambda_{eff} \left[i + \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{eff}} \right)^2 \frac{h}{2\pi} \frac{\omega}{2eI_c R} \right] \quad (32)$$

$$R_s = \frac{\omega\mu_0}{2} \frac{h}{2\pi} \frac{\omega}{2\Delta} \frac{\frac{h}{2eaj_c\mu_0(2\pi)}}{\sqrt{\lambda_{eff}^2 + \frac{h}{2eaj_c\mu_0(2\pi)}}}$$

R_s : résistance de surface

Les paramètres dépendants de la température sont J_c et Δ ; Cependant, cette résistance de surface est pratiquement indépendante de la température.

B. Bonin et H. Safa, ont obtenu ce résultat en utilisant l'expression de résistance déjà citée. Ils ont de plus comparé les résultats de ce modèle avec des résultats expérimentaux dans le cas où les grains étaient découplés, c'est-à-dire pour un circuit se résumant à une résistance pure. Ils ont trouvé un bon accord pour des supraconducteurs à haute température critique, aussi bien pour le champ de découplage des grains que pour la valeur de la résistance de surface pour des grains découplés.

4 Validité

En résumé, les prescriptions d'Hylton et al sont les suivantes: la dissipation dans les grains est négligeable, la dissipation dans les liens est faible $R \gg \omega L$, le modèle est appliqué à des supraconducteurs de haute température critique tels les YBaCuO et soumis à de faibles champs.

* $R \gg \omega L$: R est une résistance shunt à ne pas confondre avec une résistance de surface. En effet, plus cette résistance est importante, moins les pertes le sont. Aussi, $R \gg \omega L$ revient à considérer que les pertes sont faibles; de plus, le régime étudié correspond à $j \ll j_c$ (courant très en dessous du courant critique), régime linéaire où le principe de schéma équivalent est valable.

* *l'induction dans le joint* est calculée à partir de l'expression du courant Josephson dans le cas de faibles champs (équation 21).

* *l'inductance dans les grains L_g* : dans le cas général, cette inductance s'écrit $L_g = \mu_0 \lambda$ où λ est la profondeur de pénétration dans les grains:

$$\lambda = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \quad (33)$$

et $n_s = N - n_n$ étant la concentration en électrons appariés. Mais Hylton néglige la dissipation dans les grains; ceci revient à prendre un courant normal nul dans les grains. Dans ce cas, la profondeur de pénétration du champ magnétique dans le grain est égale à la profondeur de London $\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 N e^2}}$ qui suppose $n_n = 0$, soit $n_s = N$ (N étant la densité totale d'électrons) et

nous retrouvons alors bien l'expression de l'inductance $L_g = \mu_o * \lambda_L$ utilisée dans le modèle. Négliger une telle dissipation n'est valable que si cette dernière est faible devant celle qui survient dans les liens; ceci est vrai pour des supraconducteurs à liens très faibles, où les propriétés supraconductrices sont très affaiblies dans le lien.

* $R = G/S$ dans le lien et R infini dans le grain: Il faut remarquer ici que le modèle RSJ ne donne pas d'expression pour la résistance shunt. Aussi nous avons utilisé l'expression introduite par Bonin et Safa $R = R_n = G/S$ (où G est la résistivité spécifique du matériau et S la surface du lien). Afin de déterminer dans quels cas une telle expression peut être utilisée, évaluons la résistance "shunt" à partir de la loi d'Ohm qui donne une expression de courant dissipatif: $j_n = \frac{n_n}{N} \sigma_n E$; n_n est la densité d'électrons normaux (électrons dissipatifs), N la densité totale ($N = n_s + n_n$, n_s est la densité d'électrons supraconducteurs), E le champ électrique et σ la conductivité.

Essayons de déterminer une expression pour la résistance associée à un élément de longueur l :

$$V = RI_n \quad I_n = j_n S = j_n \lambda a$$

λ : profondeur de pénétration dans le joint

$$j_n = \frac{n_n}{N} \sigma_n E = \frac{n_n}{N} \sigma_n \frac{V}{l}$$

$$R = \frac{l}{g \lambda \sigma_n \frac{n_n}{N}}$$

- Pour le grain, si nous prenons $n_n = 0$ ($n_s = 1$) la résistance R diverge, ce qui revient bien à prendre une inductance pure comme impédance de circuit (R, L) équivalent.

- Pour le lien d'épaisseur $2b$, l'équation (37) redonne $R = R_n = G/S$ dans les approximations suivantes:

$$l = 2b$$

$$R = \frac{2b}{a \lambda \sigma_n \frac{n_n}{N}}$$

$$\text{si } N = n_n \text{ et } \lambda = a$$

$$R = \frac{\rho 2b}{a^2} = R_n = \frac{G}{S}$$

(dans le cas où le courant supraconducteur est nul, le champ magnétique pénètre alors dans tout l'échantillon, donc sur g d'où $\lambda = a$). Ceci correspond à un lien très faible, où la supraconductivité est très détériorée. C'est donc seulement dans cette approximation (probablement applicable aux frittés à haute température critique) que l'expression $R = G/S$ est valable.

Généraliser aux supraconducteurs à courant critique élevé serait prématuré. En effet, le Niobium comprenant des liens forts, l'approximation n'est plus valable. Les propriétés supraconductrices sont affaiblies dans le lien mais pas au point d'avoir une région normale (il

faut une autre résistance pour les liens). De ce fait, la contribution des grains à la dissipation peut ne plus être négligeable devant celle des liens (R des grains serait alors non nul).

5 Généralisation du circuit RSJ

Ce modèle est en fait généralisable par la prise en compte de l'impédance des grains et d'une expression pour la résistance de joint qui sera en fait évaluée ultérieurement.

5.1 La configuration: maille du réseau

Le principe de ce modèle est donc de trouver un circuit équivalent à une maille du matériau supraconducteur granulaire étudié en essayant de généraliser le modèle RSJ. Nous considérons toujours le supraconducteur comme un réseau périodique composé de grains et de joints de grain. La résistance de surface est calculée sur une maille de réseau. Une maille comporte un grain et un joint:

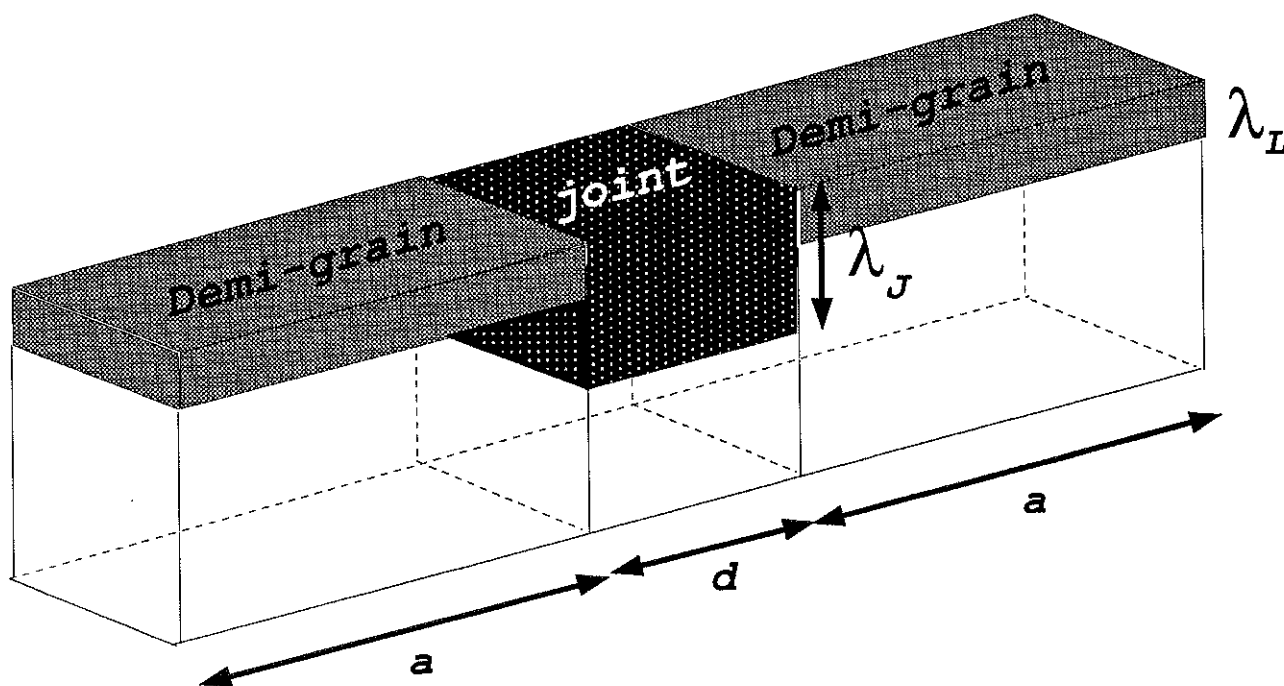


Figure 6 maille du réseau

Pour le moment, les profondeurs de pénétration indiquées sont celle de London pour le grain et celle de Josephson pour le lien. L'épaisseur d est l'épaisseur caractéristique à partir de laquelle on calcule l'inductance provenant de l'effet Josephson ($d = 2\lambda_L + 2b$ où $2b$ est la largeur intrinsèque du lien et λ_L est la profondeur sur laquelle pénètre dans le grain le champ magnétique régnant dans le joint). Nous découperons par la suite la maille en éléments d'épaisseur d .

5.2 Le circuit

La longueur d est utilisée pour calculer la profondeur de pénétration de Josephson; c'est une longueur caractéristique à prendre en compte si nous voulons utiliser le formalisme de Josephson. Découpons donc la maille en intervalles de longueur d . Nous savons qu'à chaque courant non-dissipatif correspond une inductance et à chaque courant dissipatif une résistance. Dans chaque intervalle, deux sortes de courant co-existent: le courant normal, dissipatif, et le courant de paires, non-dissipatif:

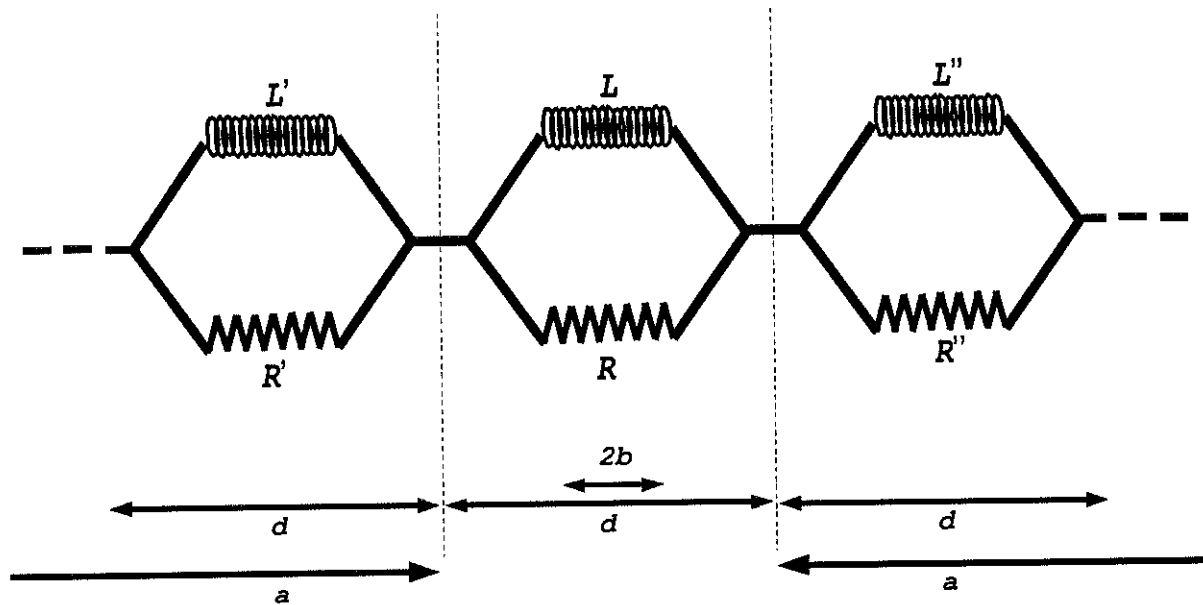


Figure 7 Circuit équivalent à une maille

Il est intéressant de constater que dans ce circuit le joint et les grains sont traités de la même manière. Il reste à préciser les éléments du circuit.

5.3 Les éléments du circuit

Essayons, à partir du formalisme de Josephson d'obtenir des expressions pour les éléments du circuit. En ce qui concerne le courant non-dissipatif, nous avons vu qu'il s'exprimait dans le cadre de l'approximation de champ faible que nous continuerons à utiliser:

$$j \simeq j_c \left(\frac{2e}{\hbar} \int V(t) dt \right) = -j_c \left(\frac{2e}{\hbar} \right) A d \quad (36)$$

où la distance caractéristique d est égale à: $2\lambda_L + 2b$ (λ_L est la profondeur de pénétration de London et $2b$ l'épaisseur du lien). Or une inductance est définie par:

$$V = -L \frac{dI}{dt} = -LS \frac{dj}{dt} \quad (37)$$

$$S = a\lambda$$

a est la taille du grain et λ la profondeur de pénétration dans l'intervalle considéré. Calculons cette inductance :

$$\frac{dI}{dt} = j_c S \frac{2eV}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} \quad (38)$$

donc:

$$L = \frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)}{2ej_c S} = \frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)}{2ej_c a \lambda} \quad (39)$$

Chaque intervalle d'épaisseur d aura donc une inductance L dont la valeur dépendra de la moyenne de la profondeur de pénétration du champ dans cet intervalle. Nous pourrions prendre comme profondeur de pénétration, celles indiquées sur la figure décrivant la maille du réseau: λ_J pour l'intervalle contenant le lien et λ_L pour les intervalles décrivant le grain. Mais ce serait alors une approximation puisque en réalité, la profondeur de pénétration varie de façon continue à l'interface lien-grain. Afin de traiter le problème en toute généralité, il faut donc trouver une expression de la profondeur de pénétration locale puisque le formalisme de Josephson ne peut nous fournir une expression que dans l'approximation précédente (cf. équation (17)).

Le courant dissipatif donné par la loi d'Ohm vient s'ajouter à l'expression du courant non-dissipatif:

$$j \simeq -j_c \left(\frac{2e}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} \right) Ad + \frac{n_n}{N} \sigma_n E \quad (40)$$

Nous avons déjà vu lors de la discussion concernant la validité des modèles qu'il était possible d'obtenir une expression pour la résistance "shunt" d'un intervalle d , générale:

$$R = \frac{d}{a \lambda \sigma_n \left(\frac{n_n}{N}\right)} \quad (41)$$

où apparaît la profondeur de pénétration moyenne de chaque intervalle.

