

*UNIVERSITE JOSEPH FOURIER-GRENOBLE 1*  
*SCIENCES & GEOGRAPHIE*

**THESE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER**

**Discipline : Physique**

Présentée et soutenue publiquement

par

M. Nicolas FALLETTO

Le 27 septembre 1999

**TITRE DE LA THESE**

**Etude, conception et réalisation d'une cavité Fabry-Perot  
pour le polarimètre Compton de TJNAF.**

**Directeur de thèse**

Vincent COMPARAT

**COMPOSITION DU JURY**

M. Pierre Boyer	, Président
M. Vincent Comparat	
M. Jacques Martino	
M. Philippe Mangeot	
M. Christian Cavata	
M. Kees de Jager	, Rapporteur
M. Catherine Nari Man	, Rapporteur



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier M Kees de Jager et Mme Catherine Nari Man d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail de thèse. Je vous remercie d'avoir consacré de votre temps à la lecture et la correction du document. J'ai particulièrement pu apprécier la qualité de vos remarques ainsi que la sympathie dont vous avez fait preuve à mon égard.

Je voudrais également exprimer ma gratitude à M. Vincent Comparat, mon directeur de thèse, dont l'écoute et la disponibilité m'ont été précieuses, en particulier dans les périodes de doutes qui ont émaillées ces trois années.

Je souhaite associer à ces remerciements M. Jacques Martino, mon responsable CEA. J'ai vivement apprécié son appui dans les moments importants ainsi que son suivi attentif de la rédaction du mémoire.

Je tiens également à remercier les membres du jury : M. Christian Cavata, Philippe Mangeot , Pierre Boyer pour l'attention qu'ils ont bien voulu porter à mon travail.

Je voudrais maintenant rappeler que le travail que je présente dans ce document est avant tout le fruit du labeur d'une équipe. Je veux donc remercier tous ceux ou celles qui ont fait partie à un moment ou un autre de ce que nous appelions entre nous le "groupe cavité". J'ai beaucoup appris à votre contact et je vous en suis reconnaissant. Je me souviens de tous ces instants enrichissants passés ensemble et je ne suis, en particulier, pas près d'oublier les brèves de comptoir, malheureusement pas toujours appréciées à leur juste valeur.

Je remercie donc Alain Delbart pour son aide et ses corrections qui ont été déterminantes pour l'aboutissement du travail. Cela a été un réel plaisir de travailler à tes côtés.

Je remercie Gilles Pontet, qui (le fou dangereux !) n'a pas hésité à prendre sur son temps personnel pour m'expliquer toutes ces notions qui me passent la plupart du temps par dessus la tête. Je me doute de ce que tu vas dire : "ah ben, je n'ai pas fait grand chose". C'est faux et tu le sais. En tout cas, merci.

Je remercie très chaleureusement Philippe Rebourgeard pour les corrections et les conseils concernant le contenu du rapport. Ton soutien ainsi que nos conversations m'ont été très utiles.

Je remercie tout particulièrement Nathalie Colombel, la mécanicienne du lot, pour sa disponibilité et pour les belles figures en trois dimensions dont j'ai pu agrémenter le présent rapport.

Je remercie également Pascale Deck, notre électronicienne de choc, qui m'a toujours aidé et soutenu. Je n'oublie pas bien sûr Yannick le farceur (au fait, moi c'est nico), son acolyte de la technique. Vous deux ainsi que Philou et Jean-Claude êtes ceux qui m'avez accueilli sans retenue dans mes débuts laborieux. Je vous en remercie.

Voici le tour de celui qui a supporté bon nombre de mes humeurs au long de ces trois années :

Yves Lussignol. Grâce à lui, j'ai pu assouvir mes penchants ludiques au cœur du projet. Alors, merci pour ton amitié, merci pour les cours, et la patience dont tu as toujours fait preuve.

Je souhaite par ailleurs remercier Martial Authier, pour son accueil, son soutien, sa compréhension et toutes les discussions que nous avons pu entretenir.

Je remercie également Ludo et David avec qui nous avons bien déliré (jamais pendant le travail bien sûr). Vous vous étiez retrouvés comme moi sur le projet en contrat temporaire; notre amitié, elle, dure encore.

Je remercie aussi Frédéric Marie pour sa disponibilité, son soutien et la tonne de questions auxquelles je n'aurai jamais pensé, sans compter les réponses.

Je remercie Damien, David, Etienne et Thierry (chip) pour les corrections apportées au document, les références supplémentaires et pour toutes les discussions positives que nous avons entretenues. J'ai souvent abusé de votre temps et de votre disponibilité, et je vous remercie d'avoir joué le jeu.

Je remercie également Jean-Claude Languillat de m'avoir permis d'effectuer ce travail dans de bonnes conditions au sein du Service d'Instrumentation Générale.

Enfin, je remercie Stephie pour son aide, son écoute et bien sûr les soirées et les leçons de billard.

Je n'oublierai pas Claude, Daniel, Francesco, Guy, Jean-François, Françoise, Gilles, Bruno, Thierry, Gérard, Bernard, Sylvie M. et Sylvie D., ainsi que tous les gens qui ne faisaient pas forcément directement partie du projet mais qui m'ont aidé à progresser, à résoudre des problèmes ou avec qui j'ai tout simplement échangé.

Voilà, merci pour votre amitié à Jojo, Dimitri, Pascal, Marc, Anne et Arnold, Mickaël et Sylvaine, et Vincent. Vous m'avez chacun à votre manière apporté le soutien dont j'avais besoin. Je souhaite bon courage à Pascal O., Pascal G., Stephie, Maud et Fred jusqu'à la soutenance. Je dédie finalement ce travail de thèse à mes parents qui m'ont soutenu et supporté pendant tout ce temps.

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Présentation du Polarimètre Compton</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>La polarimétrie Compton</b>	<b>7</b>
1.1	L'accélérateur TJNAF . . . . .	7
1.1.1	Description générale . . . . .	7
1.1.2	La source d'électrons polarisés . . . . .	9
1.2	Polarisation d'un faisceau d'électrons . . . . .	13
1.2.1	Spin d'une particule . . . . .	13
1.2.2	Polarisation d'un faisceau d'électrons . . . . .	14
1.3	Polarimétrie Compton . . . . .	19
1.3.1	Diffusion Compton . . . . .	19
1.3.2	Méthode de mesure de la polarisation . . . . .	24
1.3.3	Description d'un polarimètre . . . . .	29
1.4	Choix des éléments du polarimètre . . . . .	30
1.4.1	Conditions de faisceau d'électrons . . . . .	30
1.4.2	Conception du dispositif . . . . .	31
<b>2</b>	<b>Description de l'appareillage</b>	<b>37</b>
2.1	Description générale . . . . .	37
2.2	La chicane magnétique . . . . .	38
2.3	Le montage optique . . . . .	42
2.3.1	La cavité optique . . . . .	43
2.3.2	La table optique . . . . .	46
2.4	Le détecteur de photons . . . . .	48
2.5	Détecteur d'électrons . . . . .	50
2.6	L'acquisition . . . . .	50
2.6.1	Acquisition du détecteur de photons . . . . .	51
2.6.2	Acquisition du détecteur d'électrons . . . . .	54
<b>II</b>	<b>Le système optique du polarimètre Compton</b>	<b>55</b>
<b>1</b>	<b>La cavité Fabry-Perot : un système asservi</b>	<b>57</b>
1.1	Réponse de la cavité à un champ électromagnétique . . . . .	57

1.1.1	Les miroirs de la cavité . . . . .	57
1.1.2	Cavité Fabry-Perot . . . . .	59
1.1.3	Champ intra-cavité et champ transmis . . . . .	60
1.1.4	Champ réfléchi par la cavité . . . . .	62
1.2	Cavités asservies . . . . .	64
1.2.1	Nécessité d'un contrôle de la fréquence du laser . . . . .	64
1.2.2	Notion d'asservissement . . . . .	66
1.2.3	Méthode d'asservissement : principe . . . . .	67
1.3	Cavité en boucle ouverte . . . . .	69
1.3.1	Signal réfléchi par la cavité . . . . .	69
1.3.2	Construction du signal d'erreur . . . . .	71
1.4	Réponse de la cavité asservie à une perturbation . . . . .	74
<b>2</b>	<b>Caractérisation de la cavité optique</b>	<b>79</b>
2.1	Description du montage d'asservissement . . . . .	79
2.1.1	L'électronique . . . . .	81
2.1.2	Le contrôle-commande . . . . .	83
2.2	Détermination expérimentale de la fonction de transfert de la cavité . . . . .	85
2.2.1	Principe de la mesure . . . . .	86
2.2.2	Analyse en basse fréquence ( $f \leq 1$ kHz) . . . . .	87
2.2.3	Mesure de la fonction de transfert ( $K D_v$ ) . . . . .	89
2.3	Mesure de la bande passante de la cavité . . . . .	91
2.3.1	Méthode graphique . . . . .	91
2.3.2	Méthode par mesure du temps de vidage de la cavité . . . . .	92
2.3.3	Cavité en régime non-stationnaire . . . . .	94
<b>3</b>	<b>Couplage du faisceau laser à la cavité</b>	<b>107</b>
3.1	Calcul théorique du couplage . . . . .	107
3.1.1	Cavité en optique gaussienne . . . . .	107
3.1.2	Effet d'alignement du faisceau . . . . .	109
3.1.3	Effet d'adaptation du faisceau . . . . .	111
3.2	Adaptation du faisceau . . . . .	113
3.2.1	Caractéristiques du laser . . . . .	113
3.2.2	Focalisation du faisceau . . . . .	115
3.3	Alignement du faisceau incident . . . . .	116
3.3.1	Déplacements du faisceau . . . . .	117
3.3.2	Critère de réglage . . . . .	120
<b>4</b>	<b>Etude de la polarisation du faisceau de photons</b>	<b>125</b>
4.1	Polarisation d'un faisceau de photons . . . . .	125
4.1.1	Généralités . . . . .	125
4.1.2	Représentation de Jones et paramètres de Stokes . . . . .	127
4.2	Le dispositif de contrôle de la polarisation . . . . .	130

4.2.1	Mise en forme de la polarisation . . . . .	130
4.2.2	Extraction du signal réfléchi par la cavité . . . . .	132
4.3	Polarisation intra-cavité . . . . .	133
4.3.1	Modélisation des miroirs . . . . .	134
4.3.2	Cavité optique en représentation de Jones . . . . .	136
4.3.3	Analyse de la polarisation intra-cavité . . . . .	137
4.4	Mesure de la polarisation en sortie de cavité . . . . .	142
4.4.1	Le système de mesure . . . . .	142
4.4.2	Analyse de la mesure de polarisation . . . . .	144
<b>5</b>	<b>Résultats sur accélérateur</b>	<b>151</b>
5.1	Détermination des paramètres optiques . . . . .	151
5.1.1	Finesse . . . . .	151
5.1.2	Bilan de puissance de la cavité . . . . .	152
5.1.3	Mesure du couplage et du rapport $\beta = P/T$ . . . . .	153
5.1.4	Détermination de la puissance intra-cavité . . . . .	154
5.2	Stabilité des paramètres optiques . . . . .	156
5.2.1	Réduction du bruit . . . . .	156
5.2.2	Analyse des signaux réfléchis et transmis . . . . .	158
5.2.3	Stabilité de puissance . . . . .	160
5.2.4	Stabilité de la polarisation . . . . .	160
<b>III</b>	<b>Exploitation de la cavité sur le polarimètre</b>	<b>163</b>
<b>1</b>	<b>Mise en oeuvre du polarimètre</b>	<b>165</b>
1.1	Bruit de fond . . . . .	165
1.1.1	Sources de bruit . . . . .	165
1.1.2	Bruit mesuré . . . . .	168
1.2	Le croisé des faisceaux . . . . .	168
1.2.1	Réglage au maximum de luminosité . . . . .	168
1.2.2	Interprétation . . . . .	169
1.2.3	Effet du basculement de la polarisation du laser . . . . .	171
1.2.4	Effet du basculement de la polarisation du faisceau d'électrons . . . . .	173
1.3	Spectre Compton . . . . .	175
1.3.1	Forme du spectre . . . . .	175
1.3.2	Spectre expérimental . . . . .	177
1.4	Traitement de l'asymétrie expérimentale . . . . .	177
1.4.1	Expression de l'asymétrie expérimentale . . . . .	177
1.4.2	Vers une mesure de la polarisation . . . . .	179

<b>A</b>	<b>Rappels</b>	<b>183</b>
A.1	Les faisceaux gaussiens . . . . .	183
A.1.1	Equation de propagation paraxiale . . . . .	183
A.1.2	Modes de propagation . . . . .	186
A.2	Réflexion d'une onde par un miroir . . . . .	189
A.3	Matrice de transfert de quelques éléments optiques . . . . .	189
A.3.1	Section droite . . . . .	189
A.3.2	Lentille mince . . . . .	190
A.3.3	Interface diélectrique courbée, incidence normale . . . . .	190
A.4	Stabilité d'une cavité optique . . . . .	190
A.5	Stabilité d'un système électronique bouclé (Asservissements linéaires) . . . . .	191
A.5.1	Fonction de transfert d'un système électronique . . . . .	191
A.5.2	Condition générale de stabilité . . . . .	191
A.5.3	Stabilité absolue et stabilité conditionnelle . . . . .	192
A.5.4	Degré de stabilité . . . . .	193
<b>B</b>	<b>Description du matériel</b>	<b>197</b>
B.1	Le laser LightWave Series 126 Nd:YAG . . . . .	197
B.2	Les éléments optiques . . . . .	198
B.2.1	Les miroirs de renvoi . . . . .	198
B.2.2	Les lentilles de focalisation . . . . .	199
B.2.3	L'isolateur de Faraday . . . . .	199
B.2.4	Les lames retardatrices . . . . .	200
B.2.5	Le cube séparateur . . . . .	201
B.2.6	Le prisme de Wollaston . . . . .	202
B.2.7	Le Holographic Beam Sampler . . . . .	202
B.2.8	Les cavités optiques . . . . .	202
B.3	Les éléments de détection . . . . .	203
B.4	Schéma électronique de l'asservissement de la cavité . . . . .	204
<b>C</b>	<b>Calculs relatifs à la cavité optique et à l'asservissement</b>	<b>205</b>
C.1	Calcul du temps de décroissance d'une cavité Fabry-Perot . . . . .	205
C.1.1	Remplissage de la cavité . . . . .	205
C.1.2	Vidage de la cavité . . . . .	207
C.2	Détermination expérimentale du temps de décroissance . . . . .	210
C.2.1	Réponse de la cavité à un signal transitoire . . . . .	211
C.2.2	Produit de convolution continu . . . . .	213
C.2.3	Ajustement d'une courbe de décroissance . . . . .	214
C.3	Calcul du décalage en tension introduit par la RAM au niveau du signal d'erreur	215
C.4	Calcul des intensités des pics de résonance . . . . .	217



# Introduction

La mise en évidence de la violation de parité dans une expérience de diffusion inélastique d'électrons polarisés longitudinalement sur une cible de deutérium non polarisée au SLAC a été un des événements importants de la fin des années 70. Le but de cette expérience était de contraindre les paramètres de l'interaction faible dans le cadre du modèle standard qui depuis a été testé avec une grande précision au LEP. La bonne connaissance de l'interaction faible permet maintenant d'utiliser les expériences de violation de parité pour sonder les nucléons.

