

*UNIVERSITE PARIS 7 - DENIS DIDEROT*  
*UFR DE PHYSIQUE*

THESE

pour l'obtention du Diplôme de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 7

**Spécialité : OPTIQUE ET PHOTONIQUE**

présentée et soutenue publiquement

le 19 octobre 2001

par

*Stéphanie ESCOFFIER*

**Mesure précise de la polarisation du faisceau d'électrons  
à TJNAF par polarimétrie Compton  
pour les expériences  $G_E^p$  et  $N-\Delta$ .**

JURY :	M. Christian BOURGEOIS	Président
	M. Pierre CHAVEL	Rapporteur
	M. Jean-Pierre DIDELEZ	Directeur
	M. Frédéric MARIE	
	M. Jacques MARTINO	
	M. Charles PERDRISAT	Rapporteur
	M. Adam SARTY	



A mon père,



# Remerciements

Tout d'abord, je voudrais remercier Monsieur Jacques Martino de m'avoir accueillie au sein du Service de Physique Nucléaire du CEA. Il s'est toujours tenu informé des avancements de mes travaux et m'a fait part de nombreuses suggestions tout au long de ces trois années de thèse. Je le remercie également d'avoir accepté d'être membre de mon jury.

Je remercie mes deux rapporteurs de thèse, Monsieur Pierre Chavel et Monsieur Charles Perdrisat, d'avoir eu la patience de lire et de corriger ce manuscrit. Leurs remarques avisées et pertinentes ont enrichi la substance même de ce document. Je rend un remerciement spécial à Pierre Chavel pour la confiance qu'il m'a toujours portée et sans qui je n'aurais pas vécu cette excitante expérience.

J'exprime maintenant toute ma gratitude à celui qui m'a suivi et épaulé pendant ces trois années, qui m'a enseigné l'art de la Recherche (et aussi des *Lemon Margaritas*), et qui simplement m'a donné mes propres ailes. J'ai nommé Frédéric Marie. Je n'oublierai jamais les innombrables discussions que nous avons eues et grâce auxquelles nous avons pu entrevoir la lumière. Ce travail représentait un défi, et tu en as accepté les règles du jeu.

Je tiens à remercier aussi vivement Monsieur Jean-Pierre Didelez, mon directeur de thèse, pour le suivi de mon travail et la confiance qu'il m'a témoignée.

Je remercie enfin les deux autres membres du jury, Monsieur Christian Bourgeois pour avoir accepté de présider mon jury, et Monsieur Adam Sarty pour toute la gentillesse dont il a fait preuve à mon égard.

J'en viens maintenant à remercier toutes les personnes avec qui j'ai eu l'occasion de travailler, et qui ont tous été des acteurs dans ce projet de longue haleine.

Un immense merci à Damien Neyret, qui au-delà d'être notre gourou informatique, a toujours eu la patience de répondre à toutes mes questions. Ô Damien, que ton savoir et ton humilité sont grands!

Je remercie également Etienne Burtin, qui a su le premier dans quel espace de phase nous devons nous placer. Je te dois aussi de nombreux conseils sur ROOT. Je remercie également David Lhuillier pour son soutien, et j'associe à ces remerciements Christian Cavata et Thierry Pussieux.

Je n'oublie pas, comme disais Nico, le "groupe cavité", qui a constitué ma première famille au CEA. Je remercie Alain Delbart pour son aide et ses précieux conseils sur tout ce qui touchait à l'optique. Son expertise en la matière a été déterminante pour une partie des résultats de ce travail. Je remercie également nos deux électroniciens, Pascale Deck et Yannick Queineck, et notre mécanicienne Nathalie Colombel, qui ont fait un travail formidable. J'y associe aussi Martial Authier, Yves Lussignol, Gérard Tartre et bien d'autres. Je n'oublie pas non plus mon petit François Bugeon, expert du software de l'acquisition, ainsi que Nicolas Falletto qui m'a beaucoup appris.

Je remercie également très chaleureusement toute l'équipe de Cebaf pour l'accueil qu'ils m'ont offert, et en particulier Kees DeJager et Larry Cardman.

Un grand merci aussi aux théoriciens qui ont pris de leur temps pour m'éclairer sur les nombreux points obscurs auxquels je faisais face. Merci à Egle Tomasi, Michael Rekaló, John Ralston et Stefan Dittmaier.

Je souhaite maintenant remercier la personne qui a supporté toutes mes angoisses pendant ces trois années, mes craintes comme mes joies. Le revers de la médaille n'est pas toujours facile à vivre, mais elle l'a fait, humblement. Merci Anne.

Je remercie aussi toute ma troupe de copains, qui m'ont aidé à leur façon à tenir le cap. Je cite entre autres Manu et Marine, Gael, Yves, Steff, Christophe, Olivier, Romain, les Martos, Annick et les Goubly, ainsi que la bande Fazia, Philippe, Amel, Waely et Karl. J'adresse aussi mes remerciements à mon frère David et ma grand mère adorée pour toute l'attention qu'ils m'ont donnée.

J'ai enfin une petite pensée pour les futurs docteurs, Olivier D., Olivier G. et Fatiha B., bonnes chances à vous.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Motivations physiques</b>	<b>5</b>
1.1	Cadre expérimental : l'accélérateur TJNAF . . . . .	6
1.1.1	Présentation générale . . . . .	6
1.1.2	Le Hall A . . . . .	7
1.1.2.1	La cible cryogénique . . . . .	7
1.1.2.2	Les spectromètres à haute résolution . . . . .	8
1.1.3	Le faisceau d'électrons polarisés . . . . .	9
1.1.3.1	La source d'électrons polarisés . . . . .	10
1.1.3.2	Le renversement de la polarisation . . . . .	12
1.2	Mesure des facteurs de forme électromagnétiques du proton . . . . .	13
1.2.1	Les facteurs de forme du proton . . . . .	14
1.2.2	Les méthodes de mesure des facteurs de forme du proton . . . . .	16
1.2.2.1	La méthode de séparation de Rosenbluth . . . . .	16
1.2.2.2	La mesure de la polarisation de recul du proton . . . . .	17
1.2.3	Les modèles théoriques . . . . .	21
1.2.3.1	Modèle des mésons vecteurs . . . . .	22
1.2.3.2	Modèle des quarks constituants . . . . .	24
1.3	Mesure des fonctions de réponse du nucléon lors de la transition $N-\Delta$ . . . . .	25
1.3.1	L'électroproduction de pion . . . . .	26
1.3.2	La mesure de la polarisation de recul . . . . .	30
1.3.3	Décomposition multipolaire . . . . .	31
1.3.4	Les conditions cinématiques de l'expérience . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Le polarimètre Compton à TJNAF</b>	<b>35</b>
2.1	Le principe de la mesure . . . . .	35
2.1.1	Cinématique de la diffusion Compton . . . . .	35
2.1.2	La luminosité d'interaction . . . . .	38
2.1.3	Section efficace et asymétrie Compton . . . . .	40
2.1.4	Les mesures de la polarisation . . . . .	43
2.1.4.1	Mesure différentielle de la polarisation . . . . .	43
2.1.4.2	Mesure intégrée de la polarisation . . . . .	45

2.1.4.3	Effet de la résolution du détecteur . . . . .	47
2.2	Le dispositif expérimental . . . . .	49
2.2.1	La chicane magnétique . . . . .	51
2.2.2	Le dispositif optique . . . . .	51
2.2.2.1	Le dispositif de mise en forme . . . . .	52
2.2.2.2	La cavité Fabry-Perot . . . . .	54
2.2.2.3	Le dispositif d'analyse . . . . .	55
2.2.3	Le détecteur de photons . . . . .	56
2.2.4	Le détecteur d'électrons . . . . .	58
2.2.5	L'acquisition . . . . .	60
2.2.5.1	Traitement de chaque événement . . . . .	60
2.2.5.2	Gestion des événements à l'intérieur d'un état d'hélicité . . . . .	63
2.2.6	Les moniteurs du faisceau . . . . .	66
2.2.6.1	Les moniteurs de position . . . . .	66
2.2.6.2	Les moniteurs de courant . . . . .	67
2.2.6.3	La mesure d'énergie . . . . .	68
<b>3</b>	<b>La cavité Fabry-Perot</b> . . . . .	<b>71</b>
3.1	L'asservissement en fréquence de la cavité . . . . .	71
3.1.1	Gain d'une cavité résonante passive . . . . .	71
3.1.2	La nécessité d'un asservissement en fréquence . . . . .	76
3.1.3	Le principe d'un asservissement en fréquence . . . . .	76
3.2	Une cavité de haute finesse . . . . .	78
3.2.1	Optique des faisceaux gaussiens . . . . .	78
3.2.1.1	Propagation d'une onde sphérique gaussienne . . . . .	79
3.2.1.2	Les modes d'ordre supérieurs . . . . .	80
3.2.1.3	Un résonateur à deux miroirs . . . . .	81
3.2.1.4	Choix de la géométrie de notre cavité . . . . .	84
3.2.2	Couplage du faisceau laser à la cavité . . . . .	86
3.2.2.1	Focalisation du faisceau . . . . .	86
3.2.2.2	Alignement du faisceau . . . . .	90
3.2.3	La finesse de la cavité . . . . .	92
3.2.3.1	Mesure de la finesse par la méthode du temps de décroissance . . . . .	92
3.2.3.2	Bilan de puissance de la cavité . . . . .	93
3.3	La polarisation du faisceau de photons . . . . .	96
3.3.1	Polarisation de la lumière . . . . .	97
3.3.1.1	Représentation d'un état de polarisation . . . . .	97
3.3.1.2	Les paramètres de Stokes . . . . .	100
3.3.2	Mise en forme de la polarisation . . . . .	101
3.3.2.1	Mise en forme de la polarisation circulaire . . . . .	101



3.3.2.2	Effet d'une biréfringence des miroirs de la cavité . . . . .	103
3.3.2.3	Extraction du signal réfléchi par la cavité . . . . .	104
3.3.3	Mesure de la polarisation circulaire . . . . .	105
3.3.3.1	Fonction de transfert entre le CIP et le HBS . . . . .	105
3.3.3.2	Modélisation de la ligne de sortie . . . . .	108
3.3.3.3	Caractérisation de la polarisation en ligne . . . . .	112
3.3.3.4	Variations éventuelles de la polarisation au cours du temps . . . . .	116
3.3.3.5	Conclusion sur la mesure de la polarisation . . . . .	117
<b>4</b>	<b>Analyse des données</b> . . . . .	<b>119</b>
4.1	L'asymétrie expérimentale . . . . .	120
4.1.1	La sélection des événements . . . . .	121
4.1.2	Le calcul de l'asymétrie expérimentale . . . . .	124
4.1.2.1	La méthode intégrée . . . . .	124
4.1.2.2	La méthode semi-intégrée . . . . .	131
4.1.3	Les erreurs systématiques . . . . .	136
4.1.3.1	L'asymétrie de bruit . . . . .	137
4.1.3.2	Les fausses asymétries en courant . . . . .	138
4.1.3.3	Les fausses asymétries en position . . . . .	140
4.1.3.4	Le temps mort de l'acquisition . . . . .	145
4.1.3.5	La sélection des événements . . . . .	146
4.1.4	Conclusion . . . . .	146
4.2	Le pouvoir d'analyse . . . . .	148
4.2.1	La résolution du calorimètre . . . . .	148
4.2.1.1	La fonction de réponse . . . . .	149
4.2.1.2	Détermination de l'impulsion des électrons . . . . .	151
4.2.1.3	Modélisation en fonction de l'énergie . . . . .	153
4.2.2	La calibration du calorimètre . . . . .	157
4.2.3	Le calcul du pouvoir d'analyse . . . . .	159
4.2.3.1	La probabilité de détection . . . . .	159
4.2.3.2	Le pouvoir d'analyse . . . . .	163
4.2.4	Les erreurs systématiques . . . . .	164
4.2.4.1	Influence de la modélisation de la fonction de réponse . . . . .	164
4.2.4.2	La calibration . . . . .	165
4.2.4.3	L'effet d'empilement . . . . .	166
4.2.4.4	Les corrections radiatives . . . . .	169
4.2.5	Conclusion . . . . .	171
4.3	La polarisation du faisceau d'électrons . . . . .	173
4.3.1	Les résultats de la mesure de la polarisation . . . . .	173
4.3.2	Combinaison des mesures de la polarisation pour $N - \Delta$ . . . . .	177

4.4	Mesure de la différence d'hélicité $P_e^+/P_e^-$ . . . . .	177
4.4.1	Le principe de la mesure . . . . .	179
4.4.2	La détermination de $P_e^+/P_e^-$ . . . . .	180
4.4.3	Implications sur les résultats de l'expérience $N-\Delta$ . . . . .	182
4.5	Le détecteur d'électrons . . . . .	184
4.5.1	L'asymétrie expérimentale . . . . .	184
4.5.1.1	La méthode différentielle . . . . .	184
4.5.2	La mesure de la polarisation . . . . .	185
4.5.2.1	Le pouvoir d'analyse . . . . .	186
4.5.2.2	Détermination de la distance de décalage $Y_S$ . . . . .	188
4.5.2.3	La mesure de la polarisation . . . . .	190
4.5.3	Etude de la sensibilité et comparaisons . . . . .	190
4.5.3.1	Sensibilité à la calibration du détecteur d'électrons . . . . .	190
4.5.3.2	Comparaison avec les mesures obtenues par le détecteur de photons . . . . .	191
<b>A</b>	<b>Effet de la biréfringence des miroirs de la cavité</b> . . . . .	<b>199</b>
A.1	Modélisation de la biréfringence des miroirs de la cavité. . . . .	199
A.1.1	Miroirs identiques et alignés . . . . .	202
A.1.2	Miroirs identiques et anti-alignés . . . . .	204
A.1.3	Conclusion . . . . .	204

# Liste des figures

1.1	Schéma de l'accélérateur TJNAF. . . . .	7
1.2	Vue schématique de la cible d'hydrogène liquide du Hall A. . . . .	8
1.3	Schéma en coupe d'un spectromètre HRS dans le Hall A du TJNAF. . . . .	9
1.4	Diagramme des niveaux d'énergie et des transitions permises pour le cristal GaAs au point $\Gamma$ . . . . .	11
1.5	Exemple d'une série de trois paires de polarisation du faisceau d'électrons à TJNAF, où chaque paire de polarisation est composée d'un état de polarisation $+ P_e $ et d'un état de polarisation $- P_e $ correspondants respectivement à une tension appliquée sur la cellule de Pockels de $+V$ et $-V$ . . . . .	13
1.6	La diffusion élastique électron-proton est décrite en première approximation par l'échange d'un seul photon virtuel. . . . .	15
1.7	Les mesures du facteur de forme magnétique du proton, normalisé au modèle dipolaire, sont représentées sur la figure du haut, tandis que celles du rapport des facteurs de forme électromagnétiques sont représentées sur la figure du bas. Un ajustement empirique issu de ces données fut réalisé par Boosted [40]. . . . .	18
1.8	Le couplage du photon virtuel et du nucléon est décrit par l'échange des mésons vecteurs $V$ dans le modèle VMD. . . . .	22
1.9	Contribution d'un continuum de deux pions dans l'échange du photon et du nucléon. . . . .	24
1.10	Définition des variables cinématiques de la réaction $p(\vec{e}, e'\vec{p})\pi^0$ . . . . .	28
2.1	Les plans de diffusion et de réaction de la diffusion Compton font respectivement un angle $\psi$ et $\phi$ avec l'axe (Oy). Les angles des particules incidentes et diffusées dans leur plan respectif sont exprimés par rapport à l'axe (Ox), choisi arbitrairement selon la direction du vecteur $\vec{p} + \vec{k}$ . . . . .	36
2.2	Energie du photon diffusé en fonction de l'angle de diffusion $\theta_\gamma$ . . . . .	37
2.3	Interaction d'un faisceau d'électrons avec un faisceau de photons. . . . .	38
2.4	La luminosité Compton en fonction de l'écart $\Delta y$ des centroides des deux faisceaux. . . . .	39
2.5	Interaction d'un électron polarisé et d'un photon polarisé circulairement. . . . .	40

2.6	A gauche est représentée la section efficace différentielle non polarisée (trait plein) et longitudinale (trait en pointillé) en fonction du paramètre sans dimension $\rho$ . A droite est représentée l'asymétrie longitudinale Compton en fonction du même paramètre $\rho$ . . . . .	42
2.7	Temps de mesure nécessaire pour obtenir une précision relative de 1% sur la mesure de la polarisation avec la méthode intégrée (trait plein) et la méthode différentielle (trait en pointillé) en fonction du seuil normalisé $\rho_s$ . . . . .	46
2.8	La fonction de réponse du détecteur est représentée en trait haché. La distribution des événements diffusés suit le comportement de la section efficace non polarisée $\frac{d\sigma_o(\rho)}{d\rho}$ (trait en pointillé), et la distribution des événements détectés suit le comportement de la section efficace $\frac{d\sigma_S(\xi)}{d\xi}$ (trait plein). . . . .	47
2.9	Schéma du polarimètre Compton installé à TJNAF. . . . .	50
2.10	Schéma de la chicane magnétique du polarimètre Compton. . . . .	51
2.11	Dessin de la table optique du Polarimètre Compton à TJNAF. . . . .	53
2.12	Schéma du dispositif optique en vue aérienne. . . . .	54
2.13	Photo de la cavité installée à TJNAF (photo de gauche). Les deux ouvertures sont visibles sur la face latérale agrandie (photo de droite). . .	55
2.14	La matrice de $5 \times 5$ cristaux de $PbWO_4$ est placée dans une boîte thermostatée. L'ensemble est solidaire d'une table pouvant se déplacer horizontalement et verticalement par rapport au faisceau. . . . .	57
2.15	A gauche est représenté en vue de profil le détecteur d'électrons composé de 4 plans de 48 pistes en silicium. Le schéma d'un plan est représenté à droite en vue de face. . . . .	58
2.16	Le détecteur d'électrons, situé à une distance de 4.1 m du centre du dipôle D3, permet de détecter les électrons diffusés lors de la diffusion Compton. . . . .	59
2.17	Schéma de principe de l'acquisition du polarimètre. . . . .	62
2.18	Schéma de principe de la logique d'acquisition des CPU. . . . .	65
2.19	Schéma de principe d'un moniteur de position. . . . .	66
2.20	Les moniteurs de courant de TJNAF. . . . .	68
3.1	Amplitudes des champs incidents et réfléchis à l'interface d'un miroir diélectrique. . . . .	72
3.2	Amplitudes des champs incident, réfléchi, circulaire et transmis dans une cavité composée de deux miroirs. . . . .	73
3.3	A gauche est représenté le gain de la cavité en fonction de l'écart en fréquence $\Delta\nu$ . La phase de l'onde réfléchie est représentée à droite en fonction de l'écart en fréquence. . . . .	75

3.4	Structure d'un faisceau gaussien à l'intérieur d'une cavité résonante. . . . .	82
3.5	Fréquences des modes transverses dans un résonateur quasi-concentrique où $g = 1 - L/R \rightarrow -1$ . . . . .	83
3.6	Angle de croisement entre le faisceau laser à l'intérieur de la cavité et le faisceau d'électrons. . . . .	84
3.7	Défauts de centrage et de parallélisme lors du positionnement des miroirs.	85
3.8	Structure d'un faisceau gaussien au passage d'une lentille d'adaptation.	88
3.9	Disposition des lentilles d'adaptation le long du trajet optique. . . . .	89
3.10	Décroissance de la puissance du laser lors du <i>Standby</i> . . . . .	93
3.11	Décroissance de la puissance lors du vidage de la cavité (Décembre 2000).	94
3.12	Représentation d'un état de polarisation. . . . .	98
3.13	Position de la lame quart d'onde située en amont de la cavité pour obtenir le maximum de polarisation circulaire à l'intérieur de la cavité.	103
3.14	Mesure de la polarisation avec un polariseur. . . . .	106
3.15	Représentation de l'état de polarisation au CIP et à la sortie de la cavité après le HBS. . . . .	109
3.16	Degré de polarisation circulaire mesuré en sortie de cavité en fonction de l'orientation de l'ellipse $\theta_s$ , pour une polarisation circulaire gauche au CIP fixée à 92%. . . . .	111
3.17	Dispositif de mesure de la polarisation en ligne. . . . .	113
3.18	Etude à l'aide de la simulation de l'influence de $(DOCP)_{HBS}$ et de $\theta_s$ sur la détermination de $(DOCP)_{CIP}$ . . . . .	117
3.19	Distributions des mesures de la polarisation effectuées pour l'ensemble des runs de données pris pendant les expériences $N - \Delta$ et $G_E^p$ . . . . .	118
4.1	Les taux normalisés à l'intensité du faisceau d'électrons sont représentés en fonction du temps pour chaque état <i>ON</i> ou <i>OFF</i> de la cavité. A chaque période <i>ON</i> correspond une polarisation circulaire Gauche (G) ou Droite (D) du faisceau de photons se propageant dans la cavité (run 5693). . . . .	122
4.2	Position selon la direction Y du faisceau d'électrons en fonction du temps pour le run 5693, avant la sélection des événements. . . . .	123
4.3	Distribution de l'asymétrie expérimentale calculée paire à paire pour une polarisation Gauche (gauche) et Droite (droite) du faisceau de photons, pour le run 5693. . . . .	126
4.4	Distribution de l'asymétrie de bruit pour le run 5693. . . . .	129
4.5	Le rapport $B/S$ en fonction du numéro du run. . . . .	130
4.6	Valeur absolue de l'asymétrie expérimentale calculée pendant l'expérience $G_E^p$ avec la méthode intégrée. . . . .	131

4.7	Les taux sont normalisés à l'intensité et au temps de vie de l'acquisition, pour les périodes de Signal (carré plein) et les périodes de Bruit de fond (carré vide), en fonction des canaux en énergie du calorimètre (run 5693).	132
4.8	Précision statistique relative de l'asymétrie expérimentale en fonction du canal en énergie choisi pour seuil, pour un run d'une durée de vingt minutes (5693).	133
4.9	Valeur absolue de l'asymétrie expérimentale calculée pendant l'expérience $N-\Delta$ , pour un seuil situé au canal 7.	134
4.10	Valeur absolue de l'asymétrie expérimentale calculée pendant l'expérience $G_E^p$ , pour un seuil situé au canal 8.	135
4.11	Le rapport B/s en fonction du numéro du run.	135
4.12	Distribution des résidus de l'asymétrie de bruit pendant les expériences $N-\Delta$ et $G_E^p$ .	138
4.13	Distribution des résidus de la partie non linéaire de l'asymétrie en intensité pendant l'expérience $N-\Delta$ .	140
4.14	Distribution de la position $y$ et des différences de position en $y$ pour le run 5693.	142
4.15	Distribution des taux normalisés en fonction de la position $y$ (run 5693).	143
4.16	Distributions des résidus des fausses asymétries selon les positions $x$ (a), $y$ (b), $\theta_x$ (c) et $\theta_y$ (d) pendant l'expérience $N-\Delta$ .	144
4.17	Distributions des résidus des fausses asymétries selon les positions $x$ (a), $y$ (b), $\theta_x$ (c) et $\theta_y$ (d) pendant l'expérience $G_E^p$ .	144
4.18	Distribution des différences relatives d'asymétries dues au temps mort de l'acquisition.	145
4.19	Distribution des différences relatives d'asymétries dues à des critères différents de sélection des événements, pour un échantillonnage de runs pris pendant les expériences $N-\Delta$ et $G_E^p$ .	147
4.20	Spectre en canaux ADC des photons détectés en coïncidence avec les électrons détectés sur la quatorzième piste.	149
4.21	Fonction de modélisation de la réponse des ADC à une énergie incidente donnée.	150
4.22	Exemple de l'ajustement de la fonction de réponse sur les spectres ADC pour cinq pistes du détecteur d'électrons, parmi les dix-huit pistes touchées du plan $B$ .	152
4.23	Ajustement des $x_0$ en fonction de l'énergie incidente des photons par un polynôme de degré 2 (run 5693).	154
4.24	Ajustement des largeurs de résolution en fonction de l'énergie incidente des photons par un polynôme de degré 3 (run 5693).	156
4.25	Ajustement des paramètres $\delta$ et $\eta$ en fonction de l'énergie incidente des photons (run 5693).	156

4.26	Ajustement de la fonction $\frac{d\sigma_s(ADC)}{dADC}$ sur le spectre ADC expérimental (run 5693). . . . .	159
4.27	Valeurs des coefficients de calibration $\lambda$ pour l'ensemble des runs pris pendant l'expérience $G_E^p$ . . . . .	160
4.28	Valeurs des coefficients de calibration $\lambda$ pour l'ensemble des runs pris pendant l'expérience $N-\Delta$ . . . . .	160
4.29	Distribution de l'énergie déposée en ADC pour une énergie incidente donnée $k$ . La probabilité de détection sur cet exemple est de 95%. . . . .	161
4.30	Distribution de l'énergie déposée pour une énergie incidente $k = 110 MeV$ obtenue par simulation Géant. . . . .	162
4.31	Probabilité $p_F(k)$ définie par l'équation 4.100. . . . .	163
4.32	Spectre de l'énergie déposée dans la région du seuil (run 5693). . . . .	164
4.33	Effet sur le pouvoir d'analyse des différentes modélisations des paramètres de la fonction de réponse (run 5693). . . . .	165
4.34	Effet sur le pouvoir d'analyse d'une différence de la valeur de la distance $Y_s$ à $200 \mu m$ (run 5693). . . . .	166
4.35	Spectre Compton dans lequel des événements d'origine fortuite ont été générés par simulation. . . . .	168
4.36	Effet simulé sur le pouvoir d'analyse d'une contribution de l'empilement à un taux de 0.9%. . . . .	168
4.37	Effet simulé sur l'asymétrie expérimentale d'une contribution de l'empilement à un taux de 0.9%. . . . .	170
4.38	Les pouvoirs d'analyse en fonction des runs pendant l'expérience $N-\Delta$ . . . . .	172
4.39	Les pouvoirs d'analyse en fonction des runs pendant l'expérience $G_E^p$ . . . . .	172
4.40	Mesures de la polarisation du faisceau d'électrons en fonction du temps pendant l'expérience $G_E^p$ (stat. + syst. décorréelées). Les traits verticaux représentent un "spot move". . . . .	175
4.41	Mesures de la polarisation du faisceau d'électrons en fonction du temps pendant l'expérience $N-\Delta$ (stat. + syst. décorréelées). Les traits verticaux représentent un "spot move". . . . .	175
4.42	Asymétrie expérimentale en fonction de l'énergie, pour un état de polarisation électron + (rond vide), pour un état de polarisation électron - (rond plein), et pour la moyenne des deux (croix vide). . . . .	182
4.43	Ajustement par une constante des mesures de $\Delta P_e$ issues de plusieurs séquences pour des runs pris pendant les expériences $N-\Delta$ et $G_E^p$ . . . . .	183
4.44	Les taux de comptage normalisés à l'intensité et au temps de vie de l'acquisition, pour les périodes de Signal (carré plein) et les périodes de Bruit de fond (carré vide), en fonction des pistes touchées du détecteur d'électrons (run 5693). . . . .	186

4.45	L'asymétrie expérimentale en fonction des pistes du Plan B du détecteur d'électrons, calculée pour une polarisation Gauche (carré plein) et Droite (carré vide) du faisceau de photons (run 5693). . . . .	187
4.46	Ajustement de l'asymétrie expérimentale pour l'ensemble des trois plans du détecteur d'électrons (canaux de 1 à 25: 25 pistes du plan B, canaux de 26 à 50: 25 pistes du plan C, canaux de 51 à 75: 25 pistes du plan D) dans le but de déterminer la distance de décalage $Y_s$ commune aux trois plans (run 5693). . . . .	189
4.47	Mesure de la polarisation des électrons grâce à un ajustement sur l'asymétrie expérimentale du détecteur d'électrons (plan B du run 5693). . . . .	190
4.48	Comparaison des mesures de la polarisation $P_e$ fournies grâce au détecteur de photons (carré vide) et grâce au détecteur d'électrons en mode électrons seuls (triangle plein) et en mode coïncidence (rond plein) pour différentes périodes. . . . .	192
A.1	Schéma des ondes incidentes et réfléchies sur chacune des faces du miroir.	200
A.2	Une cavité composée de deux miroirs biréfringents dont les axes font un angle $\Psi$ entre eux. . . . .	201
A.3	Gain de la cavité en fonction de la fréquence, pour une biréfringence des miroirs égale à $10^{-4}$ (trait plein) et $10^{-6}$ (trait en pointillé). . . . .	203



# Liste des tableaux

1.1	Cinématiques de l'expérience E99-007. . . . .	20
1.2	Cinématiques de l'expérience E91-011. . . . .	34
2.1	Caractéristiques des miroirs SMA données par le constructeur. . . . .	54
3.1	Bilan de puissance de la cavité Fabry-Perot sur site à TJNAF au 12/00.	96
3.2	Mesure de la fonction de transfert de polarisation sur site à TJNAF en Septembre 1999, pour une orientation de l'ellipse donnée, AVANT la mise en place de la cavité. . . . .	108
3.3	Mesure du DOCP et de l'orientation de l'ellipse au CIP et après le HBS pour une polarisation incidente gauche, sur site à TJNAF en Septembre 1999. . . . .	110
3.4	Comparaison entre les mesures de la polarisation au CIP et celles obtenues grâce à la fonction de transfert modélisée. . . . .	112
3.5	Comparaison des mesures de la polarisation réalisées après le HBS, APRES la mise en place de la cavité, sur site à TJNAF en Septem- bre 1999. . . . .	115
3.6	Bilan des erreurs sur la mesure de la polarisation au centre de la cavité.	118
4.1	Bilan des incertitudes totales sur l'asymétrie expérimentale. . . . .	147
4.2	Bilan des incertitudes totales sur l'asymétrie expérimentale. . . . .	148
4.3	Bilan des incertitudes systématiques sur le calcul du pouvoir d'analyse, pour l'ensemble des runs pris pendant les expériences $N-\Delta$ et $G_E^p$ . . . . .	173
4.4	Bilan total des erreurs systématiques et statistiques sur la mesure de la polarisation $P_e$ pour un run typique de données. . . . .	176
4.5	Bilan total des erreurs systématiques et statistiques sur la mesure de la polarisation $P_e$ pour un run typique de données. . . . .	176
4.6	Polarisations moyennes du faisceau d'électrons pour chaque période en temps pendant l'expérience $N-\Delta$ . Les incertitudes indiquées proviennent de l'incertitude statistique et des incertitudes systématiques décorréliées run à run. . . . .	178



# Introduction

Jusque dans les années 60, le proton et le neutron étaient considérés comme les constituants élémentaires de la matière.

Cependant, afin de rendre compte de l'étude de la spectroscopie des hadrons, Gell-Mann [1] introduit trois espèces de quarks ( $u$ ,  $d$ ,  $s$ ) sur la base des propriétés de la symétrie  $SU(3)$ . Dans cette représentation où chaque hadron se compose de quarks constituants, le nucléon est interprété comme un état de trois quarks de saveurs  $u$  et  $d$ .

L'aspect composite du proton est confirmé par des expériences de diffusion profondément inélastique menées à SLAC [2] en 1969. La Chromodynamique Quantique (QCD) voit le jour en 1972 avec l'introduction d'un nouveau nombre quantique, la charge de couleur, qui permet d'obéir au principe de Pauli. Dans cette théorie de l'interaction forte, les gluons jouent alors le rôle de courant d'échange entre les six quarks colorés ( $u$ ,  $d$ ,  $s$ ,  $c$ ,  $b$ ,  $t$ ).

Des expériences ont alors été envisagées afin de mesurer la contribution des différents quarks aux propriétés intrinsèques du nucléon. En particulier, l'expérience EMC [3], puis SMC [4], a montré que les quarks étranges ( $s$ ) portaient une fraction non nulle du spin du proton. Ces résultats apparemment contradictoires avec une description naïve du nucléon, dans laquelle il est composé de trois quarks de valence, peuvent cependant être interprétés selon un autre schéma, dans lequel les quarks seraient entourés d'un nuage de gluons et de paires  $q\bar{q}$  [5]. Le quark étrange étant le plus léger des quarks après les quarks  $u$  et  $d$ , il est envisageable de considérer des fluctuations  $s\bar{s}$  dans la description du nucléon.

Dans ce cadre théorique et expérimental, des expériences se sont naturellement portées sur l'étude du courant vectoriel des quarks étranges dans le proton, où deux observables représentent les contributions des quarks étranges aux facteurs de forme électromagnétiques du nucléon. Un moyen de sonder l'effet des courants de quarks étranges consiste à mesurer une asymétrie de parité dans la diffusion élastique électron-proton. L'opération de parité, qui revient à renverser l'hélicité des électrons par exemple, isole l'effet de l'interaction faible par rapport à l'interaction électromagnétique, ce qui permet de séparer les contributions des trois saveurs de quarks dans le nucléon. Parmi les diverses

expériences de violation de parité [6–8], l’expérience HAPPEX [8] s’est déroulée dans le Hall A de l’accélérateur d’électrons du *Jefferson Laboratory* (Virginie, USA). Elle a contribué à évaluer une combinaison linéaire des facteurs de forme étranges du proton à  $Q^2 = 0.5 (GeV/c)^2$ , dont les coefficients de pondération sont fonctions des facteurs de forme électromagnétiques du proton supposés ”connus”.

Les facteurs de forme électromagnétiques du nucléon ont depuis longtemps suscité un grand intérêt pour la physique nucléaire. Révélant la distribution de charge électrique et de courant magnétique dans le nucléon, ils constituent de bons tests pour les modèles basés sur la QCD. Entre autres, ils sont reliés aux développements théoriques récents concernant les distributions de partons généralisées [63–65]. De même, comme nous venons de le voir, des mesures précises de ces facteurs de forme sont essentielles pour l’analyse des expériences de violation de parité. Leur rôle est aussi important pour la description des noyaux via la sonde électromagnétique.

De nombreuses études ont eu lieu dès les années 70 sur les facteurs de forme électrique  $G_E^p$  et magnétique  $G_M^p$  du proton. En diffusion élastique non polarisée électron-proton, les facteurs de forme furent mesurés grâce à la technique de séparation de Rosenbluth. Jusqu’à lors, les données étaient reproduites dans la gamme d’incertitudes de mesure par une paramétrisation dipolaire. Mais les techniques en mesures polarisées ont bouleversé notre faculté à appréhender la structure nucléaire. En particulier, les expériences [44, 45] menées au *Jefferson Laboratory* permettent d’accéder directement au rapport  $\frac{\mu G_E^p}{G_M^p}$  grâce aux méthodes de transfert de polarisation. La paramétrisation dipolaire n’est plus adéquate à reproduire l’évolution des facteurs de forme dans la région modérée de  $Q^2$ .

Les expériences de violation de parité, aussi bien que les expériences de transfert de polarisation, nécessitent un faisceau d’électrons polarisés dont le degré de polarisation est connu. Les polarimètres, instruments de mesure de la polarisation d’un faisceau, sont donc très demandés pour ce genre d’expériences.

Au *Thomas Jefferson National Accelerator Facility* (TJNAF), trois types de polarimètres sont installés sur la ligne faisceau de l’accélérateur. Le polarimètre Mott, situé au niveau de l’injecteur de TJNAF, permet de mesurer la polarisation du faisceau d’électrons quand celui-ci a une énergie de 45 *MeV*. Les polarimètres Moller, situés dans chacun des Halls d’expérimentation, mesurent la polarisation du faisceau à l’énergie des expériences, typiquement de quelques *GeV*, mais à très faible intensité, de l’ordre de 1  $\mu A$ . Aucun de ces polarimètres ne mesure donc la polarisation du faisceau aux conditions réelles des expériences. Leur second inconvénient est que leur mesure nécessitent l’utilisation d’une cible fixe, ce qui contraint d’allouer du temps de faisceau spécifiquement pour ces mesures.

Le troisième type de polarimètre, le polarimètre Compton, a été conçu dans l’optique de fournir une mesure de la polarisation du faisceau d’électrons aux conditions expérimen-

tales, ceci simultanément avec les prises de données des expériences. Cet appareillage permet donc de suivre les évolutions de la polarisation du faisceau au cours du temps, particularité indispensable à des expériences de violation de parité comme HAPPEX qui doivent mesurer des asymétries très faibles de l'ordre de  $10^{-6}$ . Le principe du polarimètre repose sur la diffusion Compton d'un électron polarisé sur un photon polarisé circulairement. L'asymétrie expérimentale  $A_{exp}$  des nombres de diffusions, qui apparaît lors du renversement de la polarisation du faisceau d'électrons, est directement proportionnelle à l'asymétrie des sections efficaces  $A_L$  de la réaction, ainsi qu'aux degrés de polarisation des deux faisceaux, d'où  $P_e = \frac{A_{exp}}{P_\gamma A_L}$ .

Cependant, contrairement aux autres accélérateurs ou anneaux de stockage dans le monde et auprès desquels sont installés des polarimètres Compton, comme ceux du SLAC [9, 10], NIKHEF [11] ou HERA [12], l'accélérateur TJNAF ne présente pas des conditions favorables à ce genre de polarimètre. Ceci est dû à la réunion d'une intensité faible ( $I = 100 \mu A$ ) et d'une énergie de faisceau faible ( $E \sim$  quelques  $GeV$ ), ce qui engendre, dans le cas d'une interaction avec un faisceau laser usuel, une luminosité et une asymétrie Compton faibles. Dans le but d'obtenir une mesure de la polarisation du faisceau d'électrons avec une incertitude statistique inférieure à 1% en une heure, il est essentiel d'augmenter la luminosité d'interaction entre les deux faisceaux.

La conception du polarimètre Compton de TJNAF s'est rapidement orientée vers une source de photons constituée d'un faisceau laser couplé à une cavité optique de finesse élevée. Mais la réalisation d'une telle cavité dans un environnement d'accélérateur de particules n'avait jamais été entreprise auparavant et a donc représenté un véritable défi technologique. Deux travaux de thèse [13, 104] ont été menés sur la mise en oeuvre d'un tel instrument. La cavité Fabry-Perot est de conception monolithique, et le maintien de la puissance laser dans la cavité lors de la résonance est assuré grâce à un asservissement de la fréquence du laser incident sur une des fréquences de résonance de la cavité, selon une méthode développée par Pound-Drever [100].

Construit initialement pour une collaboration avec l'expérience HAPPEX, le polarimètre Compton donna ses premières mesures de polarisation en 1999. L'analyse de ces mesures constitua un travail de thèse [117] au terme duquel la polarisation fut mesurée de l'ordre de 70% avec une incertitude relative totale de 3.3%. Un an plus tard, nous collaborons à deux expériences polarisées pour lesquelles nous mesurons la polarisation du faisceau d'électrons, ce qui représente le coeur de l'étude menée dans ce document.

Nous introduisons ce manuscrit par les motivations physiques à l'origine des mesures de la polarisation du faisceau d'électrons, dont l'analyse et les résultats vous seront largement présentés par la suite. Une des expériences, dite  $G_E^p$ , consiste à mesurer le rapport des facteurs de forme électromagnétiques du proton de  $Q^2 = 3.5(GeV)^2$  à  $Q^2 = 5.6(GeV)^2$  [45], tandis que la seconde expérience détermine les fonctions de réponse du nucléon dans la réaction de l'électroproduction de pion au voisinage de la résonance

$\Delta(1232)$  [66]. Nous décrivons auparavant le cadre expérimental de l'accélérateur et du Hall A du TJNAF dans lequel ces deux expériences s'inscrivent.

Au chapitre 2, nous commençons la présentation de ce qui constitue la majeure partie de mon travail de thèse, à savoir la mesure précise de la polarisation du faisceau d'électrons. Après une brève présentation des autres polarimètres de TJNAF, nous décrivons le principe de mesure de la polarimétrie Compton et le dispositif expérimental adopté pour le Hall A.

En particulier, la conception du polarimètre Compton à TJNAF est articulée autour d'une cavité Fabry-Pérot de finesse élevée. Nous rappelons dans le chapitre 3 le principe de l'asservissement en fréquence, puis nous décrivons les caractéristiques optiques de la cavité. Nous exposons ensuite les études menées sur la mesure de la polarisation circulaire  $P_\gamma$  du faisceau de photons qui constitue un des ingrédients nécessaires à la mesure de la polarisation  $P_e$  du faisceau d'électrons par diffusion Compton.

Le chapitre 4, consacré à l'analyse des données proprement dites, présente le principe de détermination des deux autres paramètres nécessaires à la mesure de  $P_e$ , à savoir l'asymétrie expérimentale et le pouvoir d'analyse du calorimètre. Dans chaque cas, nous développons le formalisme de calcul de ces deux quantités, puis nous étudions en détail les incertitudes liées à leur mesure ou à leur détermination. Nous montrons ensuite les résultats de mesure de la polarisation moyenne du faisceau d'électrons obtenus pendant les deux expériences  $G_E^p$  et  $N-\Delta$ . Nous menons complémentaiement une étude sur la mesure de la différence de polarisation du faisceau d'électrons entre deux états consécutifs et opposés d'hélicité. Nous concluons enfin ce chapitre par une analyse préliminaire de la mesure de la polarisation du faisceau d'électrons obtenue grâce au détecteur d'électrons.

# Chapitre 1

## Motivations physiques

Depuis quelques dizaines années, l'investigation de la structure du nucléon a été accomplie entre autre par l'étude des diffusions élastiques et inélastiques de leptons sur les noyaux dans le but de mieux comprendre les interactions entre nucléons et entre les constituants élémentaires du nucléon, les quarks.

La théorie de l'ElectroDynamique Quantique (QED), qui décrit les interactions électromagnétiques des leptons et des quarks, a connu de nombreux succès grâce à ses prédictions théoriques confirmées par l'expérience, en particulier dans la description des interactions électromagnétiques des leptons. Ainsi dans les processus de diffusion semi-leptonique, qui consistent en la diffusion d'un lepton sur un hadron, la partie leptonique de l'interaction est bien connue et l'étude de la réaction se portera principalement sur la partie hadronique de l'interaction. C'est pourquoi la diffusion leptonique constitue un choix avantageux pour sonder la structure nucléaire.

La force de couplage de l'interaction électromagnétique, caractérisée par la constante de structure fine  $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ , est relativement petite aux énergies auxquelles la physique hadronique s'applique. Il est ainsi possible de ne considérer que les processus de plus bas ordre dans la réaction de diffusion, ce qui se traduit par l'échange d'un seul photon virtuel. Nous nous limitons dans ce chapitre à la contribution dominante d'un seul photon d'échange<sup>1</sup>, dans l'approximation de Born des ondes planes (PWBA).

Les deux expériences que nous présentons dans ce chapitre requièrent un faisceau d'électrons polarisé longitudinalement, et notre contribution a consisté à mesurer la polarisation de ce faisceau grâce au Polarimètre Compton. La première expérience consiste à mesurer le rapport des facteurs de forme électromagnétiques du proton plus précisément que cela n'avait été entrepris auparavant. La seconde expérience à laquelle nous avons participé propose d'extraire les fonctions de réponse du nucléon au voisinage de la résonance  $\Delta$  dans la réaction d'électroproduction de pion.

---

<sup>1</sup>Les contributions des ordres supérieurs sont prises en compte dans les corrections radiatives.

Auparavant, nous introduisons le contexte expérimental de ces deux expériences, qui consiste en une présentation de l'accélérateur de particules *Thomas Jefferson National Accelerator Facility* (TJNAF) au sein duquel les deux expériences eurent lieu. Situé dans l'Etat de Virginie aux Etats-Unis, cet accélérateur est convoité pour son faisceau continu d'électrons polarisés dont l'énergie se situe dans la région des énergies intermédiaires de quelques centaines de  $MeV$  à quelques  $GeV$ .

## 1.1 Cadre expérimental : l'accélérateur TJNAF

Nous donnons dans cette section un aperçu général de l'accélérateur TJNAF qui délivre un faisceau d'électrons continu dans trois Halls expérimentaux. Nous présenterons plus en détail le dispositif expérimental utilisé pour les deux expériences auxquelles nous avons collaborées dans le Hall A. Nous nous attarderons enfin sur la polarisation du faisceau d'électrons qui est au coeur de notre débat.

### 1.1.1 Présentation générale

L'accélérateur TJNAF [14] est un accélérateur linéaire d'électrons à recirculation. Il peut délivrer une intensité de faisceau de  $0.1 nA$  à  $150 \mu A$ , avec une énergie comprise entre  $0.5 GeV$  et  $6 GeV$ . Un des grands avantages de cet accélérateur est qu'il admet un cycle utile proche de 100%. Enfin les électrons du faisceau peuvent être polarisés ou non selon la source d'électrons utilisée.

La source d'électrons est constituée de trois faisceaux d'intensité différente et de  $45 MeV$  d'énergie. Ces trois faisceaux sont des paquets d'électrons générés à une fréquence de  $499 MHz$  et synchronisés selon la fréquence du champ accélérateur à  $1.497 GHz$ .

L'accélération des électrons est réalisée grâce à deux sections linéaires de  $300 m$  de long appelées LINAC selon le schéma de la figure 1.1. Ces deux LINAC sont composés chacun de 320 cavités supraconductrices en Niobium réparties dans 20 modules cryogéniques permettant de maintenir la température à  $2 K$ . Neuf arcs de recirculation assurent la liaison entre les deux LINAC. Dans les conditions cinématiques des deux expériences que nous allons présenter dans la suite, l'énergie du faisceau d'électrons est augmentée de  $500 MeV$  au passage de chaque LINAC, ce qui permet d'obtenir un faisceau de  $4.5 GeV$  d'énergie après cinq passages.

Les trois faisceaux sont ensuite distribués dans les trois Halls d'expérience grâce à des séparateurs radio-fréquence situés au niveau du "switchyard".

Les trois halls expérimentaux A, B et C sont équipés de matériel adapté à des expériences spécifiques. Nous ne décrivons dans la suite de ce chapitre que l'équipement installé dans le Hall A du TJNAF et dans lequel se situe le polarimètre Compton.



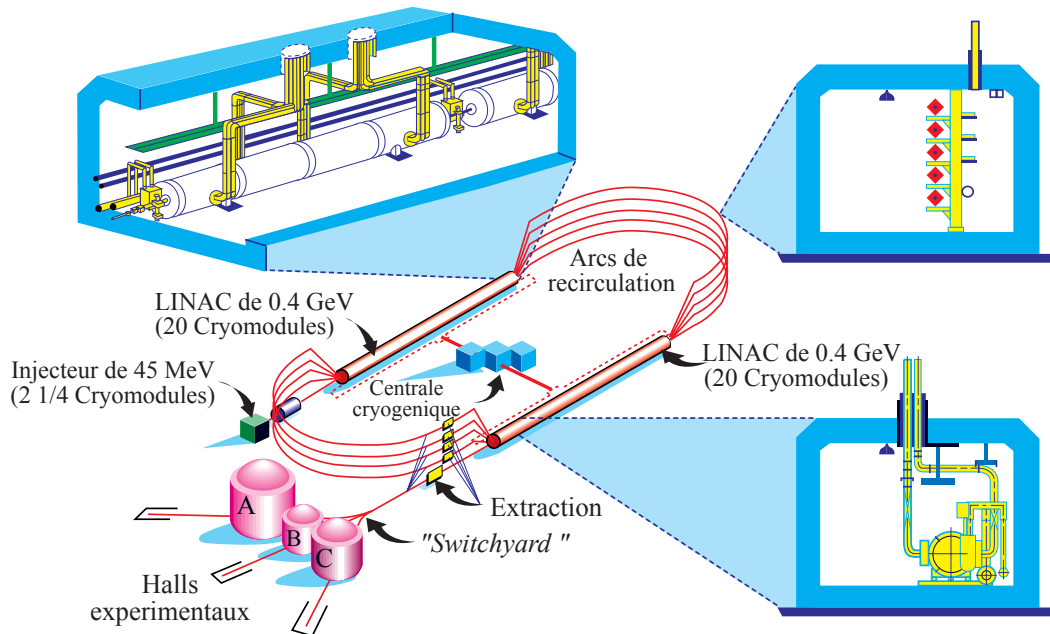


Figure 1.1: Schéma de l'accélérateur TJNAF.

## 1.1.2 Le Hall A

Mis en service pour la première fois en 1986, le Hall A est le plus grand des trois halls d'expérimentation. Il est principalement dédié à l'étude des réactions non polarisées de type  $(e, e'p)$  ou polarisées de type  $(\vec{e}, e'p)$  dans lesquelles deux particules sont détectées en coïncidence. Nous commencerons par décrire la cible cryogénique du Hall, puis les deux spectromètres à haute résolution utilisés pour l'identification des deux particules diffusées. Le Hall A est aussi équipé de deux polarimètres à faisceau situés en amont de la cible, le polarimètre Moller et le polarimètre Compton, ainsi que des deux instruments de mesure de l'énergie du faisceau d'électrons dont une présentation sera donnée dans le paragraphe § 2.2.6.3.

### 1.1.2.1 La cible cryogénique

La cible cryogénique du Hall A est une cible d'éléments liquides choisis selon la nature de l'expérience (Hydrogène liquide, Deutérium liquide ou Hélium). Le choix de la phase liquide par rapport à la phase gazeuse des éléments s'explique par des critères de densité, qui permettent de multiplier par exemple d'un facteur 700 le nombre d'interactions à la cible dans le cas de l'Hydrogène.

La cible d'Hydrogène liquide du Hall A, dont un schéma est donné sur la figure 1.2, est constituée d'une cellule cylindrique de 10 cm de diamètre et de 4 ou 15 cm de longueur.

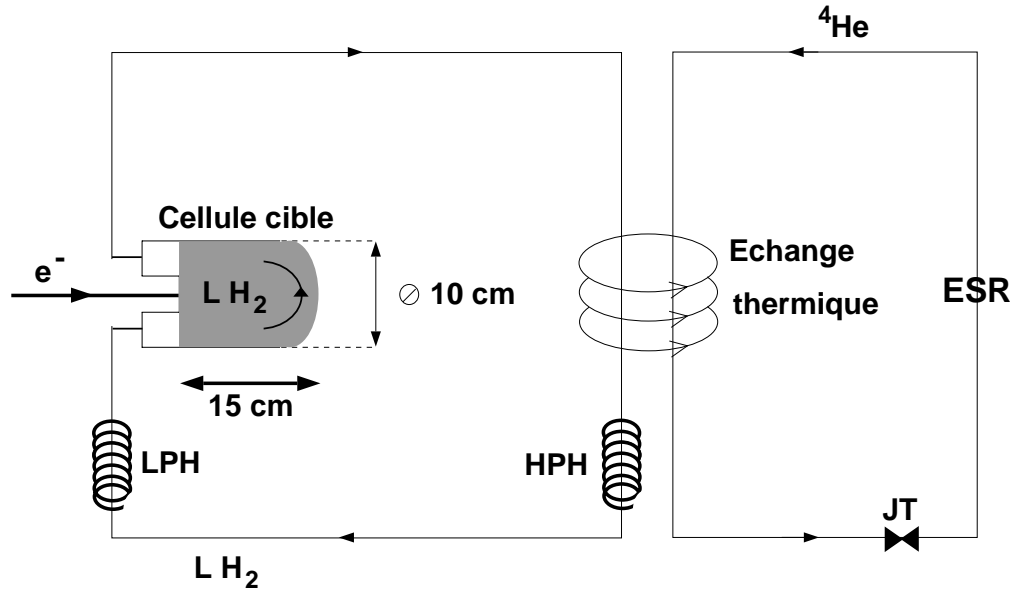


Figure 1.2: Vue schématique de la cible d'hydrogène liquide du Hall A.

La cible est alimentée par une boucle d'Hydrogène liquide maintenu à une température de  $19\text{ K}$  et à une pression de  $2\text{ atm}$  grâce à un circuit cryogénique d'Hélium 4 gazeux à  $15\text{ K}$  [15]. Pour un faisceau d'électrons de  $4.5\text{ GeV}$  d'énergie incidente et de  $100\text{ }\mu\text{A}$  d'intensité, la puissance déposée dans la cible de  $15\text{ cm}$  de long est de l'ordre de  $P = 600\text{ W}$ . Ce système de réfrigération permet ainsi de maintenir la température de l'Hydrogène liquide en-dessous de sa température d'ébullition, égale à  $20.4\text{ K}$  à une pression de  $1\text{ atm}$ .

De plus, un système de deux résistances chauffantes de puissance variable permet de réguler la température de la boucle d'Hydrogène liquide lorsque la cible n'est plus soumise au faisceau.

Enfin, afin d'éviter une ébullition de la cible localement le long du faisceau (la taille du faisceau d'électrons est de l'ordre de  $100\text{ }\mu\text{m}$ ), deux bobines magnétiques dévient le faisceau dans le plan horizontal et vertical pour permettre une meilleure dissipation de l'énergie déposée. Placées à  $23\text{ m}$  en amont de la cible, les bobines permettent de balayer à fréquence élevée ( $\sim 20\text{ kHz}$ ) une surface d'environ  $36\text{ mm}^2$ .

### 1.1.2.2 Les spectromètres à haute résolution

La détection des deux particules diffusées est réalisée grâce à deux spectromètres identiques de très haute résolution (HRS) et à l'extrémité desquels sont disposés les détecteurs. Les deux HRS sont constitués d'un dipôle et de trois quadrupôles identiques à bobines supraconductrices maintenues à une température de  $4\text{ K}$ . Leur résolution en

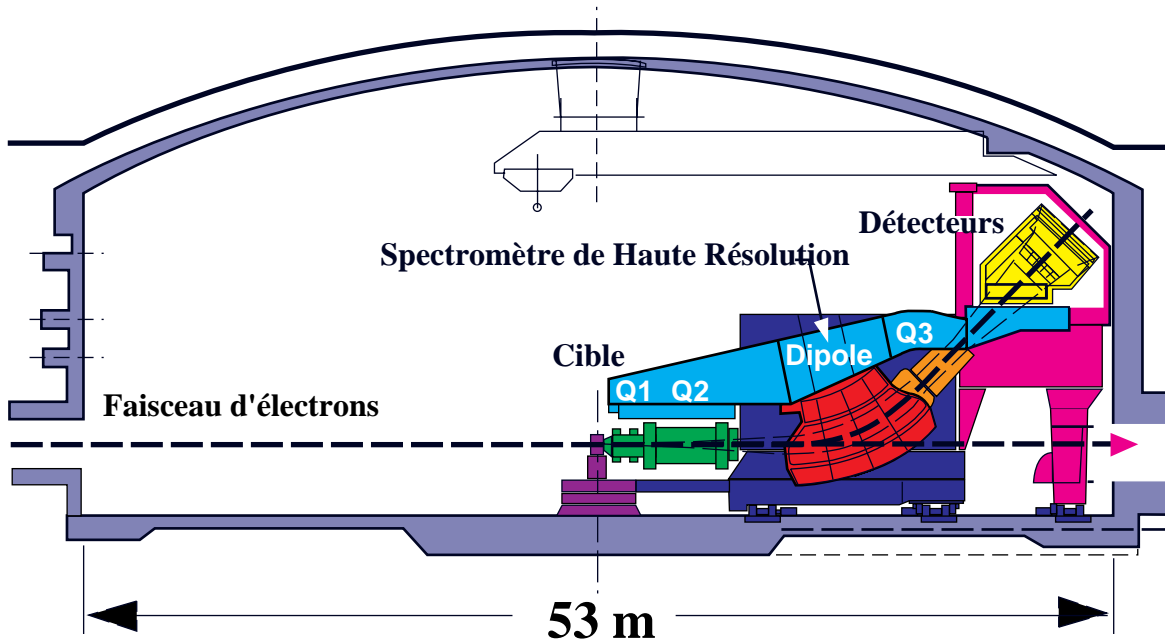


Figure 1.3: Schéma en coupe d'un spectromètre HRS dans le Hall A du TJNAF.

impulsion est de l'ordre de  $\Delta p/p = 10^{-4}$ . Représentés par un schéma en coupe sur la figure 1.3, les spectromètres courbent la trajectoire centrale des particules d'un angle de  $45^\circ$  sur une longueur optique de  $23.4\text{ m}$ . Ils sont orientables autour de la cible pour permettre des mesures à des angles différents.

Ces deux spectromètres diffèrent cependant par leur équipement de détection. Un des bras est dédié à la détection des hadrons et comprend un polarimètre (FPP) [16] situé derrière le plan focal du HRS qui permet de mesurer la polarisation des protons diffusés. Le second bras est réservé aux électrons diffusés et est équipé d'un calorimètre électromagnétique. A chaque bras est néanmoins associé un équipement standard de détection, qui comprend un ensemble de quatre plans horizontaux de chambres à dérive groupés par paires, ainsi que des détecteurs Cerenkov à gaz. L'acceptance angulaire d'un spectromètre est de  $6\text{ msr}$ .

### 1.1.3 Le faisceau d'électrons polarisés

Cette présentation se compose d'une description de la source d'électrons polarisés utilisée à TJNAF et du renversement de la polarisation du faisceau d'électrons opéré pour un meilleur contrôle des effets systématiques.

### 1.1.3.1 La source d'électrons polarisés

Le principe de la source d'électrons polarisés de TJNAF repose sur la photoémission d'un cristal d'arséniure de gallium (GaAs) illuminé par un faisceau laser [17]. La photoémission désigne l'absorption d'un photon par un électron de la bande de valence du cristal pour atteindre la bande de conduction. L'électron suffisamment énergétique diffusera vers la surface du cristal pour enfin s'échapper dans le vide.

Le cristal GaAs admet une structure de bande directe, ce qui signifie que le maximum d'énergie de la bande de valence et le minimum d'énergie de la bande de conduction coïncident avec le point  $\Gamma$  de la zone de Brillouin où le vecteur d'onde  $\vec{k}$  de l'électron est nul. L'énergie de gap entre ces deux niveaux vaut  $E_g = 1.46 \text{ eV}$  pour un semi-conducteur dopé  $p$ .

L'énergie qui sépare la bande de conduction du vide est l'affinité électronique. Une méthode employée pour s'affranchir de cette barrière énergétique consiste à obtenir une affinité électronique négative grâce à l'activation de surface, obtenue en déposant sur la surface du cristal une couche d'alcalin puis une couche d'oxyde. Les électrons de la bande de valence excités par des photons d'énergie  $h\nu = E_g$  atteignent alors la bande de conduction puis, après diffusion vers la surface, peuvent être émis dans le vide. Ce procédé augmente l'efficacité quantique<sup>1</sup> de l'échantillon GaAs jusqu'à 5% [18]. A TJNAF comme au SLAC, l'alcalin et l'oxyde choisis pour le traitement de la surface du cristal sont respectivement le césium et le trifluorure d'azote [19].

En ce qui concerne la polarisation des électrons émis, elle a lieu au niveau de la transition de bandes et est limitée théoriquement à 50%. Le moment orbital d'un électron au point  $\Gamma$  de la zone de Brillouin vaut  $l = 0$  (état  $S$ ) sur la bande de conduction et  $l = 1$  (état  $P$ ) sur la bande de valence. L'état de la bande de conduction est l'état  $S_{1/2}$  dégénéré deux fois en énergie ( $m_j = \pm 1/2$ ), tandis que le couplage spin-orbite fait apparaître deux états de la bande de valence,  $P_{3/2}$  et  $P_{1/2}$ , respectivement dégénérés en énergie quatre fois ( $m_j = \pm 3/2, \pm 1/2$ ) et deux fois ( $m_j = \pm 1/2$ ). L'écart en énergie entre les deux états  $S$  et  $P$  est égal à  $\Delta = 0.34 \text{ eV}$ . Lorsque le cristal est illuminé par des photons polarisés circulairement d'énergie comprise entre  $E_g$  et  $E_g + \Delta$ , les transitions permises entre la bande de valence et la bande de conduction doivent vérifier  $\Delta m_j = \pm 1$  selon l'illustration de la figure 1.4. Les probabilités de transition électronique peuvent s'exprimer en fonction des coefficients de Clebsch-Gordan. En particulier, dans le cas de l'absorption d'un photon polarisé circulairement gauche, la probabilité de transition de l'état  $P_{3/2}$  ( $m_j = -3/2$ ) à l'état  $S_{1/2}$  ( $m_j = -1/2$ ) est trois fois plus grande que la probabilité de transition de l'état  $P_{3/2}$  ( $m_j = -1/2$ ) à l'état  $S_{1/2}$  ( $m_j = +1/2$ ). Selon ce schéma, la polarisation théorique des électrons qui arrivent sur

---

<sup>1</sup>L'efficacité quantique de la source est le rapport entre le nombre d'électrons émis et le nombre de photons incidents.

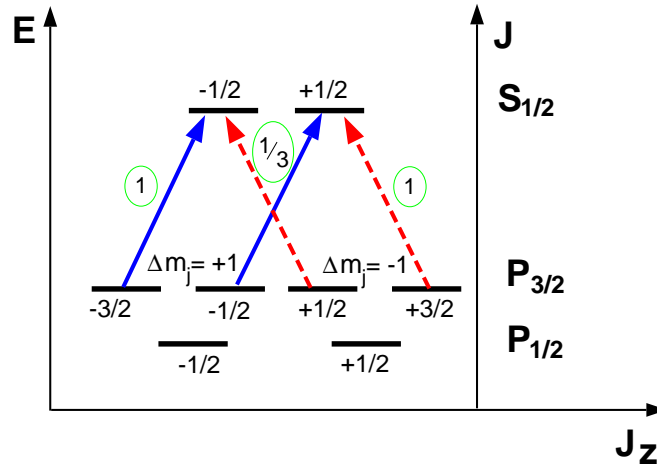


Figure 1.4: Diagramme des niveaux d'énergie et des transitions permises pour le cristal GaAs au point  $\Gamma$ .

la bande de conduction vaut :

$$P_e = \frac{1 - 3}{1 + 3} = -50\% \quad (1.1)$$

Cette valeur de polarisation est opposée pour les électrons excités par des photons de polarisation circulaire droite, et est nulle pour les électrons ayant subi la transition de l'état de la bande de valence  $P_{1/2}$  à l'état de la bande de conduction  $S_{1/2}$ , quelle que soit la polarisation circulaire des photons.

La polarisation des électrons peut cependant être augmentée dans le cas d'un cristal contraint où la dégénérescence en énergie de l'état  $P_{3/2}$  est levée [20]. La technique employée à TJNAF consiste à faire croître un cristal GaAs par épitaxie sur un substrat de maille légèrement différente, tel que GaAsP par exemple. La symétrie du réseau cristallin est alors modifiée, et les deux états  $P_{3/2}$  ( $m_j = \pm 3/2$ ) et  $P_{3/2}$  ( $m_j = \pm 1/2$ ) se situent à un écart en énergie de l'ordre de  $\delta \sim 0.1 \text{ eV}$ . Il est ensuite possible d'ajuster l'énergie des photons tel que seuls les électrons issus des états  $m_j = \pm 3/2$  soient pompés, ce qui permet d'obtenir une polarisation théorique de 100%.

En pratique, les faisceaux d'électrons sont polarisés entre 70% et 85%. La dépolarisation provient entre autres de la dilution du spin des électrons lors de leur diffusion vers la surface du cristal [21, 22], effet qui dépend de l'épaisseur du cristal. La valeur de la polarisation dépend aussi de l'efficacité quantique de la source [23]. En particulier, la perte d'efficacité quantique de la source de TJNAF dépend du bombardement d'ions positifs sur la cathode créés par le faisceau d'électrons sur le vide résiduel [24]. Avec un

vide très poussé de l'ordre de  $10^{-11}$  Torr, le temps de vie de la source, qui correspond à une diminution de l'efficacité quantique d'un facteur  $e$ , est de plusieurs jours. Une réactivation de la surface du cristal est alors nécessaire. De plus, l'efficacité quantique de la source dépend de la position du faisceau incident sur la cathode. Ce phénomène s'explique par des irrégularités sur la surface du cristal. Ainsi sera menée régulièrement une procédure de déplacement de la position du faisceau sur la photocathode ("move spot") afin de maximiser l'efficacité quantique. Cependant, il a été observé expérimentalement qu'à une augmentation de l'efficacité quantique de la cathode est associée une diminution de la polarisation du faisceau d'électrons. Cette corrélation peut s'expliquer par le fait que plus l'efficacité quantique de la source est grande, plus les électrons sont extraits profondément du cristal et plus ils parcourent une distance importante avant d'être émis. Leur probabilité de dépolarisation en est ainsi augmentée.

### 1.1.3.2 Le renversement de la polarisation

Les trois faisceaux laser de la source, qui donnent lieu aux trois faisceaux d'électrons distribués dans les halls d'expérimentation, sont des diodes laser de longueur d'onde  $\lambda = 780$  nm. Elles émettent des impulsions d'une durée de  $55$  ps toutes les  $2$  ns à peu près (fréquence à  $499$  MHz). Polarisée linéairement à la sortie des diodes laser, la lumière traverse un isolateur optique puis un système atténuateur composé d'une lame quart d'onde et d'un polariseur qui permet de régler la puissance incidente sur la photocathode.

Une cellule de Pockels transforme ensuite la polarisation linéaire du faisceau laser en polarisation circulaire gauche ou droite selon la tension  $\pm V$  appliquée au cristal KDP (phosphate dihydrogéné de potassium) de la cellule. La fréquence de renversement de la polarisation est réglée à  $30$  Hz, et elle est synchronisée avec la fréquence du courant alternatif à  $60$  Hz. Les électrons du faisceau admettent ainsi une polarisation  $+|P_e|$  et  $-|P_e|$  pour deux fenêtres consécutives de  $33$  ms. Cependant, afin de s'affranchir d'effets systématiques dûs à des dérives lentes des caractéristiques du faisceau, l'état de polarisation de la première fenêtre est déterminé grâce à un générateur pseudo-aléatoire selon l'illustration de la figure 1.5. Enfin, une lame demi-onde peut être insérée ou non sur le trajet du faisceau pour une meilleure maîtrise des effets systématiques. Les états de polarisation du faisceau d'électrons sont inversés entre ces deux positions de la lame demi-onde, pour une même tension appliquée à la cellule de Pockels.

Les électrons polarisés issus de la photocathode de GaAs sont ensuite accélérés par un canon de  $100$  keV puis séparés du faisceau laser par un dipôle magnétique. Ils traversent alors un filtre de Wien dont le but est de réorienter le vecteur polarisation des électrons afin qu'il soit dirigé longitudinalement au niveau de la cible du Hall A. Le filtre de Wien permet en effet de compenser la précession de spin de l'électron  $\delta\theta$  subie lors de son passage dans un champ magnétique.

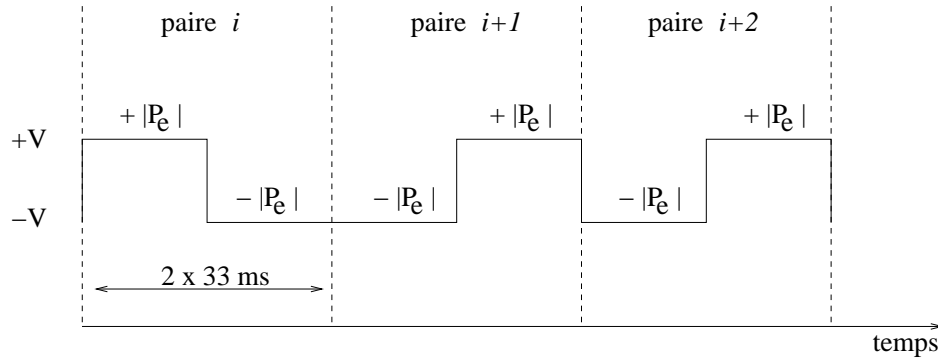


Figure 1.5: Exemple d'une série de trois paires de polarisation du faisceau d'électrons à TJNAF, où chaque paire de polarisation est composée d'un état de polarisation  $+|P_e|$  et d'un état de polarisation  $-|P_e|$  correspondant respectivement à une tension appliquée sur la cellule de Pockels de  $+V$  et  $-V$ .

Si  $\theta_c$  est l'angle de courbure de la trajectoire des électrons dans un champ magnétique, alors on a la relation :

$$\delta\theta = \left(\frac{g-2}{2}\right) \gamma\theta_c \quad (1.2)$$

où  $g$  est le rapport gyromagnétique de l'électron et  $\gamma = \frac{E}{m_e c^2}$  le paramètre de Lorentz. Dans la configuration de l'accélérateur TJNAF, le spin des électrons effectue 11.6 révolutions dans le plan horizontal lorsque le faisceau accomplit neuf passages dans les arcs de recirculation pour atteindre une énergie de  $4.5 \text{ GeV}$ .

## Conclusion

L'accélérateur TJNAF présente des atouts séduisants pour de nombreuses expériences de physique nucléaire. Avec un cycle utile proche de 100%, le faisceau continu d'électrons délivré par l'accélérateur a typiquement des énergies de quelques  $\text{GeV}$  à des intensités de plusieurs dizaines de  $\mu\text{A}$ . Le faisceau peut atteindre une polarisation proche de 80%, grandeur qui intervient directement dans la précision statistique des expériences utilisant des réactions dites polarisées. C'est le cas des deux expériences que nous décrivons ci-dessous.

## 1.2 Mesure des facteurs de forme électromagnétiques du proton

Nous présentons maintenant l'expérience  $G_E^p$  qui propose d'étendre les mesures des facteurs de forme électromagnétiques du proton par une mesure de la polarisation du

proton de recul. Cette expérience nécessite un faisceau d'électrons polarisés, et notre contribution a consisté à mesurer cette polarisation.

Nous introduisons cette section par un bref rappel de la définition des facteurs de forme électromagnétiques du proton, puis nous présenterons les deux techniques de mesure qui permettent d'accéder à ces facteurs de forme, la méthode de séparation de Rosenbluth dont furent extraites historiquement les premières mesures et les expériences à double polarisations parmi lesquelles s'intègre l'expérience  $G_E^p$  à laquelle nous avons participé. Nous décrirons enfin le cadre théorique dans lequel s'inscrit cette mesure.

### 1.2.1 Les facteurs de forme du proton

Nous définissons ici les facteurs de forme du nucléon dans la région *espace*, où le quadri-transfert de la réaction  $q^2$  est négatif. Nous limiterons notre exposé à la description des propriétés électromagnétiques du proton, et nous engageons cette section par la diffusion élastique électron-proton.

Le principe de la diffusion élastique électron-proton est illustré sur la figure 1.6 dans l'approximation d'un seul photon d'échange de moment  $q$ . Si  $E_e$  et  $E'_e$  désignent l'énergie de l'électron initial et final dans le repère du laboratoire, et  $\theta_e$  son angle de diffusion, alors le transfert  $Q^2$  de la réaction est donné par la relation:

$$Q^2 \equiv -q^2 = 4E_e E'_e \sin^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right) \quad (1.3)$$

où la masse de l'électron a été négligée ( $m_e \ll E_e$ ). Comme il s'agit d'une diffusion élastique à deux corps, l'énergie de l'électron diffusé  $E'_e$  s'exprime en fonction des variables  $(E_e, \theta_e)$  et le moment transféré  $Q^2$  est complètement déterminé par ces paramètres cinématiques.

La section efficace différentielle de ce processus peut s'écrire dans l'approximation de Born comme:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \left[ \frac{G_E^p{}^2(Q^2) + \tau G_M^p{}^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^p{}^2(Q^2) \tan^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right) \right] \quad (1.4)$$

où

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right)}{4E_e^2 \sin^4\left(\frac{\theta_e}{2}\right)} \times \frac{1}{1 + \frac{2E_e}{M_p} \sin^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right)} \quad (1.5)$$

est la section efficace Mott correspondant à la diffusion de l'électron dans un potentiel électrostatique fixe.  $\alpha$  est la constante de structure fine,  $M_p$  est la masse au repos du proton,  $\tau$  est défini par :

$$\tau = \frac{Q^2}{4M_p^2} \quad (1.6)$$



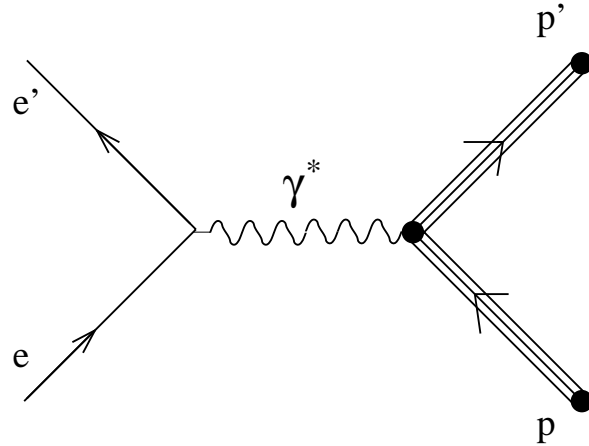


Figure 1.6: La diffusion élastique électron-proton est décrite en première approximation par l'échange d'un seul photon virtuel.

et  $G_E^p(Q^2)$  et  $G_M^p(Q^2)$  sont les facteurs de forme électrique et magnétique du proton. Les facteurs de forme dits de Sachs [26]  $G_E$  et  $G_M$  s'interprètent dans le repère de Breit<sup>1</sup> comme les transformées de Fourier des densités de charge électrique et de courant magnétique du nucléon.

Dans la limite où  $Q^2 \rightarrow 0$ , le photon virtuel devient insensible à la structure du proton et on définit:

$$G_E^p(0) = 1 \quad (1.7)$$

$$G_M^p(0) = \mu_p \quad (1.8)$$

où  $\mu_p = 2.7928 \times \mu_N^2$  est le moment magnétique du proton. On peut montrer [27] qu'une particule réduite à un point de charge  $e$  (en unité  $e$ ) et de moment magnétique total  $\mu_p$  vérifie  $G_E^p(Q^2) = 1$  et  $G_M^p(Q^2) = \mu_p$  quel que soit  $Q^2$ . La dépendance des facteurs de forme en fonction de  $Q^2$  nous renseigne donc sur la structure composite du nucléon.

Un autre couple de facteur de forme permet de décrire la structure électromagnétique du nucléon, les facteur de forme de Dirac et Pauli  $F_1(Q^2)$  et  $F_2(Q^2)$ . Ils sont reliés aux facteurs de forme de Sachs par la relation:

$$F_1^p(Q^2) = \frac{G_E^p(Q^2) + \tau G_M^p(Q^2)}{1 + \tau} \quad (1.9)$$

$$F_2^p(Q^2) = \frac{G_M^p(Q^2) - G_E^p(Q^2)}{\kappa_p(1 + \tau)} \quad (1.10)$$

<sup>1</sup>Le repère de Breit est un repère spécial de Lorentz dans lequel l'énergie du photon virtuel s'annule  $q^0 = 0$  et  $\vec{q} = 2\vec{p}' = -2\vec{p}$ .

<sup>2</sup> $\mu_N$  est le magnéton nucléaire.

où  $\kappa_p = \mu_p - 1$  est le moment magnétique anormal du proton. Le facteur de forme  $F_1^p$  décrit l'amplitude de diffusion qui laisse le spin du proton inchangé, et  $F_2^p$  décrit l'amplitude de diffusion qui fait basculer son spin.

## 1.2.2 Les méthodes de mesure des facteurs de forme du proton

Nous venons de montrer que la section efficace de la diffusion élastique électron-proton dépend des deux facteurs de forme  $G_E^p$  et  $G_M^p$  du proton. La difficulté qui apparaît pour déterminer ces deux facteurs de forme consiste à séparer leur contribution respective dans la mesure de la section efficace.

Historiquement les premières mesures des facteurs de forme du proton furent réalisées par la méthode dite de séparation de Rosenbluth [28]. Nous présentons dans cette section le principe de cette technique de mesure et montrons ses limites pour la détermination du facteur de forme électrique du proton. Plus récemment avec le développement des nouveaux accélérateurs comme *Jefferson Lab.*, des mesures plus précises sont obtenues avec les expériences en double polarisation, soit en cible polarisée  $\vec{p}(\vec{e}, e')p$ , soit en polarisation de recul  $p(\vec{e}, e')\vec{p}$ . Nous nous limitons ici à exposer le principe de la mesure de la polarisation de recul du proton, et nous montrerons pourquoi elle permet d'obtenir une plus grande précision que la méthode de Rosenbluth sur la mesure du facteur de forme  $G_E^p$ .

### 1.2.2.1 La méthode de séparation de Rosenbluth

L'expression de la section efficace donnée par l'équation (1.4) peut se réécrire sous forme réduite comme:

$$\sigma_R = \frac{\epsilon}{\tau} G_E^p{}^2(Q^2) + G_M^p{}^2(Q^2) \quad (1.11)$$

où  $\sigma_R$  est le produit de la section efficace différentielle mesurée avec des facteurs cinématiques connus, et où  $\epsilon$  est défini comme la polarisation longitudinale du photon virtuel tel que:

$$\epsilon^{-1} \equiv 1 + 2(1 + \tau) \tan^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right), \quad 0 \leq \epsilon \leq 1 \quad (1.12)$$

La méthode de séparation de Rosenbluth [28] consiste à mesurer la section efficace comme une fonction de  $\epsilon$  pour  $Q^2$  fixé. La pente de la section efficace pour chaque valeur de  $Q^2$  permet d'extraire le terme  $G_E^p{}^2/\tau$ , tandis que l'extrapolation à  $\tau = 0$  détermine la valeur de  $G_M^p{}^2$ . Cependant, comme  $\tau$  est proportionnel à  $Q^2$ , la section efficace est principalement dominée à haut moment de transfert ( $\tau \gg 1$ ) par la contribution

magnétique  $G_M$ , et des mesures précises de  $G_E$  deviennent difficiles. En particulier, à  $Q^2 = 40 \text{ GeV}^2$ , la contribution de  $G_E$  n'est que de 1 % dans l'approximation du modèle dipolaire. Réciproquement à bas transfert où  $\tau \ll 1$ , la pente de la section efficace en fonction de  $\epsilon$  devient petite et les erreurs de  $G_M$  augmentent.

Les résultats [29–39] de la mesure des facteurs de forme obtenus par cette méthode sont représentés sur la figure 1.7 pour des valeurs de  $Q^2$  allant de 0 à 8  $(\text{GeV}/c)^2$ . Le facteur de forme  $G_M^p$  est normalisé au modèle dipolaire  $G_D$  défini dans le paragraphe § 1.2.3. Il a été mesuré avec une précision de quelques pourcents pour  $Q^2 < 20 \text{ (GeV}/c)^2$ , et de l'ordre de  $\pm 10\%$  jusqu'à  $Q^2 = 31.3 \text{ (GeV}/c)^2$  [34, 35]. Les données montrent que le facteur de forme magnétique du proton est en-dessous du modèle dipolaire pour  $Q^2 < 1 \text{ (GeV}/c)^2$  et  $Q^2 > 5 \text{ (GeV}/c)^2$ , et supérieur pour  $1 < Q^2 < 5 \text{ (GeV}/c)^2$ .

Le facteur de forme électrique du proton a été mesuré jusqu'à 7  $(\text{GeV}/c)^2$  avec une précision de  $\pm 20\%$ . Il a été déduit des mesures de  $G_M^p$  jusqu'à 31.3  $(\text{GeV}/c)^2$  avec l'hypothèse que  $G_E^p = G_M^p/\mu_p$ . Un ajustement empirique réalisé sur une compilation des données a été accompli par [40] et est illustré sur la figure 1.7. La divergence des mesures illustre la difficulté d'extraire  $G_E^p$  avec la technique de séparation de Rosenbluth. En conclusion, on ne peut pas conclure quant à l'évolution du facteur de forme électrique du proton pour des valeurs de  $Q^2$  supérieures à 1  $(\text{GeV}/c)^2$  à partir des mesures effectuées par la séparation de Rosenbluth.

### 1.2.2.2 La mesure de la polarisation de recul du proton

La technique de mesure de la polarisation de recul du proton a été proposée la première fois par Akhiezer et Rekaló [41]. Elle présente l'avantage de ne nécessiter qu'une seule mesure à une cinématique  $(E_e, \theta_e)$  donnée pour chaque valeur de  $Q^2$ .

A *Jefferson Lab.*, la mesure de la polarisation de recul est réalisée grâce au Focal Plane Polarimeter (FPP) [16]. Nous nous limitons ici à rappeler le principe de la mesure.