En conclusion: il semble donc possible de généraliser le modèle RSJ, mais il paraît difficile de préciser la valeur de la profondeur de pénétration pour chaque intervalle sans utiliser un autre formalisme. Aussi, nous allons utiliser un autre modèle dit *à deux fluides* et montrer que les deux approches sont identiques, ce qui va nous permettre de donner des expressions pour les éléments de circuit.

IV Le modèle général

1 Le modèle à deux fluides standard

1.1 Le formalisme

Le modèle à deux fluides est ici utilisé pour exprimer le courant qui circule dans un supraconducteur. Les deux fluides sont ici: les électrons supraconducteurs (densité n_s) appariés en paires de Cooper et qui créent un courant j_s non dissipatif. Chaque paire est composée de deux électrons interagissant et n'ayant aucune interaction avec le réseau cristallin ou les autres électrons; de ce fait, ce sont des porteurs de charge non-dissipatifs, appelés aussi électrons supraconducteurs. L'autre fluide est composé des électrons normaux (densité n_n), non appariés et qui créent un courant dissipatif j_n .

Pour établir les équations de Josephson, nous avons besoin d'introduire la fonction d'onde de paire:

$$\psi(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)| e^{i\varphi(\vec{r}, t)} \quad (42)$$

Elle est aussi appelée *paramètre d'ordre* et le carré de son module représente la densité de paires d'électrons supraconducteurs (ou la densité d'électrons supraconducteurs n_s puisque le paramètre va être normalisé). Ce paramètre d'ordre peut varier localement en présence d'un joint de grain par exemple. Une déplétion du paramètre d'ordre symbolise alors une diminution locale du nombre de paires (certaines se briseront) et une résistivité liée à la présence des grains apparaît dans le matériau sous forme d'électrons normaux, d'où une destruction partielle de la supraconductivité.

Pour calculer la résistance de surface, on utilise habituellement le modèle à deux fluides standard dans l'approximation suivante: à une température inférieure à la température critique, les électrons sont presque tous appariés. Aussi le courant normal est faible devant le courant supraconducteur ($j_n \ll j_s$), ce qui revient à dire que la dissipation est faible dans le matériau (la situation est donc identique à celle d'Hylton et al. dans le modèle RSJ).

De plus, la proportion d'électrons supraconducteurs qui, en toute généralité, s'écrit:

$$\frac{n_s(x, T)}{N} = \Omega(T, x) = |\psi(T, x)|^2 = \Omega(0, x) \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^n\right) \quad (43)$$

est considérée constante (ce qui ne permet pas d'introduire une structure granulaire) sur tout le matériau et non-dégradée à température nulle ($\Omega(T, x) = \Omega(T)$ et $\Omega(0) = 1$).

Le courant supraconducteur obéit à l'équation de London et le courant normal à la loi d'Ohm:

$$j_n = \frac{n_N e^2 \tau}{m} E \quad \text{Loi d'Ohm}$$

n_N : densité d'électrons normaux

$$j_s = -\frac{n_s e^2}{m} A \quad \text{équation de London} \quad (44)$$

n_s : densité d'électrons supraconducteurs

τ : temps de collision électronique

En utilisant les équations de Maxwell, il vient pour le courant supraconducteur:

$$\text{rot}(E) = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} = -i\mu_0 \omega H \quad (45)$$

ω : pulsation de l'onde

donc:

$$j_{total} = j_s + j_n = -i \frac{N e^2}{m \omega} \left(\frac{n_s}{N} + i \omega \tau \frac{n_N}{N} \right) E = \sigma_{eff} E \quad (46)$$

$$N = n_s + n_N$$

σ_{eff} est alors une conductivité complexe tenant compte des deux courants.

Cette théorie nous permet d'obtenir une expression pour le courant total circulant dans le supraconducteur.

1.2 La résistance de surface

En utilisant l'expression de la conductivité (complexe pour un supraconducteur) déjà obtenue, nous pouvons calculer l'impédance de surface:

$$Z_s = R_s + iX_s = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_{eff}}} \quad (47)$$

Ce qui dans le cadre de l'approximation $\Omega \simeq 1$ donne:

$$Z_s = \sqrt{\frac{-\omega^2 \mu_0 m}{N e^2 \Omega \left(1 + i\omega\tau \frac{1-\Omega}{\Omega}\right)}} \simeq \sqrt{\frac{-\omega^2 \mu_0 m}{N e^2}} \left(1 - \frac{i\omega\tau}{2} \frac{1-\Omega}{\Omega^{\frac{3}{2}}}\right) \quad (48)$$

$$\tau = \mu_0 \sigma_n \lambda_L^2$$

où σ_n est la conductivité à l'état normal et λ_L la profondeur de pénétration de London.

En prenant la partie réelle, la résistance de surface du modèle à deux fluides standard s'écrit:

$$R_S(T) = \frac{\mu_o^2 \omega^2 \lambda_L^3 \sigma_n}{2} \frac{\left(\frac{T}{T_c}\right)^n}{\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^n\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (49)$$

T : température

n est un paramètre qui peut être ajusté en fonction des résultats expérimentaux

Il faut remarquer que ce modèle impose à la densité de paires d'être peu dégradée (courant normal petit), mais fournit une dépendance en température.

1.3 Validité

Ce modèle ne peut tenir compte de la structure granulaire des supraconducteurs tant que le paramètre d'ordre est considéré constant dans le matériau.

Il suppose de plus que le courant normal est faible devant le courant supraconducteur; avec une structure granulaire, ceci peut ne plus être vrai si on étudie **localement** ou en fonction de la température le matériau. En effet, dans le lien, le courant normal peut être de même importance que le courant supraconducteur (si ce n'est plus important).

Cette approximation pose aussi des problèmes lors de l'étude en fonction de la température. En effet, plus la température augmente, plus le paramètre d'ordre se dégrade. Comme ce dernier est directement proportionnel au courant supraconducteur, il apparaît que le courant normal va devenir de plus en plus important lors d'une élévation de température: l'hypothèse utilisée va donc rendre très vite le modèle inapplicable.

Enfin, le paramètre d'ordre est supposé être non-dégradé à température nulle: ceci revient à dire que la résistance résiduelle est nulle. Ce modèle s'avère donc incapable de décrire notre problème, à savoir: un paramètre d'ordre non-constant, dégradé même à température nulle (dégradation due à la structure granulaire). Mais nous allons généraliser ce modèle.

2 Généralisation

Pour pouvoir tenir compte de la structure granulaire des supraconducteurs dans le cadre du modèle à deux fluides, il faut utiliser l'idée suivante: introduire *un paramètre d'ordre variant dans le matériau au voisinage d'un lien faible*. Nous allons de plus symboliser le joint par une jonction SNS où une épaisseur de métal normal sépare les grains supraconducteurs. Dans cette situation, le nombre d'électrons total est constant dans tout le matériau, même dans les liens. Aussi, toute dégradation du paramètre d'ordre (chute du nombre de paires) entraînera systématiquement une augmentation du nombre d'électrons normaux.

2.1 Le paramètre d'ordre

Nous allons nous placer dans le cas où les joints de grains ont de faibles épaisseurs et où les grains sont épais. Le paramètre va alors être dégradé dans le joint mais aussi dans la région supraconductrice, près de l'interface. Cette dégradation est calculable par les équations de Gor'kov, mais ceci représente un problème très difficile.

Cependant dans la limite sale (matériaux contenant beaucoup d'impuretés), la théorie de Ginzburg-Landau permet de calculer le paramètre d'ordre. Ce dernier va alors être dégradé

en espace dans les deux régions (dégradation dont le modèle d'Hylton ne tient pas compte dans les grains). Les grains seront donc les régions supraconductrices et les joints les régions intermédiaires, de propriétés supraconductrices affaiblies.

1) cas particulier: un joint de grain Considérons tout d'abord un seul joint de grain séparant deux grains de dimensions infinies. Ce problème a été traité par T. Matsushita^[58] en une dimension; ce qui est suffisant pour un réseau régulier de grains et joints identiques.

Le joint de grain occupe l'intervalle : $-b \geq x \geq b$ et les grains: $-\infty \geq x \geq +\infty$. Les équations de Ginzburg-Landau sont alors dans les grains:

$$\frac{1}{4m} \left(-i \frac{\hbar}{2\pi} \nabla - 2eA \right)^2 \psi = -\alpha\psi - \beta|\psi|^2\psi$$

$$j = -\frac{ieh}{2\pi 2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{2e^2}{m} |\psi|^2 NA \quad (50)$$

$A =$ potentiel vecteur

$j =$ densité de courant

$n_s = |\psi|^2 N$

Le joint de grain a un paramètre d'ordre dégradé (propriétés supraconductrices affaiblies); il contient donc des électrons normaux et la fonction d'onde supraconductrice obéit à l'équation de Schrödinger:

$$\frac{1}{4m} \left(-i \frac{\hbar}{2\pi} \nabla - 2eA \right)^2 \psi = -\alpha_N \psi \quad (51)$$

α_N est ici un paramètre positif représentant la partie répulsive du potentiel de paires d'électrons.

Matsushita se place dans le cas où aucun champ n'est appliqué et dans le cas où la phase du paramètre d'ordre est constante dans l'espace (il néglige ainsi l'effet Josephson continu). Le paramètre d'ordre est alors réel et la dégradation qu'il subira n'est due qu'à la structure du matériau.

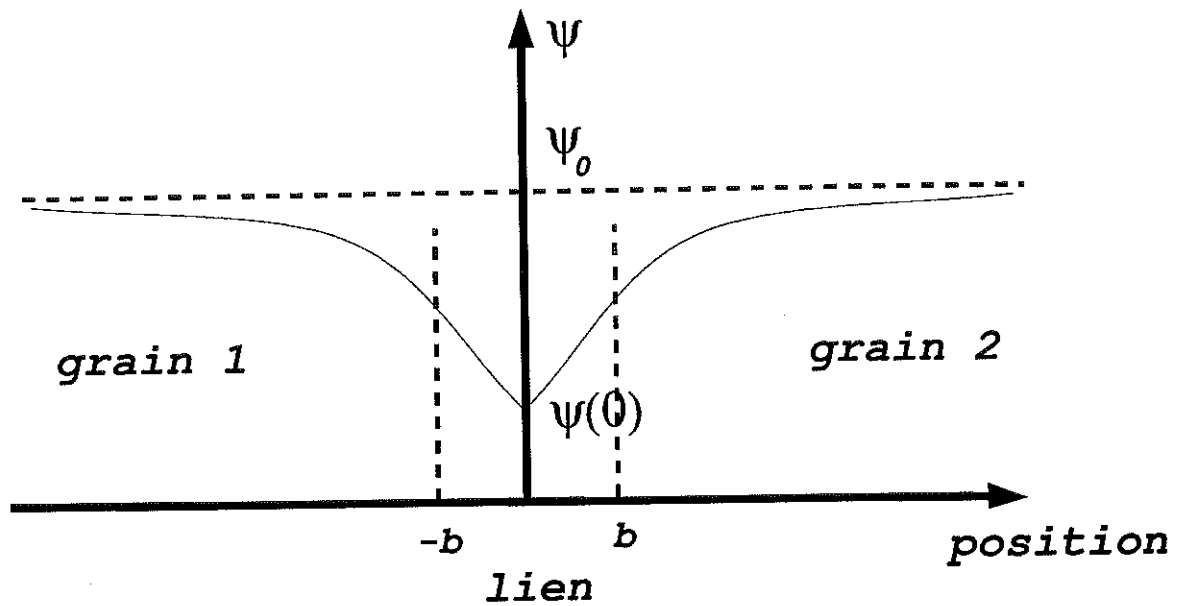


Figure 8 Forme de paramètre d'ordre introduit par Matsushita

Dans ce cas, les équations se simplifient et deviennent:

$$A = 0 \quad j = 0$$

$$\psi = \frac{\psi}{\psi_0} \quad \text{avec} \quad \psi_0^2 = -\frac{\alpha}{\beta}$$

$$\eta = \frac{x}{\xi_s} \quad d = \frac{b}{\xi_s}$$

$$\frac{d^2\psi}{d^2\eta} + \psi - \psi^3 = 0 \quad |\eta| \geq d \quad (52)$$

$$\frac{d^2\psi}{d^2\eta} - \theta\psi = 0 \quad |\eta| < d$$

$$\theta = -\frac{\alpha_N}{\alpha} = \frac{4m\xi_s^2(2\pi)^2}{h} \alpha_N$$

En utilisant les conditions aux limites suivantes:

$$\frac{d\psi}{d\eta} = 0 \quad \text{pour} \quad \eta = 0$$

$$\frac{d\psi}{d\eta} = 0 \quad \text{pour} \quad \eta = \pm\infty$$

(53)

Les équations ont pour solution:

$$\psi_s(\eta) = \tanh \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|\eta| + \eta_0) \right] e^{i\varphi} \quad (54)$$

$$\psi_n(\eta) = \psi(0) \cosh(\sqrt{\theta}\eta) e^{i\varphi}$$

où la phase est une phase constante sur tout le matériau.

Pour déterminer les constantes, on utilise les conditions de continuité de ψ et de sa dérivée à l'interface:

$$\eta_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sinh^{-1} \left[\left(\frac{2}{\theta} \right)^{0.5} \coth(\sqrt{\theta}d) \right] - d \quad (55)$$

$$\psi(0) = \frac{1}{\cosh^2(\sqrt{\theta}d)} \left\{ \left[\cosh^2(\sqrt{\theta}d) + \frac{\theta}{2} \sinh^2(\sqrt{\theta}d) \right]^{0.5} - \left(\frac{\theta}{2} \right)^{0.5} \sinh(\sqrt{\theta}d) \right\}$$

2) Adaptation à notre problème La seule adaptation vraiment nécessaire pour notre problème est de calculer le paramètre d'ordre pour des grains de *taille finie*, contrairement à Matsushita qui considère des grains de taille infinie.

De plus, nous préférons utiliser une longueur de cohérence dans le joint ξ_N (longueur sur laquelle le paramètre d'ordre varie de façon appréciable), au lieu du facteur θ . Il est aisé de l'introduire dans les équations par:

$$\cosh(\sqrt{\theta}\eta) = \cosh\left(\frac{x}{\xi_N}\right) \quad (56)$$

$$\sqrt{\theta} = \frac{\xi_s}{\xi_N}$$

$$\psi_n(x) = \psi(0) \cosh\left(\frac{x}{l}\right) e^{i\varphi} \quad (57)$$

Matsushita utilise ce paramètre d'ordre pour $T \leq T_c$, domaine de validité des équations de Ginzburg-Landau. L'originalité de ce travail est d'utiliser cette forme de paramètre, mais pour une température nulle; ceci semble raisonnable puisque la forme et les conditions aux limites sont celles attendues; en effet, même à température nulle, la fonction d'onde (ou paramètre d'ordre) varie sur une échelle de distance ξ_s .