L'expérience HAPPEX [3] menée dans le hall A de l'accélérateur d'électrons TJNAF (Thomas Jefferson National Accelerator Facility) cherche à extraire la contribution des quarks étranges à la densité de charge et d'aimantation du nucléon. Le principe de cette expérience est d'utiliser l'asymétrie de taux de comptage dans la diffusion d'un faisceau d'électrons polarisés sur une cible de protons non polarisés par renversement de la polarisation du faisceau d'électrons. L'asymétrie expérimentale  $A_{exp}$  et l'asymétrie physique de violation de parité  $A_{PV}$  sont reliées en tenant compte de la polarisation longitudinale du faisceau d'électrons que nous noterons  $P_e$  suivant la relation :  $A_{exp} = P_e A_{PV}$ .

La précision finale sur l'asymétrie de violation de parité dépend donc autant de la précision sur la mesure de l'asymétrie expérimentale que de celle sur la mesure de la polarisation.

Un polarimètre Mott [36], [37] et un polarimètre Møller [9] donnent deux mesures indépendantes de la polarisation du faisceau qui parvient au hall A. Cependant, ces techniques sont "destructives" et ne permettent pas de la mesurer simultanément à la prise de données de l'expérience de violation de parité. Les mesures sont donc effectuées au mieux une fois par jour.

La polarimétrie Compton [23], [94] offre une alternative aux deux techniques précédemment citées en apportant la possibilité de suivre les variations de polarisation du faisceau d'électrons en cours d'expérience. En effet, elle est basée sur la diffusion Compton du faisceau d'électrons sur un faisceau de photons polarisés circulairement. Cette technique est peu destructive pour le faisceau d'électrons puisque la "cible" de photons est de faible densité comparée à une cible de matière.

Le DAPNIA a décidé de contribuer au programme de physique de TJNAF en concevant et en réalisant un tel polarimètre pour l'expérience HAPPEX et les expériences futures [1] nécessitant la mesure de la polarisation du faisceau. Cependant, cette technique est difficile à mettre en œuvre. De plus, les conditions de faisceau de l'accélérateur d'électrons ( $I_e = 100 \text{ nA} - 100 \text{ }\mu\text{A}$  et  $E < 8 \text{ GeV}$ ) imposent l'utilisation d'une source de photons de densité de puissance accrue par rapport à celle disponible avec un laser continu de quelques centaines de  $mW$ .

L'originalité du polarimètre que nous avons réalisé est d'utiliser, plutôt qu'un laser de puissance, un laser continu de puissance égale à  $300 \text{ mW}$  couplé à une cavité optique amplifica-

trice de gain de l'ordre de 7000. La densité de puissance disponible au centre de la cavité pour l'interaction avec le faisceau d'électrons est alors de l'ordre de  $800 \text{ kW/cm}^2$ .

Ce choix que nous justifions dans la première partie de ce travail de thèse constituait un défi pour notre groupe qui possédait peu d'expérience dans le domaine des cavités Fabry-Perot [4]. Il s'agissait d'installer une cavité optique de finesse de l'ordre de 26000 avec des miroirs placés à  $5 \text{ mm}$  du faisceau d'électrons. Cette contrainte a imposé le choix d'une cavité constituée d'une seule pièce mécanique intégrée dans le tube faisceau de l'accélérateur avec des tolérances très contraignantes.

L'opération d'une cavité optique dans le tube faisceau de l'accélérateur posait plusieurs problèmes majeurs. Tout d'abord, il fallait concevoir un système permettant de garantir la stabilité de la puissance intra-cavité sur une période supérieure à l'heure. Ensuite, il fallait pouvoir régler facilement la position du faisceau laser injecté dans la cavité pour obtenir la puissance maximum alors que l'accélérateur était en fonctionnement. Il fallait également concevoir un système permettant la mise en forme de la polarisation du faisceau de photons dans la cavité et sa mesure. La situation dans un environnement d'accélérateur nécessitait de concevoir un système entièrement automatisé, commandable depuis la salle comptage du hall A et surtout opérationnel pendant au moins la durée moyenne d'une expérience ( $\sim 1$  mois), ce qui n'avait jamais été réalisé avant.

Le présent travail de thèse décrit l'ensemble des techniques expérimentales que nous avons utilisées et mises au point afin de satisfaire aux spécifications requises.

La première partie de cette thèse est la présentation du polarimètre installé à TJNAF. Dans le premier chapitre, nous décrivons l'accélérateur et présentons quelques principes autour de la polarimétrie Compton. Nous présentons également les motivations du choix de la source de photons dans le contexte de l'installation sur l'accélérateur.

Le second chapitre est un chapitre de description de l'appareillage mis en place dans le tunnel d'accès au hall A de TJNAF. Nous détaillons les caractéristiques mécaniques de la cavité choisie.

La seconde partie du document, qui constitue l'essentiel de mon travail, est consacrée à l'étude du système optique et électronique nécessaire à la mise en œuvre de la cavité Fabry-Perot dans l'environnement de TJNAF.

Dans les deux premiers chapitres de cette partie, nous supposons tous les réglages purement optiques de la cavité parfaits et nous étudions la boucle d'asservissement qui permet le maintien de la puissance dans la cavité par la méthode Pound-Drever.

Le chapitre 3 présente les équations de base décrivant la réponse de la cavité à un champ électromagnétique incident en mode asservi et en mode boucle ouverte. Ces concepts permettent d'expliquer l'asservissement de la fréquence du laser et interviennent dans la méthode de caractérisation des performances de la cavité.

Le chapitre 4 est dédié à la détermination de la fonction de transfert de la cavité qui permet d'optimiser l'asservissement. Nous déterminons la fréquence de coupure par trois méthodes différentes. Nous étudions la réponse de la cavité optique en régime dit non-stationnaire pour expliquer la forme des signaux expérimentaux obtenus.

Dans le chapitre 5, nous décrivons les techniques employées afin d'assurer un couplage optimum entre le faisceau laser incident et la cavité optique. En particulier, nous avons mis au point une méthode de réglage de la position du faisceau incident basée sur la mesure de la puissance en transmission de la cavité.

Dans le chapitre 6, nous étudions le problème de la polarisation de l'onde laser. La mise en forme de la polarisation est décrite. Nous modélisons la cavité optique dans le cadre du formalisme de Jones afin de déterminer l'effet d'une biréfringence de l'ordre de  $10^{-6} \text{ rad}$  des miroirs. Nous récapitulons enfin les sources d'erreurs sur la détermination de la polarisation de l'onde dans la cavité.

Dans le chapitre 7, nous exposons la méthode de détermination des paramètres des miroirs de la cavité et de la puissance intra-cavité. Nous résumons les caractéristiques obtenues dans les deux états de polarisation du faisceau laser incident. Nous traitons également les résultats en terme de densité spectrale de bruit, de stabilité de puissance et de la polarisation dans le temps.

La dernière partie de ce document présente les premiers résultats d'exploitation de la cavité sur le polarimètre. Nous décrivons la technique de croisé des faisceaux d'électrons et de photons. Nous montrons les spectres d'événements Compton obtenus.



## **Première partie**

# **Présentation du Polarimètre Compton**



# Chapitre 1

## La polarimétrie Compton

Nous présentons dans ce chapitre l'accélérateur et la source d'électrons polarisés. Ensuite, nous précisons la notion de faisceau d'électrons polarisés. Nous rappelons alors le principe de la polarimétrie Compton. Enfin, nous nous focalisons sur les contraintes apportées sur la conception d'un polarimètre Compton dans l'environnement de l'accélérateur TJNAF.

### 1.1 L'accélérateur TJNAF

Nous décrivons dans ce paragraphe l'accélérateur d'électrons dans lequel notre système de mesure a été intégré. Nous décrivons également la technique utilisée pour générer un faisceau d'électrons polarisés.

#### 1.1.1 Description générale

L'accélérateur TJNAF [5],[6] est un accélérateur linéaire d'électrons à recirculation situé au "Jefferson Laboratory" (Newport News, Virginia). Il délivre un faisceau continu d'électrons de courant pouvant varier de 0,1 nA à 200  $\mu A$  et d'énergie variant de 0,4 à 4 GeV dans trois halls expérimentaux. La figure 1.1 présente les éléments principaux de l'accélérateur.

La source d'électrons fournit trois faisceaux de courants différents. Les faisceaux peuvent être polarisés ou non-polarisés. Lorsque l'accélérateur fonctionne en mode non polarisé, une source d'électrons de type thermo-ionique est utilisée. Nous décrivons le principe de fonctionnement de la source d'électrons polarisés au §1.1.2. Lorsque le faisceau est polarisé longitudinalement, sa polarisation est renversée *aléatoirement* à la fréquence de 15 Hz (le faisceau peut être successivement deux fois dans le même état de polarisation, figure 1.2) et un signal fournit au hall A l'information sur le basculement.

Les trois faisceaux issus de la source sont accélérés au niveau d'un injecteur de 45 MeV. Ils sont pulsés et la fréquence des paquets d'électrons est de 1,497 GHz. Par conséquent, chaque faisceau est pulsé à la fréquence de 499 MHz.

Les faisceaux circulent ensuite dans deux sections accélératrices qui peuvent augmenter l'énergie des électrons de 520 MeV chacune (LINAC). Ce sont deux sections droites d'environ 300 m de longueur où sont disposées 320 cavités supraconductrices en Niobium pur, fonctionnant

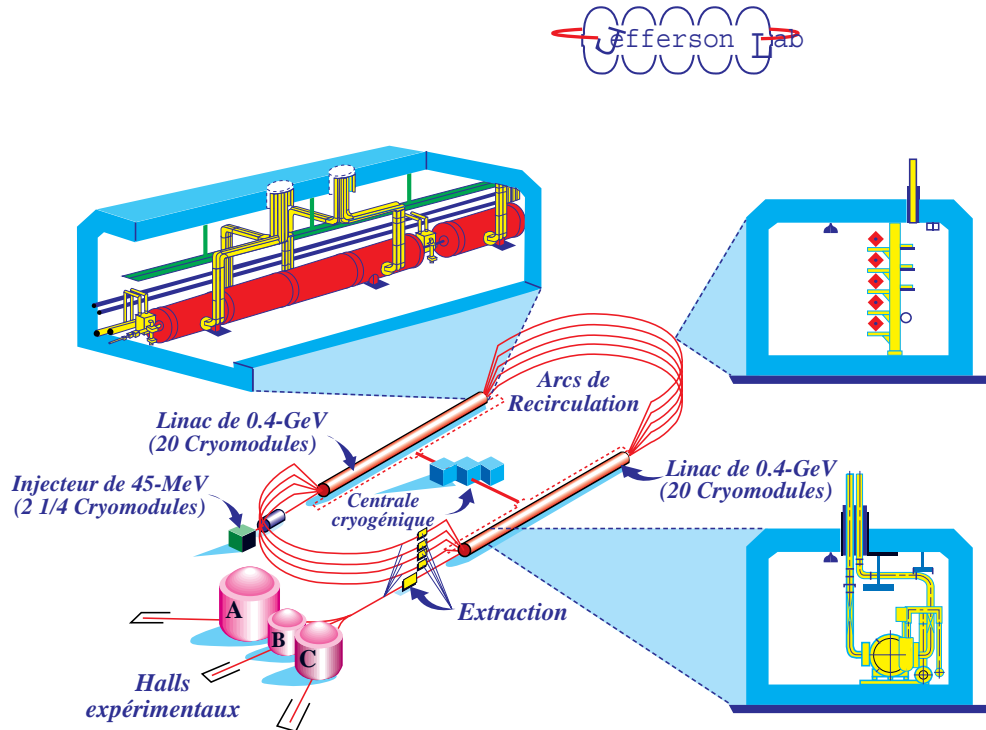


FIG. 1.1 - *Vue schématique de l'accélérateur TJNAF*

à la fréquence de 1497 MHz. Le gradient d'accélération d'une cavité peut être supérieur à 5 MeV/m. Ces cavités sont réparties dans 40 cryomodules qui maintiennent la température à 2 K. Dans la configuration actuelle, il faut cinq passages dans les deux LINAC pour atteindre l'énergie nominale de 4 GeV.

Neuf arcs de recirculation permettent la recirculation des faisceaux dans les sections accélératrices.

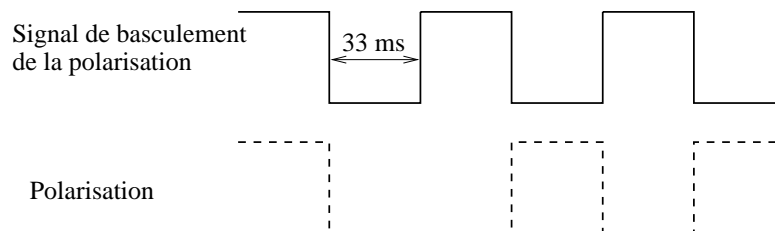
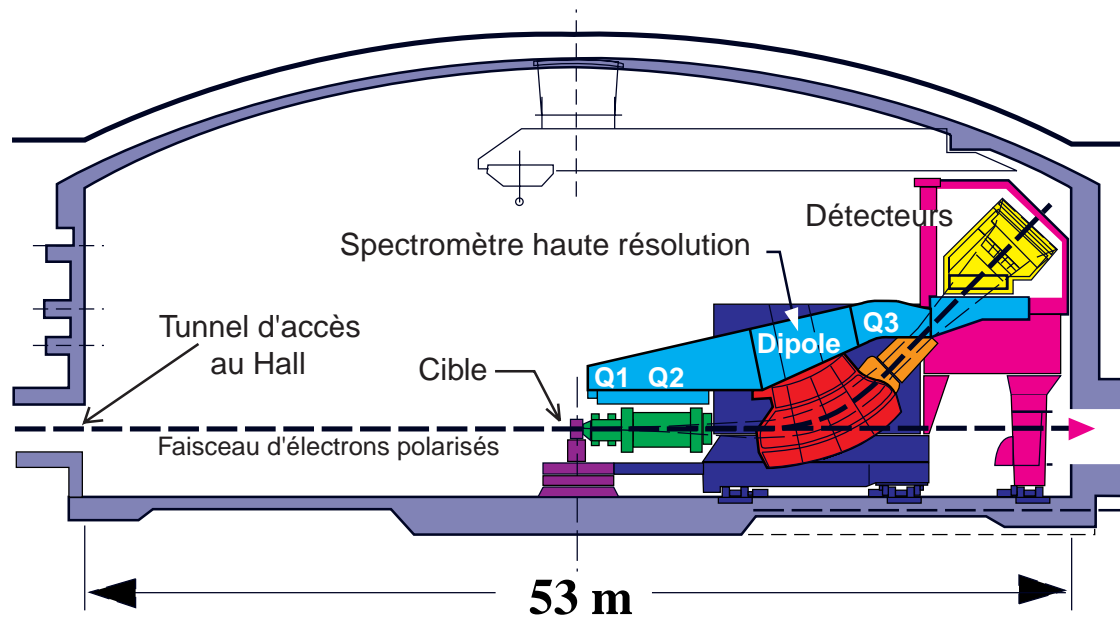


FIG. 1.2 - *Basculement de la polarisation du faisceau d'électrons du hall A*

Ils sont superposés à raison de 4 à l'extrémité ouest et cinq à l'extrémité est. Les trois faisceaux sont séparés spatialement par des séparateurs radio-fréquence au niveau du "switch-yard". Ce système permet d'envoyer simultanément du faisceau dans les trois halls expérimentaux appelés A, B et C (Le polarimètre Compton a été installé dans le tunnel d'accès au hall A qui est représenté sur la figure 1.3). Dans le tableau 1.1, nous reportons les principales caractéristiques



FIG. 1.3 - *Vue du Hall A de l'accélérateur TJNAF*

du faisceau délivré par l'accélérateur TJNAF (au 1<sup>er</sup> Mai 1999).