Considérons la diffusion élastique d'un électron polarisé sur un proton et plaçons-nous dans l'approximation d'un seul photon d'échange lors de la réaction. Alors, si  $P_l$  est la composante longitudinale de la polarisation du proton de recul,  $P_n$  la composante normale et  $P_t$  la composante dans la direction transverse, on peut montrer que [42]:

$$P_n = 0 \quad (1.13)$$

$$P_t = -\frac{2}{I_o} \sqrt{\tau(1+\tau)} G_E^p G_M^p \tan \frac{\theta_e}{2} \quad (1.14)$$

$$P_l = \frac{1}{I_o} \left( \frac{E_e + E'_e}{M_p} \right) G_M^p{}^2 \sqrt{\tau(1+\tau)} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \quad (1.15)$$

avec

$$I_o = G_E^p{}^2 + G_M^p{}^2 \tau \left[ 1 + 2(1+\tau) \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right] \quad (1.16)$$

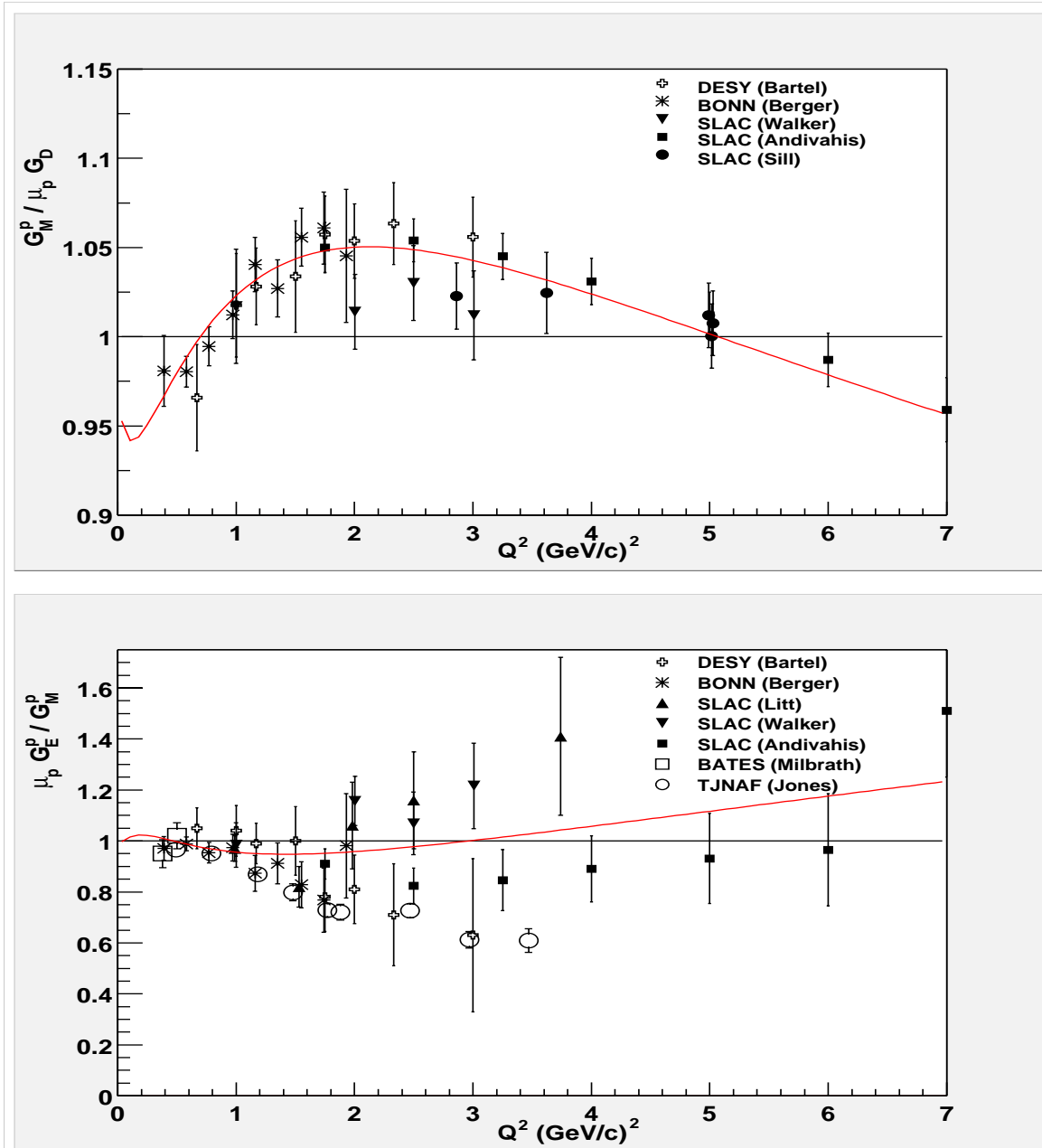


Figure 1.7: Les mesures du facteur de forme magnétique du proton, normalisé au modèle dipolaire, sont représentées sur la figure du haut, tandis que celles du rapport des facteurs de forme électromagnétiques sont représentées sur la figure du bas. Un ajustement empirique issu de ces données fut réalisé par Boosted [40].

La composante de polarisation  $P_t$  est proportionnelle au terme d'interférence  $G_E^p G_M^p$ . La mesure de facteur de forme électrique  $G_E^p$  sera donc plus précise que dans le cas de la séparation de Rosenbluth où l'observable est  $\frac{\epsilon}{\tau} G_E^p{}^2 + G_M^p{}^2$ .

Dans le cas d'un spectromètre constitué d'un seul dipôle, les composantes de polarisation du proton diffusé mesurées dans le plan focal après la seconde diffusion du proton dans l'analyseur du polarimètre sont:

$$P_t^{FPP} = h P_t \quad (1.17)$$

$$P_n^{FPP} = h P_l \sin \chi \quad (1.18)$$

où  $h$  est la polarisation du faisceau d'électrons incident et  $\chi$  l'angle de précession du spin du proton. En pratique, le spectromètre utilisé est constitué d'un dipôle et de trois quadrupôles (spectromètre HRS décrit dans le paragraphe § 1.1.2), et le calcul du transport du spin n'est pas trivial, mais nécessite de modéliser l'optique des spectromètres.

Si  $\theta$  et  $\phi$  sont les angles polaire et azimutal de la diffusion du proton dans le carbone,  $\varepsilon(\theta)$  l'efficacité différentielle de détection et  $A_y(\theta)$  le pouvoir d'analyse du carbone, alors le nombre d'événements détectés dans le polarimètre à plan focal s'écrit:

$$N_p^\pm(\theta, \phi) = N_o \varepsilon(\theta) [1 \pm A_y(\theta) (P_t^{FPP} \sin \phi - P_n^{FPP} \cos \phi)] \quad (1.19)$$

où le signe  $\pm$  se réfère au signe de l'hélicité du faisceau d'électrons incident, et où  $N_o$  est le nombre de protons incidents dans le polarimètre. L'analyse de Fourier de la distribution azimutale de  $N_p^\pm(\theta, \phi)$  permet d'extraire les deux composantes  $a(\theta)$  et  $b(\theta)$  pour chaque angle  $\theta$ , définies comme:

$$a(\theta) = h A_y(\theta) P_t \quad \text{et} \quad b(\theta) = h A_y(\theta) P_l \sin \chi \quad (1.20)$$

Pour extraire les deux composantes de polarisation  $P_t$  et  $P_l$ , chaque événement est corrigé de la précession du spin  $\chi$  qui apparaît lors du parcours du proton dans le spectromètre. Finalement, en combinant les équations (1.14) et (1.15), on obtient:

$$\frac{G_E^p}{G_M^p} = -\frac{P_t (E_e + E'_e)}{P_l 2M_p} \tan \frac{\theta_e}{2} \quad (1.21)$$

Le résultat final de la mesure du rapport  $\frac{G_E^p}{G_M^p}$  est obtenu en moyennant les mesures sur l'angle de diffusion  $\theta_e$ . La mesure du rapport des facteurs de forme est indépendante de la polarisation du faisceau d'électrons ainsi que du pouvoir d'analyse du graphite.

La mesure des deux paramètres  $a(\theta)$  et  $b(\theta)$  permet aussi de déterminer le pouvoir d'analyse du graphite si on connaît l'hélicité du faisceau d'électron  $h$  selon la relation:

$$A_y = \frac{b \left[ \left( \frac{a}{2b} \right)^2 \left( \frac{E_e + E'_e}{M_p} \right)^2 \sin^2 \chi + \tau [\cot^2 \theta_e + 2(1 + \tau)] \right]}{h \left( \frac{E_e + E'_e}{M_p} \right) \sqrt{\tau(1 + \tau)} \sin \chi} \quad (1.22)$$

L'évolution du facteur de forme magnétique du proton étant assez bien connue par les mesures de séparation de Rosenbluth [40], on peut déduire l'évolution du facteur de forme électrique par la mesure du rapport  $\frac{G_E^p}{G_M^p}$ . L'erreur relative associée à cette mesure vaut alors:

$$\frac{\Delta G_E^p}{G_E^p} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \sin \chi}{\sin \chi}\right)^2 + \left(\frac{\Delta G_M^p}{G_M^p}\right)^2} \quad (1.23)$$

avec  $\Delta a = \Delta b = \sqrt{\frac{2}{N_p(\theta)}}$ . Ainsi l'erreur de la mesure de  $G_E^p$  dépend de l'hélicité  $h$  du faisceau incident, ainsi que du pouvoir d'analyse du graphite. Nous rappelons que l'erreur relative sur la mesure de  $G_M^p$  est comprise entre 0.7% et 1.5% sur toute la gamme en  $Q^2$  selon la référence [40].

La faisabilité d'une telle mesure a été démontrée à Bates [43] pour des valeurs de  $Q^2$  inférieures au  $(GeV/c)^2$ . Une première expérience E93-027 [44] à TJNAF a permis de mesurer le rapport  $\frac{G_E^p}{G_M^p}$  pour sept valeurs de  $Q^2$  de 0.5  $(GeV/c)^2$  à 3.5  $(GeV/c)^2$  en 1998. Les résultats obtenus par cette première campagne de mesure sont représentés sur la figure 1.7. L'expérience à laquelle nous avons participé par la mesure de la polarisation du faisceau d'électrons propose d'étendre ces mesures pour des valeurs de  $Q^2$  jusqu'à 5.6  $(GeV/c)^2$  [45]. Les variables cinématiques sont données à titre indicatif dans le tableau 1.1. Les résultats de la mesure des facteurs de forme du proton sont donnés et commentés dans le chapitre ??.

Date	$Q^2$ (GeV/c) <sup>2</sup>	$E_e$ (MeV)	$\theta_{pq}^{cm}$ deg	$P^{cm}$ (GeV/c)
04/11 au 07/11	3.5	4606.7	31.785	2.64
07/11 au 12/11	4.0	4606.7	28.587	2.92
07/12 au 19/12	4.8	4588.5	23.791	3.36
01/12 au 07/12	5.6	4588.5	19.275	3.81
12/11 au 21/11	5.6	4606.7	19.363	3.81

Tableau 1.1: Cinématiques de l'expérience E99-007.

Nous constatons sur la figure 1.7 que l'évolution du rapport des facteurs de forme décroît en fonction du moment de transfert  $Q^2$  jusqu'à atteindre 0.6 à  $Q^2 = 3.5 (GeV/c)^2$ . La précision des mesures ( $< 10\%$ ) obtenues avec la méthode de la polarisation du proton de recul laisse présager de nouvelles prédictions théoriques du comportement des facteurs de forme en fonction de  $Q^2$ . Dans cette optique, il est important de continuer l'investigation de l'évolution des facteurs de forme pour des moments de transfert plus élevés.

Nous allons maintenant exposer quelques-uns des modèles les plus prometteurs pour décrire l'évolution des facteurs de forme du proton en fonction du moment transféré  $Q^2$ . L'exposé qui suit sort néanmoins du cadre de mon travail et n'a pour ambition que de présenter l'état d'avancement théorique actuel.

### 1.2.3 Les modèles théoriques

Dans l'objectif de comprendre la structure du nucléon, et plus ambitieusement celle des mésons et des baryons, on fait appel à des modèles plus ou moins inspirés de la théorie de la ChromoDynamique Quantique (QCD), ne sachant pas résoudre QCD en régime non perturbatif. Leur faculté à reproduire et à prédire le comportement des facteurs de forme du nucléon représente un bon test de validité, et c'est pourquoi il est important de mesurer précisément ces facteurs de forme.

Parmi les modèles les plus répandus pour décrire les facteurs de forme du proton, nous pouvons citer le modèle des di-quarks [46], celui des règles de somme [47], le modèle des cloudy bag [48], le modèle de QCD sur réseau [49], ainsi que le modèle des mésons vecteurs (VMD) et des quarks constituants relativistes (RCQ). Nous ne détaillons dans la suite que les modèles VMD, pQCD et RCQ, et rappelons que chaque modèle doit reproduire l'évolution des quatre facteurs de forme électromagnétiques du nucléon, bien que l'on ne s'attardera ici qu'aux facteurs de forme du proton.

Nous introduisons cette section par une brève description du modèle dipolaire, auquel une majorité des données publiées sont normalisées. En effet, les premières mesures des facteurs de forme du nucléon montraient que le comportement de ces facteurs de forme tendaient à suivre, à l'intérieur des larges barres d'erreur associées à ces mesures, l'évolution du modèle dipolaire. Ce modèle provient d'une description du nucléon où la distribution de charge électrique  $\rho(r)$  suit une loi exponentielle de la forme :

$$\rho(r) = e^{-\frac{r}{r_0}} \quad \text{avec} \quad r_0 = 0.234 \text{ fm} \quad (1.24)$$

Selon cette approximation, les facteurs de forme électromagnétiques du proton peuvent s'écrire comme :

$$G_E^p = G_D \quad (1.25)$$

$$G_M^p = \mu_p G_D \quad \text{avec} \quad G_D := \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^2} \quad (1.26)$$

où  $Q_0^2 = 0.71 \text{ (GeV/c)}^2$ .

### 1.2.3.1 Modèle des mésons vecteurs

Une description des facteurs de forme du nucléon est le modèle des mésons vecteurs (VMD) dans lequel on suppose que le photon virtuel interagit avec le nucléon par l'intermédiaire de mésons vecteurs comme cela est illustré sur la figure 1.8.

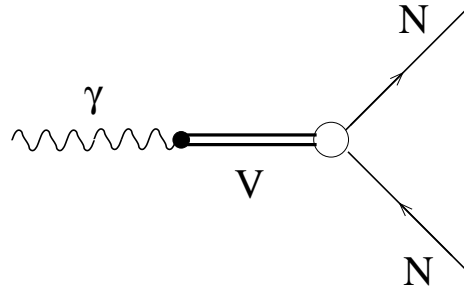


Figure 1.8: Le couplage du photon virtuel et du nucléon est décrit par l'échange des mésons vecteurs  $V$  dans le modèle VMD.

Il est usuel de séparer les contributions isoscalaires et isovectorielles des facteurs de forme selon la relation:

$$F_i^p = \frac{1}{2}(F_i^s + F_i^v) \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad (1.27)$$

La contribution isovectorielle est représentée par l'échange du méson vecteur  $\rho$  ( $I = 1$ ), tandis que la part isoscalaire est décrite par l'échange des mésons  $\omega$  et  $\phi$  ( $I = 0$ ) [50,51]. Les facteurs de forme isoscalaire et isovectoriel sont paramétrisés en fonction des constantes de couplage des interactions méson-photon et méson-nucléon-nucléon et en fonction des facteurs de forme des mésons, modélisés par une loi monopolaire dont le facteur d'échelle est la masse des mésons. La modélisation de [51] inclut un terme supplémentaire dans l'expression du facteur de forme du méson  $\rho$  qui correspond à la largeur finie du méson vecteur, tandis qu'elle néglige les largeurs des mésons scalaires. Les facteurs de forme du nucléon sont relativement bien décrits par le modèle VMD dans la région à bas transfert où  $Q^2$  est inférieur à  $1 \text{ (GeV/c)}^2$ . Mais la superposition des évolutions monopolaires des mésons ne permet pas de reproduire le comportement dipolaire de  $G_M^p$  à haut moment de transfert, et est en désaccord avec la prédiction de la QCD en régime perturbatif à large  $Q^2$  (pQCD), modèle que nous présentons ci-dessous. L'évolution des facteurs de forme du nucléon a été traitée en régime perturbatif pour les hauts moments de transfert par Brodsky et al. [52]. Afin de visualiser les processus mis en jeu, considérons un instant un proton se déplaçant le long de l'axe  $z$  dans le repère de moment infini, et se faisant heurter par un photon virtuel portant un large moment transverse  $-q^2$ . Le facteur de forme du proton est alors interprété comme l'amplitude de probabilité que le baryon composé de trois quarks reste intact après l'absorption du



haut moment de transfert. Les trois quarks de valence portent chacun une fraction du moment total du baryon, tandis que la contribution des quarks de la mer et des gluons est négligée. Le facteur de forme de Dirac s'exprime comme:

$$F_1^p(Q^2) \propto \frac{\alpha_s(Q^2)}{Q^4} \quad (1.28)$$

où  $\alpha_s$  est la constante de couplage fort définie par:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}\right)} \quad (1.29)$$

$N_f$  est le nombre de saveur des quarks et  $\Lambda_{QCD}$  ( $\sim 200 \text{ MeV}$ ) est l'échelle de renormalisation de QCD. Les contributions d'ordres supérieurs en  $\alpha_s(Q^2)$  sont négligées dans la région où  $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ . Ces considérations permettent de prédire que le comportement des facteurs de forme de Dirac et Pauli à haut moment de transfert suivent l'évolution  $F_1^p \propto Q^{-4}$  et  $F_2^p \propto Q^{-6}$ , au facteur de correction logarithmique près. Identiquement, les facteurs de forme de Sachs doivent obéir à  $G_M^p \sim G_E^p \sim Q^{-4}$ . Cependant, dans l'état actuel des connaissances, la limite à partir de laquelle le régime pQCD s'applique demeure incertaine.

Le désaccord entre l'extrapolation du modèle VMD à haut  $Q^2$  et le régime perturbatif de QCD a conduit [53] à reformuler VMD. Plus précisément, il s'agit de combiner la théorie phénoménologique de VMD valable à bas  $Q^2$ , où les processus physiques des mésons sont dominants, avec les prédictions de l'évolution des facteurs de forme de pQCD à haut  $Q^2$ . Au départ, seule la contribution des mésons  $\rho$  et  $\omega$  a été introduite dans l'expression des facteurs de forme. Plus récemment cette description hybride du nucléon intégra aussi la contribution du méson  $\phi$  [54], ainsi que la contribution des mésons plus lourds, tels que le  $\rho'$  [55].

Une paramétrisation [56] plus contraignante que les précédentes modélisations inclut, en plus des contraintes dictées par pQCD, la contribution d'un continuum de deux pions neutres dans l'échange du photon avec le hadron, comme cela est illustré sur la figure 1.9. Le nombre de pôles supplémentaires est restreint au minimum pour la modélisation des facteurs de forme du nucléon. Les trois pôles isoscalaires et les trois pôles isovectoriels sont identifiés comme étant respectivement les mésons  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $S'$  et les mésons  $\rho'$ ,  $\rho''$ ,  $\rho'''$ <sup>1</sup>. Cette modélisation permet d'une part de prédire les facteurs de forme du nucléon, mais aussi de déterminer le rayon du nucléon et les constantes de couplage nucléon-méson.

En conclusion, les interactions des mésons vecteurs sont dominantes jusqu'à  $1 \text{ (GeV/c)}^2$ , là où les facteurs de forme électrique et magnétique sont bien reproduits. Les théories

---

<sup>1</sup>MNEI=Méson Non Encore Identifié

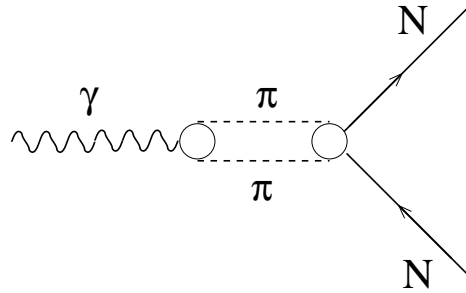


Figure 1.9: Contribution d'un continuum de deux pions dans l'échange du photon et du nucléon.

VMD ne sont cependant pas des théories fondamentales, en ce sens qu'elles ne peuvent prédire ni le nombre de mésons intervenant dans l'échange du photon et du nucléon, ni leur masse.

### 1.2.3.2 Modèle des quarks constituants

L'évolution des facteurs de forme du nucléon est assez bien comprise à bas  $Q^2$  par le modèle des mésons vecteurs et à haut transfert par la théorie pQCD. De nombreux théoriciens ont ainsi proposé des modèles applicables à une région intermédiaire en  $Q^2$  de 1 à 6  $(GeV/c)^2$ , dont le modèle des quarks constituants relativistes (RCQ).

Le modèle des quarks constituants a d'abord été formulé dans un cadre non relativiste, basé sur le concept que les quarks constituants (QC) représentent les degrés de liberté du hadron, tandis que les paires de quark-antiquarks (quarks de courant) et les gluons ne contribuent pas à cette description, leurs effets étant compris dans la masse des QC.

Les corrections relativistes ont été introduites dans le modèle des quarks constituants afin de mieux décrire les facteurs de forme électriques du nucléon, en ce sens qu'elles interprètent l'absorption du haut moment de transfert du photon virtuel par les quarks comme un boost de Lorentz de l'état fondamental constitué de trois quarks, et non comme une excitation de ce système. A ces corrections relativistes d'ordre cinématique peuvent se rajouter des corrections relativistes dynamiques qui incluent la contribution des paires quark-antiquark produites par les interactions photon-quark et gluon-quark.

Dans le modèle RCQ de [57–59], on suppose que le nucléon est formé de trois quarks, dits constituants, symétriques dans les variables d'espace, de spin et d'isospin, et antisymétriques dans la variable de couleur. Les quarks constituants ne sont pas supposés ponctuels, donc admettent a priori des facteurs de forme qui dépendent de  $Q^2$ . Cependant les quarks sont présumés assez petits pour que leur facteur de forme soit constant dans la région  $0 \leq Q^2 \leq 6 (GeV/c)^2$ . Les parties isoscalaires et isovectorielles des facteurs de forme du nucléon s'expriment comme une combinaison linéaire des facteurs de forme des quarks, et les deux paramètres principaux de ces modèles sont l'échelle

de confinement  $1/\alpha$  et la masse des quarks constituants  $m_q$ . La limite non relativiste est obtenue pour  $\alpha/m_q \rightarrow 0$ .

Des développements théoriques plus récents [60–62] traitent l’aspect relativiste du modèle des quarks constituants, et plus particulièrement la création de paires  $q\bar{q}$ , soit par un modèle reposant sur l’échange d’un seul gluon, soit par un modèle chirale basé sur le mécanisme de l’échange des bosons de Goldstone.

## Conclusion

La compréhension de la structure électromagnétique du nucléon est primordiale dans la description des théories fondamentales qui traitent des interactions fortes. Les facteurs de forme électromagnétiques du nucléon contiennent toute l’information sur la distribution de charge et de courant à l’intérieur du nucléon, ce qui fournit de nombreuses contraintes pour les modèles théoriques. En particulier, de récents développements théoriques [63–65], qui généralisent les fonctions de distributions de partons issues de la diffusion profondément inélastique, s’appuient sur l’évolution du facteur de forme électrique pour estimer la contribution des quarks et des gluons au spin du nucléon. Il est donc essentiel de mesurer précisément les facteurs de forme du nucléon, et plus généralement ceux des baryons, et c’est dans ce vaste programme expérimental que s’inclut tout naturellement l’expérience  $G_E^p$ .

Nous allons maintenant présenter la seconde expérience à laquelle nous avons participé par la mesure de la polarisation du faisceau d’électrons. Cette expérience s’intéresse aux mécanismes qui interviennent lors de la transition du nucléon vers son état de résonance  $\Delta(1232)$ , et qui sont caractérisés par les fonctions de réponse de la transition.

## 1.3 Mesure des fonctions de réponse du nucléon lors de la transition $N-\Delta$

Comprendre la structure interne du nucléon ne se limite pas à mesurer sa distribution de charge et de courant dans son état fondamental. Nous avons aussi besoin de connaître les fonctions d’onde du nucléon dans son état fondamental et dans ses états excités, ainsi que les amplitudes de transition vers ces états excités.

La réponse inélastique du nucléon est dominée dans la région d’énergie qui nous intéresse par la production du pion neutre  $\pi^0$ . L’expérience E91-011 [66] s’intéresse à l’électroproduction de pion  $p(\vec{e}, e'\vec{p})\pi^0$  dans la région du premier état excité du nucléon, l’état de résonance  $\Delta(1232)$ .

Dans le modèle des quarks statiques basé sur la symétrie  $SU(6)$ , le nucléon et la résonance  $\Delta$  ont leur trois quarks dans la configuration  $(1s)^3$ . La transition  $N-\Delta(1232)$  est simplement décrite comme le renversement du spin d'un des quarks dans l'état fondamental  $L = 0$ , et est ainsi principalement dominée par la transition magnétique dipolaire ( $M_{1+}$ ). Les interactions résiduelles entre quarks conduisent à une déformation intrinsèque du nucléon et introduisent l'état  $L = 2$  dans l'état fondamental de la fonction d'onde du nucléon. Les transitions permises électrique quadrupolaire ( $E_{1+}$ ) et scalaire quadrupolaire ( $S_{1+}$ ) deviennent les observables sensibles à une possible déformation du nucléon et/ou du  $\Delta$ . Les rapports des contributions  $REM = E_{1+}/M_{1+}$  et  $RSM = S_{1+}/M_{1+}$ , prédits nuls par le modèle des quarks statiques, ont été récemment mesurés à BNL [67], MAMI [68, 69], ELSA [70], JLAB [71, 72], DESY [73] et MIT-Bates [74, 75]. Les rapports mesurés restent petits et sont négatifs pour  $Q^2 < 4 (GeV/c)^2$ . L'expérience E91-011 a pour objectif d'identifier les contributions multipolaires non-résonantes ( $M_{1-}$ ,  $E_{0+}$  et  $S_{0+}$ ) qui contribuent à la réaction et d'isoler l'amplitudes de transition quadrupolaire  $S_{1+}$  de la transition  $N-\Delta(1232)$ .

L'électroproduction de pion fournit de nombreuses informations pour la compréhension de la structure électromagnétique du nucléon. Les expériences polarisées ont l'avantage que certaines des observables sont proportionnelles à l'amplitude d'interférence entre l'amplitude magnétique dominante et les faibles amplitudes électrique et scalaire. La détermination de ces faibles contributions est ainsi plus aisée que dans les expériences non polarisées où elles apparaissent en quadrature. De plus, les expériences non polarisées ne permettent de mesurer que les parties réelles des termes d'interférences, tandis que la polarisation soit de l'électron incident, soit du proton de recul, permet d'accéder aux parties imaginaires.

Nous introduisons cette section par une présentation des fonctions de réponse fournies par la réaction  $p(\vec{e}, e'\vec{p})\pi^0$ , où le pion est identifié par sa masse manquante. Nous présenterons ensuite les observables de polarisation du polarimètre FPP [16], et commenterons l'effet d'une éventuelle différence d'hélicité entre les deux états de polarisation du faisceau d'électrons dans la détermination des fonctions de réponse. Puis nous montrerons, à travers une décomposition multipolaire, quelle est la sensibilité de ces observables par rapport aux amplitudes résonantes et non-résonantes de la transition  $N-\Delta(1232)$ . Enfin, nous rappellerons brièvement les conditions cinématiques de l'expérience E91-011.

### 1.3.1 L'électroproduction de pion

Le formalisme de la réaction  $p(\vec{e}, e'\vec{p})\pi^0$  a été développé exhaustivement, dans l'approximation d'un seul photon d'échange, par [76] et appliqué à la technique de mesure de la polarisation de recul du proton par [77]. La section efficace différentielle de cette réaction, où le faisceau d'électrons incident est polarisé et où la polarisation de recul du proton est détectée, contient 18 fonctions de réponse [78]. Elle s'écrit, dans le référentiel du

centre de masse pour les variables du nucléon et dans le référentiel du laboratoire pour les variables de l'électron, comme [79]:

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma}{de' d\Omega_{e'} d\Omega_{p'}} = & \Gamma_t \frac{p_p^* W}{K_\gamma M_p} \left\{ \varepsilon_L (R_L + R_L^n S_n) + (R_T + R_T^n S_n) \right. \\ & + \sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)} [(R_{LT} + R_{LT}^n S_n) \cos \phi + (R_{LT}^l S_l + R_{LT}^t S_t) \sin \phi] \\ & + \varepsilon [(R_{TT} + R_{TT}^n S_n) \cos 2\phi + (R_{TT}^l S_l + R_{TT}^t S_t) \sin 2\phi] \\ & + h\sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)} [(R'_{LT} + R'^n_{LT} S_n) \sin \phi + (R'^l_{LT} S_l + R'^t_{LT} S_t) \cos \phi] \\ & \left. + h\sqrt{1-\varepsilon^2} (R'^l_{TT} S_l + R'^t_{TT} S_t) \right\} \end{aligned} \quad (1.30)$$

où  $R_L$ ,  $R_T$ ,  $R_{LT}$  et  $R_{TT}$  désignent respectivement les fonctions de réponse longitudinale, transverse et les termes d'interférence longitudinale-transverse et transverse-transverse et le prime (') indique les fonctions de réponse qui dépendent de l'hélicité  $h$  de l'électron incident.  $\Gamma_t$  est le flux des photons virtuels,  $p_p^*$  est le 3-vecteur impulsion du proton dans le référentiel du centre de masse,  $W$  est la masse invariante de l'état final hadronique,  $M_p$  est la masse au repos du proton et  $K_\gamma = (W^2 - M_p^2)/2W$ . La polarisation transverse du photon virtuel  $\varepsilon$  est définie par:

$$\varepsilon^{-1} \equiv 1 + \frac{2|\vec{q}|^2}{Q^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \quad (1.31)$$

et la polarisation longitudinale par  $\varepsilon_L = \varepsilon Q^2/|\vec{q}^*|^2$ , où  $\vec{q}$  et  $\vec{q}^*$  sont respectivement les 3-moment de l'impulsion transférée dans le référentiel du laboratoire et dans le référentiel du centre de masse. Enfin les grandeurs  $S_l$ ,  $S_n$  et  $S_t$  désignent les projections du vecteur spin du proton  $\vec{S}$  respectivement selon la direction longitudinale le long de l'impulsion du proton, selon la direction normale au plan de la réaction et selon la direction transverse définie par  $\hat{t} = \hat{n} \wedge \hat{l}$ , et  $\phi$  est l'angle entre le plan de diffusion leptonique ( $e, e'$ ) et le plan de réaction hadronique ( $\vec{q}, \vec{p}_p^*$ ) comme cela est décrit sur la figure 1.10. Les fonctions de réponse peuvent être déterminées soit par des mesures en réaction coplanaire, soit par des mesures effectuées en dehors du plan de diffusion ( $\phi \neq 0$  ou  $\pi$ ), soit grâce à la séparation de Rosenbluth. Chaque fonction de réponse dépend de  $Q^2$ ,  $W$  et de l'angle d'émission dans le référentiel du centre de masse  $\theta_{pq}^{cm}$ .

La section efficace différentielle de la réaction s'exprime aussi en fonction du vecteur polarisation de recul  $\vec{\Pi}$  du proton telle que [80]:

$$\frac{d^3\sigma}{de' d\Omega_{e'} d\Omega_{p'}} = \sigma_0 \frac{1}{2} [1 + \vec{\Pi} \cdot \vec{S}] \quad (1.32)$$

où  $\sigma_0$  est la section efficace non polarisée.

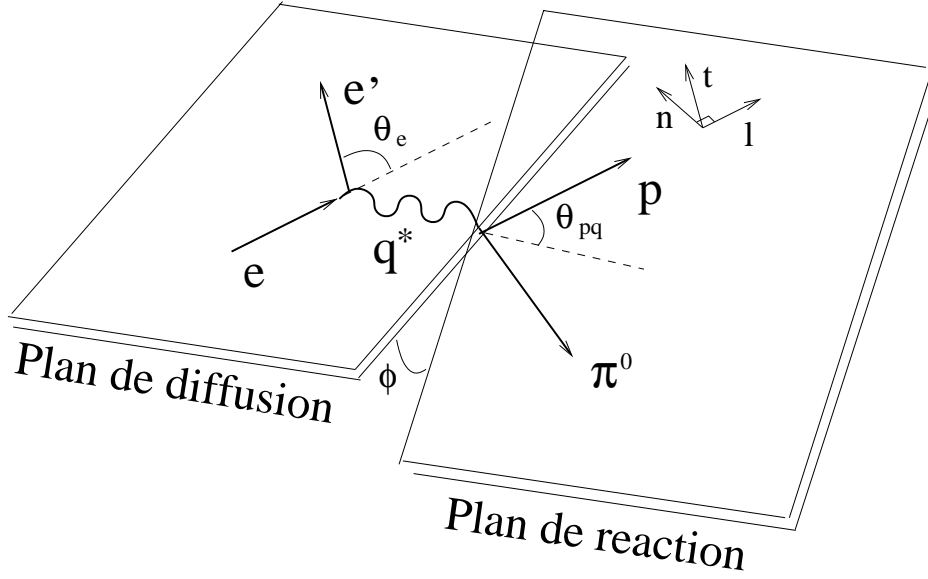


Figure 1.10: Définition des variables cinématiques de la réaction  $p(\vec{e}, e'\vec{p})\pi^0$ .

L'électron et le proton diffusé sont détectés dans le Hall A à TJNAF dans le plan de diffusion de l'électron par l'intermédiaire des deux spectromètres de haute résolution (HRS). Les observables de polarisation sont ainsi obtenues pour  $\phi = 0$  ou  $\phi = \pi$ , et l'identification des relations (1.30) et (1.32) conduit à l'expression des composantes de  $\vec{\Pi}$  selon:

$$\sigma_0 \Pi_n = \varepsilon_L R_L^n + R_T^n + \varepsilon R_{TT}^n \pm \sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)} R_{LT}^n \quad (1.33a)$$

$$\sigma_0 \Pi_t = h\sqrt{1-\varepsilon^2} R_{TT}^t \pm h\sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)} R_{LT}^t \quad (1.33b)$$

$$\sigma_0 \Pi_l = h\sqrt{1-\varepsilon^2} R_{TT}^l \pm h\sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)} R_{LT}^l \quad (1.33c)$$

où le signe  $\pm$  se réfère respectivement à  $\phi = 0/\pi$ , et

$$\sigma_0 = \varepsilon_L R_L + R_T + \varepsilon R_{TT} \pm \sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)} R_{LT} \quad (1.34)$$

La composante  $\Pi_n$  est la polarisation induite qui ne dépend pas de l'hélicité de l'électron, et les composantes  $\Pi_t$  et  $\Pi_l$  sont les observables de la polarisation de transfert qui dépendent de l'hélicité de l'électron.

Selon les conventions de la figure 1.10, nous remarquons que les vecteurs de base  $\vec{t}$  et  $\vec{n}$  sont renversés pour  $\phi \rightarrow \phi + \pi$ . Ainsi les mesures effectuées de part et d'autre du vecteur  $\vec{q}$  permettent de séparer les termes de chaque côté des  $\mp$  dans les expressions (1.33) et (1.34). En pratique, cela revient à faire des mesures à  $\theta_{pq}$  et  $-\theta_{pq}$ , et les six fonctions de réponse  $R_{LT}^n$ ,  $R_{LT}^t$ ,  $R_{LT}^l$ ,  $R_{LT}$ ,  $R_{TT}^t$  et  $R_{TT}^l$ , ainsi que les combinaisons

$(\varepsilon_L R_L^n + R_T^n + \varepsilon R_{TT}^n)$  et  $(\varepsilon_L R_L + R_T + \varepsilon R_{TT})$  sont extraites des mesures selon:

$$R_{LT}^n(\theta) = \frac{\sigma_n(\theta) + \sigma_n(-\theta)}{2\sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)}} \quad (1.35a)$$

$$R_{LT}^t(\theta) = \frac{\sigma_t(\theta) + \sigma_t(-\theta)}{2h\sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)}} \quad (1.35b)$$

$$R_{LT}^l(\theta) = \frac{\sigma_l(\theta) - \sigma_l(-\theta)}{2h\sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)}} \quad (1.35c)$$

$$R_{LT}(\theta) = \frac{\sigma_0(\theta) - \sigma_0(-\theta)}{2\sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)}} \quad (1.35d)$$

$$R_{TT}^t(\theta) = \frac{\sigma_t(\theta) - \sigma_t(-\theta)}{h\sqrt{1-\varepsilon^2}} \quad (1.35e)$$

$$R_{TT}^l(\theta) = \frac{\sigma_l(\theta) + \sigma_l(-\theta)}{h\sqrt{1-\varepsilon^2}} \quad (1.35f)$$

et

$$\varepsilon_L R_L^n + R_T^n + \varepsilon R_{TT}^n = \sigma_n(\theta) - \sigma_n(-\theta) \quad (1.36a)$$

$$\varepsilon_L R_L + R_T + \varepsilon R_{TT} = \sigma_0(\theta) + \sigma_0(-\theta) \quad (1.36b)$$

où  $\sigma_n = \sigma_0 \Pi_n$ ,  $\sigma_t = \sigma_0 \Pi_t$  et  $\sigma_l = \sigma_0 \Pi_l$ .

Dans le cas de cinématiques parallèles où le proton est colinéaire au photon virtuel, soit  $\theta_{pq} = 0$ , la symétrie azimutale impose que les composantes de la polarisation du proton s'écrivent comme:

$$\Pi_n = P_n = \frac{1}{\sigma_0} \sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)} R_{LT}^n \quad (1.37a)$$

$$\Pi_t = h P_t = \frac{h}{\sigma_0} \sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)} R_{LT}^t \quad (1.37b)$$

$$\Pi_l = h P_l = \frac{h}{\sigma_0} \sqrt{1-\varepsilon^2} R_{TT}^l \quad (1.37c)$$

où nous avons introduit les composantes réduites de la polarisation  $\vec{P}$  et où:

$$\sigma_0 = \varepsilon_L R_L + R_T \quad (1.38)$$

ce qui permet d'évaluer la combinaison  $(\varepsilon_L R_L + R_T)$  pour  $\theta_{pq} = 0$ .

### 1.3.2 La mesure de la polarisation de recul

La mesure de la polarisation de recul du proton permet d'extraire pour un seul point de mesure en  $\theta$  les fonctions de réponse correspondantes. Des expériences menées à BATES [74] et à MAMI [69] ont démontré la faisabilité de cette technique de mesure. Nous présentons ici la mesure des composantes de la polarisation de recul du proton avec le polarimètre FPP [16] du Hall A à TJNAF.

Les observables de polarisation fournies par le FPP ne sont accessibles que dans les deux directions définies par:

$$P_t^{FPP} = hP_t \quad (1.39)$$

$$P_n^{FPP} = P_n \cos \chi + hP_l \sin \chi \quad (1.40)$$

où  $\chi$  est l'angle de précession du spin du proton dans le spectromètre. Pour extraire les deux composantes  $P_n$  et  $P_l$  de la mesure de  $P_n^{FPP}$ , nous pouvons utiliser la dépendance de l'hélicité dans l'expression (1.40). En effectuant des mesures de polarisation de recul avec un faisceau d'électrons polarisé successivement à  $\pm h$ , on obtient les relations suivantes:

$$P_n = \frac{P_n^{FPP}(+h) + P_n^{FPP}(-h)}{2 \cos \chi} \quad (1.41)$$

$$P_l = \frac{P_n^{FPP}(+h) - P_n^{FPP}(-h)}{2h \sin \chi} \quad (1.42)$$

Ces relations sont valables si les deux états d'hélicité du faisceau d'électrons sont strictement égaux. Nous allons maintenant montrer quelle est l'influence d'une différence d'hélicité du faisceau sur la détermination des fonctions de réponse.

#### Effet d'une différence d'hélicité ( $\Delta h \neq 0$ )

Imaginons un instant que les deux états d'hélicité du faisceau d'électrons soient de la forme:

$$\begin{cases} h^+ &= |h| + \Delta h \\ h^- &= -|h| + \Delta h \end{cases} \quad (1.43)$$

Alors on obtient à partir de l'équation (1.40):

$$P_n^* = \frac{P_n^{FPP}(h^+) + P_n^{FPP}(h^-)}{2 \cos \chi} = P_n + \Delta h P_l \tan \chi \quad (1.44)$$

$$P_l^* = \frac{P_n^{FPP}(h^+) - P_n^{FPP}(h^-)}{2h \sin \chi} = P_l \quad (1.45)$$



La composante longitudinale de  $\vec{P}$  apparaît dans l'expression de  $P_n^*$  mesuré. Si cet effet n'est pas corrigé, alors il engendre une contamination de la fonction  $R_{LT}^t$  dans la détermination de la fonction de réponse  $R_{LT}^n$  selon:

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{LT}^{*n}(\theta) &= \frac{\sigma_n^*(\theta) + \sigma_n^*(-\theta)}{2\sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)}} \\ &= \frac{\sigma_n(\theta) + \sigma_n(-\theta)}{2\sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)}} + \Delta h \tan \chi \frac{\sigma_l(\theta) + \sigma_l(-\theta)}{2\sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)}} \\ &= R_{LT}^n(\theta) + \Delta h \tan \chi \frac{\sqrt{1-\varepsilon}}{\sqrt{1+\varepsilon}} R_{LT}^t(\theta)\end{aligned}\quad (1.46)$$

On constate de même une contamination de la fonction de réponse  $R_{LT}^l$  dans la détermination de la combinaison  $(\varepsilon_L R_L^n + R_T^n + \varepsilon R_{TT}^n)$ , telle que:

$$\begin{aligned}(\varepsilon_L \mathcal{R}_L^n(\theta) + \mathcal{R}_T^n(\theta) + \varepsilon \mathcal{R}_{TT}^n(\theta))^* &= (\varepsilon_L R_L^n(\theta) + R_T^n(\theta) + \varepsilon R_{TT}^n(\theta)) \\ &\quad + 2h \Delta h \tan \chi \sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)} R_{LT}^l(\theta)\end{aligned}\quad (1.47)$$

Il est important de mesurer la différence d'hélicité du faisceau d'électrons afin de contrôler l'erreur commise sur la mesure de  $P_n$ , qui peut aussi s'écrire, en reprenant l'équation (1.44), comme:

$$P_n = P_n^* \left[ 1 - \frac{\Delta h}{h} A_n \right] \quad (1.48)$$

où  $A_n$  est défini comme:

$$A_n = \frac{P_n^{FPP}(h^+) - P_n^{FPP}(h^-)}{P_n^{FPP}(h^+) + P_n^{FPP}(h^-)} \quad (1.49)$$

Nous montrerons dans le chapitre 4 comment nous avons pu, grâce au polarimètre Compton, accéder à la mesure de  $\Delta h$ .

Nous venons de montrer comment la mesure de la polarisation de recul du proton permet d'accéder aux fonctions de réponse de la réaction. L'étude des amplitudes de transition exige une décomposition multipolaire de ces fonctions de réponse, que nous développons maintenant au voisinage de la résonance  $\Delta$ .

### 1.3.3 Décomposition multipolaire

Chaque fonction de réponse peut se décomposer selon les amplitudes de transition multipolaire, dans le but de séparer les termes résonant et non résonant, et de déterminer les faibles contributions des amplitudes électriques et scalaires. Dans le cas de

l'électroproduction de pion à la résonance  $\Delta$ , les fonctions de réponse s'écrivent, en ne considérant que les contributions des fonctions d'onde s et p ( $l = 0, 1$ ) et en négligeant tous les termes qui ne contiennent pas l'amplitude dominante  $M_{1+}$ , comme [79]:

$$R_{LT} = \sin \theta \Re\{S_{0+}^* M_{1+} + 6 \cos \theta S_{1+}^* M_{1+}\} \quad (1.50)$$

$$R_{LT}^n = \Im\{(2S_{1+}^* - S_{1-}^*)M_{1+} + \cos \theta S_{0+}^* M_{1+} + 6 \cos^2 \theta S_{1+}^* M_{1+}\} \quad (1.51)$$

$$R_{LT}'^t = \Re\{2S_{0+}^* M_{1+} + \cos \theta (14S_{1+}^* M_{1+} - S_{1-}^* M_{1+}) - 3 \cos^2 \theta S_{0+}^* M_{1+} - 18 \cos^3 \theta S_{1+}^* M_{1+}\} \quad (1.52)$$

$$R_{LT}'^l = -\sin \theta \Re\{-2(2S_{1+}^* - S_{1-}^*)M_{1+} + 3 \cos \theta S_{0+}^* M_{1+} + 18 \cos^2 \theta S_{1+}^* M_{1+}\} \quad (1.53)$$

$$R_{TT}'^t = \sin \theta [2|M_{1+}|^2 - \Re\{6E_{1+}^* M_{1+} + M_{1+}^* M_{1-}\} + 3 \cos \theta \Re\{E_{0+}^* M_{1+}\} + 18 \cos^2 \theta \Re\{E_{1+}^* M_{1+}\}] \quad (1.54)$$

$$R_{TT}'^l = \Re\{E_{0+}^* M_{1+}\} - \cos \theta (|M_{1+}|^2 - 2\Re\{6E_{1+}^* M_{1+} + M_{1+}^* M_{1-}\}) - 3 \cos^2 \theta \Re\{S_{0+}^* M_{1+}\} - 18 \cos^3 \theta \Re\{E_{1+}^* M_{1+}\} \quad (1.55)$$

où  $M_{l\pm}, E_{l\pm}$  et  $S_{l\pm}$  sont les amplitudes de transition magnétiques, électriques et scalaires de l'état final pion-nucléon de moment orbital  $l$ , et  $\theta = \theta_\pi$  est l'angle de diffusion du pion.

Nous remarquons que les fonctions de réponse  $R_{TL}'^l, R_{TL}'^t$  et  $R_{TL}$  contiennent toutes le terme d'interférence  $\Re(S_{1+}^* M_{1+})$  sans contenir le terme dominant  $|M_{1+}|^2$ . Ces trois observables indépendantes permettent d'isoler la contribution résonante  $S_{1+}$  et d'évaluer les amplitudes non-résonantes  $S_{1-}$  et  $S_{0+}$ . L'identification de ces amplitudes est réalisée grâce à la symétrie en  $\theta$  de certaines fonctions de réponse, comme par exemple:

$$\Re\{S_{0+}^* M_{1+}\} = \frac{R_{LT}'^l(\theta) - R_{LT}'^l(\pi - \theta)}{-3 \sin 2\theta} = \frac{R_{LT}(\theta) + R_{LT}(\pi - \theta)}{2 \sin \theta} \quad (1.56)$$

$$\Im\{S_{0+}^* M_{1+}\} = \frac{R_{LT}^n(\theta) - R_{LT}^n(\pi - \theta)}{2 \cos \theta} \quad (1.57)$$

Les termes non polarisés de la combinaison  $\varepsilon_L R_L + R_T + \varepsilon R_{TT}$  sont dominés par l'amplitude  $|M_{1+}|^2$  tels que:

$$R_T = \frac{3}{2}|M_{1+}|^2 + 2 \cos \theta \Re\{E_{0+}^* M_{1+}\} - \frac{1}{2} \cos^2 \theta |M_{1+}|^2 \quad (1.58)$$

$$R_{TT} = -3 \sin^2 \theta \left[ \frac{1}{2}|M_{1+}|^2 + \Re\{E_{1+}^* M_{1+} + M_{1+}^* M_{1-}\} \right] \quad (1.59)$$

et  $R_L$  est proportionnel aux amplitudes scalaires en quadrature, donc n'apporte qu'une contribution négligeable dans la mesure de la combinaison. Dans le cas particulier de la cinématique parallèle où  $\theta = 0$ , on a  $R_{TT} = 0$  et  $R_T = R_{TT}'$  [81, 82]. On peut ainsi extraire le rapport  $R_L/R_T$  en mesurant la section efficace non polarisée et la composante longitudinale de la polarisation de recul du proton, tel que:

$$\mathcal{R} = \frac{R_L}{R_T} = \frac{h\sqrt{1-\varepsilon^2} - \Pi_l}{\varepsilon_L \Pi_l} \quad (1.60)$$

Enfin les termes polarisés selon la composante normale de la combinaison  $\varepsilon R_L^n + R_T^n + \varepsilon R_{TT}^n$  ne sont constitués que des parties imaginaires des termes d'interférence selon les relations:

$$R_T^n = -\sin \theta \Im\{E_{0+}^* M_{1+} + 3 \cos \theta M_{1+}^* M_{1-}\} \quad (1.61)$$

$$R_{TT}^n = 3 \sin \theta \Im\{E_{0+}^* M_{1+} + \cos \theta (4E_{1+}^* M_{1+} + M_{1+}^* M_{1-})\} \quad (1.62)$$

et  $R_L^n$  est négligeable devant les termes en  $M_{1+}$ .

En conclusion, trois des fonctions de réponse de type  $LT$  fournissent une information précise du terme d'interférence  $\Re\{S_{1+}^* M_{1+}\}$ , tandis que les deux fonctions de réponse de type  $TT'$  permettent de déterminer précisément le terme dominant  $|M_{1+}|^2$ . La fonction de réponse  $R_{LT}^n$  ainsi que la combinaison  $\varepsilon R_L^n + R_T^n + \varepsilon R_{TT}^n$  caractérisent l'influence des autres amplitudes résonantes et non résonantes du processus élémentaire d'électroproduction de pion.

Nous achevons la présentation de cette expérience par un récapitulatif des conditions cinématiques choisies.

### 1.3.4 Les conditions cinématiques de l'expérience

L'expérience E91-011 a eu lieu dans le Hall-A à TJNAF du 19 Mai au 31 Juillet 2000. La réaction électron-proton est réalisée grâce au faisceau d'électrons polarisé et à une cible d'hydrogène liquide de 15 cm de longueur. L'énergie du faisceau d'électrons incident est 4.535 GeV et son intensité moyenne lors de l'expérience est de l'ordre de 45  $\mu A$  [83].

Les deux particules détectées après la réaction sont l'électron et le proton diffusé, et le pion est identifié par sa masse manquante. L'angle de diffusion de l'électron vaut  $\theta_e = 14.09^\circ$  et son impulsion est  $k_f = 3.066 \text{ GeV}/c$ . L'angle de diffusion et l'impulsion du proton diffusé sont choisis afin d'obtenir une masse invariante correspondant à la région de la résonance  $\Delta$ , soit  $W = 1232 \text{ MeV}$  pour  $Q^2 = 1.0 \text{ (GeV}/c)^2$ . Le tableau 1.2 résume les différentes cinématiques de l'expérience.

$\theta_{pq}^{cm}$ dg	$\theta_{pq}^{lab}$ dg	$P^{lab}$ (GeV/c)
0/180	42.30	1.378 – 0.703
$\pm 25$	38.12 – 46.33	1.350
$\pm 50$	34.29 – 50.18	1.270
$\pm 90$	29.81 – 54.79	1.066
$\pm 135$	30.81 – 53.64	0.819
$\pm 155$	34.71 – 47.72	0.742

Tableau 1.2: Cinématiques de l'expérience E91-011.

# Chapitre 2

## Le polarimètre Compton à TJNAF

Le principe de la polarimétrie Compton repose sur la diffusion élastique de deux particules polarisées : l'électron et le photon. En effet, la section efficace de réaction dépend de l'orientation du spin de l'électron par rapport à celle du spin du photon. Le renversement d'une des deux polarisations permet la mesure d'une asymétrie expérimentale proportionnelle à chacune des polarisations du faisceau d'électrons et de photons ainsi qu'à l'asymétrie théorique Compton qui est connue.

Le présent chapitre est consacré d'une part à un rappel théorique de la diffusion Compton et de la mesure de la polarisation, et d'autre part à la description du dispositif expérimental du polarimètre Compton situé dans le Hall A du Laboratoire Jefferson (TJNAF).

### 2.1 Le principe de la mesure

Nous rappelons la cinématique de la diffusion Compton, ainsi que les expressions de la section efficace et de l'asymétrie théorique en fonction de l'énergie des photons diffusés. Puis nous exposons le principe de la mesure de la polarisation du faisceau d'électrons par deux méthodes distinctes.

#### 2.1.1 Cinématique de la diffusion Compton

La diffusion Compton [84] est la diffusion élastique d'un photon sur un électron. Plaçons-nous dans le référentiel du laboratoire avec les conventions utilisées figure 2.1, où l'axe ( $Ox$ ) est défini selon la direction de l'impulsion incidente totale  $\vec{p} + \vec{k}$ , avec  $\vec{p}$  et  $\vec{k}$  les impulsions respectives de l'électron et du photon.

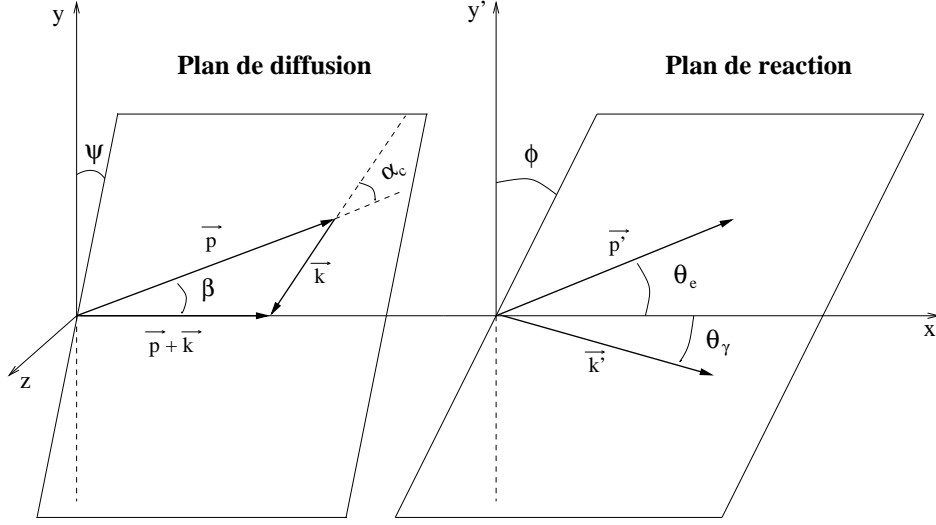


Figure 2.1: Les plans de diffusion et de réaction de la diffusion Compton font respectivement un angle  $\psi$  et  $\phi$  avec l'axe  $(Oy)$ . Les angles des particules incidentes et diffusées dans leur plan respectif sont exprimés par rapport à l'axe  $(Ox)$ , choisi arbitrairement selon la direction du vecteur  $\vec{p} + \vec{k}$ .

Les quadri-vecteurs énergie-impulsion  $p^\mu = (E, \vec{p})$  de l'électron incident et  $k^\mu = (k, \vec{k})$  du photon incident se décomposent selon :

$$p^\mu = \begin{vmatrix} E \\ p \cos \beta \\ p \sin \beta \cos \psi \\ - p \sin \beta \sin \psi \end{vmatrix} \quad k^\mu = \begin{vmatrix} k \\ - k \cos (\alpha_c + \beta) \\ - k \sin (\alpha_c + \beta) \cos \psi \\ k \sin (\alpha_c + \beta) \sin \psi \end{vmatrix} \quad (2.1)$$

où  $\alpha_c$  est l'angle de croisement entre l'électron et le photon,  $\beta$  l'angle entre les vecteurs  $\vec{p}$  et  $\vec{p} + \vec{k}$  et  $\psi$  l'angle azimutal du plan de diffusion.

De même, les quadri-vecteurs  $p'^\mu = (E', \vec{p}')$  et  $k'^\mu = (k', \vec{k}')$  de l'électron et du photon diffusés s'écrivent comme :

$$p'^\mu = \begin{vmatrix} E' \\ p' \cos \theta_e \\ p' \sin \theta_e \cos \phi \\ - p' \sin \theta_e \sin \phi \end{vmatrix} \quad k'^\mu = \begin{vmatrix} k' \\ k' \cos \theta_\gamma \\ - k' \sin \theta_\gamma \cos \phi \\ k' \sin \theta_\gamma \sin \phi \end{vmatrix} \quad (2.2)$$

où  $\theta_e$  et  $\theta_\gamma$  sont les angles respectifs de l'électron et du photon diffusés par rapport à l'axe  $(Ox)$ , et  $\phi$  est l'angle azimutal du plan de réaction.

En appliquant les lois de conservation de l'impulsion et de l'énergie, on peut montrer d'une part que l'angle  $\beta$  est défini tel que :

$$\tan \beta = \frac{k \sin \alpha_c}{p - k \cos \alpha_c} \quad (2.3)$$

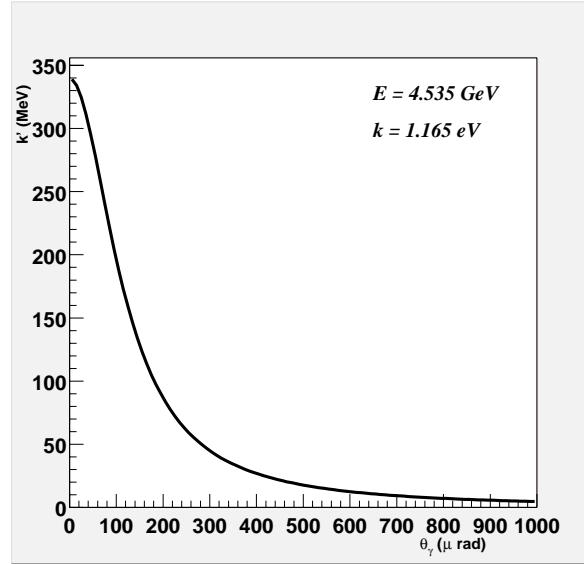


Figure 2.2: Énergie du photon diffusé en fonction de l'angle de diffusion  $\theta_\gamma$ .

relation qui provient de la compensation des composantes transverses des particules incidentes, et d'autre part que l'énergie du photon diffusé est reliée à l'angle de diffusion  $\theta_\gamma$  selon la relation :

$$k' = k \frac{E + p \cos \alpha_c}{E + k - p \cos \theta_\gamma + k \cos \alpha_c \cos \theta_\gamma} \quad (2.4)$$

La dépendance en  $\phi$  n'intervenant pas dans cette expression, les photons diffusés de même énergie sont émis symétriquement par rapport à l'axe ( $Ox$ ).

Pour un angle de croisement nul, et dans la limite où  $\theta_\gamma \ll 1$ , l'énergie du photon diffusé peut se réécrire sous la forme :

$$k' = \frac{E(1 - a)}{1 + a \left( \frac{\theta_\gamma E}{m} \right)^2} \quad (2.5)$$

avec

$$a = \frac{1}{1 + \frac{4kE}{m^2}}, \quad 0 < a < 1 \quad (2.6)$$

où  $m$  est la masse de l'électron. La relation (2.5) est valable dans l'approximation ultra-relativiste où  $\beta = v/E = 1$  et dans la limite où  $|\vec{k}| \ll |\vec{p}|$ . L'énergie des photons diffusés est représentée sur la figure 2.2 en fonction de l'angle de diffusion  $\theta_\gamma$ , dans les conditions cinématiques typiques où l'énergie du faisceau incident d'électrons est

voisine de  $E = 4.5 \text{ GeV}$ , et étant donné que la source laser utilisée pour le polarimètre Compton a pour énergie  $k = 1.165 \text{ eV}$ . Les particules diffusées d'énergie supérieure à  $50 \text{ MeV}$  sont émises dans un cône de  $300 \mu\text{rad}$ .

Le photon diffusé atteint pour  $\theta_\gamma = 0$  une énergie maximale égale à :

$$k'_{max} = E(1 - a) \quad (2.7)$$

et l'énergie minimale correspondante de l'électron diffusé est :

$$E'_{min} = E + k - k'_{max} \approx E - k'_{max} = Ea \quad (2.8)$$

Le front Compton, qui correspond à l'énergie maximale des photons diffusés, se situe dans les conditions standards de cinématique à  $k'_{max} = 340 \text{ MeV}$ .

### 2.1.2 La luminosité d'interaction

Supposons que les faisceaux d'électrons et de photons se croisent dans le plan  $(xOz)$  avec un angle  $\alpha_c$ , selon le schéma de la figure 2.3. Alors la luminosité d'interaction entre les deux faisceaux, de densités respectives  $\rho_e(x, y, z)$  et  $\rho_\gamma(x, y, z)$ , a pour expression générale [87] :

$$\mathcal{L}_0 = \iiint c(1 + \cos \alpha_c) \rho_e \rho_\gamma dx dy dz \quad (2.9)$$

où le terme  $c(1 + \cos \alpha_c)$  représente la vitesse relative des deux faisceaux.

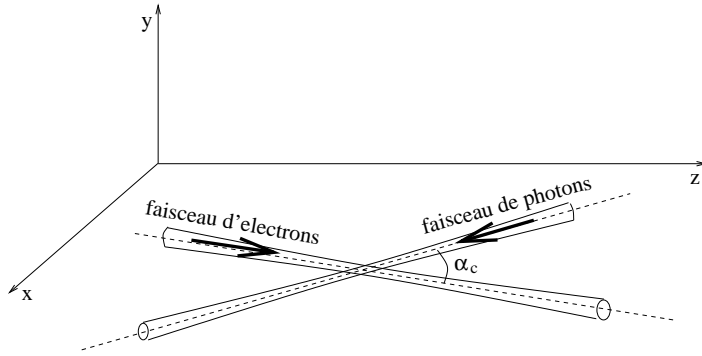


Figure 2.3: Interaction d'un faisceau d'électrons avec un faisceau de photons.

Si les deux faisceaux ont un profil d'intensité gaussien d'écart type  $\sigma_e$  et  $\sigma_\gamma$ , et dans la limite où la divergence de ces faisceaux est faible devant l'angle de croisement, alors la luminosité totale s'écrit en fonction de l'intensité  $I_e$  du faisceau d'électrons, de la puissance  $P_L$  du faisceau laser et de sa longueur d'onde  $\lambda$  selon :

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{I_e P_L \lambda}{e h c^2} \frac{1}{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_\gamma^2}} \frac{(1 + \cos \alpha_c)}{\sin \alpha_c} \quad (2.10)$$



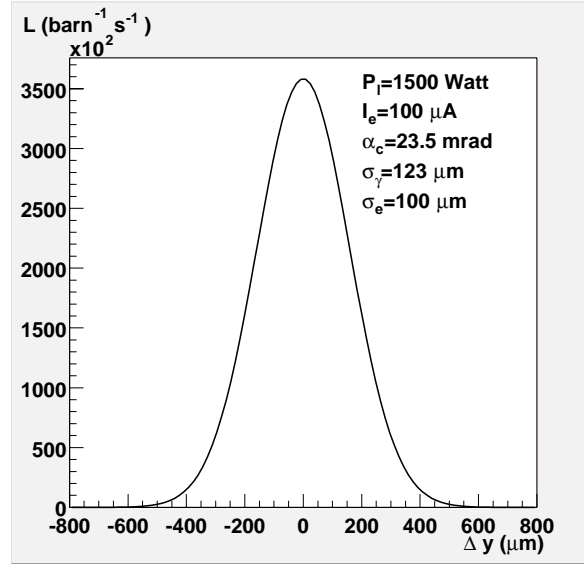


Figure 2.4: La luminosité Compton en fonction de l'écart  $\Delta y$  des centroides des deux faisceaux.

Seules les composantes transverses des tailles de faisceau  $\sigma_{ey}$  et  $\sigma_{\gamma y}$  interviennent dans l'expression de la luminosité.

Pour obtenir un échantillonnage représentatif de la polarisation du faisceau d'électrons, il est préférable d'avoir un bon recouvrement des deux faisceaux, soit  $\sigma_{\gamma} \sim \sigma_e$ . Avec les caractéristiques de notre faisceau laser (indiquées sur la figure 2.4), et dans des conditions favorables où l'intensité du faisceau d'électrons est de  $100 \mu A$ , alors la luminosité Compton est de l'ordre de  $\mathcal{L}_0 = 3.5 \cdot 10^5 \text{ barn}^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

Si le croisement s'effectue avec un écart  $\Delta y = y_e - y_{\gamma}$  entre les centroides des deux faisceaux, alors la luminosité devient :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 e^{-\frac{(\Delta y)^2}{2(\sigma_{ey}^2 + \sigma_{\gamma y}^2)}} \quad (2.11)$$

La luminosité d'interaction, représentée sur la figure 2.4 en fonction de  $\Delta y$ , décroît de façon exponentielle en fonction de la distance séparant les deux faisceaux. Or la mesure de l'asymétrie Compton est d'autant plus précise pour un intervalle de temps donné que le taux d'événements détectés, et donc le taux d'interaction, est grand. Nous voyons dès à présent l'intérêt d'obtenir une luminosité maximale et donc de rechercher  $\Delta y = 0$ . Nous montrerons dans le chapitre 4 que cette condition permet aussi de réduire l'importance des fausses asymétries en position.

Nous pouvons désormais entrer dans le vif du sujet, à savoir exposer le principe de la mesure Compton. Mais nous devons au préalable décrire les sections efficaces polarisées et non-polarisée de la diffusion Compton.

### 2.1.3 Section efficace et asymétrie Compton

Considérons maintenant un faisceau d'électrons polarisés qui interagit avec un faisceau de photons polarisés circulairement. Selon les conventions adoptées sur la figure 2.5, et dans l'approximation d'un angle de croisement nul, les électrons et les photons se propagent selon la direction de l'axe ( $Oz$ ) en sens opposé. Soit  $\vec{P}_e$  le vecteur polarisation des électrons incidents incliné dans le plan ( $yOz$ ) et orienté d'un angle  $\theta$  par rapport à l'axe ( $Oz$ ), et soit  $P_\gamma$  le degré de polarisation circulaire des photons incidents.

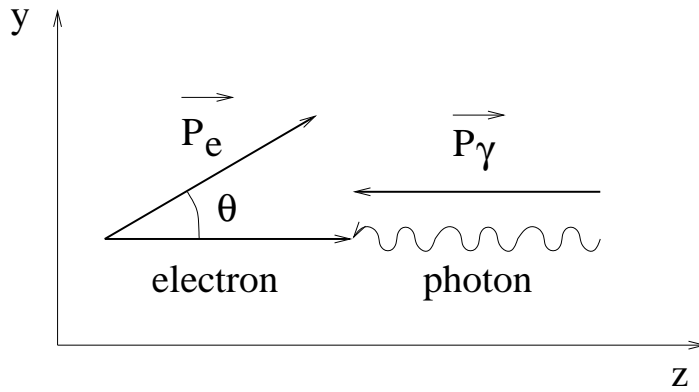


Figure 2.5: Interaction d'un électron polarisé et d'un photon polarisé circulairement.

Alors, dans le repère du laboratoire, la section efficace Compton différentielle du second ordre s'écrit [86] :

$$\frac{d^2\sigma_c^\pm(\rho)}{d\rho d\phi} = \frac{d^2\sigma_0(\rho)}{d\rho d\phi} \pm P_e P_\gamma \left( \cos\theta \frac{d^2\sigma_L(\rho)}{d\rho d\phi} + \sin\theta \cos\phi \frac{d^2\sigma_T(\rho)}{d\rho d\phi} \right) \quad (2.12)$$

où  $\phi$  est l'angle azimutal du photon diffusé par rapport au plan ( $yOz$ ) et  $\rho$  le paramètre sans dimension défini à l'aide des équations (2.5) et (2.7) par :

$$\rho \equiv \frac{k'}{k'_{max}} = \frac{1}{1 + a \left( \frac{\theta_\gamma E}{m} \right)^2}, \quad 0 < \rho < 1 \quad (2.13)$$

La convention de signe utilisée dans l'équation 2.12 est + pour une polarisation circulaire gauche des photons (hélicité<sup>1</sup>  $\lambda = -1$ ) et - pour une polarisation circulaire droite

<sup>1</sup>L'hélicité correspond à la projection du spin de la particule sur sa direction de propagation.

des photons (hélicité  $\lambda = +1$ ). Cependant, si l'hélicité des électrons devient négative, alors cette convention de signe est inversée.

La section efficace différentielle non polarisée est définie comme :

$$\frac{d^2\sigma_0(\rho)}{d\rho d\phi} = r_0^2 a \left[ 1 + \frac{\rho^2(1-a)^2}{1-\rho(1-a)} + \left( \frac{1-\rho(1+a)}{1-\rho(1-a)} \right)^2 \right] \quad (2.14)$$

et les sections efficaces différentielles longitudinale et transverse comme :

$$\frac{d^2\sigma_L(\rho)}{d\rho d\phi} = r_0^2 a \left[ (1-\rho(1+a)) \left( 1 - \frac{1}{(1-\rho(1-a))^2} \right) \right] \quad (2.15)$$

$$\frac{d^2\sigma_T(\rho)}{d\rho d\phi} = r_0^2 a \left[ \rho(1-a) \frac{\sqrt{4a\rho(1-\rho)}}{1-\rho(1-a)} \right] \quad (2.16)$$

où  $r_0 = 2.82 \cdot 10^{-13}$  cm est le rayon classique de l'électron.

La section efficace transverse apparaît dans l'expression de la section efficace Compton par le terme  $(\cos \phi)$ . En effet, la composante transverse de la polarisation des électrons brise la symétrie azimutale de la réaction de diffusion. Il en est de même si le photon incident admet une composante de polarisation linéaire mélangée à une polarisation circulaire. Cependant ce terme disparaît si la détection est symétrique en  $\phi$ . La section efficace différentielle Compton s'écrit, après intégration sur la variable  $\phi$ , comme :

$$\frac{d\sigma_c^\pm(\rho)}{d\rho} = \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} \pm P_e P_\gamma \cos \theta \frac{d\sigma_L(\rho)}{d\rho} \quad (2.17)$$

où les sections efficaces différentielles du premier ordre  $\frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho}$  et  $\frac{d\sigma_L(\rho)}{d\rho}$  sont égales à un facteur  $2\pi$  près aux sections efficaces différentielles du second ordre  $\frac{d^2\sigma_0(\rho)}{d\rho d\phi}$  et  $\frac{d^2\sigma_L(\rho)}{d\rho d\phi}$  définies par les équations (2.14) et (2.15). Les sections efficaces du premier ordre sont représentées sur la figure 2.6 en fonction du paramètre sans dimension  $\rho$ .

Il est usuel de réécrire la section efficace Compton sous la forme :

$$\frac{d\sigma_c^\pm(\rho)}{d\rho} = \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} [1 \pm P_{e\parallel} P_\gamma A_L(\rho)] \quad (2.18)$$

où  $P_{e\parallel} = P_e \cos \theta$  est la composante longitudinale de la polarisation du faisceau d'électrons, et  $A_L(\rho)$  est l'asymétrie longitudinale Compton définie comme :

$$A_L(\rho) = \frac{\frac{d\sigma_L(\rho)}{d\rho}}{\frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho}} \quad (2.19)$$

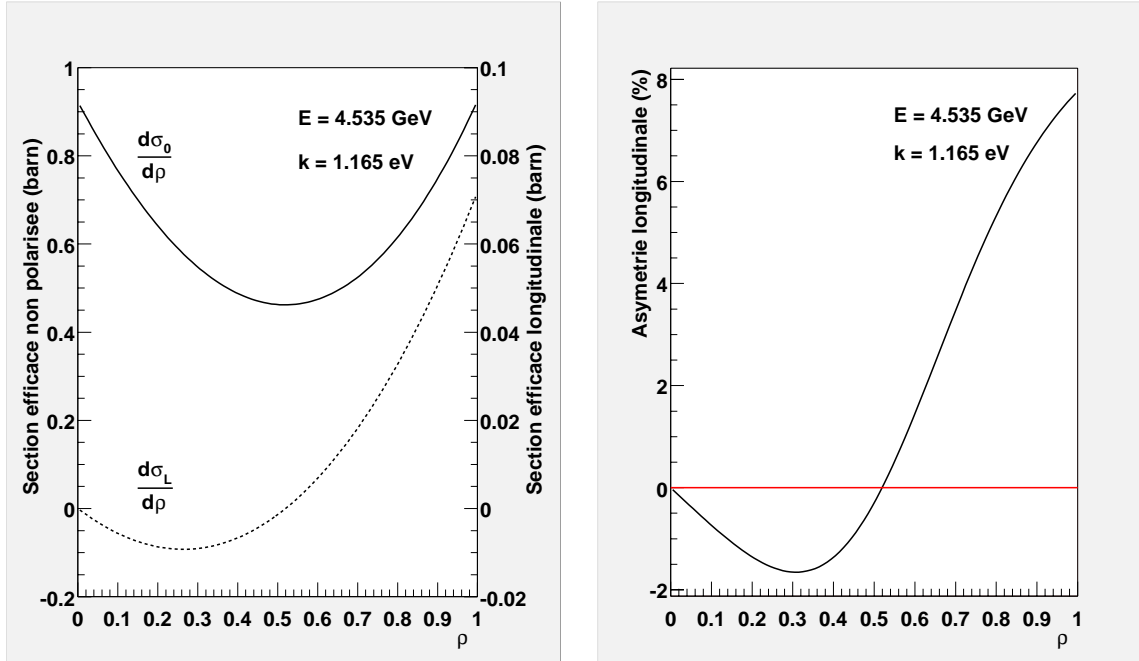


Figure 2.6: A gauche est représentée la section efficace différentielle non polarisée (trait plein) et longitudinale (trait en pointillé) en fonction du paramètre sans dimension  $\rho$ . A droite est représentée l'asymétrie longitudinale Compton en fonction du même paramètre  $\rho$ .

L'asymétrie longitudinale est représentée sur la figure 2.6 en fonction du paramètre  $\rho$ . Elle atteint son maximum pour  $\rho = 1$  et vaut :

$$A_{L_{max}} = \frac{1 - a^2}{1 + a^2} \quad (2.20)$$

Toujours dans les conditions cinématiques typiques d'énergie de faisceau de l'ordre de 4.5 GeV, l'asymétrie Compton atteint vers les hautes énergies des photons diffusés des valeurs proches de 7.5%. Mais surtout, on peut noter la dynamique de cette fonction, respectivement négative, nulle ou positive pour des valeurs du paramètre  $\rho$  inférieures, égales ou supérieures à  $\rho = \frac{1}{1+a}$ . Le comportement de l'asymétrie en fonction de l'énergie des photons diffusés peut nous aider pour la détermination de la polarisation  $P_e$  du faisceau d'électrons.

### 2.1.4 Les mesures de la polarisation

Pour mesurer la polarisation du faisceau d'électrons, nous définissons, à l'aide des équations (2.18), l'asymétrie des sections efficaces telle que :

$$A_c(\rho) \equiv \frac{\frac{d\sigma_c^+}{d\rho} - \frac{d\sigma_c^-}{d\rho}}{\frac{d\sigma_c^+}{d\rho} + \frac{d\sigma_c^-}{d\rho}} = P_{e\parallel} P_\gamma A_L(\rho) \quad (2.21)$$

La section efficace différentielle  $\frac{d\sigma_c^+}{d\rho}$  est relative à des particules incidentes ayant un spin parallèle et antiparallèle à leur direction incidente respective (les spins des deux particules sont dans le même sens), et la section efficace différentielle  $\frac{d\sigma_c^-}{d\rho}$  correspond à des particules dont les spins sont de direction opposée.

La composante longitudinale de la polarisation du faisceau d'électrons est déduite de la relation (2.21) par la mesure de l'asymétrie Compton  $A_c(\rho)$ , de la mesure du degré de polarisation circulaire  $P_\gamma$  des photons et par le calcul de l'asymétrie longitudinale  $A_L(\rho)$  définie par l'équation (2.19).

Deux méthodes sont envisagées pour la mesure de la polarisation, et nous allons les décrire maintenant. Auparavant, rappelons que nous ne mesurons pas réellement une asymétrie des sections efficaces, mais plus exactement une asymétrie des nombres d'événements intégrés pendant la durée d'un état d'hélicité du faisceau d'électrons. Nous désignerons désormais cette asymétrie comme l'asymétrie expérimentale. De même, l'asymétrie longitudinale  $A_L(\rho)$  désigne la fonction au sens propre du terme, mais son calcul est réalisé, comme nous allons le montrer dans la suite, en moyennant cette fonction sur des intervalles finis en énergie, et peut inclure également des effets de détection. Nous emploierons dans la suite de l'énoncé le terme de "pouvoir d'analyse" pour désigner la valeur moyennée de l'asymétrie longitudinale.

Nous présentons dans cette section les deux méthodes de mesure dans le cas idéal où le détecteur, quel qu'il soit, n'a pas de résolution, c'est-à-dire qu'à chaque énergie  $k'$  du photon diffusé ne correspond qu'une distribution d'énergie déposée de largeur très fine assimilable à un pic de "Dirac". Nous étudierons ensuite comment la résolution d'un détecteur influence le calcul du pouvoir d'analyse.

#### 2.1.4.1 Mesure différentielle de la polarisation

Nous disposons pour la mesure de la polarisation du faisceau d'électrons de deux détecteurs : l'un mesure l'énergie des photons diffusés et l'autre permet de déterminer l'impulsion des électrons diffusés. Or l'impulsion des électrons est fonction de l'énergie des photons diffusés. Nous désignerons abusivement par la suite l'impulsion des électrons en terme d'énergie de photons.

Le nombre d'événements Compton détectés pour chaque canal  $i$  en énergie d'intervalle  $[\rho_i, \rho_{i+1}]$  s'écrit, pour chaque état d'hélicité du faisceau d'électron, en fonction de la luminosité  $\mathcal{L}^\pm$  et du temps de mesure  $T^\pm$  selon :

$$n_+^i = \mathcal{L}^+ T^+ \int_{\rho_i}^{\rho_{i+1}} \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} (1 + P_e P_\gamma A_L(\rho)) d\rho \quad (2.22)$$

$$n_-^i = \mathcal{L}^- T^- \int_{\rho_i}^{\rho_{i+1}} \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} (1 - P_e P_\gamma A_L(\rho)) d\rho \quad (2.23)$$

où  $\frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho}$  et  $A_L(\rho)$  sont la section efficace non polarisée et l'asymétrie longitudinale définies par les équations (2.14) et (2.19) respectivement.

En supposant que la luminosité intégrée sur le temps de mesure est la même pour les deux orientations de spin de l'électron, soit  $\mathcal{L}^+ T^+ = \mathcal{L}^- T^-$ , alors l'asymétrie expérimentale pour chaque canal en énergie est définie par :

$$A_{exp}^i \equiv \frac{n_+^i - n_-^i}{n_+^i + n_-^i} = P_e^i P_\gamma \langle A_L \rangle_i \quad (2.24)$$

où  $\langle A_L \rangle_i$  est le pouvoir d'analyse tel que :

$$\langle A_L \rangle_i = \frac{\int_{\rho_i}^{\rho_{i+1}} \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} A_L(\rho) d\rho}{\int_{\rho_i}^{\rho_{i+1}} \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} d\rho} \quad (2.25)$$

Chaque canal  $i$  en énergie donne ainsi une mesure indépendante de la polarisation du faisceau d'électrons, telle que :

$$P_e^i = \frac{A_{exp}^i}{P_\gamma \langle A_L \rangle_i} \quad (2.26)$$

et l'erreur statistique relative associée à cette mesure est :

$$\frac{\Delta P_e^i}{P_e^i} = \frac{\Delta A_{exp}^i}{A_{exp}^i} \quad \text{avec} \quad \frac{\Delta A_{exp}^i}{A_{exp}^i} = \frac{\sqrt{4n_+^i n_-^i}}{(n_+^i + n_-^i)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.27)$$

La polarisation moyenne  $P_e$  pondérée des erreurs statistiques est alors définie par :

$$P_e = \frac{\sum_i \frac{P_e^i}{\Delta P_e^{i2}}}{\sum_i \frac{1}{\Delta P_e^{i2}}} \quad \text{et} \quad \Delta P_e = \frac{1}{\sqrt{\sum_i \frac{1}{\Delta P_e^{i2}}}} \quad (2.28)$$

Dans la limite où  $\Delta\rho = \rho_{i+1} - \rho_i \rightarrow 0$ , et en supposant qu'il existe un seuil en énergie  $\rho_s$  en-dessous duquel aucun événement n'est détecté, on peut montrer [87] que :

$$\left(\frac{\Delta P_e}{P_e}\right)^2 = \frac{1}{\mathcal{L} T P_e^2 P_\gamma^2 \sigma_t \langle A_L^2 \rangle} \quad (2.29)$$

où

$$\langle A_L^2 \rangle = \frac{\int_{\rho_s}^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} A_L^2(\rho) d\rho}{\int_{\rho_s}^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} d\rho} \quad \text{et} \quad \sigma_t = \int_{\rho_s}^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} d\rho \quad (2.30)$$

En conclusion, la mesure de la polarisation par la méthode différentielle exploite les variations de l'asymétrie longitudinale  $A_L(\rho)$  par intervalles en énergie. L'erreur statistique sur  $P_e$  est telle que  $\frac{\Delta P_e}{P_e} \propto \frac{1}{\sqrt{\langle A_L^2 \rangle}}$ . Pour un seuil de l'ordre de  $\rho_s = 0.1$ , on a  $\sqrt{\langle A_L^2 \rangle} = 3.8\%$ .