Nous avons:

$$\xi_N^{-1} = \xi_{pft}^{-1} + l^{-1} \quad \xi_{pft} = \text{matériau parfait}$$

l : libre parcours moyen

$$T \rightarrow 0 \quad \xi_{pft} \gg l \quad \text{donc} \quad \xi_N \rightarrow l \quad (58)$$

$$\sqrt{\theta} = \frac{\xi_s}{l}$$

Dans la suite va intervenir un rapport très important dans la granularité: le rapport du libre parcours moyen des électrons dans le lien l sur l'épaisseur du lien $2b$. Ces deux éléments sont très petits mais leur rapport garde une valeur finie, plus ou moins importante selon la force du lien: ce rapport sera petit pour un supraconducteur à faible courant critique (l faible) et plus important pour un supraconducteur comme le Niobium (à fort courant critique donc l plus grand).

Ce rapport peut être directement relié à ce qui peut être appelé la force de lien, c'est-à-dire le courant critique j_c par la méthode suivante: plaçons nous au dessus de la température critique où tout le matériau a transité dans son état normal et considérons le lien comme un résistor de dimension $(2b) * a * a$ où a est la taille du grain. La résistance est alors:

$$R = R_n = \frac{G}{S} = \frac{\rho(2b)}{S}$$

$$\rho : \text{résistivité} \quad \rho = \frac{m}{Ne^2\tau}$$

$$N : \text{densité d'électrons}$$

(59)

$$\tau = \frac{l}{v_F} \quad \text{temps de relaxation dans le lien}$$

$$S = (2b) * a$$

Nous pouvons alors écrire:

$$G = (2b)\rho = \left(\frac{2b}{l}\right) \frac{mv_F}{Ne^2}$$

(60)

$$Gj_c = \Delta \quad \text{Ambegaokar}$$

$$j_c : \text{courant critique et } \Delta : \text{le potentiel de paire}$$

Cette relation reste valable en dessous de la température critique, les valeurs des quantités utilisées restant inchangées. Elle est composée de données propres au lien, donc locales: le courant critique, le libre parcours moyen des électrons, l'épaisseur, la vitesse de Fermi et la densité d'électrons dans ce lien. Notre but est de pouvoir estimer la force du lien à partir de quantités connues telle la résistivité spécifique. Dans cette optique, nous ferons une approximation en prenant les valeurs du matériau (et non pas du lien) pour la vitesse de Fermi et la densité d'électrons.

Afin de bien se placer dans la situation de notre problème, considérons un réseau de grains de dimensions *finies*, séparés par des joints de grains. Les grains étant tous identiques, passer à un réseau ne change rien. Pour passer aux dimensions finies, nous avons remplacé la relation:

$$\frac{d\psi}{d\eta} = 0 \quad \text{pour } \eta = \pm\infty$$

(61)

utilisée par Matsushita par la suivante:

$$\frac{d\psi}{d\eta} = 0 \quad \text{pour } \eta = \frac{a}{2\xi_s} \quad (62)$$

(ce qui reste valable pour des dimensions de grains importantes devant la longueur de cohérence ξ_s).

Le paramètre d'ordre final que nous utilisons est alors:

$$\psi_s(x) = \tanh \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{x}{\xi_s} \right| + \eta_0 \right) \right] e^{i\varphi} \quad (63)$$

$$\psi_n(x) = \psi(0) \cosh \left(\frac{x}{l} \right) e^{i\varphi}$$

$$\eta_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sinh^{-1} \left[\frac{\sqrt{2}l}{\xi_s} \coth \left(\frac{b}{l} \right) \right] - \frac{b}{\xi_s} \quad (64)$$

$$\psi(0) = \frac{1}{\cosh^2 \left(\frac{b}{l} \right)} \left\{ \left[\cosh^2 \left(\frac{b}{l} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\xi_s}{l} \right)^2 \sinh^2 \left(\frac{b}{l} \right) \right]^{0.5} - \left(\frac{\xi_s}{\sqrt{2}l} \right) \sinh \left(\frac{b}{l} \right) \right\}$$

Ce paramètre d'ordre est donc obtenu en tenant compte de la structure granulaire du matériau qui provoque une dégradation de celui-ci dans les joints de grain. Il faut maintenant évaluer la conséquence de cette dégradation sur la dissipation, donc en calculant la résistance de surface associée à ce paramètre d'ordre. Il faut noter que le paramètre d'ordre est relié à la densité d'électrons supraconducteurs par la relation suivante:

$$\frac{n_{supra}(x, T)}{N} = \frac{n_{supra}}{n_{supra} + n_{normal}} = |\psi(x, T)|^2 = \psi^2(x, T) \quad (65)$$

La dernière égalité étant vraie dans notre cas puisque le paramètre d'ordre de Matsushita est réel.

2.2 Le modèle général

1) La résistance de surface Nous reprenons ici le même formalisme que celui utilisé dans le modèle à deux fluides standard, mais cette fois sans supposer que le courant normal est petit devant le courant supraconducteur, ce qui va nous permettre d'étudier le matériau localement (en fait sur des tranches d'épaisseur d).

Le courant supraconducteur obéit à l'équation de London et le courant normal à la loi d'Ohm (équations 46).

Le courant total s'écrit:

$$j_{total}(x, T) = j_s(x, T) + j_n(x, T) = -i \frac{N e^2}{m \omega} \left(\frac{n_s(x, T)}{N} + i \omega \tau \frac{n_N(x, T)}{N} \right) E = \sigma_{eff}(x, T) E$$

$$N = n_s + n_N$$

τ : temps de collision électronique

(66)

σ est alors une conductivité complexe tenant compte des deux courants.

La proportion d'électrons supraconducteurs qui en toute généralité, s'écrit à une dimension:

$$\frac{n_s(x, T)}{N} = \Omega(T, x) = |\psi(T, x)|^2 = \Omega(0, x) \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^n\right) \quad (67)$$

n'est plus ici considérée constante dans l'espace; les variations sont données par le paramètre d'ordre de Matsushita.

N.B: il faut noter ici un point important concernant l'utilisation de l'équation de London locale, dans laquelle nous injectons un paramètre d'ordre qui varie spatialement sur une échelle de distance ξ_s . Généralement, on considère qu'utiliser cette relation suppose implicitement que ξ_s est négligeable (dans le cas contraire, il faut utiliser la relation de Pippard qui tient compte du champ électrique sur une distance ξ), d'où apparemment une contradiction avec l'utilisation d'un tel paramètre d'ordre. En fait, il est préférable de considérer la condition d'utilisation de la relation de London dans son intégralité: $\xi_s < \lambda$. Ceci nous permet alors de considérer ξ_s comme une échelle de variation spatiale à condition que la longueur de cohérence soit inférieure à la profondeur de pénétration, ce qui est le cas pour la plupart des supraconducteurs de type II.

En utilisant l'expression de la conductivité (complexe pour un supraconducteur) déjà obtenue, nous pouvons calculer l'impédance de surface:

$$Z_s(x, T) = R_s(x, T) + iX_s(x, T) = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_{eff}(x, T)}} \quad (68)$$

$$Z = \frac{i\omega\mu_0\lambda\sqrt{\Omega - i\omega\tau(1 - \Omega)}}{\sqrt{\Omega^2 + \omega^2\tau^2(1 - \Omega)^2}} = A\sqrt{a - ib}$$

$$Z^2 = A^2(a - ib) = A^2|c| (\cos(\theta) - i\sin(\theta)) \quad \text{avec } |c| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (69)$$

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{b}{a}\right)$$

La résistance de surface peut alors s'écrire:

$$R_s(x, T) = \frac{\omega\mu_0\lambda(x, T)}{\left[\Omega^2(x, T) + \omega^2\tau^2(x, T)(1 - \Omega(x, T))^2\right]^{\frac{1}{4}}} \sin\left\{\frac{1}{2}\text{atan}\left(\frac{\omega\tau(x, T)(1 - \Omega(x, T))}{\Omega(x, T)}\right)\right\}$$

$$\tau(x, T) = \mu_0\sigma_n\lambda^2(x, T) \quad (70)$$

Il reste à injecter l'expression déjà obtenue pour le paramètre d'ordre dépendant de la position dans cette expression, pour avoir une résistance de surface variant localement.

Cependant, il est inutile de calculer cette résistance de surface pour chaque point, aussi nous continuerons à considérer le matériau comme une succession de tranches d'intervalle d. La résistance de surface correspondant à chaque intervalle sera calculée à partir de la moyenne du paramètre d'ordre et de la profondeur de pénétration sur cet intervalle:

$$(R_s)_d = \frac{\omega \mu_o \bar{\lambda}_d \left(\frac{d}{a}\right)}{\left[\bar{\Omega}_d^2 + \omega^2 \bar{\tau}_d^2 (1 - \bar{\Omega}_d)^2\right]^{\frac{1}{4}}} \sin \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{\omega \bar{\tau}_d (1 - \bar{\Omega}_d)}{\bar{\Omega}_d} \right) \right\} \quad (71)$$

$$\bar{\tau}_d = \mu_o \sigma_n \bar{\lambda}_d^2$$

(a est la taille du grain). La résistance de surface totale sera obtenue en sommant les résistances de surface associées à chaque intervalle.

L'avantage de ce formalisme est de pouvoir spécifier la profondeur de pénétration associée à chaque intervalle à partir de l'expression du courant supraconducteur (équation de London):

$$\bar{\lambda}^2 = \frac{m}{\mu_o \bar{n}_s e^2} = \frac{m}{\mu_o \Omega e^2 N} \quad (72)$$

2) La dépendance en fréquence Dans le modèle RSJ et dans le modèle à deux fluides standard, la résistance de surface varie avec le carré de la fréquence de l'onde appliquée, quelque soit le matériau utilisé. Il n'en est pas de même pour le modèle ci-dessus. Selon l'importance de la dégradation du paramètre d'ordre, la dépendance vis-à-vis de la fréquence change (la dépendance en fonction de la température n'est pas prise en compte).

faible dégradation

$$\Omega(x) \simeq 1$$

$\omega \tau$: négligeable

$$\omega^2 \tau^2 (1 - \Omega(x))^2 \simeq 0$$

(73)

$$\sin \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{\omega \tau (1 - \Omega(x))}{\Omega(x)} \right) \right\} \simeq \frac{\omega \tau (1 - \Omega(x))}{2}$$

$$R_s(x) \simeq \frac{\omega^2 \mu_o \lambda \tau (1 - \Omega(x))}{2} = \frac{\omega^2 \mu_o^2 \sigma_n \lambda_L^3 (1 - \Omega(x))}{2 \left(\sqrt{\Omega(x)} \right)^3}$$

Dans le cas où quelle que soit la position dans le supraconducteur, le paramètre d'ordre est faiblement dégradé par la structure granulaire (approximation utilisée dans les deux modèles précédents), $R_s \sim \omega^2$. Nous retrouvons alors la dépendance du modèle RSJ et à deux fluides standard.

importante dégradation Nous pouvons avoir une importante dégradation du paramètre d'ordre, ou une très bonne conductivité qui donnerait un temps de collision très important. Dans les deux cas, le résultat est le même: la contribution du courant normal n'est plus négligeable devant le courant supraconducteur.

$$\Omega(x) \simeq 0$$

$$\sin \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{\omega \tau (1 - \Omega(x))}{\Omega(x)} \right) \right\} \simeq \frac{1}{2}$$

$$\Omega^2(x) + \omega^2 \tau^2 (1 - \Omega(x))^2 \simeq \omega^2 \tau^2 (1 - \Omega(x))^2 \quad (74)$$

$$\tau = \mu \lambda^2 \sigma_n$$

$$R_s(x) \simeq \frac{\sqrt{\omega \mu_o \lambda}}{2 \sqrt{\tau} \sqrt{1 - \Omega(x)}} = \sqrt{\frac{\omega \mu_o}{2 \sigma (1 - \Omega(x))}}$$

En prenant un paramètre d'ordre nul, donc en se plaçant dans l'état normal, nous retrouvons la relation donnée par l'effet de peau; ceci confirme la validité de ce modèle.

Dans ce cas, les deux modèles ne sont plus en accord quant à la dépendance en fréquence, puisque ici elle est en racine de la fréquence.