Energie nominale minimum	445 MeV
Energie nominale maximum	6 GeV
Intensité maximum	200 $\mu$ A
Intensité minimum	0,1 nA
Emittance	$2 \cdot 10^{-9}$ mrad

TAB. 1.1 - *Caractéristiques principales du faisceau délivré par l'accélérateur JLab.*

### 1.1.2 La source d'électrons polarisés

Les sources d'électrons polarisés se sont développées depuis le début des années 70 et le premier faisceau d'électrons polarisés a été accéléré à haute énergie au SLAC en 1974 [7]. Nous décrivons dans ce paragraphe le principe physique qui permet la production du faisceau d'électrons polarisés de l'accélérateur TJNAF au niveau de la source d'électrons.

#### Principe physique

Le principe de la source d'électrons polarisés de TJNAF est basé sur la propriété de photoémission du cristal semi-conducteur d'arsénure de gallium (GaAs). L'utilisation de l'arsénure de gallium a été proposée pour la première fois par E. Garwin, H.C. Seigmann, et D. Pierce [8] en

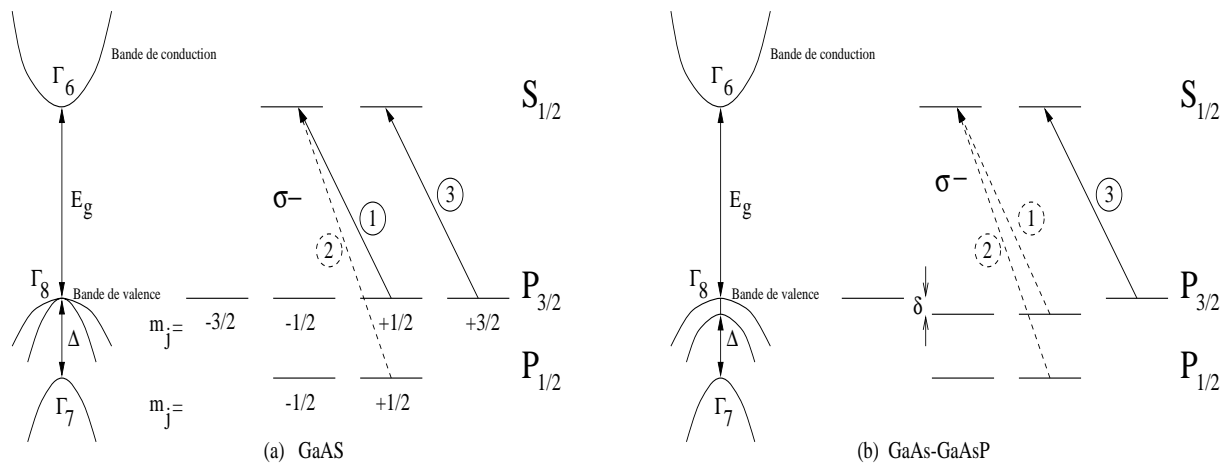


FIG. 1.4 - **Diagrammes de niveaux d'énergie et probabilités de transition au point  $\Gamma$ .** Ne sont représentées que les transitions pour une lumière incidente polarisée circulairement gauche  $\sigma^-$ . (a) Pour le GaAs, les probabilités de transition pour une énergie de photon égale à  $h\nu$  telle que  $E_g \leq h\nu < E_g + \Delta$  sont en trait plein. (b) Pour le GaAs contraint, les probabilités de transition pour une énergie de photon égale à  $h\nu$  telle que  $E_g \leq h\nu < E_g + \delta$  sont en trait plein.

1974.

Le cristal (GaAs) possède deux propriétés importantes qui sont mises à profit :

- Sa structure de bande permet le pompage dans la bande de conduction d'électrons d'état de spin défini.
- On peut traiter sa surface de manière à obtenir une affinité électronique négative  $A_e$ <sup>1</sup>

Comme le montre la figure 1.4, le cristal possède une structure de bande directe. Ceci signifie que le minimum d'énergie de la bande de conduction (MEC) et le maximum d'énergie de la bande de valence (MEV) se trouvent au point de la zone de Brillouin où le vecteur d'onde  $\vec{k}$  est nul (point  $\Gamma$ ). A température ambiante, pour un semi-conducteur dopé p, l'énergie de seuil  $E_g$  entre ces deux niveaux vaut : 1,46 eV. Ce type de semi-conducteur est utilisé pour les photocathodes car les électrons dans la bande de conduction sont alors uniquement ceux qui ont été excités par des photons incidents [12]).

En ajoutant à la surface de l'arsénure de gallium une couche d'alcalin et une couche d'oxyde, on peut réduire l'affinité électronique de 4 eV à une valeur négative. Dans ce cas, les électrons de la bande de conduction qui ont été excités par des photons d'énergie  $\hbar\omega \simeq E_g$  peuvent diffuser vers la surface. Lorsqu'elle est positive, seuls les électrons excités par des photons d'énergie

1. L'affinité électronique désigne la barrière de potentiel que doivent franchir les électrons de la bande de conduction afin de diffuser vers la surface et sortir du cristal.

$\hbar\omega > E_g + A_e$  peuvent diffuser. Ce procédé permet d'augmenter l'efficacité quantique<sup>2</sup> de l'échantillon de GaAs.

Le césium est l'alcalin le plus efficace et le trifluorure d'azote ( $NF_3$ ) a été choisi au SLAC et à TJNAF comme "oxyde" [11]. Le procédé qui consiste à nettoyer la surface et à ajouter un alcalin puis un oxyde est l'activation de la surface. Pour l'activation, l'échantillon est chauffé à  $\sim 600^\circ C$  dans une enceinte sous un vide poussé (de l'ordre de  $10^{-10}$  Torr) pour éliminer les couches de gaz ( $H_2O$ ,  $H_2$ ) adsorbées par la surface [14].

On peut grâce à cette technique obtenir des efficacités quantiques pouvant aller jusqu'à 5 % [17].

Cependant, si les caractéristiques de photoémission de l'arsénure de gallium sont utiles, la polarisation des électrons émis est limitée à 50 %. Au point  $\Gamma$ , les fonctions d'onde des électrons sont proches de celles des électrons libres. Elles ont une symétrie S dans la bande de conduction et une symétrie P dans la bande de valence. Le couplage spin-orbite est à l'origine de la séparation de la bande de valence en deux bandes  $P_{\frac{3}{2}}$  et  $P_{\frac{1}{2}}$  respectivement dégénérées quatre et deux fois. L'écart en énergie entre ces deux bandes vaut  $\Delta = 0,34 \text{ eV}$ .

La transition entre la bande  $P_{\frac{3}{2}}$  et la bande  $P_{\frac{1}{2}}$  est conditionnée par la règle de sélection  $\Delta m_j = \pm 1$ . Si on illumine le cristal avec des photons polarisés circulairement d'énergie  $E_\gamma$  telle que  $E_g \leq E_\gamma < E_g + \Delta$ , seules les transitions  $P_{\frac{3}{2}} - S_{\frac{1}{2}}$  seront possibles.

On peut déterminer les probabilités de transition respectives depuis les états  $P_{\frac{3}{2}}, m_j = \pm \frac{3}{2}$  (\*1) et depuis les états  $P_{\frac{3}{2}}, m_j = \pm \frac{1}{2}$  (\*2) grâce aux coefficients de Clebsch-Gordan. La probabilité de la transition (\*1) est trois fois plus grande que celle de la transition (\*2).

Les électrons de la bande de valence qui ont absorbé un photon d'énergie  $E_\gamma$  passent dans la bande de conduction. Ils diffusent ensuite vers la surface d'affinité électronique négative puis dans le vide avec la polarisation théorique :

$$\mathcal{P} = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = 0,5. \quad (1.1)$$

En pratique, les polarisations de faisceaux obtenues avec des photons polarisés circulairement à 100 % varient entre 0,25 et 0,5 suivant les conditions expérimentales<sup>3</sup>.

Les électrons émis dans la transition (\*1) ont leur spin anti-parallèle à la direction de propagation du photon incident et ceux émis dans la transition (\*2) ont leur spin parallèle à cette direction [10]. Par conséquent, en appliquant un champ électrique d'extraction parallèle à la direction de propagation du faisceau laser, les électrons issus de la source sont polarisés longitudinalement à leur sens de propagation.

Dans les années 1990, on a découvert que la dégénérescence au (MEV) de la bande de valence pouvait être levée en faisant croître un cristal GaAs par épitaxie sur un substrat de paramètre de maille légèrement différent (GaAsP par exemple). Cela a pour effet de permettre la sélection entre les transitions (\*1) et (\*2).

Soit  $\delta$  l'écart en énergie entre les états  $P_{\frac{3}{2}}, m_j = \pm \frac{3}{2}$  et les états  $P_{\frac{3}{2}}, m_j = \pm \frac{1}{2}$ .

2. L'efficacité quantique de la source est égale au rapport entre le nombre d'électrons émis et le nombre de photons incidents.

3. Un des facteurs de limitation est l'épaisseur de l'échantillon de semi-conducteur utilisé [13].

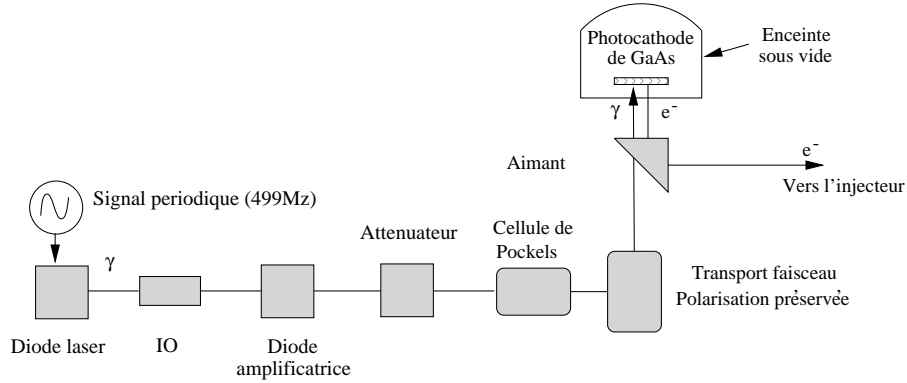


FIG. 1.5 - *Dispositif simplifié de la source d'électrons de TJNAF*

On illumine le cristal avec des photons polarisés circulairement<sup>4</sup> d'énergie  $E_\gamma$  telle que  $E_g \leq E_\gamma < E_g + \delta$ . Si  $\delta$  est supérieur à la largeur de bande du laser de pompe ( $\sim 25 \text{ meV}$  à température ambiante), alors on peut ne pomper que les états  $m_j = \pm \frac{3}{2}$  en illuminant le cristal et atteindre la polarisation théorique limite de  $\mathcal{P} = 100\%$ .

On mesure en pratique des polarisations comprises entre 0,7 et 0,85. Cette valeur dépend essentiellement de l'efficacité quantique obtenue [18]. L'efficacité quantique décroît avec le temps et peut passer en quelques jours de 1,7 % à 0,4 %. La perte d'efficacité quantique au cours du temps est encore mal connue. Deux raisons principales sont avancées [15] : la première est le bombardement d'ions positifs créés par le faisceau d'électrons dans le vide résiduel et la seconde est l'adsorption de molécules chimiques actives (en particulier l'oxygène) par la surface de l'échantillon.

L'intensité  $I_e$  du faisceau d'électrons émis par la photocathode peut s'écrire en fonction de l'efficacité quantique (QE) sous la forme :

$$I_e[\text{mA}] = P[\text{W}] \lambda[\text{nm}] \text{QE}[\%] \times 8,065 \cdot 10^{-3} \quad (1.2)$$

où  $P$  est la puissance du laser utilisé et  $\lambda$  sa longueur d'onde. En prenant  $\lambda = 780 \text{ nm}$ ,  $P = 25 \text{ mW}$  et une efficacité quantique de 1 %, on obtient une intensité de faisceau de  $150 \mu\text{A}$ .

## Description générale

Les éléments indispensables d'une source d'électrons polarisés utilisant une photocathode d'arsénure de gallium sont : un laser de pompe, un élément qui transforme la polarisation du faisceau laser incident sur la photocathode en une polarisation circulaire et un élément magnétique pour extraire et guider les électrons issus de la photocathode vers les sections accélératrices.

A TJNAF, la source d'électrons est composée de trois lasers de pompe pour répondre à la nécessité de fournir des faisceaux de courants différents aux trois halls expérimentaux. La figure 1.5 décrit les éléments principaux d'une ligne laser de la source d'électrons polarisés de

4. La notion de polarisation circulaire d'un faisceau de photons est explicitée au paragraphe §4.1.2.

TJNAF.

Les lasers sont constitués par des diodes laser monomodes. Chaque diode est contrôlée par un signal périodique appliqué sur sa cathode. Le taux de répétition de l'impulsion laser dépend uniquement de la fréquence de ce signal (499 MHz).

Les impulsions des trois lasers sont déphasées entre elles de  $120^\circ$  et synchronisées avec la fréquence des cavités accélératrices (1497 MHz). La puissance obtenue est alors de l'ordre de 5 mW.

La lumière est ensuite dirigée vers un isolateur optique puis focalisée sur une diode laser amplificatrice Spectra Diode Labs Model 8630E dont le facteur d'amplification dépend du courant d'alimentation de la diode.

Le faisceau laser passe ensuite au travers d'un système atténuateur, composé d'une lame quart d'onde et d'un polariseur, qui permet de régler la puissance incidente sur la photocathode. Une cellule de Pockels (§4.2) permet de polariser circulairement le faisceau laser et d'alterner entre polarisation circulaire gauche et droite.

Enfin, le faisceau est dirigé et focalisé sur la photocathode par un système de transport qui préserve la polarisation. Le principe de fonctionnement de ce système est décrit en détail dans la référence [16].

La photocathode d'arsénure de gallium est placée dans une enceinte sous vide ( $\sim 10^{-10}$  Torr). Les électrons émis sont guidés par un élément magnétique vers l'injecteur où ils sont accélérés jusqu'à  $45 \text{ MeV}$ .

En 1999, la polarisation obtenue est de 70 % à la source, mesurée par le polarimètre Mott, et 67 % à l'entrée du Hall A mesurée par le polarimètre Møller (ces mesures ont été effectuées pour une énergie de faisceau de  $3,35 \text{ GeV}$ ).