#### 2.1.4.2 Mesure intégrée de la polarisation

La seconde méthode de mesure ne nécessite pas de connaître l'énergie des photons ou des électrons diffusés. Cependant, nous pouvons assimiler la gamme d'énergie détectée à un seul canal en énergie d'intervalle  $[\rho_s, 1]$ , où  $\rho_s$  est le seuil de détection.

Le nombre d'événements Compton intégrés à partir d'un seuil en énergie  $\rho_s$  s'écrit :

$$N_+ = \mathcal{L}^+ T^+ \int_{\rho_s}^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} (1 + P_e P_\gamma A_L(\rho)) d\rho \quad (2.31)$$

$$N_- = \mathcal{L}^- T^- \int_{\rho_s}^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} (1 - P_e P_\gamma A_L(\rho)) d\rho \quad (2.32)$$

Avec l'hypothèse où  $\mathcal{L}^+ T^+ = \mathcal{L}^- T^-$ , l'asymétrie expérimentale est alors définie comme :

$$A_{exp} \equiv \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = P_e P_\gamma \langle A_L \rangle \quad (2.33)$$

où  $\langle A_L \rangle$  est le pouvoir d'analyse tel que :

$$\langle A_L \rangle = \frac{\int_{\rho_s}^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} A_L(\rho) d\rho}{\int_{\rho_s}^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} d\rho} \quad (2.34)$$

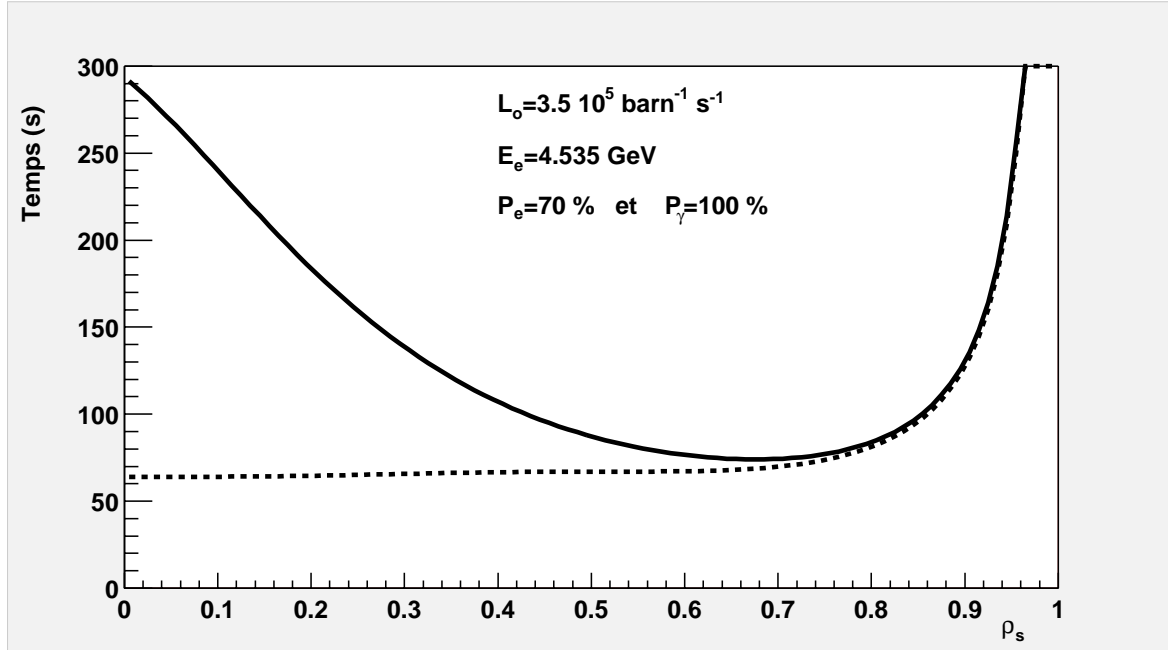


Figure 2.7: Temps de mesure nécessaire pour obtenir une précision relative de 1% sur la mesure de la polarisation avec la méthode intégrée (trait plein) et la méthode différentielle (trait en pointillé) en fonction du seuil normalisé  $\rho_s$ .

La polarisation du faisceau d'électrons se déduit de la relation (2.33), et l'erreur statistique relative peut se mettre sous la forme [87] :

$$\left(\frac{\Delta P_e}{P_e}\right)^2 = \frac{1}{\mathcal{L} T P_e^2 P_\gamma^2 \sigma_t \langle A_L \rangle^2} \quad (2.35)$$

La mesure de la polarisation avec la méthode intégrée a une erreur statistique telle que  $\frac{\Delta P_e}{P_e} \propto \frac{1}{\sqrt{\langle A_L \rangle^2}}$ . Pour un seuil égal à  $\rho_s = 0.1$ , on obtient  $\sqrt{\langle A_L \rangle^2} = 2.3\%$ .

Nous constatons que pour une précision statistique donnée sur la mesure de la polarisation, les temps de mesure pour chacune des deux méthodes ne sont pas équivalents. Si  $T_D$  et  $T_I$  désignent respectivement les temps de mesure pour la méthode différentielle et la méthode intégrée, alors ils vérifient la condition suivante d'après les relations (2.29) et (2.35) :

$$\frac{T_D}{T_I} = \frac{\langle A_L \rangle^2}{\langle A_L^2 \rangle} \quad (2.36)$$

Ce rapport dépend bien évidemment du seuil de détection en énergie  $\rho_s$ . Les temps de mesure  $T_D$  et  $T_I$  sont représentés sur la figure 2.7 en fonction du seuil, pour 1 % d'erreur



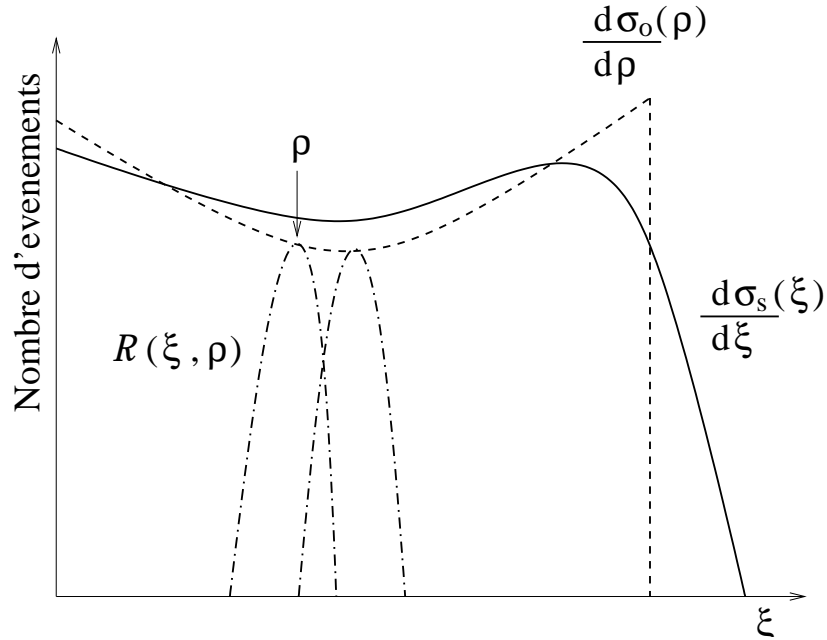


Figure 2.8: La fonction de réponse du détecteur est représentée en trait haché. La distribution des événements diffusés suit le comportement de la section efficace non polarisée  $\frac{d\sigma_o(\rho)}{d\rho}$  (trait en pointillé), et la distribution des événements détectés suit le comportement de la section efficace  $\frac{d\sigma_s(\xi)}{d\xi}$  (trait plein).

statistique sur  $P_e$  et dans des conditions typiques de prise de données où l'énergie du faisceau est voisine de  $4.5 \text{ GeV}$  et la luminosité d'interaction optimale, soit  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0$ . A seuil nul, le temps de mesure  $T_D$  obtenu par la méthode différentielle est près de cinq fois plus petit que le temps de mesure  $T_I$  nécessaire avec la méthode intégrée, pour une même précision statistique. Mais l'écart des temps de mesure décroît avec le seuil et devient inférieur à 10 % pour des énergies de seuil normalisées supérieures à  $\rho_s > 0.6$ .

### 2.1.4.3 Effet de la résolution du détecteur

Nous venons de décrire le formalisme de la mesure de la polarisation dans le cas idéal où le détecteur a une résolution parfaite. En pratique, les événements de même énergie de diffusion  $\rho$  ( $= k'/k'_{max}$ ) sont détectés selon une distribution en énergie qui dépend du détecteur.

Si  $\xi$  est l'énergie déposée dans le détecteur, alors à chaque énergie incidente  $\rho$  sera associée une distribution des énergies déposées  $\xi$ , comme cela est illustré sur la figure 2.8, et la fonction de réponse du détecteur dépendra de  $\xi$  et de  $\rho$ . Soit  $\mathcal{R}(\xi, \rho)$  cette fonction de réponse.

Dans ce cas, le spectre des événements détectés aura, dans l'espace des énergies de diffusion, un comportement similaire à la section efficace non polarisée  $\frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho}$ , mais suivra, dans l'espace des énergies déposées, le comportement de la section efficace "résolue"  $\frac{d\sigma_S(\xi)}{d\xi}$  définie comme :

$$\frac{d\sigma_S(\xi)}{d\xi} = \int_0^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} \mathcal{R}(\xi, \rho) d\rho \quad (2.37)$$

Les spectres des énergies diffusées et des énergies déposées sont représentés sur la figure 2.8.

Afin de définir la nouvelle expression du pouvoir d'analyse, nous introduisons la probabilité de détection  $P(\rho)$ , qui représente la probabilité qu'un photon d'énergie de diffusion  $\rho$  soit mesuré avec une énergie  $\xi$  au dessus du seuil  $\xi_s$  de détection, et donc soit détecté. La probabilité de détection se définit à l'aide de la fonction de réponse  $\mathcal{R}(\xi, \rho)$  suivant :

$$P(\rho) = \frac{\int_{\xi_s}^{\infty} \mathcal{R}(\xi, \rho) d\xi}{\int_0^{\infty} \mathcal{R}(\xi, \rho) d\xi} \quad (2.38)$$

Le nombre d'événements Compton s'écrit alors sous la forme :

$$N_+ = \mathcal{L}^+ T^+ \int_0^1 P(\rho) \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} (1 + P_e P_\gamma A_L(\rho)) d\rho \quad (2.39)$$

$$N_- = \mathcal{L}^- T^- \int_0^1 P(\rho) \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} (1 - P_e P_\gamma A_L(\rho)) d\rho \quad (2.40)$$

et le pouvoir d'analyse est défini comme :

$$\langle A_s \rangle = \frac{\int_0^1 P(\rho) \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} A_L(\rho) d\rho}{\int_0^1 P(\rho) \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} d\rho} \quad (2.41)$$

Nous venons de décrire la démarche à laquelle nous nous attacherons pour la détermination du pouvoir d'analyse, à savoir estimer la fonction de réponse de notre détecteur pour en déduire la probabilité de détection.

Ce formalisme, valable pour la mesure de la polarisation avec la méthode intégrée, peut bien entendu s'étendre au cas de la mesure de la polarisation avec la méthode différentielle. Dans ce cas, la probabilité de détection s'écrit :

$$P(\rho) = \frac{\int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \mathcal{R}(\xi, \rho) d\xi}{\int_0^{\infty} \mathcal{R}(\xi, \rho) d\xi} \quad (2.42)$$

où les  $\xi_i$  et  $\xi_{i+1}$  sont respectivement les bornes inférieure et supérieure en énergie déposée du canal  $i$ . L'expression du pouvoir d'analyse est alors identique à celle obtenue en (2.41).

Notons enfin que pour un détecteur parfait, la réponse du détecteur est une fonction dite de Heavyside telle que :

$$H(\rho) = \begin{cases} 0 & \text{pour } \rho < \rho_s \\ 1 & \text{pour } \rho > \rho_s \end{cases} \quad (2.43)$$

et nous retrouvons l'expression du pouvoir d'analyse sans résolution, soit :

$$\langle A_L \rangle = \frac{\int_0^1 H(\rho) \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} A_L(\rho) d\rho}{\int_0^1 H(\rho) \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} d\rho} = \frac{\int_{\rho_s}^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} A_L(\rho) d\rho}{\int_{\rho_s}^1 \frac{d\sigma_0(\rho)}{d\rho} d\rho} \quad (2.44)$$

De même, si le seuil en énergie  $\xi_s$  est nul, alors la résolution du détecteur n'a pas d'effet sur le calcul du pouvoir d'analyse dans la mesure où toute l'énergie des photons est déposée dans le détecteur, d'où :

$$\langle A_s \rangle = \langle A_L \rangle \quad (2.45)$$

En conclusion, nous venons de décrire les aspects théoriques de la diffusion Compton, et nous avons introduit l'asymétrie des sections efficaces polarisées qui apparaît lors du renversement de l'orientation du spin de l'électron. C'est grâce à cette propriété de l'effet Compton polarisé que nous pouvons extraire une mesure de la polarisation du faisceau d'électrons. Nous allons maintenant présenter le dispositif expérimental implanté sur le site de l'accélérateur d'électrons de TJNAF, et qui représente dans son ensemble notre instrument de mesure de la polarisation.

## 2.2 Le dispositif expérimental

Nous allons maintenant décrire le dispositif expérimental du polarimètre Compton installé dans le Hall A de TJNAF.

Afin d'introduire la structure du polarimètre, rappelons au préalable les préoccupations auxquelles nous étions confrontées. D'une part, les électrons et les photons diffusés ont des trajectoires très proches de celle de l'électron incident ( $\theta_\gamma < 300 \mu rad$  et  $\theta_e < 5 \mu rad$ ). Il fallait donc concevoir un système capable d'isoler les photons du faisceau d'électrons, et de séparer les électrons diffusés des électrons incidents. D'autre part, afin de garantir une mesure de la polarisation du faisceau d'électrons simultanément

avec les expériences du Hall A, le dispositif devait être en mesure de restituer dans le Hall A avec le minimum de perturbations le faisceau des électrons n'ayant pas interagi par diffusion Compton. Ces considérations nous ont conduit à réaliser une chicane magnétique composée de quatre dipôles couplés.

Un schéma du polarimètre est donné sur la figure 2.9. Le Point d'Interaction Compton (CIP) a lieu entre les deux dipôles centraux  $D2$  et  $D3$ , au centre d'une cavité optique Fabry-Perot qui a pour rôle d'amplifier la puissance du faisceau de photons. Le dipôle  $D3$  permet d'isoler les photons diffusés des électrons, et joue le rôle d'élément magnétique pour les électrons. Les photons diffusés sont détectés dans un calorimètre situé juste devant le dernier dipôle de la chicane, et les électrons diffusés sont détectés grâce à un détecteur à micro-pistes. Les électrons du faisceau qui n'ont pas interagi sont dirigés vers la cible du Hall A.

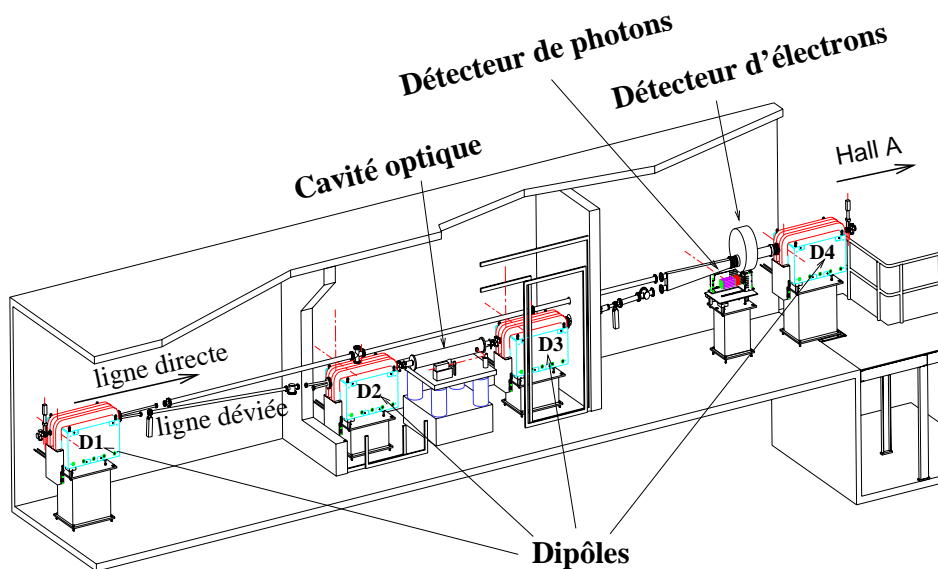


Figure 2.9: Schéma du polarimètre Compton installé à TJNAF.

Nous décrivons brièvement la chicane magnétique du polarimètre, puis nous présentons les grandes lignes du dispositif optique. Nous décrivons ensuite le détecteur de photons et le détecteur d'électrons. Puis nous exposons les différents modes d'acquisition disponibles lors de la mesure de la polarisation, et comment les données sont traitées dans cette logique d'acquisition. Nous évoquons ensuite le principe de mesure des instruments de contrôle des paramètres du faisceau d'électrons, dont nous aurons besoin ultérieurement pour maîtriser nos systématiques de mesure.

### 2.2.1 La chicane magnétique

La chicane magnétique permet d'analyser les électrons diffusés et de séparer les photons du faisceau incident. Elle est composée de quatre dipôles identiques de 1 mètre de long disposés sur une longueur totale de 15.35 m. La distance entre les deux dipôles centraux D2-D3 est de 2.3 m, et elle vaut 4.4 m entre les dipôles D1-D2 et D3-D4. La chicane dévie le faisceau d'électrons dans un plan vertical.

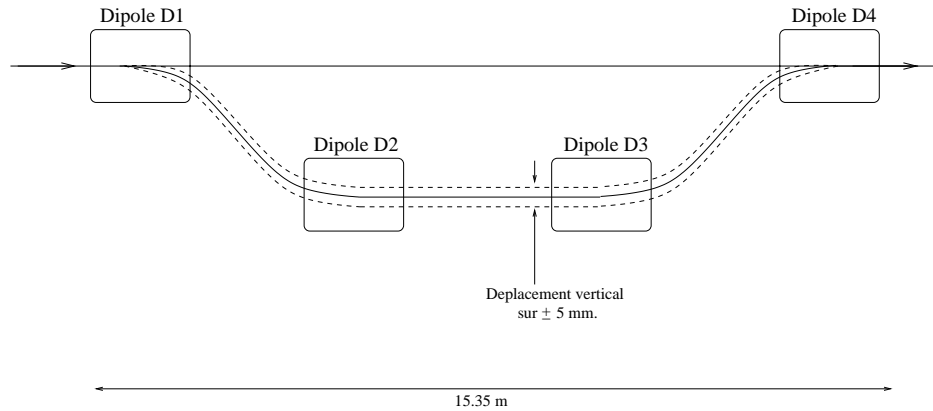


Figure 2.10: Schéma de la chicane magnétique du polarimètre Compton.

Les dipôles peuvent fournir un champ magnétique maximum de 1.5 Tesla, ce qui permet de dévier un faisceau d'électrons d'énergie jusqu'à 8 GeV. Comme ils sont alimentés en série, un changement de courant dans les dipôles n'affecte pas la position du faisceau sur la cible du Hall A, mais induit un déplacement vertical entre les dipôles D2 et D3 comme cela est illustré sur la figure 2.10. Il a été montré que la déviation verticale de 1 mm au CIP n'engendre pas de déplacement de faisceau au niveau de la cible du Hall A de plus de 50  $\mu\text{m}$ . Cette procédure permet de rechercher le maximum de luminosité au point d'interaction Compton.

### 2.2.2 Le dispositif optique

L'objectif du polarimètre Compton est d'obtenir une mesure de la polarisation du faisceau d'électrons avec une erreur statistique de moins de 1% en une heure. Pour cela, nous avons besoin d'un faisceau de photons de forte puissance, polarisé circulairement et avec une "taille" au point d'interaction Compton de l'ordre de  $\sigma_\gamma \sim 100 \mu\text{m}$ , c'est-à-dire de l'ordre de la "taille" du faisceau d'électrons.

L'ensemble du dispositif optique [91, 92] a été conçu autour d'une cavité résonnante de type Fabry-Perot utilisée pour accumuler la puissance du faisceau laser incident. L'interaction Compton entre le faisceau d'électrons et le faisceau laser a lieu à l'intérieur

de la cavité passive, dans laquelle la puissance du faisceau laser est augmentée d'un facteur de l'ordre de 6500 par rapport à la puissance initiale du laser. Nous appellerons par abus de langage le "gain" de la cavité ce coefficient de proportionalité. La conception du dispositif optique s'articule donc autour des trois objectifs suivants :

- Coupler le faisceau laser incident à la cavité Fabry-Perot afin d'optimiser le gain dans la cavité.
- Maintenir un gain dans la cavité le plus élevé possible grâce à un asservissement en fréquence.
- Obtenir un faisceau polarisé circulairement à l'intérieur de la cavité, de polarisation supérieure à 98%, et concevoir un système de mesure "en ligne" de cette polarisation.

Ces trois axes sont étudiés en détail dans le chapitre suivant, et nous ne donnerons ici qu'une description globale du dispositif optique adopté.

Le montage optique du polarimètre, schématisé sur la figure 2.11, a fini d'être installé en Février 1999 sur le site de TJNAF. Pour mieux illustrer le rôle joué par chacun des éléments optiques du montage, nous regroupons ces éléments en trois catégories : les éléments qui contribuent à la mise en forme de la polarisation et du couplage du faisceau, la cavité Fabry-Perot elle-même et enfin les éléments qui participent au contrôle et à la mesure des paramètres du faisceau de photons.

L'ensemble de ces éléments est disposé sur une table optique de dimension  $1200 \times 1500 \text{ mm}^2$  située entre les dipôles D2 et D3. Elle est fixée sur des pieds pneumatiques pour réduire l'effet des vibrations mécaniques provenant du sol. De plus, elle est orientée d'un angle de  $23.5 \text{ mrad}$  par rapport à l'axe du faisceau d'électrons, qui correspond à l'angle de croisement des deux faisceaux.

### 2.2.2.1 Le dispositif de mise en forme

Tous les éléments du dispositif de mise en forme sont situés en amont de la cavité Fabry-Perot, disposés selon le schéma de la figure 2.12. Nous introduisons cette section par une brève description du premier élément rencontré sur le trajet optique du montage, à savoir la source laser.

Située à une distance de  $2.27 \text{ m}$  de l'entrée de la cavité, la source de photons est un laser *LightWave 126 Series* Nd:YAG de longueur d'onde  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ . Il délivre un faisceau continu de  $230 \text{ mW}$  polarisé linéairement. Une enceinte de plomb est disposée autour du boîtier laser pour le protéger des radiations du faisceau (bremsstrahlung, synchotron).

La puissance du faisceau laser est accumulée dans une cavité optique de type Fabry-Perot. Or la puissance obtenue par effet de résonance est directement proportionnelle

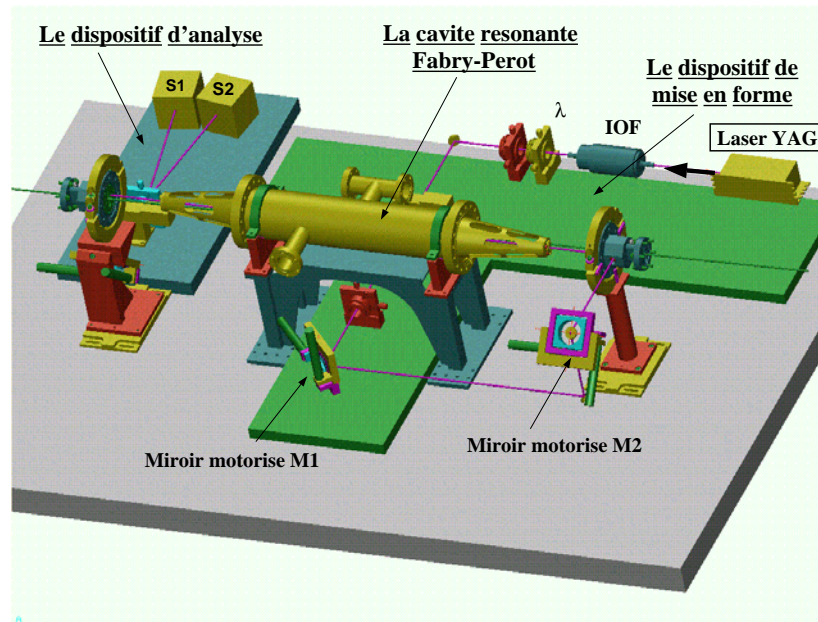


Figure 2.11: Dessin de la table optique du Polarimètre Compton à TJNAF.

au couplage du faisceau incident sur le mode fondamental longitudinal  $TEM_{00}$ <sup>1</sup> de la cavité. Le couplage consiste d'une part à amener le faisceau incident avec une structure transverse identique à celle définie par la cavité, et d'autre part à l'aligner selon son axe optique. La focalisation du faisceau au CIP est réalisée grâce aux trois lentilles  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$ , et l'alignement du faisceau est effectué par les deux miroirs motorisés  $M_1$  et  $M_2$  (cf. § 3.2.2).

Nous avons adopté, pour maintenir la puissance établie dans la cavité, un système d'asservissement basé sur la méthode de Pound-Drever [100] et qui exploite l'information du signal réfléchi par la cavité. Un cube séparateur de polarisation, une photodiode (PDR) et une lame quart-d'onde contribuent à l'extraction de ce signal réfléchi.

Enfin la mise en forme de la polarisation circulaire du faisceau est assurée par une lame quart-d'onde. Elle est montée sur un support motorisé afin de permettre des renversements de polarisation lors de la mesure. Nous montrerons dans le chapitre 4 que cette procédure contribue à limiter les fausses asymétries expérimentales.

Nous décrivons ci-dessous la cavité optique Fabry-Perot au centre de laquelle a lieu l'interaction Compton.

<sup>1</sup>TEM=Transverse Electromagnétique Mode

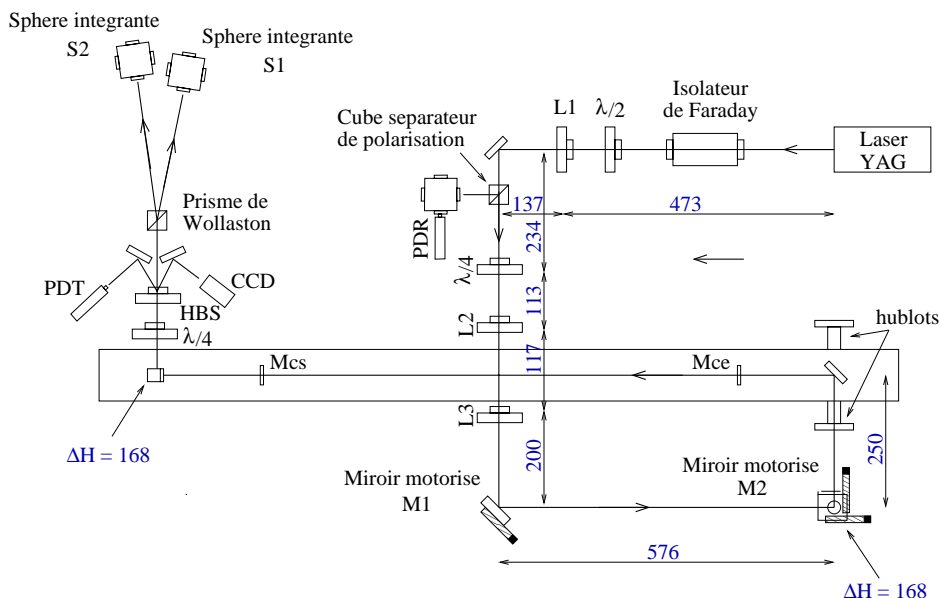


Figure 2.12: Schéma du dispositif optique en vue aérienne.

### 2.2.2.2 La cavité Fabry-Perot

La cavité mesure 85 cm de longueur et est constituée de deux miroirs diélectriques identiques, réalisés par le *Service des Matériaux Avancés* de l'IPN de Lyon. Un empilement de 13 paires de couches successives  $Ta_2O_5/SiO_2$  est déposé par la technique du *Double Ion Beam Sputtering* sur un substrat de silice. Les caractéristiques optiques des miroirs sont données dans le tableau 2.1.

Coefficient de Reflexion	0.99988
Coefficient de Transmission	110 ppm
Coefficient de Pertes	10 ppm
Rayon de courbure $R_c$	0.5 m
Diamètre $\varnothing$	10 mm

Tableau 2.1: Caractéristiques des miroirs SMA données par le constructeur.

La cavité a la particularité d'être monolithique, c'est-à-dire que les deux miroirs sont apposés sur un même support rigide, l'objectif étant d'assurer le parallélisme des miroirs sans réglages. Cela signifie aussi que l'asservissement sera réalisé sur la longueur d'onde du laser et non sur la distance entre les deux miroirs. La pièce mécanique de support des miroirs, conçue par le CEA/DAPNIA et réalisée par la société Mécalim à Brives (05), est représentée sur la figure 2.13. Chaque extrémité de la pièce est percée



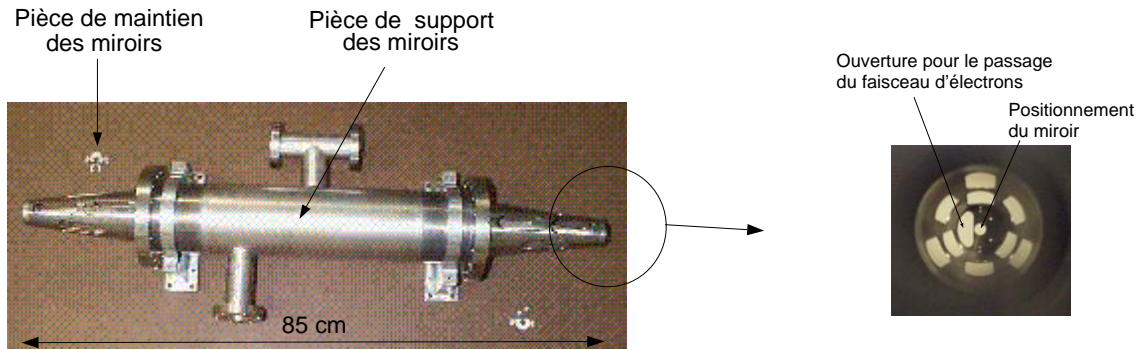


Figure 2.13: Photo de la cavité installée à TJNAF (photo de gauche). Les deux ouvertures sont visibles sur la face latérale agrandie (photo de droite).

de deux trous pour permettre respectivement le maintien des miroirs et le passage du faisceau d'électrons. Les deux faisceaux se croisent au centre de la cavité avec un angle de  $23.5 \text{ mrad}$ . La mise en place des miroirs sur la pièce mécanique de support est effectuée en salle blanche afin de préserver les caractéristiques optiques des miroirs.

Enfin les rayons de courbure des deux miroirs sont égaux à  $R_c = 0.5 \text{ m}$ , ce qui fournit un coefficient de stabilité de la cavité égal à  $g = 1 - \frac{L}{R_c} = -0.7$ .

Une partie de l'énergie du faisceau accumulée dans la cavité est transmise par le miroir de sortie de la cavité  $M_{cs}$ , et est utilisée pour contrôler les paramètres du faisceau et mesurer la polarisation circulaire au centre de la cavité. C'est le point que nous discutons maintenant et qui constitue le dispositif d'analyse du faisceau.

### 2.2.2.3 Le dispositif d'analyse

Situé en aval de la cavité, le dispositif d'analyse permet de contrôler et de mesurer en "ligne" la puissance et la polarisation du faisceau.

La mesure de la puissance et de la polarisation est réalisée grâce à un système composé d'une lame quart-d'onde, qui rétablit une polarisation linéaire au faisceau, d'un cube de Wollaston, qui sépare les deux composantes perpendiculaires de polarisation, et enfin de deux sphères intégrantes calibrées.

De plus, un séparateur holographique de faisceau (HBS), situé entre la lame quart-d'onde et le prisme de Wollaston, extrait une partie de la puissance du faisceau pour l'envoyer d'une part vers une caméra CCD qui permet de visualiser le profil d'intensité du faisceau, et d'autre part vers une photodiode (PDT) qui mesure la puissance totale du faisceau transmis.

## Conclusion

Nous venons de présenter le dispositif optique du polarimètre Compton construit pour le Hall A à TJNAF. L'aspect technique le plus délicat à mettre en oeuvre, et qui fait l'originalité de notre instrument de mesure, est la cavité résonnante Fabry-Perot couplée auprès de l'accélérateur d'électrons. La cavité Fabry-Perot, qui permet d'accroître la puissance du laser par accumulation, a été le dernier élément du polarimètre implanté sur le site de TJNAF. L'installation s'est achevée en Février 1999, et les premières mesures de polarisation furent réalisées en Avril 1999.

### 2.2.3 Le détecteur de photons

Le détecteur de photons est situé devant et sous le dipôle  $D4$  dans le prolongement horizontal des électrons incidents. Le calorimètre est composé d'une matrice de  $5 \times 5$  cristaux de tungstate de plomb ( $PbWO_4$ ) dopés au Niobium. Les cristaux scintillants, de dimension  $20 \times 20 \times 230 \text{ mm}^3$ , sont "lus" par des photomultiplicateurs (PM) Philipps XP1911 de  $19 \text{ mm}$  de diamètre. L'ensemble est placé dans une enceinte thermo-régulée à  $16^\circ C$  afin de s'affranchir des variations de la réponse des cristaux dues aux effets thermiques. Un schéma de la matrice des cristaux est donné figure 2.14. L'ensemble du détecteur est solidaire d'une table dont le positionnement vertical et horizontal est réglable à distance. Ainsi chaque cristal peut être placé face au faisceau avec une précision de  $\pm 1 \text{ mm}$ .

Le cristal de tungstate de plomb a d'abord été choisi pour sa rapidité : la mesure du temps de décroissance exponentielle du cristal a mis en évidence une réponse de l'ordre de  $100 \text{ ns}$  [89]. Ainsi, pour un taux d'événements Compton attendu de l'ordre de  $200 \text{ kHz}^1$ , l'effet d'empilement est faible. Sa contribution sera étudiée dans le chapitre 4. Le rendement lumineux émanant de l'effet de scintillation est de 6 photoélectrons par MeV pour des énergies de  $1 \text{ MeV}$ , avec une transmission de l'ordre de 70%.

Le second critère qui a motivé le choix du cristal de tungstate de plomb est son faible rayon de Molière<sup>2</sup> égal à  $2.19 \text{ cm}$ , ce qui permet un faible encombrement<sup>3</sup> de l'ensemble des cristaux tout en contenant l'ensemble de la gerbe. Cependant, on peut s'attendre à des fuites latérales de la gerbe si un seul cristal est utilisé pour la détection des photons. La longueur de radiation du  $PbWO_4$  vaut  $0.85 \text{ cm}$ , et l'extension en profondeur de la gerbe est ainsi majoritairement contenue dans le cristal.

Enfin, le cristal de tungstate de plomb est résistant aux radiations [88].

<sup>1</sup>Le taux des photons diffusés est  $\tau = \mathcal{L}\sigma_t$ .

<sup>2</sup>90 % de l'énergie déposée par une gerbe est contenue dans un cylindre de rayon égal au rayon de Molière.

<sup>3</sup>Le détecteur doit tenir dans un espace de  $30 \text{ cm}$  de hauteur entre les deux lignes de faisceaux.

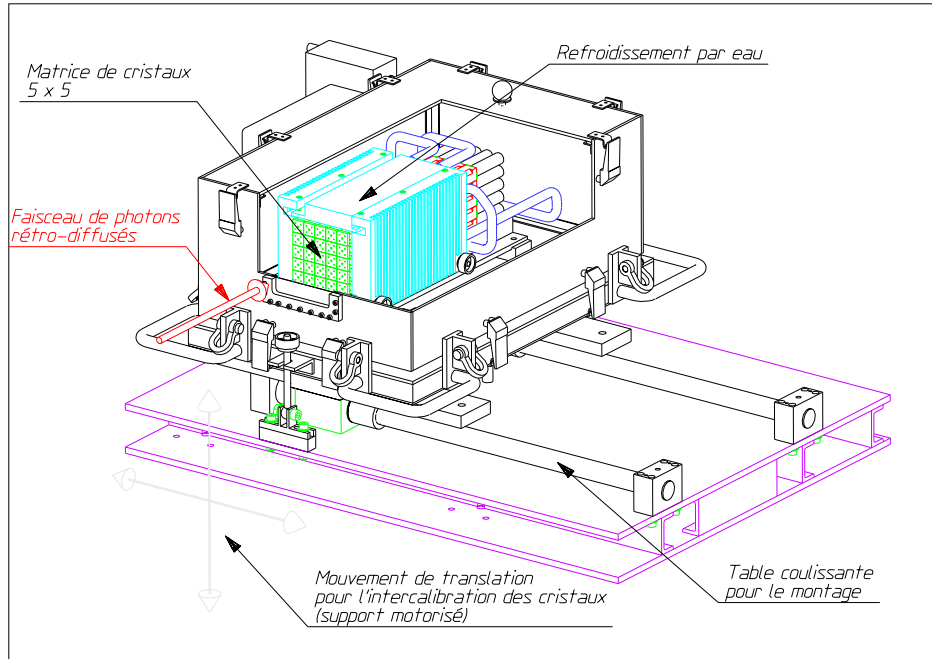


Figure 2.14: La matrice de  $5 \times 5$  cristaux de  $PbWO_4$  est placée dans une boîte thermostatée. L'ensemble est solidaire d'une table pouvant se déplacer horizontalement et verticalement par rapport au faisceau.

Ces cristaux ont été caractérisés grâce à l'accélérateur MAMI à Mayence [90] avec un faisceau de photons étiquetés en énergie et provenant de l'interaction Bremsstrahlung d'électrons de  $855 \text{ MeV}$  d'énergie sur une cible d'Or. L'énergie de chaque photon est connue avec une précision de  $2 \text{ MeV}$ , pour des énergies comprises entre  $40$  et  $800 \text{ MeV}$ . La proportion d'énergie déposée dans le cristal central est de  $72\%$  par rapport à l'énergie totale déposée, de  $22\%$  pour les 8 cristaux de la couronne intérieure et de  $6\%$  pour les 16 cristaux de la couronne extérieure. La résolution en énergie de ces cristaux a été mesurée inférieure à  $10\%$  pour des énergies de photons supérieures à  $100 \text{ MeV}$ .

Le contrôle de la réponse des PM au cours du temps est réalisé grâce à une diode laser *Ledtronics* émettant à une longueur d'onde de  $\lambda = 525 \text{ nm}$ . Cette diode "bleue" émet des flashes de lumière dans les 25 cristaux grâce à un réseau de fibres optiques, à une fréquence réglable choisie en fonction du taux d'acquisition, typiquement de l'ordre de  $100 \text{ Hz}$  pour  $100 \text{ kHz}$  de taux de comptage.

Enfin une feuille de plomb de  $2 \text{ mm}$  d'épaisseur et une feuille d'inox de  $1 \text{ mm}$  d'épaisseur ont été placées devant le calorimètre pour limiter le bruit provenant des photons émis par rayonnement synchrotron à la sortie du dipôle *D3*.

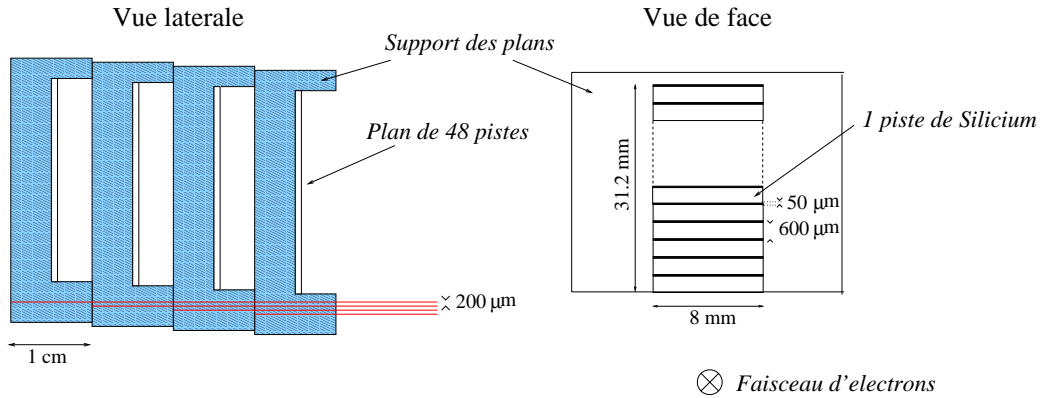


Figure 2.15: A gauche est représenté en vue de profil le détecteur d'électrons composé de 4 plans de 48 pistes en silicium. Le schéma d'un plan est représenté à droite en vue de face.

### 2.2.4 Le détecteur d'électrons

Le détecteur d'électrons a été conçu et réalisé par le *Laboratoire de Physique Corpusculaire* de Clermont-Ferrand. Il permet de mesurer la polarisation du faisceau d'électrons, mais aussi d'estimer la fonction de réponse du calorimètre lorsque l'électron et le photon diffusés sont détectés en coïncidence.

Le détecteur d'électrons est situé entre les dipôles  $D3$  et  $D4$ , à une distance de  $4.1\text{ m}$  par rapport au centre du dipôle  $D3$ . Composé de quatre plans de 48 pistes de silicium, il est incliné d'un angle de  $58\text{ mrad}$  par rapport à la verticale. Un schéma des plans du détecteur est représenté sur la figure 2.15. La largeur des pistes est de  $600\ \mu\text{m}$ , la largeur interpiste vaut  $50\ \mu\text{m}$ , et l'épaisseur des plans mesure  $500\ \mu\text{m}$ . Les plans, parallèles entre eux, sont espacés horizontalement de  $1\text{ cm}$  les uns des autres et sont décalés verticalement chacun par rapport au précédent de  $200\ \mu\text{m}$  vers le haut.

Connaissant la distance à laquelle est positionné le détecteur d'électrons par rapport au faisceau non dévié, on peut reconstruire la trajectoire de l'électron diffusé et en déduire son impulsion. En effet, l'impulsion de l'électron diffusé s'exprime en fonction de son angle de diffusion  $\theta_e$  selon :

$$p_e[\text{GeV}] = \frac{0.3 \int Bdl}{\theta_e} \quad (2.46)$$

où  $\int Bdl$  est l'intégrale de champ du dipôle  $D3$  en  $[T.m]$ .

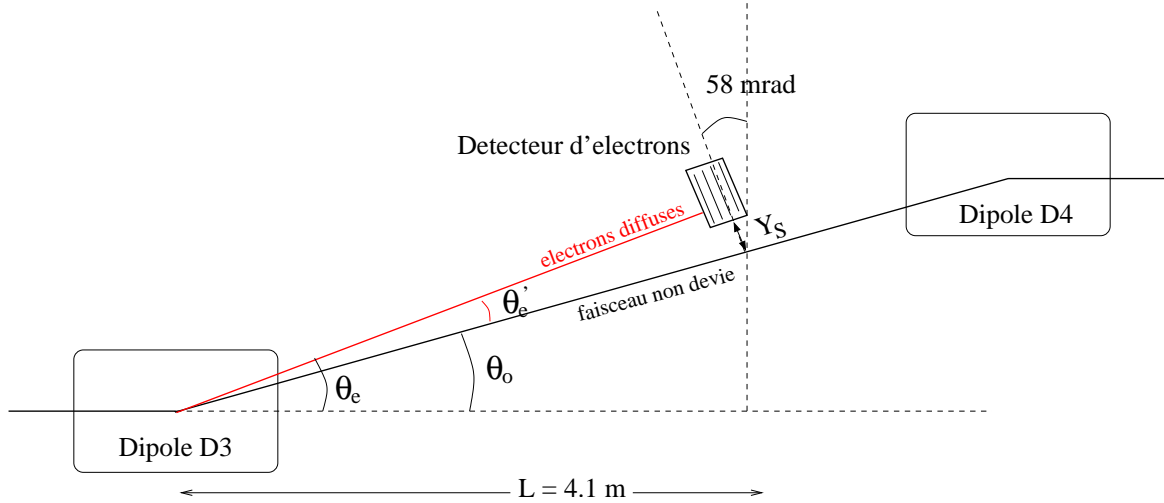


Figure 2.16: Le détecteur d'électrons, situé à une distance de 4.1 m du centre du dipôle D3, permet de détecter les électrons diffusés lors de la diffusion Compton.

Si  $p_o$  désigne l'impulsion des électrons qui n'ont pas interagi et si  $\theta_o$  désigne leur angle de diffusion, alors on peut écrire que :

$$p_e = \frac{p_o}{1 + \frac{p_o \theta'_e}{0.3 \int B dl}} \quad (2.47)$$

où  $\theta'_e$  est l'angle entre les électrons non déviés et les électrons diffusés, selon le schéma de la figure 2.16.

Pour ne pas être endommagé, le détecteur d'électrons est situé à une distance de sécurité  $Y_s$  du faisceau non dévié, de l'ordre de quelques millimètres et qui varie en fonction du temps<sup>1</sup>, et nous comprenons l'importance de mesurer cette distance précisément pour le calcul de  $\theta'_e$ . Deux méthodes sont utilisées pour déterminer la distance de décalage  $Y_s$ .

- La distance du détecteur d'électrons au faisceau est calculée en déplaçant horizontalement le détecteur lors des "wire scan". Le détecteur d'électrons contient un ensemble de deux fils de tungstène de 20  $\mu m$  de diamètre faisant un angle de 45 degrés entre eux. Une règle mesure la distance horizontale séparant les deux fils qui interagissent avec le faisceau, ce qui permet de déduire la distance verticale  $Y_s$  entre le détecteur et le faisceau non dévié. Cette procédure est réalisée pour des intensités de faisceau de l'ordre de 2  $\mu A$  pour ne pas risquer de rompre les fils. Cette méthode dépend de la précision des cotes mécaniques du dispositif et du mouvement horizontal des fils.

<sup>1</sup>La position du faisceau non dévié peut varier à  $\pm 1 mm$  en fonction des réglages des dipôles.

- Une seconde procédure pour déterminer la distance  $Y_s$  consiste à mesurer l'asymétrie des événements Compton en fonction de l'impulsion des électrons diffusés. La distance  $Y_s$ , qui s'interprète comme les coordonnées transverses de la première piste, est déduite de l'évolution de l'asymétrie. C'est cette méthode que nous emploierons pour déterminer  $Y_s$ , elle sera traitée en détail dans le paragraphe § 4.5.

### 2.2.5 L'acquisition

Le taux des événements Compton est supérieur à  $100 \text{ kHz}$  pour des conditions cinématiques du faisceau d'électrons de l'ordre de  $E = 4.5 \text{ GeV}$  et  $I = 100 \mu\text{A}$  et pour une puissance intracavité de l'ordre de  $P_{cav} = 1500 \text{ W}$ . Dans ce contexte, l'objectif du système d'acquisition du polarimètre est d'acquérir et de traiter ces événements avec un temps mort inférieur à 20%.

Les trois modes d'acquisition utilisés lors d'une prise de données Compton sont le mode où seuls les photons sont acquis, le mode où seuls les électrons sont acquis et enfin le mode où les photons et les électrons sont acquis en même temps puis regroupés par une recherche de coïncidence. Nous allons d'abord décrire comment les événements sont traités un à un dans la chaîne d'acquisition, puis comment tous ces événements sont gérés à l'intérieur d'un même état d'hélicité du faisceau d'électrons pour permettre la mesure de la polarisation.

#### 2.2.5.1 Traitement de chaque événement

Nous développerons ici le traitement des signaux provenant du détecteur de photons qui se décompose en trois grandes étapes, puis nous présenterons l'acquisition du détecteur d'électrons.

Les signaux à la sortie des PM ont une charge totale proportionnelle à l'énergie déposée dans les cristaux. Pour permettre de détecter ces signaux avec la meilleure dynamique possible quel que soit l'énergie du faisceau incident (de 1 à 8 GeV), nous avons la possibilité de les atténuer ou de les amplifier. Les signaux sont ensuite intégrés, puis numérisés et stockés dans les cartes ADC.

#### Les cartes d'atténuation

Les cartes d'atténuation sont les premières cartes de la chaîne électronique rencontrées par les signaux. Elles se composent de quatre cartes de huit voies, selon le schéma de la figure 2.17. Le facteur d'atténuation se règle indépendamment pour chacune des cartes dans un rapport de 1 à 8, ce qui permet d'exploiter toute la gamme d'énergie déposée.

Les cartes d'atténuation permettent aussi de régler la tension de base de chaque voie, ce qui permet de modifier le décalage de la mesure des ADC. Une mesure sans énergie déposée correspond au *Piedestal*.

### Les cartes d'intégration et le déclenchement de l'acquisition

Les cinq cartes d'intégration ont deux fonctions essentielles, l'amplification et l'intégration du signal.

Au même titre que les cartes d'atténuation, les cartes d'intégration peuvent amplifier les signaux d'un facteur compris entre 1 et 65 indépendamment pour chaque carte.

Les cartes d'intégration ont aussi pour rôle d'intégrer le signal. Dans ce but, le signal est dupliqué à l'intérieur de la carte, une partie est envoyée vers la carte de déclenchement, et l'autre partie subit un retard de l'ordre de 100 ns avant d'être intégrée (cf. figure 2.17).

La carte de déclenchement (ou *discriminateur*) compare le signal de chaque voie à un seuil qui peut être réglé différemment pour chaque ensemble de cristaux. La carte de déclenchement admet aussi deux entrées pour recevoir les signaux de la diode bleue et un signal aléatoire. Le signal de la diode, qui provient de la diode laser décrite au § 2.2.3 pour intercaler les cristaux, est généré par la carte pulseur. Le signal aléatoire est généré pseudo-aléatoirement par la même carte afin de déterminer le piedestal des cristaux. Dès qu'un signal passe le seuil ("OU" logique des 27 voies des PM + diode + aléatoire), alors l'acquisition est déclenchée et les signaux vont pouvoir être intégrés.

Un générateur de portes envoie deux portes aux cartes d'intégration, la porte d'intégration pendant laquelle le signal est intégré (150 ns) et la porte "hold" qui maintient la valeur du signal intégré pendant une durée supplémentaire de 50 ns. Le générateur de portes construit parallèlement le signal Stop ADC qui sera envoyé au moment adéquat aux cartes ADC pour déclencher la lecture du signal intégré, comme nous allons le décrire ci-dessous.

### Les cartes ADC

Les neuf cartes ADC (Convertisseur Analogique-Digital), de type Caen V676, permettent de lire trois voies en parallèle. Les ADC viennent lire en permanence la valeur du signal à la sortie des cartes d'intégration à la fréquence de l'horloge externe à 20 MHz (mode flash ADC). Ils convertissent la tension mesurée en valeur digitale de 0 à 1023 (10 bits), puis la stockent dans une mémoire tampon circulaire.

Cependant les valeurs mises en mémoire dans le buffer circulaire ne sont accessibles pour la lecture qu'après un laps de temps de l'ordre de 250 ns (5 coups d'horloge). De plus, nous ne voulons lire que la valeur du signal correspondant au déclenchement de l'acquisition parmi toutes les valeurs mesurées toutes les 50 ns. Le signal Stop ADC,

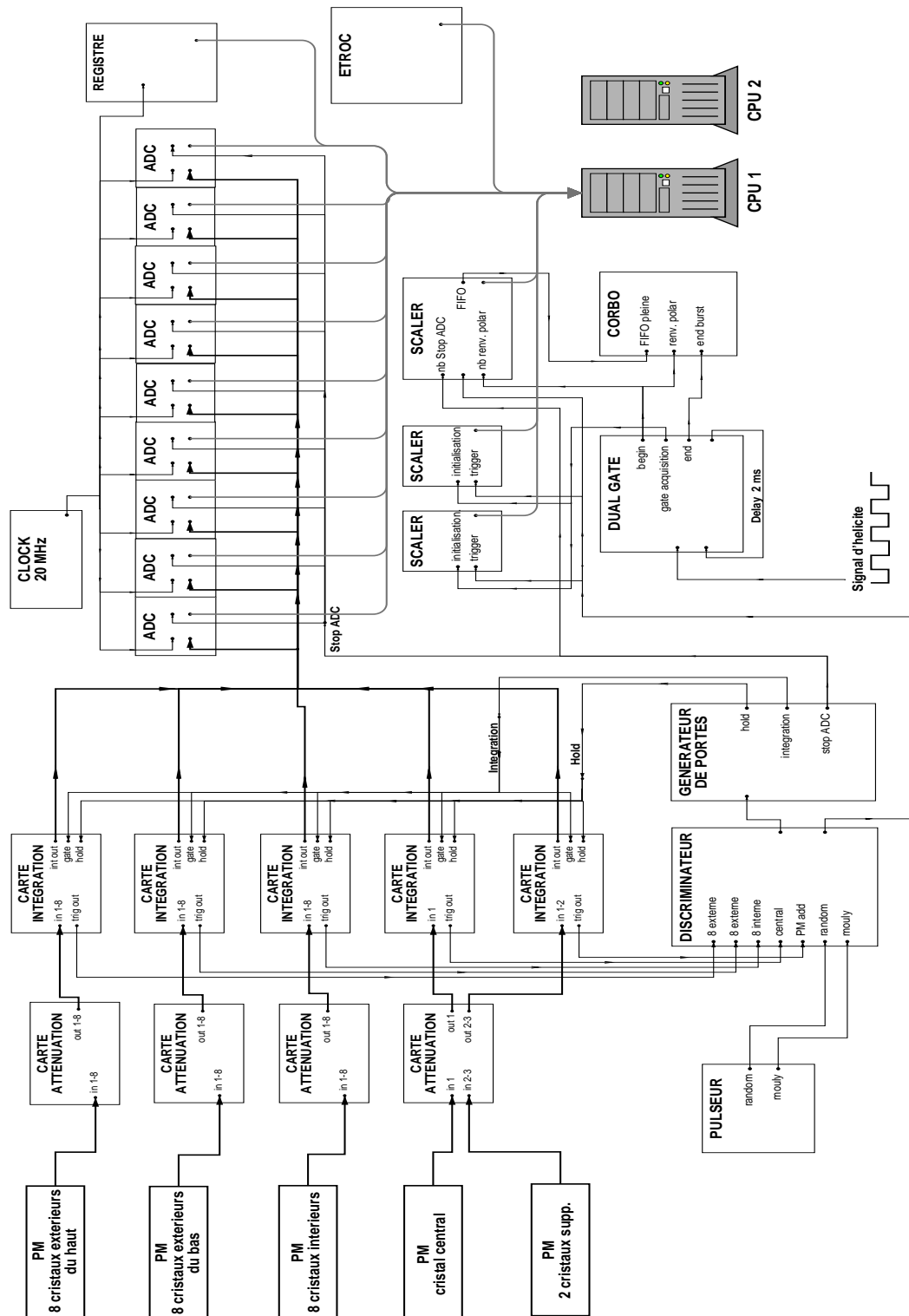


Figure 2.17: Schéma de principe de l'acquisition du polarimètre.



construit par le générateur de portes au moment du déclenchement de l'acquisition, est envoyé après quelque 400 ns aux cartes ADC pour provoquer la lecture du buffer circulaire et écrire la valeur extraite dans une mémoire FIFO (First In First Out). Les données sont écrites sous un format de  $2 \times 32$  bits, où le premier mot de 32 bits code le numéro de coup de l'horloge (2 bits d'identification + 30 bits), ce qui permet d'une part de synchroniser toutes les cartes entre elles et d'autre part de rechercher les événements en coïncidence avec le détecteur d'électrons, et le second mot regroupe les valeurs des trois voies de chaque carte (2 bits d'identification +  $3 \times 10$  bits de données). Une dixième carte ADC, la carte registre, permet d'enregistrer les informations extérieures au détecteur de photons, comme le type de déclenchement (cristal central, diode, aléatoire), l'état de la cavité (résonnante ou non, polarisation gauche ou droite des photons), etc... La carte registre gère aussi une grande partie de la logique d'acquisition de l'ensemble que nous ne détaillerons pas ici.

L'ensemble de ces cartes permet d'acquérir les événements du détecteur de photons, dont les informations sont mémorisées dans les FIFO des 10 cartes ADC. Une acquisition similaire est effectuée pour les événements provenant du détecteur d'électrons et est gérée par la carte ETROC.

### La carte ETROC

Conçue et réalisée par le LPC de Clermont-Ferrand, la carte ETROC est dédiée à l'acquisition du détecteur d'électrons. Elle génère 4 mots de 48 bits correspondant aux 4 plans de 48 pistes du détecteur.

Chaque piste est codée en mode binaire en fonction de la tension mesurée à ses bornes, supérieure ou non à un seuil donné réglé indépendamment pour chaque plan.

Le déclenchement de l'acquisition est subordonné à une condition : en effet, la carte ETROC comporte une logique de recherche de coïncidence entre les plans touchés, basée sur la recherche des proches voisins entre les plans. Le nombre de plans minimum pour la recherche de coïncidence est réglable de 1 à 4. Si ce réglage est choisi égal à 1 par exemple, alors l'acquisition sera déclenchée dès qu'un plan au moins sera touché. Au contraire si ce réglage est choisi égal à 4, alors il faudra nécessairement pour déclencher l'acquisition que les 4 plans aient été touchés en même temps à l'intérieur d'un intervalle de temps prédéfini (multiple entier de 50 ns), et qu'il y ait au moins une bande de deux pistes de large dans laquelle une piste soit touchée sur chaque plan.

#### 2.2.5.2 Gestion des événements à l'intérieur d'un état d'hélicité

Nous venons de montrer que chaque événement détecté dans le calorimètre est codé en  $11 \times 32$  bits ( $10 \times 32$  bits pour les ADC +  $1 \times 32$  bits pour l'horloge), ce qui représente un flux de données de plus de 35 Mbits/s à un taux d'acquisition de 100 kHz.

Pour des raisons de vitesse de transfert de données et de place mémoire, nous avons choisi de ne sauvegarder tel quel que 1% des événements, mais cette valeur peut être augmentée pour certains runs particuliers dits de "calibration". Ces événements seront histogrammés en fonction de leur énergie (codée en ADC de 0 à 1023) et permettront de reconstruire le spectre Compton des photons diffusés. Par ailleurs, nous accumulons les événements sur l'intervalle de temps correspondant à un état d'hélicité de l'électron (30 Hz ou 1 Hz selon le mode de fonctionnement de l'accélérateur) et la mesure de l'asymétrie Compton sera réalisée à l'aide de ces événements intégrés. Il s'agit d'une part des événements qui déclenchent l'acquisition et qui sont comptés, quelle que soit leur énergie, grâce à des compteurs (scalers). Ils seront utilisés pour la méthode intégrée de la mesure de la polarisation. D'autre part, les événements du cristal central et la somme des 25 cristaux sont histogrammés en 20 canaux ADC pour la mesure de la polarisation par la méthode différentielle.

Toute la logique de l'acquisition du polarimètre est régie par les renversements de polarisation du faisceau d'électrons. Dès qu'un renversement se produit, l'acquisition (carte Dual Gate) réinitialise tous les scalers hormis celui qui est chargé de compter le nombre de renversement de polarisation, puis après une durée de 2 ms génère une porte d'acquisition d'une durée de 27 ms<sup>1</sup>. En dehors de l'ouverture de cette porte, toute l'acquisition est inhibée, aucun signal ne peut déclencher l'acquisition.

La lecture des FIFO des cartes ADC et de la carte ETROC va être effectuée par les deux cartes CPU VME (cf. figure 2.17). A chaque fenêtre de polarisation une CPU sera chargée de lire les données enregistrées dans les mémoires FIFO, tandis que l'autre CPU terminera le traitement des données de la fenêtre de polarisation précédente. Ainsi les CPU se relaient à chaque renversement.

Un schéma du principe de fonctionnement des CPU est donné figure 2.18. Pendant l'ouverture de la porte d'acquisition, un scaler compte le nombre d'événements enregistrés dans les FIFO des cartes ADC et de la carte ETROC. Dès que le nombre d'événements atteint 400, le scaler envoie un signal à la carte CORBO qui génère une requête d'interruption pour la CPU en charge de la lecture. La lecture des FIFO est déclenchée. La CPU lit les 11 FIFO des cartes ADC et de la carte ETROC par bloc de 400 événements grâce à un accès DMA (Direct Memory Access) à une vitesse de l'ordre de 10 Mo/s<sup>2</sup> ("adcs reading" sur la figure 2.18). Deux mémoires tampon sont disponibles dans la CPU pour stocker les blocs de 400 événements en attendant qu'ils soient traités ("full dma buffers lists"). Le traitement des données ADC ("computing") consiste d'une part à ne sauvegarder aléatoirement que 1 % des données brutes de chaque cristal, et d'autre part à construire l'histogramme des événements intégrés du cristal central selon 20 canaux en ADC (de 0 à 1000). Le traitement de la carte ETROC

---

<sup>1</sup>La valeur de 27 ms est choisie quand la fréquence de renversement de la polarisation est égale à 30 Hz.

<sup>2</sup>1 octet = 8 bits

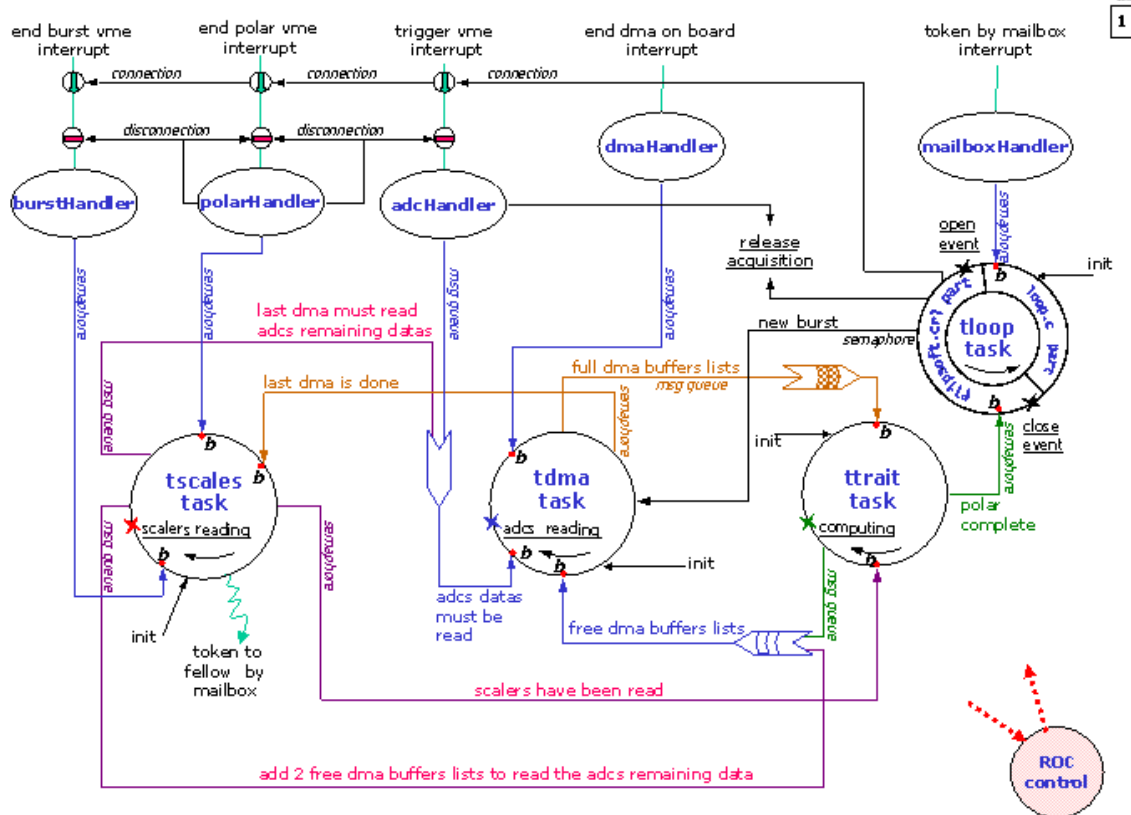


Figure 2.18: Schéma de principe de la logique d'acquisition des CPU.

est similaire, mais l'histogrammation des événements intégrés pendant la durée d'un état d'hélicité sera réalisé selon les 48 pistes de chaque plan. Si le mode coïncidence est sélectionné pour le run, alors la recherche des événements en coïncidence entre les électrons et les photons acquis est effectuée parallèlement.

Quand la porte d'acquisition se ferme, la carte d'interruption CORBO envoie un signal "end burst" à la carte CPU. La CPU va alors lire les scalers ("scalers reading") et finit de lire les ADC et les données électrons en libérant deux buffers supplémentaires. Ce n'est qu'après la fin de lecture des ADC qu'elle donne la main à l'autre CPU pour l'état de polarisation suivant. Son travail n'est cependant pas terminé. Elle finit de traiter les événements, puis les envoie via un système d'acquisition (Common Online Data Acquisition) sur le disque dur de la machine d'acquisition.

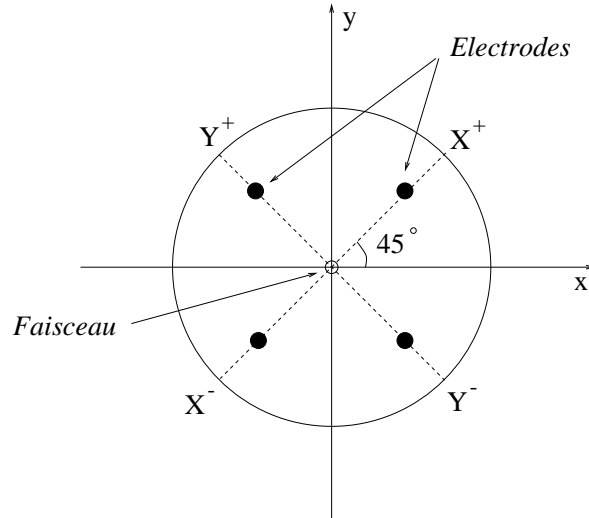


Figure 2.19: Schéma de principe d'un moniteur de position.

## 2.2.6 Les moniteurs du faisceau

Nous avons besoin pour la polarimétrie Compton de connaître l'intensité et la position du faisceau d'électrons pour contrôler les fausses asymétries de luminosité induites lors de la mesure de la polarisation. Ces deux paramètres sont monitorés pendant la prise de données, et nous en rappelons brièvement les principes de mesure.

De plus, les variables cinématiques de la diffusion Compton dépendent de l'énergie incidente du faisceau d'électrons. Nous exposons le principe des deux méthodes utilisées pour la mesure de l'énergie du faisceau dans le Hall A.

### 2.2.6.1 Les moniteurs de position

Les moniteurs de position (BPM) situés sur la ligne faisceau du Hall A fonctionnent dans une gamme d'intensité de  $100 \text{ nA}$  à  $200 \text{ }\mu\text{A}$  [93]. La position moyenne du centroïde du faisceau est mesurée dans un intervalle de  $\pm 5 \text{ mm}$  avec une résolution de  $100 \text{ }\mu\text{m}$  ( $5 \text{ }\mu\text{A}$ ) à  $10 \text{ }\mu\text{m}$  ( $100 \text{ }\mu\text{A}$ ). Chaque moniteur de position est composé de quatre électrodes disposées parallèlement au faisceau comme le montre la figure 2.19. Un module RF lit alternativement le signal entre les voies positives et négatives à une fréquence de  $120 \text{ kHz}$  (Switched Electrode Electronics Beam Position Monitor).

Dans le cas idéal où le signal lu par chacune des antennes  $X^+$ ,  $X^-$ ,  $Y^+$ ,  $Y^-$  est proportionnel au courant induit par le faisceau sur chacune des voies, la position du faisceau sur l'axe des X s'écrit [94] :

$$X' = k \frac{X^+ - X^-}{X^+ + X^-} \quad (2.48)$$

où  $k$  est un facteur de calibration géométrique correspondant à la distance entre deux électrodes diamétralement opposées. On a  $k = 18.77 \text{ cm}$ . Une relation similaire s'applique au calcul de la position  $Y'$ .

Cependant deux corrections s'imposent dans le calcul de la position à partir du signal extrait des électrodes  $X^\pm$  et  $Y^\pm$ . D'une part chaque voie admet un gain différent, et on appellera  $\alpha_X$  (resp.  $\alpha_Y$ ) le coefficient d'intercalibration des voies  $X^+$  et  $X^-$  (resp.  $Y^+$  et  $Y^-$ ). D'autre part, il faut tenir compte de l'offset de détection. La position est ainsi déduite de la relation :

$$X' = k \frac{(X^+ - X_{off}^+) - \alpha_X(X^- - X_{off}^-)}{(X^+ - X_{off}^+) + \alpha_X(X^- - X_{off}^-)} \quad (2.49)$$

Les coefficients  $\alpha_X$  et  $X_{off}^\pm$  (resp.  $\alpha_Y$  et  $Y_{off}^\pm$ ) sont calculés lors des runs de calibration effectués sans faisceau grâce au module RF.

Finalement les positions  $X$  et  $Y$  correspondant à l'horizontalité et à la verticalité par rapport au référentiel du laboratoire sont obtenues après une rotation de  $45^\circ$  des positions  $X'$  et  $Y'$ , soit :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

Deux BPM sont principalement utilisés pour le contrôle des positions au Point d'Interaction Compton, le BPM 2A situé entre le dipôle D2 et la cavité, et le BPM 2B situé entre la cavité et le dipôle D3.

### 2.2.6.2 Les moniteurs de courant

Un moniteur de courant (BCM) est une cavité résonnante de forme cylindrique de  $15.5 \text{ cm}$  de diamètre et de  $15.2 \text{ cm}$  de longueur [95]. Le principe est que le déplacement de la charge du faisceau d'électrons crée à l'intérieur de la cavité un champ magnétique amplifié par l'effet de résonance. La fréquence de résonance de la cavité est accordée dans le mode  $TEM_{010}$  à celle du champ accélérateur, égale à  $1497 \text{ MHz}$ , à l'aide d'une vis micrométrique (figure 2.20). L'intensité du courant induit dans une bobine située à l'intérieur de la cavité est alors proportionnelle à l'intensité du faisceau d'électrons.

Deux moniteurs de courant sont installés sur la ligne faisceau du Hall A. Les sorties des BCM sont amplifiées par trois gains différents selon l'intensité du faisceau tels que :

- Gain 1 :  $I_{e_{max}} = 150 \mu A$
- Gain 3 :  $I_{e_{max}} = 50 \mu A$
- Gain 10 :  $I_{e_{max}} = 15 \mu A$

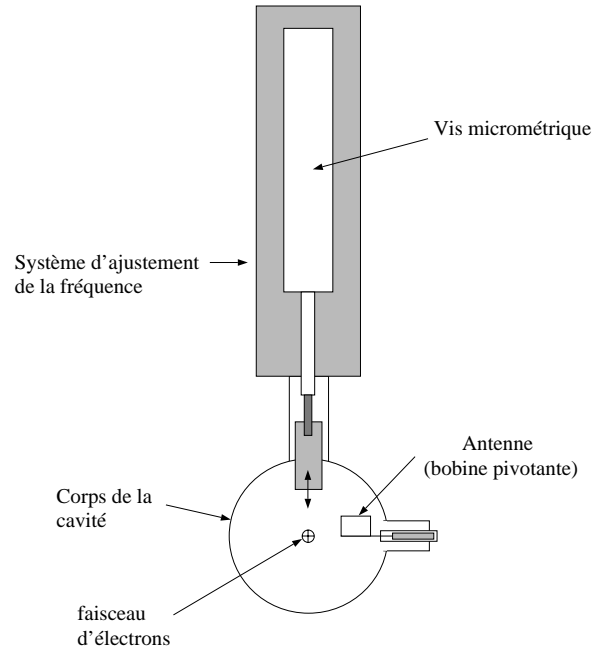


Figure 2.20: Les moniteurs de courant de TJNAF.

A chaque gain est associée une intensité maximale  $I_{e_{max}}$  au-delà de laquelle la réponse des BCM est saturée. La linéarité des moniteurs a été mesurée égale à 0.5% à l'intérieur de chaque plage en courant. De plus, une erreur de 0.06% apparaît lorsque le faisceau est décentré de 1 cm par rapport au centre de la cavité.

### 2.2.6.3 La mesure d'énergie

Il existe deux méthodes pour mesurer l'énergie des électrons dans le Hall A. Chacune de ces deux méthodes permet d'atteindre une précision de  $10^{-4}$  sur la connaissance de l'énergie absolue du faisceau d'électrons.

- La méthode dite "e-p" [97] repose sur la diffusion élastique électron-proton. Parce-qu'il s'agit d'une cinématique à deux corps, la mesure des angles de diffusion du proton  $\theta_p$  et de l'électron  $\theta_e$  suffisent à la détermination de l'énergie incidente des électrons, selon la relation :

$$E_e = M_p \left( \frac{\cos \theta_e + \frac{\sin \theta_e}{\tan \theta_p} - 1}{1 - \cos \theta_e} \right) \quad (2.51)$$

où  $M_p$  est la masse au repos du proton. La précision exigée sur la mesure des angles est de 10 mrad. La cible de proton est un ruban de polypropylène.

- La seconde méthode de mesure est la méthode magnétique [98], dite "ARC". Le faisceau d'électrons subit une déviation horizontale entre sa sortie de l'accélérateur et son entrée dans le Hall A d'un angle de  $34,3^\circ$  sur une longueur de 50 mètres. En mode dispersif, où les seuls éléments magnétiques alimentés sont les dipôles, la mesure de l'angle de déviation du faisceau et de l'intégrale de champ magnétique le long de cet arc conduisent à la détermination de l'énergie absolue du faisceau d'électrons, selon la relation :

$$E_e = e \frac{\int B_{\perp} dl_{//}}{\theta_{//}} \quad (2.52)$$

où  $B_{\perp}$  est la composante vertical du champ magnétique, et  $dl_{//}$  et  $\theta_{//}$  sont la longueur et l'angle dans le plan horizontal.





# Chapitre 3

## La cavité Fabry-Perot

La cavité résonante Fabry-Perot est l'élément principal du dispositif optique du polarimètre Compton. Nous présentons le système d'asservissement en fréquence de la cavité, qui assure le maintien du gain maximal disponible dans la cavité. Puis nous décrivons la procédure de couplage du faisceau incident sur la cavité, ainsi que la mesure de finesse de la cavité par la méthode du temps de décroissance. Enfin nous étudions la polarisation du faisceau de photons, sa mise en forme, sa mesure et les erreurs relatives à sa mesure.

### 3.1 L'asservissement en fréquence de la cavité

Nous rappelons brièvement les propriétés physiques des cavités résonantes, puis nous exposerons la nécessité d'un asservissement en fréquence de la cavité et quels en sont les principes.

#### 3.1.1 Gain d'une cavité résonante passive

Avant de traiter des propriétés de résonance des cavités optiques passives, il est utile d'introduire quelques notions sur les champs incidents et réfléchis à l'interface d'un miroir diélectrique.

Considérons une onde plane monochromatique de la forme  $\vec{E} = \vec{E}_o e^{i(\omega t - kz)}$  incidente sur un miroir diélectrique dont l'épaisseur optique est assimilable à un nombre pair de couches  $\lambda/4$ . Si l'on note  $a_i$  et  $b_i$  les amplitudes respectives des champs incidents et réfléchis de part et d'autre d'un miroir selon les conventions adoptées sur la figure 3.1, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & it \\ it & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

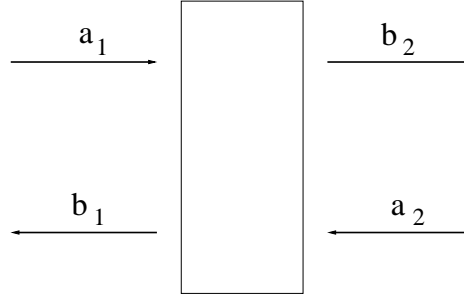


Figure 3.1: Amplitudes des champs incidents et réfléchis à l'interface d'un miroir diélectrique.

où  $r$  et  $t$  sont les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude.

En posant  $R = r^2$  et  $T = t^2$  les coefficients de réflexion et de transmission en intensité et en désignant par  $P$  les pertes par absorption et diffusion, la condition de conservation de l'énergie impose :

$$R + T + P = 1 \quad (3.2)$$

Considérons maintenant une cavité passive composée de deux miroirs diélectriques disposés selon la figure 3.2 à une distance  $L$  l'un de l'autre. Si  $E_{inc}$  et  $E_{ref}$  désignent les amplitudes complexes du champ incident et réfléchi sur le premier miroir,  $E_{circ}$  l'amplitude complexe du champ circulant à l'intérieur de la cavité dans le sens de l'onde incidente et  $E_{trans}$  l'amplitude du champ transmis par le second miroir, alors on peut écrire en régime stationnaire [99] :

$$E_{circ} = it_1 E_{inc} + E_{circ} r_1 r_2 e^{-2ikL} e^{-2\mu L} \quad (3.3)$$

$$E_{trans} = it_2 E_{circ} e^{-ikL} e^{-\mu L} \quad (3.4)$$

$$E_{ref} = r_1 E_{inc} + it_1 E_{circ} r_2 e^{-2ikL} e^{-2\mu L} \quad (3.5)$$

où  $\mu$  est le coefficient d'absorption du milieu intracavité. Par la suite, nous négligerons les pertes dans le milieu<sup>1</sup> ( $\mu = 0$ ), et supposerons que les caractéristiques optiques des deux miroirs sont identiques<sup>2</sup>, soit  $r_1 = r_2$  et  $t_1 = t_2$ .

### Onde intracavité

Le champ intracavité s'écrit désormais, d'après la relation (3.3), sous la forme suivante :

$$E_{circ} = \frac{it}{1 - g_{ar}(\nu)} E_{inc} \quad (3.6)$$

<sup>1</sup>La pression du milieu intracavité est proche de  $10^{-8}$  Torr à Jefferson Lab.

<sup>2</sup>Les deux miroirs sont issus du même processus de dépôt.