3) Dépendance en fonction de la taille des grains La taille des grains "a" apparaît explicitement au dénominateur de la formule (71). La dépendance est en inverse de cette taille, ce qui montre que plus "a" va être important, plus la résistance de surface de chaque intervalle va diminuer. Cependant d/a est un coefficient de normalisation qui n'intervient pas dans la résistance de surface totale. En fait, la véritable dépendance en "a" est comprise dans la moyenne du paramètre d'ordre. Etudions donc le comportement de ce dernier: pour de gros grains, le paramètre d'ordre peut guérir et atteindre sa valeur maximale puisque la distance caractéristique ξ_s sur laquelle il varie est inférieure à "a". Il n'en est pas de même pour les petits grains ($\xi_s > a$) où le paramètre d'ordre est en moyenne plus dégradé que pour de gros grains; ceci va évidemment augmenter la valeur de la résistance de surface:

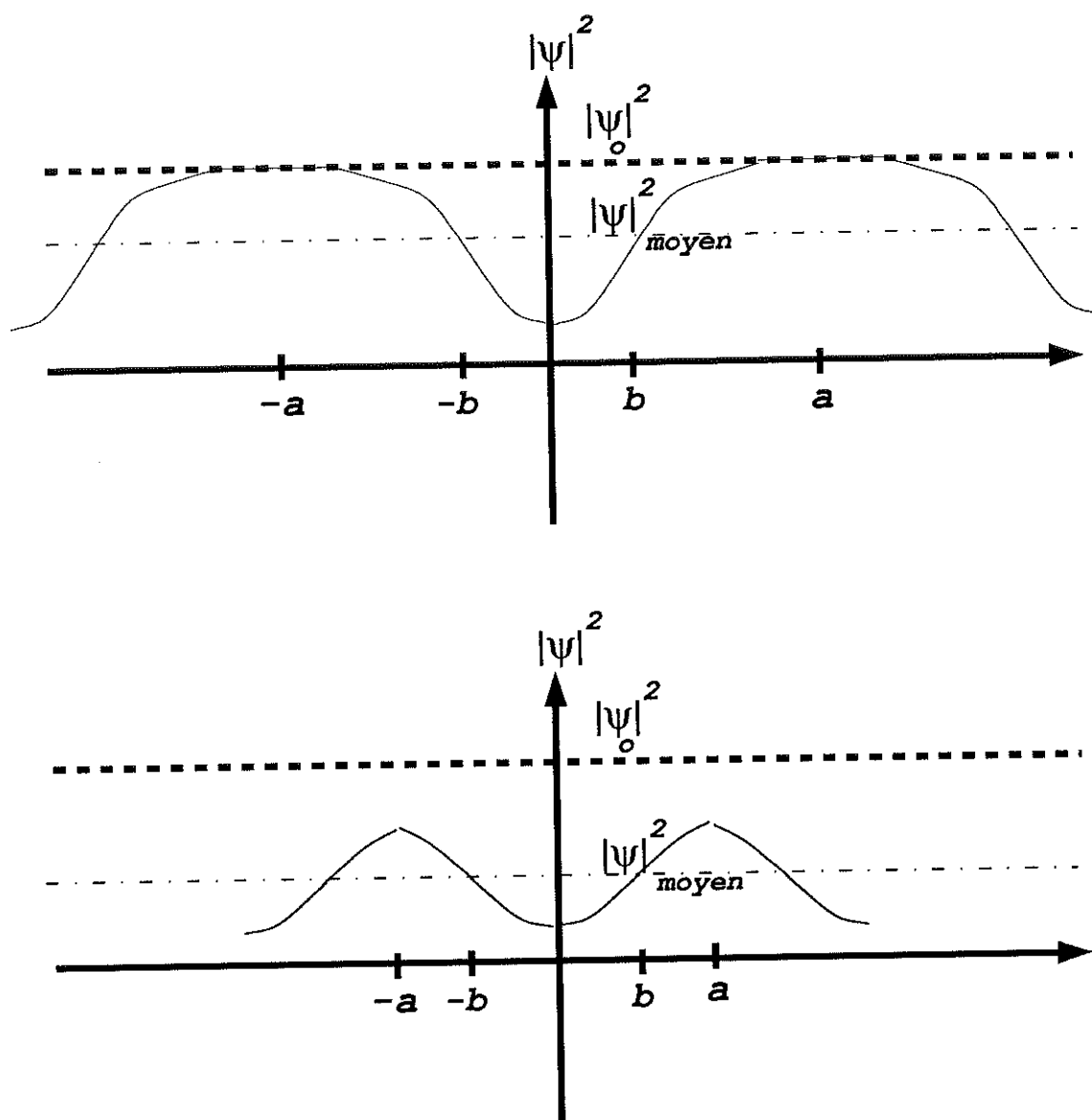


Figure 9 paramètre d'ordre pour des grains gros et petits

Pour connaître la dépendance exacte de la résistance de surface en fonction de la taille des grains, il faut le faire numériquement; les calculs nous ont montré que la dépendance était en inverse de la taille de grains.

3 Le comportement du modèle à deux fluides

Lors de l'élaboration de ce modèle, nous avons pour but de décrire dans un régime de champ faible tous les types de supraconducteurs à structure polycristalline, qu'ils aient un courant critique fort (liens forts) ou faible (liens faibles). Jusqu'à maintenant, nous avons exposé le formalisme; essayons maintenant de préciser le comportement de ce modèle. Commençons par justifier l'utilisation du paramètre d'ordre avec les approximations déjà citées.

3.1 Le paramètre d'ordre

Nous avons utilisé pour évaluer la résistance de surface dans le cadre du modèle généralisé le paramètre d'ordre calculé par Matsushita. Ses calculs supposent que la phase est constante dans la maille et que le champ appliqué est nul. Essayons de voir quel serait l'effet si nous ne faisons pas ces approximations.

Considérons l'équation de Ginzburg-Landau en présence d'un champ magnétique; avec un paramètre d'ordre $\psi(x) = |\psi(x)| \exp(i\chi(x))$, l'équation s'écrit alors en isolant la partie réelle:

$$-\frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}{2m} \Delta |\psi| + \left(\frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}{2m} (\nabla\chi)^2 + \frac{2e^2 A^2}{m} - 4eA \left(\frac{h}{2\pi}\right) (\nabla\chi) + \alpha \right) |\psi| + \beta |\psi|^3 = 0 \quad (75)$$

$$-(\Delta\chi)|\psi| - 2(\nabla\chi)(\nabla|\psi|) + (\nabla\chi)^2|\psi| + \frac{8emA}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} \nabla|\psi| = 0$$

Dans la cas où $A = 0$ et χ est constante, nous retrouvons l'équation utilisée par Matsushita. Il semble ici bien compliqué de résoudre les équations de Ginzburg-Landau en tenant compte du champ et de la variation de la phase. Essayons de voir cependant quel serait l'effet sur le module du paramètre d'ordre (dont nous avons besoin) si nous tenions compte du champ et de la phase.

Plaçons nous à champ faible (A^2 négligeable) et à potentiels faibles; il reste alors:

$$-\frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}{2m} \Delta |\psi| + \left(\alpha - 4e \left(\frac{h}{2\pi}\right) A (\nabla\chi) \right) |\psi| + \beta |\psi|^3 = 0 \quad (76)$$

Le potentiel A et la phase sont alternatifs. Considérons les expressions des densités de courant non-dissipatif donnés par London et Josephson:

$$j \propto fA \quad \text{London} \quad (77)$$

$$j \propto k\Phi \quad \text{Josephson}$$

k et f étant des constantes réelles, le potentiel et la phase sont en phase. Sur l'intervalle d déjà cité, prenons le module de A constant en position et considérons la moyenne du produit scalaire $A(\nabla\chi)$ avec $\nabla\chi = \frac{d\chi}{dx} \simeq \chi_0/d$. Ce produit scalaire est donc non-nul et positif. Dans ce cas, nous aurons:

$$\alpha' = \alpha - 4e \left(\frac{h}{2\pi}\right) \bar{A} \left(\frac{\chi_0}{d}\right) < \alpha \quad (78)$$

Tenir compte du champ et de la phase va donc diminuer la valeur du paramètre d'ordre au milieu des grains où la valeur est : $\psi_0 = -\frac{\alpha'}{\beta}$ et donc augmenter la dégradation dudit paramètre.

Il faut ajouter que la théorie de Ginzburg-Landau n'est valable que pour des températures proches de la température critique. Or, nous sommes surtout intéressés par le calcul de ce qui se passe à température nulle (évaluation de la résistance résiduelle), c'est-à-dire loin du domaine de validité des équations utilisées. Le paramètre d'ordre de Matsushita est donc sujet à caution. On en retiendra en fait seulement les éléments qui restent valables à température nulle; à savoir que le module du paramètre varie sur une échelle spatiale ξ . Nous retiendrons seulement la forme du paramètre d'ordre; la physique sera introduite en fixant les quantités

intervenant dans le paramètre (rapport b/l) par l'intermédiaire d'une relation valable à toute température et dans le lien:

$$\frac{l}{2b} = \frac{mv_F}{Ne^2 G} \quad \text{avec} \quad N = (n_s)_{\text{milieu de grain}} \quad (79)$$

3.2 Liens entre modèle RSJ et le modèle à deux fluides

Nous avons vu au début de ce chapitre que le modèle RSJ utilisait la notion de circuit équivalent en définissant une inductance et une résistance "shunt" en parallèle symbolisant pour la première un courant non-dissipatif et pour la seconde un dissipatif. Ceci a été montré à partir des lois d'Ohm et de London. Or ces dernières sont la base du modèle à deux fluides. Dans le cadre du modèle à deux fluides généralisé, nous pouvons donc définir une inductance issue de l'équation de London et une résistance issue de la loi d'Ohm:

$$R = \frac{Nd}{a\bar{\lambda}n_n\sigma_n} = \frac{d}{a\bar{\lambda}\sigma_n(1-\bar{\Omega})} \quad \text{et} \quad L = \frac{m}{\lambda n_s e^2} \frac{d}{a} \quad (80)$$

L'intervalle considéré peut donc être symbolisé par un circuit équivalent (R,L).

1) Les profondeurs de pénétration Nous trouvons ainsi une certaine expression pour l'inductance associée à un intervalle d quelconque. Or dans le modèle RSJ, nous avons obtenu une expression pour l'inductance associée à l'intervalle de largeur d contenant le lien:

$$L = \frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)}{2ej_c a \lambda_J} \quad \text{avec} \quad \lambda_J = \frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)}{2e\mu_0 j_c d} \quad (81)$$

Afin de relier ces deux expressions, reprenons l'expression du courant donnée par Josephson en présence d'un champ alternatif:

$$j \simeq j_c \left(\frac{2e}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} \int V(t) dt \right) = -j_c \left(\frac{2e}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)} \right) A d \quad (82)$$

N.B: cette relation équivaut à considérer que le potentiel vecteur est constant dans le lien (cf équation (8)) et nous permet d'utiliser plus loin la relation locale de London au lieu de la relation non-locale de Pippard (cf remarque au 4.2.2)).

Soit en faisant apparaître la profondeur de pénétration de Josephson:

$$j \simeq - \frac{A}{\mu_0 \lambda_J^2} \quad (83)$$

Or l'équation de London dans le même système d'unité s'écrit:

$$j = - \frac{A}{\mu_0 \bar{\lambda}^2} \quad (84)$$

Ces deux formules expriment le courant non-dissipatif circulant dans l'intervalle de largeur d contenant le lien. Leur égalité ne fait donc aucun doute et il vient:

$$\lambda_J = \bar{\lambda} \quad \text{dans le lien}$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{h}{2\pi}\right)}{2e\mu_0 j_c d}} = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 e^2 \bar{\Omega} N}} \quad (85)$$

Cette relation cruciale va nous permettre de fixer le paramètre d'ordre à partir de quantités mesurables (comme le courant critique) et de relier le modèle RSJ (relation de Josephson) et le modèle à deux fluides (relation de London) qui apparaissent alors comme ayant des approches équivalentes. De plus, il nous est alors possible d'estimer à partir de données connues (j_c) la dégradation du paramètre d'ordre due à la présence de joints de grains.

N.B: Si nous essayons de calculer la profondeur de pénétration de Josephson pour le Niobium, nous trouvons un résultat inférieur à la profondeur de pénétration de London (ce qui n'est pas le cas pour des supraconducteurs à courant critique faible)! Pour parer à ce problème, nous utiliserons une expression pour la profondeur qui vaut λ_J dans le cas d'un lien faible et λ_L dans le cas d'un lien très fort. cette expression est la suivante:

$$\lambda_J^2 + \lambda_L^2 = \bar{\lambda}^2 \quad (86)$$

2) L'impédance de surface Poursuivons notre analogie et calculons l'impédance de surface à partir de la relation contenant les éléments de circuit:

$$I = \frac{V}{R} - i \frac{V}{L\omega} = \sigma E \quad \text{et} \quad V = Ea \quad (87)$$

$$Z_s = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma}}$$

soit:

$$Z_s = \frac{iL\omega}{\sqrt{1 + \frac{iL\omega}{R}}} \quad (88)$$

Il faut noter à ce stade que l'expression de cette impédance de surface ne correspond pas à celle de l'impédance usuelle du circuit équivalent (équation 25). Il semble donc que la cohérence ne soit pas totale entre le modèle RSJ et le modèle à deux fluides généralisé. Nous allons étudier plus en détail ce problème.

3) Equivalence impédance de surface et impédance électrique Dans la partie décrivant l'équivalence entre circuit électrique et surface de supraconducteur, nous avons vu qu'il y avait égalité entre les deux impédances correspondantes, seulement si on supposait que le courant ne subissait pas de déphasage temporel. Ceci revient à considérer que le courant circule sur la profondeur de pénétration λ , ce qui n'est valable que lorsque le courant supraconducteur domine le courant normal (qui lui circulerait sur toute l'épaisseur du matériau).

Dans ce cas seulement, il y a équivalence entre l'impédance électrique Z_{usuel} du schéma équivalent et l'impédance de surface Z_{surface} ; l'analogie entre circuit électrique et surface de supraconducteur est alors justifiée.

Les deux modèles formant les cas limites du modèle à deux fluides généralisé remplissent tous les deux cette condition: $j_n \ll j_s$. Dans les deux cas, nous avons défini une inductance et une résistance "shunt" formant un circuit (R,L) parallèle équivalent au matériau. Les deux descriptions (RSJ et modèle à deux fluides) sont donc équivalentes, malgré une approche différente.

Quant au modèle généralisé, le courant normal n'est plus négligé devant le courant supraconducteur; dans ce cas, l'impédance électrique associée au circuit équivalent n'est

plus égale à l'impédance de surface:

$$Z_{usuel} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{iL\omega}} \quad \text{et} \quad Z_{surface} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R} + \frac{1}{iL\omega}}} \quad (89)$$

En conclusion: L'approximation $j_n \ll j_s$ utilisée dans les deux premiers modèles est en général justifiée pour le calcul de la résistance résiduelle ($T=0$); ceci peut facilement se montrer en utilisant les relations suivantes:

$$\frac{I_s}{I_n} = \frac{R}{L\omega} \quad R = \frac{R_n}{1 - \frac{n_s}{N}} \quad L = \frac{(\frac{h}{2\pi})}{2eI_c} \quad (90)$$

$$I_c R_n = \Delta$$

Le but est d'exprimer le rapport du courant supraconducteur au courant normal:

$$\frac{I_s}{I_n} = \frac{2eI_c R_n}{(\frac{h}{2\pi})\omega} \frac{1}{1 - \frac{n_s}{N}} \quad \text{donc} \quad \frac{I_s}{I_n} = \frac{2e\Delta}{(\frac{h}{2\pi})\omega} \frac{1}{1 - \frac{n_s}{N}} \quad (91)$$

A température nulle et aux fréquences où nous travaillons (de l'ordre du GHz), nous avons $(\frac{h}{2\pi})\omega \ll 2e\Delta(0)$, le courant normal est alors négligeable et la notion de circuit équivalent prend toute sa signification. Cependant, cette inégalité pourrait ne plus être vérifiée lors d'une élévation de température; aussi, nous nous garderons de faire cette approximation pour le moment (la notion de circuit équivalent n'est de toute façon pas indispensable dans notre formalisme).

Nous pouvons maintenant calculer la dissipation issue de la structure granulaire en découpant le supraconducteur en maille et chaque maille en intervalle d'épaisseur d dans lesquelles le formalisme peut être utilisé sans problème puisque aucune approximation n'a été faite sur l'importance relative des courant normal et supraconducteur.