## 1.2 Polarisation d'un faisceau d'électrons

La polarisation d'un faisceau de particules est une notion importante pour comprendre la mesure que nous allons effectuer avec le polarimètre. Nous allons maintenant la préciser en suivant les conventions de notation de Kessler [38].

### 1.2.1 Spin d'une particule

En mécanique quantique [39], on attribue à une particule élémentaire un certain moment angulaire intrinsèque non lié à son mouvement dans l'espace. Cette propriété est foncièrement quantique. Ce moment angulaire intrinsèque est appelé spin à la différence du moment résultant du mouvement dans l'espace appelé moment angulaire orbital.

L'observable spin a été introduite pour la première fois par Pauli en 1927. On la représente en mécanique quantique par un opérateur  $\hat{s}$ . On peut décomposer cet opérateur en 3 composantes  $\hat{s}_x$ ,  $\hat{s}_y$  et  $\hat{s}_z$  qui décrivent la valeur du spin mesurée respectivement dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Ces composantes sont telles que :

$$\hat{s}^2 = \hat{s}_x^2 + \hat{s}_y^2 + \hat{s}_z^2, \quad (1.3)$$

et satisfont aux règles de commutation :

$$[\hat{s}_y, \hat{s}_z] = i\hat{s}_x \quad ; \quad [\hat{s}_z, \hat{s}_x] = i\hat{s}_y \quad ; \quad [\hat{s}_x, \hat{s}_y] = i\hat{s}_z \quad (1.4)$$

La non-commutation des composantes de l'opérateur de spin signifie que l'on ne peut trouver de base d'observables complète incluant au moins deux composantes. Physiquement, cela revient à dire que deux composantes du moment angulaire intrinsèque ne peuvent être mesurées simultanément. L'opérateur  $\hat{s}^2$  quant à lui commute avec chacune des composantes  $\hat{s}_x$ ,  $\hat{s}_y$  et  $\hat{s}_z$ . On peut donc déterminer simultanément ses valeurs propres et celle de l'une des composantes. La direction choisie pour cette composante est traditionnellement rapportée à l'axe Oz, appelé axe de quantification.

Le nombre  $s$ , valeur propre de l'opérateur  $\hat{s}$ , peut prendre des valeurs entières et demi-entières. Pour  $s$  donné, la composante  $s_z$  peut valoir  $s, s-1, \dots, -s$ . L'expérience prouve que la plupart des particules élémentaires : électrons, positrons, protons, neutrons, muons  $\mu$ , et tous les hypérons  $[\Lambda, \Sigma, \Xi]$  sont de spin  $\hbar/2$  (ce sont des fermions)<sup>5</sup>.

Dans le cas des spins  $\frac{1}{2}$  ( $s = \frac{1}{2}, s_z = \pm\frac{1}{2}$ ), les matrices  $\hat{s}_x, \hat{s}_y$  et  $\hat{s}_z$  sont représentées par des matrices  $2 \times 2$ . On les écrit sous la forme :

$$\hat{s} = \frac{1}{2}\hat{\sigma} \quad (1.5)$$

$$\text{avec } \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

où les matrices  $\hat{\sigma}$  sont les matrices de Pauli.

Pour une particule portant un spin, la description de l'état à l'aide de la fonction d'onde doit déterminer non seulement les probabilités de ses différentes positions dans l'espace mais aussi les probabilités des différentes orientations possibles de son spin. En d'autres termes, la fonction d'onde doit dépendre non seulement des trois variables continues que sont les coordonnées de la particule, mais aussi d'une variable discrète indiquant la valeur de la projection du spin  $\sigma$  dans une direction donnée de l'espace selon l'axe de quantification choisi. On la notera  $\Phi(x, y, z, \sigma)$ . Les variables positions étant indépendantes de la variable spin, on peut les omettre en considérant le spin et écrire  $\Phi(x, y, z, \sigma) = \phi(x, y, z)\chi(\sigma)$ .

$\chi(\sigma)$  est la fonction d'onde de spin d'un espace à deux dimensions pour le cas du spin  $\frac{1}{2}$  ( $2s+1$  dimensions dans le cas général) et elle possède donc deux composantes :  $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ .  $\frac{|a_1|^2}{|a_1|^2+|a_2|^2}$  représente la probabilité de trouver la valeur  $+\frac{1}{2}$  en mesurant la composante du spin suivant la direction Oz et  $\frac{|a_2|^2}{|a_1|^2+|a_2|^2}$  celle de trouver la valeur  $-\frac{1}{2}$ .

## 1.2.2 Polarisation d'un faisceau d'électrons

On considère désormais un faisceau d'électrons<sup>6</sup>.

5. Tous les spins, entiers ou demi-entiers se mesurent en unité de  $\hbar$ . Dans la suite du texte, on oubliera volontairement le terme  $\hbar$  dans les formules.

6. Un faisceau est un ensemble de particules se déplaçant dans une direction préférentielle de l'espace telle que la vitesse suivant cette direction est beaucoup plus grande que les composantes transverses à cette direction.

### Etat pur de spin

On suppose dans un premier temps que tous les électrons sont dans le même état de spin décrit par la fonction d'onde  $\chi = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ , rapportée à un axe de quantification  $Oz$  a priori arbitraire (mais qui peut être la direction moyenne du faisceau).

On définit la polarisation d'un ensemble de particules de spin 1/2 comme la valeur moyenne sur l'ensemble des électrons du faisceau de l'opérateur de spin de Pauli :

$$\mathcal{P} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \langle \chi | \boldsymbol{\sigma} | \chi \rangle = (a_1^*, a_2^*) \boldsymbol{\sigma} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

Si on applique les opérateurs de spin à la fonction d'onde, on obtient :

$$\sigma_x \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -ia_2 \\ ia_1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ -a_2 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

Par conséquent, si on écrit les composantes du vecteur polarisation, on a :

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} \mathcal{P}_x \\ \mathcal{P}_y \\ \mathcal{P}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^* a_2 + a_2^* a_1 \\ i(a_2^* a_1 - a_1^* a_2) \\ |a_1|^2 - |a_2|^2 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

où la norme de  $\mathcal{P}$  s'écrit :

$$|\mathcal{P}| = \sqrt{\mathcal{P}_x^2 + \mathcal{P}_y^2 + \mathcal{P}_z^2} \quad (1.10)$$

Si la fonction d'onde n'est pas normalisée, on doit alors écrire :

$$\mathcal{P} = \frac{\langle \chi | \boldsymbol{\sigma} | \chi \rangle}{\langle \chi | \chi \rangle} \quad (1.11)$$

On définit à partir de maintenant un repère direct  $Oxyz$  défini sur la figure 1.6 tel que  $Oz$  représente la direction de propagation du faisceau d'électrons. Soit  $u$  le vecteur unitaire, caractérisé par les angles  $\theta$  et  $\phi$ , qui désigne l'orientation du spin des électrons dans ce repère  $Oxyz$ . De manière générale, on écrit ses composantes :

$$u_x = \sin \theta \cos \phi \quad (1.12)$$

$$u_y = \sin \theta \sin \phi \quad (1.13)$$

$$u_z = \cos \theta \quad (1.14)$$

$\boldsymbol{\sigma} \cdot u$  représente la projection de l'opérateur de spin sur la direction définie par le vecteur  $u$ . Si on veut déterminer les composantes de la fonction d'onde  $\chi$  qui décrit l'orientation du spin dans cette direction, il faut résoudre l'équation aux valeurs propres :

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot u)\chi = \lambda \chi \quad (1.15)$$

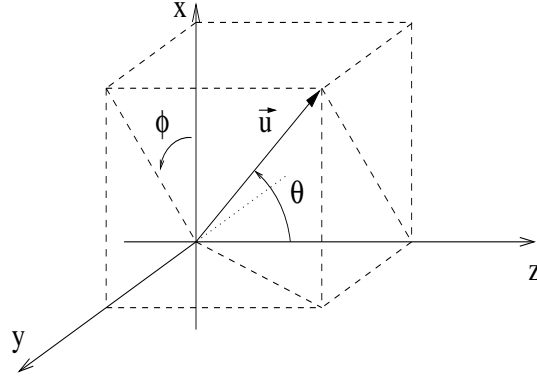


FIG. 1.6 - *Orientation du spin des électrons dans le repère lié au faisceau d'électrons.*

Compte tenu de l'expression des composantes  $\sigma_i$  ( $i = x, y, z$ ) et de  $\chi$ , on obtient :

$$(\sigma_x u_x)\chi = \begin{pmatrix} a_2 \sin \theta \cos \phi \\ a_1 \sin \theta \cos \phi \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

$$(\sigma_y u_y)\chi = \begin{pmatrix} -i a_2 \sin \theta \sin \phi \\ i a_1 \sin \theta \sin \phi \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

$$(\sigma_z u_z)\chi = \begin{pmatrix} a_1 \cos \theta \\ -a_2 \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

L'équation aux valeurs propres est donc :

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u})\chi = \begin{pmatrix} a_2 \sin \theta e^{-i\phi} + a_1 \cos \theta \\ a_1 \sin \theta e^{i\phi} - a_2 \cos \theta \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

La solution de l'équation est  $\lambda = \pm 1$ . On déduit de l'équation 1.19 que pour  $\lambda = 1$ , on a :  $\frac{a_1}{a_2} = \tan \frac{\theta}{2} e^{i\phi}$ , et pour  $\lambda = -1$ , on a :  $\frac{a_1}{a_2} = -\cot \frac{\theta}{2} e^{i\phi}$ .

On peut alors déterminer  $a_1$  et  $a_2$  :

$$\lambda = 1 \quad , \quad a_1 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad , \quad a_2 = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi} ; \quad (1.20)$$

$$\lambda = -1 \quad , \quad a_1 = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad , \quad a_2 = -\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi} . \quad (1.21)$$

Les fonctions d'onde de spin dont nous venons de déterminer les composantes sont des fonctions propres de l'opérateur de spin rapporté à la direction  $\mathbf{u}$ , de valeurs propres  $\pm 1$ . On peut remarquer que l'on passe de la solution 1.20 à la solution 1.21 en remplaçant  $\theta$  par  $\pi - \theta$  et  $\phi$  par  $\phi + \pi$ . Les deux fonctions d'onde sont donc respectivement associées au cas où l'on considère la direction  $+\mathbf{u}$  et  $-\mathbf{u}$ . Il est donc suffisant à partir de maintenant de considérer la fonction d'onde de spin associée à la direction  $+\mathbf{u}$ . Elle représente les états pour lesquels le spin dans la direction  $\mathbf{u}$  possède comme valeur  $\pm \frac{1}{2}$ .



Avec ces notations et en utilisant l'équation 1.9, on peut déterminer les composantes du vecteur polarisation lorsque le spin des électrons du faisceau est orienté suivant la direction définie par le vecteur  $u$  :

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} \mathcal{P}_x \\ \mathcal{P}_y \\ \mathcal{P}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

La polarisation longitudinale est la composante du vecteur polarisation qui est parallèle à la direction de propagation. Elle vaut :

$$\mathcal{P}_L = \mathcal{P}_z = \cos \theta, \quad (1.23)$$

et la composante transverse (composante perpendiculaire à Oz dans le plan Oxz) est définie par :

$$\mathcal{P}_\perp = \sqrt{\mathcal{P}_x^2 + \mathcal{P}_y^2} = \sin \theta \quad (1.24)$$

L'étude du cas d'un état pur de spin permet de faire ressortir les propriétés générales du vecteur polarisation (pour un spin  $\frac{1}{2}$ ). Ce vecteur possède une norme et une direction. Sa direction est celle dans laquelle pointent les spins de l'état pur. Sa norme, qui vaut 1, rappelle que dans cette direction, tous les spins sont alignés.

La projection du vecteur polarisation, soit  $\mathcal{P} \cdot u$ , sur un axe quelconque  $u$ , donne le degré de polarisation suivant cet axe (l'excès de spin  $+\frac{1}{2}$  par rapport aux spins  $-\frac{1}{2}$ ).

### Polarisation d'un mélange statistique

Considérons maintenant un faisceau partiellement polarisé. Celui-ci est un mélange de sous-systèmes d'états purs de spin. Dans ce cas, la polarisation du système total est la moyenne des vecteurs polarisations  $\mathcal{P}^{(n)}$  des systèmes individuels qui sont dans les états purs de spin non normalisés  $\chi^{(n)}$ . On a alors :

$$\mathcal{P} = \frac{\sum_n \langle \chi^{(n)} | \boldsymbol{\sigma} | \chi^{(n)} \rangle}{\sum_n \langle \chi^{(n)} | \chi^{(n)} \rangle} = \sum_n \left( \frac{\langle \chi^{(n)} | \boldsymbol{\sigma} | \chi^{(n)} \rangle}{\langle \chi^{(n)} | \chi^{(n)} \rangle} \right) \mathcal{P}^{(n)} \quad (1.25)$$

Si on introduit la notion d'opérateur densité  $\rho$  [42],[40], on peut réécrire le vecteur polarisation en fonction de celle-ci. On écrit :

$$\rho = \sum_n \begin{pmatrix} |a_1^{(n)}|^2 & a_1^{(n)} a_2^{(n)*} \\ a_1^{(n)*} a_2^{(n)} & |a_2^{(n)}|^2 \end{pmatrix} = \sum_n |\chi^{(n)} \rangle \langle \chi^{(n)}| \quad (1.26)$$

Les matrices individuelles de cette somme sont les matrices densités des états de spin purs. En utilisant la définition des matrices de Pauli, on peut montrer que la matrice densité du système global et sa polarisation sont reliées par la relation :

$$\mathcal{P} = \frac{\text{tr}(\rho \boldsymbol{\sigma})}{\text{tr}(\rho)} \quad (1.27)$$

On peut alors exprimer les éléments de la matrice densité en fonction des composantes de la polarisation et on obtient :

$$\frac{\rho}{\text{tr}(\rho)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \mathcal{P}_z & \mathcal{P}_x - i\mathcal{P}_y \\ \mathcal{P}_x + i\mathcal{P}_y & 1 - \mathcal{P}_z \end{pmatrix} = \frac{1}{2}[\mathbb{I} + \mathcal{P}\boldsymbol{\sigma}] \quad (1.28)$$

où  $\mathbb{I}$  est la matrice identité.

En choisissant la direction de la polarisation résultante comme axe  $z$  du système de coordonnées, la matrice densité prend sa forme diagonalisée :

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \mathcal{P} & 0 \\ 0 & 1 - \mathcal{P} \end{pmatrix}. \quad (1.29)$$

La polarisation est également décrite dans le cas général d'un mélange d'états purs de spins par un vecteur polarisation  $\mathcal{P}$ . La différence avec le cas simple présenté précédemment est que la norme de  $\mathcal{P}$  est comprise entre 0 et 1 : 0 correspond à un état non-polarisé et 1 à un état pur complètement polarisé. Pour une valeur entre 0 et 1, on a un état partiellement polarisé.