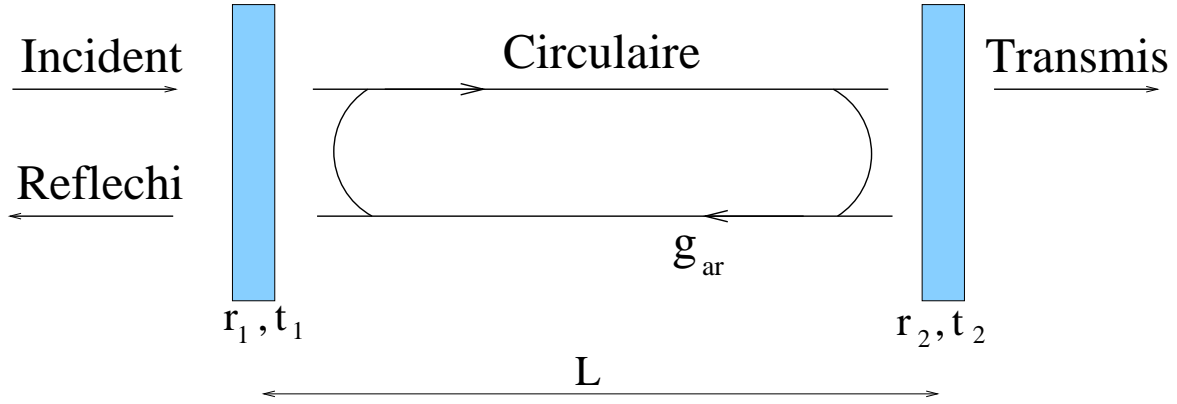


Figure 3.2: Amplitudes des champs incident, réfléchi, circulaire et transmis dans une cavité composée de deux miroirs.

où  $g_{ar}(\nu)$  est le gain en amplitude lors d'un aller et retour dans la cavité, tel que :

$$g_{ar}(\nu) = r^2 e^{-\frac{4i\pi\nu L}{c}} \quad (3.7)$$

L'intensité du champ intracavité, défini par  $I_{circ} = |E_{circ}|^2$ , dépend donc de la fréquence  $\nu$  de l'onde incidente selon la relation :

$$G(\nu) = \frac{I_{circ}}{I_{inc}} = \frac{T}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{2\pi\nu L}{c}\right)} \quad (3.8)$$

Le gain en intensité  $G(\nu)$  est maximum lorsque les interférences sont constructives soit lorsque la fréquence du laser vérifie la relation suivante :

$$\nu_0 = n \frac{c}{2L} \quad \text{avec } n \text{ entier} \quad (3.9)$$

Les fréquences pour lesquelles la cavité entre en résonance sont espacées de l'intervalle spectral libre défini par  $FSR = \frac{c}{2L}$  et égal à  $176.5 \text{ MHz}$  pour notre cavité de  $85 \text{ cm}$  de longueur. Le gain maximum disponible dans la cavité est alors égal à :

$$G_{max} = \frac{T}{(1-R)^2} \quad (3.10)$$

et la bande passante de la cavité, définie comme la largeur en fréquence telle que  $G(\Delta\nu_c) = \frac{G_{max}}{2}$ , est égale, d'après la relation (3.8), à :

$$\Delta\nu_c = \frac{FSR}{\pi} \arcsin \frac{1-R}{2\sqrt{R}} \quad (3.11)$$

On définit également la finesse de la cavité comme :

$$\mathcal{F} \equiv \frac{FSR}{2\Delta\nu_c} = \frac{\pi\sqrt{R}}{(1-R)} \quad (3.12)$$

La finesse ne dépend que du coefficient de réflexion en intensité des miroirs. Avec les caractéristiques optiques des miroirs données par le constructeur et égales à  $R = 0.99988$ ,  $T = 110 \text{ ppm}$ ,  $P = D + A = 10 \text{ ppm}$ , on s'attend à une valeur de la finesse égale à  $\mathcal{F} \simeq 26\,000$ , et à une bande passante de l'ordre de  $3.4 \text{ kHz}$ .

### Onde transmise

Le champ transmis s'exprime en fonction du champ incident selon les relations (3.4) et (3.6) par :

$$E_{trans} = \frac{-t^2}{r} \frac{\sqrt{g_{ar}(\nu)}}{1 - g_{ar}(\nu)} E_{inc} \quad (3.13)$$

et l'intensité de l'onde transmise est ainsi égale à l'intensité de l'onde intracavité au facteur de transmittivité près, selon la relation :

$$\frac{I_{trans}}{I_{inc}} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + 4\frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{FSR}\right)} \quad (3.14)$$

### Onde réfléchie

On peut aussi exprimer le champ réfléchi par la cavité à l'aide des équations (3.5) et (3.6) comme :

$$E_{ref} = \sqrt{R} \left[ 1 - \frac{T}{R} \frac{g_{ar}(\nu)}{1 - g_{ar}(\nu)} \right] E_{inc} \quad (3.15)$$

et l'intensité du champ réfléchi se met alors sous la forme :

$$\frac{I_{ref}}{I_{inc}} = \frac{R \left(\frac{P}{1-R}\right)^2 + 4(1-P)\frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{FSR}\right)}{1 + 4\frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{FSR}\right)} \quad (3.16)$$

Si  $h_r(\nu)$  est la fonction de transfert en réflexion de la cavité, alors on peut écrire que :

$$h_r(\nu) = \frac{E_{ref}}{E_{inc}} = H_r(\nu) e^{i\phi_r(\nu)} \quad (3.17)$$

où le module  $H_r(\nu)$  se déduit de l'équation (3.16) et vaut :

$$H_r^2(\nu) = \frac{R \left(\frac{P}{1-R}\right)^2 + 4(1-P)\frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{FSR}\right)}{1 + 4\frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{FSR}\right)} \quad (3.18)$$

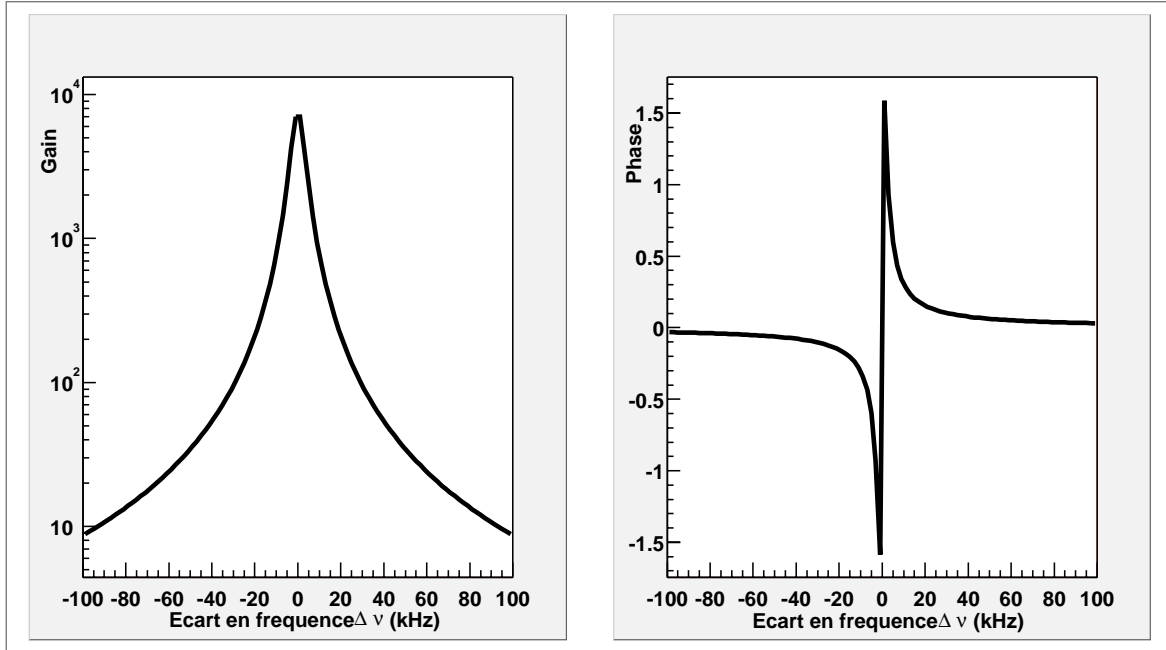


Figure 3.3: A gauche est représenté le gain de la cavité en fonction de l'écart en fréquence  $\Delta\nu$ . La phase de l'onde réfléchie est représentée à droite en fonction de l'écart en fréquence.

et la phase  $\phi_r(\nu)$  est de la forme :

$$\tan \phi_r(\nu) = \frac{T \sin\left(\frac{2\pi\nu}{FSR}\right)}{1 + R(R + T) - (2R + T) \cos\left(\frac{2\pi\nu}{FSR}\right)} \quad (3.19)$$

Ces deux quantités déterminent complètement la fonction de transfert de la cavité en réflexion. Elles sont représentées en fonction de l'écart en fréquence  $\Delta\nu = \nu - \nu_0$  sur la figure 3.3. Le gain est maximum à l'intérieur de la cavité lorsque la fréquence du laser est centrée sur une fréquence de la cavité  $\nu_0 = nFSR$ . Dès que la fréquence de l'onde incidente s'écarte de la fréquence de résonance, le gain décroît très vite. La largeur du pic est d'autant plus étroite que le gain maximum est grand. En revanche, la phase de l'onde réfléchie est nulle pour  $\nu = \nu_0$ , positive quand  $\nu > \nu_0$  et négative quand  $\nu < \nu_0$ . La phase nous renseigne donc sur le signe du décalage en fréquence entre la fréquence de l'onde incidente et la fréquence de résonance de la cavité.

Au voisinage de la résonance, on a :

$$H_r(\nu) = \frac{\mathcal{F}P}{\pi} \quad (3.20)$$

$$\phi_r(\nu) = \frac{2\pi T}{FSR P(1 - R)} \nu \quad (3.21)$$

### 3.1.2 La nécessité d'un asservissement en fréquence

Le gain de la cavité dépend très sensiblement de l'accord en fréquence entre celle de l'onde incidente et la fréquence de résonance de la cavité. Afin de garantir un gain maximum dans la cavité, nous allons montrer qu'il est nécessaire d'asservir la fréquence du laser sur la fréquence de résonance de la cavité.

D'une part, la fréquence du laser admet des dérivées en fonction du temps. Ces variations de fréquence sont dues aux dérivées lentes et rapides du laser, données respectivement égales à 50 MHz/h et 30 kHz/s par le constructeur. D'autre part, les variations de la fréquence de résonance de la cavité sont soumises aux variations de la longueur de la cavité selon :

$$\nu_0 = n \frac{c}{2L} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta L}{L} \quad (3.22)$$

En particulier, si l'on considère une variation de 1  $\mu m$  pour une cavité de 85 cm de longueur, avec une fréquence de résonance du même ordre de grandeur que celle du laser, soit  $\nu \simeq 2 \cdot 10^{14}$  Hz, alors l'écart en fréquence produit par ce déplacement est :

$$\Delta\nu = 235 \text{ MHz} \quad (3.23)$$

Ce décalage en fréquence est supérieur de plus de trente fois à la bande passante de la cavité  $\Delta\nu_c$ .

Par conséquent, l'accord en fréquence est très sensible aux perturbations extérieures. La solution que nous avons adoptée consiste à concevoir une cavité monolithique, où les deux miroirs sont soutenus par un même support, et d'asservir la fréquence du laser à la fréquence de résonance de la cavité. Nous décrivons brièvement le principe d'asservissement et la méthode utilisée pour notre cavité.

### 3.1.3 Le principe d'un asservissement en fréquence

Il s'agit de pouvoir calculer à tout moment la correction à apporter à la fréquence du laser pour obtenir l'accord en fréquence entre le laser et la cavité. La correction doit tenir compte de la valeur de l'écart en fréquence, ainsi que du sens dans lequel cette correction doit s'appliquer. Le terme de phase de l'onde réfléchie contient l'information sur le signe du décalage en fréquence, comme le montre la relation (3.21). Or la phase de l'onde n'est pas une grandeur observable.

Une méthode développée par Pound et Drever [100] permet d'extraire l'information incluse dans la phase de l'onde réfléchie à partir des intensités mesurées. Cette méthode consiste à moduler en fréquence l'onde incidente à la fréquence  $\frac{\Omega}{2\pi}$ . Nous allons montrer que cette modulation de fréquence crée deux bandes latérales de fréquence  $\nu_{laser} \pm \frac{\Omega}{2\pi}$  autour de la fréquence du laser. Elles sont réfléchies sans déphasage si la

fréquence de modulation est très grande devant la bande passante de la cavité, et elles interfèrent avec la bande centrale déphasée en créant un terme modulé en amplitude qu'une photodiode peut détecter.

Pour moduler la fréquence du laser, une tension sinusoidale est appliquée sur le module piézoélectrique du laser. Le champ de l'onde incidente se met alors sous la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega_{laser}t - kz + \beta \sin(\Omega t + \Phi))} \quad (3.24)$$

où  $\beta$  est l'indice de modulation de phase et  $\Phi$  un terme de déphasage.

Cependant on peut montrer [101] que la modulation de fréquence fait aussi apparaître une modulation d'amplitude résiduelle (RAM) qui induit un décalage de la phase. Afin que cet effet soit négligeable, on choisit la fréquence de modulation égale à 928 kHz [102].

L'expression du champ incident peut se réécrire en fonctions de Bessel de première espèce selon :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-ikz} e^{i\omega_{laser}t} [J_0(\beta) + 2iJ_1(\beta) \sin(\Omega t + \Phi)] \quad (3.25)$$

Le champ électrique admet trois composantes en fréquence respectivement égale à  $(\omega_{laser} - \Omega)$ ,  $\omega_{laser}$  et  $(\omega_{laser} + \Omega)$ . Les deux bandes latérales sont entièrement réfléchies par le miroir d'entrée de la cavité et le champ réfléchi au voisinage de la résonance s'écrit :

$$E_{ref} = E_0 e^{-ikz} e^{i\omega_{laser}t} [J_0(\beta)h_r(\nu) + 2irJ_1(\beta) \sin(\Omega t + \Phi)] \quad (3.26)$$

où  $h_r(\nu)$  est la fonction de transfert en réflexion de la cavité définie en (3.17).

On vérifie aisément que l'intensité de ce champ est composée d'un terme continu, supprimé par un filtre passe-haut, d'un terme en  $\Omega t$ , qui contient l'information sur le décalage en fréquence, et enfin d'un terme en  $2\Omega t$ , supprimé par un filtre passe-bas. Finalement, on peut écrire :

$$I_{ref} = 2I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) H_r(\Delta\nu) \sin(\phi_r(\Delta\nu)) \sin(\Omega t + \Phi) + cc \quad (3.27)$$

Le signal réfléchi est détecté par une photodiode (PDR), puis mélangé à un signal dit de démodulation afin d'extraire l'information de phase. La fréquence du signal de démodulation est la même que celle du signal de modulation, mais l'amplitude est différente. Le signal d'erreur obtenu est proportionnel à l'écart en fréquence  $\nu_0 - \nu$ , et s'écrit :

$$V_{mes} \propto H_r(\Delta\nu) \sin(\phi_r(\Delta\nu)) \quad (3.28)$$

Au voisinage de la résonance, la pente  $D_v$  du signal d'erreur s'écrit, à l'aide des équations (3.20) et (3.21) :

$$D_v = A \frac{\mathcal{F}}{FSR} \frac{T}{(1-R)} \quad (V/Hz) \quad (3.29)$$

où  $A$  est une constante caractéristique de l'électronique de détection.

Le signal d'erreur est alors envoyé dans un servo électronique qui fournit le signal de correction à appliquer au laser. Le contrôle de la fréquence du laser est effectué soit par la voie "Slow" à l'aide d'un module Peltier ( $K = 1.2 \text{GHz/V}$ ), soit par la voie "Fast" à l'aide d'un module piezo-électrique ( $K = 3.2 \text{kHz/V}$ ) [103].

Finalement la fonction de transfert de la cavité est modélisée par un filtre passe bas d'ordre 1 [104], dont le gain statique, égal à la pente du signal d'erreur  $D_v$ , est déterminé expérimentalement afin que le système d'asservissement soit le mieux adapté à la réduction du bruit. On a  $D_v = 2.91 \text{mV/Hz}$  pour notre cavité. La fréquence de coupure de la fonction de transfert est obtenue à  $-3\text{dB}$  et vaut  $f_c = 3.72 \text{kHz} \pm 0.2 \text{kHz}$ .

La détermination de la fonction de réponse en fréquence de la cavité permet aussi une première mesure de la finesse [105]. En effet, la finesse s'exprime en fonction de la bande passante de la cavité, égale par définition à la fréquence de coupure  $f_c$ , selon la relation (3.12). On trouve une finesse égale à  $\mathcal{F} = 23700$ .

## Conclusion

Nous avons décrit la réponse en réflexion de la cavité à un champ incident, puis montré la nécessité d'un asservissement en fréquence du laser sur la fréquence de résonance de la cavité. Nous avons énoncé le principe d'un asservissement en fréquence selon la méthode de Pound-Drever, et exposé les éléments principaux qui constituent le système d'asservissement installé à TJNAF. Enfin, nous avons donné une première estimation de la finesse de la cavité Fabry-Perot par la méthode de détermination de la fonction de réponse.

## 3.2 Une cavité de haute finesse

La cavité Fabry-Perot du polarimètre Compton permet d'amplifier la puissance du laser incident par effet de résonance. Cependant, la géométrie du résonateur impose une structure au faisceau gaussien se propageant à l'intérieur de la cavité. Nous rappelons les notions de l'optique des faisceaux gaussiens et les conditions de résonance dans une cavité passive. Puis nous décrivons les procédures de couplage du faisceau incident sur la cavité. Enfin, nous expliquons la méthode de mesure de la finesse de la cavité.

### 3.2.1 Optique des faisceaux gaussiens

Nous rappelons brièvement les propriétés de propagation d'un faisceau gaussien dans son mode fondamental, puis dans les modes d'ordres plus élevés. Puis nous montrerons comment un résonateur passif impose une structure à l'onde gaussienne se propageant à l'intérieur, et quelles sont les conditions de résonance.



### 3.2.1.1 Propagation d'une onde sphérique gaussienne

L'équation de propagation d'onde ou équation de Helmholtz s'écrit :

$$\Delta u + k^2 u = 0 \quad (3.30)$$

Les faisceaux se propageant selon l'axe des  $z$  sont solutions de l'équation de propagation et s'écrivent de manière générale [106] :

$$u(x, y, z) = \Psi(x, y, z)e^{-ikz} \quad (3.31)$$

Si les variations de  $\Psi(x, y, z)$  selon  $z$  sont lentes devant la longueur d'onde et devant les variations transverses, alors  $\Psi(x, y, z)$  est solution de l'équation d'onde paraxiale :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad (3.32)$$

La solution la plus simple est le mode fondamental gaussien, et son expression est de la forme :

$$\Psi(x, y, z) = e^{-i[P(z) + \frac{k}{2q(z)}(x^2 + y^2)]} \quad (3.33)$$

Le paramètre  $P(z)$  représente la phase de l'onde, et le paramètre  $q(z)$  le rayon de courbure complexe qui décrit à la fois le profil gaussien de l'intensité du faisceau et le rayon de courbure du front d'onde. Par convention, le rayon de courbure complexe est défini comme suit :

$$\frac{1}{q(z)} \equiv \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{\pi\omega^2} \quad (3.34)$$

où  $R$  est le rayon de courbure de l'onde sphérique et  $\omega$  la demi-largeur de la distribution en intensité du faisceau. En reportant l'expression de  $\Psi(x, y, z)$  dans l'équation (3.32), on obtient les deux conditions suivantes :

$$q(z) = q_0 + z \quad (3.35)$$

$$\frac{dP(z)}{dz} = -\frac{i}{q(z)} \quad (3.36)$$

En combinant les deux expressions de  $q(z)$  à l'aide des équations (3.34) et (3.35) et en identifiant les parties imaginaires et réelles, on obtient l'expression du rayon de courbure et de la taille du faisceau tels que :

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{Z_R}{z} \right)^2 \right] \quad (3.37)$$

et

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{Z_R} \right)^2 \right] \quad (3.38)$$

où  $Z_R$  est la longueur de Rayleigh définie par la relation :

$$Z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda} \quad (3.39)$$

La taille du faisceau  $\omega(z)$  décrit une hyperbole dont une des asymptotes est l'axe incliné d'un angle  $\theta = \frac{\lambda}{\pi\omega_0}$  et qui correspond à la divergence du faisceau. La taille minimale du faisceau  $\omega_0$ , appelée "waist" ou "col" du faisceau, est obtenue pour un rayon de courbure infini, c'est-à-dire dans le plan où le front d'onde est celui d'une onde plane. L'expression de la phase  $P(z)$  est déduite de l'intégration de l'équation (3.36), soit :

$$e^{-iP(z)} = \frac{\omega_0}{\omega(z)} e^{i\Phi(z)} \quad (3.40)$$

où  $\Phi(z)$  est le déphasage de Gouy défini par :

$$\Phi(z) = \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right) \quad (3.41)$$

La solution la plus générale pour  $u$  est de la forme :

$$u(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega(z)} e^{-i(kz - \Phi)} e^{-(x^2 + y^2) \left( \frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{ik}{2R} \right)} \quad (3.42)$$

où le facteur  $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega_0}$  est le facteur de normalisation.

### 3.2.1.2 Les modes d'ordre supérieurs

On a considéré jusqu'à présent la solution la plus simple de l'équation d'onde paraxiale. Le mode fondamental appartient en fait à une des deux bases de solutions de l'équation (3.32), les modes supérieurs rectangulaires et les modes supérieurs cylindriques.

Les modes supérieurs rectangulaires, ou modes d'Hermite-Gauss, sont obtenus pour une fonction d'onde de la forme :

$$\Psi(x, y, z) = g\left(\frac{x}{w}\right) h\left(\frac{y}{w}\right) e^{-iP(z)} e^{-\frac{ik}{2q(z)}(x^2 + y^2)} \quad (3.43)$$

En introduisant l'expression de  $\Psi(x, y, z)$  dans l'équation d'onde, on en déduit que les fonctions  $g$  et  $h$  sont des polynômes d'Hermite, et qu'ainsi l'expression la plus générale

des modes hermitiens est l'ensemble des solutions :

$$u_{mn}(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{1}{2^{m+n}} \frac{1}{m!n!} \frac{1}{\omega(z)}} H_m \left( \frac{\sqrt{2}x}{\omega(z)} \right) H_n \left( \frac{\sqrt{2}y}{\omega(z)} \right) \times e^{-i(kz - \Phi(z))} e^{-\frac{ik}{2q(z)}(x^2 + y^2)} \quad (3.44)$$

où seul le déphasage et la structure transverse du faisceau sont différents, tandis que les paramètres  $\omega(z)$  et  $R(z)$  sont communs à tous les modes.

Le déphasage s'écrit :

$$\Phi(z) = (m + n + 1) \arctan \left( \frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right) \quad (3.45)$$

et les polynômes d'Hermite sont définis par :

$$H_n(X) = (-1)^n e^{X^2} \frac{\partial^n}{\partial X^n} e^{-X^2} \quad (3.46)$$

On retrouve l'expression du mode fondamental pour  $n = m = 0$ . Les modes supérieurs d'ordres 1 et 2 s'écrivent :

$$u_{10}(x, y, z) = \frac{2x}{\omega(z)} \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{1}{\omega(z)}} e^{-i(kz - \Phi)} e^{-\frac{ik}{2q(z)}(x^2 + y^2)} \quad (3.47)$$

$$u_{20}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{4x^2}{\omega^2(z)} - 1 \right) \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{1}{\omega(z)}} e^{-i(kz - \Phi)} e^{-\frac{ik}{2q(z)}(x^2 + y^2)} \quad (3.48)$$

La seconde base de solutions de l'équation d'onde paraxiale sont les modes dits de Laguerre-Gauss, exprimés en coordonnées cylindriques. Les polynômes d'Hermite sont remplacés par des polynômes de Laguerre  $L_p^m$ , où  $p$  est l'indice radial et  $m$  l'indice azimutal.

### 3.2.1.3 Un résonateur à deux miroirs

Intéressons-nous maintenant à la propagation d'une onde gaussienne à l'intérieur d'un résonateur optique composé de deux miroirs sphériques. Soient  $R_1$  et  $R_2$  les rayons de courbure des deux miroirs espacés d'une distance  $L$ , et soient  $z_1$  et  $z_2$  les distances des miroirs par rapport à la position initialement inconnue du waist du faisceau. Nous considérons par la suite des résonateurs stables constitués de miroirs de dimension grande devant la taille du faisceau, ceci afin de négliger les pertes par diffraction.

Afin que le faisceau gaussien revienne sur lui-même après réflexion sur le miroir, son rayon de courbure au contact du miroir doit être égal à celui du miroir, soit :

$$R(z_1) = -R_1 \quad (3.49)$$

$$R(z_2) = +R_2 \quad (3.50)$$

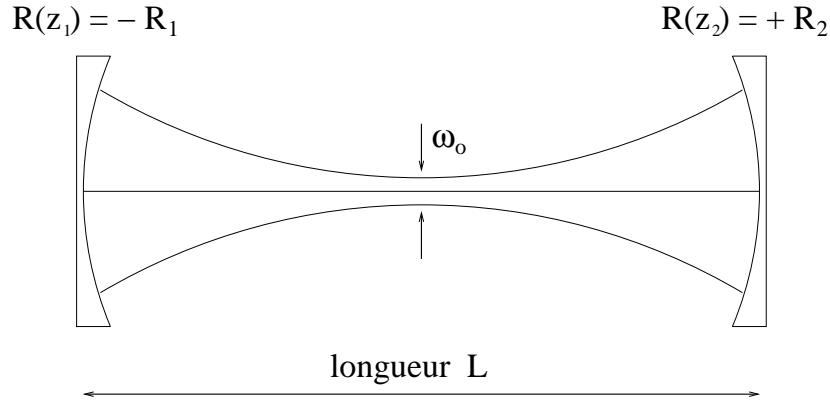


Figure 3.4: Structure d'un faisceau gaussien à l'intérieur d'une cavité résonante.

De l'équation (3.37) on obtient les égalités suivantes :

$$\begin{cases} z_1 + \frac{Z_R^2}{z_1} = -R_1 \\ z_2 + \frac{Z_R^2}{z_2} = +R_2 \end{cases} \quad (3.51)$$

et

$$L = z_2 - z_1 \quad (3.52)$$

Ainsi la position et la taille du waist sont entièrement déterminées par cet ensemble d'équations. Dans le cas d'un cavité symétrique où  $R_1 = R_2$ , alors :

$$z_2 = -z_1 = \frac{L}{2} \quad (3.53)$$

Le "col" du faisceau se situe au milieu du résonateur, et sa taille vaut :

$$\omega_0 = \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1+g}{1-g} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.54)$$

où  $g$  est le coefficient de stabilité de la cavité défini par :

$$g = 1 - \frac{L}{R} \quad (3.55)$$

On peut aussi définir la taille du faisceau sur les miroirs, soit :

$$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{\frac{2}{1+g}} \quad (3.56)$$

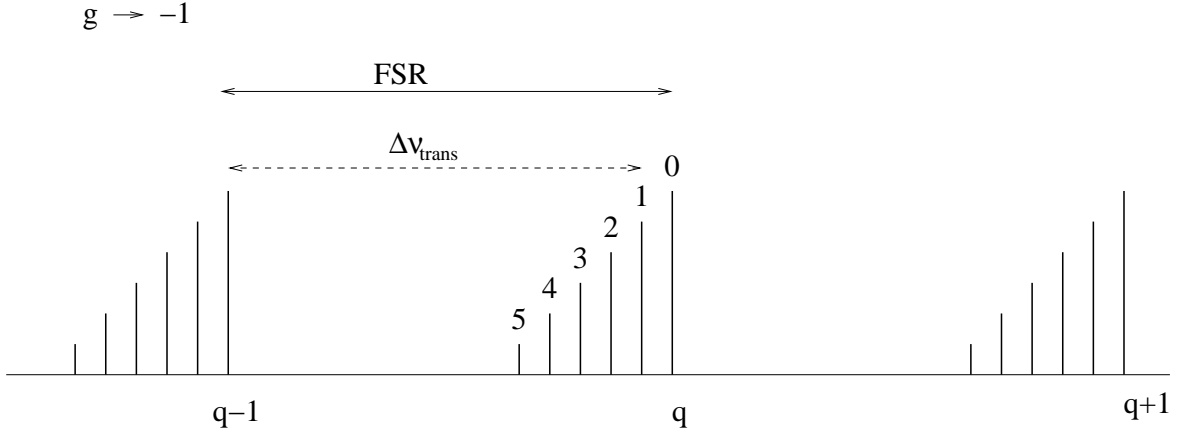


Figure 3.5: Fréquences des modes transverses dans un résonateur quasi-concentrique où  $g = 1 - L/R \rightarrow -1$ .

La condition de stabilité de la cavité est la condition pour laquelle les équations (3.54) et (3.56) sont définies, soit :

$$0 < g^2 < 1 \quad (3.57)$$

Les paramètres  $R(z)$  et  $\omega(z)$  du faisceau ainsi définis sont valables quel que soit le mode de résonance considéré. Cependant le terme de phase  $\Phi(z)$  est différent suivant les modes, et la condition de résonance dépendra du nombre de modes. Il y a résonance si la variation de phase pour un aller simple du faisceau est un multiple entier de  $\pi$  :

$$-k(z_2 - z_1) + [\Phi(z_2) - \Phi(z_1)] = -q\pi \quad (3.58)$$

Les fréquences de résonance des modes gaussiens  $TEM_{mnq}$  sont donc :

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left( q + \frac{1}{\pi} (m + n + 1) \arccos g \right) \quad (3.59)$$

La différence de fréquence entre deux résonances longitudinales  $\nu_{00q}$  successives, illustrée sur la figure 3.5, s'écrit donc :

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} = FSR \quad (3.60)$$

et on retrouve l'expression établie en (3.9), et la différence de fréquence entre deux modes transverses est donnée par :

$$\Delta\nu_{trans} = \frac{\arccos g}{\pi} \quad (3.61)$$

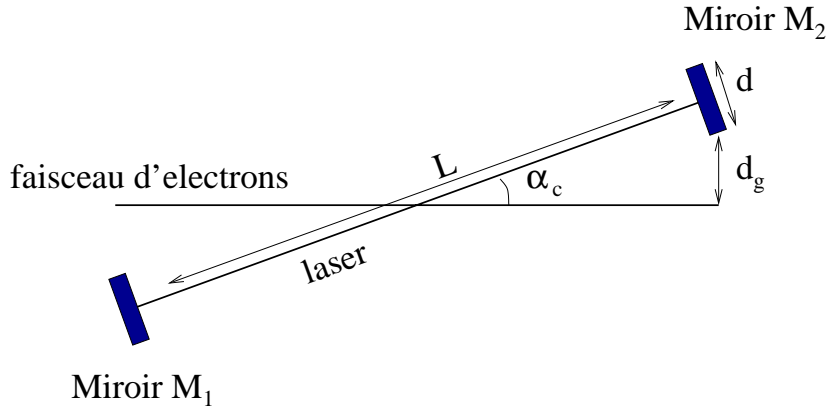


Figure 3.6: Angle de croisement entre le faisceau laser à l'intérieur de la cavité et le faisceau d'électrons.

### 3.2.1.4 Choix de la géométrie de notre cavité

Nous venons d'énoncer les propriétés des modes gaussiens qui se propagent dans un résonateur stable. Nous allons maintenant présenter les paramètres finaux retenus pour notre cavité, dont le choix était motivé par l'optimisation de la luminosité Compton.

On rappelle que l'expression de la luminosité, donnée par la relation (2.10), est :

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{I_e P_L G \lambda}{e h c^2} \frac{1}{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_\gamma^2}} \frac{(1 + \cos \alpha_c)}{\sin \alpha_c} \quad (3.62)$$

où  $P_L$  est la puissance du laser incident,  $\lambda$  sa longueur d'onde,  $G$  le gain de la cavité défini par l'équation (3.10),  $\sigma_\gamma$  et  $\sigma_e$  les demi-largeurs<sup>1</sup> des faisceaux de photons et d'électrons et  $\alpha_c$  l'angle de croisement des deux faisceaux.

La puissance et la longueur d'onde du faisceau sont imposées par le choix du laser, et le gain de la cavité est entièrement déterminé par les caractéristiques optiques des miroirs, à savoir les coefficients en intensité  $R$ ,  $T$  et  $P$  des miroirs. Ainsi, nous allons mener la discussion autour du choix des paramètres  $\sigma_\gamma$  et  $\alpha_c$ .

Considérons une cavité optique symétrique de longueur  $L$  et composée de deux miroirs diélectriques de rayon de courbure  $R_c$  et de diamètre  $d$ . Si ces miroirs sont disposés à une distance  $d_g$  du faisceau d'électrons comme illustré sur la figure 3.6, alors l'angle de croisement entre les deux faisceaux est déterminé par la relation :

$$\sin \alpha_c = \frac{d + 2d_g}{L} \quad (3.63)$$

$d_g$  est une distance de garde entre les miroirs et le faisceau d'électrons afin de minimiser les radiations sur les miroirs. Cette distance de garde est donnée égale à  $d_g = 5 \text{ mm}$

<sup>1</sup>Par convention, nous appelons  $\sigma$  la demi-largeur d'une distribution gaussienne à la distance  $1/\sqrt{e}$  et  $\omega$  la demi-largeur d'une distribution gaussienne à  $1/e^2$ . On vérifie aisément que  $\omega = 2\sigma$ .

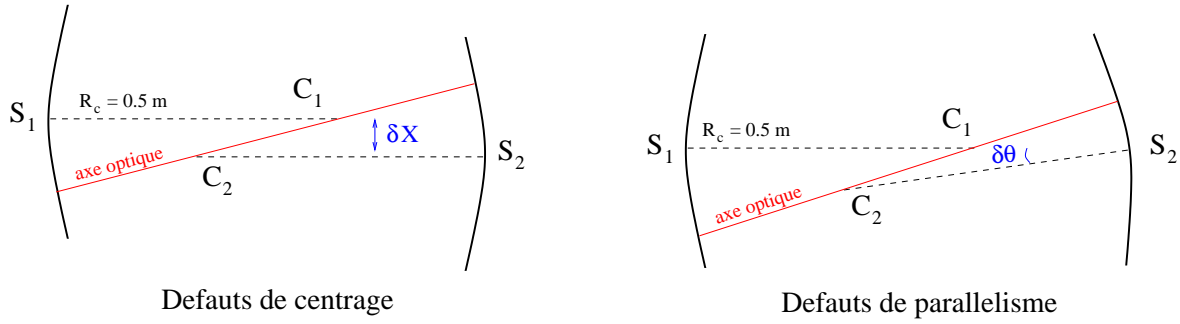


Figure 3.7: Défauts de centrage et de parallélisme lors du positionnement des miroirs.

compte tenu des contraintes du faisceau d'électrons de JLab. L'angle  $\alpha_c$  sera d'autant plus faible que la longueur de la cavité sera grande et le diamètre des miroirs petit. Cependant, une taille trop petite des miroirs peut entraîner des pertes supplémentaires par diffraction sur les bords des miroirs lors de l'amplification du faisceau dans la cavité. Dans ce cas, le gain de la cavité s'écrit en fonction des pertes par diffraction selon :

$$G_{max} = \frac{(1 - P_{diff})T}{(1 - R(1 - P_{diff}))^2} \quad (3.64)$$

Pour assurer une valeur optimale de gain, les pertes par diffraction doivent être négligeables ( $P_{diff} < 1ppm$ ). Elles dépendent du diamètre des miroirs, de la taille du faisceau sur le miroir, ainsi que de la position de l'axe optique de la cavité par rapport à son axe mécanique<sup>1</sup>. L'incertitude sur cette position résulte des défauts de décentrage  $\delta X$  des miroirs et des défauts de parallélisme  $\delta\theta$  comme cela est illustré sur la figure 3.7.

Les spécifications mécaniques de notre cavité à Jefferson Lab. sont  $\delta X = 100 \mu m$  et  $\delta\theta = 300 \mu rad$ . La taille minimum requise pour négliger les pertes par diffraction est  $d = 7 mm$ . Les miroirs choisis pour notre cavité ont un diamètre de  $10 mm$ .

Ainsi il nous reste à déterminer la longueur de la cavité adéquate, la plus grande possible pour minimiser l'angle de croisement. La longueur de la cavité intervient aussi dans l'expression du waist  $\omega_0 = 2\sigma_\gamma$  que l'on veut de l'ordre de  $200 \mu m$ . Elle est donc choisie selon des critères reposant sur la taille du faisceau au waist et de l'angle de croisement, et sur des critères de stabilité de la cavité. De plus, l'espace disponible est de 1 mètre au plus pour l'installation de la cavité sur le site de l'accélérateur de TJNAF.

Nous ne disposons que de deux jeux de miroirs différents ayant les caractéristiques optiques exigées à la longueur d'onde  $\lambda = 1064 nm$ . Ils ont respectivement un rayon de courbure de  $R_c = 0.5 m$  et  $R_c = 1 m$ . Ces conditions nous ont fait choisir les miroirs

<sup>1</sup>L'axe optique de la cavité est défini par les deux centres de courbure des miroirs, tandis que l'axe mécanique est défini par les deux centres physiques des miroirs.

de 0.5 m de rayon de courbure, pour lesquels la luminosité est maximale, avec une longueur de cavité égale à  $L = 85 \text{ cm}$ . Le facteur de stabilité est égal à  $g = -0.7$ , et la taille du faisceau au waist définie par la cavité vaut :

$$\omega_0 = 246 \mu\text{m} \quad (3.65)$$

### 3.2.2 Couplage du faisceau laser à la cavité

Le gain maximum disponible dans la cavité dépend des caractéristiques optiques des miroirs, mais aussi du couplage du laser incident dans le mode fondamental de la cavité, selon la relation :

$$G_{cav} = \alpha_{00} G_{max} \quad (3.66)$$

où  $\alpha_{00}$  est le coefficient de couplage dans le mode  $TEM_{00q}$ .

Le couplage comprend la focalisation du faisceau et son alignement sur l'axe optique de la cavité. Nous allons étudier les conséquences d'un éventuel défaut de focalisation ou d'alignement du faisceau incident sur la cavité, et exposer les procédures de réglage adoptées pour notre cavité à JLab.

#### 3.2.2.1 Focalisation du faisceau

La focalisation consiste à adapter convenablement le faisceau au résonateur, c'est-à-dire à amener le faisceau au centre de la cavité avec un waist égal à  $\omega_0 = 246 \mu\text{m}$ . Nous énonçons les défauts théoriques qu'engendre une mauvaise adaptation du faisceau sur la cavité, puis nous décrivons le réglage utilisé à JLab pour focaliser le faisceau dans la cavité Fabry-Perot.

#### Défauts théoriques de focalisation du faisceau

Les défauts de focalisation du faisceau dans la cavité peuvent avoir deux origines différentes. Soit ils sont la conséquence d'un mauvais couplage du faisceau incident dont la taille au waist diffère de celle imposée par la géométrie de la cavité, soit ces défauts proviennent d'un décalage de la position du waist par rapport au centre de la cavité. Le développement qui suit est issu du formalisme adopté par [107]. En particulier, nous nous limitons pour l'étude de la fonction d'onde à une seule dimension, le problème étant symétrique en  $x$  et  $y$ .

Dans le cas où le waist a une taille différente de la taille attendue, alors la fonction d'onde s'écrit d'après la relation (3.42) :

$$u(x, z = 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega(z)} e^{-\frac{x^2}{\omega^2(z)}} \quad (3.67)$$



où  $\omega(z) = \omega_0(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0})$ .

Dans l'approximation d'un faible écart  $\delta\omega$  par rapport à la taille du faisceau  $\omega_0$ , la fonction d'onde peut se décomposer selon les fonctions d'onde d'ordres supérieurs, soit :

$$u(x, z = 0) = u_{00} + \frac{\delta\omega}{\omega_0} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} u_{20} - \frac{1}{2} u_{00} \right) \quad (3.68)$$

où  $u_{00}$  et  $u_{20}$  sont respectivement les fonctions d'onde du mode fondamental et du mode hermitien d'ordre 2 défini par l'équation (3.48).

Un défaut d'adaptation se traduit par le couplage du faisceau incident dans le mode fondamental et le mode d'ordre 2 de la cavité.

De même, imaginons que la position du waist soit décalée d'une distance  $d$  par rapport au centre de la cavité. Alors le rayon de courbure de l'onde et la taille du faisceau au centre de la cavité sont, d'après les relations (3.37) et (3.38) :

$$\frac{1}{R(d)} = \frac{d}{Z_R^2} \left[ 1 - \left( \frac{d}{Z_R} \right)^2 \right] \quad (3.69)$$

$$\omega^2(d) = \omega_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{d}{Z_R} \right)^2 \right] \quad (3.70)$$

La fonction d'onde s'écrit comme :

$$u(x, z = 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega(d)} e^{-\frac{x^2}{\omega^2(d)}} e^{-\frac{ikx^2}{2R(d)}} \quad (3.71)$$

En supposant que  $d \ll Z_R$ , la fonction d'onde peut se mettre sous la forme :

$$u(x, z = 0) = u_{00} - i \frac{d}{Z_R} \left( \frac{\sqrt{2}}{4} u_{20} + \frac{1}{4} u_{00} \right) \quad (3.72)$$

Le faisceau se couple à la cavité dans son mode fondamental et dans le mode d'ordre 2 avec un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport au mode fondamental.

Ces deux effets se traduisent donc par une perte de puissance dans les modes non longitudinaux. Une bonne adaptation du faisceau dans la cavité est nécessaire pour obtenir le maximum de puissance dans le mode fondamental longitudinale.

### La focalisation du faisceau

L'objectif est de disposer d'un faisceau incident ayant une taille au waist égale à  $246 \mu m$  et placé le plus précisément possible au centre de la cavité afin d'éviter le

couplage dans les modes d'ordres supérieurs. Dans ce but, nous pouvons modéliser l'évolution de la taille du faisceau le long de sa trajectoire en fonction des dispositifs optiques rencontrés. Le principe consiste alors à déterminer les focales des lentilles disposées sur le trajet du faisceau en connaissant la taille du faisceau à la sortie du laser et celle que l'on désire établir à l'intérieur de la cavité.

Nous rappelons que si  $d_1$  et  $d_2$  sont les distances des plans de focalisation du faisceau à une lentille d'adaptation de focale  $f$ , et si  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont les waist du faisceau selon le schéma de la figure 3.8, alors on a :

$$\omega_2 = M\omega_1 \quad (3.73)$$

$$d_2 - f = M^2(d_1 - f) \quad (3.74)$$

où  $M$  est la fonction de transfert de la lentille telle que :

$$M = \frac{|f|}{\sqrt{(d_1 - f)^2 + \left(\frac{\pi\omega_1^2}{\lambda}\right)^2}} \quad (3.75)$$

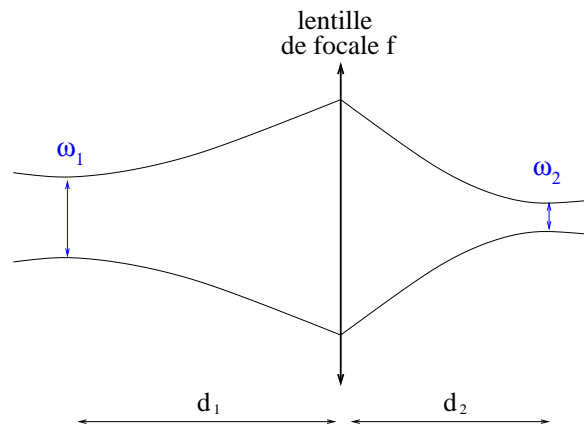


Figure 3.8: Structure d'un faisceau gaussien au passage d'une lentille d'adaptation.

La détermination des positions et des focales des lentilles est cependant subordonnée à l'ouverture optique et à la sensibilité de certains dispositifs optiques se situant sur le trajet du faisceau.

En effet, nous avons voulu laisser la possibilité d'installer indifféremment une cellule de Pockels ou une lame quart d'onde pour réaliser le renversement de la polarisation du faisceau. La cellule de Pockels a l'avantage de faire basculer la polarisation du faisceau à une fréquence de 700 Hz tout en maintenant l'état de résonance dans la cavité, contre une durée de 40 secondes pour la lame quart d'onde. Elle possède une ouverture de  $3 \times 3 \text{ cm}^2$ , ce qui impose que le faisceau soit collimaté sur toute la longueur de la cellule.

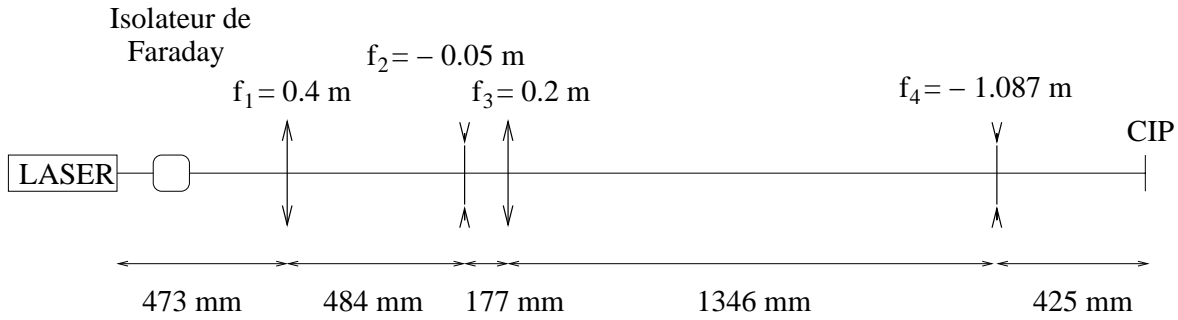


Figure 3.9: Disposition des lentilles d'adaptation le long du trajet optique.

Cependant, la cellule de Pockels n'ayant pas survécu aux tests à Saclay, ce fut la lame quart d'onde qui fut montée sur la table optique lors de l'installation en Février 1999. D'autre part, il a fallu tenir compte de la sensibilité de l'isolateur optique de Faraday (IOF). Situé à quelques centimètres du boîtier laser, son rôle est d'isoler le laser des réflexions parasites. Or il ne supporte que des puissances inférieures à  $500 \text{ W/cm}^2$ . De plus, l'isolateur de Faraday déforme la structure du faisceau lors de sa traversée.

La mesure au waist du faisceau initial est réalisée à l'aide d'un profilomètre Photonics à balayage de fentes. La mesure fournit un waist placé à 54 mm du boîtier laser et dont les dimensions transverses sont  $\omega_x = 198 \mu\text{m}$  et  $\omega_y = 143 \mu\text{m}$ . En conséquence, l'isolateur de Faraday est disposé, selon l'évolution de la densité de puissance du faisceau, à une distance de 10 cm du waist laser. La densité de puissance à l'entrée de l'isolateur est de l'ordre de  $300 \text{ W/cm}^2$ . A la sortie de l'isolateur, la structure du faisceau est telle que le waist serait situé à 80 mm du boîtier laser avec pour caractéristiques  $\omega_x = 224 \mu\text{m}$  et  $\omega_y = 162 \mu\text{m}$ , soit un waist moyen égal à  $\omega_i = 193 \mu\text{m}$ .

Enfin, le miroir d'entrée de la cavité est modélisé par une lentille divergente de focale  $f_m = -1.087 \text{ m}$  selon la relation :

$$f_m = \frac{-R_c}{n-1} \quad \text{où} \quad n = 1.46 \text{ à } \lambda = 1064 \text{ nm} \quad (3.76)$$

A ce titre, la focalisation du faisceau doit être obtenue à une distance de 109 mm en amont du CIP avec un waist moyen égal à  $\omega_f = 175 \mu\text{m}$ . Dans ce cas, la mise en place de la cavité restituera la structure attendue au faisceau, c'est-à-dire un waist de  $246 \mu\text{m}$  placé au centre de la cavité.

L'ensemble de ces considérations nous ont fait choisir un système d'adaptation composé de trois lentilles. Elles sont disposées sur la ligne faisceau selon la figure 3.9. La première lentille, de nature convergente, a pour focale  $f_1 = 0.4 \text{ m}$  et est placée à une distance de 473 mm de la sortie du boîtier laser. Elle assure la collimation du faisceau au passage de la cellule de Pockels. La seconde lentille, divergente, est située à une distance de 957 mm du boîtier laser et a pour focale  $f_2 = -0.05 \text{ m}$ . Enfin la troisième lentille de

focale  $f_3 = 0.2 \text{ m}$  est disposée à la distance de 1134 mm du laser. L'évolution de la taille du faisceau en fonction de la distance au boîtier laser est représentée figure ??.

Finalement on optimise le couplage dans la cavité manuellement grâce à la motorisation de la position des lentilles.

### 3.2.2.2 Alignement du faisceau

L'alignement du faisceau consiste à amener le faisceau sur la direction de l'axe optique de la cavité. Nous rappelons les conséquences d'un défaut d'alignement, puis nous décrivons la procédure de couplage.

#### Défauts théoriques d'alignement du faisceau

Les défauts d'alignement peuvent être dus à un décalage du faisceau incident parallèlement à l'axe optique de la cavité, ou à une déviation angulaire du faisceau par rapport à ce même axe.

Selon les mêmes conventions que précédemment, considérons que le faisceau incident soit décalé d'une quantité  $\delta x$  par rapport à l'axe optique. La fonction d'onde s'écrit dans ce cas :

$$u(x, z = 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega_0} e^{-\frac{(x+\delta x)^2}{\omega_0^2}} \quad (3.77)$$

Si l'on suppose que le décalage transverse est petit, soit  $\delta x \ll 1$ , alors on peut écrire au premier ordre que :

$$u(x, z = 0) = u_{00} - \frac{\delta x}{\omega_0} u_{10} \quad (3.78)$$

Le faisceau incident se couple avec le mode fondamental et le mode d'ordre 1 de la cavité.

Si le faisceau est incliné d'un angle  $\theta_x$  par rapport à l'axe optique de la cavité, la fonction d'onde s'écrit :

$$u(x, z = 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega_0} e^{-\frac{x^2}{\omega_0^2}} e^{ik\theta_x x} \quad (3.79)$$

Un développement au premier ordre fournit :

$$u(x, z = 0) = u_{00} + i \frac{\pi \omega_0}{\lambda} \theta_x u_{10} \quad (3.80)$$

Le couplage du faisceau incident dans le cas d'un décalage angulaire se réalise dans le mode fondamental et le mode d'ordre 1 en déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport au mode fondamental.

L'alignement du faisceau incident sur l'axe optique de la cavité est important pour réaliser un bon couplage dans le mode fondamental.

### L'alignement du faisceau

Nous venons de décrire les défauts d'alignement qui interviennent dans la direction transverse  $x$ . Par symétrie cylindrique, les mêmes défauts s'appliquent à la direction  $y$ , et il s'agit donc de contrôler la direction du faisceau incident selon les quatre degrés de liberté  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\theta_x$  et  $\theta_y$ .

Nous disposons pour cela d'un périscope de deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$  placés en amont de la cavité. Ils sont disposés sur des supports motorisés *Polytec Physik Instrumente*, contrôlables à distance par voie RS232. L'orientation de ces miroirs est assez précise puisqu'une résolution de l'ordre de la seconde d'arc est obtenue avec l'utilisation de ces moteurs.

La calibration des moteurs a permis de concevoir une procédure de couplage optimisant les mouvements du faisceau incident. En effet, les défauts angulaires se corrigent avec le miroir  $M_2$ , qui est le miroir situé le plus près de la cavité. Les défauts dus à un décalage transverse se compensent par la combinaison des mouvements des deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$ .

L'optimisation du couplage de la cavité s'effectue sur des critères de puissance intracavité dans le mode fondamental. Un certain nombre d'éléments de détection sont situés sur la table optique pour nous aider dans la procédure de réglage. Une caméra CCD placée en sortie de cavité permet de visualiser la répartition transverse de l'énergie du faisceau transmis, et donc de contrôler le mode de résonance. Deux photodiodes situées respectivement en amont et en aval de la cavité détectent l'intensité de l'onde réfléchie et transmise par la cavité. De même, un dispositif composé de deux sphères intégrantes et disposé en sortie de cavité mesure la puissance transmise par la cavité. Ces trois mesures de puissance fournissent indépendamment une estimation de la puissance à l'intérieur de la cavité. Le critère de réglage du couplage du faisceau incident sur la cavité consiste à maximiser la puissance disponible dans la cavité. Nous avons cependant observé quelques mouvements de position de la cavité par rapport à la table optique. Pour compenser ces effets dus aux vibrations mécaniques de l'environnement et aux dilatations des supports, cette procédure doit être effectuée une à deux fois par jour.

Nous venons de décrire les procédures d'optimisation du couplage du faisceau sur la cavité qui se composent d'un réglage de focalisation et d'un réglage d'alignement du faisceau. Nous allons maintenant exposer la mesure de finesse de la cavité par la méthode du temps de décroissance de la cavité.

### 3.2.3 La finesse de la cavité

La finesse d'une cavité résonante caractérise son facteur d'amplification. Nous exposons le principe de la mesure de la finesse par la méthode du temps de décroissance de la cavité, puis nous montrerons qu'à l'aide d'un bilan de puissance nous pouvons déduire le coefficient de couplage du faisceau incident dans le mode fondamental de la cavité, ainsi que les caractéristiques optiques des miroirs.

#### 3.2.3.1 Mesure de la finesse par la méthode du temps de décroissance

La finesse de la cavité est entièrement définie par le coefficient de réflexion des miroirs selon la formule (3.12). Donné à  $R = 0.99988\%$  par le constructeur, on s'attend à une finesse de l'ordre de  $\mathcal{F} = 26000$ . Une première mesure de la finesse a été effectuée par la mesure de la bande passante de la cavité (cf. § 3.1.3) et fournit une finesse égale à  $\mathcal{F} = 23700$ .

La cavité Fabry-Perot, en régime stationnaire, admet un gain maximum défini par l'équation (3.10). Si l'on coupe brutalement le laser incident, alors l'énergie dans la cavité décroît exponentiellement et on a la relation :

$$G(t) = G_{max} e^{-\frac{t}{T_d}} \quad (3.81)$$

où  $T_d$  est le temps de décroissance ou de vidage de la cavité.

Si  $\tau = \frac{2L}{c}$  est le temps nécessaire pour que l'onde intracavité puisse effectuer un aller et retour dans la cavité, alors on peut écrire [109] :

$$T_d = \frac{\tau}{2(1 - R)} \quad (3.82)$$

Cette expression, combinée à l'expression de la finesse, conduit à :

$$\mathcal{F} = 2\pi \frac{T_d}{\tau} \quad (3.83)$$

En conséquence, la finesse de la cavité peut être déterminée grâce à la mesure du temps de décroissance de la cavité. Expérimentalement on interrompt le faisceau incident en coupant l'alimentation du laser par la fonction *Standby*. Il devient alors nécessaire de déconvoluer le temps de décroissance de la cavité par le temps de décroissance du laser lui-même.

La décroissance de la puissance du laser est représentée sur la figure 3.10 en fonction du temps. La décroissance suit en première approximation une loi exponentielle décroissante de la forme :

$$P_{laser}(t) = A e^{-\frac{t}{T_L}} \quad (3.84)$$

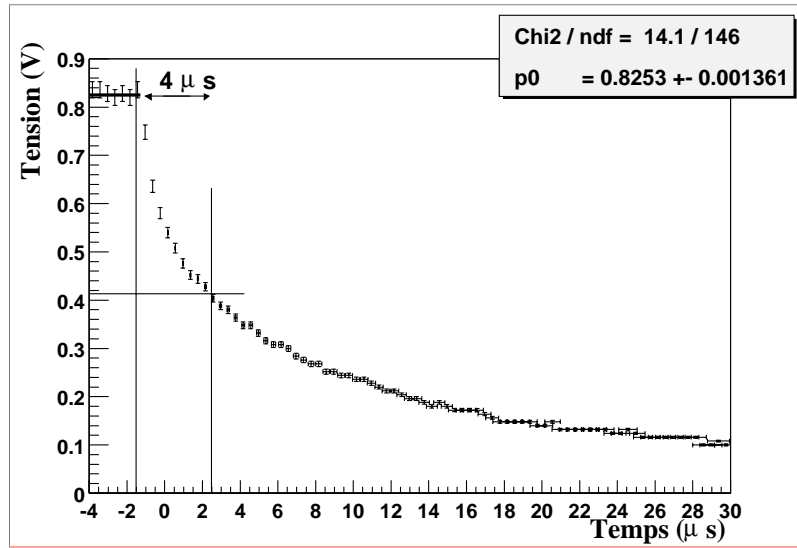


Figure 3.10: Décroissance de la puissance du laser lors du Standby.

où  $T_L$  est le temps de décroissance caractéristique du laser. La puissance chute de 50% en  $4 \mu\text{s}$ , ce qui conduit à [104] :

$$\frac{P_{laser}(4 \mu\text{s})}{P_{laser}(0)} = 0.5 \quad (3.85)$$

d'où un temps caractéristique égal à  $T_L = 6 \mu\text{s}$ .

Le gain de la cavité, déconvolué de la décroissance du laser, peut alors s'écrire sous la forme générale :

$$G(t) = G_{max} \frac{T_L}{T_d - T_L} \left( T_d e^{-\frac{t}{T_d}} - T_L e^{-\frac{t}{T_L}} \right) \quad (3.86)$$

L'ajustement de cette fonction sur les points expérimentaux de la décroissance de l'énergie emmagasinée dans la cavité (cf. figure 3.11) conduit à un temps de décroissance de l'ordre de  $T_d = 26.8 \mu\text{s} \pm 0.5 \mu\text{s}$ , ce qui implique une valeur de la finesse égale à  $\mathcal{F} = 29700 \pm 500$ .

### 3.2.3.2 Bilan de puissance de la cavité

Le bilan de puissance permet de déterminer les caractéristiques R, T et P des miroirs, ainsi que la mesure du coefficient de couplage  $\alpha_{00}$  du faisceau incident dans le mode fondamental de la cavité.

En effet, les puissances réfléchies par la cavité hors asservissement et en asservissement ainsi que la puissance transmise par la cavité s'écrivent en fonction de la puissance

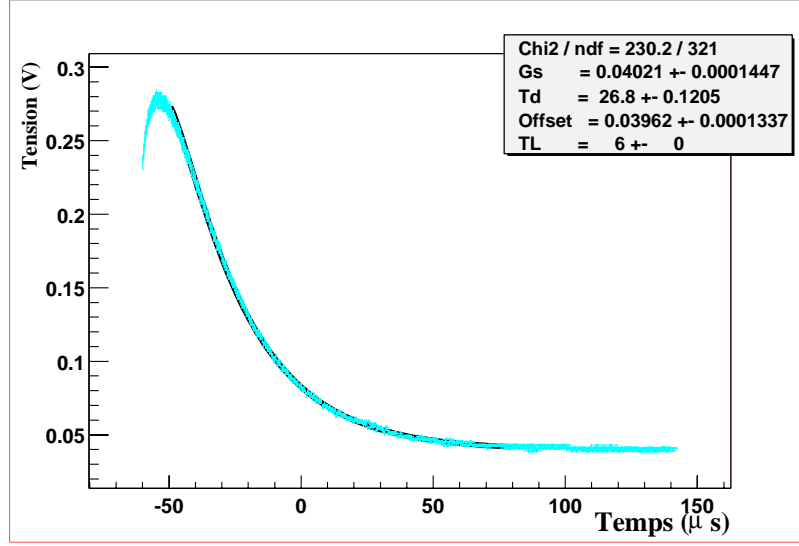


Figure 3.11: Décroissance de la puissance lors du vidage de la cavité (Décembre 2000).

incidente comprise dans la bande centrale  $P_i^{cent}$  et dans les deux bandes latérales  $P_i^{lat}$ , selon les relations :

$$P_r^{na} = R (P_i^{cent} + P_i^{lat}) \quad (3.87)$$

$$P_r^a = \alpha_{00} R_{cav} P_i^{cent} + (1 - \alpha_{00}) R P_i^{cent} + R P_i^{lat} \quad (3.88)$$

$$P_t = \alpha_{00} T_{cav} P_i^{cent} \quad (3.89)$$

Les coefficients  $R_{cav}$  et  $T_{cav}$  sont les coefficients de réflexion et de transmission de la cavité définis par :

$$R_{cav} = H_r^2(0) = \frac{1}{(1 + \beta)^2} \quad (3.90)$$

$$T_{cav} = \frac{I_t(0)}{I_i(0)} = \frac{R\beta^2}{(1 + \beta)^2} \quad (3.91)$$

où  $\beta$  est défini comme le rapport  $\beta = \frac{P}{T}$ . L'expression du coefficient  $\beta$  se déduit de ces relations, et on obtient :

$$\beta = \frac{1}{2} \left[ \frac{P_i}{P_t} \left( 1 - \frac{P_r^a}{P_r^{na}} \right) - 1 \right] \quad (3.92)$$

où  $P_i$  est la puissance incidente totale telle que  $P_i = P_i^{cent} + P_i^{lat}$ . De même l'expression du coefficient de couplage dans le mode fondamental de la cavité s'écrit :

$$\alpha_{00} = \frac{P_t}{4P_i} \left[ 1 + \frac{P_i}{P_t} \left( 1 - \frac{P_r^a}{P_r^{na}} \right) \right]^2 \left( 1 + \frac{P_i^{lat}}{P_i^{cent}} \right) \quad (3.93)$$



En pratique, les mesures de puissance en reflexion  $P_r^{na}$  et  $P_r^a$  sont réalisées à l'aide d'une même photodiode. Ainsi le rapport des puissances  $\frac{P_r^a}{P_r^{na}}$  est égal au rapport des tensions lues aux bornes de la photodiode. En revanche, les puissances incidente et transmise ( $P_i$  et  $P_t$ ) se mesurent respectivement à l'aide de la sphère intégrante  $S_3$  et du couple de sphères intégrantes  $S_1$  et  $S_2$ . Il est essentiel pour comparer ces grandeurs que les sphères intégrantes soient calibrées.

Le système de détection qui permet de mesurer la puissance incidente est situé juste derrière le premier miroir motorisé  $M_1$ . Le coefficient de calibration  $K_\epsilon$  de la sphère  $S_3$  a été déterminé sur site et sa valeur est donnée dans le tableau 3.1. La puissance incidente peut s'écrire comme :

$$P_i = K_\epsilon P_{S_3} \quad (3.94)$$

La mesure de la puissance transmise est effectuée à l'aide des deux sphères intégrantes  $S_1$  et  $S_2$  placées après le cube séparateur de Wollaston sur la ligne de sortie. Ce dispositif de contrôle permet aussi de réaliser une mesure de la polarisation du faisceau laser, et est décrit plus en détail dans le paragraphe (§ 3.3.3.3). Les coefficients de calibration de chacune des sphères sont respectivement  $K_{S_1}$  et  $K_{S_2}$ . On introduit aussi un coefficient  $K_s$  qui représente la fonction de transfert en puissance entre le CIP et le système de mesure. La valeur de ces trois coefficients est donnée dans le tableau 3.1 pour chacune des polarisations du faisceau. La puissance transmise par la cavité s'écrit finalement :

$$P_t = K_s(K_{S_1}P_{S_1} + K_{S_2}P_{S_2}) \quad (3.95)$$

En particulier, on a mesuré pendant la prise de données de l'expérience  $G_E^p$  un coefficient de couplage et un paramètre  $\beta$  pour la polarisation droite du laser par exemple tels que :

$$\alpha_{00} = 93.5\% \pm 0.1\% \quad (3.96)$$

$$\beta = 0.214 \pm 0.015 \quad (3.97)$$

Le couplage apparemment faible de 93.5 % tient compte de la perte de puissance emportée par les deux bandes latérales utilisées pour l'asservissement en fréquence.

Pour déterminer la puissance intracavité, nous devons évaluer les coefficients en intensité R, T et P des miroirs. Reprenons pour cela les expressions suivantes :

$$\beta = \frac{P}{T} \quad \text{et} \quad P + T = \frac{\pi}{\mathcal{F}} \quad (3.98)$$

On en déduit que la transmission et les pertes des miroirs sont de la forme :

$$T = \frac{\pi}{\mathcal{F}(1 + \beta)} \quad (3.99)$$

$$P = \pi\beta\mathcal{F}(1 + \beta) \quad (3.100)$$

	Gauche	Droite
Coefficient de calibration en entrée $K_e$ ( $10^5$ )	$2.36 \pm 0.03$	$2.44 \pm 0.03$
Puissance incidente $P_i$ (mW)	$202.64 \pm 0.01$	$202.40 \pm 0.01$
Coefficient de calibration $K_{S1}$ ( $10^3$ )	$0.238 \pm 0.002$	$0.238 \pm 0.002$
Coefficient de calibration $K_{S2}$ ( $10^3$ )	$0.268 \pm 0.002$	$0.268 \pm 0.002$
Puissance $P_{S1}$ (mW)	$1.06 \pm 0.01$	$108.65 \pm 0.01$
Puissance $P_{S2}$ (mW)	$111.57 \pm 0.01$	$0.72 \pm 0.01$
Coefficient de calibration en sortie $K_s$	$1.162 \pm 0.002$	$1.152 \pm 0.002$
Puissance transmise $P_t$ (mW)	$130.88 \pm 0.01$	$125.99 \pm 0.01$
Niveau PDR non-asservi	$714.0 \pm 0.1$	$734.6 \pm 0.1$
Niveau PDR asservi	$109.8 \pm 0.1$	$115.0 \pm 0.1$
Niveau PDR d'obscurité	$37.6 \pm 0.1$	$37.6 \pm 0.1$
Temps de décroissance de la cavité ( $\mu s$ )	$27.2 \pm 0.5$	$26.8 \pm 0.5$
Finesse	$30200 \pm 500$	$29700 \pm 500$
Bande passante (kHz)	$2.91 \pm 0.01$	$2.97 \pm 0.01$
Coefficient de couplage $\alpha_{00}$	$93.5\% \pm 0.1\%$	$93.6\% \pm 0.1\%$
Coefficient de pertes $\beta$	$0.192 \pm 0.015$	$0.214 \pm 0.015$
Pertes $A + D$ (ppm)	$17 \pm 1$	$19 \pm 1$
Transmission T (ppm)	$87 \pm 2$	$87 \pm 2$
Gain $G_{max}$	$8080 \pm 80$	$7790 \pm 80$
Puissance intra-cavité $P_{cav}$ (W)	$1515 \pm 20$	$1460 \pm 20$

Tableau 3.1: Bilan de puissance de la cavité Fabry-Perot sur site à TJNAF au 12/00.

Finalement les caractéristiques des miroirs valent, pour la polarisation droite du faisceau de photons :

$$T = 87 \text{ ppm} \pm 2 \text{ ppm} \quad \text{et} \quad P = 19 \text{ ppm} \pm 1 \text{ ppm} \quad (3.101)$$

et la puissance intracavité est de l'ordre de :

$$P_{cav} = 1460 \text{ W} \pm 20 \text{ W} \quad (3.102)$$

### 3.3 La polarisation du faisceau de photons

Nous rappelons brièvement la notion de polarisation d'une onde électromagnétique, et nous introduisons les outils nécessaires à la description de sa propagation. Puis nous décrivons la démarche qui permet d'obtenir la polarisation circulaire au centre de la cavité la plus grande possible. Enfin nous exposons le système de mesure de la polarisation mise en place à TJNAF.

### 3.3.1 Polarisation de la lumière

Dès que l'on s'intéresse à la notion de polarisation de la lumière, on introduit de fait la notion de champ électrique se propageant dans un milieu. L'étude de la polarisation impose donc une description de la lumière de nature vectorielle. Nous allons définir l'état de polarisation général, puis décrire son évolution lors de la propagation de la lumière.

#### 3.3.1.1 Représentation d'un état de polarisation

Considérons une onde plane monochromatique de vecteur d'onde  $\vec{k}$  qui se propage suivant la direction de l'axe ( $Oz$ ) dans un milieu isotrope. Le vecteur champ électrique associé à une telle onde peut être écrit sous la forme :

$$\vec{\xi}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y, t) e^{ikz} \quad (3.103)$$

où  $\vec{E}(x, y, t)$  est un vecteur complexe situé dans le plan d'onde ( $xOy$ ) et qui caractérise l'état de polarisation de l'onde. Les deux composantes du champ, qui oscillent à la fréquence angulaire  $\omega$  avec une différence de phase  $\delta$ , sont définies dans le cas général par :

$$\vec{E}(x, y, t) = \begin{pmatrix} E_x e^{-i\omega t} \\ E_y e^{-i\omega t + i\delta} \end{pmatrix} \quad (3.104)$$

où  $E_x$  et  $E_y$  sont des constantes réelles, et la phase  $\delta$  est définie à  $2\pi$  près.

Les composantes réelles de l'état de vibration dans le plan d'onde  $z = 0$  s'écrivent sous la forme d'un système d'équations paramétriques selon :

$$E_{\text{réel}}^{\vec{}}(x, y, t) = \begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \cos(\omega t) \\ E_y \cos(\omega t - \delta) \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

Si le déphasage  $\delta$  est compris entre 0 et  $\pi$ , le vecteur induction électrique  $\vec{\xi}$  tourne dans le sens trigonométrique direct, où le sens d'observation est défini par la direction opposée à la direction de propagation de l'onde selon les conventions de notation de S. Huard [111]. La polarisation est dite de rotation gauche, et l'hélicité est définie positive. Si au contraire  $\delta$  est compris entre  $-\pi$  et 0, le sens de rotation est rétrograde (sens des aiguilles d'une montre), la rotation est dite droite et l'hélicité est définie négative.

On peut montrer que les composantes du vecteur  $\vec{E}$  vérifie la relation, après élimination du terme  $\cos \omega t$  dans l'équation (3.105) :

$$\frac{X^2(t)}{E_x^2} + \frac{Y^2(t)}{E_y^2} - 2 \frac{X(t)Y(t)}{E_x E_y} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (3.106)$$

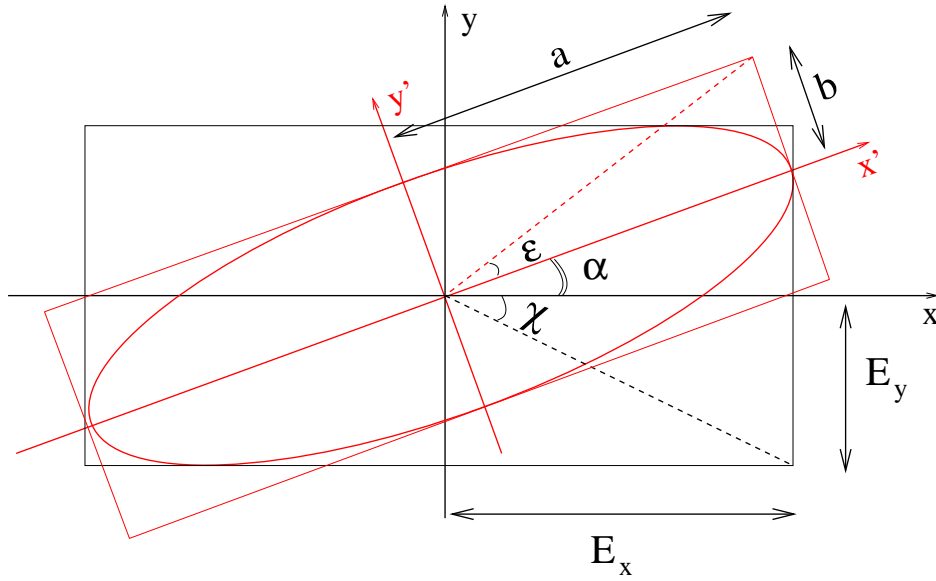


Figure 3.12: Représentation d'un état de polarisation.

L'extrémité du vecteur induction électrique décrit dans le cas le plus général une ellipse dont les axes ne sont pas parallèles aux axes de référence ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ). Ils ont subi une rotation d'un angle  $\alpha$  tel que :

$$\tan(2\alpha) = \frac{2E_x E_y}{E_x^2 - E_y^2} \cos \delta \quad (3.107)$$

où  $\alpha$  est défini à  $\frac{\pi}{2}$  près.

L'ellipse de polarisation est représentée figure 3.12, où  $a$  et  $b$  sont les longueurs des demi-axes de cette ellipse, qui se déduisent de l'équation (3.106) par un changement d'axes judicieux. On définit l'ellipticité  $\epsilon$  telle que :

$$\tan \epsilon = \frac{b}{a} \quad (3.108)$$

et la quantité :

$$\tan \chi = \frac{E_y}{E_x} \quad (3.109)$$

Deux configurations de l'état de polarisation se distinguent du cas général :

- Si  $\delta = 0$  ou  $\pi$ , l'extrémité du vecteur induction électrique décrit un segment de droite dans le plan d'onde et la polarisation est dite rectiligne.

- Si  $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$  et  $E_x = E_y$ , l'extrémité du vecteur induction électrique décrit un cercle dans le plan d'onde et la polarisation est dite circulaire. On distingue une lumière circulaire gauche ( $\delta = \frac{\pi}{2}$ ) d'une lumière circulaire droite ( $\delta = -\frac{\pi}{2}$ ).

Par la suite, nous utiliserons la notation vectorielle pour représenter les états de polarisation de la lumière, ainsi que l'a proposé R.C. Jones. L'évolution d'un état de polarisation est décrite dans le formalisme de Jones par une matrice de transfert. Cette représentation dans le plan complexe est la mieux adaptée mathématiquement pour décrire la propagation des états de polarisation lorsque la lumière est totalement polarisée. Un état de polarisation est alors représenté par un vecteur  $\vec{V}$  à deux composantes tel que :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (3.110)$$

où l'information temporelle  $e^{-i\omega t}$  a été omise volontairement car elle ne contribue pas à la description de l'état de polarisation, comme tout coefficient de proportionnalité complexe. Il est commode de travailler avec des vecteurs de Jones normés, notés  $\hat{V}$ . Les ondes polarisées rectilignement suivant les axes ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ), ainsi que celles polarisées suivant un axe faisant un angle  $\theta$  par rapport à ( $Ox$ ) s'écrivent :

$$\hat{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \hat{Y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \hat{\Theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (3.111)$$

et les ondes polarisées elliptiquement, et plus particulièrement circulairement gauche ou droite s'écrivent :

$$\hat{E} = \begin{pmatrix} \cos \chi \\ \sin \chi e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad \hat{G} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad \hat{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (3.112)$$

Deux vecteurs linéairement indépendants forment une base dans la représentation des états de polarisation. L'état général de polarisation elliptique peut donc se décomposer sur la base des deux états circulaires gauche et droite selon :

$$\hat{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\cos \chi - i \sin \chi e^{i\delta}) \hat{G} + (\cos \chi + i \sin \chi e^{i\delta}) \hat{D} \right] \quad (3.113)$$

La puissance portée par chacune des composantes circulaires gauche et droite s'écrit donc :

$$I_G = \frac{1}{2} (1 + \sin 2\chi \sin \delta) \quad (3.114)$$

$$I_D = \frac{1}{2} (1 - \sin 2\chi \sin \delta) \quad (3.115)$$

Une lumière de polarisation elliptique admet donc un nombre de photons ayant un spin égal à  $+\hbar$  (resp.  $-\hbar$ ) proportionnel à la puissance portée par la composante circulaire gauche (resp. circulaire droite). Par analogie avec la polarisation du faisceau d'électrons (1.1.3), on peut définir le degré de polarisation circulaire (DOCP) du faisceau de photons comme :

$$DOCP = \frac{N_\gamma^G - N_\gamma^D}{N_\gamma^G + N_\gamma^D} = \sin 2\chi \sin \delta \quad (3.116)$$

$$\text{avec } \sin 2\chi = \frac{2E_x E_y}{E_x^2 + E_y^2}.$$

Pour une lumière totalement polarisée, la polarisation est circulaire pure quand le DOCP est égal à  $\pm 1$ , et linéaire pure quand le DOCP vaut 0. L'asymétrie Compton mesurée au Point d'Interaction est directement proportionnelle à ce degré de polarisation circulaire. Il s'agit donc d'obtenir une polarisation la plus proche possible de 100 %. Une différence soit d'amplitude ( $E_x \neq E_y$ ), soit de déphasage entre les deux composantes ( $\delta \neq \frac{\pi}{2}$ ) donne naissance à une polarisation elliptique.

### 3.3.1.2 Les paramètres de Stokes

Jusqu'à présent, nous avons interprété les états de polarisation en terme d'amplitude de l'onde. Maintenant, nous allons introduire les grandeurs observables, c'est-à-dire représenter les états de polarisation de l'onde en terme d'intensité. Cette représentation, dite de Stokes, est particulièrement bien adaptée à l'étude de la propagation des états de polarisation dans le cas où la lumière est partiellement polarisée. Le formalisme qui en découle est celui des matrices de Mueller, et la représentation des états de polarisation est donnée par un vecteur réel, le vecteur de Stokes  $\hat{S}$ . Il est défini à l'aide des quatre paramètres énergétiques suivants :

$$\hat{S} = \begin{cases} P_0 & = E_x^2 + E_y^2 \\ P_1 & = E_x^2 - E_y^2 \\ P_2 & = 2E_x E_y \cos \delta \\ P_3 & = 2E_x E_y \sin \delta \end{cases} \quad (3.117)$$

$P_0$  représente la puissance totale de l'onde et vérifie  $P_0 = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}$  pour une onde totalement polarisée. Le paramètre  $P_1 = I_x - I_y$  représente la différence de puissance entre les ondes polarisées suivant (Ox) et (Oy),  $P_2 = I_{45^\circ} - I_{-45^\circ}$  représente la différence de puissance entre les ondes polarisées respectivement à  $\pm 45^\circ$  par rapport à l'axe (Ox), et enfin  $P_3 = I_G - I_D$  représente la différence de puissance entre les polarisations circulaires gauche et droite. Ces quatre mesures indépendantes d'intensité permettent de caractériser complètement l'évolution du champ électrique de la lumière modélisée par une onde plane.

Les états de polarisation circulaires gauche et droite sont définis dans la représentation de Stokes par :

$$\hat{G} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \hat{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (3.118)$$

Avec les conventions sur les angles définies par la figure 3.12, on peut exprimer l'ellipticité  $\epsilon$  et la direction de polarisation caractérisée par l'angle  $\alpha$  en fonction des paramètres de Stokes selon :

$$\tan \epsilon = \frac{b}{a} = \frac{P_3}{P_0 + \sqrt{P_1^2 + P_2^2}} \quad (3.119)$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{P_2}{P_1} \quad (3.120)$$

On définit également les degrés de polarisation linéaire (DOLP) et circulaire (DOCP) par :

$$DOLP = \frac{\sqrt{P_1^2 + P_2^2}}{P_0} \quad (3.121)$$

$$DOCP = \frac{P_3}{P_0} \quad (3.122)$$

et le degré de polarisation total par :

$$DOP = \frac{\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}}{P_0} \quad (3.123)$$

### 3.3.2 Mise en forme de la polarisation

Notre objectif est d'obtenir un faisceau polarisé circulairement avec un degré de polarisation circulaire supérieur à 98%. Nous exposons les préoccupations qui nous ont conduit à concevoir un dispositif réalisé sur deux étages, puis nous décrivons les effets d'une biréfringence des miroirs sur la polarisation du faisceau se propageant à l'intérieur de la cavité. Enfin nous expliquerons comment expérimentalement le signal réfléchi par la cavité est extrait pour l'asservissement en fréquence du laser.

#### 3.3.2.1 Mise en forme de la polarisation circulaire

La polarisation du faisceau à la sortie du laser est linéaire et sa pureté (DOCP-1) est égale à 1/300. Le faisceau traverse alors un isolateur optique de Faraday (IOF) qui a

deux fonctions essentielles. La première est de protéger le laser des retours de lumière, qui peuvent conduire à des interférences et des perturbations dans le fonctionnement du laser. La seconde fonction est de purifier la polarisation linéaire de l'onde incidente à  $1/100000$ . Il est composé de deux polariseurs de Glan-Thomson, et accepte des densités de puissance jusqu'à  $500 \text{ W/cm}^2$ .

La mise en forme de la polarisation circulaire gauche ou droite de l'onde incidente est réalisée grâce à une lame quart d'onde montée sur un support motorisé "SURUGA". Le changement d'orientation de la lame quart d'onde à  $\pm 45^\circ$  permet d'obtenir successivement des états de polarisation circulaire droite et gauche en un temps de l'ordre de 40 secondes.

Nous voulons disposer d'un faisceau polarisé circulairement le plus pur possible (DOCP  $\sim 1$ ) lors de l'interaction Compton au milieu de la cavité. Il faut donc tenir compte des dégradations inévitables de la polarisation entre la sortie de la lame quart d'onde et le CIP. En effet, la polarisation du faisceau est modifiée à chaque réflexion sur un miroir et dans une moindre mesure à la traversée d'une lentille ou d'un hublot. Les miroirs *Tech Optics* que nous utilisons ont des facteurs de réflexion spécifiés de  $R_p = 99.2\%$  et  $R_s = 99.7\%$  pour un angle d'incidence à  $45^\circ$ . Les indices  $p$  et  $s$  se réfèrent respectivement à une lumière polarisée parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence [111]. Pour une lumière incidente polarisée à  $99.9\%$ , nous avons mesuré la polarisation circulaire de l'onde réfléchie inférieure à  $98\%$ . Cette dégradation de la polarisation circulaire provient d'une part des coefficients de réflexion en intensité non égaux pour chacune des composantes  $p$  et  $s$ , mais aussi du déphasage  $\delta = \delta_s - \delta_p$  introduit lors de la réflexion.