3.3 Les cas limites

Afin de montrer que ce formalisme est bien général, nous allons essayer de retrouver le modèle RSJ avec les prescriptions d'Hylton et al. et le modèle à deux fluides standard.

Pour cela, utilisons l'expression de l'impédance de surface obtenue à partir de l'analogie entre circuit électrique et maille du réseau:

$$Z_s = \frac{iL\omega}{\sqrt{1 + \frac{iL\omega}{R}}} \quad (92)$$

1) Modèle RSJ Hypothèses: $R \gg L\omega$ (Hylton et al.) dans le joint et R infini dans le grain.

La conductivité dans le joint s'écrit:

$$\sigma^{-1} = \frac{Z_s^2}{i\omega\mu_0} \quad \text{et} \quad Z_s^2 \simeq -L_J^2\omega^2 \left(1 - i\frac{L_J\omega}{R}\right) \quad (93)$$

$$\sigma_{joint}^{-1} = i\frac{L_J^2\omega}{\mu_0} + \frac{\omega^2}{\mu_0} \frac{L_J^3}{R}$$

Quant au grain, une inductance pure le symbolise:

$$\sigma_{grain}^{-1} = i \frac{L_g^2 \omega}{\mu_0} \quad (94)$$

La conductivité totale d'une maille du réseau s'écrit alors:

$$\sigma^{-1} = i \frac{(L_g^2 + L_J^2) \omega}{\mu_0} + \frac{\omega^2}{\mu_0} \frac{L_J^3}{R} \quad (95)$$

et nous retrouvons bien la conductivité utilisée par Hylton et al. en remplaçant les éléments de circuit par les expressions utilisées. Le modèle généralisé redonne bien les résultats obtenus par Hylton et al. dans un régime où $j \ll j_c$ (ce qui est équivalent à $R \gg L\omega$).

2) Le modèle à deux fluides standard Il suffit de prendre comme condition $j_n < j_s$ (qui est d'ailleurs équivalente à prendre $R \gg L\omega$, ce qui montre que les modèles standard et RSJ ont le même domaine de validité) dans l'impédance de surface:

$$j_n < j_s \quad \text{ou} \quad R \gg L\omega \quad (96)$$

$$Z_s \simeq iL\omega + \frac{(L\omega)^2}{2R}$$

et de considérer le matériau dans son ensemble. En prenant la partie réelle, nous retrouvons le modèle à deux fluides standard:

$$R_s = \frac{(L\omega)^2}{R} = \frac{\mu_0^2 \lambda_L^2 \sigma_n \omega^2}{2} \frac{(1 - \Omega)}{\Omega^{\frac{3}{2}}} \quad (97)$$

$$\Omega = \Omega(T) = \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^n \right)$$



V Les propriétés des joints de grains

1 La largeur des joints

Cette notion de largeur de joint est très utilisée dans les modèles essayant de caractériser la diffusion. P. Guiraldeng^[59] fait un tour d'horizon sur les concepts permettant de traiter la diffusion à l'interface joint-grain. La plupart des modèles^{[60],[61],[62]} symbolisent le joint par une couche statique, alors que la diffusion est le résultat de processus dynamiques élémentaires. De même, la dépendance en température de la diffusion intergranulaire est représentée par une loi d'Arrhenius où la largeur est indépendante de la température. Guiraldeng montre que cette constance dans la valeur de la largeur du joint (prise souvent égale à 5 Angström) induit des erreurs; aussi beaucoup de travaux ont été effectués pour déterminer cette largeur^{[63],[64],[65],[66],[67]}.

Il faut noter que dans notre modèle apparaît cette largeur dans le paramètre d'ordre. Afin d'éviter toute source d'erreur, nous utilisons la relation déjà citée $\lambda_j^2 = \bar{\lambda}^2$ qui nous permet de nous affranchir de cette dépendance et ainsi nous évite de fausses estimations. Cette relation permet en effet d'obtenir une valeur de résistance résiduelle due à la structure polycristalline, indépendante de la valeur choisie pour la largeur des joints.

2 Les propriétés électriques

2.1 Le joint de grain

La différence qui survient dans les propriétés électriques entre les matériaux polycristallins et monocristallins est généralement attribuée à la présence des joints de grains dans les premiers. Ces joints sont des défauts localisés qui séparent des grains d'orientation différente. Pour expliquer les propriétés électriques des joints, deux effets doivent être pris en compte: l'orientation différente des grains (effet longue portée); le désordre atomique local (le joint est un défaut) et la ségrégation (pour des raisons énergétiques, les impuretés sont stabilisées dans le joint, d'où une sursaturation (ou ségrégation) d'impuretés dans le joint) (effet à courte portée). Les joints de grains déterminent ainsi les propriétés électriques des métaux polycristallins en augmentant la résistivité^[68].

2.2 La résistivité des métaux

Dans les métaux, la détérioration des propriétés électriques, donc de la conductivité, due à la présence des joints, peut être mesurée par la méthode suivante. Utilisée pour les "bulk", elle consiste à mesurer la résistivité de plusieurs échantillons ayant des tailles de grains différentes. Généralement, la courbe de la résistivité en fonction de la surface des liens par unité de volume (S/V) est une droite (à partir d'une certaine valeur S/V qui dépend de la pureté du spécimen) dont la pente représente une grandeur caractéristique des joints: la résistance spécifique G (en $\Omega.m^2$). La valeur typique de G est de l'ordre de $10^{-16}\Omega.m^2$.

Dans ces expériences, la résistivité électrique mesurée pour un métal comporte différentes contributions qui se somment directement:

$$\rho = \rho_{e-phonons}(T) + \rho_{e-impuretés} + \rho_{défauts} + \rho_{e-surface} \quad (98)$$

La première contribution est celle due à l'interaction entre les électrons et le réseau cristallin par l'intermédiaire des phonons; elle dépend de la température et est quasiment nulle à $T = 0$. $\rho_{\text{défauts}}$ représente la résistivité provenant de l'existence de défauts tels les dislocations, les joints de grains ..., et $\rho_{e\text{-surface}}$ celle provenant des défauts issus de l'interaction entre les électrons et la surface. Ces deux dernières contributions peuvent être négligées pour des échantillons préalablement chauffés. Ainsi, à $T = 0$ (ou même à très basses températures) et pour un matériau recuit, la seule contribution non-négligeable à la résistivité est celle provenant des interactions entre les électrons et les impuretés présentes dans le matériau: $\rho_{e\text{-impuretés}}$.

Si on considère une distribution homogène des impuretés (atomes étrangers) dans l'échantillon, la résistivité est alors proportionnelle à leur concentration C :

$$\rho_{e\text{-impuretés}} = \frac{\Delta\rho_{e\text{-impuretés}}}{\Delta C} C \quad (99)$$

Klaus K. Schulze^[69] a étudié plus particulièrement le Niobium. Pour ce dernier, à faibles températures, on peut déjà négliger l'interaction électrons-phonons. Schulze a calculé la constante de proportionnalité de la relation ci-dessus pour différentes impuretés tel que le N(5.2), C(4.3), O(4.5), H(0.8), Ta(0.25), Mo(0.21), W(0.4-1.1), Zr(1.4-0.6), Hf(1.4), Ti(1.4) (valeurs en Ohm.cm/(at.-ppm), ainsi que pour les défauts contribuant à $\rho_{\text{défauts}}$, tels les joints de grains et les dislocations (figure 1 de son article).

Ainsi, la résistivité due à la présence d'impuretés est la principale contribution à la résistance résiduelle des échantillons à structure polycristalline, recuits. Cependant, la contribution à la résistance des défauts de structure des joints est elle aussi significative. Dans notre cas, nous allons donc nous intéresser plus particulièrement à la contribution $\rho_{\text{défauts}}$ provenant des joints de grains.

2.3 Contribution des joints

1) Niobium ultra-pur Toujours en utilisant la figure 1 de l'article de Schulze, essayons de calculer la résistance spécifique des joints de grains (JG). Nous avons:

$$\rho_{JG} = 0.02 \text{ n}\Omega.\text{cm} \quad \text{pour} \quad 10 \text{ JG/cm} \quad (100)$$

La résistance s'écrit:

$$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{2.10^{-11} * 0.1}{1} = 2.10^{-12} \Omega \quad \text{pour un JG}$$

$$\text{de } 1\text{cm}^2 \text{ de surface et } 10\text{ cm d'épaisseur} \quad (101)$$

$$G = 2.10^{-16} \Omega.m^2 \quad \text{pour le Niobium}$$

(cette valeur est en accord avec la fourchette donnée par Guyot^[70] pour les métaux purs).

Cependant, il reste encore à tenir compte des impuretés ségréguées aux joints. Or la valeur mesurée par Schulze pour la résistivité est valable pour un Nb ultra-pur, c'est-à-dire avec un RRR (Residual Resistivity Ratio) ou degré de pureté très élevé. En général, le Niobium utilisé dans nos expériences est loin d'être aussi pur et de ce fait les impuretés ségréguées sont plus nombreuses. Il faut donc alors évaluer l'augmentation de la résistance spécifique des joints de grains due à la ségrégation d'impuretés.

2) Niobium utilisé Pour pouvoir connaître une valeur plus réaliste de la résistance spécifique des joints, il faudrait pouvoir mesurer la résistivité du Niobium utilisé dans nos expériences (RRR = 200 environ) pour différentes tailles de grains. Pour changer la taille des grains, il faut chauffer le matériau à une température proche de sa température de fusion afin de le recristalliser. Ceci n'est pas évident à faire pour le Niobium qui a une température de fusion de 1800 degrés Celsius environ. Or nous savons qu'à cette température, le Niobium est très vite pollué par l'environnement extérieur et l'oxyde créé entre en solution solide dans le matériau à une température inférieure à celle de la recristallisation. Il est donc difficile d'étudier la résistivité en ne faisant varier que la taille des grains, puisque la concentration en impuretés change aussi.

3) Aluminium M. B. Kasen^[71] a mesuré la résistance spécifique des joints de l'Aluminium pour différents RRR. Ce matériau est plus facile à étudier: sa température de fusion est beaucoup plus faible (il est possible de le recristalliser à température ambiante) et l'oxyde qui se forme à sa surface le protège très efficacement de la pollution extérieure. Il est alors possible de modifier la taille des grains sans pour autant modifier la teneur en impuretés.

Dans cet article, Kasen étudie deux sortes d'Aluminium, différents par leur teneur en impuretés de 2 et 0.5 ppm atomique (RRR = 1900 et 7000). Le premier type d'Aluminium est totalement recristallisé en chauffant pendant deux heures à 300 degrés Celsius dans un four et en refroidissant doucement jusqu'à la température de la pièce. Le second type est exposé à la température de la pièce pendant 24 heures, d'où une recristallisation complète pour lui aussi. La résistivité à 4 degrés Kelvin est mesurée pour ces configurations. Chaque matériau est ensuite chauffé pendant une heure puis refroidi doucement (trois degrés Celsius par minute) et la résistivité est mesurée. L'opération est rééditée pour des températures de plus en plus élevées (augmentation de 25 degrés Celsius entre 300 et 600 degrés Celsius pour le premier type et de 50 degrés entre 50 et 600 degrés pour le second type).

Avec ses préparations, Kasen estime la densité de dislocations peu élevée et essentiellement constante; la contribution à la résistivité est alors négligée, de même celle des "vacancies".

Les courbes $\rho = f(S/V)$ obtenues pour les deux types d'Aluminium présentent deux différentes pentes $\Delta\rho / \Delta(S/V)$ (les courbes sont linéaires pour de petites tailles de grain). Kasen considère ces deux valeurs comme étant la conséquence des deux processus utilisés pour modifier la résistivité, d'où une séparation de la valeur de la pente en deux contributions distinctes: la première rend compte du contenu en dislocations des joints et est ainsi une manifestation de la présence physique des joints. Cette contribution est indépendante du contenu en impuretés du matériau et est considérée comme la résistance spécifique du matériau. La seconde contribution reflète quant à elle la présence de ségrégation d'impuretés aux joints de grains et c'est cette dernière qui nous intéresse. Elle dépend du contenu total en impuretés de l'échantillon étudié; ce n'est donc pas un paramètre fondamental des joints de grains. En calculant les pentes pour les deux types de matériaux, on obtient la résistance spécifique de l'Aluminium pour deux différentes concentrations en impuretés. Il suffit alors de tracer la courbe de la résistance spécifique en fonction de la concentration en impuretés des deux types pour connaître: la résistance spécifique de l'aluminium ultra-pur (ordonnée à l'origine) et l'augmentation de cette résistance en fonction des impuretés (pente de la courbe).

N.B: les impuretés peuvent se trouver sous deux formes dans un échantillon, ségrégées au joint (concentration C_{joint}) ou en solution solide dans les grains (C_{grain}). Un équilibre

chimique se produit entre ces deux sortes d'impuretés, les concentrations relatives obéissent à une loi d'action de masse:

$$\frac{C_{joint}}{C_{grain}} = constante \propto \exp\left(-\frac{\Delta}{kT}\right) \quad (102)$$

(où Δ est l'énergie mise en jeu pour qu'une impureté passe d'une forme à l'autre). Il est donc évident que toute augmentation de la concentration en impuretés va provoquer une augmentation de C_{joint} d'une quantité proportionnelle.

Ceci permet de montrer que dans l'Aluminium, la résistance spécifique des joints augmente de:

$$0,35 \cdot 10^{-16} \Omega \cdot m^2 \text{ par ppm d'impuretés} \quad (103)$$

Cette expérience étant difficilement réalisable pour le Niobium, nous pouvons utiliser ce résultat pour estimer la résistance spécifique des joints du Niobium en présence d'impuretés.

3 Etude expérimentale

3.1 Etude de la composition chimique des joints

Comme nous l'avons vu précédemment, le recuit peut être utilisé pour étudier la contribution de la structure cristalline à la résistance de surface; il permet, en effet, de changer la taille des grains et donc de diminuer le nombre de joints de grains. Malheureusement, cette étude est difficilement réalisable, puisque d'autres paramètres évoluent aussi.