La direction du vecteur  $\mathcal{P}$  donne la direction selon laquelle la polarisation (donc l'excès de projection de spin  $+\frac{1}{2}$  par rapport aux projections  $-\frac{1}{2}$ ) est maximale. Si l'on prend la direction de  $\mathcal{P}$  comme axe de quantification, on a alors :

$$|\mathcal{P}| = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} \quad (1.30)$$

où  $\frac{N^+}{N^+ + N^-}$  et  $\frac{N^-}{N^+ + N^-}$  sont les probabilités de mesure des projections  $+\frac{1}{2}$  et  $-\frac{1}{2}$ .

La projection de  $\mathcal{P}$  sur un axe quelconque définit le degré de polarisation selon cet axe, c'est-à-dire l'excès des mesures donnant un spin  $+\frac{1}{2}$  par rapport à celles donnant  $-\frac{1}{2}$  pour cet axe pris comme axe de quantification.

On dira donc qu'un ensemble d'électrons est polarisé si les spins des électrons ont une orientation préférentielle de façon à ce qu'il existe une direction dans laquelle les deux états possibles de spin ne sont pas peuplés de manière égale. Un système ayant  $|\mathcal{P}| = 0$  sera dit non-polarisé.

### Valeur moyenne de l'hélicité

La diffusion Compton et les expériences de violation de parité font intervenir, pour chaque électron, la valeur de la projection du spin sur son axe de propagation (hélicité  $h$ ). En toute rigueur, l'axe de quantification varie d'une particule à l'autre quand on considère un faisceau. Le très bon parallélisme du faisceau fourni par l'accélérateur de TJNAF (émittance  $\sim 10^{-9} m.rad$ ) fait que la valeur moyenne de l'hélicité est très proche de celle de la polarisation selon l'axe moyen du faisceau. En effet, pour  $N$  électrons de spins  $\boldsymbol{\sigma}_i$  et d'impulsions individuelles  $\mathbf{p}_i$  et moyenne  $\mathbf{p}$ , on a :

$$\langle h \rangle = \left\langle \frac{\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{p}_i}{|\mathbf{p}_i|} \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{p}_i}{|\mathbf{p}_i|}. \quad (1.31)$$

En introduisant le vecteur polarisation :  $\mathcal{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_i$ , on obtient finalement :

$$\langle h \rangle = \mathcal{P} \cdot \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} - \langle \sigma_i \cdot \Delta \mathbf{u}_i \rangle \quad (1.32)$$

où  $\Delta \mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} - \frac{\mathbf{p}_i}{|\mathbf{p}_i|}$ .

Compte tenu des caractéristiques du faisceau d'électrons (résolution en énergie et divergence angulaire meilleures que  $10^{-3}$ ), on a d'après l'inégalité de Schwartz :

$$\langle \sigma_i \cdot \Delta \mathbf{u}_i \rangle \leq \frac{1}{2} |\Delta \mathbf{u}_i| \leq 10^{-3} \quad (1.33)$$

La différence entre  $\langle h \rangle$  et  $\mathcal{P} \cdot \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$  est donc négligeable au vu des précisions expérimentales mises en jeu, pour lesquelles les polarisations sont connues au mieux à quelques %.

## 1.3 Polarimétrie Compton

Nous allons maintenant considérer la technique retenue par notre groupe pour mesurer la polarisation du faisceau d'électrons délivré à l'entrée du Hall A : la polarimétrie Compton.

### 1.3.1 Diffusion Compton

Le principe d'un polarimètre Compton est d'utiliser la diffusion Compton [41] entre un faisceau d'électrons polarisés et un faisceau de photons polarisés circulairement afin de déterminer la polarisation longitudinale du faisceau d'électrons.

La cinématique de la diffusion Compton polarisée est décrite dans les références suivantes : [2], [19], [34]. Nous en rappelons dans ce paragraphe les aspects importants et nous les appliquons aux caractéristiques de faisceau de TJNAF.

#### Cinématique

Plaçons-nous dans le repère lié à l'électron incident (figure 1.7). Dans ce repère, l'électron est au repos et la cinématique de l'interaction Compton est donnée par :

$$\frac{m}{k'^*} - \frac{m}{k^*} = 1 - \cos \theta_0^* \quad (1.34)$$

où  $k'^*$  et  $k^*$  sont respectivement les énergies de photons diffusés et incidents,  $m$  est la masse de l'électron et  $\theta_0^*$  est l'angle entre les directions des photons incidents et diffusés.

Dans le repère du laboratoire (figure 1.8), les électrons incidents se déplacent à la vitesse  $v = \beta c$  et possèdent une énergie  $E = \gamma mc^2$  et une impulsion  $p$ . Les énergies des photons incidents

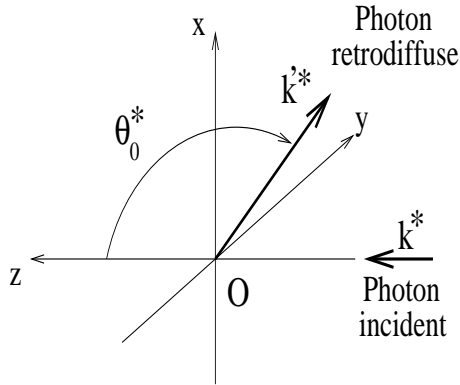


FIG. 1.7 - Cinématique dans le repère où l'électron est au repos. Le photon est rétrodiffusé dans la direction décrite par l'angle  $\theta_0^*$  (angle par rapport à l'axe Oz (photon incident))

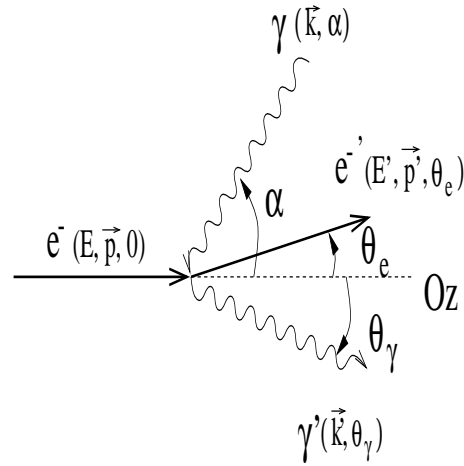


FIG. 1.8 - Cinématique dans le repère du laboratoire

et diffusés sont notées  $k$  et  $k'$ . L'énergie  $k'$  et l'angle de diffusion du photon par rapport à la direction de l'électron incident  $\theta_\gamma$  sont alors reliés par la relation (figure 1.9):

$$\frac{k'}{k} = \frac{E + p \cos \alpha}{E + k - p \cos \theta_\gamma + k \cos(\alpha - \theta_\gamma)} \quad (1.35)$$

où  $\alpha$  (figure 1.8) représente l'angle de croisement entre les deux faisceaux. Pour  $\alpha \simeq 0$ , cette équation se transforme en :

$$\frac{k'}{k} = \frac{4a\gamma^2}{1 + a\theta_\gamma^2\gamma^2} \quad (1.36)$$

où l'on a posé :  $a = \frac{1}{1 + \frac{4kE}{m^2}}$ .

L'énergie des photons diffusés est maximum (front Compton) pour les photons tels que  $\cos \theta_0^* = -1$  ( $\theta_\gamma = 0$ ). On a alors :

$$k' = k'_{max} = 4a\gamma^2 k. \quad (1.37)$$

On utilisera dans la suite le paramètre :  $\rho = \frac{k'}{k'_{max}}$ .

Pour  $E = 4 \text{ GeV}$  et  $k = 1,165 \text{ eV}$  (photon IR,  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ ), l'énergie maximum des photons diffusés est  $k'_{max} = 270 \text{ MeV}$ . On peut également remarquer que dans ces conditions, tous les photons diffusés d'énergie supérieure à 40 MeV seront compris dans un cône ayant pour origine le point d'interaction et d'angle d'ouverture  $\theta = 300 \mu\text{rad}$  (voir figure 1.9).

### Section efficace

On considère l'interaction entre un faisceau de photons polarisés circulairement et un faisceau d'électrons polarisés. On appelle axe  $z$  l'axe correspondant à la direction de déplacement

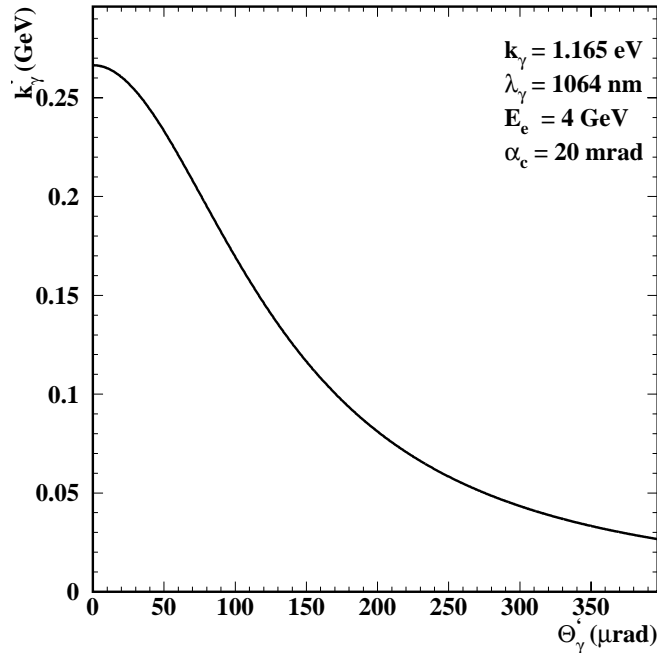


FIG. 1.9 - *Energie des photons Compton diffusés en fonction de l'angle de diffusion pour  $k = 1,165 \text{ eV}$ ,  $E = 4 \text{ GeV}$*

de l'électron incident et on définit le plan  $Oxz$  tel que le vecteur polarisation appartienne au plan. Si on compare à la notation du paragraphe 1.2.2, on a effectué une rotation du repère d'un angle  $\phi$ . Le vecteur polarisation possède alors une composante  $P_e \cos \theta = P_{e\parallel}$  suivant l'axe  $z$  et une composante  $P_e \sin \theta = P_{e\perp}$  suivant l'axe  $x$ . Le faisceau de photons possède un degré de polarisation circulaire égal à  $P_\gamma$  et est incident avec un angle  $\alpha$  par rapport à la direction de propagation des électrons. Compte tenu de la valeur de  $\alpha : 2 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$ , on peut négliger son influence [20] et effectuer les calculs dans le repère décrit précédemment en considérant que la direction de propagation des photons est  $-z$ . Les photons ayant interagi sont diffusés avec un angle azimuthal  $\phi$  (par rapport aux électrons incidents).

La section efficace de diffusion Compton polarisée dépend directement de la polarisation des deux faisceaux qui interagissent. Dans le repère du laboratoire, elle vaut en fonction des paramètres  $a$  et  $\rho$  [2] :

$$\frac{d^2\sigma_C}{d\rho d\phi} = \frac{d^2\sigma_0}{d\rho d\phi} \mp P_e P_\gamma \left[ \cos \theta \frac{d^2\sigma_1}{d\rho d\phi} + \sin \theta \cos \phi \frac{d^2\sigma_2}{d\rho d\phi} \right] \quad (1.38)$$

où  $\frac{d^2\sigma_0}{d\rho d\phi}$  représente la section efficace Compton non polarisée. Les signes (-) correspondent à une polarisation circulaire gauche du faisceau de photons et les signes (+) à une polarisation circulaire droite.

On a par ailleurs :

$$\frac{d^2\sigma_0}{d\rho d\phi} = r_0^2 a \times \left[ 1 + \frac{\rho^2(1-a)^2}{1-\rho(1-a)} + \left( \frac{1-\rho(1+a)}{1-\rho(1-a)} \right)^2 \right], \quad (1.39)$$

$$\frac{d^2\sigma_1}{d\rho d\phi} = r_0^2 a \times \left[ (1-\rho(1+a)) \left( 1 - \frac{1}{(1-\rho(1-a))^2} \right) \right], \quad (1.40)$$

$$\frac{d^2\sigma_2}{d\rho d\phi} = r_0^2 a \times \left[ \rho(1-a) \frac{\sqrt{4a\rho(1-\rho)}}{1-\rho(1-a)} \right], \quad (1.41)$$

où  $r_0 = 2,82 \cdot 10^{-13}$  cm est le rayon classique de l'électron,  $a = \frac{1}{1 + \frac{4kE}{m^2}}$  et  $\rho = \frac{k'}{k'_{max}}$ .

Le dernier terme de l'équation 1.38 représente la dépendance suivant l'azimut de la section efficace. En intégrant sur tous les angles en  $\phi$  (lorsque l'on utilise un détecteur présentant une asymétrie azimuthale), ce terme disparaît et on obtient la section efficace différentielle :

$$\frac{d\sigma_C}{d\rho} = \frac{d\sigma_0}{d\rho} \mp P_e P_\gamma \cos \theta \frac{d\sigma_1}{d\rho} \quad (1.42)$$

où  $\theta$  est l'angle que fait le vecteur polarisation avec l'axe  $Oz$ . Le terme  $\frac{d\sigma_1}{d\rho}$  est à l'origine d'une asymétrie de section efficace quand on renverse la polarisation du faisceau d'électrons ou du faisceau de photons.

On trace sur la figure 1.10 les sections efficaces différentielles  $\frac{d\sigma_0}{d\rho}$  et  $\frac{d\sigma_1}{d\rho}$ .

L'asymétrie théorique longitudinale est définie par :

$$\mathcal{A}_{th} = \frac{\left( \frac{d\sigma_1}{d\rho} \right)}{\left( \frac{d\sigma_0}{d\rho} \right)}. \quad (1.43)$$

Cette asymétrie est maximale pour  $k' = k'_{max}$  et vaut :

$$\mathcal{A}_{th_{max}} = \frac{1-a^2}{1+a^2}. \quad (1.44)$$

On trace sur la figure 1.11 l'asymétrie longitudinale théorique dans les conditions de faisceau de TJNAF (§1.1.1).

La section efficace différentielle s'exprime désormais par la relation :

$$\left( \frac{d\sigma_C}{d\rho} \right)_\mp = \frac{d\sigma_0}{d\rho} \left( 1 \mp P_{e\parallel} P_\gamma \mathcal{A}_{th}(\rho) \right) \quad (1.45)$$

## Luminosité

La luminosité d'interaction entre deux faisceaux de densités respectives  $\rho_e$  et  $\rho_\gamma$  est définie par la formule :

$$\mathcal{L} = \int \int \int c(1 + \cos \alpha) \rho_\gamma \rho_e \quad dx dy dz \quad (1.46)$$

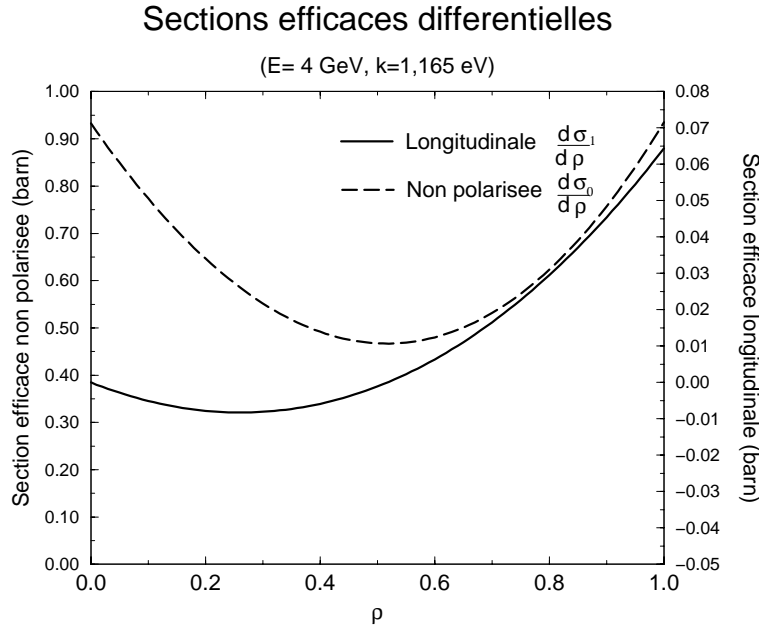


FIG. 1.10 - Section efficace Compton différentielle non polarisée et longitudinale en fonction de l'énergie du photon diffusé dans les conditions de l'accélérateur de TJNAF.

où  $\alpha$  représente l'angle de croisement entre les deux faisceaux en interaction.