La solution pour diminuer cet effet non désirable a été adoptée pour le polarimètre Compton SLC à SLAC [110]. L'idée est de coupler les miroirs deux à deux tels que leurs plans d'incidences soient perpendiculaires entre eux. L'onde TE pour le premier miroir devient TM pour le second et vice-versa. Si les deux miroirs sont parfaitement identiques<sup>1</sup> et attaqués avec le même angle d'incidence par l'onde électromagnétique, alors la différence de réflectivité et le déphasage entre les deux composantes s'annulent, et on rétablit théoriquement la polarisation incidente. Dans notre dispositif expérimental, deux paires de miroirs compensés sont disposées entre la lame quart d'onde et le CIP, et une paire de miroirs est située entre le CIP et le dispositif d'analyse en ligne décrit dans le paragraphe § 3.3.3.3.

Les défauts résiduels conduisent à ajuster l'orientation de l'axe lent de la lame quart d'onde pour obtenir la polarisation circulaire la plus pure possible au CIP. La polarisation circulaire gauche du faisceau mesurée au CIP a un DOCP =  $99.7\% \pm 0.1\%$  obtenu pour un angle de la lame égal à  $-39^\circ$  par rapport à la direction de la polarisation incidente linéaire, comme illustrée sur la figure 3.13. La polarisation circulaire droite

---

<sup>1</sup>En pratique, on choisit deux miroirs issus du même processus de dépôt.



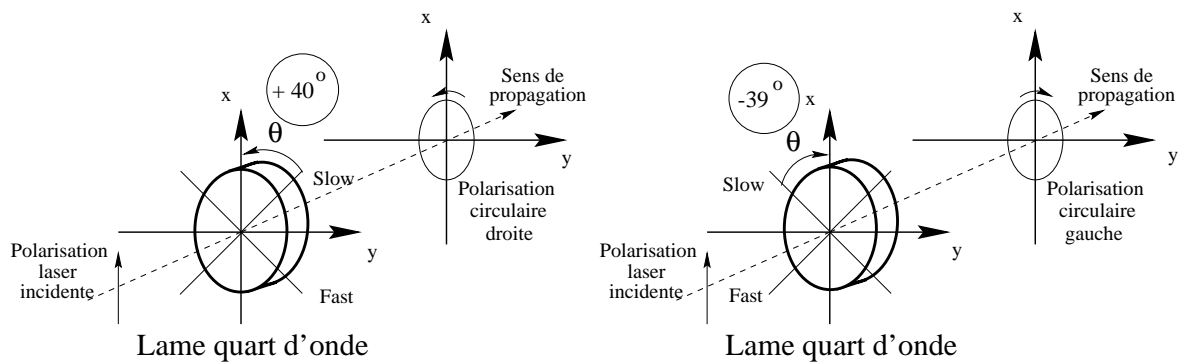


Figure 3.13: Position de la lame quart d'onde située en amont de la cavité pour obtenir le maximum de polarisation circulaire à l'intérieur de la cavité.

a été mesurée avec un  $\text{DOCP} = 99.6\% \pm 0.1\%$  pour un angle de la lame égal à  $+40^\circ$ . La mesure de la polarisation a été faite à l'aide d'un polariseur tournant à cristaux d'Argent, qui agit comme un analyseur de polarisation, suivi d'une photodiode InGaAs couplée à une sphère intégrante pour mesurer la puissance transmise. Cette mesure a été réalisée juste avant de mettre en place la cavité optique.

Cependant, il faut s'assurer que la polarisation du faisceau ne s'altère pas après la mise en place des miroirs de la cavité. En particulier, une biréfringence des miroirs peut induire une dégradation de la polarisation lors des multiples aller et retour de la lumière dans la cavité. Elle peut aussi donner une limite à la finesse que l'on désire atteindre [112].

### 3.3.2.2 Effet d'une biréfringence des miroirs de la cavité

La biréfringence des miroirs peut être due aux déphasages induits par des angles d'incidence non nuls ( $s$  et  $p$ ), mais aussi à la biréfringence naturelle du substrat et des couches diélectriques du miroir. Le premier cas ne nous concerne pas car la condition de résonance impose une réflexion normale sur les miroirs. Par contre, la biréfringence naturelle mérite une étude soignée pour estimer les effets sur l'état de la polarisation à l'intérieur de la cavité lors de la résonance.

L'effet d'une biréfringence du substrat est équivalent à l'effet d'une lame retardatrice placée en entrée et en sortie de cavité. Cet effet peut être évalué en mesurant la différence de polarisation à la transmission du miroir. Il a été mesuré inférieur à  $0.1\%$  pour les miroirs de la cavité [113].

La biréfringence des couches diélectriques peut avoir une conséquence plus dramatique sur l'état de la polarisation à l'intérieur de la cavité, d'autant plus importante que la finesse est élevée [114]. Cette analyse a été menée en détail par les références [104, 115] et elle est décrite en Annexe A. Nous ne rappelons ici que les résultats principaux.

Le cas le plus défavorable est celui où les axes propres de biréfringence des deux miroirs sont parallèles entre eux. Les deux directions définissent une condition de résonance différente correspondant à une polarisation linéaire, et dont les fréquences sont espacées de  $\nu_D = FSR \frac{\phi_r}{\pi}$ , où  $\phi_r$  est la biréfringence des miroirs. Pour obtenir un état de polarisation circulaire au centre de la cavité, l'intervalle de fréquence  $\nu_D$  doit être inférieur à la bande passante de la cavité, ce qui implique que :

$$\phi_r < \frac{\pi}{2\mathcal{F}} \quad (3.124)$$

où  $\mathcal{F}$  est la finesse de la cavité définie par la relation (3.12). Ainsi, pour une cavité de finesse 26000, la biréfringence maximale doit être égale à  $\phi_r = 6.10^{-5}$  rad. Notre cavité est composée de miroirs dont la biréfringence est supposée inférieure à  $10^{-6}$  rad [116]. Le gain en intensité est maximal à la fréquence médiane et vaut :

$$\mathcal{G} = \frac{T^2}{(1 - R^2)^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{\mathcal{F}\phi_r}{\pi}\right)^2} \quad (3.125)$$

et on obtient une polarisation circulaire au centre de la cavité en injectant une onde incidente de polarisation elliptique pour compenser la biréfringence en réflexion des couches minces.

Cependant, on peut montrer que le DOCP de l'onde à l'intérieur de la cavité varie en fonction du décalage en fréquence entre la fréquence du laser et celle de la cavité. Cet effet est de  $\pm 0.05\%$  sur la bande passante de la cavité, compte tenu des spécifications de nos miroirs et du DOCP de l'onde intra-cavité, prise égale à 99.7% pour la polarisation gauche et à 99.6% pour la polarisation droite.

## Conclusion

En résumé, l'effet de la biréfringence du substrat à la transmission des miroirs est de 0.1 % sur le degré de polarisation circulaire de l'onde intracavité par rapport à l'onde incidente. Si on corrige cet effet, alors l'erreur n'est plus égale qu'à 0.01 %. L'effet de la biréfringence des couches minces, supposée de l'ordre de  $10^{-6}$  rad pour nos miroirs, se traduit par une variation de l'état de polarisation de  $\pm 0.05\%$  sur la bande passante de la cavité.

### 3.3.2.3 Extraction du signal réfléchi par la cavité

Pour l'asservissement en fréquence du laser, on a besoin d'extraire l'information du signal réfléchi à l'entrée de la cavité pour la construction du signal d'erreur. La sé-

paration des ondes incidente et réfléchiée est réalisée grâce à un cube séparateur de polarisation Microcontrole. Ses dimensions sont  $25.4 \times 25.4 \text{ mm}^2$  et il supporte des intensités jusqu'à  $2 \text{ kW/cm}^2$ . La direction de la polarisation linéaire de l'onde incidente est orientée selon la direction de sélection du cube grâce à une lame demi onde. Le cube laisse passer dans le sens "aller" la composante parallèle au plan de la table, et dans le sens retour la composante perpendiculaire au plan de la table. L'état de la polarisation devient circulaire gauche ou droite au passage de la lame quart d'onde, puis se réfléchit sur la face d'entrée du miroir de la cavité. Après réflexion, la lumière tourne dans le même sens, mais comme le sens de propagation s'est inversé, la polarisation gauche devient droite et vice-versa. Après traversée de la lame quart d'onde, la lumière émergente est alors polarisée linéairement dans la direction perpendiculaire à celle de l'onde incidente. Le cube réfléchit cette onde à  $90^\circ$  et une photodiode montée sur une sphère intégrante détecte le signal.

### 3.3.3 Mesure de la polarisation circulaire

La mesure de la polarisation à la sortie de la cavité est assurée par un dispositif de contrôle permanent, situé juste après le séparateur holographique (HBS). Une première étape consiste donc à évaluer la fonction de transfert de la polarisation entre le CIP et le HBS, pour une configuration donnée de l'état de polarisation de l'onde. Nous montrerons que cette caractérisation est réalisée avant la mise en place des miroirs de la cavité, et nous évaluerons les incertitudes de mesure qui apparaissent lors de leur mise en place. Nous étendrons ensuite notre connaissance de la fonction de transfert à toutes les configurations des états de polarisation, grâce à une modélisation du transport de la polarisation le long du chemin optique. Nous étudierons aussi les incertitudes de mesures effectuées en sortie de cavité après le HBS, à l'aide de trois systèmes de mesure distincts. Nous évaluerons enfin les variations de la mesure de la polarisation circulaire en fonction du temps.

#### 3.3.3.1 Fonction de transfert entre le CIP et le HBS

La détermination de la fonction de transfert de la polarisation consiste à mesurer la différence de polarisation entre le CIP et le séparateur holographique (HBS). Cette fonction dépend de la polarisation injectée dans la cavité, mais aussi de l'orientation de l'ellipse de polarisation. En effet, les miroirs de la ligne  $M_5 - M_3$  induisent un déphasage entre les composantes  $s$  et  $p$  de l'onde, ainsi qu'une différence de réflectivité en amplitude. Nous déterminons ici la fonction de transfert de la polarisation pour une orientation donnée de l'ellipse.

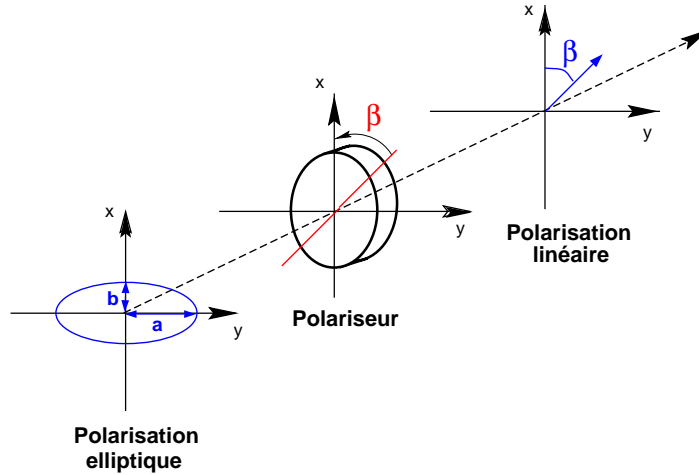


Figure 3.14: Mesure de la polarisation avec un polariseur.

Comme on ne peut pas mesurer directement la polarisation du faisceau au CIP lorsque l'onde est en résonance avec la cavité<sup>1</sup>, et que de plus tout point situé à l'intérieur de la cavité est inaccessible aux instruments de mesure<sup>2</sup>, la mesure de la polarisation est réalisée au CIP avant la mise en place de la cavité, mais après que tous les alignements des éléments optiques aient été effectués.

Les mesures de la polarisation au CIP et à la sortie du séparateur holographique sont effectuées pour les états de polarisation gauche et droit à l'aide d'un polariseur tournant et de la sphère  $S_4$  pourvue d'une photodiode InGaAs. Le principe de mesure est décrit sur la figure 3.14. En particulier, le vecteur de Jones normé représentant l'état de polarisation incidente s'écrit :

$$\hat{E}_{G/D} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{pmatrix} a \\ \pm ib \end{pmatrix} \quad (3.126)$$

et la matrice de Jones d'un polariseur dont la direction est orientée selon un angle  $\theta$  par rapport à l'axe de référence ( $Ox$ ) est définie par :

$$P_\theta = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (3.127)$$

L'intensité transmise par le polariseur est donnée en fonction de  $\theta$  par :

$$I = \frac{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}{a^2 + b^2} \quad (3.128)$$

<sup>1</sup>La mesure de la polarisation de l'onde est destructive, ce qui empêche tout état de résonance par définition.

<sup>2</sup>La cavité optique du polarimètre, au sens étendu du terme, est une structure fermée d'un seul tenant (cf. description de la cavité au § 2.2.2).

Le minimum et le maximum d'intensité sont obtenus en tournant le polariseur et ont pour expression :

$$I_{min} = \frac{b^2}{a^2 + b^2} \quad \text{et} \quad I_{max} = \frac{a^2}{a^2 + b^2} \quad (3.129)$$

Ainsi, le degré de polarisation circulaire, défini par l'équation (3.122), s'exprime en fonction des intensités  $I_{min}$  et  $I_{max}$  selon :

$$DOCP = \frac{2ab}{a^2 + b^2} = \frac{2}{\sqrt{\frac{I_{max}}{I_{min}}} + \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}}} \quad (3.130)$$

et l'erreur relative a pour expression :

$$\frac{\Delta DOCP}{DOCP} = \frac{1}{2} \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \sqrt{\left(\frac{\Delta I_{min}}{I_{min}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_{max}}{I_{max}}\right)^2} \quad (3.131)$$

avec  $\Delta I_{min} = \Delta I_{max} = 2\mu W$ .

Les mesures faites sur le site de TJNAF sont récapitulées dans le tableau 3.2. Cependant, la fonction de transfert a été déterminée, nous le rappelons, avant la mise en place de la cavité. Or il faut tenir compte des effets qu'engendrent l'installation de la cavité sur la fonction de transfert de la polarisation.

L'erreur sur la polarisation mesurée après le HBS doit tenir compte de la transmission de l'onde sur le miroir de sortie de la cavité  $M_{Cs}$ . De même, l'erreur sur la polarisation de l'onde mesurée au CIP provient de l'effet de la biréfringence des miroirs de la cavité, ainsi que de la transmission de l'onde incidente sur le miroir d'entrée de la cavité  $M_{Ce}$  (cf. § 3.3.2.2).

Mais l'erreur sur la polarisation de l'onde au CIP provient aussi des contraintes mécaniques appliquées à la cavité lors de sa mise en place. En effet, la cavité a été installée en trois étapes. Dans un premier temps, les pièces mécaniques regroupant la cavité et le tube cavité ont été installées et raccordées au tube faisceau principal. Puis les pompes ioniques ont été rajoutées sur les piquages du tube. Enfin a débuté la mise sous vide de l'ensemble de la cavité. A chacune de ces étapes, la cavité a subi de nombreuses contraintes mécaniques, nous obligeant à réajuster la position du faisceau incident pour obtenir l'état de résonance sur le mode fondamental.

Le couplage du faisceau incident sur l'axe optique de la cavité est réalisé grâce au périscope constitué des deux miroirs motorisés  $M_1$  et  $M_2$ . De même, le miroir  $M_3$  situé en aval de la cavité a été réorienté afin que la direction du faisceau émergent soit parallèle à la table optique. Pour estimer ces effets sur l'état de la polarisation, nous avons monté en Juillet 1999 un dispositif composé de deux miroirs compensés et représentant la ligne de sortie  $M_5 - M_3$ . La conclusion de ces études est que des

	Gauche	Droite
<b>Mesure au CIP</b>	<b>99.65 %</b>	<b>99.56 %</b>
Orientation de l'ellipse	$\theta_e = 79^\circ \pm 1$	$\theta_e = -72^\circ \pm 1$
Erreur de la mesure	0.1 %	0.1 %
Transmission de $M_{C_e}$	0.1 %	0.1 %
Biréfringence des miroirs	0.05 %	0.05 %
Couplage	0.1 %	0.1 %
<b>Mesure après HBS</b>	<b>98.91 %</b>	<b>99.06 %</b>
Orientation de l'ellipse	$\theta_s = 74^\circ \pm 1$	$\theta_s = -40^\circ \pm 1$
Erreur de la mesure	0.1 %	0.1 %
Transmission de $M_{C_s}$	0.1 %	0.1 %
<b>Fonction de transfert</b>	$1.0075 \pm 0.0025$	$1.005 \pm 0.0025$

Tableau 3.2: Mesure de la fonction de transfert de polarisation sur site à TJNAF en Septembre 1999, pour une orientation de l'ellipse donnée, AVANT la mise en place de la cavité.

déplacements de  $1^\circ$  correspondant aux mouvements de nos miroirs lors du recouplage du faisceau sur la cavité ne dégradent pas la polarisation à plus de 0.1% pour une onde incidente polarisée à 99.6%. De plus, le système de deux miroirs ne change pas l'orientation de l'ellipse de polarisation de plus de  $5^\circ$ .

Nous venons de déterminer la fonction de transfert en polarisation entre le point d'interaction et le point de mesure situé après le HBS, pour une valeur de l'orientation de l'ellipse de polarisation correspondant à celle obtenue sur site. Cependant, l'orientation de cette ellipse peut varier en fonction du temps. Nous allons maintenant modéliser cette fonction de transfert.

### 3.3.3.2 Modélisation de la ligne de sortie

Le principe de notre démarche est de pouvoir caractériser à tout moment l'état de la polarisation au centre de la cavité. La fonction de transfert, qui permet à l'aide de la mesure de la polarisation en sortie de cavité de déterminer la polarisation au CIP, a été évaluée pour une orientation donnée de l'ellipse d'entrée. Afin d'étendre notre connaissance sur la réponse de l'état de polarisation à la réflexion sur les deux miroirs  $M_S$  et  $M_3$ , nous modélisons le trajet optique entre le CIP et le HBS.

Soit  $\hat{J}_{CIP}$  le vecteur de Jones normé au CIP tel que :

$$\hat{J}_{CIP} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{pmatrix} a \\ \pm ib \end{pmatrix} \quad (3.132)$$

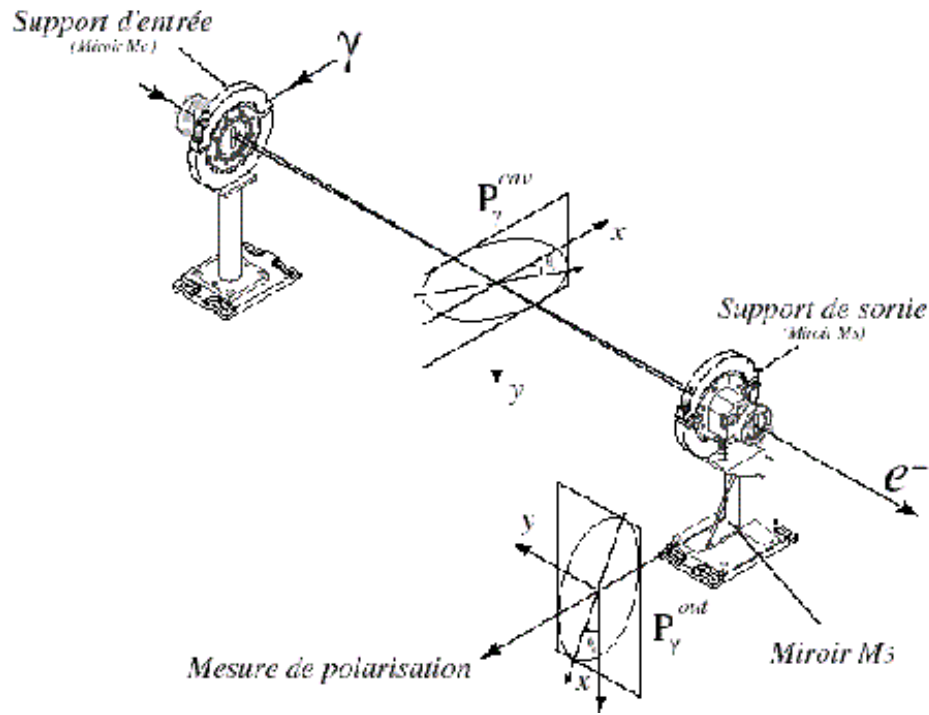


Figure 3.15: Représentation de l'état de polarisation au CIP et à la sortie de la cavité après le HBS.

et soit  $\theta_e$  son orientation par rapport à l'axe ( $Ox$ ) selon les conventions de la figure 3.15.

Si  $\delta_S$  et  $\delta_3$  désignent respectivement les déphasages introduits lors de la réflexion sur le miroir  $M_S$  et le miroir  $M_3$ , alors les matrices associées s'écrivent :

$$M_S = \begin{pmatrix} e^{\frac{i\delta_S}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{i\delta_S}{2}} \end{pmatrix} \quad M_3 = \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\delta_3}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\delta_3}{2}} \end{pmatrix} \quad (3.133)$$

et le vecteur de Jones représentant l'état de la polarisation à la sortie de la cavité vérifie la relation :

$$\hat{J}_{HBS} = T_{pol} \hat{J}_{CIP} \quad (3.134)$$

où

$$T_{pol} = M_3 M_S R(-\theta_e) \quad (3.135)$$

est la fonction de transfert de l'état de polarisation de l'onde. Le vecteur de Jones  $\hat{J}_{HBS}$  peut se décomposer sur la base des états circulaires tels que :

$$\begin{pmatrix} J_{HBS}^D \\ J_{HBS}^G \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix} \hat{J}_{HBS} \quad (3.136)$$

Entrée		Sortie	
DOCP (%)	Angle (°)	DOCP (%)	Angle (°)
92.0	-65	93.4	-65
92.5	-44	95.4	-46
92.2	-25	94.8	-22
92.3	-2	92.8	12
92.2	44	89.0	48
92.5	62	89.4	68
92.2	84	90.7	85

Tableau 3.3: Mesure du DOCP et de l'orientation de l'ellipse au CIP et après le HBS pour une polarisation incidente gauche, sur site à TJNAF en Septembre 1999.

et le DOCP de l'onde à la sortie de la cavité s'écrit désormais :

$$DOCP = \frac{J_{HBS}^G{}^2 - J_{HBS}^D{}^2}{J_{HBS}^G{}^2 + J_{HBS}^D{}^2} \quad (3.137)$$

Nous avons mené en Septembre 1999 une campagne de mesure pour déterminer expérimentalement les déphasages  $\delta_S$  et  $\delta_3$  *in situ*. Le DOCP de l'onde incidente fut choisi égal à 92.2 % (polarisation gauche) afin que les mesures de l'orientation de l'ellipse avec le polariseur tournant soient précises. Le tableau 3.3 résume les valeurs des angles et des DOCP mesurés en entrée et en sortie de cavité. La polarisation de l'onde en sortie est représentée en fonction de l'orientation de son ellipse  $\theta_s$  sur la figure 3.16 pour la polarisation gauche. Le déphasage de chacun des deux miroirs a été déterminé par l'ajustement de la modélisation de la fonction de transfert sur les points mesurés, et on obtient :

$$\delta_S = -82.7^\circ \quad \delta_3 = 88.7^\circ \quad (3.138)$$

Nous constatons que la polarisation mesurée en sortie de cavité dépend de l'angle que forme l'ellipse de polarisation au CIP pour un degré de polarisation donné. Nous pouvons désormais, en mesurant le DOCP et l'orientation de l'ellipse en sortie de cavité, déterminer de manière unique la polarisation au CIP.

Afin de valider notre fonction de transfert, nous recherchons le degré de polarisation circulaire au CIP calculé à l'aide des mesures en sortie effectuées avant l'installation de la cavité (cf. tableau 3.2). Nous pouvons alors confronter les résultats obtenus numériquement avec les mesures réalisées directement au CIP. Le tableau 3.4 résume les valeurs calculées et mesurées. Un accord sur la mesure du DOCP est obtenu à :

$$\frac{(\Delta DOCP)_{CIP}}{(DOCP)_{CIP}} = 0.25\% \quad (3.139)$$



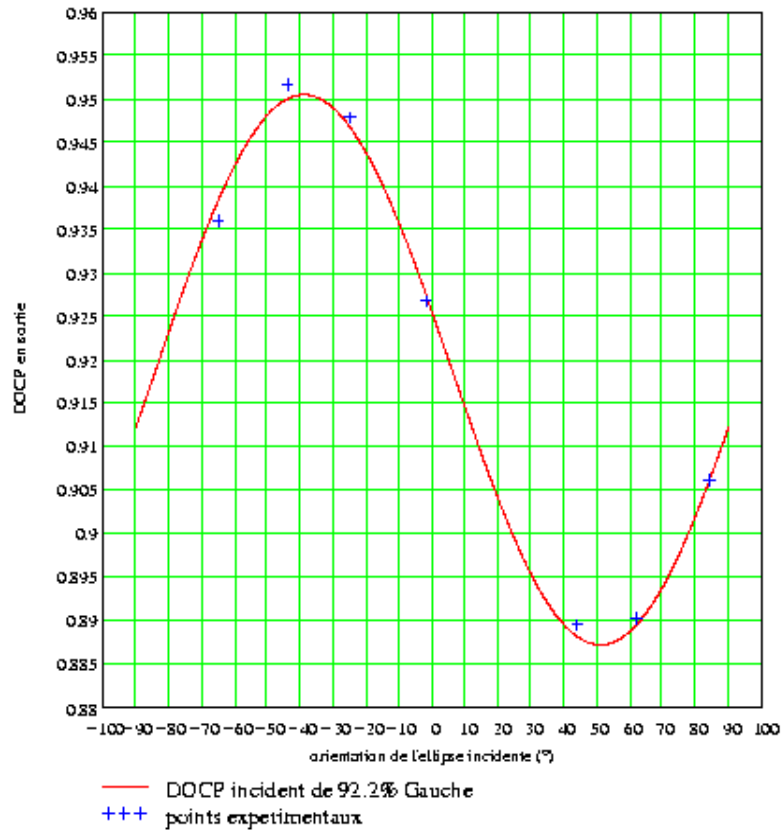


Figure 3.16: Degré de polarisation circulaire mesuré en sortie de cavité en fonction de l'orientation de l'ellipse  $\theta_s$ , pour une polarisation circulaire gauche au CIP fixée à 92%.

et un accord sur les orientations de l'ellipse de polarisation est obtenu pour  $\delta\theta_e = 13^\circ$ .

Etat de la polarisation au CIP	Gauche	Droite
<b>Mesuré</b>		
DOCP	<b>99.65 %</b>	<b>99.56 %</b>
Orientation de l'ellipse	$\theta_e = 79^\circ$	$\theta_e = -72^\circ$
<b>Calculé</b>		
DOCP	<b>99.4 %</b>	<b>99.8 %</b>
Orientation de l'ellipse	$\theta_e = 90.5^\circ$	$\theta_e = -59^\circ$

Tableau 3.4: Comparaison entre les mesures de la polarisation au CIP et celles obtenues grâce à la fonction de transfert modélisée.

Nous pouvons désormais faire correspondre à toute mesure de l'état de polarisation en sortie (après le HBS) un degré de polarisation circulaire au centre de la cavité (au CIP). Nous allons maintenant exposer le principe de la mesure effectuée lorsque la cavité est en place, et étudier les erreurs associées à cette mesure.

### 3.3.3.3 Caractérisation de la polarisation en ligne

Nous décrivons le dispositif de mesure en ligne de la polarisation qui nous permet de caractériser l'état de la polarisation en sortie de cavité. Nous validerons ce système de mesure en montrant la cohérence entre les différentes mesures disponibles.

Notre dispositif de contrôle de la polarisation est décrit figure 3.17. Il est composé d'une lame quart d'onde, dont l'axe lent fait un angle  $\beta$  par rapport à l'axe de référence ( $Ox$ ), et d'un cube de Wollaston qui polarise la lumière selon les deux directions orthogonales ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ). La lumière de chacune des voies est détectée grâce à une photodiode associée à une sphère intégrante.

Pour caractériser l'ellipse de polarisation à la sortie de la cavité, nous utilisons le formalisme de Stokes. Nous désignons par  $\hat{S}$  le vecteur de Stokes représentant l'onde incidente par rapport au dispositif de mesure, et par  $\hat{S}_1$  et  $\hat{S}_2$  les vecteurs de Stokes caractérisant la lumière détectée respectivement dans la sphère  $S_1$  (pour laquelle la polarisation est orientée parallèlement à ( $Oy$ )) et la sphère  $S_2$  (pour laquelle la polarisation est orientée parallèlement à ( $Ox$ )).

Les vecteurs  $\hat{S}_1$  et  $\hat{S}_2$  se déduisent du vecteur incident  $\hat{S} = (P_0, P_1, P_2, P_3)$  à l'aide des matrices de Mueller représentant les dispositifs optiques traversés par l'onde. Pour notre système de mesure, si  $P_{x/y}$  désigne la matrice d'un polariseur orienté suivant  $x$  ou  $y$ ,  $T_{2\beta}$  la matrice de rotation d'un angle  $\beta$  et  $M_{\lambda/4}$  celle d'une lame quart d'onde

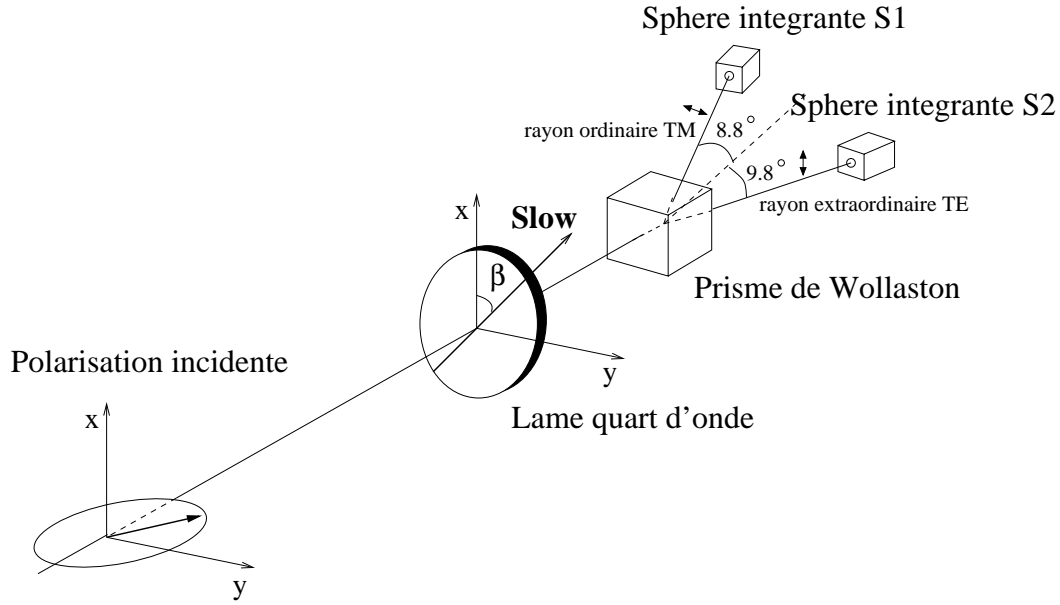


Figure 3.17: Dispositif de mesure de la polarisation en ligne.

dont l'axe lent est selon un axe (OX), alors on peut écrire :

$$\hat{S}_1 = P_y T_{-2\beta} M_{\lambda/4} T_{2\beta} \hat{S} \quad (3.140)$$

$$\hat{S}_2 = P_x T_{-2\beta} M_{\lambda/4} T_{2\beta} \hat{S} \quad (3.141)$$

où

$$P_{x/y} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1/-1 & 0 & 0 \\ 1/-1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M_{\lambda/4} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.142)$$

$$T_{2\beta} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\beta & -\sin 2\beta & 0 \\ 0 & \sin 2\beta & \cos 2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.143)$$

Finalement, les expressions de  $\widehat{S}_1$  et  $\widehat{S}_2$  sont de la forme :

$$\widehat{S}_1 = \frac{1}{2} (P_0 - P_1 \cos^2 2\beta + P_2 \cos 2\beta \sin 2\beta - P_3 \sin 2\beta) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.144)$$

$$\widehat{S}_2 = \frac{1}{2} (P_0 + P_1 \cos^2 2\beta - P_2 \cos 2\beta \sin 2\beta + P_3 \sin 2\beta) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.145)$$

L'intensité reçue par chacune des sphères est donnée directement par la première composante du vecteur de Stokes. Un point particulier de mesure apparaît lorsque  $\beta = 45^\circ$ , où le degré de polarisation de l'onde incidente s'exprime comme le rapport :

$$DOCP = \frac{P_3}{P_0} = \frac{I_{S_2} - I_{S_1}}{I_{S_2} + I_{S_1}} \quad (3.146)$$

En pratique, il s'agit d'orienter très précisément l'axe lent de la lame quart d'onde avec les axes du prisme de Wollaston. Ceci a été réalisé à l'aide d'un polariseur de Glan, et nous avons placé l'axe (Oy) tel qu'il soit parallèle au plan de la table. L'angle  $\beta = 45^\circ$  de la lame quart d'onde est obtenu de la même façon par une rotation de  $44.648^\circ$  par rapport au zéro mécanique de la monture. Ce dispositif de mesure de la polarisation nécessite cependant la calibration des sphères  $S_1$  et  $S_2$ , contrairement à la mesure avec le polariseur tournant qui en est indépendante par le rapport des intensités reçues.

La calibration des sphères a été faite à Saclay grâce à un détecteur calibré "Labmaster Ultima-COHERENT" utilisé comme référence. Les coefficients de calibration mesurés sont :

$$\alpha_{S_1} = 4.1955 \pm 0.034 \mu W/mW \quad \text{et} \quad \alpha_{S_2} = 3.735 \pm 0.034 \mu W/mW \quad (3.147)$$

Ainsi la mesure du DOCP déduite du dispositif de mesure en ligne est donnée par :

$$DOCP = \frac{\frac{I_2}{\alpha_{S_2}} - \frac{I_1}{\alpha_{S_1}}}{\frac{I_2}{\alpha_{S_2}} + \frac{I_1}{\alpha_{S_1}}} \quad (3.148)$$

et l'erreur commise est :

$$\frac{\Delta DOCP}{DOCP} = \frac{2I_1 I_2}{\alpha_{S_1} \alpha_{S_2}} \frac{1}{\left(\frac{I_1}{\alpha_{S_1}}\right)^2 - \left(\frac{I_2}{\alpha_{S_2}}\right)^2} \sqrt{\left(\frac{\Delta I_1}{I_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_2}{I_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \alpha_{S_1}}{\alpha_{S_1}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \alpha_{S_2}}{\alpha_{S_2}}\right)^2} \quad (3.149)$$

Etat de la polarisation en sortie	Gauche	Droite
<b>Mesure en ligne (<math>\beta = 45^\circ</math>)</b>		
DOCP	$99.3 \pm 0.1 \%$	$98.7 \pm 0.1 \%$
<b>Polariseur</b>		
DOCP	$99.48 \pm 0.1 \%$	$98.70 \pm 0.1 \%$
Orientation de l'ellipse	$\theta_s = 63^\circ \pm 1^\circ$	$\theta_s = -67^\circ \pm 1^\circ$
<b>24 mesures de la <math>\lambda/4</math></b>		
DOCP	$99.5 \pm 0.1 \%$	$98.5 \pm 0.1 \%$
Orientation de l'ellipse	$\theta_s = 65.1^\circ \pm 0.8^\circ$	$\theta_s = -61.2^\circ \pm 1.1^\circ$

Tableau 3.5: Comparaison des mesures de la polarisation réalisées après le HBS, APRES la mise en place de la cavité, sur site à TJNAF en Septembre 1999.

avec  $\frac{\Delta I}{I} = 2\%$ .

La mesure de la polarisation du faisceau de photons obtenue avec le système "lame  $\lambda/4$  + Wollaston" pour  $\beta = 45^\circ$  est donnée dans le tableau 3.5 après la mise en place de la cavité. Ce système représente notre mesure "en ligne" du degré de polarisation circulaire du faisceau en sortie de cavité. Cependant cette mesure ne permet pas de déterminer l'orientation de l'ellipse de polarisation  $\theta_s$ . Or nous avons montré dans le paragraphe § 3.3.3.2 que le DOCP mesuré en sortie varie en fonction de l'angle  $\theta_s$  pour une polarisation circulaire fixée au centre de la cavité.

Afin d'obtenir l'orientation de l'ellipse en sortie de cavité avec le système de mesure "en ligne", nous devons calculer les quatre paramètres de Stokes qui caractérisent l'onde à l'intérieur de la cavité. Pour cela, reprenons les équations (3.144) et (3.145) et exprimons les paramètres de Stokes en fonction des angles  $\beta$ ,  $\beta - \frac{\pi}{2}$  et  $2\pi - \beta$ , selon :

$$\begin{cases} P_0 &= I_{S1}(\beta) + I_{S2}(\beta) \\ P_1 &= \frac{I_{S2}(\beta) - I_{S1}(2\pi - \beta)}{\cos^2 2\beta} \\ P_2 &= \frac{I_{S1}(\beta - \frac{\pi}{2}) - I_{S1}(2\pi - \beta)}{\cos 2\beta \sin 2\beta} \\ P_3 &= \frac{I_{S1}(\beta - \frac{\pi}{2}) - I_{S1}(\beta)}{\sin 2\beta} \end{cases} \quad (3.150)$$

L'état de polarisation de l'onde se déduit de ces quatre paramètres de Stokes. Le DOCP et l'orientation de l'ellipse, déduits des équations (3.122) et (3.120), sont donnés dans le tableau 3.5 et comparés avec les mesures obtenues à l'aide du polariseur tournant.

La conclusion qui s'impose est que la concordance des trois mesures fournit une erreur de mesure telle que :

$$\frac{(\Delta DOCP)_{HBS}}{(DOCP)_{HBS}} = 0.3 \% \quad (3.151)$$

et l'orientation des ellipses de polarisation est donnée dans une gamme de  $\pm 5^\circ$ .

A l'aide de la mesure de la polarisation en sortie de cavité et de l'orientation de l'ellipse  $\theta_s$ , nous pouvons déterminer le degré de polarisation circulaire au centre de la cavité grâce à la fonction de transfert  $F_{pol}$  déterminée au § 3.3.3.2, tel que :

$$(DOCP)_{CIP} = F_{pol}[(DOCP)_{HBS}, \theta_s] \quad (3.152)$$

En injectant les mesures effectuées après le HBS dans la fonction de transfert modélisée, nous obtenons une polarisation au centre de la cavité égale à :

$$(DOCP)_{CIP}^G = 99.88 \% \quad \text{à} \quad \theta_e = 92^\circ \quad (3.153)$$

et

$$(DOCP)_{CIP}^D = -99.30 \% \quad \text{à} \quad \theta_e = -75^\circ \quad (3.154)$$

Pour évaluer les erreurs sur la détermination du degré de polarisation circulaire au centre de la cavité, nous allons étudier l'impact des erreurs commises sur la mesure en sortie à l'aide de la fonction de transfert. Ces erreurs se composent de l'erreur de mesure sur le  $(DOCP)_{HBS}$  et de l'erreur de mesure sur l'orientation de l'ellipse de polarisation  $\theta_s$ . Le tableau 3.18 récapitule les degrés de polarisation circulaire calculés au CIP grâce à la fonction de transfert pour différentes valeurs de  $(DOCP)_{HBS}$  et  $\theta_s$  injectées correspondant à nos erreurs de mesure. On en conclut qu'une incertitude de mesure de la polarisation en sortie de cavité de l'ordre de 0.3 % se traduit par une erreur sur la polarisation au CIP de :

$$\frac{(\Delta DOCP)_{CIP}}{(DOCP)_{CIP}} = 0.2 \% \quad (3.155)$$

et qu'une incertitude de  $5^\circ$  sur la mesure de l'orientation de l'ellipse entraîne une erreur sur la polarisation au CIP de :

$$\frac{(\Delta DOCP)_{CIP}}{(DOCP)_{CIP}} = 0.2 \% \quad (3.156)$$

### 3.3.3.4 Variations éventuelles de la polarisation au cours du temps

Toutes les mesures présentées jusqu'à présent sont celles effectuées au mois de Septembre 1999, où la polarisation mesurée en sortie était de  $(DOCP)_{HBS}^G = 99.5\%$  et  $(DOCP)_{HBS}^D = -98.7\%$ . Pendant les expériences  $N - \Delta$  et  $G_E^p$ , nous avons mesuré le degré de polarisation circulaire en sortie de cavité égal à  $(DOCP)_{HBS}^G = 99.2\%$  et  $(DOCP)_{HBS}^D = -98.1\%$  d'après la figure 3.19.

Polarisation Gauche			Polarisation Droite		
$(DOCP)_{HBS}$	$\theta_s$	$(DOCP)_{CIP}$	$(DOCP)_{HBS}$	$\theta_s$	$(DOCP)_{CIP}$
99.5 %	65°	99.88 %	98.7 %	-61.2°	99.3 %
99.2 %	65°	99.75 %	98.4 %	-61.2°	99.1 %
99.8 %	65°	99.9 %	99.0 %	-61.2°	99.5 %
99.5 %	60°	99.95 %	98.7 %	-56.2°	99.45 %
99.5 %	70°	99.8 %	98.7 %	-66.2°	99.1 %

Figure 3.18: Etude à l'aide de la simulation de l'influence de  $(DOCP)_{HBS}$  et de  $\theta_s$  sur la détermination de  $(DOCP)_{CIP}$ .

Or, comme nous l'avons vu au paragraphe § 3.3.3.2, nous ne pouvons déduire sans ambiguïté la mesure du DOCP dans la cavité sans une mesure de l'angle de l'orientation de l'ellipse en sortie de cavité ( $\theta_s$ ) : les différences de polarisation mesurée entre Septembre 1999 et l'été 2000 peuvent s'expliquer par une variation de l'angle de l'ellipse en sortie de cavité, qui n'a par ailleurs pas été mesuré, auquel cas les DOCP intracavité seraient restés constants. C'est pour nous l'hypothèse la plus vraisemblable compte tenu de la stabilité du transport optique. Nous pouvons toutefois calculer les fluctuations éventuelles de polarisation intracavité en supposant que l'angle en sortie n'a pas varié. Selon le paragraphe précédent, un effet de  $\Delta(DOCP)_{HBS} = 0.6\%$  se traduit par un effet sur le degré de polarisation circulaire du faisceau à l'intérieur de la cavité au maximum de l'ordre de :

$$\frac{(\Delta DOCP)_{CIP}}{(DOCP)_{CIP}} = 0.4 \% \quad (3.157)$$

### 3.3.3.5 Conclusion sur la mesure de la polarisation

En conclusion, les erreurs qui interviennent dans la détermination de la polarisation circulaire du faisceau de photons se composent des incertitudes intrinsèques de mesure, des erreurs provenant de la validation de la fonction de transfert sur les mesures effectuées avant la mise en place de la cavité (cf. paragraphe § 3.3.3.2), ainsi que des erreurs estimées qui interviennent lors de l'installation de la cavité sur la table optique (cf. paragraphe § 3.3.3.1). Le tableau 3.6 résume l'ensemble de ces erreurs et nous obtenons finalement une polarisation du faisceau  $P_\gamma = (DOCP)_{CIP}$  au centre de la cavité telle que :

$$P_\gamma^G = 99.9 \% \pm 0.6 \% \quad \text{et} \quad P_\gamma^D = -99.3 \% \pm 0.6 \% \quad (3.158)$$

Ces incertitudes de mesure sur le degré de polarisation circulaire au centre de la cavité peuvent cependant inclure un éventuel effet de dépolarisation. Pour estimer cet effet,

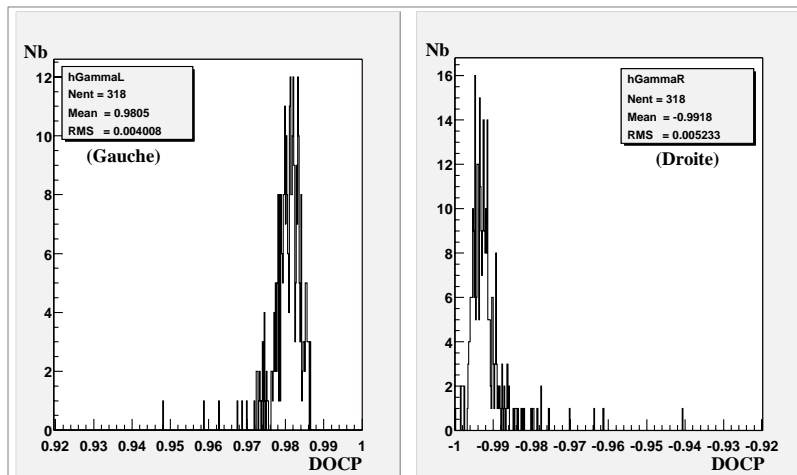


Figure 3.19: Distributions des mesures de la polarisation effectuées pour l'ensemble des runs de données pris pendant les expériences  $N - \Delta$  et  $G_E^p$ .

nous calculons d'après la relation (3.123) et à l'aide des paramètres de Stokes le degré de polarisation (DOP) en sortie de cavité qui est égal à :

$$(DOP) = 99.7 \pm 0.3\% \quad (3.159)$$

et l'effet de dépolarisation vaut au maximum 0.3%. Nous vérifions ainsi que la mesure de la polarisation circulaire du faisceau est compatible avec un éventuel effet de dépolarisation.

Bilan des incertitudes de mesure	
<b>Erreurs de mesure en sortie</b>	
Mesure de $(DOCP)_{HBS}$	0.2 %
Mesure de $\theta_s$	0.2 %
<b>Variations au cours du temps</b>	
<b>Validation de la fonction de transfert</b>	
0.25 %	
<b>Installation de la cavité</b>	
Transmission sur $M_{C_e}$	0.1 %
Transmission sur $M_{C_s}$	0.1 %
Couplage	0.1 %
Biréfringence des miroirs de la cavité	0.05 %
<b>Total</b>	<b>0.6 %</b>

Tableau 3.6: Bilan des erreurs sur la mesure de la polarisation au centre de la cavité.



# Chapitre 4

## Analyse des données

La polarisation du faisceau d'électrons s'écrit, d'après la relation (2.18), comme :

$$P_e = \frac{A_{exp}}{P_\gamma \langle A_L \rangle} \quad (4.1)$$

où  $A_{exp}$  est l'asymétrie expérimentale,  $\langle A_L \rangle$  le pouvoir d'analyse et  $P_\gamma$  le degré de polarisation circulaire du faisceau de photons.

Nous décrivons dans ce chapitre l'analyse des données réalisée à l'aide du détecteur de photons. Nous décrivons le calcul de l'asymétrie expérimentale, puis celui du pouvoir d'analyse, en nous attachant particulièrement aux incertitudes systématiques qui leur sont associées. Connaissant la polarisation circulaire  $P_\gamma$  du faisceau de photons déterminée au Chapitre 3, nous pouvons présenter l'ensemble des résultats des mesures de la polarisation du faisceau d'électrons effectuées sur plus de cinq mois de prise de données.

Nous montrons ensuite comment, grâce au renversement de la polarisation  $P_\gamma$  du faisceau de photons, nous pouvons accéder à une grandeur supplémentaire qui correspond à la différence d'hélicité systématique entre les deux états de polarisation du faisceau d'électrons. Nous étudierons l'influence de cet effet sur les incertitudes de mesure de l'expérience  $N-\Delta$ .

Nous concluerons enfin sur la présentation des résultats préliminaires de mesures de la polarisation  $P_e$  effectuées à l'aide du détecteur d'électrons, et leur comparaison avec les mesures issues du détecteur de photons.

## 4.1 L'asymétrie expérimentale

L'asymétrie expérimentale est définie d'après la relation (2.33) par :

$$A_{exp} = \frac{\mathcal{L}^+ T^+ \int \frac{d\sigma_c^+(\rho)}{d\rho} d\rho - \mathcal{L}^- T^- \int \frac{d\sigma_c^-(\rho)}{d\rho} d\rho}{\mathcal{L}^+ T^+ \int \frac{d\sigma_c^+(\rho)}{d\rho} d\rho + \mathcal{L}^- T^- \int \frac{d\sigma_c^-(\rho)}{d\rho} d\rho} \quad (4.2)$$

où  $\mathcal{L}$  est la luminosité,  $T$  le temps de mesure et  $\frac{d\sigma_c(\rho)}{d\rho}$  la section efficace Compton. Le signe  $\pm$  correspond à l'état d'hélicité de l'électron.

Si les luminosités et les temps de mesure sont égaux pour les deux états d'hélicité de l'électron, alors l'asymétrie expérimentale devient l'asymétrie des sections efficaces, et s'écrit donc, selon la relation (2.18), comme :

$$A_{exp} = P_e P_\gamma \langle A_L \rangle \quad (4.3)$$

L'asymétrie expérimentale est dans ce cas strictement proportionnelle à la polarisation  $P_e$  du faisceau d'électrons.

Supposons maintenant que les luminosités  $\mathcal{L}^+$  et  $\mathcal{L}^-$  ne sont pas identiques. Alors l'asymétrie expérimentale n'est plus strictement proportionnelle à la polarisation du faisceau d'électrons, mais s'écrit au premier ordre, selon le sens de polarisation du faisceau de photons, comme :

$$A_{exp}^G = P_e P_\gamma \langle A_L \rangle + A_{\mathcal{L}} \quad (4.4a)$$

$$A_{exp}^D = - P_e P_\gamma \langle A_L \rangle + A_{\mathcal{L}} \quad (4.4b)$$

où  $A_{\mathcal{L}}$  est l'asymétrie de la luminosité définie comme :

$$A_{\mathcal{L}} = \frac{\mathcal{L}^+ - \mathcal{L}^-}{\mathcal{L}^+ + \mathcal{L}^-} \quad (4.5)$$

L'asymétrie de luminosité peut être induite par exemple par une différence d'intensité du faisceau d'électrons entre ses deux états de polarisation. Une façon de s'affranchir de ces fausses asymétries consiste à calculer, dans l'hypothèse où les asymétries expérimentales ont le même poids statistique, l'asymétrie moyenne  $\langle A_{exp} \rangle$  telle que :

$$\langle A_{exp} \rangle = \frac{A_{exp}^G - A_{exp}^D}{2} = P_e P_\gamma \langle A_L \rangle \quad (4.6)$$

C'est la raison pour laquelle notre prise de données est articulée autour des renversements de polarisation du faisceau de photons. Nous montrerons dans la suite que ces renversements ne permettent pas de compenser exactement les fausses asymétries, mais ils représentent toutefois un outil puissant pour en diminuer leur importance.

Nous introduisons cette section par une présentation de la sélection de nos événements opérée selon des critères de stabilité du faisceau d'électrons. Puis nous décrivons le calcul de l'asymétrie expérimentale en exposant la méthode intégrée et la méthode semi-intégrée. Enfin nous menerons l'étude des incertitudes systématiques liées à la mesure de l'asymétrie expérimentale.

### 4.1.1 La sélection des événements

La sélection des événements contribue à nous assurer une stabilité des paramètres du faisceau, comme par exemple l'intensité ou la position du faisceau d'électrons, pour une meilleure maîtrise de nos incertitudes de mesure. Nous présentons la sélection des événements selon des critères reposant sur l'état de la cavité, sur la position du faisceau d'électrons ainsi que sur son intensité.

#### Sélection sur l'état de la cavité

Nous devons être en mesure de distinguer dans nos données les événements issus des périodes (*ON*) où le faisceau de photons se propage à l'intérieur de la cavité et qui permettent de mesurer une asymétrie Compton, de ceux issus des périodes (*OFF*) où la cavité n'est pas en résonance et qui constituent nos périodes de bruit de fond. Cette sélection est réalisée par l'intermédiaire de la photodiode placée en aval de la cavité et qui détecte l'énergie transmise à la sortie de la cavité. La tension mesurée sur la photodiode reflète exactement la puissance du faisceau de photons à l'intérieur de la cavité. De plus, selon la position de la lame quart d'onde située en entrée de la cavité et qui fournit la polarisation circulaire au faisceau de photons, nous sommes en mesure d'associer aux événements issus des périodes *ON* une polarisation circulaire Gauche ou Droite. Les taux normalisés à l'intensité du faisceau d'électrons sont représentés en fonction du temps sur la figure 4.1.

Comme nous effectuons une asymétrie des taux de comptage entre deux états d'hélicité consécutifs du faisceau d'électrons, nous exigeons cependant que l'état de la cavité (*ON* ou *OFF*) soit identique pour les deux états (+) et (-) du pulse de polarisation. L'ensemble de cette sélection coupe en moyenne moins d'un pour mille des événements.

#### Sélection sur la position du faisceau d'électrons

Afin de réduire nos fausses asymétries en position, nous procédons à une coupure des événements en fonction de leur position. Cette sélection consiste à ne garder que les événements dont la position est incluse dans un intervalle de  $\pm 20 \mu m$  (ou  $\pm 20 \mu rad$ ) autour de la position moyenne des événements pendant le run. Cette sélection s'applique sur les deux variables de position  $x$  et  $y$ , ainsi que sur les deux variables d'angle  $\theta_x$  et  $\theta_y$ . L'intervalle de coupure est choisi afin de préserver la distribution statistique des

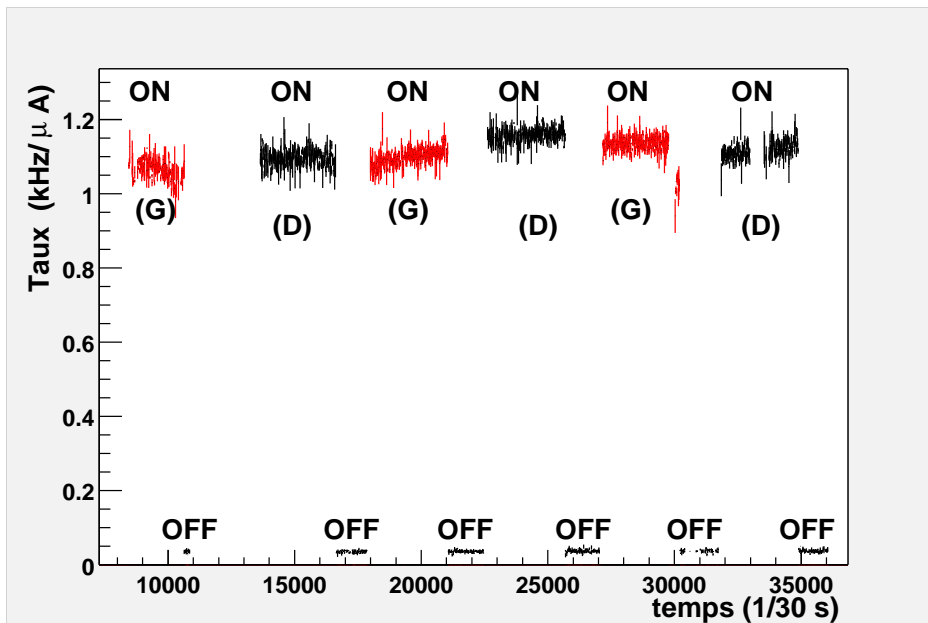


Figure 4.1: Les taux normalisés à l'intensité du faisceau d'électrons sont représentés en fonction du temps pour chaque état ON ou OFF de la cavité. A chaque période ON correspond une polarisation circulaire Gauche (G) ou Droite (D) du faisceau de photons se propageant dans la cavité (run 5693).

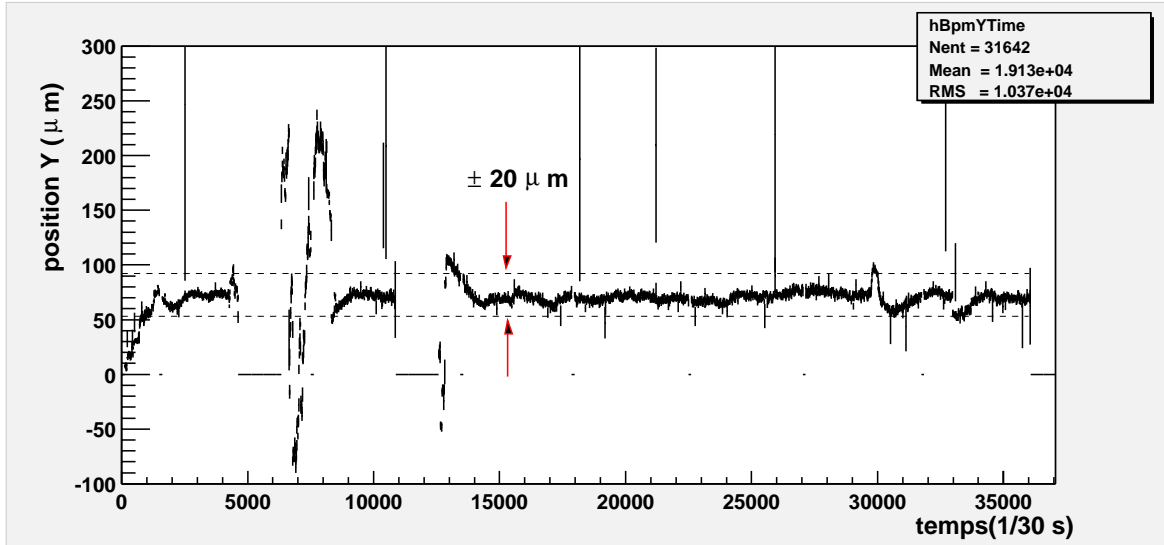


Figure 4.2: Position selon la direction  $Y$  du faisceau d'électrons en fonction du temps pour le run 5693, avant la sélection des événements.

événements autour de la position moyenne pendant le run (l'intervalle de  $\pm 20 \mu\text{m}$  correspond à peu près à quatre écarts standards de la distribution), et permet de rejeter les événements issus d'une période instable du faisceau. La position du faisceau selon la direction  $y$  est représentée sur la figure 4.2 en fonction du temps pour l'ensemble des événements du run.

Cette coupure rejette entre un dixième des événements pour un run stable en position à près de la moitié des événements lorsque le faisceau d'électrons est très instable.

### Sélection sur l'intensité du faisceau d'électrons

La troisième sélection importante est la coupure des événements selon la valeur de l'intensité au cours du run. Nous avons choisi de ne retenir que les événements dont l'intensité était comprise dans un intervalle de  $\pm 3 \mu\text{A}$  autour de l'intensité moyenne des événements pendant le run. Cette sélection permet de nous affranchir par exemple d'une quelconque variation du bruit de fond au cours du run et qui ne serait pas linéaire avec l'intensité. L'intervalle de  $\pm 3 \mu\text{A}$  représente à peu près dix écarts standards de la distribution des intensités, et permet surtout de rejeter les événements à très bas courant, notamment ceux situés juste après un arrêt faisceau et qui ont une intensité de l'ordre de  $2 \mu\text{A}$ . On ne peut pas cependant diminuer davantage la valeur de cet intervalle de  $\pm 3 \mu\text{A}$  à cause de quelques runs atypiques qui admettent une fausse asymétrie en intensité élevée qui peut atteindre près de 3% à  $50 \mu\text{A}$ .

Maintenant que les caractéristiques des événements sont stables en fonction des paramètres extérieurs du faisceau, nous pouvons procéder au calcul de l'asymétrie expérimentale.

### 4.1.2 Le calcul de l'asymétrie expérimentale

Avant d'entamer la discussion sur le calcul de l'asymétrie expérimentale, rappelons brièvement comment se composent les données de notre acquisition. D'une part, tous les événements qui ont déclenché l'acquisition sont comptés pendant toute la durée d'un état d'hélicité du faisceau d'électrons. Nous appellerons par abus de langage un pulse de polarisation la durée de 33 *ms* pendant laquelle le faisceau d'électrons reste polarisé dans le même sens, et nous mentionnerons ces événements comme les événements intégrés pendant un pulse de polarisation (et qui proviennent des compteurs).

Parallèlement, les événements sont traités par des cartes ADC afin de leur associer l'énergie qu'ils ont déposée dans le calorimètre. Ces événements sont intégrés "en vol" à l'intérieur de vingt canaux en énergie. Ils sont ainsi soumis au temps mort de l'acquisition contrairement aux événements intégrés. Ces événements nous permettront de calculer l'asymétrie expérimentale requise pour une mesure de la polarisation avec la méthode différentielle et semi-intégrée.

Nous présentons dans cette section le calcul de l'asymétrie expérimentale réalisée à l'aide des événements intégrés. Ce calcul inclut la normalisation des taux de comptage par rapport à l'intensité du faisceau d'électrons, ainsi que la correction de la dilution due au bruit. Nous exposerons ensuite le formalisme de calcul de l'asymétrie expérimentale pour les événements détectés en fonction de leur énergie, qui inclut une correction supplémentaire provenant du temps mort de l'acquisition.

#### 4.1.2.1 La méthode intégrée

La méthode intégrée fut la méthode retenue pour l'exploitation des données du polarimètre Compton en 1999 [117] dans le cadre de la collaboration HAPPEX [8, 118]. Nous présentons ici son formalisme de calcul afin d'introduire les notions de base utiles quelque soit la méthode utilisée.

En particulier, nous allons montrer que le calcul de l'asymétrie expérimentale inclut une normalisation des taux de comptage qui, dans le cas de la méthode intégrée, est réalisée par rapport à l'intensité du faisceau d'électrons, ainsi que la correction de la dilution de l'asymétrie engendrée par le bruit de fond.

#### La normalisation à l'intensité

Nous avons vu dans le paragraphe § 1.1.3 que les états de polarisation du faisceau d'électrons sont groupés par paires. Chaque paire est constituée d'un pulse d'état d'hélicité (+) et d'un pulse d'état d'hélicité (-). Expérimentalement, la mesure de

l'asymétrie est calculée pour chacune de ces paires, pour une polarisation donnée Gauche ou Droite du faisceau de photons, selon la relation générale :

$$A_p^{G/D} = \frac{n_{G/D}^+ - n_{G/D}^-}{n_{G/D}^+ + n_{G/D}^-} \quad (4.7)$$

où les  $n_{G/D}^\pm$  sont les nombres d'événements totaux détectés à l'intérieur d'un pulse d'hélicité  $\pm$  du faisceau d'électrons, et qui sont définis en accord avec la relation (4.2) par :

$$n^\pm = \mathcal{L}^\pm T^\pm \int \frac{d\sigma_c^\pm(\rho)}{d\rho} d\rho \quad (4.8)$$

Pour ne pas induire de fausses asymétries dans le calcul de l'équation (4.7), les conditions expérimentales doivent être identiques entre les deux états de polarisation  $\pm$  du faisceau d'électrons. Or le nombre d'événements détectés à l'intérieur d'un pulse de polarisation dépend de la luminosité d'interaction Compton ainsi que de la durée pendant laquelle ces événements ont été dénombrés. En supposant que les caractéristiques du faisceau de photons sont identiques pendant la durée des deux pulses de polarisation du faisceau d'électrons ( $\sim 66$  ms), alors la luminosité d'interaction ne dépend que de l'intensité du faisceau d'électrons et de sa position par rapport à celle du faisceau de photons<sup>1</sup>. Nous avons choisi de ne corriger les effets dus à une différence systématique de position qu'à la fin du run, ce que nous présenterons dans le paragraphe § 4.1.3. Ainsi l'asymétrie expérimentale calculée pour chaque couple de pulses de polarisation s'écrit en fonction des nombres d'événements normalisés à l'intensité  $i$  du faisceau et à la durée de la porte d'acquisition  $\tau$  selon la relation :

$$A_p = \frac{\frac{N^+}{i^+\tau^+} - \frac{N^-}{i^-\tau^-}}{\frac{N^+}{i^+\tau^+} + \frac{N^-}{i^-\tau^-}} \quad (4.9)$$

En pratique, nous ne mesurons pas réellement l'intensité  $i$  du faisceau d'électrons, qui représente un nombre d'électrons par unité de temps, mais seulement un nombre  $I$  proportionnel à l'intensité et à la durée du pulse, soit  $I^\pm \propto i^\pm \tau^\pm$ . Dans ces conditions, l'asymétrie expérimentale pour la paire  $p$  s'écrit comme :

$$A_p = \frac{\frac{N^+}{I^+} - \frac{N^-}{I^-}}{\frac{N^+}{I^+} + \frac{N^-}{I^-}} = \frac{A_N - A_I}{1 - A_N A_I} \quad (4.10)$$

où  $A_N$  et  $A_I$  sont définis comme :

$$A_N = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} \quad \text{et} \quad A_I = \frac{I^+ - I^-}{I^+ + I^-} \quad (4.11)$$

---

<sup>1</sup>L'expression générale de la luminosité Compton est donnée dans le paragraphe § 2.1.2

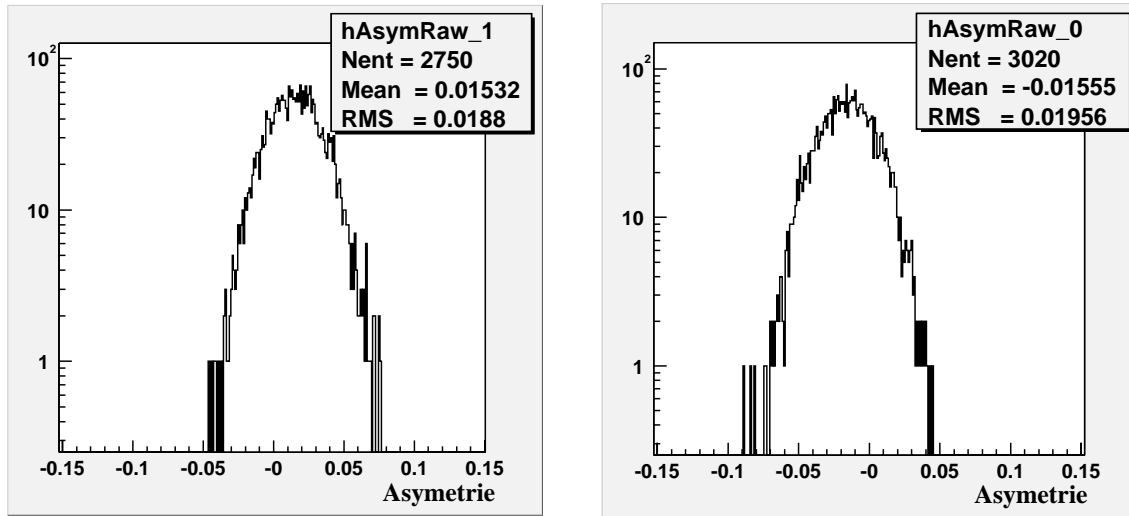


Figure 4.3: Distribution de l'asymétrie expérimentale calculée paire à paire pour une polarisation Gauche (gauche) et Droite (droite) du faisceau de photons, pour le run 5693.

Si les nombres d'événements détectés sont suffisamment grands pour vérifier une distribution statistique de loi gaussienne, alors on peut associer une erreur à la mesure de l'asymétrie expérimentale telle que :

$$\delta A_p = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \frac{\sqrt{(1 - A_N^2)(1 - A_I^2)}}{(1 - A_N A_I)^2} \quad (4.12)$$

où  $N_0 = N^+ + N^-$  et où l'on a négligé l'erreur statistique sur  $I$ . La distribution de l'asymétrie expérimentale calculée paire à paire est représentée sur la figure 4.3 pour chacune des polarisations Gauche et Droite du faisceau de photons, pour un run de données d'une durée de vingt minutes. L'asymétrie n'est pas compatible avec zéro et change de signe quand la polarisation du faisceau de photons est inversée.

Finalement, l'asymétrie brute calculée sur tout le run pour chacune des polarisations du faisceau de photons est la valeur moyenne des asymétries calculées paire à paire telle que :

$$A_{brute}^{G/D} = \frac{\sum_p \frac{A_p^{G/D}}{(\delta A_p^{G/D})^2}}{\sum_p \frac{1}{(\delta A_p^{G/D})^2}} \quad (4.13)$$



et

$$\delta A_{brute}^{G/D} = \frac{1}{\sqrt{\sum_p \frac{1}{(\delta A_p^{G/D})^2}}} \quad (4.14)$$

L'asymétrie expérimentale brute que nous venons de calculer est l'asymétrie des nombres d'événements qui ont été détectés dans le calorimètre. Mais tous ces événements ne proviennent pas uniquement de la diffusion Compton avec les photons, ils proviennent aussi de la diffusion des électrons sur les particules de gaz résiduel de l'environnement du faisceau. Cette contribution, et d'autres éventuellement, constitue le bruit de fond de nos mesures, dont l'effet est une dilution de l'asymétrie comme nous allons le montrer maintenant.

### La correction de la dilution

Si nous supposons que le nombre d'événements détectés est la somme des événements qui proviennent de l'interaction Compton, notés  $S$ , et des événements qui n'en proviennent pas, notés  $B$ , alors l'asymétrie que nous mesurons paire à paire est :

$$A_p = \frac{(S^+ + B^+) - (S^- + B^-)}{(S^+ + B^+) + (S^- + B^-)} \quad (4.15)$$

Cette relation peut se réécrire sous la forme :

$$A_p = \frac{1}{1 + \frac{B}{S}} [A_{exp} + \frac{B}{S} A_B] \quad (4.16)$$

où  $B/S$  est le rapport bruit sur signal et où  $A_{exp}$  et  $A_B$  désignent respectivement les asymétries du signal et du bruit selon les relations :

$$A_{exp} = \frac{S^+ - S^-}{S^+ + S^-} \quad \text{et} \quad A_B = \frac{B^+ - B^-}{B^+ + B^-} \quad (4.17)$$

L'asymétrie expérimentale  $A_{exp}$  est l'asymétrie des événements Compton que nous voulons déterminer. Nous constatons que pour une asymétrie expérimentale donnée, plus le rapport bruit sur signal est grand, plus l'asymétrie mesurée  $A_p$  est faible : le bruit dilue l'information.

L'équation (4.16) nous indique aussi que l'extraction de l'asymétrie  $A_{exp}$  nécessite de connaître pour chaque paire de polarisation les valeurs des deux termes correctifs, à savoir le rapport  $B/S$  et l'asymétrie de bruit  $A_B$ . Or notre détecteur ne nous permet pas de différencier à l'intérieur d'un même pulse de polarisation les événements Compton

des événements du bruit de fond. C'est pourquoi nous sommes amenés à acquérir au cours du run des événements issus de périodes dites de "bruit de fond" où la cavité est éteinte. La seule hypothèse que nous avançons alors est que le bruit dans les périodes *OFF* est identique au bruit des périodes *ON*. Ainsi, selon la procédure de prise de données décrite au début de ce chapitre, chaque run se compose d'une succession de périodes de bruit de fond et de périodes de signal. Le rapport  $B/S$  sera moyenné sur l'ensemble du run, et nous appliquerons les corrections de la dilution sur la valeur moyenne des asymétries paire à paire, soit sur  $A_{brute}$ . De même, l'asymétrie de bruit sera calculée au cours des périodes où la cavité est éteinte (périodes *OFF*), selon le même formalisme de calcul que celui de l'asymétrie brute définie par la relation (4.13). Pour évaluer le rapport  $B/S$ , nous calculons le nombre moyen d'événements acquis pendant le run pour respectivement les périodes de signal ( $B + S$ ) et les périodes de bruit ( $B$ ), selon les relations :

$$(B + S) = \frac{1}{N_p^{B+S}} \sum_{N_p^{B+S}} \left( \frac{N}{I} \right)^{B+S} \quad (4.18)$$

$$(B) = \frac{1}{N_p^B} \sum_{N_p^B} \left( \frac{N}{I} \right)^B \quad (4.19)$$

où  $N_p^{(B+S)/(B)}$  désigne le nombre de paires acquises pendant les périodes de signal ( $B + S$ ) et pendant les périodes de bruit ( $B$ ), et  $N/I = \frac{1}{2}(N^+/I^+ + N^-/I^-)$  sont les taux normalisés à l'intensité. Le rapport bruit sur signal se déduit de ces quantités selon la relation :

$$\frac{B}{S} = \frac{1}{\frac{B+S}{B} - 1} \quad (4.20)$$

et l'erreur associée à cette mesure s'écrit :

$$\delta \left( \frac{B}{S} \right) = \frac{B}{S} \left( 1 + \frac{B}{S} \right) \sqrt{\left( \frac{\delta(B+S)}{B+S} \right)^2 + \left( \frac{\delta(B)}{B} \right)^2} \quad (4.21)$$

avec

$$\delta(B+S) = \frac{1}{N_p^{B+S}} \sqrt{\sum_{N_p^{B+S}} \left( \frac{N}{I^2} \right)^{B+S}} \quad (4.22)$$

$$\delta(B) = \frac{1}{N_p^B} \sqrt{\sum_{N_p^B} \left( \frac{N}{I^2} \right)^B} \quad (4.23)$$

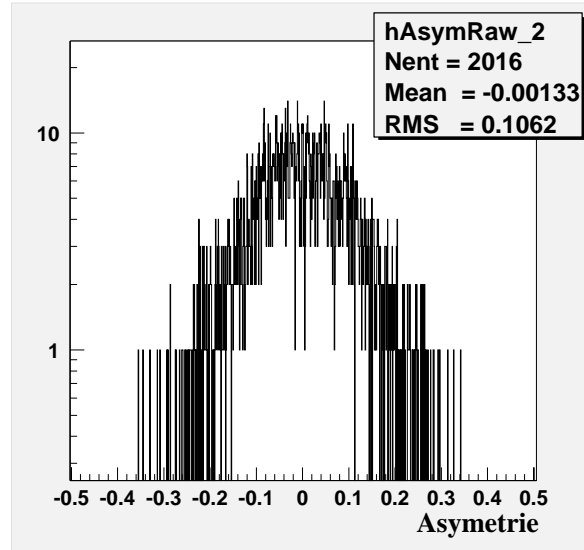


Figure 4.4: Distribution de l'asymétrie de bruit pour le run 5693.

où l'on a supposé que le nombre d'événements suit une distribution de loi gaussienne, c'est-à-dire où  $\delta N = \sqrt{N}$ .

Nous sommes désormais en mesure de déterminer l'asymétrie expérimentale pour les deux états de polarisation Gauche et Droit du faisceau de photons. Cependant, afin de s'affranchir des erreurs corrélées qui vont survenir lorsque nous allons moyenner ces deux asymétries, nous avons choisi de calculer le rapport  $B/s$  et l'asymétrie de bruit  $A_B$  à partir de deux ensembles d'événements distincts. En d'autres termes, nous divisons arbitrairement les périodes de bruit en deux sous-périodes que nous attribuons respectivement à l'état de polarisation Gauche et Droit du faisceau de photons.

La distribution de l'asymétrie de bruit est représentée sur la figure 4.4 pour un run typique. Sa valeur est compatible avec zéro, et nous négligerons par la suite sa contribution dans le calcul de l'asymétrie expérimentale. L'étude de l'erreur systématique commise en négligeant ce terme correctif sera traitée dans la suite de ce chapitre. Le rapport  $B/s$  moyenné sur les périodes de polarisation Droite et Gauche du faisceau de photons est représenté sur la figure 4.5 en fonction du temps, et vaut typiquement de l'ordre de 0.04. L'asymétrie expérimentale Compton s'écrit donc, pour chaque état de polarisation des photons et d'après la relation (4.16), comme :

$$A_{exp}^{G/D} = \left[ 1 + (B/s)^{G/D} \right] A_{brute}^{G/D} \quad (4.24)$$

et

$$\delta A_{exp}^{G/D} = \sqrt{(1 + (B/s)^{G/D})^2 (\delta A_{brute}^{G/D})^2 + (A_{brute}^{G/D})^2 (\delta (B/s)^{G/D})^2} \quad (4.25)$$

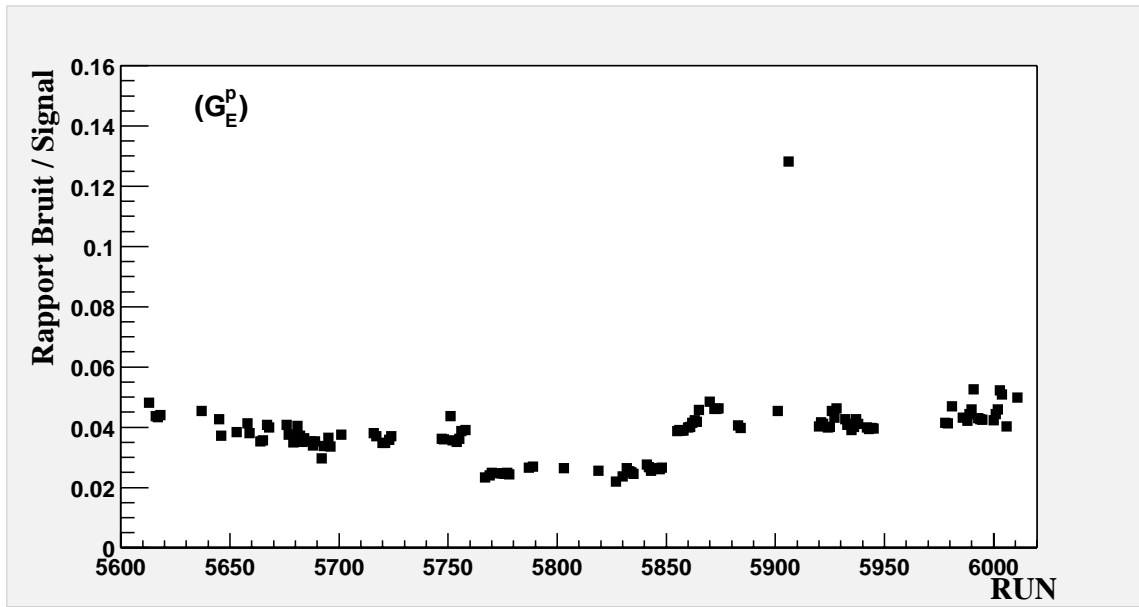


Figure 4.5: Le rapport  $B/s$  en fonction du numéro du run.

En définitive, l'asymétrie expérimentale Compton obtenue pour un run de données est la valeur moyenne des deux asymétries expérimentales  $A_{exp}^{G/D}$  pondérées de leur poids statistique selon la relation :

$$\langle A_{exp} \rangle = \frac{\omega^G A_{exp}^G - \omega^D A_{exp}^D}{\omega^G + \omega^D} \quad (4.26)$$

et

$$\delta \langle A_{exp} \rangle = \frac{1}{\sqrt{\omega^G + \omega^D}} \quad (4.27)$$

où les coefficients de pondération  $\omega^{G/D}$  sont définis par :

$$\omega^{G/D} = \frac{1}{(\delta A_{exp}^{G/D})^2} \quad (4.28)$$

Les asymétries expérimentales calculées au cours de la prise de données de l'expérience  $G_E^p$  sont représentés sur la figure 4.6. La valeur de l'asymétrie dépend de la polarisation du faisceau d'électrons, ainsi que du seuil en énergie de l'acquisition. Tous les runs où la mesure de l'asymétrie est de l'ordre de 2.5% ont été pris à un seuil plus élevé que les autres. Le seuil électronique moyen de la majorité des runs se situe vers  $E_{seuil} = 50 \text{ MeV}$ .

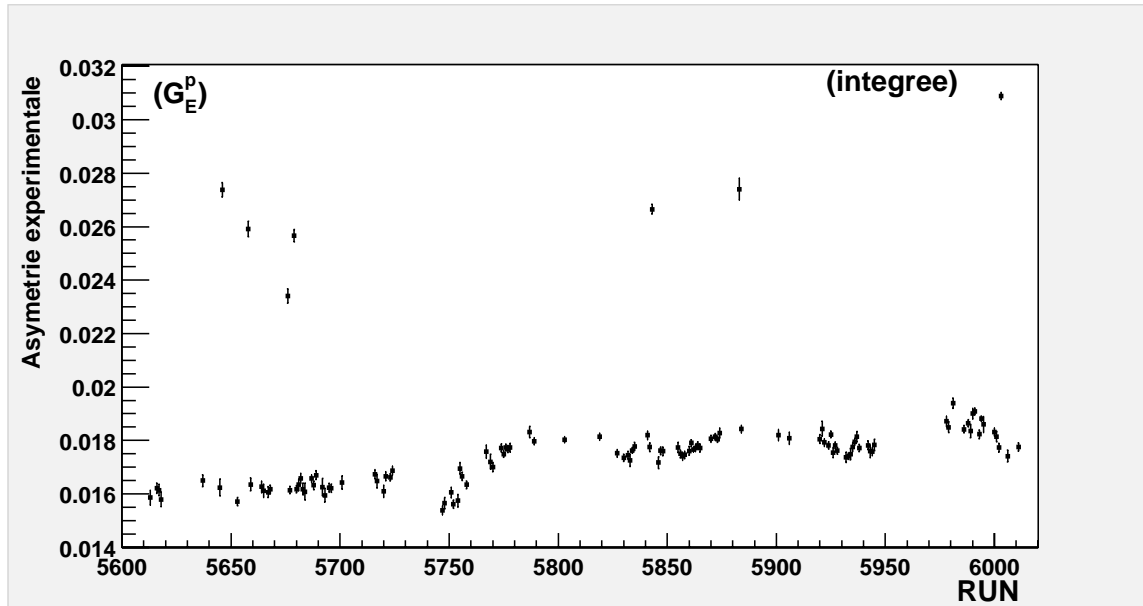


Figure 4.6: Valeur absolue de l'asymétrie expérimentale calculée pendant l'expérience  $G_E^p$  avec la méthode intégrée.