Cependant, il est possible d'étudier la composition chimique des joints de grain: connaître la nature et l'importance des impuretés contenues dans un joint est indispensable comme nous venons de le voir. Pour étudier la teneur en impuretés des joints de grains, nous avons effectué des expériences utilisant l'appareillage du laboratoire Pierre Sue de Saclay (micro-sonde nucléaire). Plusieurs types d'expériences ont été utilisés:

- méthode PIXE (Proton Induced X-ray Emission): un faisceau de protons d'une taille de $1 \mu m * 1 \mu m$ (d'énergie comprise entre 1 et 2 MeV) est utilisé pour sonder les joints de grains. Les rayons X émis lors de l'interaction entre le faisceau et l'échantillon sont détectés et le spectre d'énergie obtenue est caractéristique des espèces chimiques présentes dans les joints. Cette méthode ne permet pas de savoir si des éléments plus lourds tels que le Carbone ou l'Oxygène sont présents.

- pour détecter ces deux derniers éléments, un faisceau de particules plus lourdes (des deutons) est alors utilisé.

Les échantillons testés étaient de deux types:

- des échantillons ayant été chauffés à très hautes températures, avec condensation de vapeur de Titane (protection contre une pollution extérieure) à la surface du supraconducteur. Ces derniers ont ensuite été traités chimiquement afin d'enlever une couche de $5 \mu m$ (épaisseur suffisante pour enlever la couche de Titane déposée).

- des échantillons non recuits, habituellement utilisés dans nos cavités accélératrices.

Ces expériences nous ont montré qu'il n'y avait pas de ségrégation significative de Carbone ni d'Oxygène au niveau des joints de grain (les concentrations sont identiques à celles

des grains) et ceci pour tous les échantillons étudiés; ceci nous permettra par la suite d'utiliser pour le modèle les caractéristiques du Niobium pur qui sont connues expérimentalement. Une différence est cependant apparue en utilisant la méthode PIXE entre les échantillons non recuits et les recuits. Ces derniers ayant été débarrassés chimiquement du Titane qui les recouvraient, cet élément ne devrait plus être détecté. En réalité, le Titane semble diffuser à l'intérieur des joints de grains et reste après le décapage puisque nous avons détecté une certaine ségrégation pour les échantillons recuits et pas pour les autres. Cette ségrégation pourrait donc expliquer la détérioration de la résistance de surface résiduelle observée expérimentalement sur des échantillons recuits.

Il n'est malheureusement pas encore possible de tirer des conclusions définitives quant à la ségrégation d'impuretés aux joints de grains. Il ne semble pas y avoir ségrégation de Carbone ou d'Oxygène, mais ceci reste à vérifier. Cependant, pour des échantillons recuits, le Titane semble diffuser dans les joints de grain et pourrait ainsi augmenter la dissipation; des études quantitatives doivent être menées avant de pouvoir obtenir une valeur pour G.

3.2 Recuit du matériau supraconducteur

Puisque ce mécanisme de dissipation semble maintenant compris, il faut essayer de diminuer au maximum sa contribution à la résistance de surface résiduelle. Pour cela, il faut purifier le matériau et diminuer le nombre de joints de grains, afin de diminuer le nombre de sites où survient la dissipation.

Jusqu'à maintenant, des recuits avaient été effectués dans un four sous ultra-vide et à très haute température pour deux raisons:

* purifier efficacement le Niobium en volume: pour cela de la vapeur de Titane est sublimée sur les parois de la cavité, pour faire jouer à ce dernier le rôle de "getter" vis-à-vis des impuretés diffusant dans le Niobium (la cavité est alors protégée de la contamination par le vide résiduel du four). Cette sublimation s'effectue en même temps que le recuit de la cavité. Comme le Titane reste à la surface de la cavité, il suffit de décaper chimiquement la cavité après le traitement pour trouver un matériau purifié. La purification permet d'améliorer la conductibilité thermique des parois, ce qui limite les instabilités thermiques, et peut permettre de nettoyer les joints de grains de leurs impuretés.

* limiter l'émission de champ (émission d'électrons de la surface sous l'effet du champ électrique haute fréquence appliqué) qui limite les capacités accélératrices des cavités.

Cependant, le recuit peut aussi être utilisé pour recristalliser le Niobium et ainsi augmenter considérablement la taille des grains. Or il faut remarquer que les plus faibles valeurs de résistance de surface ont été obtenues sur des cavités recuites. Il semble donc indispensable d'approfondir ces recherches, afin de montrer qu'une recristallisation du Niobium accompagnée d'une purification des joints peut améliorer la résistance de surface. Malheureusement l'utilisation de tels fours est très coûteuse et complexe (propreté, vide, technique de haute température, ...).

Une technique actuellement développée au Service d'Etude des Accélérateurs de Saclay, consiste à chauffer localement les cavités en utilisant un faisceau d'électrons de basse énergie (BE). Dans ce cas, la cavité est préalablement scellée sous vide et le chauffage d'un filament de Titane par effet Joule permet la condensation de vapeur de Titane sur la surface externe de la cavité. Ce type de recuit permet, tout comme un four, de nettoyer la surface, donc de limiter l'émission de champ, mais aussi de purifier le Niobium en volume et de recristalliser ce

dernier. Cette méthode est moins coûteuse que celle du four et présente d'autres avantages: les parois du caisson BE restent froides et le vide peut être meilleur que celui d'un four; les températures pouvant être atteintes sont très élevées (de l'ordre de 2000 degrés Celsius); les vitesses de chauffage et de refroidissement sont importantes: ceci permet de traverser rapidement les zones de température où le Niobium est particulièrement vulnérable à la contamination par le vide résiduel (1000 à 1500 degrés Celsius).

Evidemment, quelques problèmes doivent être encore résolus (par exemple, à haute température, il semble bien que le Titane diffuse à l'intérieur des joints du Niobium comme nous l'avons remarqué lors des expériences au laboratoire Pierre Sue), mais ne sont pas insurmontables. Une fois cette technique bien maîtrisée, il sera alors plus facile de montrer expérimentalement qu'augmenter la taille des grains et purifier les joints peut permettre d'atteindre des valeurs de résistance résiduelle encore plus faibles.

VI La dissipation en chiffre

Dans un premier temps, nous évaluerons la contribution de la structure granulaire à la résistance de surface à température nulle. Les résultats obtenus pour les différents matériaux étudiés seront comparés à ceux donnés par le modèle RSJ. Dans une seconde partie, nous introduirons le comportement d'une telle contribution en fonction de la température sans se restreindre à un intervalle particulier comme pour les autres modèles (modèle à deux fluides standard où $T \ll T_c$).

1 La contribution à la résistance résiduelle

Essayons de chiffrer la contribution de la structure granulaire à la résistance résiduelle. Le formalisme décrit précédemment va ici être appliqué à différents supraconducteurs: le Niobium tôle, le Niobium sputtered et l'YBaCuO.

Un programme informatique permet, pour n'importe quel supraconducteur, de déterminer les paramètres servant à calculer la résistance de surface associée à cette structure polycristalline. Dans un premier temps, les caractéristiques du supraconducteur sont introduites:

- la taille des grains " a ": indispensable pour déterminer la taille de la maille du réseau.
- la longueur de cohérence ξ_s : distance sur laquelle varie le paramètre d'ordre (densité d'électrons supraconducteur) à proximité du lien.

- la profondeur de pénétration de London λ_L : $\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 N e^2}}$ qui permet de déterminer la densité d'électrons totale N (donc le paramètre d'ordre à l'infini) et la largeur de l'intervalle sur laquelle les moyennes sont calculées ($d = 2\lambda_L + 2b$).

- la conductivité à l'état normal σ_n : qui entre en compte dans la formule de la résistance de surface.

- le degré de pureté RRR : qui permet de déterminer la valeur de la conductivité σ_n à température nulle: $\sigma_n(T=0) = RRR * \sigma_n(T=300K)$.

- la résistivité spécifique G : qui va permettre de déterminer le rapport l/b intervenant dans l'expression du paramètre d'ordre.

La seconde étape des calculs consiste à déterminer la valeur du rapport l/b (libre parcours moyen dans le lien sur largeur intrinsèque du lien). Ceci se fait grâce à la relation (79) valable seulement dans le lien, où la moyenne du paramètre d'ordre est calculée sur l'intervalle de largeur d contenant le lien.

Une fois la valeur de ce rapport déterminée, il reste à l'introduire dans l'expression du paramètre d'ordre. Le supraconducteur est alors découpé en intervalles de largeur d (le problème est à une dimension puisque nous considérons un réseau régulier); pour chaque intervalle, la moyenne du paramètre d'ordre est calculée puis injectée dans la résistance de surface associée à cet intervalle. Il reste alors à sommer toutes ces contributions pour obtenir la résistance résiduelle due à la structure polycristalline.

1.1 Le Niobium tôle

Intérêt: le Niobium est un matériau caractérisé par une valeur de courant critique élevée, où les pertes résiduelles sont assez faibles (en général de l'ordre de 20 n Ω à 1.5 GHz).

Pour la première fois, nous allons essayer de chiffrer la dissipation apportée par la structure polycristalline de ce matériau. Nous allons dans un premier temps calculer la résistance de surface avec la valeur de G pour un Niobium ultra-pur, sachant que cette valeur peut être plus élevée si des impuretés sont ségréguées dans les joints (comme par exemple pour du Niobium Titanifié).

Caractéristiques:

$$a = 50.10^{-6}m \quad \xi_s = 500.10^{-10}m \quad \lambda_L = 350.10^{-10}m$$

$$\sigma_n(0K) = \sigma_n(300K).RRR \quad \sigma_n(300K) = 0.69.10^7 \Omega^{-1}.m^{-1} \quad (104)$$

$$RRR = 200 \quad G_{pur} = 2.10^{-16} \Omega.m^2$$

Résultats: à 1.5GHz, la résistance résiduelle due à la structure granulaire se chiffre à 3nΩ environ pour une résiduelle totale de 20nΩ. La contribution de la structure granulaire semble donc être notable sans pour autant être dominante. Mais, en essayant de tenir compte de la présence d'impuretés (travaux de Kasen), et en supposant que le Niobium soit comparable à l'Aluminium en ce qui concerne la sensibilité de la résistance spécifique des liens vis-à-vis de la teneur en impuretés, la valeur de G pourrait être de l'ordre de $10^{-15} \Omega.m^2$ (pour une centaine de ppm, valeur typique que nous prendrons pour du Niobium recuit); la contribution des joints à la résistance résiduelle passe alors 18 nanoOhms environ; ce qui devient très important et dans ce cas la granularité expliquerait une grande partie de la résistance résiduelle mesurée pour des échantillons recuits. Comme nous l'avons vu, des études sont en cours pour essayer de déterminer avec plus de précision la valeur de la résistance spécifique du Niobium en présence d'impuretés, mais nous pouvons déjà émettre une conclusion: la structure polycristalline joue bien un rôle dans la dissipation des cavités en Niobium. Sa contribution semble avoir pour limite inférieure une valeur de 3 nΩ (dans le cas d'un Niobium ultra-pur) susceptible d'expliquer la majeure partie de la résistance résiduelle mesurée dans les meilleures de nos cavités (formées d'un Niobium de très bon RRR et très bien blindées) de l'ordre de 5 nΩ.

Dépendance en fréquence: à 1 GHz, la résistance calculée est de 1,36 nΩ et à 4 GHz, elle est de 21,87 nΩ. La dépendance en fréquence est donc quadratique pour le Niobium tôle.

Remarque: les valeurs de résistance de surface données ne sont que des estimations pour le Niobium. En effet, ce matériau est à la limite du domaine de validité du modèle qui demande: $\xi < \lambda$ alors que pour le Niobium ξ et λ sont pratiquement du même ordre. Cependant, ceci nous permet d'avoir une idée sur l'importance de la structure polycristalline.

1.2 Le Niobium "sputtered"

Intérêt: Le Niobium "sputtered" est en fait du Niobium déposé en couche mince sur un autre matériau servant de support. La plupart des cavités supraconductrices utilisées actuellement sont composées de parois en Niobium. Depuis quelques années, les laboratoires essaient de fabriquer des cavités en Cuivre à l'intérieur desquelles une couche mince de Niobium est déposée par une méthode de pulvérisation. Cette configuration a pour avantage de réduire les coûts de fabrication, sans pour autant augmenter la dissipation, puisque l'épaisseur de la couche supraconductrice déposée est au moins égale à la profondeur sur laquelle pénètre

le champ magnétique à l'intérieur de la cavité. L'inconvénient réside dans la dégradation du RRR due à la pulvérisation et à la diminution de la taille des grains, par rapport à celle du Niobium tôle, d'où une augmentation des pertes résiduelles qui passent alors dans nos cavités à environ 150 nΩ pour une fréquence de 1.5GHz.

Caractéristiques:

$$a = 0.1 \cdot 10^{-6} m \quad \xi_s = 500 \cdot 10^{-10} m \quad \lambda_L = 350 \cdot 10^{-10} m$$

$$\sigma_n(0K) = \sigma_n(300K) \cdot RRR \quad \sigma_n(300K) = 0.69 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot m^{-1} \quad (105)$$

$$RRR = 20 \quad G_{pur} = 2 \cdot 10^{-16} \Omega \cdot m^2$$

Résultats: à 1.5GHz, la résistance résiduelle due à la structure granulaire se chiffre à 139 nΩ environ pour une résiduelle totale de 150 nΩ. La contribution de la structure granulaire semble donc être plus importante que dans le cas du Niobium tôle, ceci étant dû surtout à la taille des grains, dans lesquels le paramètre d'ordre n'atteint pas sa valeur maximale; il existe alors des électrons non-appariés même dans les grains où la dissipation n'est alors plus du tout négligeable. Il faut remarquer que cette importante contribution à la résistance résiduelle est atteinte en utilisant la résistivité spécifique du matériau ultra-pur.

Remarque: la question est donc de savoir si les impuretés jouent un rôle sur la valeur de G aussi important que pour l'Aluminium, puisque ici G_{pur} donne des résultats en accord avec l'expérience et que pour le Niobium tôle, la contribution calculée est suffisante pour expliquer une grande partie de R_s .

Dépendance en fréquence: à 1 GHz, la résistance calculée est de 70,33 nΩ et à 4 GHz, elle est de 1125,28 nΩ. La dépendance en fréquence est donc aussi quadratique pour le Niobium sputtered.

1.3 L'YBaCuO

Intérêt: ce type de supraconducteur est connu pour sa température critique élevée (92 K) ce qui permet d'atteindre l'état supraconducteur à des températures "élevées", d'où une plus grande facilité pour les étudier et pour les applications. De plus des résultats expérimentaux peuvent être trouvés dans la littérature sur la mesure de la résistance de surface. Enfin, il est possible de comparer les résultats obtenus pour ce matériau avec ceux obtenus par Hylton avec le modèle RSJ, puisque l'approximation dans laquelle il se place est ici vérifiée: dissipation négligeable dans les grains.