En supposant que la répartition transverse des deux faisceaux puisse être décrite par des gaussiennes, on écrit en prenant l'axe de propagation du faisceau comme axe  $z$  :

$$\rho(x, y, z) = N_0 \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x(z)} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2(z)}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y(z)} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(z)}} \right) \quad (1.47)$$

où  $\sigma_x(z)$  et  $\sigma_y(z)$  représentent les écarts types des distributions suivant les directions  $x$  et  $y$ , en fonction de la position en  $z$ .

On considère l'interaction d'un faisceau d'électron et d'un faisceau de photons. Si  $I_e$  est l'intensité du faisceau d'électrons,  $P_L$  la puissance du faisceau laser et  $\lambda$  sa longueur d'onde, on peut montrer [61] que les facteurs de normalisation  $N_{0_e}$  et  $N_{0_\gamma}$  s'écrivent :

$$N_{0_e} = \frac{I_e}{ec} \quad \text{et} \quad N_{0_\gamma} = \frac{P_L \lambda}{hc^2}. \quad (1.48)$$

Pour obtenir une expression approchée de la luminosité, on fait l'hypothèse suivante : la divergence des faisceaux est faible comparée à l'angle de croisement. Dans ce cas, on obtient [61] :

$$\mathcal{L} \simeq \frac{1 + \cos \alpha}{\sqrt{2\pi}} \frac{I_e P_L}{e kc} \frac{1}{\sqrt{\sigma_e^{y2} + \sigma_\gamma^{y2}}} \frac{1}{\sin \alpha} \quad (1.49)$$

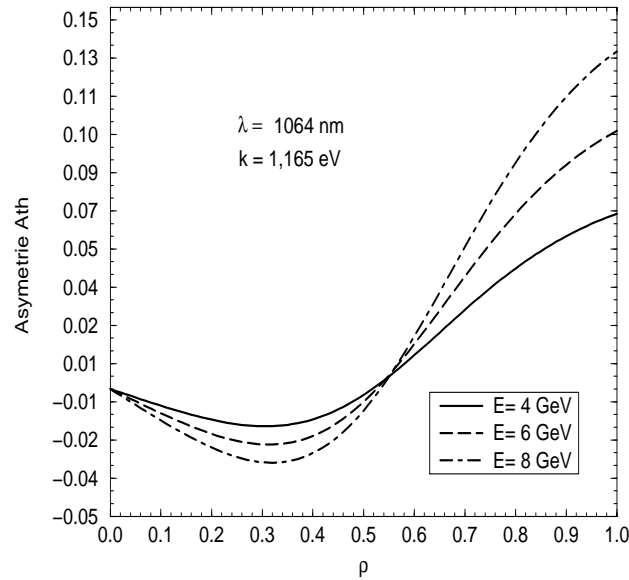


FIG. 1.11 - *Asymétrie Compton longitudinale en fonction de l'énergie du photon diffusé pour plusieurs énergies du faisceau de l'accélérateur TJNAF.*

où  $k$  représente l'énergie des photons du faisceau laser et  $y$  la direction perpendiculaire au plan de croisement des deux faisceaux. On peut encore écrire en supposant que l'angle de croisement  $\alpha \ll 1 \text{ rad}$ :

$$\mathcal{L}[\text{barn}^{-1}\text{s}^{-1}] \simeq 10,4 \cdot 10^3 \frac{I_e[\mu\text{A}]P_L[\text{W}]}{k[\text{eV}]\sqrt{\sigma_e^{2y} + \sigma_\gamma^{2y}}[\mu\text{m}]\alpha[\text{mrad}]} \quad (1.50)$$

### 1.3.2 Méthode de mesure de la polarisation

La mesure de la polarisation longitudinale du faisceau d'électrons se fait par l'intermédiaire de la mesure d'une asymétrie expérimentale de taux de comptage :

$$\mathcal{A}_{exp} = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = P_{e\parallel} P_\gamma \mathcal{A}_{th\parallel}, \quad (1.51)$$

où  $N^+$  (respectivement  $N^-$ ) est le nombre d'événements Compton quand les spins des électrons et des photons sont alignés (respectivement non-alignés).

Connaissant l'asymétrie théorique  $\mathcal{A}_{th}$ , les mesures expérimentales  $\mathcal{A}_{exp}$  et la polarisation du faisceau de photons, on déduit la polarisation du faisceau d'électrons. Chaque mesure est effectuée avec la luminosité  $\mathcal{L}_+$  ( $\mathcal{L}_-$ ) pendant le temps de mesure  $\mathcal{T}_+$  ( $\mathcal{T}_-$ ) et avec une efficacité  $\epsilon_-$  ( $\epsilon_+$ ). Ces paramètres servent ensuite à normaliser les taux de comptage aux mêmes conditions



expérimentales.

A priori deux méthodes de mesures sont possibles :

- Méthode de mesure différentielle :

Elle consiste à déterminer l'énergie du photon ou de l'électron diffusé événement par événement. Les nombres d'événements de diffusion Compton  $N_i^+$  et  $N_i^-$  sont donc mesurés en fonction de l'énergie du photon ou de l'électron diffusé en un nombre de canaux d'énergie  $N_b$ . On peut à partir de ces nombres déterminer l'asymétrie expérimentale et la polarisation  $P_e^i$  dans chaque canal d'énergie. La moyenne pondérée des mesures  $P_e^i$  donne la polarisation du faisceau d'électrons.

- Mesure de polarisation intégrée :

Sans mesure d'énergie des particules diffusées, on mesure simplement les nombres d'événements Compton  $N^+$  et  $N^-$  dans les deux états d'hélicité (+ et -) sur toute la gamme d'énergie. On obtient alors la polarisation du faisceau d'électrons par l'asymétrie de ces deux nombres en connaissant l'efficacité du détecteur et le seuil en énergie pour la détection des particules diffusées.

Compte tenu de la forme de l'asymétrie théorique en fonction de l'énergie du photon diffusé  $\rho$  (figure 1.11), la mesure différentielle apporte un avantage. En effet, en intégrant la courbe d'asymétrie sur toute la gamme d'énergie, on mesure une asymétrie moyenne qui dans les conditions de TJNAF est de l'ordre de 1 %. En découpant en différents canaux d'énergie, on obtient pour les canaux à plus haute énergie ( $\rho \rightarrow 1$ ) une asymétrie qui peut atteindre 6 %.

On supposera par la suite que  $\mathcal{L}_+ \mathcal{T}_+ = \mathcal{L}_- \mathcal{T}_- = \mathcal{L} \mathcal{T}$  (où  $\mathcal{L}$  est la luminosité moyenne et  $\mathcal{T}$  le temps total de mesure) et que  $\epsilon_+ = \epsilon_- = \epsilon$ .

Les équations considérées par la suite sont les équations dans le cas idéal où aucune fausse asymétrie ne vient perturber la mesure. Ce cas n'est pas réaliste mais permet de définir les concepts et les méthodes. Le problème du bruit de fond ainsi que ceux concernant les variations des différentes variables au cours des mesures seront abordés dans la partie III.

### Méthode de mesure différentielle

Les nombres d'événements diffusés en fonction de l'énergie du photon diffusé pour chaque canal en énergie s'expriment sous la forme :

$$N_i^+ = \mathcal{L} \mathcal{T} \int_{\rho_i}^{\rho_{i+1}} \left( \frac{d\sigma}{d\rho} \right)_+ \epsilon_+(\rho) d\rho, \quad (1.52)$$

$$N_i^- = \mathcal{L} \mathcal{T} \int_{\rho_i}^{\rho_{i+1}} \left( \frac{d\sigma}{d\rho} \right)_- \epsilon_-(\rho) d\rho. \quad (1.53)$$

L'asymétrie expérimentale dans chaque canal  $i$  s'exprime par la relation :

$$\mathcal{A}_{exp}^i = \frac{N_i^+ - N_i^-}{N_i^+ + N_i^-} = P_{e\parallel} P_\gamma \frac{\int \epsilon(\rho) \frac{d\sigma_0}{d\rho} \mathcal{A}_{th}(\rho)}{\int \epsilon(\rho) \frac{d\sigma_0}{d\rho} d\rho} = P_{e\parallel} P_\gamma \langle \mathcal{A}_{th} \rangle_i = P_{e\parallel} P_\gamma \mathcal{A}_{th}^i, \quad (1.54)$$

où  $\mathcal{A}_{th}^i$  représente la moyenne de l'asymétrie longitudinale théorique sur chaque canal en énergie. On notera à partir de maintenant  $P_{e\parallel} = P_e$ .

La polarisation mesurée pour chaque canal d'énergie est donc :

$$P_e^i = \frac{\mathcal{A}_{exp}^i}{P_\gamma \mathcal{A}_{th}^i}. \quad (1.55)$$

L'erreur statistique sur la détermination de  $P_e^i$  est :

$$\frac{\Delta P_e^{i2}}{P_e^{i2}} = \frac{\Delta \mathcal{A}_{exp}^{i2}}{\mathcal{A}_{exp}^{i2}} = \frac{4N_i^+ N_i^-}{(N_i^+ + N_i^-)^3} \times \frac{1}{\mathcal{A}_{exp}^{i2}}. \quad (1.56)$$

On note  $N_t^i = N_i^+ + N_i^- = \mathcal{L}\mathcal{T} \int_{\rho_i}^{\rho_i+1} \epsilon(\rho) \frac{d\sigma_0}{d\rho} d\rho = \mathcal{L}\mathcal{T} \sigma^i$ . En remarquant que :

$$1 - \mathcal{A}_{exp}^{i2} = \frac{4N_i^+ N_i^-}{(N_i^+ + N_i^-)^2}, \quad (1.57)$$

on peut réécrire l'équation 1.56 sous la forme :

$$\frac{dP_e^{i2}}{P_e^{i2}} = \frac{1}{\mathcal{L}\mathcal{T} \sigma^i} \frac{1 - (P_e^i P_\gamma \mathcal{A}_{th}^i)^2}{(P_e^i P_\gamma \mathcal{A}_{th}^i)^2}. \quad (1.58)$$

La polarisation finale du faisceau d'électrons est obtenue en faisant la moyenne pondérée des mesures  $P_e^i$  :

$$P_e = \frac{\sum_{i=1}^{N_b} \frac{P_e^i}{\Delta P_e^{i2}}}{\sum_{i=1}^{N_b} \frac{1}{\Delta P_e^{i2}}}. \quad (1.59)$$

Soit  $N_t$  le nombre d'événements obtenus dans cette méthode différentielle en sommant sur tous les canaux et avec un seuil de détection en énergie  $\rho_{min}$  :

$$N_t = \sum_{i=1}^{N_b} N_t^i = \mathcal{L}\mathcal{T} \int_{\rho_{min}}^1 \frac{d\sigma_0}{d\rho} \epsilon d\rho = \mathcal{L}\mathcal{T} \sigma_t. \quad (1.60)$$

L'erreur statistique totale dans ce cas vaut :

$$\frac{1}{\Delta P_e^2} = \sum_{i=1}^{N_b} \frac{1}{\Delta P_e^{i2}} = \mathcal{L}\mathcal{T} P_\gamma^2 \sum_{i=1}^{N_b} \frac{\sigma_i \mathcal{A}_{th}^i}{1 - (P_e^i P_\gamma \mathcal{A}_{th}^i)^2}. \quad (1.61)$$

L'asymétrie  $\mathcal{A}_{th}^i$  étant faible (qq %) et  $P_e$  et  $P_\gamma$  inférieures à 1, on peut négliger le terme  $(P_e^i P_\gamma \mathcal{A}_{th}^i)^2$  devant 1. On écrit donc :

$$\frac{1}{\Delta P_e^2} \simeq \mathcal{L}\mathcal{T} P_\gamma^2 \sum_{i=1}^{N_b} \sigma_i \mathcal{A}_{th}^i. \quad (1.62)$$

Dans la limite où la largeur d'un canal en énergie tend vers zéro, on peut remplacer la somme discrète par une intégrale et on a :

$$\frac{1}{\Delta P_e^2} \simeq \mathcal{L} \mathcal{T} P_\gamma^2 \int_{\rho_{min}}^1 \epsilon(\rho) \frac{d\sigma(\rho)}{d\rho} \mathcal{A}_{th}(\rho) d\rho \quad (1.63)$$

Par conséquent, on a :

$$\left( \frac{P_e}{\Delta P_e} \right)^2 = \mathcal{L} \mathcal{T} P_e^2 P_\gamma^2 \sigma_t < \mathcal{A}_{th}^2 >, \quad (1.64)$$

où :

$$< \mathcal{A}_{th}^2 > = \frac{\int_{\rho_{min}}^1 \frac{d\sigma_0}{d\rho}(\rho) \epsilon(\rho) \mathcal{A}_{th}^2(\rho) d\rho}{\int_{\rho_{min}}^1 \frac{d\sigma_0}{d\rho}(\rho) \epsilon d\rho} \quad \text{et} \quad \sigma_t = \int_{\rho_{min}}^1 \frac{d\sigma_0}{d\rho}(\rho) \epsilon d\rho. \quad (1.65)$$

Le temps nécessaire pour atteindre la précision statistique  $\frac{\Delta P_e}{P_e}$  est :

$$t_D = \frac{1}{\mathcal{L} \left( \frac{\Delta P_e}{P_e} \right)^2 P_e^2 P_\gamma^2 \sigma_t < \mathcal{A}_{th}^2 >}. \quad (1.66)$$

Il dépend par l'intermédiaire de  $< \mathcal{A}_{th}^2 >$  du seuil en énergie  $\rho_{min}$ .