#### 4.1.2.2 La méthode semi-intégrée

L'étude des incertitudes systématiques que nous allons traiter dans la suite de ce chapitre, et qui concerne autant les erreurs de l'asymétrie expérimentale que celles du pouvoir d'analyse, nous a fait choisir une méthode d'analyse plus adaptable. Son principe est identique à celui de la méthode dite intégrée, mais le calcul de l'asymétrie sera réalisé à l'aide des événements issus des canaux en énergie (*ADC*). Nous appellerons cette méthode la méthode "semi-intégrée".

Le formalisme que nous allons décrire maintenant nécessite, comme dans le cas de la méthode intégrée, une normalisation des taux de comptage par rapport à l'intensité du faisceau d'électrons, ainsi qu'une normalisation par rapport au temps de vie de l'acquisition. Nous exposerons ensuite brièvement les atouts que représente une telle méthode.

#### La normalisation à l'intensité et au temps de vie de l'acquisition

Les événements détectés en fonction de leur énergie sont, nous le rappelons, histogrammés à l'intérieur de 20 canaux couvrant la gamme des canaux *ADC* de 0 à 1000. Ces événements sont soumis au temps mort<sup>1</sup> de l'acquisition, ce qui signifie que la somme des nombres d'événements provenant des 20 canaux *i* en énergie est inférieure

<sup>1</sup>Temps mort = 1 - Temps de vie

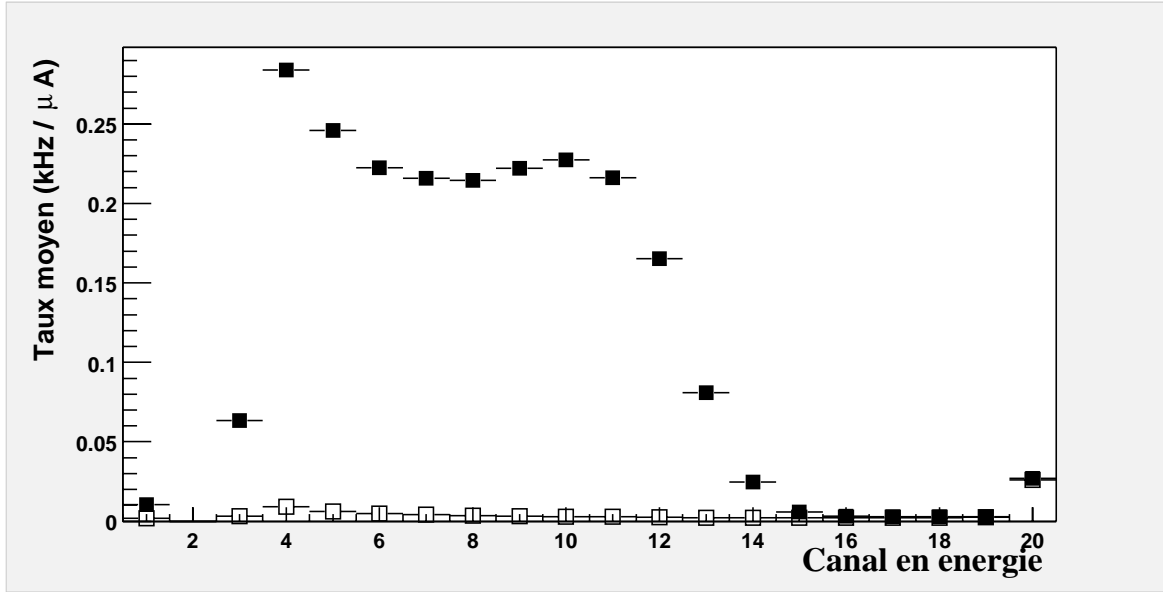


Figure 4.7: Les taux sont normalisés à l'intensité et au temps de vie de l'acquisition, pour les périodes de Signal (carré plein) et les périodes de Bruit de fond (carré vide), en fonction des canaux en énergie du calorimètre (run 5693).

au nombre d'événements intégrés issus directement des compteurs. Ceci tient au fait que le traitement des données par les cartes ADC n'est pas immédiat, mais nécessite un temps d'exécution de l'ordre de 800 ns par événement (cf. § 2.2.5). Le rapport du nombre d'événements traités au nombre total d'événements détectés représente le temps de vie de l'acquisition. Il est calculé pour chaque pulse d'hélicité du faisceau d'électrons grâce à deux compteurs qui recensent respectivement le nombre total d'événements qui déclenchent l'acquisition et le nombre total d'événements qui sont traités par les cartes ADC.

Par analogie avec la méthode intégrée, nous pouvons considérer, à l'intérieur d'un pulse d'hélicité  $\pm$  et pour chaque canal  $i$  en énergie, les nombres d'événements normalisés à l'intensité du faisceau d'électrons  $I$  et au temps de vie de l'acquisition  $\Gamma_L$  selon :

$$n_i^\pm = \frac{N_i^\pm}{I^\pm \Gamma_L^\pm} \quad (4.29)$$

A titre d'illustration sont représentés sur la figure 4.7 les taux d'événements normalisés en fonction des canaux en énergie pendant une période de Signal et une période de Bruit de fond. La soustraction du spectre de Bruit au spectre de Signal fournit le spectre de diffusion Compton.

L'alternative de calcul de l'asymétrie expérimentale par la méthode semi-intégrée consiste à sommer les nombres d'événements des canaux  $i$  en énergie à partir d'un canal

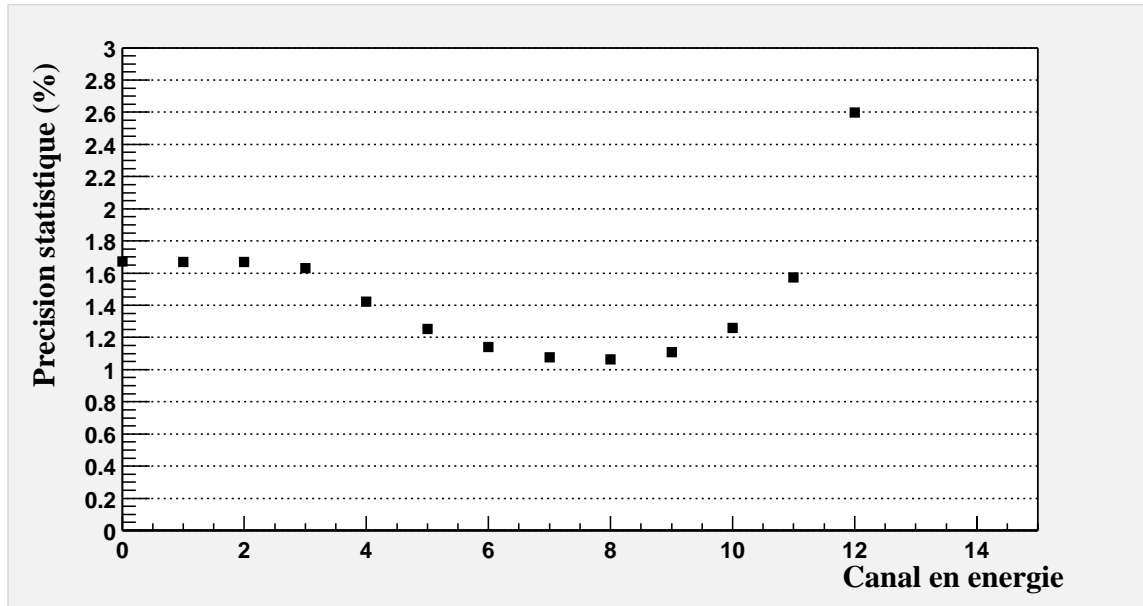


Figure 4.8: Précision statistique relative de l'asymétrie expérimentale en fonction du canal en énergie choisi pour seuil, pour un run d'une durée de vingt minutes (5693).

seuil choisi  $i_s$  tel que :

$$A_p = \frac{\sum_{i>i_s} n_i^+ - \sum_{i>i_s} n_i^-}{\sum_{i>i_s} n_i^+ + \sum_{i>i_s} n_i^-} \quad (4.30)$$

Cette procédure nous permet de choisir librement le seuil en énergie (par canal) que l'on désire appliquer pour l'intégration des événements.

Le formalisme de calcul de l'asymétrie brute pour chaque état de polarisation du faisceau de photons, ainsi que de la correction de la dilution, est alors identique à celui exposé pour la méthode intégrée, à ceci près que les taux normalisés sont les  $\sum_{i>i_s} \frac{N_i^\pm}{I^\pm \Gamma_L^\pm}$

et non plus simplement les  $\frac{N^\pm}{I^\pm}$ .

Nous pouvons en particulier choisir le seuil en énergie pour lequel l'erreur statistique sur la mesure de la polarisation est la plus faible. Car si le nombre d'événements détectés diminue avec un seuil croissant, l'erreur statistique sur la mesure de l'asymétrie, de l'ordre de  $1/\sqrt{N}$ , augmente certes, mais dans un rapport moins important que l'asymétrie elle-même, en tous cas jusqu'à un certain seuil. Ainsi l'erreur relative de l'asymétrie  $\delta A_{Exp}/A_{Exp}$  diminue en fonction du seuil comme le montre la figure 4.8. Une précision statistique de l'ordre de 1.1% est atteinte pour un seuil situé vers le canal 7, tandis que l'on obtient pour le même run une précision de 1.7% pour le seuil

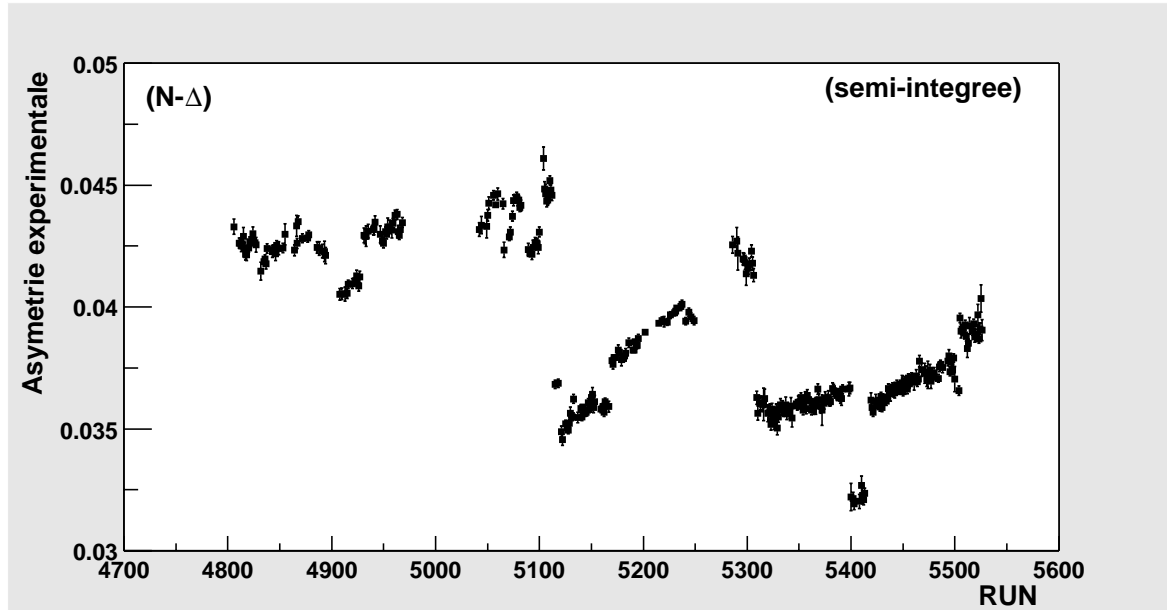


Figure 4.9: Valeur absolue de l'asymétrie expérimentale calculée pendant l'expérience  $N-\Delta$ , pour un seuil situé au canal 7.

physique d'acquisition de la méthode intégrée (situé entre le canal 2 et 3). Par des considérations purement statistiques, nous pouvons donc envisager de placer le seuil vers les canaux en énergie compris entre le canal 6 et le canal 9, ce qui correspond aux canaux ADC compris entre  $ADC = 300$  et  $ADC = 450$ .

Le choix du canal en énergie sera définitivement fixé après l'étude des incertitudes systématiques commises lors du calcul du pouvoir d'analyse et que nous exposerons en détail dans la section § 4.2. Nous pouvons toutefois signaler par anticipation que le choix du canal s'est arrêté sur le canal 7 pour l'ensemble des runs acquis pendant l'expérience  $N-\Delta$ , et sur les canaux 7 et 8 pour les runs acquis pendant l'expérience  $G_E^p$ . L'asymétrie expérimentale calculée en sommant les événements à partir de ces canaux respectivement pour les deux expériences est représentée sur les figures 4.9 et 4.10 en fonction du numéro de run. L'asymétrie expérimentale vaut en moyenne 4% pour l'ensemble de ces runs, et est donc plus grande que celle calculée à l'aide de la méthode intégrée (cf. figure 4.6).

Le rapport  $B/s$  est montré pour chacun des runs pris pendant l'expérience  $G_E^p$  sur la figure 4.11.



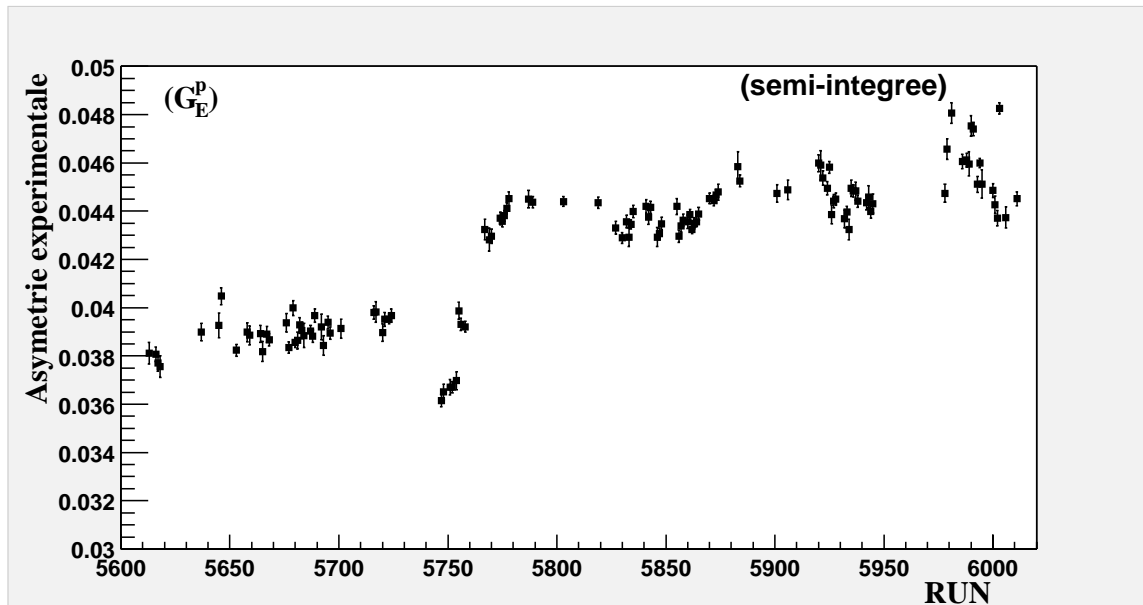


Figure 4.10: Valeur absolue de l'asymétrie expérimentale calculée pendant l'expérience  $G_E^p$ , pour un seuil situé au canal 8.

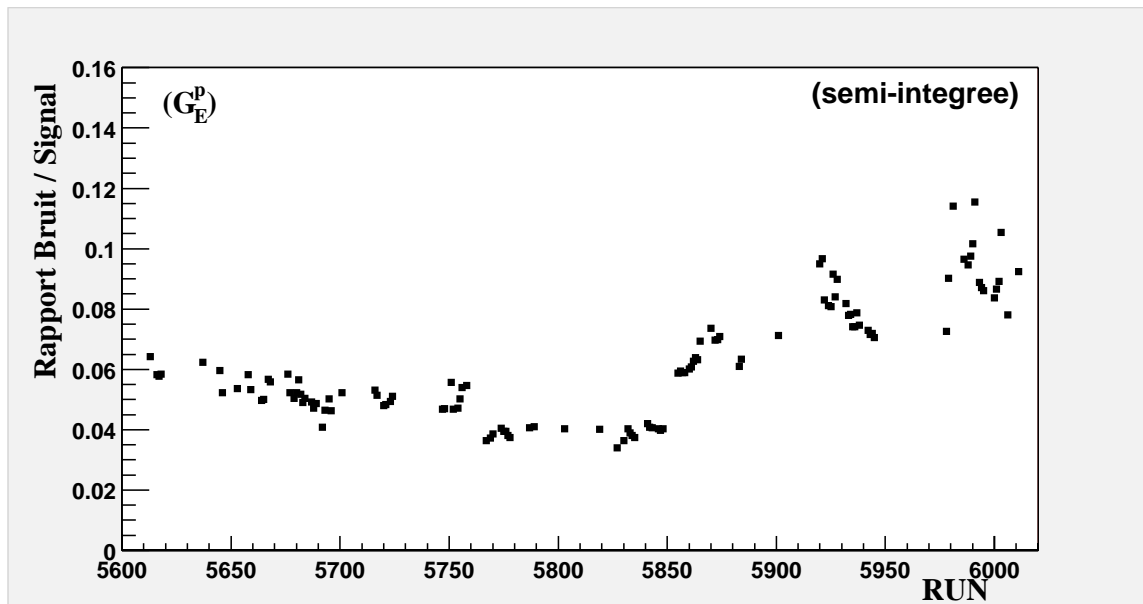


Figure 4.11: Le rapport  $B/s$  en fonction du numéro du run.

### 4.1.3 Les erreurs systématiques

Les erreurs systématiques sur la mesure de l'asymétrie expérimentale comprennent d'une part les fausses asymétries qui proviennent d'une asymétrie de la luminosité d'interaction, et d'autre part les incertitudes liées à nos instruments de mesure ou à la façon dont on calcule l'asymétrie.

Cette étude porte sur l'asymétrie de bruit, négligée lors du calcul de l'asymétrie expérimentale, sur la fausse asymétrie en intensité, due à une non-linéarité de nos instruments de mesure et sur les fausses asymétries en position. Nous avons de même étudié l'incertitude due à la correction du temps de vie de l'acquisition, ainsi que l'influence de nos coupures pour la sélection de nos événements.

En ce qui concerne les asymétries de luminosité, nous adopterons le formalisme qui suit. Soit  $A_C$  l'asymétrie Compton des sections efficaces définie telle que :

$$A_C = P_e P_\gamma \langle A_L \rangle \quad (4.31)$$

où  $P_e$  et  $P_\gamma$  sont les polarisations du faisceau d'électrons et de photons, et  $\langle A_L \rangle$  est le pouvoir d'analyse. Alors, en reprenant les équations (4.4), on a pour chaque état de polarisation du faisceau de photons :

$$A_{exp}^G = A_C + A_{\mathcal{L}} \quad (4.32a)$$

$$A_{exp}^D = -A_C + A_{\mathcal{L}} \quad (4.32b)$$

où  $A_{\mathcal{L}}$  est l'asymétrie de luminosité définie par l'équation (4.5). Nous avons supposé dans l'introduction que les poids statistiques des asymétries expérimentales  $A_{exp}^{G/D}$  étaient identiques, ce qui permettait d'annuler le terme de fausse asymétrie  $A_{\mathcal{L}}$ . Expérimentalement, les poids statistiques  $\omega^{G/D}$  sont différents, et le calcul de l'asymétrie expérimentale moyennée définie par :

$$\langle A_{exp} \rangle \equiv \frac{\omega^G A_{exp}^G - \omega^D A_{exp}^D}{\omega^G + \omega^D} \quad (4.33)$$

implique l'apparition d'un effet résiduel tel que :

$$\langle A_{exp} \rangle = A_C + \frac{\omega^G - \omega^D}{\omega^G + \omega^D} A_{\mathcal{L}} \quad (4.34)$$

Nous posons pour la suite de l'exposé :

$$Res(A_{\mathcal{L}}) = \frac{\omega^G - \omega^D}{\omega^G + \omega^D} A_{\mathcal{L}} \quad (4.35)$$

Nous insistons sur le fait que l'étude des incertitudes systématiques menée ici s'applique à la mesure réalisée avec la méthode semi-intégrée, et qu'en particulier les coefficients  $\omega^{G/D}$  définis par la relation (4.28) sont les coefficients de pondération de cette mesure.

### 4.1.3.1 L'asymétrie de bruit

L'asymétrie de bruit est en moyenne compatible avec zéro (cf. figure 4.4), et c'est la raison pour laquelle nous avons négligé sa contribution dans le calcul de l'asymétrie expérimentale. Afin d'estimer l'effet systématique engendré par la non prise en compte de cette correction, reprenons l'équation (4.16) :

$$A_C = \left(1 + \frac{B}{S}\right) A_{brute} - \frac{B}{S} A_B \quad (4.36)$$

que l'on peut aussi écrire sous la forme :

$$A_C = \langle A_{exp} \rangle - Res\left(\frac{B}{S} A_B\right) \quad (4.37)$$

où

$$Res\left(\frac{B}{S} A_B\right) = \frac{\omega^G (B/S)^G A_B^G - \omega^D (B/S)^D A_B^D}{\omega^G + \omega^D} \quad (4.38)$$

est le résidu de l'asymétrie de bruit. L'erreur associée au calcul de ce résidu peut se mettre sous la forme :

$$\delta\left(Res\left(\frac{B}{S} A_B\right)\right) = \frac{1}{\omega^G + \omega^D} \sqrt{(\omega^G (B/S)^G \delta A_B^G)^2 + (\omega^D (B/S)^D \delta A_B^D)^2} \quad (4.39)$$

La distribution des résidus de l'asymétrie de bruit est représentée pour l'ensemble des runs sur la figure 4.12. Les valeurs moyennes pendant les expériences  $N-\Delta$  et  $G_E^p$  sont compatibles avec zéro et la largeur de la distribution correspond à l'incertitude de chaque run. Nous avons retenu comme hypothèse que la distribution des résidus correspondait à une distribution statistique de mesure autour de la valeur zéro. En d'autres termes, la contribution de l'asymétrie de bruit est nulle avec une précision de mesure égale à l'erreur sur cette valeur moyenne, soit  $RMS/\sqrt{N_{ent}}$ . Nous pouvons désormais attribuer à l'asymétrie expérimentale une incertitude systématique de mesure telle que :

$$Res\left(\frac{B}{S} A_B\right) = 2 \cdot 10^{-6} \quad (N-\Delta) \quad (4.40)$$

et

$$Res\left(\frac{B}{S} A_B\right) = 8 \cdot 10^{-6} \quad (G_E^p) \quad (4.41)$$

Pour une asymétrie expérimentale qui vaut au minimum de l'ordre de  $A_{exp} = 3.5 \cdot 10^{-2}$  (cf. figures 4.9 et 4.10), l'incertitude systématique relative due à l'asymétrie de bruit est inférieure à :

$$\frac{\Delta A_{exp}}{A_{exp}} < 0.05\% \quad (4.42)$$

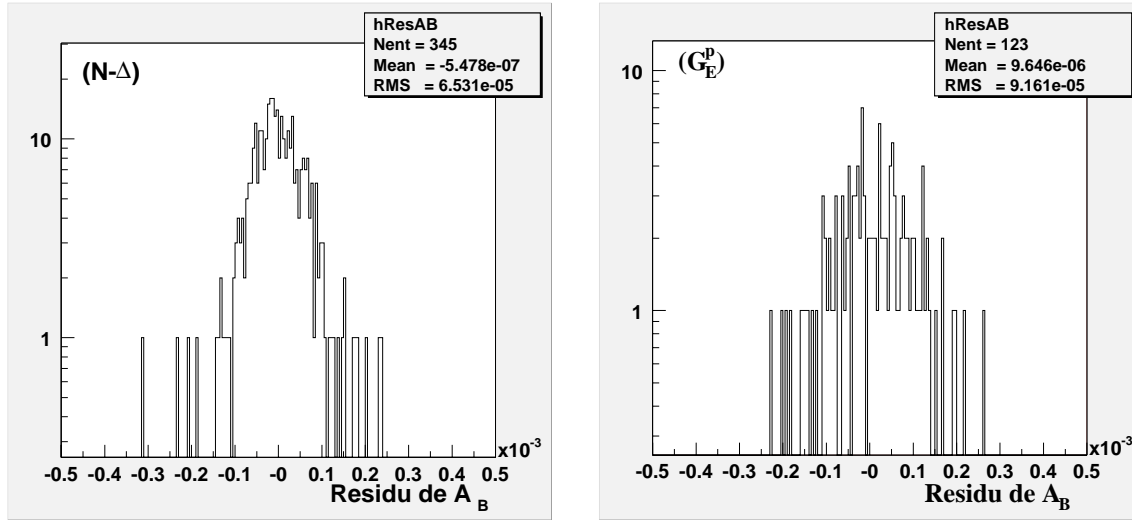


Figure 4.12: Distribution des résidus de l'asymétrie de bruit pendant les expériences  $N-\Delta$  et  $G_E^p$ .

#### 4.1.3.2 Les fausses asymétries en courant

Les taux d'événements utilisés pour le calcul de l'asymétrie expérimentale sont normalisés à l'intensité du faisceau d'électrons (cf. paragraphe § 4.1.2.1), ce qui permet en toute rigueur de s'affranchir des fausses asymétries éventuelles en intensité. Cependant, nous avons utilisé pendant la prise de données de l'expérience  $N-\Delta$  les sorties des moniteurs de courant (BCM) avec un gain de 3 (cf. paragraphe § 2.2.6.2), ce qui, compte tenu de l'intensité moyenne du faisceau de l'ordre de  $70 \mu A$ , entraîne une saturation de la réponse des BCM. La réponse n'est plus linéaire, mais peut se mettre sous la forme :

$$I_m = I_v(1 + \alpha I_v) \quad (4.43)$$

où  $I_m$  est l'intensité mesurée en régime non linéaire,  $I_v$  est l'intensité vraie du faisceau et  $\alpha$  le coefficient de non linéarité.

Si l'on pose que l'asymétrie expérimentale vraie  $A_v$  et l'asymétrie expérimentale mesurée  $A_m$  sont définies telles que :

$$A_v = \frac{\frac{N^+}{I_v^+} - \frac{N^-}{I_v^-}}{\frac{N^+}{I_v^+} + \frac{N^-}{I_v^-}} \quad \text{et} \quad A_m = \frac{\frac{N^+}{I_m^+} - \frac{N^-}{I_m^-}}{\frac{N^+}{I_m^+} + \frac{N^-}{I_m^-}} \quad (4.44)$$

alors on en déduit la relation suivante :

$$A_v = \frac{A_m + A_{bcm}}{1 - A_m A_{bcm}} \quad (4.45)$$

où  $A_{bcm}$  est définie telle que :

$$A_{bcm} = \frac{(1 + \alpha I_v^+) - (1 + \alpha I_v^-)}{(1 + \alpha I_v^+) + (1 + \alpha I_v^-)} \quad (4.46)$$

et caractérise la fausse asymétrie engendrée par la non linéarité des moniteurs de courant.

Cette fausse asymétrie s'applique sur les asymétries mesurées, ce qui entraîne que l'asymétrie expérimentale Compton peut s'écrire au premier ordre, à l'aide des équations (4.16) et (4.45), comme :

$$A_C = \left(1 + \frac{B}{S}\right) (A_{brute}^m + A_{bcm}) - \frac{B}{S} (A_B^m + A_{bcm}) \quad (4.47)$$

L'asymétrie expérimentale Compton se déduit de l'asymétrie calculée  $\langle A_{exp} \rangle$  telle que :

$$A_C = \langle A_{exp} \rangle - Res\left(\frac{B}{S} A_B\right) + Res(A_{bcm}) \quad (4.48)$$

où  $Res\left(\frac{B}{S} A_B\right)$  est le résidu de l'asymétrie de bruit défini par l'équation (4.38) et  $Res(A_{bcm})$  est le résidu de la fausse asymétrie des BCM défini par :

$$Res(A_{bcm}) = \frac{\omega^G - \omega^D}{\omega^G + \omega^D} A_{bcm} \quad (4.49)$$

La fausse asymétrie résultant de la non linéarité des BCM peut aussi se définir à l'aide des asymétries des intensités vraies  $A_{Iv}$  et mesurées  $A_{Im}$  telle que :

$$A_{bcm} = \frac{A_{Im} - A_{Iv}}{(1 + A_{Im} A_{Iv})} \quad (4.50)$$

où

$$A_{Im} = \frac{I_m^+ - I_m^-}{I_m^+ + I_m^-} \quad \text{et} \quad A_{Iv} = \frac{I_v^+ - I_v^-}{I_v^+ + I_v^-} \quad (4.51)$$

Une étude menée sur la réponse des moniteurs de courant pendant toute la prise de données de l'expérience  $N-\Delta$  a montré que [119] :

$$\frac{A_{Iv}}{A_{Im}} = \frac{A_I^{Gain=1}}{A_I^{Gain=3}} = 1.029 \quad (4.52)$$

ce qui entraîne que :

$$Res(A_{bcm}) = -0.029 \frac{\omega^G - \omega^D}{\omega^G + \omega^D} A_{Im} \quad (4.53)$$

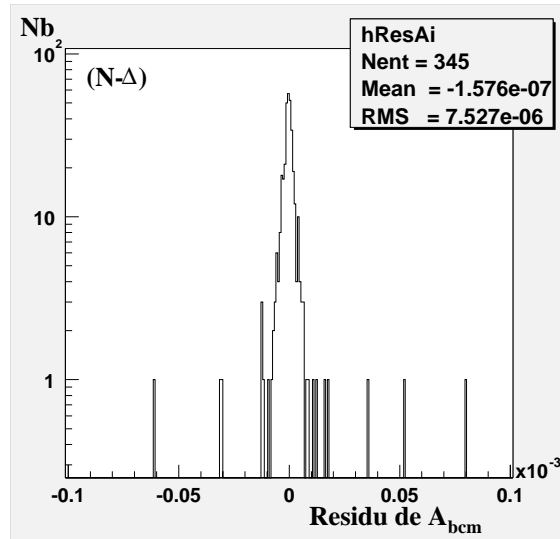


Figure 4.13: Distribution des résidus de la partie non linéaire de l'asymétrie en intensité pendant l'expérience  $N - \Delta$ .

Cette fausse asymétrie n'apparaît que si les trois conditions suivantes sont simultanément remplies, à savoir une asymétrie en courant non nulle, une non-linéarité de la réponse des moniteurs de faisceau et enfin un poids statistique différent pour chaque état de polarisation du faisceau de photons.

Les résidus de cette fausse asymétrie sont représentés sur la figure 4.13. La valeur moyenne est compatible avec zéro et l'incertitude de mesure de la non linéarité des moniteurs de courant est la largeur de la distribution, d'où :

$$Res(A_{bcm}) = 8 \cdot 10^{-6} \quad (N-\Delta) \quad (4.54)$$

Cette quantité représente une des incertitudes de mesure de l'asymétrie expérimentale pendant l'expérience  $N-\Delta$ . Normalisée à l'asymétrie expérimentale, qui vaut au minimum de l'ordre de  $A_{exp} = 3.5 \cdot 10^{-2}$  (cf. figure 4.9), l'incertitude systématique relative est :

$$\frac{\Delta A_{exp}}{A_{exp}} < 0.05\% \quad (4.55)$$

Cette incertitude n'intervient pas pendant la prise de données effectuée pendant l'expérience  $G_E^p$ , où la réponse des moniteurs de courant était linéaire.

#### 4.1.3.3 Les fausses asymétries en position

Les fausses asymétries en position proviennent d'une différence systématique de la position du faisceau d'électrons entre ses deux états de polarisation. Si la luminosité

n'est pas conservée entre les deux positions  $y^+$  et  $y^-$  du faisceau, alors on peut écrire que :

$$A_{Pos} = \frac{1}{N_0} \left. \frac{\partial n}{\partial y} \right|_{y=y_0} \Delta y \quad (4.56)$$

où  $N_0$  est le nombre moyen d'événements détectés à la position  $y_0 = \frac{y^+ + y^-}{2}$ ,  $\left. \frac{\partial n}{\partial y} \right|_{y=y_0}$  est la sensibilité du nombre d'événements à la position  $y_0$  et  $\Delta y = y^+ - y^-$  est la différence de position entre les deux états de polarisation du faisceau d'électrons.

En toute rigueur, nous devrions calculer cette correction pour chaque fenêtre d'hélicité du faisceau. En pratique la position du faisceau est stable à  $\pm 20 \mu m^1$ , et le calcul de la fausse asymétrie en position est réalisé sur la position moyenne du faisceau pendant le run. Nous estimerons en Annexe l'erreur associée à cette approximation. Ainsi l'asymétrie expérimentale Compton s'exprime en fonction de cette fausse asymétrie en position selon :

$$A_C = \langle A_{exp} \rangle - Res(A_{Pos}) \quad (4.57)$$

avec

$$Res(A_{Pos}) = \frac{\omega^G A_{Pos}^G - \omega^D A_{Pos}^D}{\omega^G + \omega^D} \quad (4.58)$$

La position relative du faisceau d'électrons par rapport au faisceau de photons dépend a priori de quatre degrés de liberté, qui sont les positions selon les directions  $x$  et  $y$  et selon les angles  $\theta_x$  et  $\theta_y$ . Deux moniteurs de position (BPM) sont disposés de part et d'autre du point d'interaction Compton à une distance de 1.476 m. Les quatre variables de position sont donc données par les relations :

$$\begin{aligned} x^\pm &= \frac{x_1^\pm + x_2^\pm}{2} & \text{et} & & \theta_x^\pm &= \frac{x_2^\pm - x_1^\pm}{2} \\ y^\pm &= \frac{y_1^\pm + y_2^\pm}{2} & & & \theta_y^\pm &= \frac{y_2^\pm - y_1^\pm}{2} \end{aligned} \quad (4.59)$$

où les  $x_{1/2}$  et les  $y_{1/2}$  sont les coordonnées du faisceau sur chacun des BPM, pour chaque état de polarisation  $\pm$  du faisceau d'électrons.

A titre d'illustration, nous allons nous focaliser sur le calcul de la fausse asymétrie selon la direction  $y$ , mais le calcul qui suit s'applique bien entendu de manière identique aux trois autres variables de position  $x$ ,  $\theta_x$  et  $\theta_y$ .

La distribution des positions moyennes  $y = \frac{y^+ + y^-}{2}$  et des différences de position  $\Delta y = y^+ - y^-$  du faisceau sont représentées pour un run de données sur la figure 4.14. A partir de ces deux distributions sont obtenues respectivement la position moyenne  $y_0$

<sup>1</sup>Des coupures en position nous garantissent cet intervalle de position.

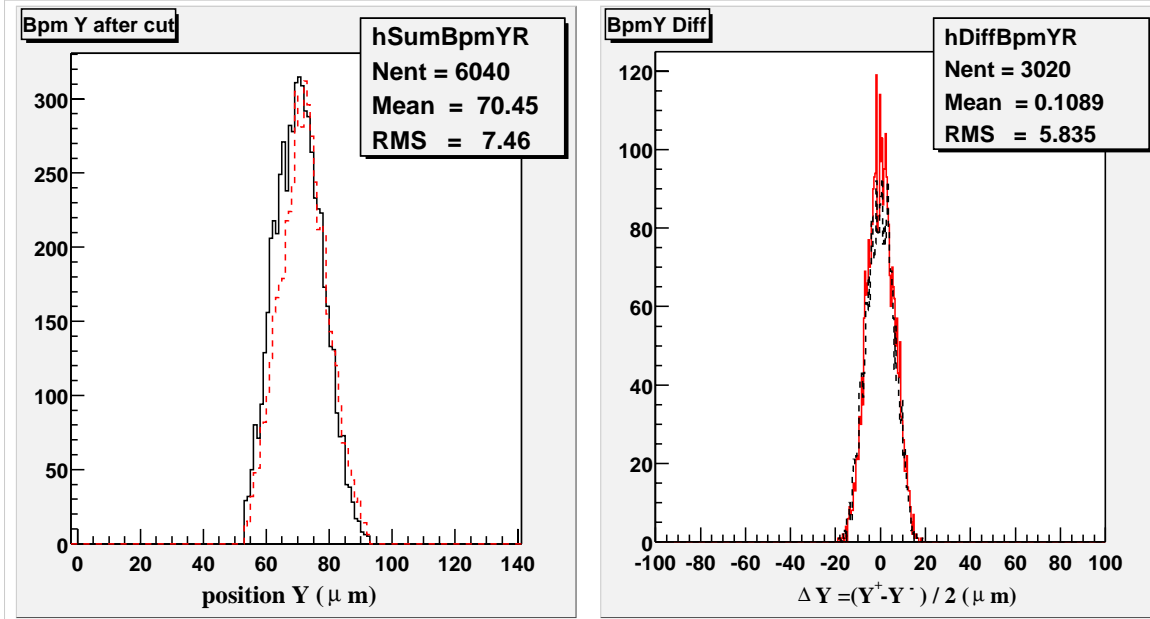


Figure 4.14: Distribution de la position  $y$  et des différences de position en  $y$  pour le run 5693.

du faisceau d'électrons pendant le run ainsi que la différence moyenne des positions  $\Delta y$ .

La sensibilité des taux  $\left. \frac{\partial n}{\partial y} \right|_{y=y_0}$  correspond à la pente des taux normalisés en fonction de la position, calculée à la position moyenne  $y_0$  du faisceau pendant le run. La figure 4.15 représente la luminosité en fonction de la position  $y$ . Cette courbe est ajustée par une droite sur un intervalle de  $\pm 5 \mu\text{m}$ , ce qui fournit la sensibilité en  $y_0$  ainsi que le taux moyen  $N_0$  d'événements détectés à la position  $y_0$ .

Les résidus des fausses asymétries en position sont représentés sur les figures 4.16 et 4.17 pour les runs acquis respectivement pendant les expériences  $N-\Delta$  et  $G_E^p$ . Ces résidus sont compatibles avec 0 quelque soit la variable de position  $x$ ,  $y$ ,  $\theta_x$  et  $\theta_y$  considérée. Nous pouvons alors considérer que les résidus des fausses asymétries sont typiquement inclus dans un intervalle correspondant à la largeur de la distribution des résidus, soit, pour les runs acquis pendant  $N-\Delta$  :

$$Res(A_{P_{os}}^x) = 64 \cdot 10^{-6} \quad Res(A_{P_{os}}^{\theta_x}) = 87 \cdot 10^{-6} \quad (4.60)$$

$$Res(A_{P_{os}}^y) = 93 \cdot 10^{-6} \quad Res(A_{P_{os}}^{\theta_y}) = 113 \cdot 10^{-6} \quad (4.61)$$

En nous plaçant dans la situation la plus défavorable qui consiste à considérer les quatre variables de position décorréelées<sup>1</sup> les unes des autres, la fausse asymétrie totale

<sup>1</sup>Certaines variables  $x$ ,  $y$ ,  $\theta_x$  et  $\theta_y$  sont corrélées pour certains runs.



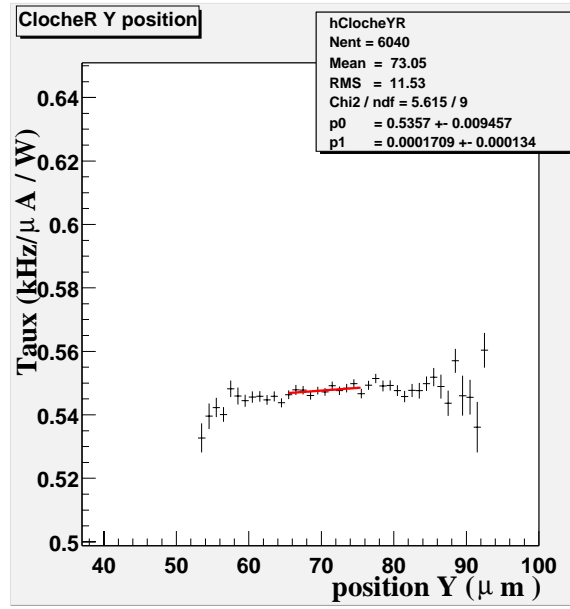


Figure 4.15: Distribution des taux normalisés en fonction de la position  $y$  (run 5693).

s'écrit comme la somme quadratique des quatre fausses asymétries telle que :

$$Res(A_{Pos}) = 1.82 \cdot 10^{-4} \quad (N-\Delta) \quad (4.62)$$

Nous obtenons de manière identique le résidu de la fausse asymétrie en position pour les runs acquis pendant l'expérience  $G_E^p$  :

$$Res(A_{Pos}) = 1.30 \cdot 10^{-4} \quad (G_E^p) \quad (4.63)$$

Ces valeurs correspondent respectivement à des incertitudes relatives de l'ordre de :

$$\frac{\Delta A_{exp}}{A_{exp}} = 0.45\% \quad (N-\Delta) \quad (4.64)$$

$$\frac{\Delta A_{exp}}{A_{exp}} = 0.30\% \quad (G_E^p) \quad (4.65)$$

$$(4.66)$$

sur la valeur de l'asymétrie expérimentale.

Cependant, prenons garde de considérer ces fausses asymétries une à une pour l'étude d'un run en particulier, car cette fausse asymétrie n'est pas de nature statistique. En particulier, pour certains runs qui présentent une forte asymétrie en position, nous pouvons même adopter l'attitude qui consiste à corriger l'asymétrie expérimentale du résidu de la fausse asymétrie en position, et d'attribuer une incertitude de mesure égale à l'erreur du résidu.

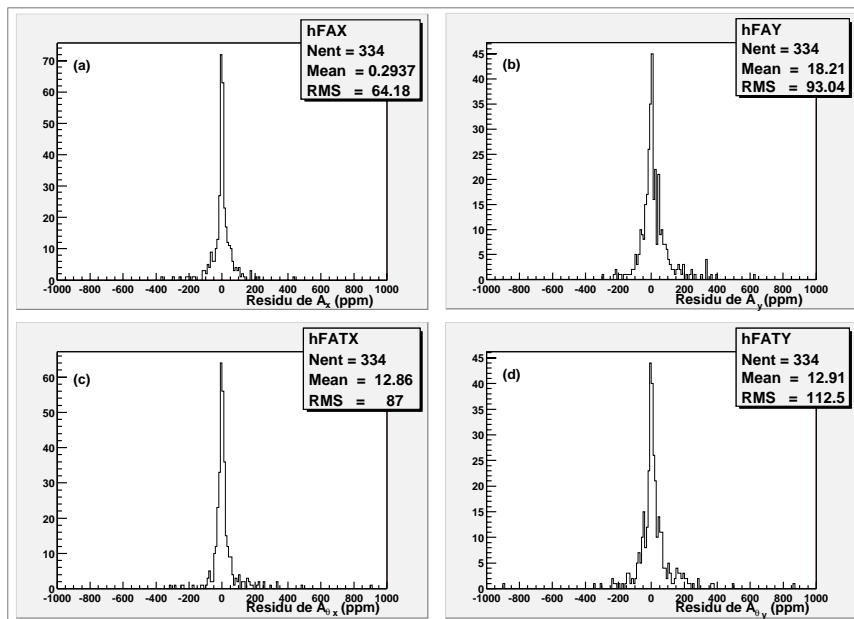


Figure 4.16: Distributions des résidus des fausses asymétries selon les positions  $x$  (a),  $y$  (b),  $\theta_x$  (c) et  $\theta_y$  (d) pendant l'expérience  $N - \Delta$ .

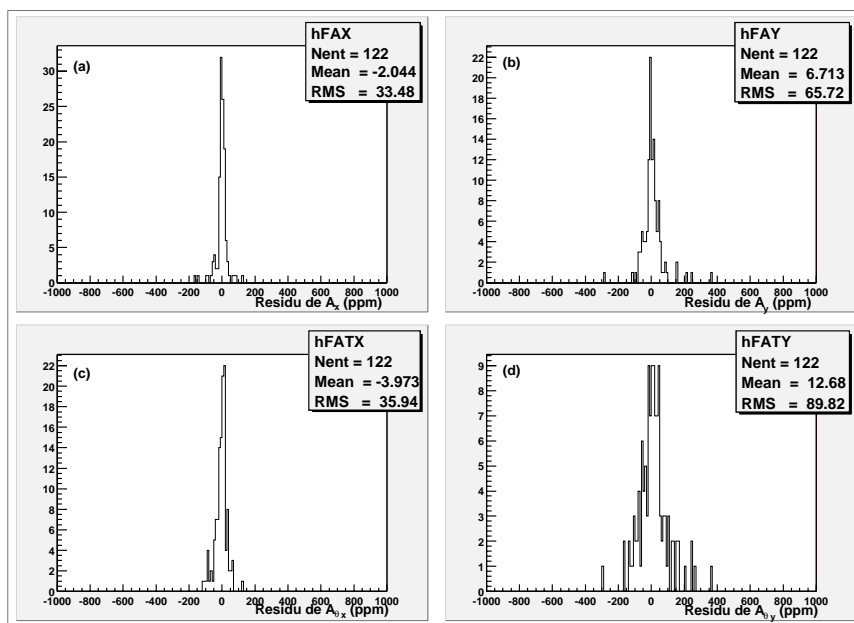


Figure 4.17: Distributions des résidus des fausses asymétries selon les positions  $x$  (a),  $y$  (b),  $\theta_x$  (c) et  $\theta_y$  (d) pendant l'expérience  $G_E^p$ .

#### 4.1.3.4 Le temps mort de l'acquisition

Les événements traités par les cartes ADC, et qui permettent une mesure de la polarisation par la méthode différentielle ou semi-intégrée, sont soumis au temps mort de l'acquisition contrairement à ceux issus des compteurs (dits "scalers") et qui sont utilisés pour la méthode intégrée de la mesure de la polarisation. Si nous imposons un seuil identique pour ces deux types d'événements, alors ils doivent fournir la même mesure d'asymétrie expérimentale.

Pour cela, considérons d'une part l'asymétrie des événements intégrés  $A_{int}$  et d'autre part l'asymétrie des événements différentiels  $A_{diff}$  sommés à partir du seuil électronique, et évaluons la différence systématique :

$$\frac{\Delta A_{DT}}{A_{DT}} = \frac{A_{diff} - A_{int}}{A_{int}} \quad (4.67)$$

La distribution des écarts relatifs d'asymétries est représentée sur la figure 4.18. Cette différence est très faible et vérifie en moyenne :

$$\frac{\Delta A_{DT}}{A_{DT}} < 0.1\% \quad (4.68)$$

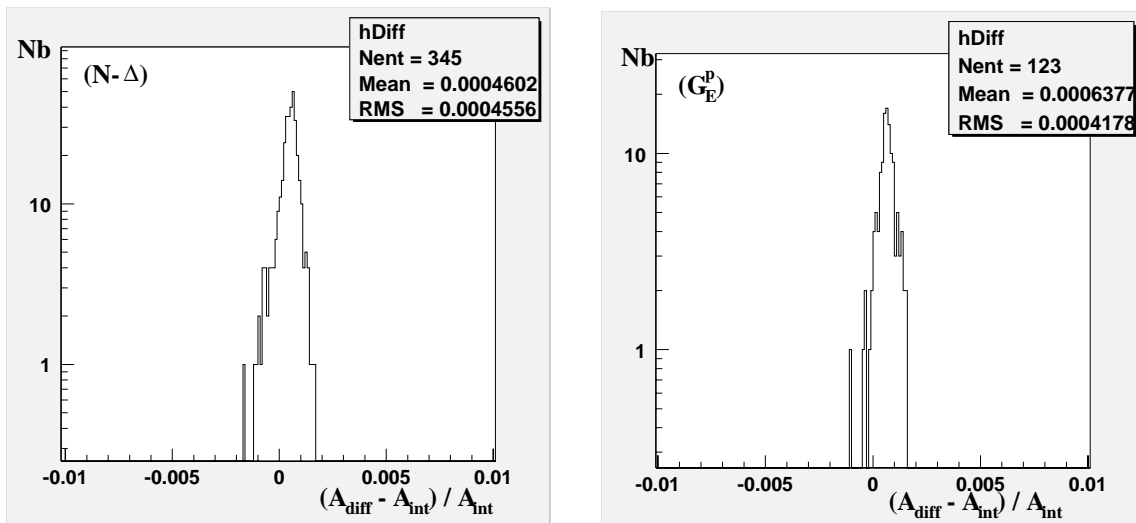


Figure 4.18: Distribution des différences relatives d'asymétries dues au temps mort de l'acquisition.

### 4.1.3.5 La sélection des événements

#### Coupure sur l'état de la cavité

Une des coupures imposée lors de la sélection de nos événements consiste à identifier les périodes de Signal+Bruit (ON) et les périodes de Bruit (OFF) à l'aide du signal reçu sur la photodiode en transmission de la cavité (PDT). Mais nous pourrions aussi nous servir des deux *Pattern Unit* ( $PU^1$ ) qui traduisent l'état de l'asservissement (Servo de l'électronique ON ou OFF) et l'intensité reçue sur la diode en reflexion (au-dessus ou en-dessous d'un seuil appliqué à la PDR), selon :

$$\text{Période ON : } PU(\text{servo}) = 1 \quad \text{et} \quad PU(\text{PDR}) = 1 \quad (4.69a)$$

$$\text{Période OFF : } PU(\text{servo}) = 0 \quad \text{et} \quad PU(\text{PDR}) = 0 \quad (4.69b)$$

Cette coupure, additionnée à celle appliquée sur la PDT, est plus contraignante que la coupure unique appliquée sur la PDT. Une différence d'asymétrie expérimentale calculée selon ces deux modes de sélection nous permet d'évaluer notre incertitude de mesure engendrée par cette sélection.

Désignons respectivement par  $A$  et  $A_{cut}$  les asymétries expérimentales calculées avec seulement la sélection sur la PDT et avec la sélection complémentaire avec les PU. La distribution des différences relatives d'asymétries est représentée sur la figure 4.19. Cet effet est compatible avec zéro, et nous pouvons donc associer une incertitude de mesure liée à la détermination de l'asymétrie expérimentale de l'ordre de :

$$\frac{A_{cut} - A}{A} < 0.1\% \quad (4.70)$$

Les incertitudes provenant des autres critères de sélection sont négligeables.

### 4.1.4 Conclusion

Nous venons de décrire la méthode de calcul de l'asymétrie expérimentale dans le cadre d'une mesure de la polarisation du faisceau d'électrons grâce au polarimètre Compton du TJNAF. Nous avons de même étudié l'ensemble des incertitudes liées à notre calcul de l'asymétrie expérimentale par la méthode semi-intégrée.

La première conclusion que nous présentons concerne l'erreur statistique associée au calcul de l'asymétrie expérimentale. Pour un run typique d'une durée de 40 minutes, l'incertitude statistique est de l'ordre de :

$$\left( \frac{\delta \langle A_{exp} \rangle}{\langle A_{exp} \rangle} \right)_{stat} = 0.8\% \quad (4.71)$$

---

<sup>1</sup>mot de 1 bit = 0 ou 1

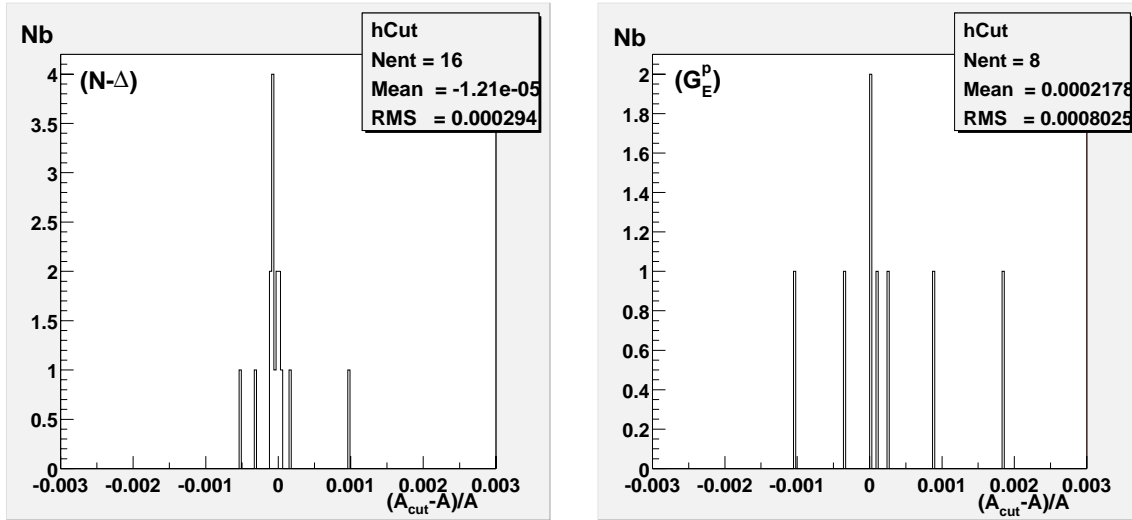


Figure 4.19: Distribution des différences relatives d'asymétries dues à des critères différents de sélection des événements, pour un échantillonnage de runs pris pendant les expériences  $N-\Delta$  et  $G_E^p$ .

En ce qui concerne les incertitudes systématiques liées à cette mesure, nous résumons l'ensemble des erreurs dans les tableaux récapitulatifs 4.1 et 4.2 pour les mesures effectuées respectivement pendant les expériences  $G_E^p$  et  $N-\Delta$ . Nous présentons les incertitudes associées à une mesure typique de polarisation, et nous indiquons les incertitudes décorréelées d'un run à l'autre et qui nous seront utiles dans le paragraphe § 4.3.

Pendant l'expérience $G_E^p$		
Run typique	Erreur totale	Erreur décorrélée
Asymétrie de bruit	0.05 %	
Fausse asymétrie en position	0.3 %	0.3 %
Temps mort de l'acquisition	0.1 %	
Sélection des événements	0.1 %	0.1 %
<b>Total</b>	<b>0.35 %</b>	<b>0.35 %</b>

Tableau 4.1: Bilan des incertitudes totales sur l'asymétrie expérimentale.

Pendant l'expérience $N-\Delta$		
Run typique	Erreur totale	Erreur corrélée
Asymétrie de bruit	0.05 %	
Fausse asymétrie en courant	0.05 %	
Fausse asymétrie en position	0.45 %	0.45 %
Temps mort de l'acquisition	0.1 %	
Sélection des événements	0.1 %	0.1 %
<b>Total</b>	<b>0.5 %</b>	<b>0.5 %</b>

Tableau 4.2: Bilan des incertitudes totales sur l'asymétrie expérimentale.

## 4.2 Le pouvoir d'analyse

Le pouvoir d'analyse est le troisième ingrédient, après la mesure de la polarisation du faisceau de photons et le calcul de l'asymétrie expérimentale, nécessaire à la mesure de la polarisation du faisceau d'électrons.

Pour obtenir une mesure de la polarisation à l'aide du détecteur de photons, nous avons besoin de caractériser la réponse de notre détecteur aux énergies des photons diffusés. La détermination de la résolution et de la calibration du calorimètre fait partie de cette caractérisation. Nous décrirons ensuite le formalisme de calcul du pouvoir d'analyse, puis nous exposerons les motivations qui nous ont conduit, à l'aide de l'étude des incertitudes systématiques, à choisir une région d'énergie précise pour le calcul du pouvoir d'analyse et de l'asymétrie expérimentale.

### 4.2.1 La résolution du calorimètre

Lorsqu'un photon diffusé par interaction Compton a une énergie donnée  $k'$ , il est détecté dans le calorimètre selon une distribution en énergie caractéristique du détecteur. Si cette distribution est gaussienne, alors la largeur de cette distribution est appelée la résolution en énergie du détecteur. Nous allons montrer que dans le cas de notre détecteur, où l'on a exploité uniquement le cristal central de la matrice des vingt cinq cristaux, la distribution de l'énergie déposée admet une queue à basse énergie due à des fuites latérales de gerbes. Nous préférons dorénavant parler de fonction de réponse du détecteur. La détermination de cette fonction de réponse est réalisée grâce au détecteur d'électrons lorsque les photons et les électrons diffusés sont détectés en coïncidence. La modélisation de cette fonction sera réalisée "ad hoc" dans le seul but de reproduire convenablement les données. La probabilité de détection des photons, qui intervient directement dans le calcul du pouvoir d'analyse, est alors déduite de cette fonction.

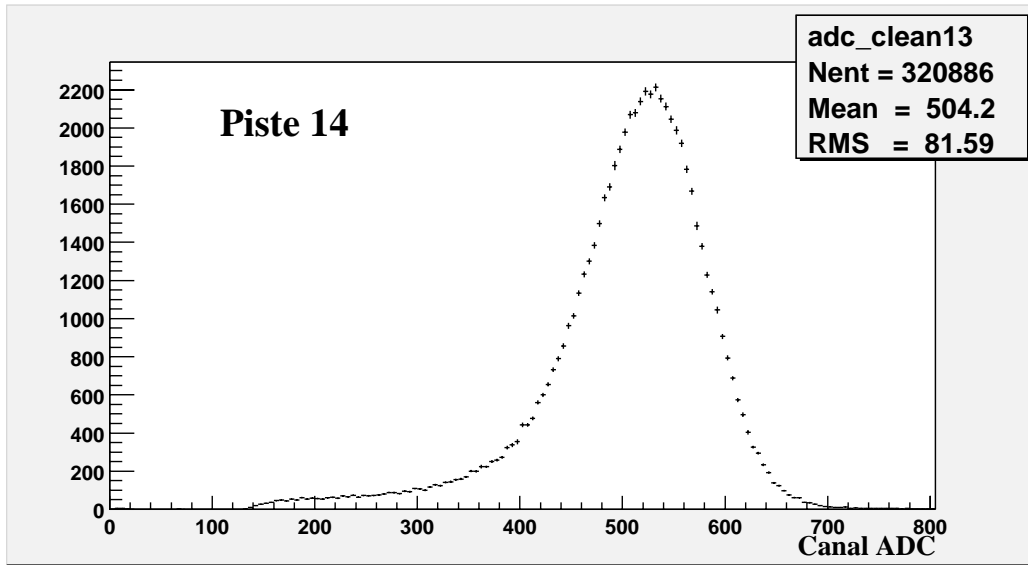


Figure 4.20: Spectre en canaux ADC des photons détectés en coincidence avec les électrons détectés sur la quatorzième piste.

#### 4.2.1.1 La fonction de réponse

La fonction de réponse du calorimètre peut être déterminée pour les runs où les photons et les électrons diffusés sont détectés en coincidence. Le principe consiste à construire le spectre ADC des photons détectés pour chaque énergie des électrons détectés à l'aide de micro-pistes de silicium. Les 48 pistes du détecteur d'électrons permettent d'étiqueter les énergies  $k'$  des photons diffusés.

A titre d'exemple est représenté sur la figure 4.20 le spectre des événements détectés dans le calorimètre lorsqu'une piste du détecteur d'électrons est touchée. La distribution des énergies déposées est asymétrique, et nous avons choisi d'utiliser, afin de modéliser cette distribution, une fonction de la forme générale :

$$\begin{cases} f_R(x) = A_R e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_R^2}} & \text{si } x > x_0 \\ f_L(x) = A_L e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_L^2}} + P_n(x) & \text{si } x < x_0 \end{cases} \quad (4.72)$$

où  $A_{R/L}$  désignent les amplitudes d'une gaussienne de centre  $x_0$  et de largeur respective  $\sigma_{R/L}$ , et où  $P_n(x)$  est un polynôme de degré  $n$  introduit pour modéliser la queue à basse énergie. Dans le souci de reproduire fidèlement les spectres tout en limitant le nombre de variables ajustables, le meilleur candidat est un polynôme de degré 4 de la forme  $P_4(x) = ax^4 + b$ .

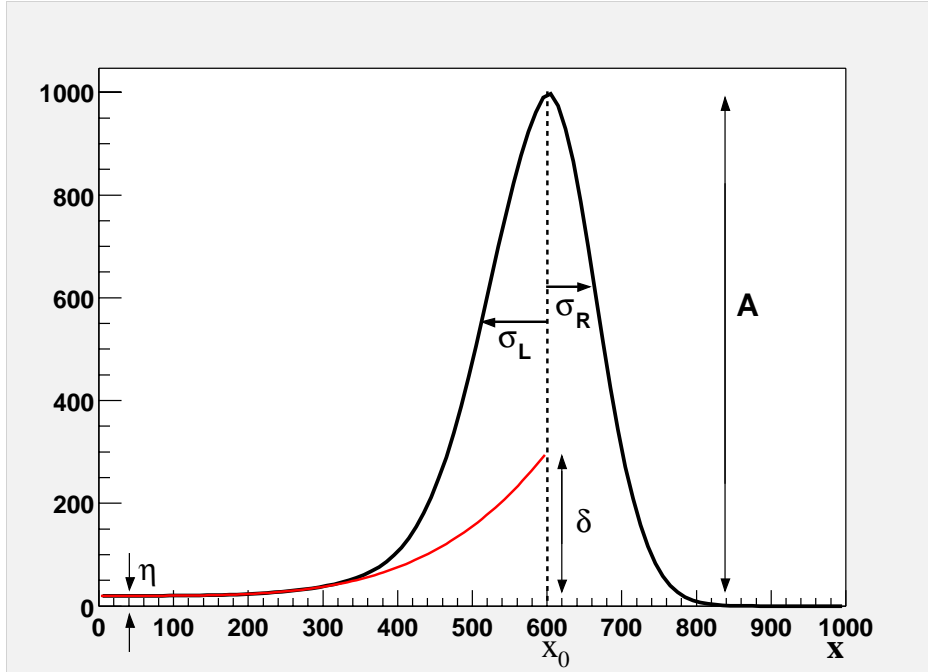


Figure 4.21: Fonction de modélisation de la réponse des ADC à une énergie incidente donnée.

Nous imposons une condition de continuité de la fonction en  $x = x_0$ , soit :

$$A_R = A_L + ax_0^4 + b = A \quad (4.73)$$

et nous introduisons les deux paramètres  $\delta$  et  $\eta$  tels que :

$$\delta = \frac{P_4(x_0)}{A} \quad (4.74)$$

$$\eta = \frac{P_4(0)}{A} \quad (4.75)$$

d'où :

$$\begin{cases} f_R(x) = A e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_R^2}} & \text{si } x > x_0 \\ f_L(x) = A \left[ (1-\delta) e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_L^2}} + \eta + (\delta-\eta) \frac{x^4}{x_0^4} \right] & \text{si } x < x_0 \end{cases} \quad (4.76)$$

Cette fonction à six paramètres est schématisée sur la figure 4.21. Elle est ajustée sur chacun des spectres ADC correspondant aux pistes du détecteur d'électrons. Les ajustements sont représentés sur la figure 4.22. L'abscisse du sommet de la gaussienne asymétrique  $x_0 = ADC_0$  est soustrait de la valeur du pedestal du run<sup>1</sup>, et les

<sup>1</sup>Le pedestal d'un run est l'ensemble des événements détectés à énergie nulle grâce au mode aléatoire du déclenchement de l'acquisition (cf. § 2.2.5) et est propre à chaque run.



paramètres  $\delta$  et  $\eta$  sont contraints dans l'intervalle  $[0, 1]$ . Ces paramètres ne sont pas constants en fonction de la piste touchée, et sont par conséquent fonction de l'énergie des photons incidents au détecteur. Pour les caractériser complètement, nous devons déterminer l'énergie des photons associée à chacune des pistes.

#### 4.2.1.2 Détermination de l'impulsion des électrons

Nous allons associer à chaque piste du détecteur d'électrons l'énergie moyenne des photons diffusés correspondante.

Nous présentons le principe de calcul avec le plan  $B$  du détecteur d'électrons qui est le plan que nous avons utilisé pour la détermination de la fonction de réponse, mais ce calcul peut bien entendu être étendu à l'ensemble des plans.

Les électrons d'impulsion  $p_e$  subissent au passage d'un dipôle d'intégrale de champs  $\int Bdl$  une déviation de trajectoire d'un angle  $\theta$ . La relation générale qui relie l'impulsion des électrons à leur angle de déviation s'écrit :

$$p_e [GeV] = \frac{0.3 \int Bdl}{\tan \theta} \quad (4.77)$$

Tous les électrons qui n'ont pas interagit par diffusion Compton sur les photons subissent tous la même déviation angulaire. Soit  $p_0$  leur impulsion (connue) et soit  $\theta_0$  leur angle de diffusion (cf. figure 2.16). Intéressons nous maintenant aux électrons d'impulsion  $p_i$  détectés sur les pistes  $i$  du détecteur. A une distance  $L$  du centre du dipôle ( $D3$ ), si  $X_i$  est la distance verticale entre les électrons d'impulsion  $p_i$  et ceux d'impulsion  $p_0$ , alors on a au premier ordre la relation :

$$\frac{1}{p_i} = \frac{1}{p_0} + \frac{X_i}{0.3 \int Bdl L} \quad (4.78)$$

Les plans du détecteur sont composés de 48 pistes de largeur  $W = 650 \text{ nm}$ . Si  $Y_s$  est la distance entre le faisceau d'électrons d'impulsion  $p_0$  et la première piste du plan  $B$  du détecteur, alors les impulsions correspondant à chaque bord des pistes  $i$  s'écrivent :

$$\frac{1}{p_i^{max}} = \frac{1}{p_0} + \frac{Y_s + (i - 1) W}{0.3 \int Bdl L} \quad (4.79a)$$

$$\frac{1}{p_i^{min}} = \frac{1}{p_0} + \frac{Y_s + i W}{0.3 \int Bdl L} \quad (4.79b)$$

Nous travaillerons dorénavant en énergie photons, et nous assimilerons pour ce faire l'impulsion des électrons ultra-relativistes à leur énergie. Ainsi, les énergies photons correspondant aux bords des pistes  $i$  du détecteur d'électrons sont :

$$E_i^{min} = p_0 - p_i^{max} \quad (4.80a)$$

$$E_i^{max} = p_0 - p_i^{min} \quad (4.80b)$$

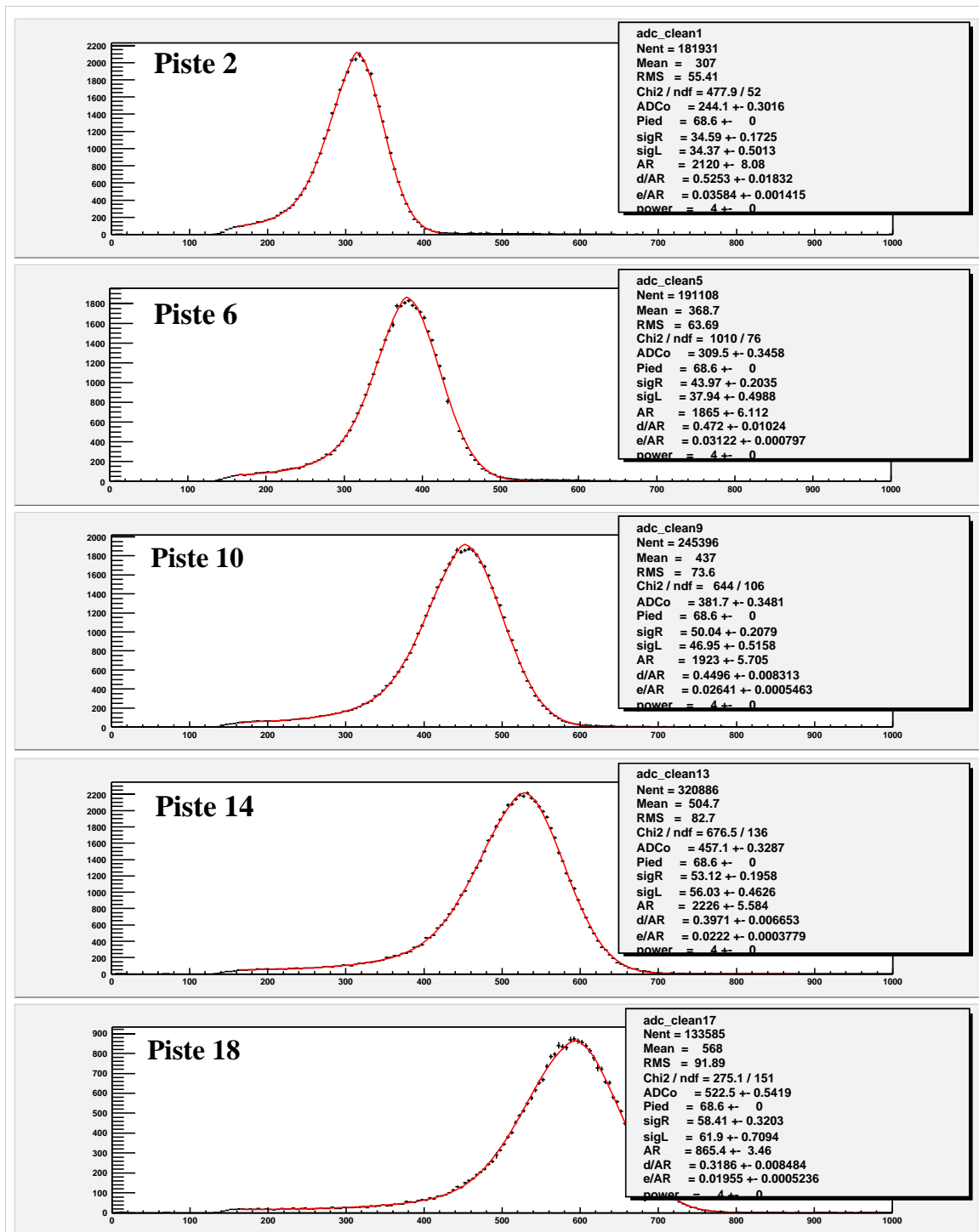


Figure 4.22: Exemple de l'ajustement de la fonction de réponse sur les spectres ADC pour cinq pistes du détecteur d'électrons, parmi les dix-huit pistes touchées du plan B.

La valeur moyenne de l'énergie pondérée de la section efficace Compton non polarisée  $\frac{d\sigma_0(E)}{dE}$  est alors définie pour chaque piste comme :

$$\langle E \rangle_i = \frac{\int_{E_i^{min}}^{E_i^{max}} E \frac{d\sigma_0(E)}{dE} dE}{\int_{E_i^{min}}^{E_i^{max}} \frac{d\sigma_0(E)}{dE} dE} \quad (4.81)$$

et l'erreur commise sur cette valeur moyenne est :

$$\delta(\langle E \rangle_i) = \frac{\sigma_E(E)}{\sqrt{N_i}} \quad (4.82)$$

où  $N_i$  est le nombre d'événements détectés dans le spectre ADC en coincidence avec les électrons détectés sur la piste  $i$  et où  $\sigma_E$  est l'écart quadratique moyen défini par :

$$\sigma_E(E) = \sqrt{\langle E^2 \rangle_i - \langle E \rangle_i^2} \quad (4.83)$$

avec

$$\langle E^2 \rangle_i = \frac{\int_{E_i^{min}}^{E_i^{max}} E^2 \frac{d\sigma(E)}{dE} dE}{\int_{E_i^{min}}^{E_i^{max}} \frac{d\sigma_0(E)}{dE} dE} \quad (4.84)$$

Nous sommes théoriquement en mesure de faire correspondre à chaque piste du plan  $B$  du détecteur une énergie moyenne  $\langle E \rangle_i$ . En pratique, il nous faut connaître la distance de décalage  $Y_s$  entre le plan  $B$  et le faisceau d'électrons, tandis que les paramètres  $p_0$  et  $\int B dl$  sont mesurés par des instruments du Hall A. La distance  $Y_s$  varie en fonction de la position du faisceau, mais peut être considérée comme constante pour un run de données étant donné nos coupures en position à  $\pm 20 \mu m$ . Elle est extraite d'un ajustement de l'asymétrie Compton sur les points expérimentaux du détecteur d'électrons par la méthode différentielle, dont une description plus avancée est donnée dans le paragraphe § 4.5. Pour le run 5693, nous avons :

$$p_0 = 4.6067 \text{ GeV} \quad \int B dl = .86185 \text{ T.m} \quad Y_s = 7.86 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (4.85)$$

Le décalage  $Y_s$  entraîne que la gamme d'énergie du photon détectable grâce au détecteur d'électrons est comprise, selon la relation (4.80), entre  $150 \text{ MeV}$  et  $340 \text{ MeV}$  pour une énergie initiale du faisceau d'électrons égale à  $E_0 = 4.5 \text{ GeV}$  et pour  $L = 4.11 \text{ m}$ .

### 4.2.1.3 Modélisation en fonction de l'énergie

Nous pouvons maintenant modéliser les six paramètres de la fonction de réponse définie par l'équation (4.76) en fonction de l'énergie incidente des photons<sup>1</sup>. La modélisation que nous proposons ici est arbitraire, et a pour seul but de reproduire au mieux

<sup>1</sup>L'énergie incidente des photons détectés dans le calorimètre est en fait l'énergie de diffusion des photons après l'interaction Compton, et non pas leur énergie initiale avant l'interaction (cf. § 2.1).

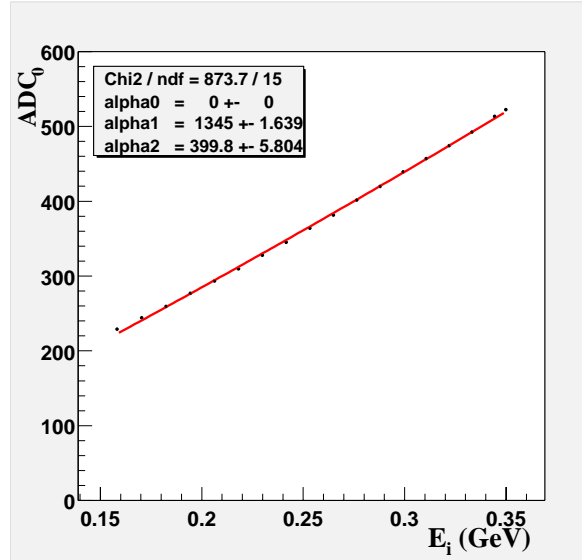


Figure 4.23: Ajustement des  $x_0$  en fonction de l'énergie incidente des photons par un polynôme de degré 2 (run 5693).

l'évolution des paramètres en fonction de l'énergie. Nous avons choisi de présenter dans cette section une modélisation polynômiale des paramètres, et nous étudierons dans la section consacrée au calcul du pouvoir d'analyse (cf § 4.2.3) l'influence de différentes modélisations.

La figure 4.23 représente les  $ADC_0$  extraits des ajustements de la fonction de réponse sur les spectres ADC en fonction des énergies moyennes  $\langle E \rangle_i$  des pistes du détecteur d'électrons. Les erreurs associées aux  $ADC_0$  sont celles issues de l'ajustement sur chacun des spectres ADC. L'ensemble de ces points est ajusté par un polynôme de degré 2 afin de tenir compte d'une légère non-linéarité, et on impose le passage de la fonction par le point O ( $ADC_0 = 0$  pour  $E_i = 0$ ). Pendant l'expérience  $G_E^p$ , l'énergie déposée dans les ADC est quasiment proportionnelle à l'énergie incidente. Cette courbe caractérise la calibration de notre détecteur.

Les deux paramètres qui caractérisent la largeur des distributions ADC sont  $\sigma_R$  et  $\sigma_L$ , exprimés en canaux ADC. Ces deux "résolutions" doivent cependant être déconvoluées de la résolution intrinsèque due à la largeur finie des pistes. Ainsi on a la relation<sup>1</sup> :

$$\sigma_{R/L}^v{}^2(ADC) = \sigma_{R/L}^m{}^2(ADC) - \sigma_E^2(ADC) \quad (4.86)$$

où  $\sigma_{R/L}^v(ADC)$  et  $\sigma_{R/L}^m(ADC)$  sont respectivement les largeurs corrigées et les largeurs mesurées issues de l'ajustement de la fonction de réponse sur les spectres ADC, et

<sup>1</sup>Cette relation exprime le fait que la convolution de deux gaussiennes de largeur respective  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  est une gaussienne de largeur  $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ .

$\sigma_E(ADC)$  est la résolution en énergie des pistes définie par l'équation (4.83) et exprimée en canaux ADC. De l'ajustement de la courbe de calibration de la figure 4.23, on peut écrire que :

$$ADC = \alpha + \beta E + \gamma E^2 \quad (4.87)$$

d'où

$$\sigma_E(ADC) = \sigma_E(E) [\beta + 2\gamma E + \gamma \sigma_E(E)] \quad (4.88)$$

L'erreur associée à  $\sigma_E(ADC)$  se compose de l'erreur provenant du terme  $\sigma_E(E)$  propre à chaque piste et des erreurs provenant des paramètres  $\beta$  et  $\gamma$  de l'ajustement de la courbe de calibration, communes pour toutes les pistes du détecteur. Pour ne pas avoir d'erreurs corrélées, nous choisissons de n'affecter à  $\sigma_E(ADC)$  que l'erreur propre à chacune des pistes, et estimerons par la suite l'effet des erreurs des paramètres  $\beta$  et  $\gamma$ . Il vient :

$$\delta\sigma_E(ADC) = [\beta + 2\gamma E + 2\gamma \sigma_E(E)] \delta\sigma_E(E) \quad (4.89)$$

avec

$$\delta\sigma_E(E) = \frac{\sigma_E(E)}{\sqrt{2N_i}} \quad (4.90)$$

On en déduit ainsi l'erreur sur les mesures de  $\sigma_{R/L}^v(ADC)$  telles que :

$$\delta\sigma_{R/L}^v(ADC) = \frac{1}{\sigma_{R/L}^v(ADC)} \times \sqrt{\sigma_{R/L}^m{}^2(ADC)\delta\sigma_{R/L}^m{}^2(ADC) + \sigma_E^2(ADC)\delta\sigma_E^2(ADC)} \quad (4.91)$$

Les paramètres  $\sigma_R$  et  $\sigma_L$  sont représentés sur la figure 4.24 en fonction de l'énergie des photons  $< E >_i$ . Nous ajustons ces paramètres par un polynôme de degré 3 dans lequel la valeur du terme constant est imposée égale au *RMS* de la distribution du piedestal du run.

Enfin les deux paramètres  $\delta$  et  $\eta$  qui caractérisent la queue à basse énergie de nos spectres ADC sont représentés sur la figure 4.25 en fonction de l'énergie des photons.

Le sixième paramètre  $A$  n'est pas modélisé en fonction de l'énergie car il n'est sensible qu'au nombre d'événements détectés dans chacune des pistes, et n'apporte pas d'information sur la fonction de réponse du calorimètre. Nous sommes en droit de le redéfinir afin d'obtenir une fonction de réponse  $f(x)$  normée.

Dans ce cas, la condition de normalisation s'écrit :

$$\int_0^\infty f(x) dx = 1 \quad (4.92)$$

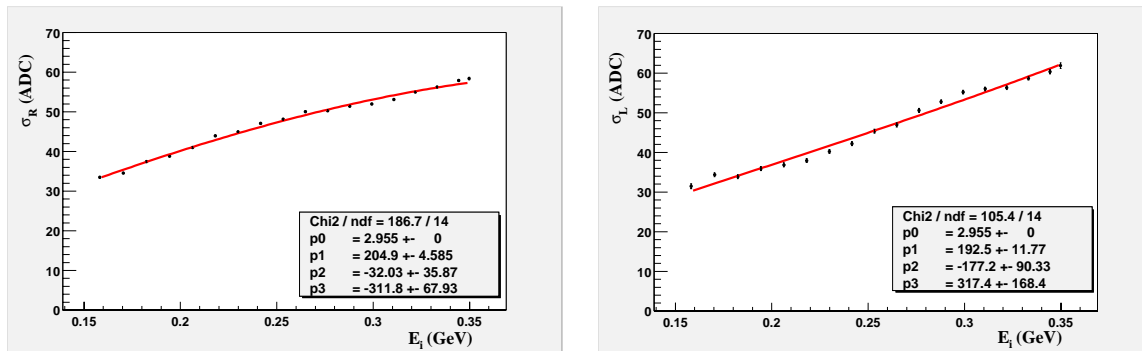


Figure 4.24: Ajustement des largeurs de résolution en fonction de l'énergie incidente des photons par un polynôme de degré 3 (run 5693).