Caractéristiques:

$$a = 10 \cdot 10^{-6} m \quad \xi_s = 10 \cdot 10^{-10} m \quad \lambda_L = 2000 \cdot 10^{-10} m$$

$$\sigma_n(0K) = \sigma_n(300K) \cdot RRR \quad \sigma_n(300K) = 2 \cdot 10^5 \Omega^{-1} \cdot m^{-1} \quad (106)$$

$$RRR = 1 \quad G = 2.5 \cdot 10^{-12} \Omega \cdot m^2$$

Résultats: à 1.5 GHz, la résistance résiduelle se chiffre à 0,38 nΩ; ce qui est totalement négligeable devant les résistances de surface mesurées expérimentalement (supérieures au microOhm).

Dépendance en fréquence: à 1 GHz, la résistance calculée est de 0,17 n Ω et à 4 GHz, elle est de 2,72 n Ω . La dépendance en fréquence est donc encore quadratique.

Modèle RSJ: si nous injectons les valeurs caractéristiques de l'YBaCuO dans la formule de la résistance de surface donnée par Hylton et al., en utilisant l'expression de la résistance "shunt" proposée par Bonin et Safa, on trouve à température nulle environ 5 $\mu\Omega$. La différence est très importante entre les deux modèles, mais ceci peut être facilement compris: choisir $R = G/S$ comme résistance équivalente à un intervalle de largeur $d = 2\lambda_L + 2b$ (cf modèle RSJ) équivaut à considérer une zone normale (cf équation 35) de largeur $d = 4000$ Angström, donc un paramètre d'ordre nul sur d . Or nous savons que ce dernier varie sur une longueur ξ_s à partir du centre du joint; il ne peut donc être nul que sur $2\xi_s$ (= 20 Angstrom) au maximum. Le choix de R n'est donc pas adéquat et le chiffre obtenu pour R_s est très surestimé.

Conclusion: les résultats de notre modèle montre que la contribution de la structure granulaire à la résistance de surface est négligeable. La longueur de cohérence est tellement faible que la dégradation totale du paramètre d'ordre sur cette longueur joue un rôle négligeable devant celui des grains où ce paramètre n'est pas dégradé. Ce n'est donc pas la structure polycristalline qui donne à l'YBaCuO une valeur expérimentale à la résistance de surface de l'ordre de 10 $\mu\Omega$ à 4.2 Kelvin et 1.5 GHz.

2 L'évolution en fonction de la température

Dans toutes les courbes qui suivent, sont tracées la résistance de surface du modèle présenté précédemment, la partie de la résistance dépendant de la température (appelée par abus de langage résistance BCS) obtenue en supposant un courant supraconducteur dominant dans le modèle à deux fluides (équation 49 avec $n = 3$, valeur qui semble la plus adaptée au vu des résultats expérimentaux; on prend en général $n = 4$). De plus, la comparaison avec des valeurs expérimentales comme pour l'YBaCuO n'a un sens que pour les faibles températures, c'est à dire celles loin de la température critique (domaine de validité des modèles et de leur dépendance en température), aussi les courbes sont-elles montrées ici à titre indicatif, mais ne donneront pas lieu à des discussions approfondies.

2.1 Niobium tôle

Pour ce matériau, les deux courbes sont très proches tant que l'approximation effectuée dans le calcul de la résistance BCS reste valable: pour des températures comprises entre 2 et 5 Kelvins. Pour des températures inférieures, la résistance R_{BCS} tend vers 0 à $T = 0$ Kelvin, alors que celle de notre modèle tend vers la valeur de la résistance résiduelle. Au-delà de $T = 5$ Kelvins, plus la température augmente, plus la supraconductivité est détériorée; il devient alors impossible de négliger la contribution du courant normal, d'où la différence entre les deux courbes.

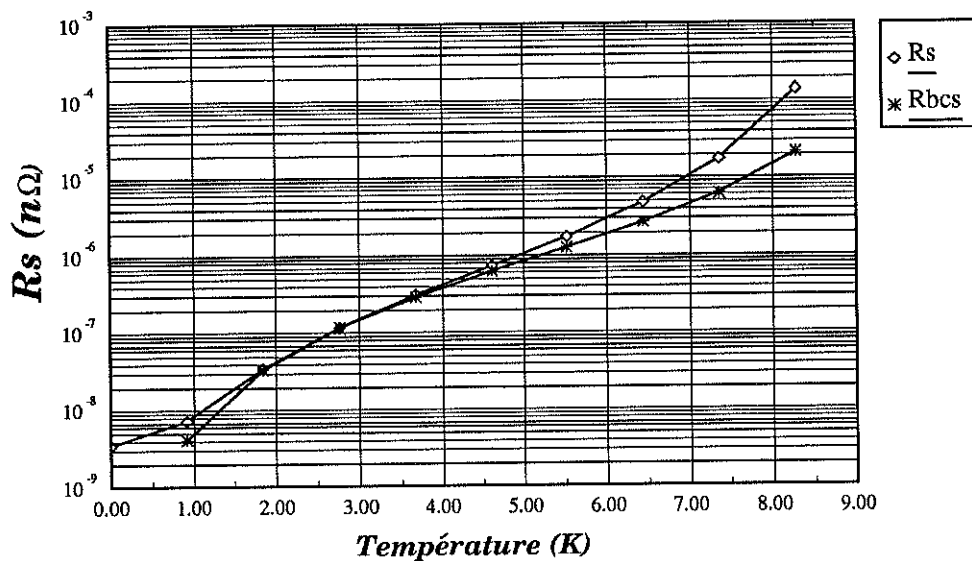


Figure 10 résistance de surface due à la structure granulaire vs la température pour le Niobium tôle

Le modèle développé dans ce chapitre permet ainsi d'obtenir une estimation pour la résistance de surface résiduelle, la résistance BCS devant être nulle à température nulle.

2.2 Niobium "sputtered"

Les courbes sont parallèles dans le même intervalle de température que celui cité pour le cas précédent, mais elles ne sont pas proches l'une de l'autre. On voit ici apparaître clairement les limites de l'expression BCS de la résistance: la taille des grains est ici tellement faible, que le paramètre d'ordre est très dégradé en moyenne ce qui se ressent dans les résultats de notre modèle qui tient compte de cette dégradation, contrairement à l'autre expression qui considère le paramètre d'ordre non-dégradé par la structure granulaire.

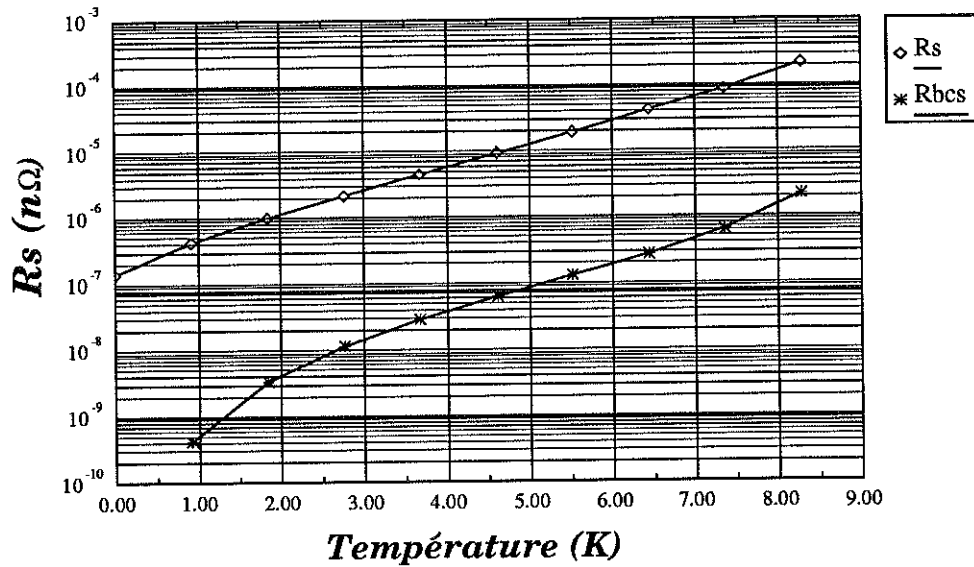


Figure 11 résistance de surface due à la structure granulaire vs la température pour le Niobium sputtered

2.3 L'YBaCuO

Nous comparons dans la figure suivante nos résultats à ceux obtenus par J. R. Delayen et C. L. Bohn^[72] en fonction de la température et de la fréquence (figure 3 de leur article) pour de faibles amplitudes de champs magnétiques (grains fortement couplés comme dans notre cas).

Les résultats de l'article montrent une dépendance en fréquence quadratique, en accord avec ce que nous trouvons. Sur la figure présentant les résultats, trois courbes apparaissent: l'une correspond aux résultats expérimentaux (R_{exp}), une autre aux résultats BCS (R_{bcs} avec $n = 3$), et la troisième ceux obtenus à partir de notre modèle (R_s). Si on injecte la valeur connue pour la conductivité de l'YBaCuO, on trouve que la contribution de la granularité à la résistance de surface, pour de faibles amplitudes de champ, est négligeable à toute température.

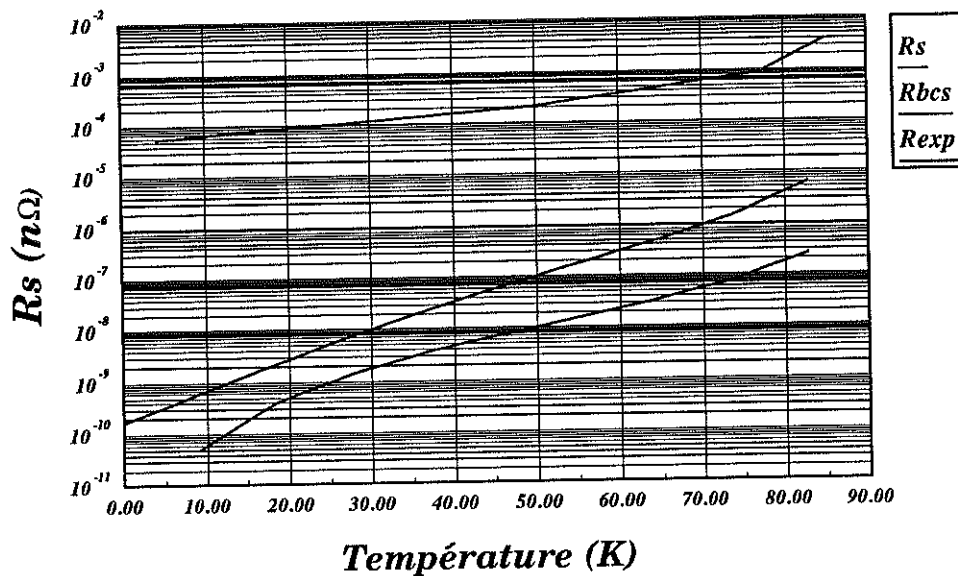


Figure 12 résistance de surface due à la structure granulaire vs la température pour l'YBaCuO avec $\sigma = 2.10^5 \Omega^{-1}m^{-1}$

En résumé, il semble donc que la structure polycristalline du Niobium joue un rôle dans la dissipation résiduelle. Théoriquement, sa contribution à la résistance résiduelle semble être de l'ordre de 3 nΩ. Or, comme nous l'avons déjà vu, nous avons réussi à nous affranchir en partie de la dissipation due au champ magnétique; la résistance résiduelle était alors passée de 20 nΩ à 4,5 nΩ environ (avec aussi un Niobium plus pur et une diminution des pertes sur les tubes cut-off). La résistance résiduelle qui restait encore à expliquer se chiffrait alors à 4,5 nΩ. Si on en croit les résultats du modèle présenté précédemment, s'affranchir partiellement de la dissipation due à la structure cristalline, nous permettrait d'atteindre une très faible valeur pour la résistance résiduelle et de ce fait une excellente valeur pour le coefficient de surtension $Q = G/R_s$ (dans notre cas, $G = 280$).



D

Conclusion

Avec le gigantisme des accélérateurs du futur tel le "LEP" du CERN, apparaissent des paramètres dont il faut tenir compte de plus en plus: les coûts de construction et d'utilisation. A ces préoccupations seule la Physique des Accélérateurs peut répondre: il faut atteindre l'énergie de faisceau choisie avec le minimum de cavités accélératrices, donc avec un gradient accélérateur le plus élevé possible, et avec le moins de dissipation par effet Joule possible, donc avec une résistance de surface minimale.

Cette dernière est composée de contributions de différents mécanismes de dissipation, dont deux ont été étudiés ici: le premier est le flux magnétique piégé dans l'état supraconducteur du matériau, lors du refroidissement des cavités. Il est montré que tout champ magnétique rémanent (inférieur à 3 Gauss) présent dans le cryostat lors de la descente en température, est piégé par la cavité en Niobium et devient une source de dissipation lors de l'injection de l'onde Haute Fréquence. Il faut donc apporter un soin particulier au blindage magnétique des cryostats et au dépistage systématique des pièces magnétisables situées à proximité des cavités. Avec un bon blindage, il a été possible d'atteindre d'excellentes valeurs pour la résistance de surface résiduelle, ce qui prouve l'importance d'un tel phénomène.

Le second mécanisme de dissipation étudié ici est la structure polycristalline du Niobium. En se basant sur le modèle "Resistivity Shunted Inductance" à base de jonctions Josephson et sur le modèle à deux fluides, nous avons développé un calcul permettant de montrer théoriquement que ce mécanisme pourrait bien contribuer pour une grande part à la résistance de surface résiduelle restant à expliquer (de l'ordre de 5 n Ω). Malheureusement, un long chemin doit être encore parcouru pour réussir à s'en affranchir partiellement: la recristallisation par faisceau d'électrons de basse énergie semble être une des voies pour y aboutir, mais de nombreux paramètres restent encore à maîtriser. Finalement, l'étude de ce mécanisme pourrait bien permettre d'obtenir des valeurs de résistance de surface encore jamais atteintes et permettre ainsi de limiter considérablement la dissipation dans les cavités accélératrices supraconductrices.