### Méthode de mesure intégrée

Dans ce cas, les nombres d'électrons diffusés sont intégrés sur toute la gamme d'énergie :

$$N^+ = \mathcal{L} \mathcal{T} \int_{\rho_{min}}^1 \left( \frac{d\sigma}{d\rho} \right)_+ \epsilon_+ d\rho, \quad (1.67)$$

$$N^- = \mathcal{L} \mathcal{T} \int_{\rho_{min}}^1 \left( \frac{d\sigma}{d\rho} \right)_- \epsilon_- d\rho. \quad (1.68)$$

L'asymétrie expérimentale est alors reliée à la polarisation longitudinale du faisceau d'électrons par la relation :

$$\mathcal{A}_{exp} = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = P_e P_\gamma \frac{\int_{\rho_{min}}^1 \epsilon(\rho) \frac{d\sigma_0}{d\rho}(\rho) \mathcal{A}_{th}(\rho) d\rho}{\int_{\rho_{min}}^1 \epsilon(\rho) \frac{d\sigma_0}{d\rho} d\rho} = P_e P_\gamma < \mathcal{A}_{th} >. \quad (1.69)$$

La polarisation mesurée du faisceau d'électrons est donc inversement proportionnelle à l'asymétrie longitudinale théorique  $\mathcal{A}_{th}$  :

$$P_e = \frac{\mathcal{A}_{exp}}{P_\gamma \mathcal{A}_{th}}. \quad (1.70)$$

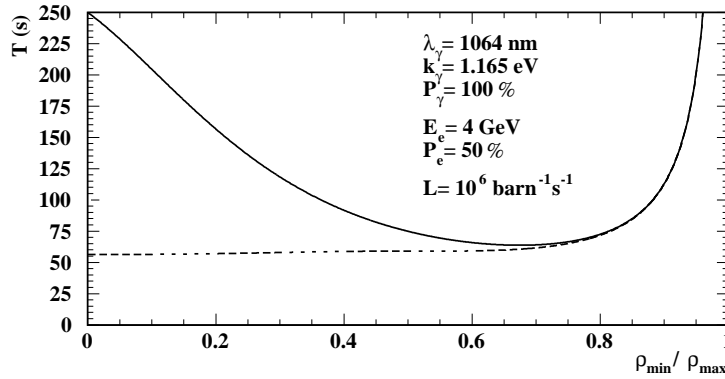


FIG. 1.12 - Temps de mesure de la polarisation en utilisant la méthode intégrée (trait plein) et la méthode différentielle (trait tiret) en fonction de l'énergie de seuil.

L'erreur relative sur l'asymétrie expérimentale intégrée est égale à l'erreur relative sur la mesure de polarisation et on a :

$$\left( \frac{\Delta \mathcal{A}_{exp}}{\mathcal{A}_{exp}} \right)^{-2} = \left( \frac{\Delta P_e}{P_e} \right)^{-2} \simeq \mathcal{L} \mathcal{T} P_e^2 P_\gamma^2 \sigma_t < \mathcal{A}_{th} >^2. \quad (1.71)$$

Le temps nécessaire par cette méthode pour atteindre la précision statistique  $\frac{\Delta P_e}{P_e}$  est :

$$t_I = \frac{1}{\mathcal{L} \left( \frac{\Delta P_e}{P_e} \right)^2 P_e^2 P_\gamma^2 \sigma_t < \mathcal{A}_{th} >^2}. \quad (1.72)$$

Si l'on compare le temps de mesure dans la méthode intégrée et dans la méthode différentielle (éq 1.66), on s'aperçoit que les mêmes facteurs interviennent à la différence près de l'asymétrie théorique. Le temps  $t_I$  est inversement proportionnel à la valeur moyenne de l'asymétrie au carré et le temps  $t_D$  dépend de la moyenne du carré de l'asymétrie. On peut écrire :

$$\frac{t_D}{t_I} = \frac{< \mathcal{A}_{th} >^2}{< \mathcal{A}_{th}^2 >} \quad (1.73)$$

La figure 1.12 montre le temps de mesure dans les deux méthodes en fonction de l'énergie de seuil pour une luminosité de  $10^6 \text{ barn}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . On constate que la méthode différentielle est la méthode qui nécessite le moins de temps de mesure pour atteindre une précision statistique donnée lorsque le seuil  $\rho_{min}/\rho_{max}$  est inférieur à 0,7. Au-delà de cette valeur, les deux méthodes sont équivalentes.

La méthode différentielle est plus difficile à mettre en oeuvre car elle nécessite de déterminer l'énergie de chaque photon diffusé mais les deux méthodes seront utilisées dans l'analyse des données.

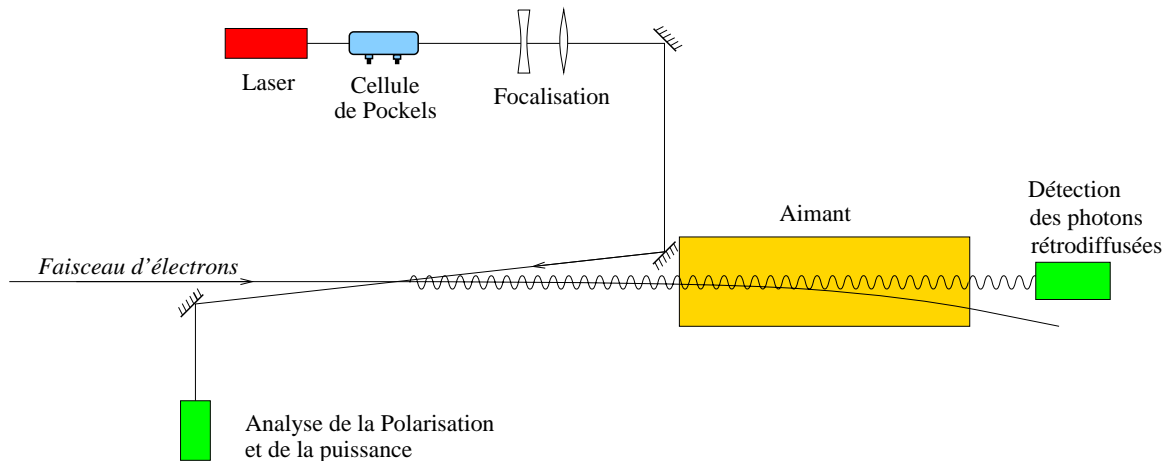


FIG. 1.13 - *Elements généraux du dispositif expérimental d'un polarimètre Compton*

Nous venons de décrire le principe de la polarimétrie Compton. Nous allons désormais décrire les éléments essentiels du dispositif expérimental d'un polarimètre Compton. Nous verrons ensuite, compte tenu des contraintes d'installation du polarimètre sur le site de TJNAF, pourquoi nous avons choisi un dispositif avec une source de photons originale.

### 1.3.3 Description d'un polarimètre

Le premier polarimètre Compton a été réalisé sur le site du SLAC à la fin des années 70 [21]. Actuellement, plusieurs polarimètres sont en fonctionnement auprès d'accélérateurs d'électrons [22], [25], [24]. Un polarimètre Compton implique l'utilisation d'éléments optiques et d'éléments magnétiques et de détection. Il permet de mesurer la polarisation du faisceau (§1.2) en faisant interagir celui-ci avec une "cible" de photons polarisés circulairement. Afin d'augmenter le nombre d'interactions électron-photon, on cherche à obtenir un angle de croisement très faible (qq mrad) entre les deux faisceaux (éq. 1.49). La polarisation et la puissance du faisceau de photons sont mesurées en aval de la zone d'interaction (§4.4.1). Les électrons et/ou les photons diffusés sont détectés soit simultanément soit indépendamment et peuvent chacun permettre de mesurer la polarisation.

Les éléments importants d'un polarimètre sont donc (figure 1.13) :

- Une source de lumière : Elle est généralement constituée par un laser pulsé (Argon-Ion ou Nd:YAG doublé en fréquence [26]).
- Un dispositif permettant de mettre la polarisation du faisceau de photons en forme et d'alterner entre polarisation circulaire droite et gauche. Le renversement permet de mesurer la polarisation du faisceau d'électrons dans les deux états d'hélicité ou de s'affranchir d'une partie des erreurs systématiques.

On peut utiliser indifféremment une lame  $\lambda/4$  ou une cellule de Pockels pour effectuer cette opération (§4.2). La cellule de Pockels présente l'avantage par rapport à la lame  $\lambda/4$  de pouvoir effectuer le renversement de polarisation en quelques  $\mu s$ .

- Un télescope pour focaliser le faisceau de photons au point d’interaction (§3.2).
- Un système de détection pour la mesure de la polarisation et de la puissance du faisceau de photons.
- Une structure magnétique pour séparer les électrons du faisceau des photons diffusés.
- Un détecteur pour les photons diffusés [94] et/ou les électrons diffusés [22].  
Le détecteur de photons peut être un scintillateur couplé à un photomultiplicateur qui permet de mesurer l’énergie des photons. Le détecteur d’électrons peut être un détecteur Cerenkov [22] ou un détecteur semi-conducteur<sup>7</sup>. Il permet soit une mesure indépendante soit une mesure en coïncidence avec le détecteur de photons.

## 1.4 Choix des éléments du polarimètre

### 1.4.1 Conditions de faisceau d’électrons

#### Energie

L’énergie du faisceau d’électrons peut aller jusque  $5,5 \text{ GeV}$ . Ce paramètre est mesuré par deux dispositifs différents qui sont situés respectivement en amont et en aval du polarimètre Compton. Les deux mesures doivent permettre d’atteindre la précision relative de  $10^{-4}$ .

- Le projet ARC [27] :  
Cette méthode a été conçue et développée au DAPNIA. Le principe est d’utiliser la déviation magnétique de  $34,3^\circ$  du faisceau dans la ligne menant le faisceau de l’accélérateur au Hall A. On utilise cet arc de déviation magnétique comme un spectromètre. Lorsque l’arc est réglé en mode dispersif, l’énergie absolue du faisceau s’obtient par la relation :

$$p_e[\text{GeV}] = 0,3 \frac{\int B_\perp dl_{//}}{\tan\theta_{//}} \quad (1.74)$$

$B_\perp$  est la composante verticale du champ, exprimée en Tesla,  $dl_{//}$  est l’élément de longueur de trajectoire projeté sur le plan horizontal et  $\theta_{//}$  est l’angle de déviation dans le plan horizontal.

La méthode ARC repose sur la relation 1.74. Elle consiste donc à effectuer une mesure absolue de l’angle de déviation du faisceau et l’intégrale de champ magnétique le long de la trajectoire.

- Méthode ”e-p” [28] :  
Cette mesure absolue d’énergie par diffusion élastique  $ep \rightarrow ep$  a été initiée par le laboratoire CNRS/IN2P3 de Clermont-Ferrand et réalisée en collaboration avec le DAPNIA. Le principe de la méthode repose sur le fait que dans une réaction élastique à deux corps,

---

7. Notre dispositif est équipé d’un tel détecteur.

deux variables cinématiques suffisent à caractériser toute la réaction. En particulier dans la diffusion élastique  $ep \rightarrow ep$ , la mesure des angles des électrons ( $\theta_e$ ) et des protons ( $\theta_p$ ) sortants permet de remonter à l'énergie absolue  $E_e$  du faisceau d'électrons incidents par la relation :

$$E_e = M_p \frac{\cos(\theta_e + \frac{\sin\theta_e}{\tan\theta_p} - 1)}{1 - \cos\theta_e} \quad (M_p : \text{masse du proton}) \quad (1.75)$$

La cible du système e-p est un ruban de propylène à défilement continu afin de limiter la charge thermique.

Pour obtenir une précision de  $10^{-4}$  sur la mesure de l'énergie, il est nécessaire de mesurer les angles des particules diffusées avec une précision de  $10 \mu rad$ . À cette fin, des détecteurs semi-conducteurs à "microstrips" sont utilisés. D'autre part, la détection simultanée des particules diffusées permet de réduire les erreurs systématiques sur la mesure.

L'énergie du faisceau d'électrons est un paramètre bien contrôlé. Au cours de l'expérience HAPPEX (1999), la valeur donnée par "e-p" était :  $E_e = 3,355 \pm 0,001 \text{ GeV}$ .

### Focalisation au CIP

Au niveau de la focalisation du faisceau d'électrons au point d'interaction Compton, seul l'ordre de grandeur de l'écart type des dimensions transverses du faisceau est connu :  $\sigma_e \sim 100 \mu m$ . Il existe des calculs de transport du faisceau depuis l'injecteur jusqu'à la cible du Hall A. Cependant, il subsiste une indétermination sur l'émittance<sup>8</sup> du faisceau à l'injecteur.

Le polarimètre Compton peut permettre l'estimation de la taille du faisceau d'électrons au point d'interaction avec le faisceau de photons. La méthode utilisée pour déterminer ce paramètre sur notre dispositif est décrite dans la partie III, §1.2.1.

Dans les calculs de luminosité à l'origine du choix de la source de photons du polarimètre Compton, nous avons pris la valeur  $\sigma_e = 100 \mu m$  qui était celle calculée.

## 1.4.2 Conception du dispositif

### Choix de la source de photons

Le polarimètre que le DAPNIA a eu la charge de construire doit pouvoir fournir une mesure de polarisation avec une précision statistique  $\frac{\Delta P_e}{P_e} \sim 1\%$  et une erreur systématique  $\leq 4\%$  pour une énergie d'électrons de  $4 \text{ GeV}$  et un courant pouvant varier de  $100 \text{ nA}$  à  $100 \mu A$ .

Afin de déterminer la faisabilité d'un tel système, on doit déterminer les paramètres intervenant dans les expressions de la luminosité d'interaction (éq 1.49), de l'asymétrie théorique longitudinale et de la section efficace totale.

8. On appelle émittance d'un faisceau de particules l'hypervolume occupé par l'ensemble des points représentatifs de ces particules dans l'espace des phases à 6 dimensions  $(\vec{r}, \vec{p})$ .

Les paramètres liés au faisceau d'électrons ( $\sigma_e = 100 \mu m$ ,  $E_e = 4 GeV$ ,  $100 nA < I_e < 100 \mu A$ ) sont connus. Pour une extension transverse du faisceau d'électrons  $\sigma_e$  donnée, le maximum de luminosité est obtenu pour  $\sigma_\gamma$  minimum (voir éq 1.49). Cependant, on cherchera à obtenir un recouvrement maximum entre les deux faisceaux de manière à mesurer la polarisation longitudinale moyenne sur la totalité de la section transverse du faisceau d'électrons (l'expérience de physique en aval utilise la totalité du faisceau d'électrons). On focalisera donc le faisceau de photons de telle sorte que  $\sigma_\gamma \sim \sigma_e$ .

Un angle de croisement  $\alpha_c = 23,5 mrad$  entre les deux faisceaux est choisi. Le choix de cette valeur sera explicité au paragraphe 2.3.1. De cette manière, les paramètres libres de la luminosité sont l'intensité du courant d'électrons et la puissance du faisceau laser utilisé.

Si on considère l'expression du temps de mesure nécessaire pour atteindre la précision statistique  $\frac{\Delta P_e}{P_e}$  (éq 1.66), on constate qu'il est inversement proportionnel au produit :

$$I_e P_{las} \sigma_t < \mathcal{A}_{th}^2 >.$$

On veut déterminer la faisabilité du polarimètre à bas courant :  $I_e = 100 nA$ . L'énergie du faisceau d'électrons étant fixée, on peut jouer sur la longueur d'onde du laser et sur sa puissance afin de réduire le temps de mesure.

Si on considère un laser vert Argon ( $\lambda = 532 nm$ ,  $k = 2,33 eV$ ,  $P_{las} = 0,5 W$ ), le temps de mesure nécessaire pour atteindre une précision statistique de 1 % est de l'ordre de 30 jours. Ce délai est beaucoup trop long et il faut trouver une solution afin d'augmenter la luminosité (l'asymétrie longitudinale théorique ne peut apporter qu'un facteur gain 2 à 3).