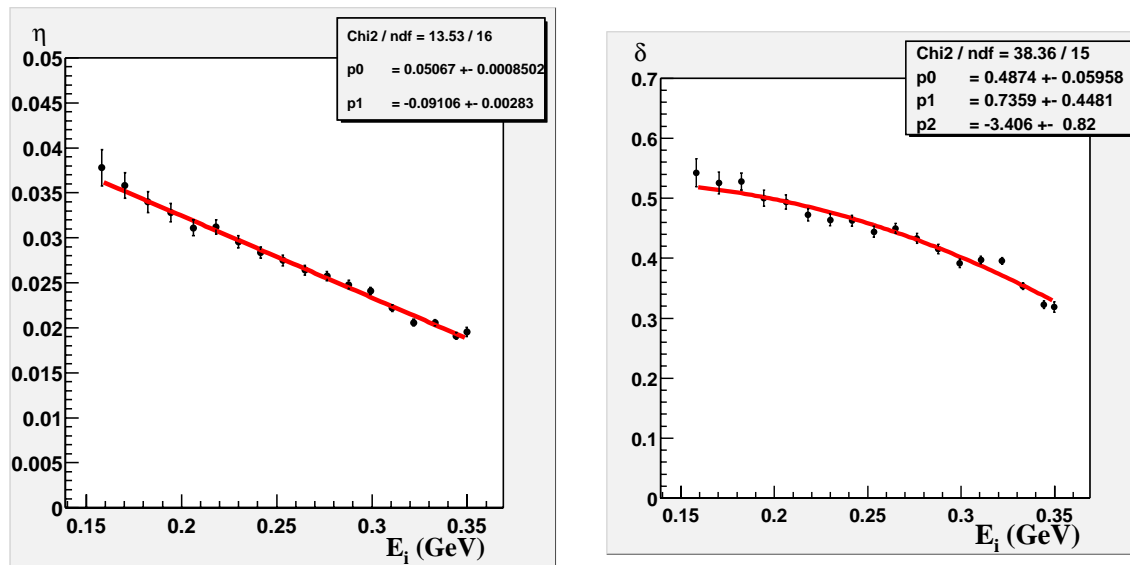


Figure 4.25: Ajustement des paramètres  $\delta$  et  $\eta$  en fonction de l'énergie incidente des photons (run 5693).

soit

$$\int_0^{ADC_0} f_L(x) dx + \int_{ADC_0}^{\infty} f_R(x) dx = 1 \quad (4.93)$$

En définissant la fonction  $Erf(x)$  telle que :

$$Erf(x) = 2 \int_0^x \phi(t) dt \quad \text{avec} \quad \phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (4.94)$$

on obtient la condition suivante sur le paramètre  $A$  de la fonction de réponse  $f(x)$  telle que :

$$A = \frac{1}{\eta ADC_0 + (\delta - \eta) \frac{ADC_0}{5} + (1 - \delta) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_L Erf\left(\frac{ADC_0}{\sigma_L}\right) + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_R} \quad (4.95)$$

En conclusion, nous venons de déterminer une fonction de réponse normée  $f(ADC, k)$  du calorimètre qui est une fonction des ADC et qui se définit à partir de cinq paramètres fonctions de l'énergie incidente des photons. Nous connaissons donc la réponse du détecteur à toutes les énergies incidentes que l'on a pu identifier grâce au détecteur d'électrons. Mais, le détecteur d'électrons étant situé à une distance de quelques millimètres du faisceau d'électrons, cette modélisation n'est valable qu'entre les énergies photons comprises entre  $150 \text{ MeV}$  et le front Compton, situé à  $340 \text{ MeV}$  pour une énergie initiale du faisceau d'électrons égale à  $E_0 = 4.5 \text{ GeV}$ . La modélisation de la fonction de réponse à plus basse énergie ne sera que pure extrapolation.

De plus, la fonction de réponse du calorimètre ne peut être évaluée qu'avec les runs où les photons et les électrons ont été détectés en coïncidence. Nous devons ainsi calibrer l'ensemble de nos runs avec les runs de référence qui permettent de déterminer cette fonction de réponse. C'est le sujet de la prochaine partie.

## 4.2.2 La calibration du calorimètre

Nous venons de déterminer la réponse du calorimètre aux énergies incidentes des photons diffusés. Ceci a pu être réalisé grâce à un run dit de référence où les photons et les électrons ont été détectés en coïncidence. Dans le cas idéal où la réponse du calorimètre est constante dans le temps, alors nous pouvons prétendre connaître parfaitement cette réponse pour tous les runs de données.

La forme globale du spectre des événements détectés sur les canaux ADC est alors la somme des contributions de la réponse du calorimètre aux énergies incidentes photon comprises entre 0 et  $k_{max} = 340 \text{ MeV}$  et pondérée de la section efficace Compton

$\frac{d\sigma_0(k)}{dk}$  définie à l'aide de l'équation (2.18). Cette distribution peut s'écrire sous forme intégrale comme :

$$\frac{d\sigma_s(ADC)}{dADC} = \int_0^{k_{max}} \frac{d\sigma_0(k)}{dk} f(ADC, k) dk \quad (4.96)$$

Cette fonction représente la section efficace Compton résolue.

En pratique, le gain de l'électronique fluctue en fonction du temps, et la réponse des ADC dépend de ce gain. Nous supposons par la suite que ces fluctuations n'interviennent qu'entre chaque run de données, et donc que la réponse des ADC est identique à l'intérieur d'un même run. Dans cette hypothèse, une façon d'exprimer les fluctuations de gain consiste à définir un coefficient de calibration  $\lambda$  qui caractérisera le gain de chaque run par rapport au run de référence. En d'autres termes, on associera une fonction de réponse  $f_\lambda$  à chaque run telle que :

$$f_\lambda(ADC, k) = f\left(\frac{ADC}{\lambda}, k\right) \quad (4.97)$$

et qui exprime le fait que la gamme d'énergie déposée est multipliée par un facteur  $\lambda$  par rapport au run de référence.

Nous allons utiliser expérimentalement pour la détermination du paramètre  $\lambda$  le spectre des événements diffusés et déposés dans le calorimètre en fonction des 1000 canaux ADC. Au préalable, nous devons toutefois soustraire la contribution du bruit de fond au spectre des événements détectés afin de ne considérer que les événements provenant réellement de la diffusion Compton. Pour cela, nous construisons les spectres en énergie (Signal+Bruit) et (Bruit) pour respectivement des périodes *ON* et *OFF* de la cavité. Comme nous n'avons pas accès pour ces événements à la valeur de l'intensité du faisceau d'électrons, nous employons une autre technique pour la soustraction du bruit de fond. Nous supposons que le spectre (Signal+Bruit) est entièrement peuplé après le front Compton par des événements issus du bruit. Ainsi nous soustrayons le spectre de (Bruit) au spectre (Signal+Bruit) après normalisation des deux spectres dans la région des hautes énergies.

Le paramètre  $\lambda$  est obtenu après ajustement de la fonction  $\frac{d\sigma_s(ADC)}{dADC}$  définie par l'équation (4.96), et dans laquelle on a introduit la fonction de réponse  $f_\lambda$ , sur les données expérimentales. Un exemple de cet ajustement est montré sur la figure 4.26 pour un des runs de référence. La fonction de réponse n'étant bien connue que dans la région d'énergie comprise entre 150 *MeV* et 340 *MeV*, l'ajustement ne commence qu'à partir du canal  $ADC = 250$  (soustrait du pedestal), soit de l'ordre de  $ADC = 320$  sur la figure.

Par définition, nous devrions obtenir pour ce run de référence (figure 4.26) un coefficient de calibration issu de l'ajustement égal à  $\lambda = 1$ . Cependant, cette condition n'est vraie que dans l'hypothèse où la calibration du run de référence est juste, et donc dans l'hypothèse où la distance  $Y_s$  (cf. paragraphe § 4.2.1.2) entre le détecteur d'électrons



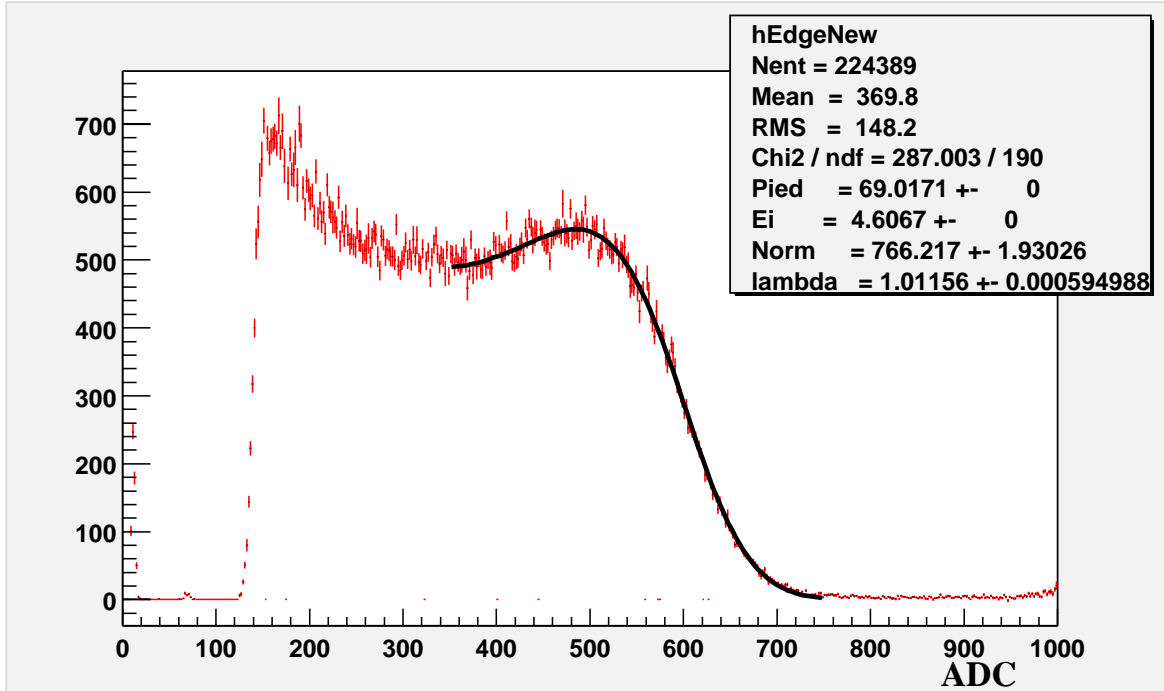


Figure 4.26: Ajustement de la fonction  $\frac{d\sigma_s(ADC)}{dADC}$  sur le spectre ADC expérimental (run 5693).

et le faisceau est bien déterminée. Si tel n'est pas le cas, l'ajustement de la section efficace résolue sur le spectre de référence permet de corriger en partie ce défaut de calibration. Nous avons donc tout intérêt à ajuster la fonction  $\frac{d\sigma_s(ADC)}{dADC}$  sur tous les runs, y compris ceux de référence.

Les coefficients de calibration  $\lambda$  sont représentés sur les figures 4.27 et 4.28 pour respectivement les expériences  $G_E^p$  et  $N-\Delta$ . Ils représentent les fluctuations de gain de l'électronique en fonction du temps. Les sauts de gain que nous pouvons apercevoir sur la figure ont des origines diverses : variations de l'intensité du faisceau d'électrons, variations de la température des cristaux du calorimètre, changement de l'énergie initiale du faisceau d'électrons de  $4.6067 \text{ GeV}$  à  $4.588.5 \text{ GeV}$ , et enfin un effet corrélé à un changement de la valeur de la haute tension appliquée à la diode bleue (cf. § 2.2.3). Maintenant que nous venons de caractériser l'ensemble de nos runs, nous pouvons calculer le pouvoir d'analyse pour chacune de nos mesures.

## 4.2.3 Le calcul du pouvoir d'analyse

### 4.2.3.1 La probabilité de détection

La probabilité de détection est la probabilité qu'un photon d'énergie  $k$  soit détecté, et donc que son énergie déposée soit supérieure à une énergie seuil  $ADC_s$ .

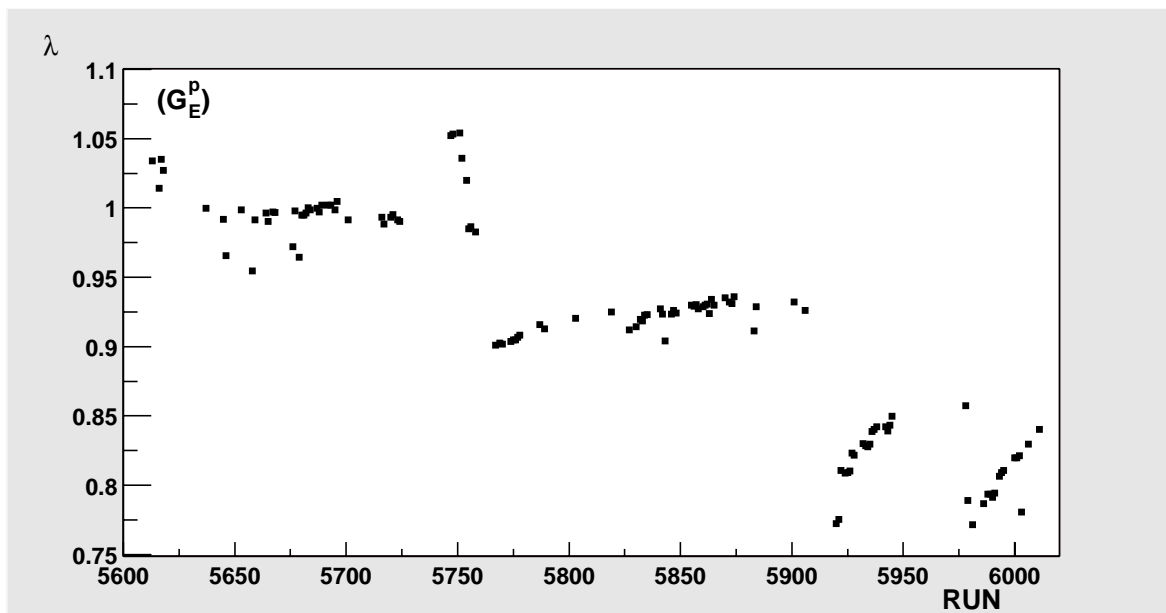


Figure 4.27: Valeurs des coefficients de calibration  $\lambda$  pour l'ensemble des runs pris pendant l'expérience  $G_E^p$ .

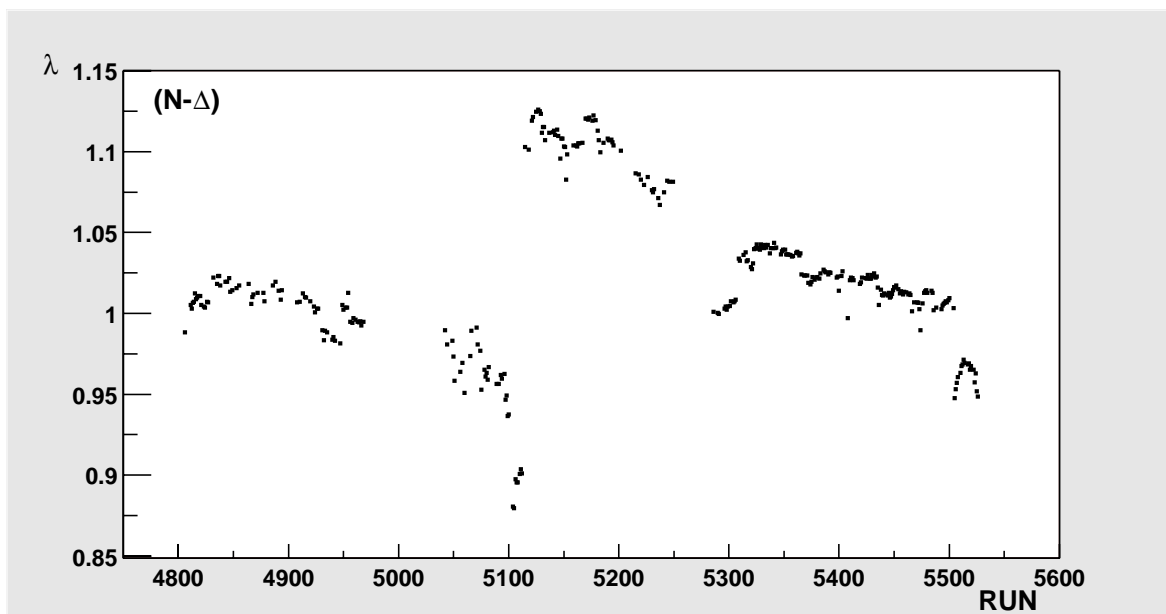


Figure 4.28: Valeurs des coefficients de calibration  $\lambda$  pour l'ensemble des runs pris pendant l'expérience  $N-\Delta$ .

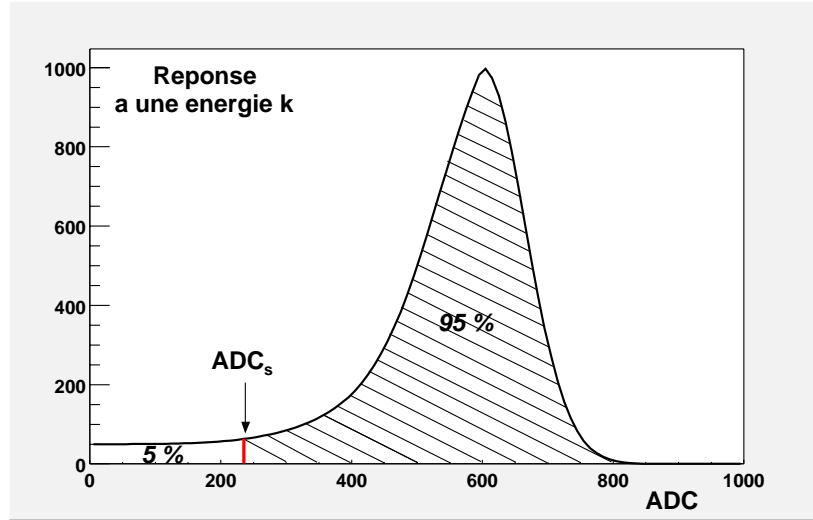


Figure 4.29: Distribution de l'énergie déposée en ADC pour une énergie incidente donnée  $k$ . La probabilité de détection sur cet exemple est de 95%.

Afin d'illustrer la notion de probabilité de détection, considérons la distribution de l'énergie déposée en fonction des canaux ADC pour une énergie incidente  $k$  selon le schéma de la figure 4.29. La probabilité de détection se définit donc comme le rapport :

$$p(k) = \frac{\int_{ADC_s}^{\infty} f(ADC, k) dADC}{\int_0^{\infty} f(ADC, k) dADC} \quad (4.98)$$

où  $ADC_s$  est le seuil en énergie déposée.

Comme la fonction de réponse  $f$  est normée, le dénominateur de l'expression ci-dessus vaut 1. Le calcul de la probabilité de détection peut être effectué analytiquement grâce à la fonction tabulée  $Er f(x)$  définie par l'équation (4.94), et on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{ll} p_{exp}(k) = 1 - A \left[ \eta ADC_s + (\delta - \eta) \frac{ADC_s^5}{5 ADC_0^4} + (1 - \delta) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_L \right. \\ \quad \times \left( Er f\left(\frac{ADC_0}{\sigma_L}\right) - Er f\left(\frac{ADC_0 - ADC_s}{\sigma_L}\right) \right) & \text{si } ADC_0 > ADC_s \\ p_{exp}(k) = A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_R \left[ 1 - Er f\left(\frac{ADC_s - ADC_0}{\sigma_R}\right) \right] & \text{si } ADC_0 < ADC_s \end{array} \right. \quad (4.99)$$

Afin de valider notre probabilité de détection, nous avons mené une simulation Monte-Carlo grâce au programme *GEANT* (bibliothèque Cern) de la réponse du calorimètre. Le principe consiste à modéliser la matrice des 25 cristaux, et d'étudier l'énergie déposée dans chaque cristal en fonction de l'énergie incidente des photons diffusés. Si nous limitons notre étude à un seul cristal, alors nous retrouvons le comportement de la distribution à basse énergie observé expérimentalement (cf. figure 4.30), et qui s'explique

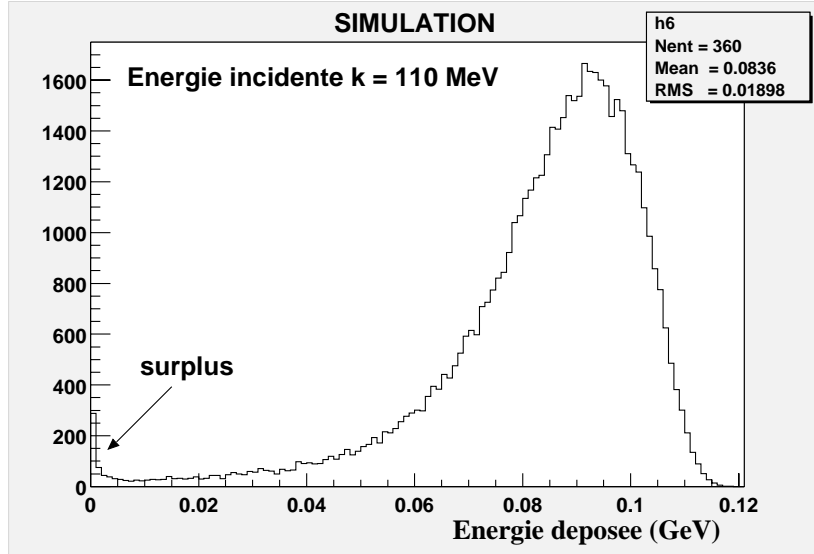


Figure 4.30: Distribution de l'énergie déposée pour une énergie incidente  $k = 110$  MeV obtenue par simulation Géant.

par des fuites latérales de gerbes portant une grande partie de l'énergie du photon diffusé. Mais cette simulation fait aussi apparaître un dépôt d'énergie au voisinage des très faibles énergies déposées. Ce dépôt excédentaire provient des deux feuilles de plomb et d'inox placées devant le calorimètre et qui donnent lieu, par création de paires  $e^+e^-$ , à des événements dont le point d'impact ne correspond pas au cristal central. Cet effet ne pouvait pas être vu avec les spectres ADC expérimentaux, car les événements ne sont détectés qu'au-dessus du seuil électronique, et donc au-dessus de ce phénomène. Nous pouvons cependant estimer à l'aide de la simulation l'effet systématique engendré par cet effet, et l'exprimer sous forme de probabilité telle que :

$$p_F(k) = 1 - \frac{\int \text{spectre oublié}}{\int \text{spectre total}} \quad (4.100)$$

Cette fonction, représentée sur la figure 4.31, représente la correction à apporter à la probabilité  $p_{exp}(k)$  déterminée par la relation (4.99). Cet effet est de 6% à énergie nulle et de 2% à 70 MeV. La probabilité de détection s'écrit donc :

$$p(k) = p_F(k)p_{exp}(k) \quad (4.101)$$

Nous sommes maintenant en mesure de calculer le pouvoir d'analyse.

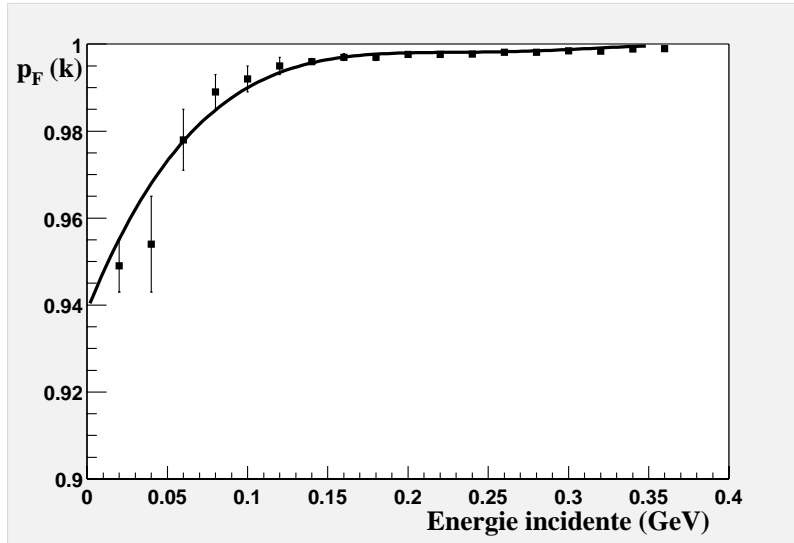


Figure 4.31: Probabilité  $p_F(k)$  définie par l'équation 4.100.

#### 4.2.3.2 Le pouvoir d'analyse

Le pouvoir d'analyse est défini comme :

$$\langle A_L \rangle = \frac{\int_0^\infty p(k) A_L(k) \frac{d\sigma_0(k)}{dk} dk}{\int_0^\infty p(k) \frac{d\sigma_0(k)}{dk} dk} \quad (4.102)$$

où  $p(k)$  est la probabilité de détection définie par la relation (4.98),  $A_L(k)$  est l'asymétrie longitudinale Compton définie par l'équation (2.19) et  $\frac{d\sigma_0(k)}{dk}$  est la section efficace Compton non polarisée définie à l'aide de l'équation (2.18).

Le calcul du pouvoir d'analyse dépend du seuil en énergie  $ADC_s$  par l'intermédiaire de la probabilité de détection  $p(k)$  définie par la relation (4.98). Si nous voulions calculer le pouvoir d'analyse pour toute la gamme d'énergie détectée, alors nous devrions modéliser le seuil électronique de l'acquisition afin de reproduire la pente observée sur les spectres expérimentaux comme cela est illustré sur la figure 4.32. Si nous choisissons au contraire d'appliquer un seuil brutal aux données, ce qui est réalisable avec les événements hitogrammés en vingt canaux d'énergie, alors le seuil  $ADC_s$  est simplement le canal à partir duquel les événements sont intégrés (cf. la méthode semi-intégrée décrite au paragraphe § 4.1.2.2).

Nous pouvons ainsi choisir le seuil  $ADC_s$  que l'on désire, à la condition toutefois qu'il corresponde à la gamme d'énergie où la fonction de réponse du calorimètre est valable. Pour nous aider à effectuer le choix sur la valeur du seuil, nous allons étudier la sensibilité du pouvoir d'analyse aux différentes contributions des erreurs.

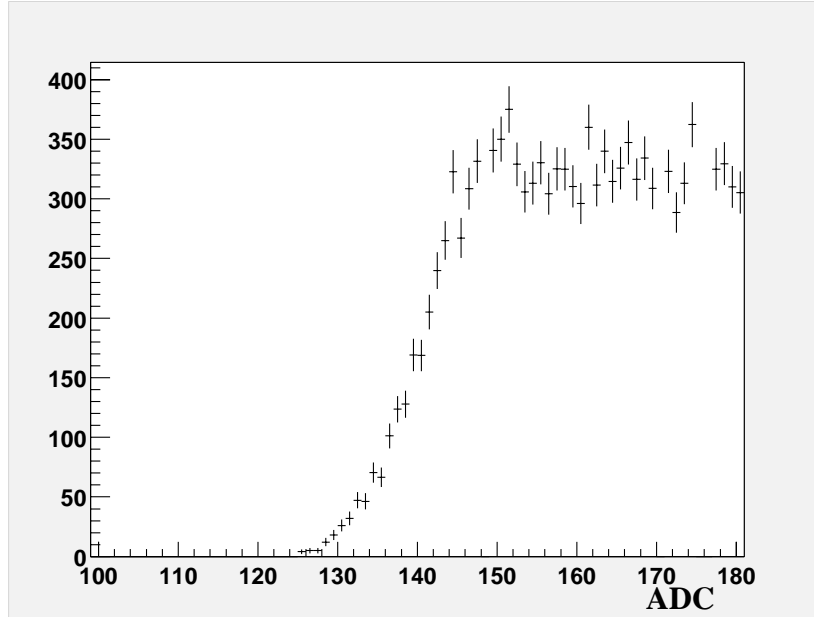


Figure 4.32: Spectre de l'énergie déposée dans la région du seuil (run 5693).

## 4.2.4 Les erreurs systématiques

### 4.2.4.1 Influence de la modélisation de la fonction de réponse

La fonction de réponse du calorimètre dépend de cinq paramètres libres modélisés en fonction de l'énergie incidente des photons. L'étude du pouvoir d'analyse pour différentes paramétrisations de cette fonction va nous renseigner non seulement sur les erreurs systématiques commises lors du calcul du pouvoir d'analyse, mais va aussi nous permettre de choisir le seuil  $ADC_s$  tel que ces erreurs soient les plus faibles.

Afin d'étudier la sensibilité de la fonction de réponse à la modélisation des paramètres en fonction de l'énergie, nous déterminons différentes fonctions de réponse. Les cinq paramètres de la fonction sont le sommet de la gaussienne asymétrique  $ADC_0$ , les deux largeurs  $\sigma_R$  et  $\sigma_L$  de la distribution, et enfin les deux paramètres  $\delta$  et  $\eta$  caractéristiques de la queue observée à basse énergie.

Nous avons choisi de regarder l'influence de la modélisation de  $ADC_0$  en le paramétrisant non pas par un polynôme de degré 2 qui tient compte de la légère non-linéarité des ADC, mais par un polynôme de degré 1 tel que  $ADC_0 = a + bE_i$ , où  $E_i$  est l'énergie incidente des photons. De la même manière, nous avons étudié un comportement des deux largeurs  $\sigma_R$  et  $\sigma_L$  de la forme  $\sqrt{a + bE_i + cE_i^2}$  et dans laquelle nous avons imposé que le terme constant  $a$  correspondant à une énergie nulle déposée soit égal à la largeur du pedestal. Enfin une paramétrisation différente de  $\delta$  est réalisée à l'aide d'un polynôme de degré différent, tandis que la paramétrisation de la variable  $\eta$  ne

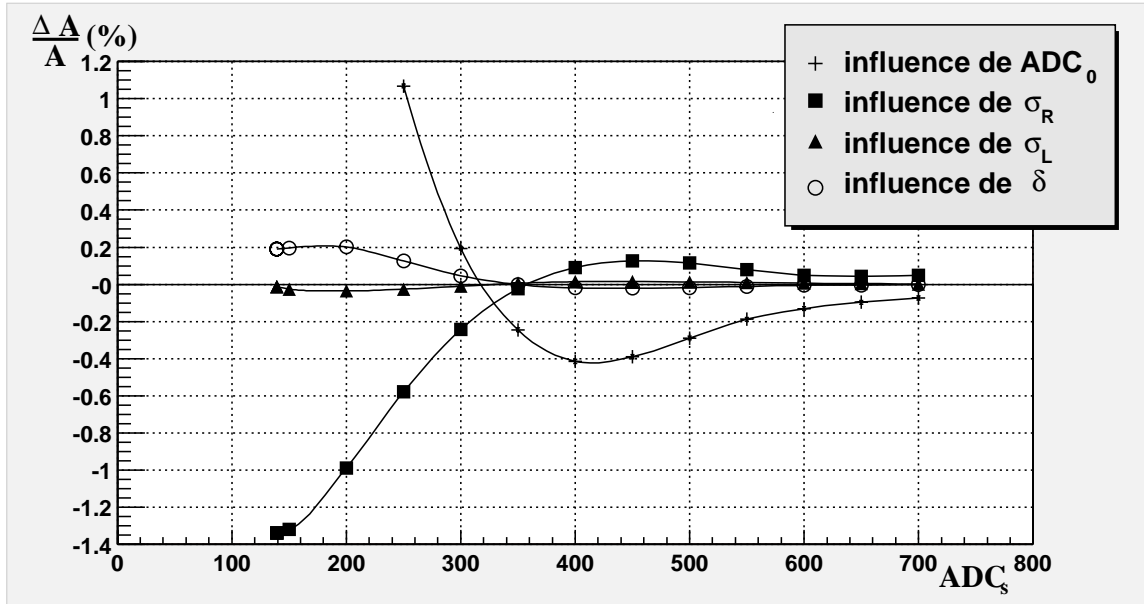


Figure 4.33: Effet sur le pouvoir d'analyse des différentes modélisations des paramètres de la fonction de réponse (run 5693).

présentant pas d'ambiguïté, nous avons choisi de ne pas la faire varier. Pour chacune de ces fonctions de réponse, où un seul des paramètres est changé à la fois, l'ajustement du spectre fournit une valeur de  $\lambda$  introduite pour le calcul du pouvoir d'analyse. Les différences relatives entre ces pouvoirs d'analyse et le pouvoir d'analyse de référence déterminé avec la fonction usuelle est représentée sur la figure 4.33.

L'effet pour un seuil en énergie supérieur au canal seuil  $ADC_s \geq 300$  est de l'ordre de :

$$\frac{\delta \langle A_L \rangle}{\langle A_L \rangle} < 0.45\% \quad (4.103)$$

Or, pour ce même run, nous avons étudié la sensibilité de la précision statistique (cf. figure 4.8) et avons conclu que la région ADC idéale pour appliquer un seuil devait être comprise entre les canaux 300 et 450. Avant de décider quel est le seuil que l'on appliquera aux données, nous devons estimer l'erreur provenant d'une mauvaise calibration du run de référence.

#### 4.2.4.2 La calibration

Le paramètre d'entrée pour le détermination de la calibration du run de référence est le calcul de la distance  $Y_s$  évaluée grâce au détecteur d'électrons.

Or l'erreur associée au calcul de  $Y_s$  est de l'ordre de  $\pm 200 \mu m$ . Afin d'évaluer l'erreur systématique engendrée sur le calcul du pouvoir d'analyse, nous remodelisons les cinq

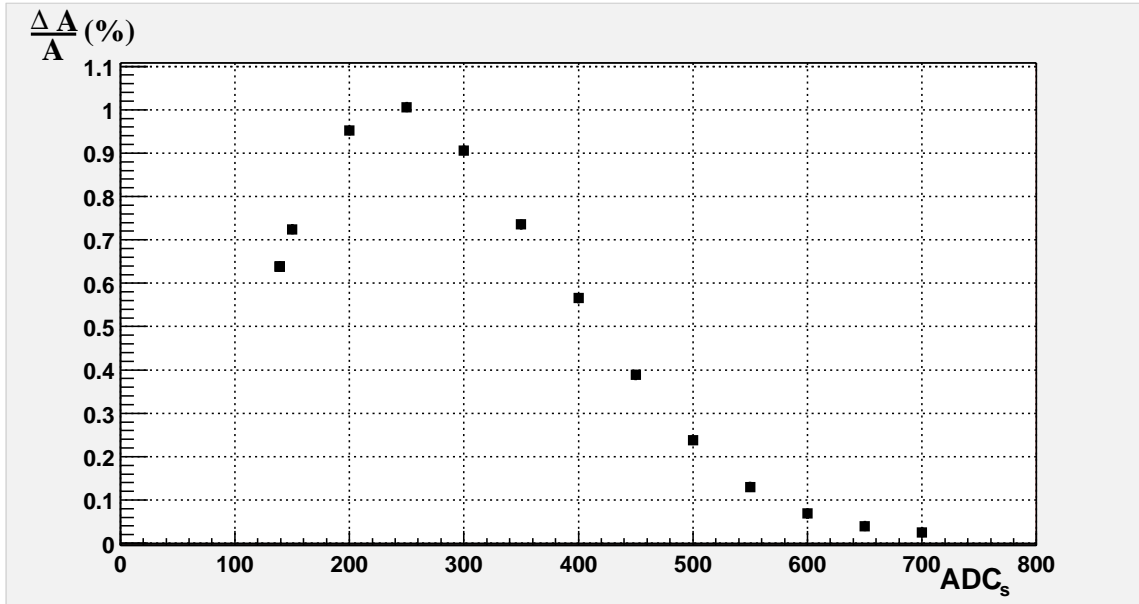


Figure 4.34: Effet sur le pouvoir d'analyse d'une différence de la valeur de la distance  $Y_s$  à  $200 \mu\text{m}$  (run 5693).

paramètres de la fonction de réponse avec une énergie moyenne  $\langle E \rangle_i$  recalculée pour chaque piste à  $Y_s \pm 200 \mu\text{m}$  (cf. paragraphe § 4.2.1.2). Puis nous ajustons la section efficace résolue définie à l'aide de la relation (4.96) sur le spectre expérimental pour extraire un nouveau coefficient de calibration  $\lambda$  (cf. paragraphe § 4.2.2). Nous comparons enfin les pouvoirs d'analyse calculés à  $Y_s$  et à  $Y_s + 200 \mu\text{m}$  en fonction du seuil  $ADC_s$ . L'effet en pourcent est représenté sur la figure 4.34.

L'effet systématique diminue avec le seuil, et nous obtenons en particulier une erreur relative inférieure à 0.4% pour un seuil situé après  $ADC_s = 450$ . Nous rappelons toutefois que ce seuil  $ADC_s$  est le seuil du run de référence (ici le 5693). Or les différents runs suivants seront soumis à certaines fluctuations de gain, ce qui entraînera que leur seuil brute  $ADC_s$  ne correspondra pas exactement à celui que l'on étudie ici. Il est donc préférable de se placer vers un canal seuil  $ADC_s = 400$  pour lequel nous obtenons un effet systématique dû à une mauvaise calibration du run de référence de l'ordre de :

$$\frac{\delta \langle A_L \rangle}{\langle A_L \rangle} = 0.6\% \quad (4.104)$$

#### 4.2.4.3 L'effet d'empilement

L'effet d'empilement est le phénomène qui apparaît lorsque la fréquence des événements incidents est plus élevée que la fréquence d'acquisition. Deux événements sont alors



détectés dans la même porte d'acquisition, et sont vus par l'acquisition comme un unique événement d'énergie égale à la somme des deux énergies individuelles.

Si  $\Gamma$  est le taux des événements qui atteignent le détecteur et si  $\tau_{acq}$  est la largeur de la porte d'acquisition, alors le taux  $\Gamma_f$  des événements fortuits peut être estimé selon la relation :

$$\Gamma_f = \Gamma \times \tau_{acq} \quad (4.105)$$

Pour un run typique où le taux d'événements détectés est de l'ordre de  $50 \text{ kHz}$ , et étant donnée la largeur de la porte d'acquisition égale à  $150 \text{ ns}$ , on s'attend à un taux de fortuites d'environ  $0.75\%$ . Cependant ce chiffre est légèrement sous-estimé, car tous les événements qui atteignent le détecteur ne sont pas tous détectés en raison du seuil électronique de l'acquisition. En particulier, pour un seuil situé au canal  $ADC = 140$  et qui correspond à une énergie de l'ordre de  $E_{seuil} = 46 \text{ MeV}$ , plus de  $15\%$  des événements ne sont pas détectés. Il s'ensuit que le taux réel de fortuites attendues est de l'ordre de  $0.9\%$ .

Le premier effet dû à l'empilement des événements consiste en un décalage du spectre expérimental en fonction de l'énergie, et en particulier dans la région du front Compton. Cet effet a pour conséquence une mauvaise détermination du paramètre  $\lambda$  issu de la calibration des runs, et introduit donc un biais systématique dans le calcul du pouvoir d'analyse.

Nous avons estimé cet effet grâce à une simulation. Pour cela, nous avons construit un spectre d'événements détectés à l'aide de la fonction de réponse déterminée au paragraphe § 4.2.1.1. Ce spectre constitue notre spectre de référence. Parallèlement, nous avons construit le même spectre additionné d'une contribution des événements fortuits à raison de  $0.9\%$  des événements totaux. Ces événements fortuits sont générés par un premier tirage selon la section efficace Compton non polarisée et résolue  $\frac{d\sigma_s(ADC)}{dADC}$ , puis par un second tirage selon une distribution plate observée expérimentalement. Ce second spectre, représenté sur la figure 4.35, présente une queue à haute énergie. Or, expérimentalement selon la procédure de soustraction du bruit de fond décrite dans le paragraphe § 4.2.2, les événements situés au-delà du front Compton, et qui proviennent aussi bien du bruit de fond que de l'empilement, sont tous assimilés à des événements de bruit de fond. Afin de nous placer dans les mêmes conditions expérimentales, nous allons considérer abusivement cette région comme du bruit et opérer une soustraction de bruit. Nous ajustons ensuite la fonction de calibration sur chacun des spectres, et nous obtenons les deux valeurs  $\lambda = 1.0002 \pm 0.0002$  et  $\lambda = 1.0027 \pm 0.0002$ , qui conduisent à une différence systématique de pouvoir d'analyse telle que :

$$\frac{\langle A_L \rangle_f - \langle A_L \rangle}{\langle A_L \rangle} = -0.18\% \quad (4.106)$$

pour un canal  $ADC_s = 400$ . L'effet sur l'ensemble des canaux choisis pour seuil est représenté sur la figure 4.36.

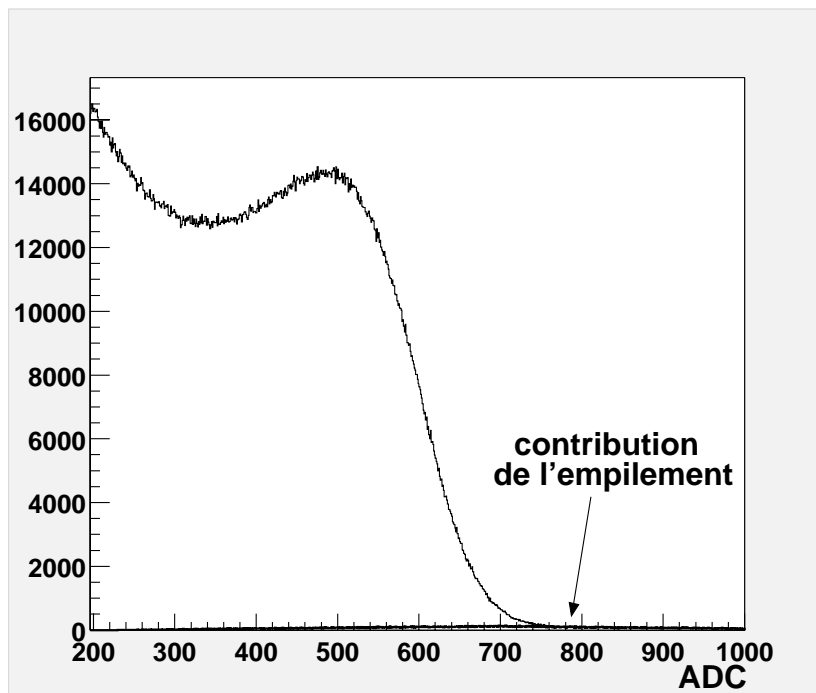


Figure 4.35: Spectre Compton dans lequel des événements d'origine fortuite ont été générés par simulation.

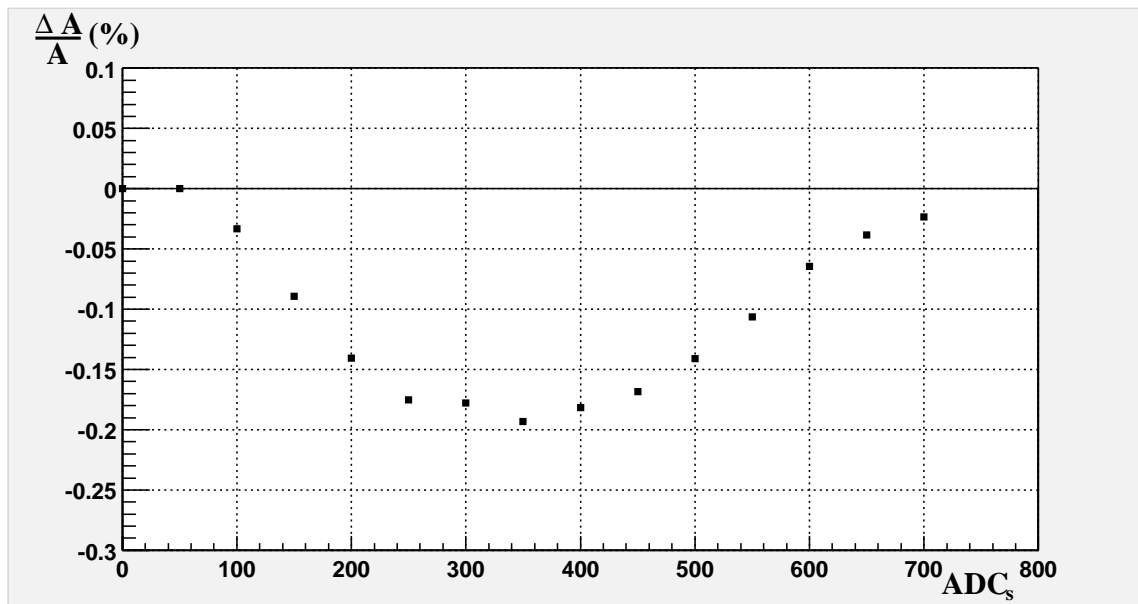


Figure 4.36: Effet simulé sur le pouvoir d'analyse d'une contribution de l'empilement à un taux de 0.9%.

Malheureusement, l'effet d'empilement ne se limite pas à une contribution dans la détermination du pouvoir d'analyse. Il collabore aussi à une mauvaise estimation de l'asymétrie expérimentale. Afin de rendre compte de ces effets, nous envisageons à nouveau de procéder par simulation.

Nous construisons deux spectres de référence dont les distributions suivent la loi :

$$\frac{d\sigma_s^+(ADC)}{dADC} = \int_0^{k_{max}} \frac{d\sigma^+(k)}{ddk} f(ADC, k) dk \quad (4.107)$$

et

$$\frac{d\sigma_s^-(ADC)}{dADC} = \int_0^{k_{max}} \frac{d\sigma^-(k)}{ddk} f(ADC, k) dk \quad (4.108)$$

où les  $\frac{d\sigma^\pm(k)}{ddk}$  sont les sections efficaces Compton polarisées. L'asymétrie expérimentale de référence sera l'asymétrie des nombres d'événements intégrés à partir d'un seuil. Parallèlement, nous construisons deux spectres supplémentaires dans lesquels nous avons modélisé la contribution des taux de fortuites de manière asymétrique, ceci afin de ne pas créer de dilution artificielle. Finalement, les résultats de cette étude sont montrés sur la figure 4.37, et nous obtenons en particulier pour le canal  $ADC_s = 400$  une incertitude de l'ordre de :

$$\frac{\langle A_{exp} \rangle_f - \langle A_{exp} \rangle}{\langle A_{exp} \rangle} = -0.63\% \quad (4.109)$$

En conclusion, l'effet d'empilement contribue à la fois à une incertitude concernant le calcul du pouvoir d'analyse, et à la fois à une incertitude de mesure de l'asymétrie expérimentale. Néanmoins, nous pouvons constater que ces deux effets corrélés vont dans le même sens, et qu'au premier ordre ils se compensent partiellement selon :

$$\frac{\delta \langle A \rangle}{\langle A \rangle} = \frac{\delta \langle A_L \rangle}{\langle A_L \rangle} - \frac{\delta \langle A_{exp} \rangle}{\langle A_{exp} \rangle} = 0.45\% \quad (4.110)$$

pour un seuil situé au canal  $ADC_s = 400$ .

#### 4.2.4.4 Les corrections radiatives

L'étude des corrections radiatives dans la diffusion Compton réelle a été traitée en détail par Denner et Dittmaier [120]. Nous en rappelons ici les principales conclusions. Les deux processus qui interviennent pour le calcul des corrections radiatives dans la diffusion Compton sont les processus  $e^- \gamma \rightarrow e^- \gamma \gamma$  et  $e^- \gamma \rightarrow e^- e^- e^+$ . Le second processus ne contribuant que si la particule détectée est l'électron diffusé, nous ne

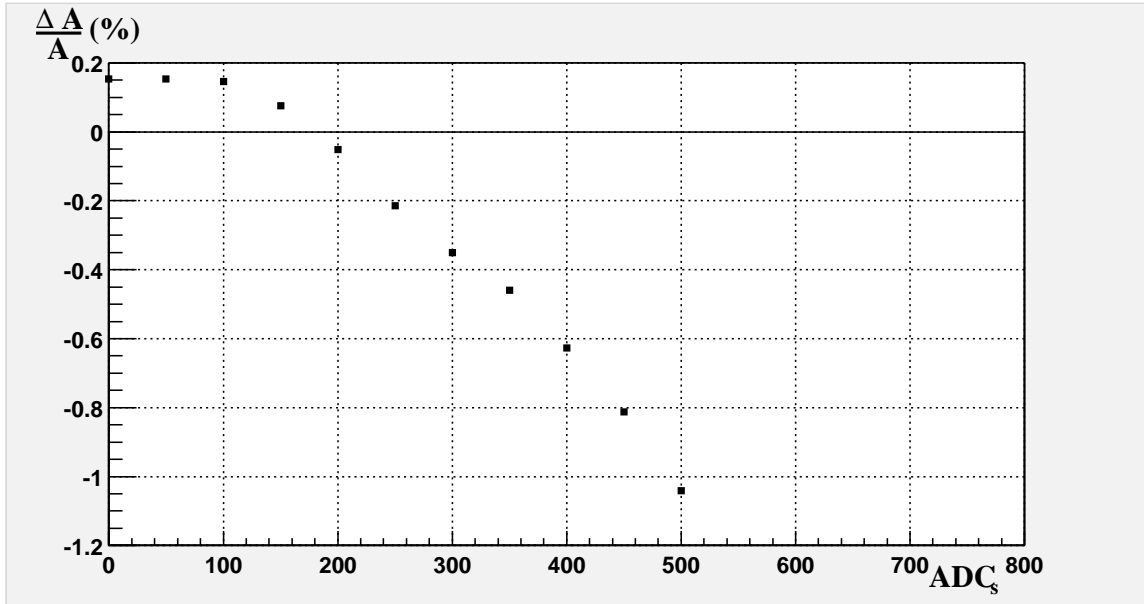


Figure 4.37: Effet simulé sur l'asymétrie expérimentale d'une contribution de l'empilement à un taux de 0.9%.

nous attarderons ici qu'aux corrections provenant de l'amplitude de double diffusion Compton  $e^- \gamma \rightarrow e^- \gamma \gamma$ .

Les corrections radiatives appliquées au calcul de l'asymétrie longitudinale Compton intégrée à partir d'une énergie  $E'_\gamma$  peuvent s'écrire dans l'approximation des faibles énergies comme :

$$\frac{\delta \langle A \rangle}{\langle A \rangle} = \frac{3\alpha (4 - 3 \cos \theta + \cos^2 \theta)}{2\pi (5 - 5 \cos \theta + 2 \cos^2 \theta)} \quad (4.111)$$

où  $\alpha$  est la constante de structure fine et  $\theta$  est l'angle de diffusion du photon dans le référentiel du centre de masse, relié à l'énergie du photon exprimée dans le référentiel du laboratoire selon la relation :

$$\cos \theta = \frac{\gamma_b^2 (1 + \beta_b) E_\gamma - E'_\gamma}{\gamma_b^2 \beta_b (1 + \beta_b) E_\gamma} \quad (4.112)$$

$E_\gamma$  et  $E'_\gamma$  sont respectivement les énergies du photon incident et diffusé, et  $\beta_b$  et  $\gamma_b$  sont les paramètres de Lorentz définis par :

$$\beta_b \sim 1 \quad (4.113)$$

$$\gamma_b = \frac{1}{1 - \beta_b^2} = \frac{E_e + E_\gamma}{\sqrt{s}} \quad (4.114)$$

avec

$$s \sim m_e^2 + 4E_\gamma E_e \quad (4.115)$$

Pour un faisceau d'électrons d'énergie  $E_e = 4.5 \text{ GeV}$  et de masse  $m_e = .511 \text{ MeV}$ , et pour un faisceau de photons d'énergie  $E_\gamma = 1.165 \text{ eV}$ , nous obtenons un paramètre  $\gamma_b = 8.473 \cdot 10^3$ .

En nous plaçant dans les conditions retenues pour notre analyse, où nous avons intégré l'asymétrie à partir d'un seuil situé vers  $E'_\gamma = 230 \text{ MeV}$ , nous obtenons, d'après la relation (4.112) :

$$\cos \theta = -0.375 \quad (4.116)$$

d'où une correction qui s'élève à :

$$\frac{\delta \langle A \rangle}{\langle A \rangle} = 0.26 \% \quad (4.117)$$

Ces résultats ont été confirmés numériquement [121], ce qui valide l'approximation des faibles énergies pour les conditions de TJNAF.

Nous pouvons de même nous préoccuper des corrections apportées à la section efficace Compton non polarisée. Les corrections relatives sont inférieures à  $10^{-4}$  quelle que soit l'énergie  $E'_\gamma$  des photons diffusés. Un éventuel effet sur la détermination du coefficient de calibration  $\lambda$  sera donc négligeable.

### 4.2.5 Conclusion

Nous avons développé une nouvelle méthode de détermination du pouvoir d'analyse, qui consiste en une caractérisation de la réponse du calorimètre. Ceci est réalisable grâce à quelques runs spécifiques où les deux particules diffusées sont détectées en coïncidence. Les études menées sur la sensibilité du pouvoir d'analyse aux différentes contributions des incertitudes nous ont permis de choisir le seuil le mieux adapté à notre prise de données. En particulier nous avons retenu le seuil situé à  $ADC_s = 400$  pour une partie des données prises pendant l'expérience  $G_E^p$ , et qui correspond à un seuil en énergie pour le run de référence 5693 par exemple égal à  $E_{seuil} = 230 \text{ MeV}$ . Pour l'autre partie des données, qui correspond à l'ensemble des runs dont le coefficient de calibration  $\lambda$  se situe plutôt vers 0.8-0.9 (numéro de run supérieur à 5758), nous avons adopté un seuil situé vers  $ADC_s = 350$ .

La valeur du pouvoir d'analyse est représentée en fonction du numéro de run sur les figures 4.38 et 4.39 pendant les expériences  $N-\Delta$  et  $G_E^p$ . L'ensemble des incertitudes associées au calcul du pouvoir d'analyse est résumée dans le tableau 4.3.

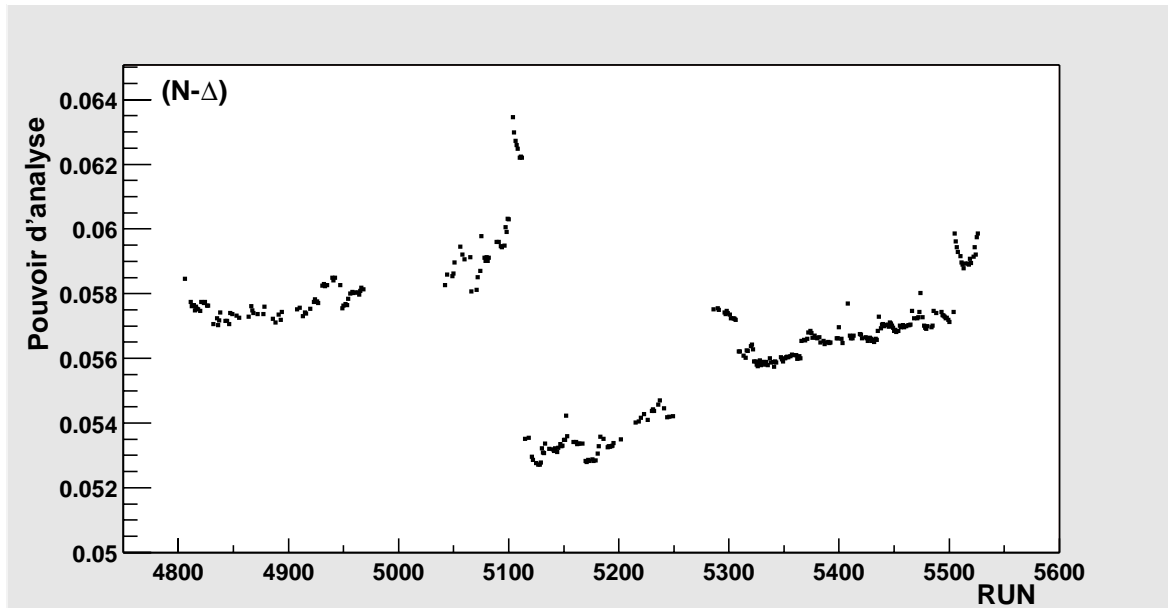


Figure 4.38: Les pouvoirs d'analyse en fonction des runs pendant l'expérience  $N-\Delta$ .

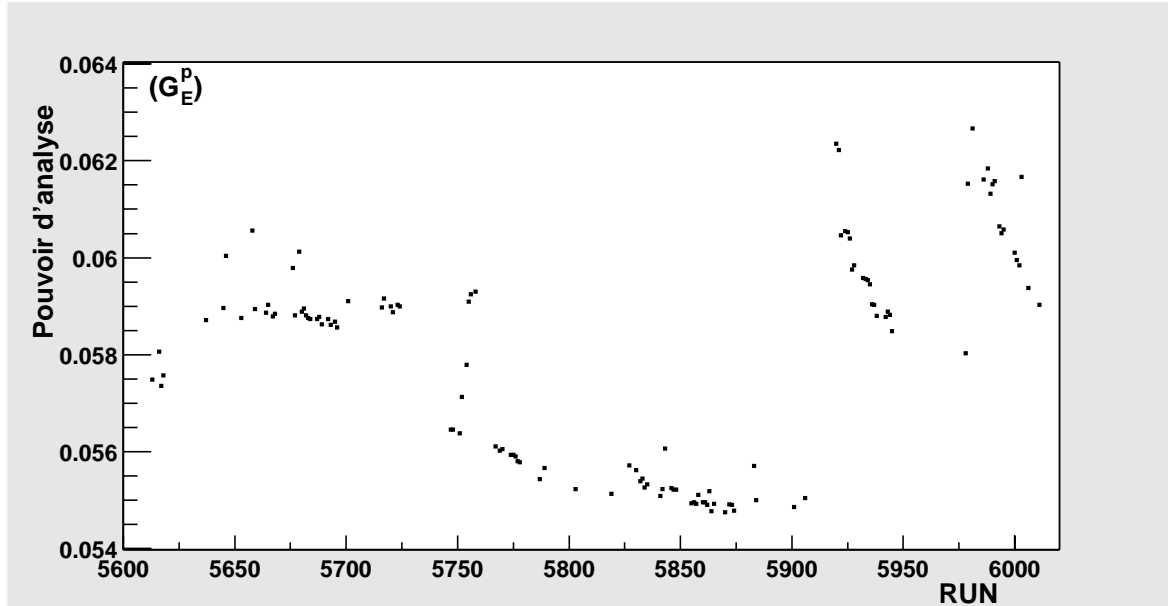


Figure 4.39: Les pouvoirs d'analyse en fonction des runs pendant l'expérience  $G_E^p$ .

Erreur	Ensemble de runs	Erreur décorrélée run à run
Modélisation	0.45 %	
Calibration	0.6 %	
Empilement	0.45 %	0.45 %
Corrections radiatives	0.26 %	
<b>Total</b>	<b>0.95 %</b>	<b>0.45 %</b>

Tableau 4.3: Bilan des incertitudes systématiques sur le calcul du pouvoir d'analyse, pour l'ensemble des runs pris pendant les expériences  $N-\Delta$  et  $G_E^p$ .

### 4.3 La polarisation du faisceau d'électrons

Nous présentons les mesures de la polarisation déduites de l'analyse précédente, puis nous exposons une combinaison des mesures pendant l'expérience  $N-\Delta$ .

#### 4.3.1 Les résultats de la mesure de la polarisation

Le principe de la polarimétrie Compton consiste à mesurer une asymétrie expérimentale de taux de comptage  $A_{exp}$  et à calculer un pouvoir d'analyse  $\langle A \rangle_L$  pour en déduire la polarisation du faisceau d'électrons selon la relation :

$$A_{exp} = P_e P_\gamma \langle A \rangle_L \quad (4.118)$$

où l'on suppose connue la polarisation du faisceau de photons  $P_\gamma$ . Nous rappelons que  $P_e$  représente dans cette expression la moyenne des deux composantes longitudinales de la polarisation du faisceau d'électrons entre deux renversements, soit  $P_e = \frac{P_e^+ - P_e^-}{2}$ , où  $P_e^\pm$  représente la polarisation du faisceau pour les pulses  $\pm$ .

En pratique nous effectuons, pour rendre les fausses asymétries expérimentales négligeables, une "mesure" de la polarisation pour chaque état d'hélicité des photons (Gauche ou Droit), selon :

$$A_{exp}^G = P_e P_\gamma^G \langle A \rangle_L \quad (4.119)$$

$$A_{exp}^D = P_e P_\gamma^D \langle A \rangle_L \quad (4.120)$$

L'asymétrie expérimentale que nous calculons est l'asymétrie moyennée et pondérée des erreurs statistiques selon la relation (4.26) telle que :

$$\langle A_{exp} \rangle = \frac{\omega^G A_{exp}^G - \omega^D A_{exp}^D}{\omega^G + \omega^D} \quad (4.121)$$

Selon ce formalisme, nous obtenons finalement :

$$P_e = \frac{\langle A_{exp} \rangle}{\langle P_\gamma \rangle \langle A \rangle_L} \quad (4.122)$$

où  $\langle P_\gamma \rangle$  est défini par :

$$\langle P_\gamma \rangle = \frac{\omega^G P_\gamma^G - \omega^D P_\gamma^D}{\omega^G + \omega^D} \quad (4.123)$$

L'erreur associée à la mesure de la polarisation  $P_e$  peut se mettre sous la forme générale :

$$\frac{\delta P_e}{P_e} = \frac{\delta \langle A_{exp} \rangle}{\langle A_{exp} \rangle} \oplus \frac{\delta \langle A \rangle_L}{\langle A \rangle_L} \oplus \frac{\delta \langle P_\gamma \rangle}{\langle P_\gamma \rangle} \quad (4.124)$$

où le signe  $\oplus$  représente la somme quadratique des trois erreurs.

L'erreur sur l'asymétrie expérimentale est composée des erreurs statistiques et systématiques récapitulées dans les tableaux 4.1 et 4.2, l'erreur sur le pouvoir d'analyse est d'origine systématique et le bilan est fourni dans le tableau 4.3, et enfin l'erreur sur la mesure de la polarisation du faisceau de photons peut s'écrire au premier ordre selon la relation (4.123) comme :

$$\delta \langle P_\gamma \rangle = \frac{\sqrt{\delta P_\gamma^{G^2} + \delta P_\gamma^{D^2}}}{2} \quad (4.125)$$

ce qui représente, compte tenu de l'étude menée au chapitre 3 et d'après les résultats donnés dans le tableau 3.6, une polarisation circulaire du faisceau de photons valable pour tous nos runs de données de l'ordre de :

$$\langle P_\gamma \rangle = 99.6\% \quad \text{et} \quad \frac{\delta \langle P_\gamma \rangle}{\langle P_\gamma \rangle} = 0.45\% \quad (4.126)$$

Le bilan des erreurs systématiques est dressé dans les tableaux 4.4 et 4.5 pour les mesures de polarisation effectuées respectivement pendant les expériences  $G_E^p$  et  $N-\Delta$ . L'ensemble des mesures de la polarisation du faisceau d'électrons est représenté au cours du temps sur les figures 4.40 et 4.41 pendant respectivement les expériences  $G_E^p$  et  $N-\Delta$ . Les barres d'erreur représentées sur les figures sont les incertitudes d'origine statistiques et les incertitudes systématiques décorréliées run à run.

Le nombre total de mesures de la polarisation s'étend à plus de 300 mesures pendant l'expérience  $N-\Delta$  sur une durée de 60 jours de prises de données, et à près de 120 mesures pour l'expérience  $G_E^p$  pour une durée de l'ordre de 30 jours. Les mesures obtenues grâce au polarimètre Compton sont comparées à celles fournies par le polarimètre Moller. De plus, nous avons indiqué sur les figures les déplacements du faisceau laser de la source



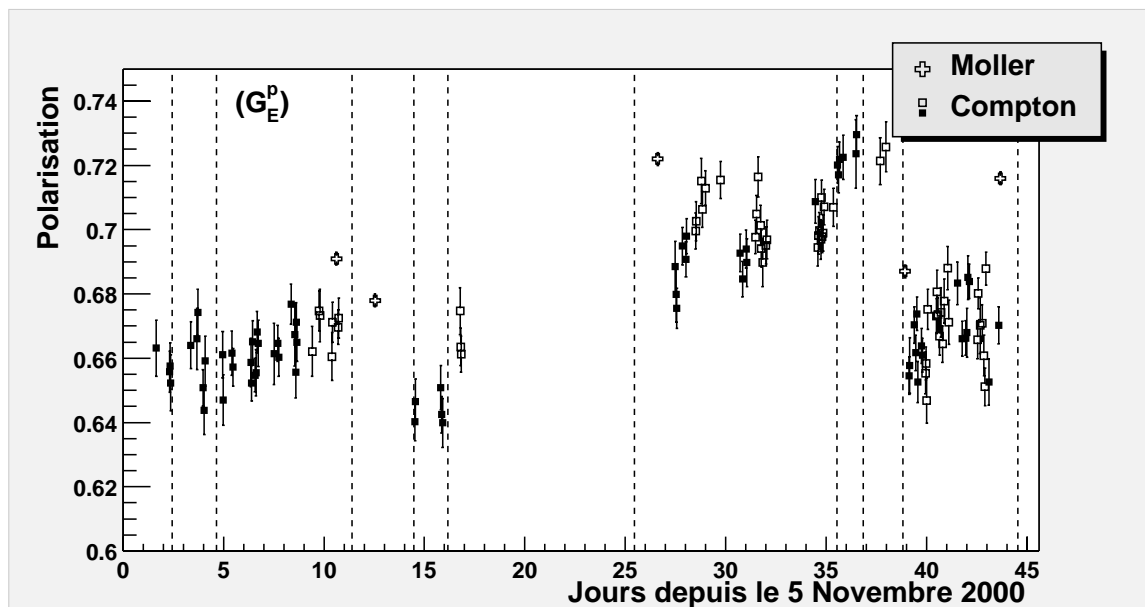


Figure 4.40: Mesures de la polarisation du faisceau d'électrons en fonction du temps pendant l'expérience  $G_E^p$  (stat. + syst. décorréelées). Les traits verticaux représentent un "spot move".

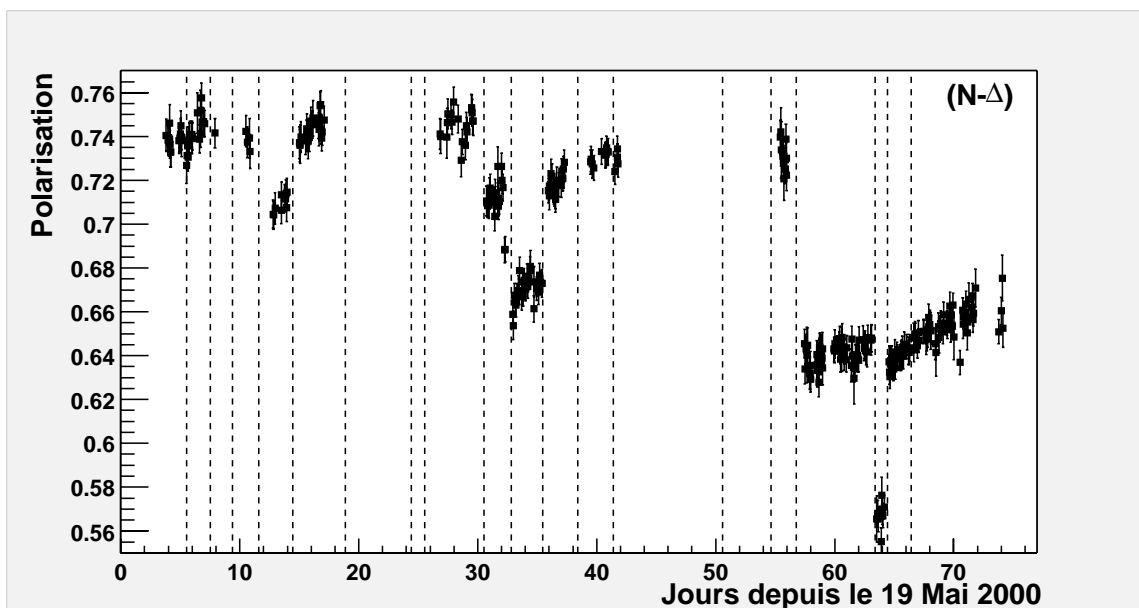


Figure 4.41: Mesures de la polarisation du faisceau d'électrons en fonction du temps pendant l'expérience  $N-\Delta$  (stat. + syst. décorréelées). Les traits verticaux représentent un "spot move".

Pendant l'expérience $G_E^p$			
Erreur	Run typique	décorrélée run à run	corrélée run à run
Asymétrie expérimentale	0.35 %	0.35 %	0.1 %
Polarisation des photons	0.45 %		0.45 %
Pouvoir d'analyse	0.95 %	0.45 %	0.8 %
<b>Total Systématique</b>	1.1 %	0.6 %	0.95 %
<b>Statistique</b>	0.8 %	0.8 %	
<b>Total Syst+Stat</b>	1.4 %	1.0 %	0.95 %

Tableau 4.4: Bilan total des erreurs systématiques et statistiques sur la mesure de la polarisation  $P_e$  pour un run typique de données.

Pendant l'expérience $N-\Delta$			
Erreur	Run typique	décorrélée run à run	corrélée run à run
Asymétrie expérimentale	0.5 %	0.5 %	0.1 %
Polarisation des photons	0.45 %		0.45 %
Pouvoir d'analyse	0.95 %	0.45 %	0.8 %
<b>Total Systématique</b>	1.2 %	0.7 %	0.95 %
<b>Statistique</b>	0.8 %	0.8 %	
<b>Total Syst+Stat</b>	1.4 %	1.1 %	0.95 %

Tableau 4.5: Bilan total des erreurs systématiques et statistiques sur la mesure de la polarisation  $P_e$  pour un run typique de données.

sur la photocathode afin de mieux illustrer l'origine des variations de la polarisation. Nous observons sur ces figures une corrélation indiscutable entre les déplacements du faisceau sur la source et la valeur de la polarisation du faisceau d'électrons.

La fréquence des mesures Compton a permis entre autre de déceler une chute brutale de la valeur de la polarisation vers le 64ème jour de prise de données de l'expérience  $N-\Delta$  (figure 4.41) grâce à l'analyse en ligne installée à TJNAF. L'analyse en ligne, qui ne tient pas compte actuellement de la réponse du détecteur de photons mais qui sera bientôt améliorée grâce aux nombreuses études menées dans ce document, a permis aux collaborateurs de l'expérience d'exiger un nouveau déplacement du faisceau de la source afin de retrouver une polarisation de l'ordre de 64%. Cependant, cette analyse en ligne ne permettait pas jusqu'à maintenant de fournir une mesure absolue de la polarisation, mais uniquement les variations de la polarisation.

Le polarimètre Compton, par la transparence de ses mesures vis-à-vis des expériences de physique menées dans le Hall A du TJNAF, représente un outil essentiel pour les expériences polarisées. Il permet de mesurer fréquemment la polarisation du faisceau d'électrons et ainsi de déceler rapidement toute diminution significative de la polarisation, ceci aux mêmes conditions cinématiques des expériences.

### 4.3.2 Combinaison des mesures de la polarisation pour $N - \Delta$

Les collaborateurs de l'expérience  $N - \Delta$  désirent, pour l'exploitation de leurs mesures, connaître les valeurs moyennes de la polarisation du faisceau d'électrons pour chaque période correspondant à des conditions cinématiques différentes, dans la mesure où la valeur de la polarisation est constante à l'intérieur de ces périodes.

Cette étude est réalisée en calculant la valeur moyenne de l'ensemble des mesures incluses dans une même période et affectées d'une erreur égale à la somme de l'incertitude statistique et des incertitudes systématiques décorrélatées run à run. Les valeurs moyennes de polarisation ainsi calculées sont exposées dans le tableau 4.6 pour chaque période demandée. Lorsque la polarisation a brutalement variée à l'intérieur d'une même période, nous avons indiqué les sous-périodes pour lesquelles la polarisation est constante. A l'ensemble des erreurs mentionnées dans le tableau 4.6 se rajoutent en quadrature les incertitudes systématiques corrélées run à run et qui s'élèvent, d'après le tableau 4.5, à :

$$\frac{\Delta P_e}{P_e} = 1.0 \% \quad (4.127)$$

## 4.4 Mesure de la différence d'hélicité $P_e^+/P_e^-$

Nous venons de présenter les résultats de mesure de la polarisation du faisceau d'électrons utiles pour les deux expériences  $G_E^p$  et  $N - \Delta$ . Mais nous avons aussi accès, grâce au polarimètre Compton, à une seconde observable qui contribue aux incertitudes de mesure de ces expériences : il s'agit de la différence de polarisation entre les deux états d'hélicité du faisceau d'électrons.

La polarisation du faisceau d'électrons se renverse toutes les 33 ms grâce à une cellule de Pockels placée à la source de l'accélérateur TJNAF (cf. paragraphe § 1.1.3). Or les expériences du Hall A ne sont sensibles au premier ordre qu'à la valeur moyenne de la polarisation entre deux renversements successifs, ce que mesure directement le polarimètre Compton par l'asymétrie des taux de comptage :

$$P_e = \frac{A_{exp}}{P_\gamma < A >_L} \quad (4.128)$$

Périodes		Polarisation $P_e$ (%)
22/05 19:30 - 23/05 10:30		$73.78 \pm 0.22$
23/05 21:00 - 24/05 09:30		$74.01 \pm 0.27$
24/05 11:00 - 25/05 11:30		$73.68 \pm 0.19$
25/05 15:30 - 26/05 03:00		$74.66 \pm 0.24$
27/05 21:30 - 28/05 05:30		-
28/05 08:00 - 29/05 04:00		-
29/05 06:00 - 30/05 04:00		$73.81 \pm 0.38$
30/05 06:00 - 31/05 14:30	30/05 06:00 - 30/05 14:30	-
	30/05 14:30 - 31/05 14:30	-
31/05 18:30 - 01/06 13:30		$70.74 \pm 0.28$
01/06 17:30 - 02/06 09:30		$71.19 \pm 0.28$
02/06 23:30 - 04/06 00:30		$74.03 \pm 0.21$
04/06 02:30 - 05/06 09:00		$74.65 \pm 0.20$
09/06 18:30 - 14/06 08:00		-
14/06 18:30 - 19/06 02:00	14/06 18:30 - 18/06 12:30	$74.57 \pm 0.15$
	18/06 12:30 - 19/06 02:00	$71.12 \pm 0.28$
19/06 05:00 - 22/06 01:30	19/06 05:00 - 20/06 05:00	$71.39 \pm 0.18$
	20/06 05:00 - 20/06 19:30	$68.84 \pm 0.41$
	20/06 19:30 - 22/06 01:30	$66.83 \pm 0.14$
22/06 03:30 - 24/06 07:00	22/06 03:30 - 23/06 11:00	$67.30 \pm 0.16$
	23/06 11:00 - 24/06 07:00	$71.81 \pm 0.24$
24/06 09:30 - 29/06 07:30	24/06 09:30 - 26/06 10:00	$71.93 \pm 0.17$
	26/06 10:00 - 29/06 07:30	$73.08 \pm 0.19$
29/06 11:00 - 30/06 07:00		$72.90 \pm 0.30$
12/07 22:00 - 17/07 10:00	12/07 22:00 - 14/07 19:00	$73.05 \pm 0.22$
	14/07 19:00 - 17/07 10:00	$-63.82 \pm 0.12$
17/07 22:00 - 21/07 17:00	17/07 22:00 - 21/07 10:00	$-64.24 \pm 0.10$
	21/07 10:00 - 21/07 17:00	$-56.64 \pm 0.39$
21/07 20:00 - 25/07 20:00	21/07 20:00 - 22/07 10:30	$-56.74 \pm 0.28$
	22/07 10:30 - 24/07 10:00	$-63.92 \pm 0.11$
	24/07 10:00 - 25/07 20:00	$-64.85 \pm 0.16$
25/07 23:30 - 29/07 16:00		$-65.58 \pm 0.10$
29/07 19:30 - 01/08 02:30		$-65.69 \pm 0.35$

Tableau 4.6: Polarisations moyennes du faisceau d'électrons pour chaque période en temps pendant l'expérience  $N\text{-}\Delta$ . Les incertitudes indiquées proviennent de l'incertitude statistique et des incertitudes systématiques décorréelées run à run.

Dans cette expression, la polarisation du faisceau  $P_e$  mesurée se réfère bien à la moyenne des polarisations  $P_e^+$  et  $P_e^-$  correspondant respectivement aux états d'hélicité + et – des électrons, soit :

$$P_e = \frac{P_e^+ - P_e^-}{2} \quad (4.129)$$

Cependant, au second ordre (cf. paragraphe § 1.2 et § 1.3), les résultats des expériences  $G_E^p$  et  $N-\Delta$  dépendent aussi de la différence de polarisation :

$$\Delta P_e = \frac{P_e^+ + P_e^-}{2} \quad (4.130)$$

Nous allons exposer le principe de mesure de cette quantité avec le polarimètre Compton, mesure envisageable grâce au renversement de polarisation du faisceau de photons. Puis nous montrerons les résultats obtenus et discuterons l'implication de ceux-ci pour les analyses des expériences  $G_E^p$  et  $N-\Delta$ .

#### 4.4.1 Le principe de la mesure

Les équations (4.129) et (4.130) peuvent se récrire sous la forme :

$$\begin{cases} P_e^+ &= |P_e| + \Delta P_e \\ P_e^- &= -|P_e| + \Delta P_e \end{cases} \quad (4.131)$$

où  $P_e^+$  et  $P_e^-$  sont les polarisations du faisceau d'électrons lorsque celui-ci est dans un état d'hélicité + ou –.

Afin d'accéder à ces deux grandeurs, nous pouvons adopter le même formalisme de calcul que celui utilisé pour la détermination de la polarisation moyenne  $P_e$  du faisceau d'électrons, mais ici l'asymétrie expérimentale sera calculée directement entre les deux états de polarisation du faisceau de photons telle que :

$$A_{exp}^+ = \frac{n_+^G - n_+^D}{n_+^G + n_+^D} \quad (4.132a)$$

$$A_{exp}^- = \frac{n_-^G - n_-^D}{n_-^G + n_-^D} \quad (4.132b)$$

où les  $n_{\pm}^{G/D}$  sont les nombres d'événements correspondants aux états d'hélicité  $\pm$  des électrons pour chaque état de polarisation Gauche ou Droit du faisceau de photon.

Si la luminosité d'interaction n'est pas identique entre les deux états de polarisation circulaire des photons, alors on peut écrire, en accord avec la relation (4.4) :

$$A_{exp}^+ = P_e^+ P_\gamma \langle A_L \rangle + A_{\mathcal{L}}^{G/D} \quad (4.133a)$$

$$A_{exp}^- = P_e^- P_\gamma \langle A_L \rangle + A_{\mathcal{L}}^{G/D} \quad (4.133b)$$

où  $A_{\mathcal{L}}^{G/D}$  représente l'ensemble des fausses asymétries corrélées au renversement de la polarisation des photons, et où  $P_{\gamma}$  est la polarisation moyenne des photons entre les états de polarisation Gauche et Droit selon la relation :

$$P_{\gamma} = \frac{P_{\gamma}^G - P_{\gamma}^D}{2} \quad (4.134a)$$

Voulant accéder ici aux deux grandeurs  $P_e^+$  et  $P_e^-$ , nous ne pouvons pas supprimer une partie des fausses asymétries comme cela avait été réalisé pour la détermination de la polarisation moyenne  $P_e$  (cf. paragraphe § 4.1.3). D'autre part, le renversement de la polarisation du faisceau de photons est effectué toutes les deux à trois minutes, et les fausses asymétries  $A_{\mathcal{L}}^{G/D}$  peuvent atteindre aisément quelques pourcents, ce qui est du même ordre de grandeur que l'asymétrie Compton  $A_C = P_e^{\pm} P_{\gamma} < A_L >$ .