Références

- [1] Bardeen Cooper and Schrieffer, Theory of superconductivity, Phys. Rev. 108, 1175, 1957
- [2] Mattis et Bardeen, Theory of the Anomalous Skin Effect in Normal and Superconducting Metals, Phys. Rev. 111, 412, 1958
- [3] Abrikosov et al., Quantum Field Theoretical Methods in Statistical Physics, 315, Pergamon Press 1965
- [4] J. Turneure and I. Weissman, Microwave Surface Resistance of Superconducting Niobium, J. Appl. Phys. 39, 4417, 1968
- [5] J. Halbritter, Comparaison between Measured and Calculated RF Losses in the Superconducting State
- [6] Abrikosov, A superconductor in a high frequency field, Soviet Phys., JETP 8, 182, 1959
- [7] F.L. Palmer, thèse de l'université de Cornell, "Influence of oxyde layers on the microwave surface resistance of superconducting Niobium", January 1988
- [8] J. Halbritter, Surface Resistance of High-Q Superconducting Resonators, J. Appl. Phys. 42, 82, 1971
- [9] C. Passow, Explanation of the Low Temperature High-Frequency Residual Surface Resistance of Superconductors, Phys. Rev. Let. 28, 427, 1972
- [10] E. Kartheuser, Effect of Acoustic Generation on the Residual Surface Impedance of Superconductors, J. Appl. Phys. 47, 700, 1976
- [11] K. Scharnberg, Comment on the Residual RF Surface Resistance of Superconductors, J. Appl. Phys. 48, 3462, 1977
- [12] Fietz and Webb, Phys Rev vol178, Numb2, Feb1969
- [13] Jacobs, J. Low Temp Phys, vol10, nos1,2, 1973
- [14] Schelten J. appl. phys. vol37, numb 12, 1966
- [15] Kragelöh, Physics Letters, Flux Line Lattices in the intermediate state of superconductors with Ginzburg Landau parameters near $1/\sqrt{2}$, Vol28A Numb9, 657, 10 February 1969
- [16] M.C. Leung, Journ. of Low Temp. Phys., Vol 12, 1973
- [17] Jacobs, Interaction of Vortices in type-II superconductors near $T = T_c$, Phys Rev B, Vol4 Numb9, 3029, 1 November 1971
- [18] Kramer, Thermodynamic behavior of type-II superconductors with small κ near the lower critical field, Phys Rev B, Vol3 Numb11, 3821, 1 June 1971
- [19] Eilenberger et Büttner, The Structure of single vortices in type II superconductors, Z.Physik 224, 335-352, 1969
- [20] J. Halbritter, Z.Physik 243, 201-219, 1971
- [21] Brandt, Physics Letters Vol39A, Numb3, 1972
- [22] Jacobs, Phys Rev B4, 1971, 3029
- [23] Kramer, Phys Rev B3, 1971, 3821
- [24] Schelten, Phys stat sol (b) 48, 619, 1971
- [25] Grover et al, Pramana- J. Phys. Vol.33 No2 August 1989

- [26] Bardeen et Stephen, Viscosity of type-II superconductors, Phys Rev Letters, vol14, Numb4, 25 January 1965
- [27] J. Bardeen et J. Stephen, Theory of the motion of vortices in superconductors, Phys Rev, Vol140, Numb4A, 15 November 1965
- [28] Y.B. Kim, C.F. Hempstead, A.R. Strnad, Phys. Rev., Vol. 139 Numb. 4A, Aug. 1965
- [29] J.I. Gittleman and B. Rosenblum, Phys. Re. Lett. 16, 734, 1966
- [30] J.I. Gittleman and B. Rosenblum, Journal of Applied Physics, Vol39 Numb6, May 1968
- [31] Rabinowitz, Journal of Applied Physics, Vol42, Numb1, 1971
- [32] R. Marcon et al., Phys. Rev. B, Vol. 43, Numb. 4, Feb. 1991
- [33] J. Le G. Gilchrist, 1966, Proc. R. Soc. A, 295, 399
- [34] J. Bardeen et M.J. Stephen, Phys. Rev. 140, A1197, 1965
- [35] J.I. Gittleman and B. Rosenblum, J. Appl. Phys. 39, 2617, 1968
- [36] Gilchrist et Monceau, Proc. R. Soc. A, 237,1968
- [37] Matricon, Physics Letter, 9, 289, 1964
- [38] Kim et al., Phys. Rev., Vol 139, Numb. 4A, Aug. 1965
- [39] Huebener, Magnetic properties of superconductors
- [40] Tinkham, Introduction to Superconductivity
- [41] J. Le G. Gilchrist, 1966, Proc. R. Soc. A, 295, 399
- [42] Matthias Hein, externer bericht, WU D 87 – 3, März 1987
- [43] W. DeSorbo, Effect of Dissolved Gases on Some Superconducting Properties of Niobium, Phys. Rev., Vol.12 Numb.1, 1963
- [44] C. C. Koch, Effects of interstitial oxygen on the superconductivity of niobium, Phys. Rev. B, Vol.9, Numb.3, 1974
- [45] B. Cauvin et al., proceedings of the third workshop on RF superconductivity, Argonne, september 14–18, 1987
- [46] C. Arnolds-Mayer and W. Weingarten, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-23, Num. 2, March 1987
- [47] B. Pioscyk, P. Kneisel, O. Stoltz, J. Halbritter, IEEE Trans NS-20, 108, 1973
- [48] thèse de Mathias Hein, Université de Wuppertal, mars 1987
- [49] S. Isagawa, J. Appl. Phys. 52(2), 921 (1981)
- [50] J. Halbritter, Journ. of Appl. Phys. vol47, No.5, May 1976
- [51] Fred Lawrence Palmer, January 1988, Cornell University, p59
- [52] V. Ambegaokar, A. Baratoff, Phys. Rev. Lett., Vol 10, Numb 11, 1963
- [53] D.E. Mc Cumber, Journ. of Applied Phys., Vol. 39, Numb. 7, 1968
- [54] W.C. Stewart, Appl. Phys. Lett., Vol. 12, Numb. 8, 1968
- [55] Hylton, Kapitulnik, Beasley, Applied Physics Letters 53(14), 1988
- [56] Vendik, Kozyrev, Popov, Revue de physique appliquée, 25 (1990) 255–263
- [57] B. Bonin et H. Safa, Superconducting Sciences Technology 4 (1991) 257–261
- [58] T. Matsushita, Journ. of the Physical Society of Japan, vol.51, no 9, 1982

- [59] P. Guiraldeng, Journal de Physique, Colloque C6, supplément au numéro 12, Tome 43, 1982
- [60] J.C. Fisher, J. Appl. Phys. 22, 1951
- [61] R.T.P. Whipple, Phil. Mag. 45, 1954
- [62] T. Suzuoka, Trans. Jap. Inst. Mat., 2, 1961
- [63] S. Guertsriken, D. Tsitsilliano, "Etude des Alliages résistant à chaud" III, 161 Trad. IRSID, 1959
- [64] R.E. Mistler, R.L. Coble, J. Appl. Phys., 45, 1974
- [65] M.S. Shaikh, A.S. Reshamwala, G.S. Tendolkar, Phys. of Sintering, 5, 1973
- [66] S.D. Gerstriken, Phys. of Metals and Metall., 10, 1960
- [67] S.D. Gerstriken, I.Ya. Dekhtyar, "Diffusion in Metals and alloys in the solid state", Moscou, 1960
- [68] G. Lormand, Journal de Physique, Colloque C6, supplément au numéro 12, Tome 43, 1982
- [69] Klaus K. Schulze, Journal of Metals, mai 1981
- [70] Guyot, Phys. Stat. Sol. 38,409,1970
- [71] M. B. Kasen, Phil. Mag. 21 (1970) 599
- [72] J. R. Delayen et C. L. Bohn, Phys Rev B, Vol40, Numb7, 1 September 1989



Liste des figures

[1]	paramètre d'ordre et champ à l'interface des domaines normal-supraconducteur pour un supraconducteur de type I dans l'état intermédiaire	9
[2]	courbe de la magnétisation en fonction du champ appliqué (H_a).	10
[3]	résistance de surface totale en fonction de la température en inverse	12
[1]	Configuration permettant de calculer le champ	19
[2]	magnétisation versus le champ extérieur	23
[3]	Comportement du champ avec et sans effets non-locaux	25
[4]	l'état mixte-intermédiaire	27
[5]	descente en température	29
[6]	Les différentes configuration à $H < H_{c1}$	30
[7]	Evolution du paramètre d'ordre près du coeur (rayon ξ)	34
[8]	Choix du système d'axes	39
[9]	vibration d'un vortex sous l'effet d'une onde haute fréquence	48
[10]	Position des vortex pour un champ parallèle à la surface du matériau	54
[11]	shéma du dispositif	59
[12]	Vue de dessous du disque et de la sonde	60
[13]	Description de la sonde	60
[14]	Etalonnage de la sonde utilisée	61
[15]	modélisation de l'étape trois dans deux cas extrêmes	62
[16]	modélisation de l'étape un	63
[17]	Modélisation de l'étape deux pour deux cas extrêmes	63
[18]	Modélisation de l'étape deux pour un % de flux piégé intermédiaire: A) la sonde mesure le champ du disque B) la sonde mesure le champ extérieur	64
[19]	Vue de dessous de l'ellipsoïde	64
[20]	Repère utilisé	65
[21]	Modélisation de la mesure de la sonde dans l'étape trois	66
[22]	comparaison entre modélisation et expérience pour un champ appliqué de 300 mG	67
[23]	Plaque de Niobium avec trajet de la sonde	68
[24]	Pénétration du champ dans le supraconducteur refroidi sans champ appliqué	70
[25]	Pénétration du champ dans le supraconducteur refroidi sous des champs appliqués de 300mG, 1G, 5G	71
[26]	Résultats des expériences effectuées sur le disque de Plomb pour différents champ appliqués lors des refroidissements	74
[27]	Mesure de la sonde et modélisation pour le NbTiN refroidi sous différents champs appliqués	76
[28]	pénétration du champ magnétique selon la valeur du champ appliqué	77

[29]	Champ magnétique piégé après avoir refroidi puis coupé le champ extérieur	78
[30]	Pénétration du champ magnétique sur le disque de NbTiN refroidi sans champ appliqué	79
[31]	Dessin représentant le bras mobile portant les deux sondes Förster utilisées en contact avec la cavité	81
[32]	Réponse de la sonde parallèle à $T > T_c$	83
[33]	Réponse de la sonde à 45 degrés pour $T > T_c$	84
[34]	Réponse de la sonde à 45 degrés en mG à $T < T_c$	85
[35]	Réponse de la sonde parallèle en mG à $T > T_c$	86
[36]	Réponse de la sonde en mG pour deux températures (15 et 4K) avec un champ magnétique de 100 mG	87
[37]	forme de la cavité utilisée. Les n_i sont les normales aux surface S_i choisies.	89
[38]	$\alpha * \sqrt{RRR}$ versus la fréquence	92
[39]	Effets de distorsion sur le Nb 180 (Champ en mG vs la position en mm sur le disque)	95
[40]	Effets de distorsion observés sur le disque de NbTiN	96
[41]	effets de distorsion sur un disque de NB 300	98
[42]	Comportement de la réponse de la sonde à la transition	98
[43]	champ magnétique en une position du disque lors d'un refroidissement brutal	99
[44]	réponse de la sonde à 45 degrés pour une cavité refroidie sous 100 mG	101
[45]	réponse de la sonde parallèle pour une cavité refroidie sous 100 mG	101
[46]	enregistrement de la sonde perpendiculaire avec un bras démagnétisé et de forts gradients	102
[47]	enregistrement de la sonde parallèle avec un bras démagnétisé et de forts gradients	103
[48]	Cavité en cryostat vertical	104
[49]	agrandissement de A (figure précédente): position envisagée pour les vortex	105
[50]	Champ magnétique dans la paroi de la cavité	106
[51]	Enregistrement de la réponse de la sonde magnétique en fonction du temps lors d'un refroidissement inhomogène	107
[52]	Champ mesuré versus le temps lors d'un refroidissement inhomogène	108
[53]	Echauffement prévu	111
[54]	Courbe de la résistance de surface en fonction de la température	115
[1]	variation de la phase considérée par Josephson	121
[2]	lien entre deux grains	122
[3]	figure permettant de calculer la profondeur de pénétration de Josephson	124
[4]	échantillon considéré	127
[5]	Le circuit équivalent à une jonction Josephson	129

[6]	maille du réseau	133
[7]	Circuit équivalent à une maille	134
[8]	Forme de paramètre d'ordre introduit par Matsushita	140
[9]	paramètre d'ordre pour des grains gros et petits	147
[10]	résistance de surface due à la structure granulaire vs la température pour le Niobium tôle	164
[11]	résistance de surface due à la structure granulaire vs la température pour le Niobium sputtered	165
[12]	résistance de surface due à la structure granulaire vs la température pour l'YBaCuO avec $\sigma = 2.10^5 \Omega^{-1}m^{-1}$	166



Liste des tables

Table 1	Compilation des résultats sur la sensibilité α au flux piégé . .	91
Table 2	Comparaison entre échauffements théoriques et expérimentaux	112

Etude de la dissipation dans les supraconducteurs en régime haute fréquence

Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude de la dissipation par effet Joule survenant dans les cavités accélératrices supraconductrices. Deux mécanismes sont ici étudiés: le flux magnétique présent autour du cryostat et piégé par la cavité supraconductrice (en Niobium) lors de la descente en température; une étude théorique puis expérimentale permet d'évaluer le pourcentage de flux qui reste piégé et la contribution à la dissipation. Une amélioration du blindage conduisant à un champ rémanent de l'ordre du milliGauss (et quelques autres modifications) permet de faire passer la résistance de surface de 25 n Ω à 4,2 n Ω . Le second mécanisme est lié à la structure polycristalline du supraconducteur. Une étude théorique évalue sa contribution à 3 n Ω environ. S'affranchir de cet effet passe par une recristallisation qui s'avère être complexe. Cependant, l'utilisation d'un faisceau d'électrons de basse énergie pourra peut-être atteindre ce but et permettre d'obtenir des valeurs de résistance de surface encore jamais atteintes.

Abstract

This thesis is devoted to the study of the Joule effect dissipation occurring in superconducting accelerating cavities. Two mechanisms of dissipation are presented: the first concerns the magnetic flux present around the cryostat and trapped by the (Niobium) superconducting cavity during a temperature descent; a theoretical and experimental study allow the evaluation of the percentage of flux which rests trapped and its contribution to the dissipation. Improving the magnetic shielding leads to a remnant field of the order of several milliGauss and the surface resistance drops from 25 n Ω to 4.2 n Ω (with a few other modifications). The second mechanism is related to the polycrystalline structure of the superconductor. A theoretical study evaluates this contribution to about 3 n Ω . A complex process of recrystallization is needed in order to overcome this effect. Using an electron beam at low energy might help in reaching this goal and thus observing surface resistance values smaller than ever obtained.

Mots-Clefs

Supraconductivité, Electromagnétisme, Flux magnétique piégé, Niobium, Structure polycristalline, Cavités accélératrices, Hautes fréquences.