Nous pouvons cependant formuler l'hypothèse que les fausses asymétries  $A_{\mathcal{L}}^{G/D}$  ne dépendent pas de l'énergie des photons diffusés. La détermination des polarisations  $P_e^+$  et  $P_e^-$  peut alors être effectuée à l'aide de la méthode différentielle, où l'asymétrie expérimentale et le pouvoir d'analyse sont exprimés en fonction de l'énergie. Les deux contributions  $A_{\mathcal{L}}^{G/D}$  et  $P_e^{\pm}$  sont alors indépendantes.

#### 4.4.2 La détermination de $P_e^+/P_e^-$

Le calcul de l'asymétrie expérimentale est effectué en sélectionnant l'ensemble des événements affectés d'un état de polarisation + du faisceau d'électrons pour les deux états de polarisation circulaire du faisceau de photons tel que :

$$A_{exp}^+ = \frac{n_+^G - n_+^D}{n_+^G + n_+^D} \quad (4.135)$$

où les  $n_+^{G/D}$  sont les nombres moyens d'événements Compton pour chaque polarisation Gauche ou Droite des photons. Contrairement au calcul de l'asymétrie expérimentale pour la détermination de la polarisation moyenne  $P_e$ , nous ne calculons pas ici les asymétries paire à paire puis moyennées sur l'ensemble des paires, mais directement l'asymétrie des nombres moyens d'événements. Si  $N_p^G$  et  $N_p^D$  sont les nombres de pulses + électron pour chaque état Gauche ou Droit des photons, alors le nombre d'événements moyens est :

$$n^{G/D} = \frac{1}{P_{las}^{G/D}} \left\{ \frac{1}{(N_p^{G/D})^{B+S}} \sum_{N_p^{G/D}} \left( \frac{N}{I\Gamma_L} \right)^{B+S} - \frac{1}{(N_p^{G/D})^B} \sum_{N_p^{G/D}} \left( \frac{N}{I\Gamma_L} \right)^B \right\} \quad (4.136)$$

où  $N$ ,  $I$  et  $\Gamma_L$  désignent respectivement les taux d'événements, l'intensité du faisceau d'électron et le temps de vie de l'acquisition,  $P_{las}$  est la puissance du faisceau laser

à l'intérieur de la cavité et les indices  $B + S$  et  $B$  correspondent aux périodes de Signal+Bruit et de Bruit. Cette expression regroupe la normalisation des taux de comptage ainsi que la correction du bruit de fond. Les périodes de bruit sont prises juste avant et juste après les périodes de signal afin de tenir compte des éventuelles variations du bruit en fonction du temps<sup>1</sup>.

L'asymétrie expérimentale définie par l'équation (4.135) est en fait calculée pour chaque canal  $i$  en énergie à l'aide de la relation (4.136) où les  $N$  sont en fait des nombres d'événements  $N_i$  détectés dans les canaux  $i$  en énergie. Les asymétries expérimentales  $A_{exp}^+$  et  $A_{exp}^-$  sont représentées sur la figure 4.42, ainsi que l'asymétrie expérimentale moyenne  $\langle A_{exp} \rangle$  définie telle que :

$$\langle A_{exp} \rangle = \frac{A_{exp}^+ + A_{exp}^-}{2} \quad (4.137)$$

qui peut aussi s'écrire, d'après les relations (4.133) et (4.130), comme :

$$\langle A_{exp} \rangle = \Delta P_e P_\gamma \langle A_L \rangle + A_{\mathcal{L}}^{G/D} \quad (4.138)$$

Les fausses asymétries ne dépendant pas de l'énergie, nous obtenons une expression de la forme :

$$A_{exp}(E) = \Delta P_e P_\gamma A_L(E) + Cte \quad (4.139)$$

L'ajustement sur les points expérimentaux est réalisé à l'aide de l'asymétrie longitudinale  $A_L$  définie par l'équation 2.19. La contribution de la résolution du détecteur n'intervenant qu'au second ordre sur la mesure de  $\Delta P_e$ , nous n'en tenons pas compte. Le résultat de l'ajustement est montré sur la figure 4.42 et fournit une valeur  $\Delta P_e = 1.0 \pm 1.7 \%$  pour une séquence de renversement Gauche/Droit de la polarisation du faisceau de photons.

Cette étude a été étendue à un ensemble de runs acquis pendant les expériences  $N-\Delta$  et  $G_E^p$ , et les résultats des mesures de  $\Delta P_e$  sont représentés sur la figure 4.43. La valeur moyenne de ces mesures est :

$$\Delta P_e = 0 \pm 0.3 \% \quad (4.140)$$

ce qui correspond à une mesure statistiquement compatible avec zéro avec une incertitude de mesure égale à 0.3%.

---

<sup>1</sup>Nous supposons que les variations de bruit sont linéaires dans un laps de temps de quelques minutes.

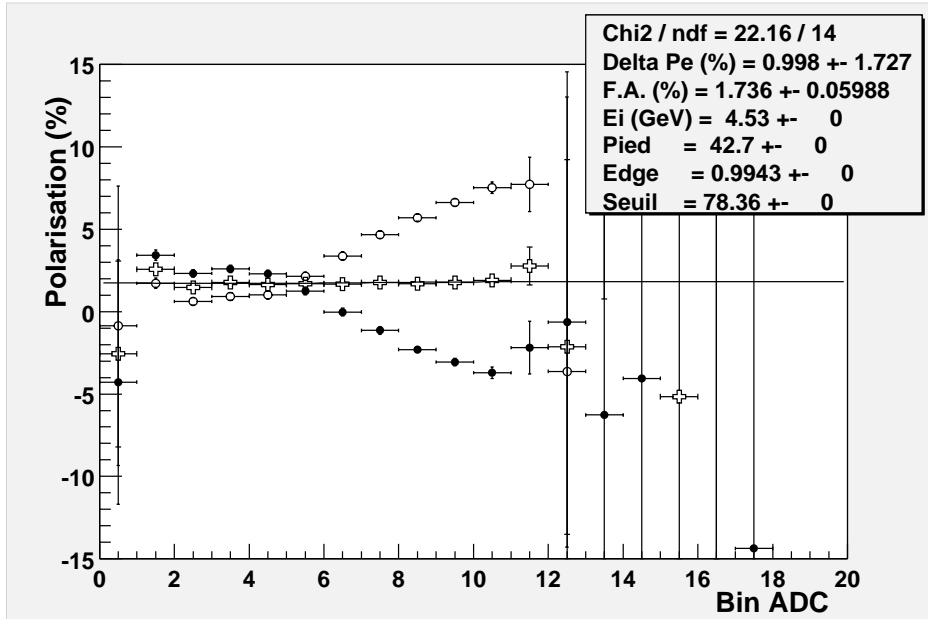


Figure 4.42: Asymétrie expérimentale en fonction de l'énergie, pour un état de polarisation électron + (rond vide), pour un état de polarisation électron - (rond plein), et pour la moyenne des deux (croix vide).

#### 4.4.3 Implications sur les résultats de l'expérience $N-\Delta$

Nous pouvons désormais étudier l'influence de l'incertitude de mesure de  $\Delta P_e$  sur les résultats de l'expérience  $N-\Delta$ . En particulier, reprenons la relation (1.46) où la fonction de réponse  $\mathcal{R}_{LT}^{*n}$  mesurée dépend d'une contribution de la fonction de réponse  $R_{LT}^t$  telle que :

$$\mathcal{R}_{LT}^{*n}(\theta) = R_{LT}^n(\theta) + \Delta P_e P_e \tan \chi \frac{\sqrt{1-\varepsilon}}{\sqrt{1+\varepsilon}} R_{LT}^t(\theta) \quad (4.141)$$

La polarisation du photon virtuel vaut  $\varepsilon = 0.95$  et l'hélicité moyenne du faisceau d'électron est égal au maximum à  $P_e = 0.75$  (cf. paragraphe § 4.3). La différence de polarisation  $\Delta P_e$  vient d'être mesurée et son effet est au maximum de 0.003. Enfin l'angle de précession du spin du proton se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$\chi = \frac{g-2}{2} \gamma \theta_{Bdl} \quad (4.142)$$

où  $g = 5.586$  est le rapport gyromagnétique du proton et  $\theta = 45^\circ$  est l'angle de déviation du proton à travers le spectromètre HRS. Le paramètre de Lorentz  $\gamma = \frac{E_p}{M_p}$  varie en fonction des points cinématiques de l'expérience récapitulés dans le tableau 1.2. En particulier, considérons la cinématique où  $P_p = 0.703(GeV/c)$  et qui correspond



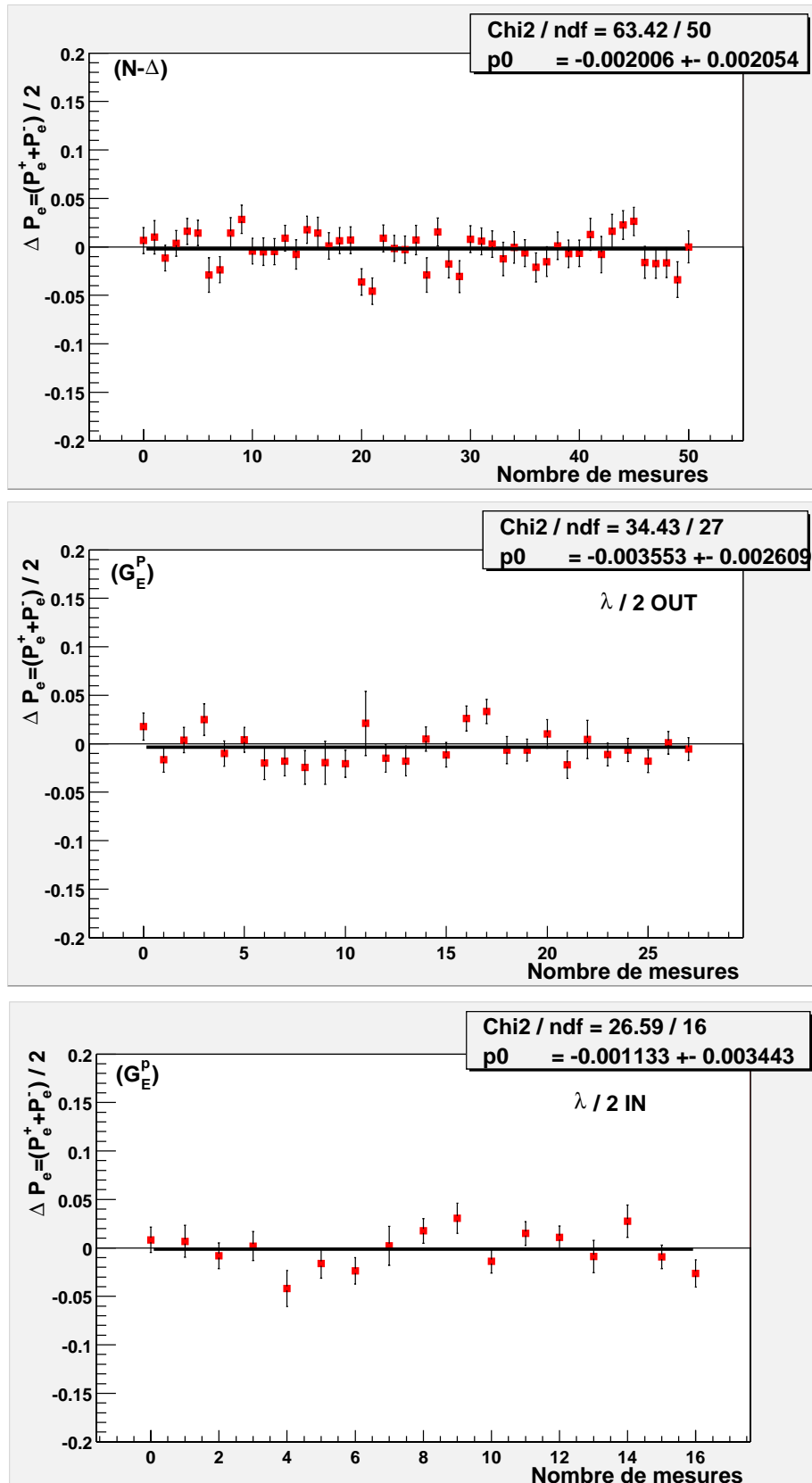


Figure 4.43: Ajustement par une constante des mesures de  $\Delta P_e$  issues de plusieurs séquences pour des runs pris pendant les expériences  $N-\Delta$  et  $G_E^p$ .

à une maximisation de la contribution du second terme dans l'équation (4.141). Nous obtenons alors :

$$\mathcal{R}_{LT}^{*n}(\theta) = R_{LT}^n(\theta) + 0.002 \times R_{LT}^t(\theta) \quad (4.143)$$

L'effet vaut donc au maximum 0.2%, ce qui est négligeable étant donné que l'importance des deux fonctions de réponse  $\mathcal{R}_{LT}^{*n}$  et  $R_{LT}^t$  sont du même ordre de grandeur.

## 4.5 Le détecteur d'électrons

Nous nous sommes intéressé à une analyse préliminaire des mesures effectuées avec le détecteur d'électrons pendant l'expérience  $G_E^p$ . N'étant pas ou peu sensible à des effets de résolution, ce détecteur présente l'avantage de fournir une mesure de la polarisation du faisceau avec des incertitudes systématiques indépendantes de celles de la mesure avec le détecteur de photons. A ce stade de l'analyse, plusieurs incertitudes systématiques n'ont pas encore été étudiées, comme par exemple celles liées au calcul du bruit de fond ou celui du temps mort, ou bien encore les fausses asymétries en position (et notamment celle induite par la déviation verticale du faisceau suivant l'axe des pistes du détecteur). Nous pouvons cependant tenter une comparaison de ces mesures préliminaires avec les mesures du détecteur de photons; ce que nous présentons dans ce chapitre.

Le détecteur d'électrons, composé de quatre plans de 48 pistes de silicium, permet de détecter les traces des électrons diffusés. L'analyse du détecteur est orientée vers une mesure de la polarisation par la méthode différentielle qui présente l'avantage d'une auto-calibration en énergie, ce qui ne serait pas envisageable avec une mesure de la polarisation par une méthode intégrée.

### 4.5.1 L'asymétrie expérimentale

#### 4.5.1.1 La méthode différentielle

L'asymétrie expérimentale est calculée paire à paire pour chaque piste  $i$  du détecteur d'électrons selon la relation générale :

$$A_p^i = \frac{n_i^+ - n_i^-}{n_i^+ + n_i^-} \quad (4.144)$$

où les  $n_i^\pm$  sont les taux normalisés à l'intensité du faisceau d'électrons et au temps de vie  $\Gamma_L$  de l'acquisition, tels que :

$$n_i^\pm = \frac{N_i^\pm}{I^\pm \Gamma_L^\pm} \quad (4.145)$$

L'asymétrie brute est calculée sur l'ensemble d'un run, pour chacune des polarisations du faisceau de photons, à partir des distributions des asymétries paire à paire pour chaque piste. Comme le nombre d'événements acquis sur chaque piste n'est pas suffisamment grand pour vérifier l'approximation  $\delta N = \sqrt{N}$ , on associe comme incertitude statistique à la mesure de l'asymétrie brute l'erreur sur la valeur moyenne issue de la distribution des asymétries paire à paire.

Comme dans le cas du détecteur de photons, nous devons corriger les événements provenant du bruit de fond et qui contribuent à diluer l'asymétrie mesurée. Le rapport bruit sur signal est calculé à partir de :

$$\left(\frac{B}{S}\right)^i = \frac{1}{\frac{(B+S)^i}{(B)^i} - 1} \quad (4.146)$$

où

$$(B+S)^i = \frac{1}{N_p^{B+S}} \sum_{N_p^{B+S}} (n_i)^{B+S} \quad (4.147)$$

$$(B)^i = \frac{1}{N_p^B} \sum_{N_p^B} (n_i)^B \quad (4.148)$$

Les  $n_i = \frac{1}{2}(n_i^+ + n_i^-)$  sont les taux moyens normalisés. Ils sont représentés en fonction des pistes du détecteur d'électrons sur la figure 4.44 pour une période de Signal et une période de Bruit de fond.

Finalement, l'asymétrie expérimentale est calculée pour chaque piste du détecteur, pour les deux états de polarisation du faisceau de photons, selon la relation :

$$A_{exp}^i = \left[ 1 + \left(\frac{B}{S}\right)^i \right] A_{brute}^i \quad (4.149)$$

L'asymétrie expérimentale est représentée sur la figure 4.45 en fonction des pistes du détecteur d'électrons, pour un des plans du détecteur. Cette méthode de mesure présente l'avantage d'exploiter les variations de l'asymétrie en fonction de l'énergie des photons diffusés. Ainsi la distance de décalage entre le détecteur et le faisceau d'électrons qui n'a pas interagit n'est plus une donnée pour la mesure de la polarisation, mais un paramètre ajusté sur les points de mesure. Ceci serait évidemment impossible avec une détermination de la mesure de la polarisation par une méthode intégrée.

## 4.5.2 La mesure de la polarisation

Pour obtenir une mesure de la polarisation du faisceau d'électrons, nous devons calibrer le détecteur d'électrons, c'est-à-dire associer à chaque piste du détecteur une énergie

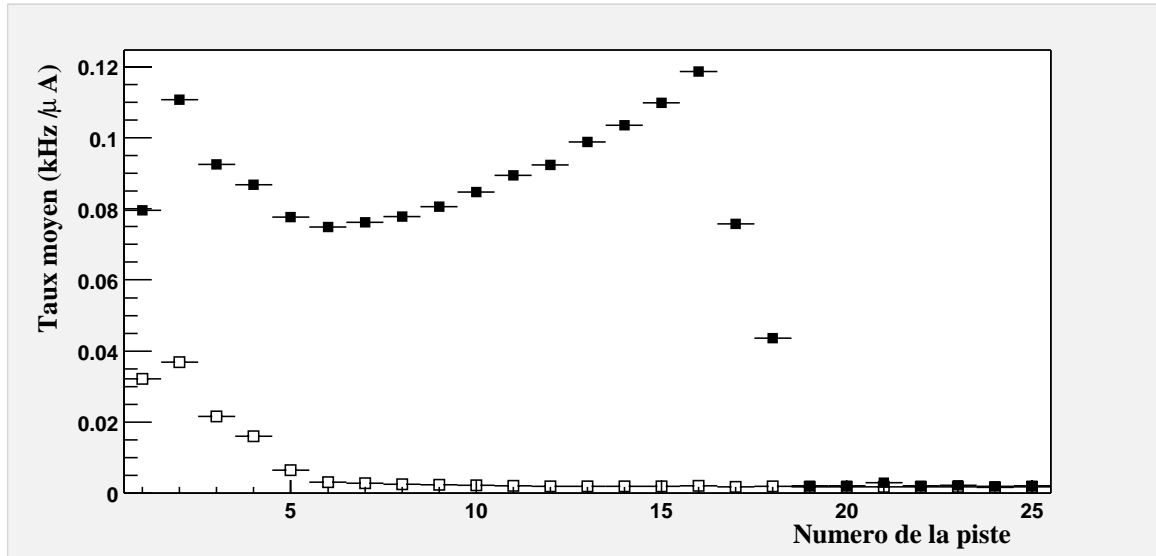


Figure 4.44: Les taux de comptage normalisés à l'intensité et au temps de vie de l'acquisition, pour les périodes de Signal (carré plein) et les périodes de Bruit de fond (carré vide), en fonction des pistes touchées du détecteur d'électrons (run 5693).

des particules incidentes afin de calculer le pouvoir d'analyse associé à chaque piste. Or nous allons montrer que cette détermination est intimement liée à la connaissance de la distance de décalage entre le détecteur d'électrons et le faisceau des électrons qui n'ont pas interagit par diffusion Compton.

#### 4.5.2.1 Le pouvoir d'analyse

Selon les notations introduites au paragraphe § 4.2.1.2, si  $p_0$  est l'impulsion de l'électron qui n'a pas interagit et si  $p_i$  est l'impulsion de l'électron détecté sur la piste  $i$  du détecteur d'électrons et de largeur  $W$ , alors on a la relation :

$$p_i^{min} < p_i < p_i^{max} \quad (4.150)$$

où  $p_i^{min}$  et  $p_i^{max}$  sont définis par l'équation (4.79) selon :

$$\frac{1}{p_i^{max}} = \frac{1}{p_0} + \frac{Y_s + (i-1)W}{0.3 \int B dl L} \quad (4.151a)$$

$$\frac{1}{p_i^{min}} = \frac{1}{p_0} + \frac{Y_s + iW}{0.3 \int B dl L} \quad (4.151b)$$

$\int B dl$  est l'intégrale de champs du dipôle  $D3$  et  $L$  est la distance horizontale entre le milieu du dipôle  $D3$  et le détecteur selon les conventions adoptées sur la figure 2.16.

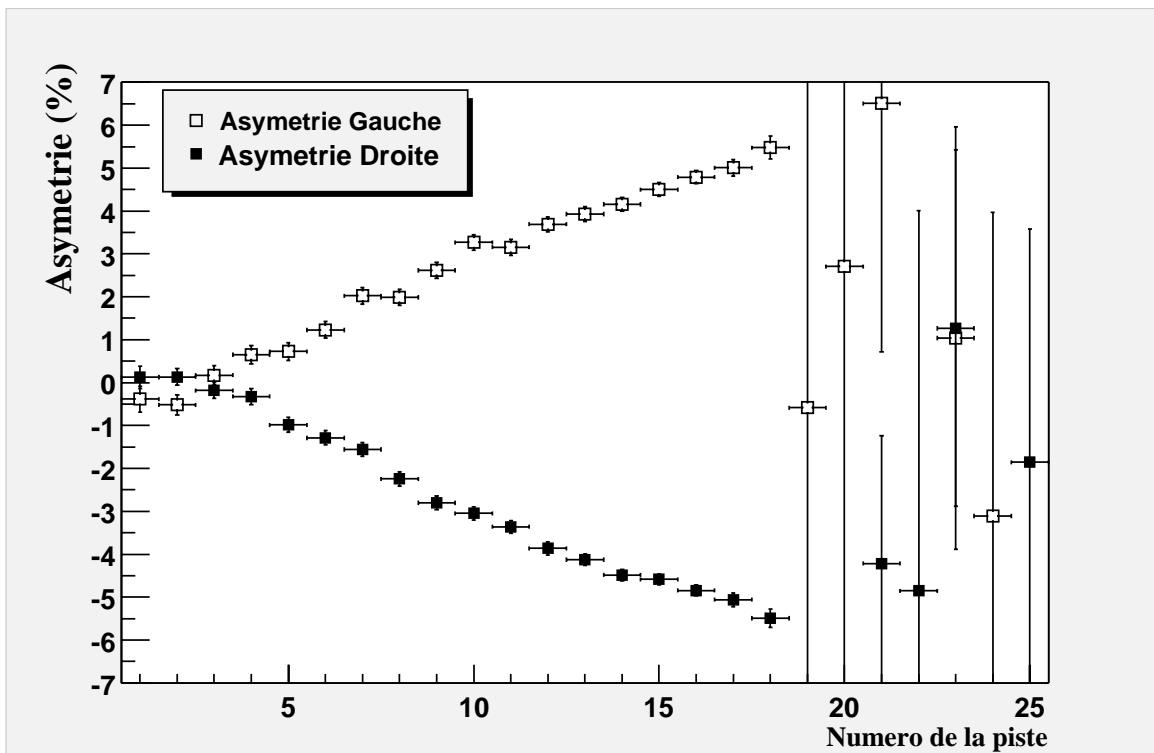


Figure 4.45: L'asymétrie expérimentale en fonction des pistes du Plan B du détecteur d'électrons, calculée pour une polarisation Gauche (carré plein) et Droite (carré vide) du faisceau de photons (run 5693).

La seule inconnue dans cet ensemble d'équations est la distance de décalage  $Y_s$  entre la première piste du détecteur d'électrons et le faisceau d'électrons d'impulsion  $p_0$ .

Nous considérons par la suite que l'électron est ultra-relativiste ( $m_e \ll |\vec{p}_i|$ ) et nous associons à chaque impulsion  $p_i$  des électrons diffusés une énergie correspondante en photons diffusés telle que :

$$E_i = p_0 - p_i \quad (4.152a)$$

La polarisation  $P_e^i$  du faisceau d'électrons pour chaque piste  $i$  du détecteur d'électrons se déduit de la relation :

$$P_e^i = \frac{A_{exp}^i}{P_\gamma \langle A_L \rangle^i} \quad (4.153a)$$

où  $A_{exp}^i$  est l'asymétrie expérimentale calculée pour chaque piste selon la relation (4.149) et  $\langle A_L \rangle^i$  est le pouvoir d'analyse défini par :

$$\langle A_L \rangle^i = \frac{\int_{E_i^{min}}^{E_i^{max}} \frac{d\sigma_0(E_i)}{dE_i} A_L(E_i) dE_i}{\int_{E_i^{min}}^{E_i^{max}} \frac{d\sigma_0(E_i)}{dE_i} dE_i} \quad (4.154)$$

où l'on a négligé la résolution en énergie<sup>1</sup>

L'ajustement de la fonction  $P_e P_\gamma \langle A_L \rangle$  sur les points expérimentaux  $A_{exp}^i$  permet de déterminer d'une part la polarisation recherchée  $P_e$ , qui correspond à l'amplitude de la courbe, et d'autre part la distance de décalage  $Y_s$  par l'intermédiaire des énergies  $E_i^{min}$  et  $E_i^{max}$ . Cependant nous avons choisi de procéder à la mesure de ces deux quantités en deux étapes. Nous exposons d'abord la mesure de la distance  $Y_S$ , puis nous montrerons comment est déduite la mesure de la polarisation.

#### 4.5.2.2 Détermination de la distance de décalage $Y_S$

Pour déterminer la distance de décalage  $Y_S$  nous allons utiliser les propriétés géométriques de notre détecteur et exploiter l'information de l'ensemble des plans du détecteur.

Nous disposons de trois plans du détecteur d'électrons dont les données sont exploitables. Ils sont respectivement notés  $B$ ,  $C$  et  $D$ , du plus proche au plus éloigné du faisceau d'électrons d'impulsion  $p_0$ . Nous savons que ces plans sont décalés verticalement de  $200 \mu m$  les uns des autres grâce à des mesures effectuées par des géomètres, avec une précision d'une dizaine de  $\mu m$ . Cependant, le détecteur n'est pas parfaitement

<sup>1</sup>La résolution en énergie est à peu près de  $\sigma E = \frac{\Delta E}{\sqrt{12}}$ , où  $\Delta E$  est la largeur moyenne en énergie d'une piste de  $650 \mu m$ , soit  $\sigma E \sim 5 MeV$ .

parallèle à la perpendiculaire du faisceau d'électrons d'impulsion  $p_0$ , mais est incliné d'un angle de  $10 \text{ mrad}$ <sup>1</sup>. Il en résulte que le décalage entre les plans vu par les électrons diffusés est de  $300 \mu\text{m}$  (la distance horizontale séparant chaque plan est de  $1 \text{ cm}$ , cf. figure 2.15). D'après la relation (4.151), nous pouvons alors associer à chaque plan du détecteur d'électrons une distance de décalage  $Y_s$  entre le bas du plan et le faisceau d'électrons d'impulsion  $p_0$  telle que :

$$Y_s^D = Y_s^C + 300 \mu\text{m} = Y_s^B + 600 \mu\text{m} \quad (4.155a)$$

Afin d'ajuster le même paramètre pour l'ensemble des trois plans, nous construisons un histogramme qui contient l'ensemble des informations. Cet histogramme est représenté sur la figure 4.46 et ajusté par une fonction de la forme  $P_e P_\gamma < A_L >$ . Il en résulte pour le run 5693 une distance de décalage à partir du plan  $B$  telle que :

$$Y_s^B = 7.86 \text{ mm} \quad (4.156)$$

La détermination de la distance de décalage est principalement contrainte par la position du front Compton sur les pistes.

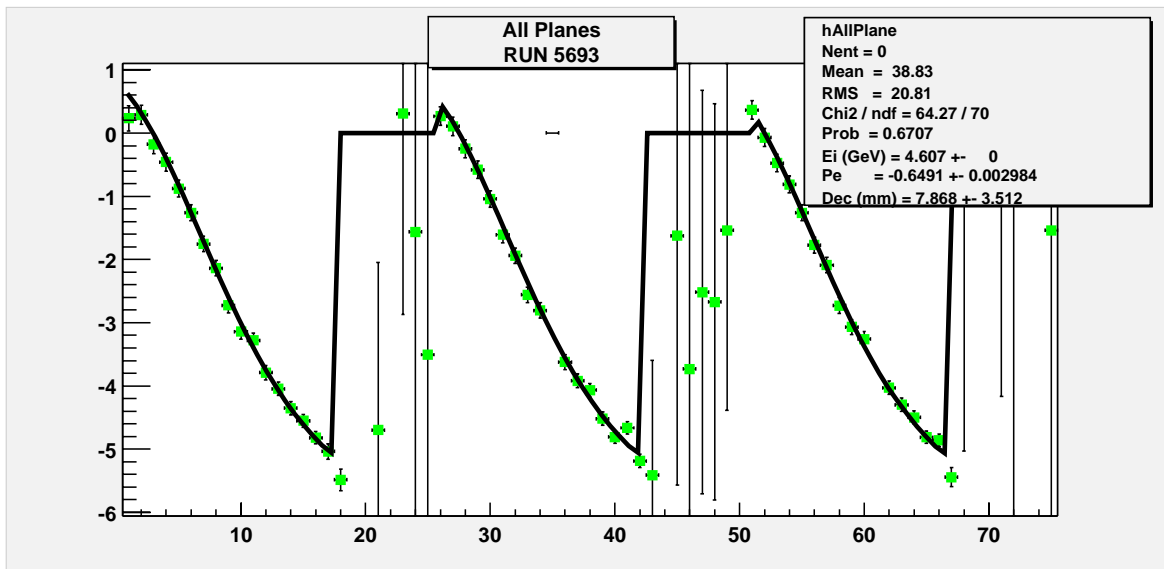


Figure 4.46: Ajustement de l'asymétrie expérimentale pour l'ensemble des trois plans du détecteur d'électrons (canaux de 1 à 25: 25 pistes du plan B, canaux de 26 à 50: 25 pistes du plan C, canaux de 51 à 75: 25 pistes du plan D) dans le but de déterminer la distance de décalage  $Y_s$  commune aux trois plans (run 5693).

<sup>1</sup>Cet angle peut être déterminé par une analyse des trajectoires électrons et des configurations des pistes touchées dans les trois plans.

Cette distance de décalage est non seulement utilisée pour une mesure de la polarisation avec le détecteur d'électrons comme nous allons le montrer maintenant, mais aussi pour permettre la modélisation de la fonction de réponse du calorimètre en fonction de l'énergie (cf. § 4.2.1.2).

#### 4.5.2.3 La mesure de la polarisation

La mesure de la polarisation est déduite par l'introduction de la distance  $Y_s$  dans un ajustement des points d'asymétrie expérimentale pour chaque plan individuellement. Un exemple de cet ajustement est représenté sur la figure 4.47. Nous obtenons pour ce run une mesure de la polarisation égale à :

$$P_e = -64.71 \pm 0.64\% \quad (4.157)$$

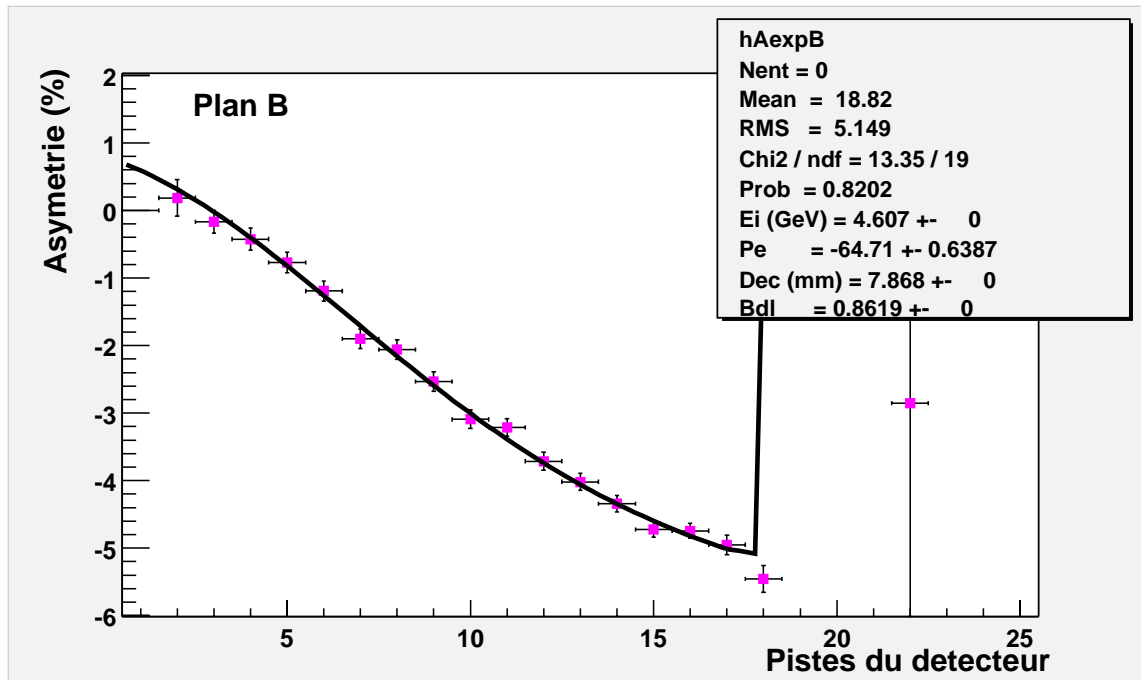


Figure 4.47: Mesure de la polarisation des électrons grâce à un ajustement sur l'asymétrie expérimentale du détecteur d'électrons (plan B du run 5693).

### 4.5.3 Etude de la sensibilité et comparaisons

#### 4.5.3.1 Sensibilité à la calibration du détecteur d'électrons

La distance de décalage  $Y_s$  est obtenue par l'ajustement de l'asymétrie théorique sur l'asymétrie expérimentale de l'ensemble des trois plans. Or cette distance est, comme



nous l'avons déjà dit, principalement dominée par la position du front Compton sur les pistes du détecteur d'électrons, ou plus exactement par la piste de chaque plan où arrive le front Compton.

Mais la largeur des pistes du détecteur d'électrons mesure  $650 \mu m$ , et la distance apparente de décalage vertical entre les plans est de l'ordre de  $300 \mu m$ . Dans l'état actuel des études menées sur le détecteur d'électrons, nous pouvons donc juste assurer que la position du front, et donc la distance de décalage  $Y_s$ , est connue dans une région de  $300 \mu m$  par recoupement de l'information fournie par les trois plans. En choisissant arbitrairement de se placer au milieu de la demi-piste concernée, il en découle une incertitude de mesure sur la distance  $Y_s$  de  $\pm 150 \mu m$ .

Nous avons étudié dans le paragraphe § 4.2.4.2 l'influence d'une mauvaise calibration du détecteur d'électrons sur la détermination de la polarisation du faisceau d'électrons grâce au calorimètre. Nous étudions maintenant l'influence de la même incertitude de calibration sur la mesure de la polarisation obtenue grâce au détecteur d'électrons. En particulier, si nous imposons une distance de décalage  $Y_s = 7.86 - 0.15 = 7.71 \text{ mm}$ , nous obtenons une mesure de la polarisation égale à  $P_e = -65.83 \pm 0.66\%$

Nous en déduisons, à l'aide de la relation 4.157, une incertitude systématique due à la calibration du détecteur telle que :

$$\frac{\Delta P_e}{P_e} = 1.72\% \quad (4.158)$$

L'étude menée ici n'est évidemment pas exhaustive, et constitue à l'heure actuelle qu'une approche préliminaire de l'analyse avec le détecteur d'électrons. Nous pouvons cependant nous intéresser à la comparaison des mesures de polarisation fournies avec le détecteur d'électrons avec celles déterminées à l'aide du détecteur de photons.

#### 4.5.3.2 Comparaison avec les mesures obtenues par le détecteur de photons

Les mesures de la polarisation du faisceau d'électrons fournies par le détecteur de photons et le détecteur d'électrons représentent deux mesures indépendantes. Nous allons maintenant étudier leur compatibilité. Pour cela, considérons un ensemble de mesures de polarisation effectuées grâce au détecteur de photons, dans des périodes où aucun déplacement du faisceau laser sur la source d'électrons n'est intervenu, ni aucune insertion de la lame  $\lambda/2$  à la source. On peut donc supposer que la polarisation du faisceau est restée stable durant ces périodes et donc calculer les valeurs moyennes de la polarisation pour chacune d'entre elles. Ces périodes sont représentées sur la figure 4.48. A ces valeurs sont comparées des mesures obtenues à l'aide du détecteur d'électrons. Nous observons que les mesures "électrons" sont compatibles avec les mesures "photons".

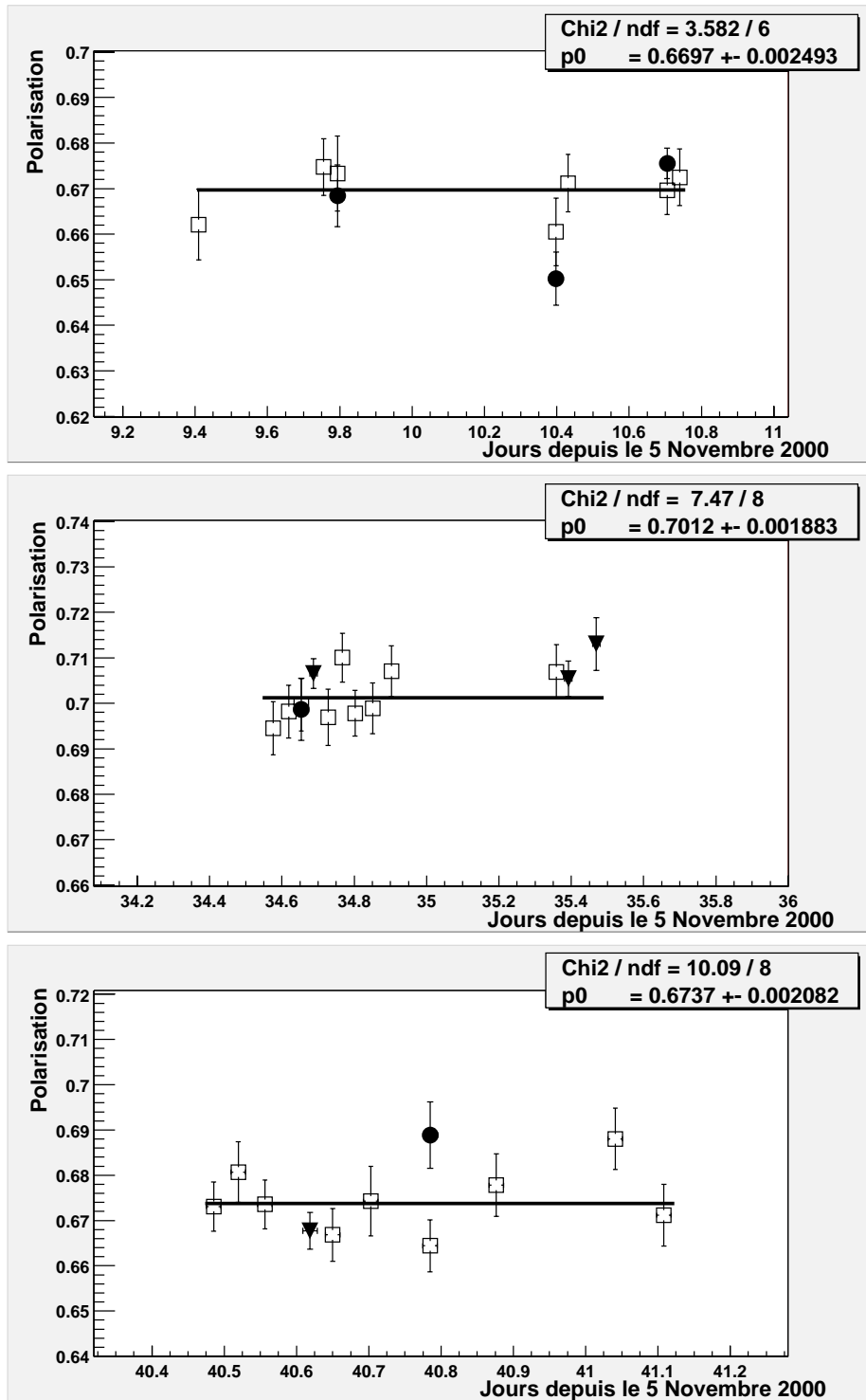


Figure 4.48: Comparaison des mesures de la polarisation  $P_e$  fournies grâce au détecteur de photons (carré vide) et grâce au détecteur d'électrons en mode électrons seuls (triangle plein) et en mode coïncidence (rond plein) pour différentes périodes.

---

Ce résultat prometteur conforte, s'il en était encore besoin, la validité de nos mesures de la polarisation du faisceau d'électrons avec le détecteur de photons, et permet d'envisager à terme l'utilisation d'une deuxième méthode indépendante pour la détermination de la polarisation du faisceau.



# Conclusion

Nous venons de décrire les caractéristiques générales du polarimètre Compton de TJNAF, et nous avons présenté les mesures de polarisation du faisceau d'électrons fournies pour les expériences  $G_E^p$  et  $N - \Delta$ .

Le polarimètre Compton, dont le principe repose sur la diffusion élastique électron-photon, a la particularité d'utiliser comme source de photons un faisceau laser couplé à une cavité optique Fabry-Perot.

La conception et la réalisation d'une cavité Fabry-Perot de finesse élevée, dans un environnement d'accélérateur de particules, a nécessité de nombreuses études. En particulier, nous avons choisi d'adopter une cavité dite monolithique, où les miroirs sont fixés à un support de même tenant pour éviter des fluctuations de position et d'orientation des miroirs. Ce dispositif permet d'éviter tout réglage lors de leur mise en place, ce qui nécessite d'ailleurs des tolérances mécaniques très contraignantes sur les faces parallèles de la pièce maitresse. Assurer un maintien de la puissance à l'intérieur de la cavité implique alors que la fréquence du laser soit asservie à une des fréquences de résonance de la cavité, ce que nous avons réalisé grâce à la méthode développée par Pound-Drever. Des tests sur le parallélisme des miroirs, sur les paramètres de l'électronique d'asservissement et sur le couplage du faisceau laser incident sur la cavité ont été menés à Saclay jusqu'en Décembre 1998.

Pour des critères de luminosité au point d'interaction Compton, les caractéristiques géométriques retenues furent une longueur de cavité égale à  $L = .85 \text{ m}$  et des rayons de courbure des miroirs égaux à  $R = 0.5 \text{ m}$ . Le paramètre de stabilité de la cavité vaut ainsi  $g = 1 - \frac{L}{R} = -0.7$ , et la taille du faisceau laser au waist est égal à  $246 \mu\text{m}$ . L'angle de croisement entre les deux faisceaux est  $23.5 \text{ mrad}$ .

Nous avons finalement installé une version définitive de la cavité et du dispositif optique associé sur le site de TJNAF en Février 1999. La finesse élevée de la cavité, due à la haute réflectivité des miroirs, a été mesurée et vaut  $\mathcal{F} = 25000$ . Nous avons décrit les procédures d'alignement et de focalisation du faisceau laser incident sur la cavité. Par un bilan de puissance, nous avons mesuré un couplage de 93% dans le mode fondamental longitudinal. La puissance disponible à l'intérieur de la cavité est par conséquent de l'ordre de  $1400 \text{ W}$ , et est stable à 2% sur une dizaine d'heures. Nous

avons donc atteint les spécifications requises pour la cavité installée pour le polarimètre Compton à TJNAF.

Les premiers événements Compton ont été "vus" par nos détecteurs en Avril 1999. Les premières mesures Compton furent analysées dans le cadre de la collaboration avec l'expérience HAPPEX en été 1999. La polarisation du faisceau d'électrons était de l'ordre de 70% avec une incertitude de mesure totale de  $\frac{\Delta P_e}{P_e} = 3.3\%$  [117].

Le principe de la mesure Compton consiste à déduire la polarisation du faisceau d'électrons  $P_e$  à partir de la mesure d'une asymétrie expérimentale  $A_{exp}$  et de la polarisation circulaire du faisceau de photons  $P_\gamma$ , ainsi que de la détermination du pouvoir d'analyse  $A_L$  selon la relation  $P_e = \frac{A_{exp}}{P_\gamma A_L}$ . Nous avons exposé dans ce manuscrit les mesures de polarisation obtenues pendant les expériences  $G_E^p$  et  $N - \Delta$ .

Ces mesures représentant le coeur de mon travail, elles se sont composées en premier lieu de l'étude de la polarisation circulaire du faisceau de photons à l'intérieur de la cavité. Une simulation du transport de la polarisation du CIP au point de mesure, accompagnée d'une série de mesures menées en Septembre 1999 sur site, une étude de la biréfringence des miroirs de la cavité, la prise en compte de l'effet de lentille du miroir d'entrée de la cavité, ont été autant de facteurs contribuant à fournir une incertitude sur la mesure de  $P_\gamma$  de l'ordre de 0.6 % pour chaque état de polarisation.

L'incertitude de mesure liée à la mesure de l'asymétrie expérimentale était principalement dominée pendant la prise de données HAPPEX par les fausses asymétries en position ( $\sim 1.2\%$  [117]). Or la mise en place d'un asservissement de la position verticale du faisceau d'électrons dans la cavité a permis de stabiliser cette position à  $\pm 10\mu m$  autour de la position idéale associée au maximum de luminosité. Les incertitudes systématiques totales sur le calcul de l'asymétrie expérimentale ne s'élèvent qu'à 0.5% pour un run typique acquis pendant les expériences  $G_E^p$  et  $N - \Delta$ . La précision statistique est de l'ordre de 0.8% en 40 minutes de prise de données.

Enfin la détermination du pouvoir d'analyse, qui dépend de l'asymétrie longitudinale Compton donnée par QED et de la résolution de notre détecteur, a été accomplie par la caractérisation de la réponse du détecteur aux énergies incidentes. Ceci fut réalisé à l'aide des événements détectés en coïncidence dans le détecteur d'électrons. L'étude de la modélisation de la réponse du détecteur en fonction de l'énergie, ainsi qu'une simulation évaluant la contribution de l'effet d'empilement et enfin la prise en compte des corrections radiatives nous permettent d'atteindre une incertitude sur le pouvoir d'analyse de l'ordre de 1%.

En conclusion, nous avons effectué près de 300 mesures de polarisation sur 60 jours de prise de données pendant l'expérience  $N - \Delta$ , soit près de 5 mesures par jour en moyenne. De même, nous avons obtenu plus de 100 mesures de polarisation pour 30 jours de prise de données de l'expérience  $G_E^p$ . Pour un run typique de données, où l'ensemble des paramètres extérieurs du faisceau est stable, l'incertitude totale sur la

mesure de la polarisation est de 1.4%, incertitude statistique comprise. La contribution des incertitudes décorréelées run à run s'élève à 1%. Ces incertitudes de mesure sont valables pour des conditions cinématiques du faisceau d'électrons qui correspondent à celles rencontrées pour les expériences  $N - \Delta$  et  $G_E^p$ , soit pour une intensité de l'ordre de  $I = 50 \mu A$  et une énergie de 4.5 GeV.

Insistons sur le fait que cette précision de mesure devient un atout essentiel pour les expériences futures de violation de parité [122, 123], où l'incertitude de mesure sur la polarisation est prédominante dans leur analyse.

Le polarimètre Compton possède de plus un avantage que les autres polarimètres de TJNAF n'ont pas. Grâce au renversement de polarisation du faisceau de photons, nous sommes capables de fournir une mesure de la différence d'hélicité du faisceau d'électrons entre deux renversements consécutifs. Cet effet, qui contribue aux incertitudes de mesure des facteurs de forme et des fonctions de réponse polarisées au voisinage de la résonance  $\Delta$ , a été mesuré compatible avec zéro à 0.3% près.

Des améliorations peuvent cependant être encore apportées au polarimètre Compton de TJNAF. Tout le dispositif optique est prévu pour l'installation d'une cellule de Pockels qui remplacerait la lame quart d'onde, ce qui permettrait de contrôler encore mieux les fausses asymétries corrélées à l'hélicité des électrons. En particulier, nous avons observé que des renversements rapides à une fréquence de l'ordre de 1  $\mu s$  n'affectent pas l'asservissement du laser sur la cavité, et qu'ainsi la puissance reste constante entre deux renversements, au coefficient de couplage près. Il est aussi possible, avec quelques réglages supplémentaires, d'implanter un laser de puissance plus élevée, tel un laser de 700 mW, afin de gagner un facteur 2 sur la luminosité et donc sur le temps de mesure. Il serait même envisageable, pour des expériences nécessitant des énergies plus faibles (1 ou 2 GeV), de remplacer le laser infrarouge par un laser vert à la longueur d'onde  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , ceci afin d'augmenter l'asymétrie Compton. Enfin, une étude plus poussée de l'analyse du détecteur d'électrons, avec par exemple une reconstruction de trajectoires, offrira de manière précise une seconde mesure indépendante de la polarisation du faisceau d'électrons.

Ce type de polarimètre Compton, qui utilise une source de photons couplée à une cavité résonante, et dont la faisabilité et les résultats ont été largement discutés ici, est de plus en plus envisagé pour d'autres accélérateurs d'électrons polarisés, et notamment celui de HERA à Hambourg [124].





# Annexe A

## Effet de la biréfringence des miroirs de la cavité

La biréfringence des miroirs peut être due aux déphasages induits par des angles d'incidence non nuls ( $s$  et  $p$ ), mais aussi à la biréfringence naturelle du substrat et des couches diélectriques du miroir. Le premier cas ne nous concerne pas car la condition de résonance impose une réflexion normale sur les miroirs. Par contre, la biréfringence naturelle mérite une étude soignée pour estimer les effets sur l'état de polarisation à l'intérieur de la cavité lors de la résonance.

Nous présentons les effets qu'engendrent une biréfringence des couches diélectriques sur l'état de la polarisation à l'intérieur de la cavité. Pour mener cette analyse, conduite en détail par les références [104,115], nous modélisons des miroirs de nature biréfringente, puis étudions deux cas remarquables selon l'orientation des miroirs.

### A.1 Modélisation de la biréfringence des miroirs de la cavité.

Considérons que la biréfringence de l'empilement des couches minces se traduise lors de la réflexion et de la transmission sur un miroir par deux axes propres perpendiculaires, que nous noterons  $x$  et  $y$ .

En particulier, si  $A_2 = \begin{pmatrix} a_2^x \\ a_2^y \end{pmatrix}$  est l'amplitude de l'onde incidente sur un tel miroir, alors l'amplitude  $B_2$  de l'onde réfléchie a pour expression [104,115]:

$$B_2 = \begin{pmatrix} b_2^x \\ b_2^y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_x a_2^x \\ \rho_y e^{i\phi_r} a_2^y \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

où  $\phi_r$  est le déphasage introduit lors de la réflexion entre les deux axes, et où  $\rho_x$  et  $\rho_y$  sont les coefficients de réflexion selon chaque direction.

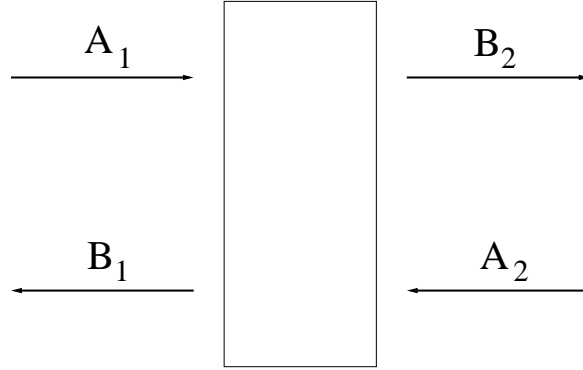


Figure A.1: Schéma des ondes incidentes et réfléchies sur chacune des faces du miroir.

D'une manière plus générale, selon les conventions adoptées sur la figure A.1, on peut écrire que :

$$(B_2) = (\rho)(A_2) + (\tau)(A_1) \quad (\text{A.2})$$

où les matrices de Jones  $(\rho)$  et  $(\tau)$  sont définies par:

$$(\rho) = \begin{pmatrix} \rho_x & 0 \\ 0 & \rho_y e^{i\phi_r} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad (\tau) = \begin{pmatrix} i\tau_x & 0 \\ 0 & i\tau_y e^{i\phi_t} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

où  $\phi_t$  est le déphasage introduit lors de la transmission sur le miroir entre les deux axes propres, et où  $\tau_x$  et  $\tau_y$  sont les coefficients de transmission en amplitude.

Plaçons-nous maintenant dans une cavité symétrique de longueur  $L$  composée de deux miroirs biréfringents et schématisée figure A.2. Une expression similaire à (A.2) est obtenue pour l'onde réfléchie  $B'_2$  sur le deuxième miroir en fonction de l'onde incidente  $A'_2$ :

$$(B'_2) = (\rho')(A'_2) \quad (\text{A.4})$$

où

$$(\rho') = \begin{pmatrix} \rho'_x & 0 \\ 0 & \rho'_y e^{i\phi'_r} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

dans la base des vecteurs propres  $(x',y')$  du second miroir, inclinée d'un angle  $\Psi$  par rapport à la base  $(x,y)$  du premier miroir.

Enfin, les champs  $A_2$  et  $B_2$  sont reliés aux champs  $A'_2$  et  $B'_2$  par un terme de déphasage dû à la propagation de l'onde à l'intérieur de la cavité, et après rotation des axes, selon:

$$(A'_2) = R(\Psi)e^{-ikL}(B_2) \quad (\text{A.6})$$

$$(A_2) = R(-\Psi)e^{-ikL}(B'_2) \quad (\text{A.7})$$

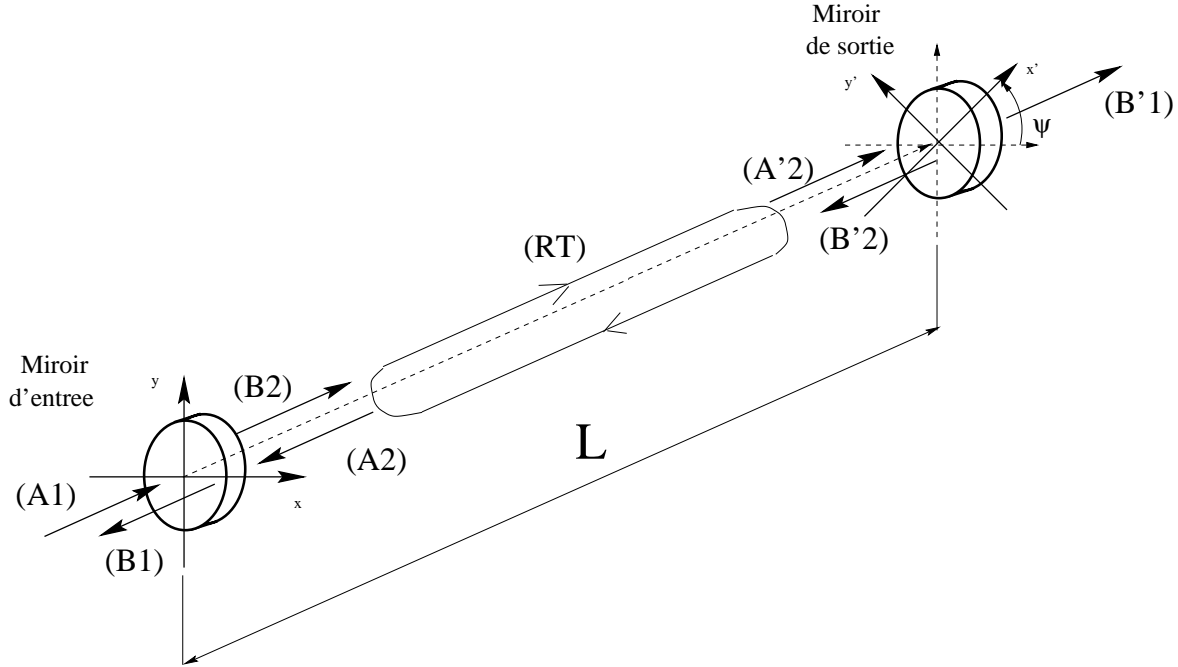


Figure A.2: Une cavité composée de deux miroirs biréfringents dont les axes font un angle  $\Psi$  entre eux.

où  $R(\Psi)$  est la matrice de rotation permettant de passer du repère  $(x',y')$  au repère  $(x,y)$  telle que:

$$R(\Psi) = \begin{pmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi \\ -\sin \Psi & \cos \Psi \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Le champ intracavité se déduit de ces trois systèmes d'équation et se met sous la forme:

$$(B_2) = \frac{(\tau)}{1 - (AR)}(A_1) \quad (\text{A.9})$$

où  $(AR)$  est la matrice aller-retour de la cavité définie par:

$$(AR) = e^{-2ikL(\rho)}R(-\Psi)(\rho')R(\Psi) \quad (\text{A.10})$$

La matrice  $(AR)$  est diagonale pour les valeurs  $\Psi = 0$  et  $\Psi = \frac{\pi}{2}$ , c'est-à-dire lorsque les axes propres des deux miroirs sont respectivement parallèles et perpendiculaires entre eux.

Pour  $\Psi = 0$ , on a :

$$(AR) = \begin{pmatrix} \rho_x \rho'_x & 0 \\ 0 & \rho_y \rho'_y e^{i(\phi_r + \phi'_r)} \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Pour  $\Psi = \frac{\pi}{2}$ , on a :

$$(AR) = \begin{pmatrix} \rho_x \rho'_y e^{i\phi'_r} & 0 \\ 0 & \rho'_x \rho_y e^{i\phi_r} \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

### A.1.1 Miroirs identiques et alignés

Dans le cas où les axes propres de chaque miroir sont parallèles entre eux, alors le champ intracavité s'écrit:

$$b_2^x = \frac{i\tau_x}{1 - \rho_x^2 e^{-i\frac{2\pi\nu}{FSR}}} a_1^x \quad (\text{A.13})$$

$$b_2^y = \frac{i\tau_y}{1 - \rho_y^2 e^{-i\frac{2\pi(\nu-\nu_D)}{FSR}}} a_1^y \quad (\text{A.14})$$

avec  $FSR = \frac{c}{2L}$  et où  $\nu_D$  est donné par:

$$\nu_D = FSR \frac{\phi_r}{\pi} \quad (\text{A.15})$$

Chaque direction définit une condition de résonance différente. Elle s'écrit  $\frac{\nu}{FSR} = n$  entier pour la direction x, et  $\frac{(\nu-\nu_D)}{FSR} = n$  entier pour la direction y. Les deux pics de résonance sont séparés de  $\nu_D$ , et correspondent chacun à une polarisation linéaire orientée suivant chaque axe. S'ils sont suffisamment éloignés l'un de l'autre, alors le système d'asservissement privilégiera l'une des deux polarisations linéaires, et l'on ne pourra pas obtenir de polarisation circulaire dans la cavité.

Une première condition pour obtenir la résonance sur un état circulaire est que les pics ne soient pas résolus. Pour cela, on peut imposer que la distance  $\nu_D$  entre les deux pics soit inférieure à la largeur à mi-hauteur des pics, soit:

$$\nu_D < \frac{FSR}{2\mathcal{F}} \quad (\text{A.16})$$

où  $\mathcal{F}$  est la finesse de la cavité définie par la relation (3.12). Cette condition peut aussi s'écrire:

$$\phi_r < \frac{\pi}{2\mathcal{F}} \quad (\text{A.17})$$

ce qui contraint, pour une cavité de finesse 26000, que la biréfringence maximale soit égale à  $\phi_r = 6.10^{-5}$  rad. Notre cavité est composée de miroirs dont la biréfringence est supposée inférieure à  $10^{-6}$  rad [116]. Sur la figure A.3 est représenté le gain de la cavité pour deux biréfringences différentes, en fonction de la fréquence de la cavité.

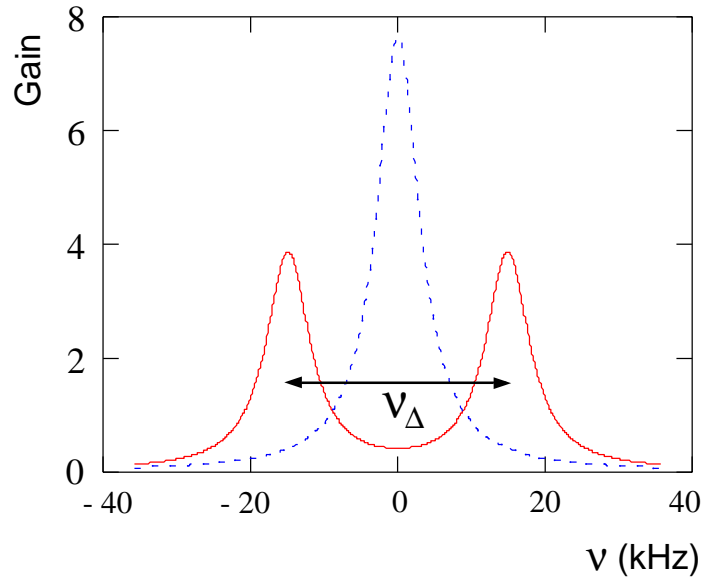


Figure A.3: Gain de la cavité en fonction de la fréquence, pour une biréfringence des miroirs égale à  $10^{-4}$  (trait plein) et  $10^{-6}$  (trait en pointillé).

Dans ces conditions, si la fréquence de résonance de la cavité est égale à la fréquence médiane  $\nu = \frac{\nu_D}{2}$ , alors le gain en intensité, maximal à cette fréquence, s'écrit:

$$\mathcal{G} = \frac{T^2}{(1 - R^2)^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{\mathcal{F}\phi_r}{\pi}\right)^2} \quad (\text{A.18})$$

Obtenir une polarisation circulaire à l'intérieur de la cavité, c'est imposer que le champ  $B_2$  soit de la forme  $B_2 = \sqrt{\mathcal{G}}\hat{G}$  ou  $B_2 = \sqrt{\mathcal{G}}\hat{D}$ , ce qui implique que le champ incident vérifie la relation, d'après (A.9):

$$a_1^x = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1 - \rho^2 e^{i\frac{2\pi\nu}{FSR}}}{i\tau} \sqrt{\mathcal{G}} \quad (\text{A.19})$$

$$a_1^y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1 - \rho^2 e^{i\frac{2\pi(\nu - \nu_D)}{FSR}}}{i\tau} \sqrt{\mathcal{G}} \quad (\text{A.20})$$

Afin de compenser la biréfringence en réflexion des couches minces, il convient donc d'injecter une onde de polarisation elliptique dans la cavité.

Un décalage en fréquence entre celle du laser et celle de la cavité peut également induire une variation de la polarisation à l'intérieur de la cavité. Pour  $\nu = \frac{\nu_D}{2} + \delta\nu$ , on peut calculer les composantes du champ  $B_2$  pour un champ incident  $A_1$  défini par (A.20). On peut montrer [104] que le DOCP à l'intérieur de la cavité, égal à 99.7 % pour

la polarisation gauche et à 99.6 % pour la polarisation droite, ne varie que dans un intervalle de  $\pm 0.05\%$  sur la bande passante de la cavité compte tenu des spécifications de nos miroirs.

### A.1.2 Miroirs identiques et anti-alignés

D'après l'équation (A.12) où les axes propres des miroirs sont perpendiculaires entre eux ( $\Psi = \frac{\pi}{2}$ ), le champ intracavité s'écrit:

$$b_2^x = \frac{i\tau_x}{1 - \rho_x\rho_y e^{-i\frac{2\pi(\nu - \frac{\nu D_x}{2})}{FSR}}} a_1^x \quad (\text{A.21})$$

$$b_2^y = \frac{i\tau_y e^{i\phi_t}}{1 - \rho_x\rho_y e^{-i\frac{2\pi(\nu - \frac{\nu D_x}{2})}{FSR}}} a_1^y \quad (\text{A.22})$$

Cette configuration est la plus avantageuse quelle que soit la biréfringence en réflexion des miroirs, car l'effet se compense après un aller et retour dans la cavité. La résonance commune se situe à la fréquence  $\nu = \frac{\nu D}{2}$  et l'état de polarisation est préservé. En revanche, l'onde incidente doit être légèrement elliptique pour compenser la biréfringence en transmission du miroir d'entrée.

### A.1.3 Conclusion

En résumé, l'effet de la biréfringence du substrat à la transmission des miroirs est de 0.1 % sur le degré de polarisation circulaire de l'onde intracavité par rapport à l'onde incidente. Si on corrige cet effet, alors l'erreur n'est plus égale qu'à 0.01 %. L'effet de la biréfringence des couches minces, supposée de l'ordre de  $10^{-6}$  rad pour nos miroirs, se traduit par une variation de l'état de polarisation à  $\pm 0.05\%$  près sur la bande passante de la cavité.

# Bibliographie

- [1] M. Gell-Mann, Phys. Rev. **125** (1962) 1067.
- [2] M. Breidenbach, Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 935.
- [3] J. Ashman et al., Nucl. Phys. **B328** (1989) 1.
- [4] D. Adams et al., Phys. Rev. **D56** (1997) 5330.
- [5] D. B. Kaplan et A. Manohar, Nucl. Phys. **B310** (1988) 527.
- [6] D. von Harrach, proposition d'expérience, Mayence **A4 /1-93** (1993)
- [7] R. D. McKeown, Nucl. Phys. **A631** (1998) 42c.
- [8] K. A. Aniol et al., HAPPEX Collaboration, *Measurement of the neutral weak form-factors of the proton*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 1096.
- [9] M. Woods, *The scanning Compton polarimeter for the SLD experiment*, SLAC-PUB-7319 (1996)
- [10] M. Woods, *Compton polarimetry at a 1 TeV collider*, SLAC-PUB-7744 (1998)
- [11] I. Passchier et al., *A Compton backscattering polarimeter for measuring longitudinal electron polarization*, Nucl. Instr. Meth. **A414** (1998) 446.
- [12] D. Barber et al., Nucl. Instr. Meth. **A329** (1993) 79.
- [13] J.P. Jorda, *Mise au point d'une cavité Fabry-Perot pour la polarimétrie Compton*, Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI (1997).
- [14] L.S. Cardman, *Laboratory Portrait : Jefferson Lab*, Nucl. Phys. News **4** (1996) 18.
- [15] A. Deur, *La cible cryogénique du hall A du TJNAF*, Rapport de stage de DEA, Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand II (1997)
- [16] M.K. Jones et al., *Status of the Focal Plane Polarimeter for Hall A at TJNAF*

- [17] D.T. Pierce et F. Meier, Phys. Rev. **B13** (1976) 5484.
- [18] M. Woods et al., *Polarized light sources for photocathode electron guns at SLAC*, SLAC-PUB 5965 (1992)
- [19] J.E. Clendenin et al., *The SLAC electron polarized source*, SLAC-PUB 7619 (1997)
- [20] L.S. Cardman, *Polarized electron sources for the 1990's*, Nucl. Phys. **A546** (1992) 317.
- [21] S.F. Alvarado et al., Z. Phys. **B44** (1981) 259.
- [22] T. Maruyama et al., Appl. Phys. Lett. **55** (1989) 1686.
- [23] R. Alley et al., *The Stanford Linear Accelerator polarized electron source*, SLAC-PUB 6489 (1994)
- [24] K. Aulenbacher, *The MAMI source of polarized electrons*, NIM **A391** (1997) 498.
- [25] M. Poelker, *High power gain-switched diode laser master oscillator and amplifier*, Appl. Phys. Lett. **67** (1995) 19.
- [26] R.G. Sachs, Phys. Rev. **126** (1962) 2256.
- [27] S.D. Drell et F. Zachariasen, *Electromagnetic structure of nucleons*, Oxford University Press (1961)
- [28] M.N. Rosenbluth, *High energy elastic scattering of electrons on protons*, Phys. Rev. **79** (1950) 615.
- [29] J. Litt et al., Phys. Lett. **31B** (1970) 40.
- [30] C. Berger et al., Phys. Lett. **35B** (1971) 87.
- [31] L.E. Price et al., Phys. Rev. **D4** (1971) 45.
- [32] W. Bartel et al., Nucl. Phys. **B58** (1973) 429.
- [33] P.N. Kirk et al., Phys. Rev. **D8** (1973) 63.
- [34] R.G. Arnold et al., Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 174.
- [35] A.F. Sill et al., Phys. Rev. **D48** (1993) 29.
- [36] S. Rock et al., Phys. Rev. **D46** (1992) 24.
- [37] R.C. Walker et al., Phys. Lett. **B224** (1989) 353. - R.C. Walker et al., Phys. Lett. **B240** (1990) 522. (E) - R.C. Walker et al., Phys. Rev. **D49** (1994) 5671.



- [38] P.E. Bosted et al., Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 3841.
- [39] L. Andivahis et al., Phys. Rev. **D50** (1994) 5491.
- [40] P.E. Bosted, Phys. Rev. **C51** (1995) 409.
- [41] A.I. Akhiezer et M.P. Rekalo, Sov. J. Particles Nucl. **3** (1974) 277.
- [42] R.G. Arnold, C. Carlson et F. Gross, Phys. Rev. **C23** (1981) 363.
- [43] B. Milbrath et al., Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 452. - B. Milbrath et al., Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 2221. (E)
- [44] M.K. Jones et al., Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 1398.
- [45] C.F. Perdrisat, M. Jones, V. Punjabi et E.J. Brash, *Measurement of  $G_E^p/G_M^p$  to  $Q^2 = 5.6 (GeV/c)^2$  by the recoilpolarization method*, Proposal d'expérience E99-007 à TJNAF Hall-A (1999)
- [46] P. Kroll, M. Schurmann et W. Schweiger, Z. Phys. **A 338** (1991) 339.
- [47] A.V. Radyushkin, Acta Phys. Polnica **B15** (1984) 403.
- [48] D.H. Lu, A.W. Thomas et A.G. Williams, Phys. Rev. **C57** (1998) 2628.
- [49] Capitani, Nucl. Phys. **B73** (1999) 294.
- [50] G. Höhler et al., Nucl. Phys. **B114** (1976) 505.
- [51] F. Iachello et A.D. Jackson, Phys. Lett. **43B** (1973) 191.
- [52] S.J. Brodsky et G.R. Farrar, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 1153. - S.J. Brodsky et G.R. Farrar, Phys. Rev. **D11** (1975) 1309. - S.J. Brodsky et G.P. Lepage, Phys. Rev. **D22** (1980) 2157. - S.J. Brodsky, G.P. Lepage et S.A.A. Zaidi, Phys. Rev. **D23** (1981) 1152.
- [53] M.F. Gari et W. Krümpelmann, Z. Phys. **A322** (1985) 689. - M.F. Gari et W. Krümpelmann, Phys. Lett. **B173** (1986) 10.
- [54] M.F. Gari et W. Krümpelmann, Phys. Lett. **B274** (1992) 159. - M.F. Gari et W. Krümpelmann, Phys. Lett. **B282** (1992) 483. (E)
- [55] E.L. Lomon, nucl-th/0104039 (2001)
- [56] P. Mergell, U.G. Meissner et D. Drechsel, Nucl. Phys. **A596** (1996) 367. - H.W. Hammer, U.G. Meissner et D. Drechsel, Phys. Lett. **B385** (1996) 343.

- [57] P.L. Chung et F. Coester, Phys. Rev. **D44** (1991) 229.
- [58] I.G. Aznauryan, Phys. Lett. **B316** (1993) 391.
- [59] M.R. Frank, B.K. Jennings et G.A. Miller, Phys. Rev. **C54** (1996) 920.
- [60] F. Cardarelli et S. Simula, Phys. Rev. **C62** (2000) 065201. - S. Simula, nucl-th/0105024 (2001)
- [61] M. De Sanctis, M.M. Giannini et al., Phys. Rev. **C62** (2000) 025208.
- [62] R.F. Wagenbrunn, S. Boffi, W. Klink et al., nucl-th/0010048 (2000) - S. Boffi, M. Radici, L. Glozman et al., hep-ph/0104223 (2001)
- [63] X. Ji, Phys. Rev. **D55** (1997) 7114. - X. Ji, Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 610.
- [64] A.V. Radyushkin, Phys. Lett. **B385** (1996) 333. - A.V. Radyushkin, Phys. Rev. **D58** (1998) 114008.
- [65] A.V. Afanasev, hep-ph/9808291(v2) (1998)
- [66] A. Sarty, J.J. Kelly, R.W. Lourie et S. Frullani *Investigation of the  $N\Delta$  transition via polarization observables in Hall A*, Proposal d'expérience E91-011 à TJNAF Hall-A (1991)
- [67] G. Blanpied et al., Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 4337.
- [68] R. Beck et al., Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 606.
- [69] Th. Pospischil et al., Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 2959.
- [70] F. Kalleicher et al., Z. Phys. **A359** (1997) 201.
- [71] V.V. Frolov et al., Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 45.
- [72] P. Stoler, *Baryon resonance production at Jefferson Lab at high  $Q^2$* , Proceedings of the NSTAR 2000 Conference: "Excited nucleons and hadronic structure" (2000) 42.
- [73] V.D. Burkert et L. Elouadrhiri, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 3614.
- [74] G.A. Warren et al., Phys. Rev. **C58** (1998) 3722.
- [75] Mertz et al., Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 2963.
- [76] A.S. Raskin et T.W. Donnelly, Annals of Phys. **191** (1989) 78.

- [77] R.W. Lourie, Nucl. Phys. **A509** (1990) 653. - R.W. Lourie, Z. Phys. **C50** (1991) 345.
- [78] A. Picklesimer et J.W. Van Orden, Phys. Rev. **C35** (1987) 266.
- [79] D. Drechsel et L. Tiator, J. Phys. **G18** (1992) 449.
- [80] C. Guisti et F.D. Pacati, Nucl. Phys. **A504** (1989) 685.
- [81] H. Schmieden et L. Tiator, Eur. J. Phys. **A8** (2000) 15.
- [82] J.J. Kelly, Phys. Rev. **C60** (1999) 054611.
- [83] A. Sarty, *Recoil polarization measurement in  $\pi^0$  electroproduction at the peak of the  $\Delta(1232)$ .*, Proceedings of the NSTAR 2001 Conference: "Excited nucleons and hadronic structure" (2001) .
- [84] A.H. Compton, *A quantum theory of the scattering of x-rays by light elements*, Phys. Rev. **21** (1923) 715.
- [85] A. Denner et S. Dittmaier, Nucl. Phys. **B407** (1993) 43.
- [86] C.Y. Prescott, *Spin Dependent Compton Scattering for Use in Analyzing Electron Beam Polarizations*, note SLAC-TN-73-1 (1973)
- [87] G. Bardin et al., *Conceptual design report of a Compton polarimeter for CEBAF Hall A*, note DAPNIA-SPhN-96-14 (1996)
- [88] A. Annenkov et al., Nucl. Instr. and Meth. **A426** (1999) 486.
- [89] M. Baylac, *Mesure du temps de décroissance et de photoluminescence du cristal  $PbWO_4$* , note DAPNIA/SPhN-94-47
- [90] D. Neyret, T. Pussieux et al., *A photon calorimeter using lead tungstate crystals for the CEBAF Hall A Compton Polarimeter*, Nucl. Instr. and Meth. **A443** (2000) 231.
- [91] J. P. Jorda, *A Fabry-Pérot cavity for Compton polarimetry*, Nucl. Instr. and Meth. **A412** (1998) 1.
- [92] N. Falletto, *Compton scattering off polarized electrons with a high-finesse Fabry-Pérot Cavity at JLab*, Nucl. Instr. and Meth. **A459** (2001) 412.
- [93] T. Powers, *Improvement of the noise figure of the CEBAF switched electrode electronics BPM system*

- [94] A.S. Hoffer et al., *Performance of the CEBAF Arc beam position monitors*, Proceeding of the Particle Accelerator Conference, Washington DC (1993)
- [95] *Hall A experimental equipment operations manual* (1997)
- [96] K.B. Unser, *Design and preliminary tests of a beam monitor for LEP*, CERN/LEP-BI/89-07
- [97] O. Ravel, *Mesure absolue de l'énergie du faisceau d'électrons de TJNAF par diffusion élastique  $p(e, e')p'$* , Thèse de l'Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand II (1997).
- [98] D. Marchand, *Mesure absolue de l'énergie du faisceau d'électrons de Jefferson Lab (Hall A) par une méthode magnétique : Projet ARC*, Thèse de l'Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand II (1998).
- [99] A.E. Siegman, *Lasers*, University Science Books (1966)
- [100] R.W.P. Drever et al., *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*, Applied Physics **B31** (1983) 97.
- [101] G. Cantatore et al., *Frequency locking of a Nd:YAG laser using the laser itself as the optical phase modulator*, Rev. Sci. Instr. **66(4)** (1995)
- [102] J.P. Jorda et N. Falletto, *Etude de la modulation du laser à haute fréquence: choix de la fréquence de modulation*, note DAPNIA n° 3-6112 R 2000012 (1997)
- [103] *Diode pumped non-planar ring laser series 126*, Users Manual LightWave Electronics (1995)
- [104] N. Falletto, *Etude, conception et réalisation d'une cavité Fabry-Perot pour le polarimètre Compton de TJNAF*, Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble-I (1999).
- [105] N. Uehara, K. Ueda, *Accurate measurement of ultralow loss in a high-finesse Fabry-Perot interferometer using the frequency response functions*, Appl. Phys. **B61** (1995) 9.
- [106] H. Kogelnik et T. Li, *Laser beams and resonators* IEEE **Vol. 54** (1966) 1312.
- [107] E. Morrison et al., *Automatic alignment of optical interferometers* Appl. Optics **Vol. 33** (1994) 5041.
- [108] S. Escoffier, *Etude de la cavité optique pour le polarimètre Compton de TJNAF (Hall A)*, Rapport de stage de DEA, Université Denis Diderot Paris-VII (1998)

- [109] G. Rempe et al., *Measurement of ultralow losses in an optical interferometer*, Optics Lett. **Vol. 17, No 5** (1992)
- [110] M. Woods et A. Lath, *Compton laser analysis: determination of polarization and systematic errors*, SLD note 236 (1994)
- [111] S. Huard, *Polarisation de la lumière*, éd. MASSON.
- [112] G. Russo, Tesi di Dottorato, *Realizzazione di una cavità risonante ottica ad alta finezza per la misura della birifrangenza magnetica del vuoto con tecniche ellissometriche*, Università degli Studi di Padova (1994)
- [113] A. Delbart, *Polarisation du faisceau de photons au CIP : Modélisation des manipulations en labo, application à la cavité du polarimètre.*, note DAPNIA/SED n° 6-6112 R 2000020 (1999)
- [114] D. Jacob et al., *Pulsed measurement of high reflectivity mirror phase retardances*, Appl. Optics **Vol. 33, No 15** (1994) 3175.
- [115] P. Rebourgeard, *Etude préliminaire de la polarisation intracavité avec des miroirs biréfringents*, note DAPNIA/SED n° 6112 N 2130 007 (1996)
- [116] J.M. Mackowski, *private communication*
- [117] M. Baylac, *Mesure de la polarisation du faisceau d'électrons du Jefferson Laboratory par effet Compton pour l'expérience de violation de parité HAPPEX en diffusion élastique électron-proton*. Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard Lyon-I (2000).
- [118] K. A. Aniol et al., HAPPEX Collaboration, *New measurement of parity violation in elastic electron-proton scattering and implications for strange form factors*, Phys. Lett. **B509** (2001) 211.
- [119] J.H. Mitchell, *Charge asymmetries from  $N-\Delta$  online database*, JLab internal report (2000)
- [120] A. Denner et S. Dittmaier, *Complete  $\mathcal{O}(\alpha)$  QED corrections to polarized Compton scattering*, Nucl. Phys. **B540** (1999) 58.
- [121] S. Dittmaier, *private communication*, (2001)
- [122] D. Lhuillier et K. Kumar, *Constraining the nucleon strangeness radius in parity violating electron scattering*, Proposal d'expérience E99-115 à TJNAF Hall-A (1999)

- [123] D. Armstrong et R. Michaels, *Parity violation from  $He^4$  at low  $Q^2$  : a clean measurement of  $\rho_s$* , Proposal d'expérience E00-114 à TJNAF Hall-A (2000)
- [124] E. Barrelet et al., *Letter of intent to upgrade the longitudinal polarimeter*, Proposal d'expérience DESY PRC 00-02 (2000)