On peut pour cela utiliser un laser pulsé du type excimer (KrF) 80 Watts ultraviolet ( $k = 5 eV$ ). L'inconvénient des lasers pulsés est qu'ils sont chers à l'achat (500 kF) et surtout qu'ils nécessitent un entretien régulier. Par conséquent, il faut placer le laser dans une pièce accessible même lorsque l'accélérateur est en fonctionnement pour pouvoir l'utiliser sur site (comme au SLAC [11]). Il faut également un système préservant les propriétés de polarisation et de focalisation du faisceau pour amener celui-ci jusqu'au point d'interaction Compton.

Une alternative à ce type de dispositif délicat à mettre en place et contraignant a été proposée pour la première fois par B. Norum et al [29]. Il s'agit d'utiliser un laser standard type Argon ou Nd:YAG de puissance "faible" ( $P_{las} = 0,5 W$ ) couplé à une cavité optique amplificatrice de type Fabry-Perot. Une telle cavité consiste en deux miroirs, de réflectivité  $R$  proche de 1, placés l'un en face de l'autre à une distance  $L$  (voir paragraphe 2.3.1). En optimisant le couplage du faisceau laser à la cavité (voir partie II, chapitre 3), on obtient à l'intérieur de celle-ci un faisceau dont la puissance vaut  $G \times P_{las}$  où  $G$  représente le gain de la cavité. Le gain  $G$  dépend uniquement des caractéristiques des miroirs.

Le tableau 1.2 résume les paramètres cinématiques de l'interaction et les temps de mesure (pour  $\frac{\Delta P_e}{P_e} = 1\%$ ) dans le cas du laser pulsé, et de deux systèmes laser-cavité optique. Les lasers continus envisagés sont un laser Argon ( $k = 2,33 eV$ ,  $\lambda = 532 nm$ ) et un laser Nd:YAG ( $k = 1,165 eV$ ,  $\lambda = 1064 nm$ ).

Le système laser-cavité optique amplificatrice apparaît comme une alternative possible à l'utilisation d'un laser pulsé.

A priori le laser Argon semblait le plus favorable car il permet de mesurer des asymétries plus



Energie des électrons incidents : $E_e = 4 GeV$			
	k = 1,165 eV	k = 2,33 eV	k = 5 eV
	$P_{las} = 0,5W, G=7000$	$P_{las} = 0,5W, G=7000$	$P_{las} = 0,5W$
$k'_{max}(MeV)$	266	500	938
$\theta_{\gamma-E_{\gamma}} > 40 MeV (\mu rad)$	315	463	692
$E'_{emin}(GeV)$	3,73	3,5	3,06
$\theta_{emax}(\mu rad)$	4,56	9,12	19,6
$\mathcal{A}_{thmax}(\%)$	6,9	13,3	26,1
$\langle \mathcal{A}_{th} \rangle (\%)$	1,6	2,9	4,9
$\mathcal{L} (barn^{-1}.s^{-1})$	5520	2760	59
$t_I$	226 s	148 s	2730 s

TAB. 1.2 - *Paramètres cinématiques de l'interaction Compton et temps de mesure nécessaire pour atteindre la précision statistique  $\frac{\Delta P_e}{P_e} = 1\%$  à l'énergie du faisceau TJNAF ( $E_e = 4 GeV$ ) pour différents lasers possibles. L'angle de croisement des faisceaux est :  $\alpha_c = 20 mrad$ , la section transverse des faisceaux est telle que :  $\sigma_e = 100 \mu m$  et  $\sigma_{\gamma} = 100 \mu m$ , le courant  $I_e$  égal à  $1 \mu A$ , la polarisation du faisceau d'électrons est  $P_e = 0,5$ .*

fortes que pour le laser Nd:YAG. Cependant, deux facteurs jouent en faveur du laser Nd:YAG :

- Si on appelle R la réflectivité des miroirs et T leur transmittivité, le gain de la cavité s'exprime par la relation :

$$G = \frac{T}{(1 - R)^2} \quad (1.76)$$

Le fabricant des miroirs (SMA-IPN Lyon) [57] a montré que l'absorption et la diffusion augmente avec l'énergie des photons incidents sur le miroir. En particulier il obtient une diminution du gain de 26 % entre 633 nm et 1064 nm.

Il est donc préférable d'utiliser le laser Nd:YAG pour concevoir une cavité de gain très élevé. Les caractéristiques des miroirs que nous avons retenus permettent d'obtenir un gain maximum égal à :  $G = 7000$  ( $T=110$  ppm,  $R=0,99988$ ).

- Le laser Nd:YAG est un laser cristallin de type NPRO<sup>9</sup> solide. Il possède en série deux voies extérieures de contrôle de sa fréquence qui permettent de l'intégrer dans une boucle d'asservissement (partie II, §1.2.2) :
  - Une voie de contrôle lent appelée "SLOW" par l'intermédiaire d'un module Peltier<sup>10</sup>.
  - Une voie de contrôle rapide appelée "FAST" par l'intermédiaire d'un module piézoélectrique fixé sur le cristal du laser.

9. NPRO : Non Planar Ring Oscillator

10. Le module Peltier permet la régulation thermique du cristal (§B.1).

De plus, ce type de lasers est de faible encombrement et présente une durée de vie longue ( $\sim 5000 h$ ) sans maintenance nécessaire.

Nous avons donc choisi pour notre système une source de photons constituée par un laser Nd:YAG infrarouge couplé à une cavité optique amplificatrice de type Fabry-Perot de gain élevé. Nous décrivons les caractéristiques de la cavité dans le prochain chapitre.

### Géométrie du dispositif

Quel que soit le type de laser utilisé, les photons Compton rétro-diffusés sont émis dans un cône d'ouverture angulaire très faible ( $\theta_{\gamma_{max}} = 300 \mu rad$  pour tous les photons d'énergie supérieure à 40 MeV, source laser Nd:YAG).

On ne peut donc les détecter indépendamment du faisceau d'électrons incidents qu'en déviant les électrons par une structure magnétique.

Comme nous l'avons décrit dans le paragraphe 1.3.3, un aimant peut suffire dans le cas où le diagnostic de polarisation du faisceau d'électrons se situe en aval de l'expérience de physique pour laquelle la mesure est destinée.

Dans le cas du polarimètre Compton de TJNAF, le problème est différent : l'expérience de physique est située en aval du polarimètre. De plus, le polarimètre doit s'inscrire dans la ligne de faisceau pré-existante. Il faut donc concevoir un système permettant à la fois de détecter les photons Compton diffusés et de restituer le faisceau pour les éléments en aval du polarimètre sans modifier la direction de la polarisation, l'orientation et la position du faisceau.

Il faut tenir compte de la précession du spin lorsque le faisceau d'électrons traverse une structure magnétique : si un champ magnétique  $\vec{B}$  perpendiculaire à la trajectoire des électrons est appliqué, l'orientation des spins des électrons va changer et l'angle de précession du spin s'exprime par la relation [10] :

$$\theta_{prec} = \frac{g-2}{g} \gamma \theta_{dev}. \quad (1.77)$$

$g$  est le facteur de Landé et  $\theta_{dev}$  l'angle de déviation de la trajectoire du faisceau. Ces contraintes imposent le choix d'une chicane magnétique constituée de quatre dipôles identiques tels que l'intégrale de champ pour la trajectoire des électrons dans la chicane soit nulle :  $\int_{chicane} B dl = 0$ . Chaque dipôle dévie alors le faisceau d'électrons du même angle. L'expression 1.77 montre que l'orientation du spin des électrons peut alors être conservée entre l'entrée de la chicane (figure 1.14) et la sortie et de même entre le centre de la chicane et les entrées et sorties (On décrit la chicane magnétique réalisée dans le chapitre suivant).

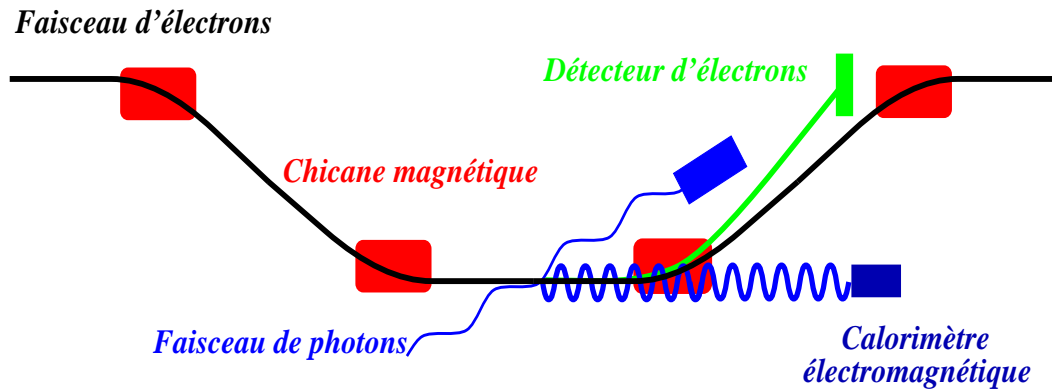


FIG. 1.14 - Schéma simplifié du polarimètre Compton de TJNAF.

L'étude a montré que la polarimétrie Compton pour mesurer la polarisation du faisceau d'électrons du Hall A de TJNAF était possible.

Compte tenu des contraintes d'installation sur l'accélérateur et des conditions de faisceau, le dispositif est différent des dispositifs standards. Une chicane magnétique constituée de quatre dipôles identiques sera utilisée afin de séparer les électrons du faisceau incident des photons Compton diffusés et afin de restituer le faisceau d'électrons à la ligne en aval du polarimètre sans perturbations.

Nous verrons dans la seconde partie du document que la plus grande originalité du polarimètre est la source de photons constituée par un laser IR Nd:YAG ( $\lambda = 1064 \text{ nm}$ ) couplé à une cavité optique amplificatrice Fabry-Perot de gain  $G = 7000$ . Cette source de photons nous permettra d'obtenir une puissance laser  $P_L = 1700 \text{ W}$  au point d'interaction Compton.

Nous allons dans le prochain chapitre décrire le dispositif qui a été installé sur le site de Jefferson Lab.



---

## Chapitre 2

# Description de l'appareillage

Dans le premier chapitre, nous avons introduit les notions de base de la polarimétrie des faisceaux d'électrons. Nous avons défini la notion de polarisation d'un faisceau et plus particulièrement la notion de polarisation longitudinale.

Nous avons présenté les éléments importants des polarimètres à effet Compton, puis nous avons justifié les caractéristiques originales du polarimètre conçu par le DAPNIA pour le hall A de l'accélérateur TJNAF.

Nous allons dans ce chapitre décrire le dispositif expérimental dans son ensemble. Nous insisterons sur les choix technologiques que nous avons dû faire pour installer un tel appareil dans le tunnel d'accès au hall A de TJNAF.

Ces choix ont conditionné les caractéristiques tant de la cavité optique que des détecteurs d'électrons et de photons.

### 2.1 Description générale

Comme nous l'avons expliqué au paragraphe 1.4.2, le polarimètre Compton de TJNAF utilise une chicane magnétique composée de 4 dipôles identiques appelés D1, D2, D3, et D4 pour séparer le faisceau d'électrons du faisceau de photons diffusés. La chicane est située dans le tunnel d'accès au hall A, entre les dispositifs expérimentaux de "e-p" et de ARC (voir §1.4.1), en amont du point cible où sont réalisées les expériences de physique.

La cavité optique a été installée entre les dipôles D2 et D3 (voir figure 2.1). Elle est placée dans une enceinte sous vide reliée au tube faisceau en amont et en aval et fixée sur une table optique sur laquelle sont également placés le laser et les éléments optiques. Le point d'interaction Compton (CIP) se trouve au centre de la section droite entre les dipôles D2 et D3 (section D2-D3).

Des moniteurs de position du faisceau d'électrons incidents (BPM) sont placés de part et d'autre de la cavité optique. Ils servent à contrôler les variations de position du faisceau d'électrons pendant les mesures.

Des éléments appelés "diagnostic faisceau" (DF) permettent de détecter le bruit lié au halo du faisceau en quatre positions de la chicane (voir figure 2.1). Chaque élément est composé de 4 barreaux de scintillateur sur lesquels sont fixés des photomultiplicateurs. Les barreaux sont

fixés de manière à entourer le tube faisceau.

Des vannes pneumatiques commandables à distance (V) permettent d'isoler la chicane du reste du tube faisceau.

Le détecteur de photons  $\Phi$  a été installé sous le dipôle D4 dans le prolongement de la section D2-D3. Il est placé sur un support mobile dans les directions verticale et horizontale. Les photons émis au CIP suivent un tube sous vide jusqu'à l'entrée du détecteur où ils traversent une fenêtre d'inox (l'épaisseur de la fenêtre est de 1 mm) et un collimateur de plomb de 2 cm d'épaisseur (le diamètre de l'ouverture est 1 cm) avant d'être détectés.

Le détecteur d'électrons se trouve dans la montée entre le dipôle D3 et le dipôle D4. Il communique directement avec le tube faisceau sous vide.

Des pompes ioniques permettent d'assurer un vide de  $10^{-9}$  Torr<sup>1</sup> dans la section D2-D3.

L'emplacement des différents éléments qui composent le polarimètre est indiqué schématiquement sur la figure 2.1. La figure 2.2 est une représentation réelle en trois dimensions des éléments du polarimètre Compton dans le tunnel d'accès au Hall A.

Nous allons maintenant décrire plus précisément la chicane magnétique puis la partie optique du polarimètre. Enfin, nous décrirons le détecteur de photons et le détecteur d'électrons.

## 2.2 La chicane magnétique

Lorsque le polarimètre est en fonctionnement, les dipôles sont alimentés et le faisceau est dévié pour traverser la partie où se trouve la cavité optique. Un tube sous vide entre D1 et D4 permet au faisceau d'électrons de passer en ligne droite jusqu'à la cible du hall A située en aval, lorsque le polarimètre n'est pas en fonctionnement.

La chicane fait une longueur totale de 15,35 m. Les distances entre les dipôles sont présentées dans le tableau 2.1 (figure 2.1). Les dipôles sont alimentés en série et peuvent fournir cha-

$L1=L2=L3=L4=L_b$	1 m
$D_{12}$	4,4 m
$D_{23}$	2,3 m
$D_{34}$	4,4 m

TAB. 2.1 - *Dimensions de la chicane magnétique.*

cun un champ magnétique jusqu'à 1,5 Teslas. Cela permet de transporter des faisceaux d'électrons d'énergie jusqu'à 8 GeV (le champ appliqué varie linéairement avec l'énergie du faisceau d'électrons).

La déviation du faisceau d'électrons par un dipôle est donnée par la relation :

$$\tan(\theta_b) = 0,3 \frac{\int \vec{B} d\vec{l}}{p[\text{GeV}]} \quad (2.1)$$

1. 1 Torr = 1 mm de Hg, 1 atm = 760 mm de Hg  $\simeq$  1 bar  $\simeq$   $10^5$  Pa.

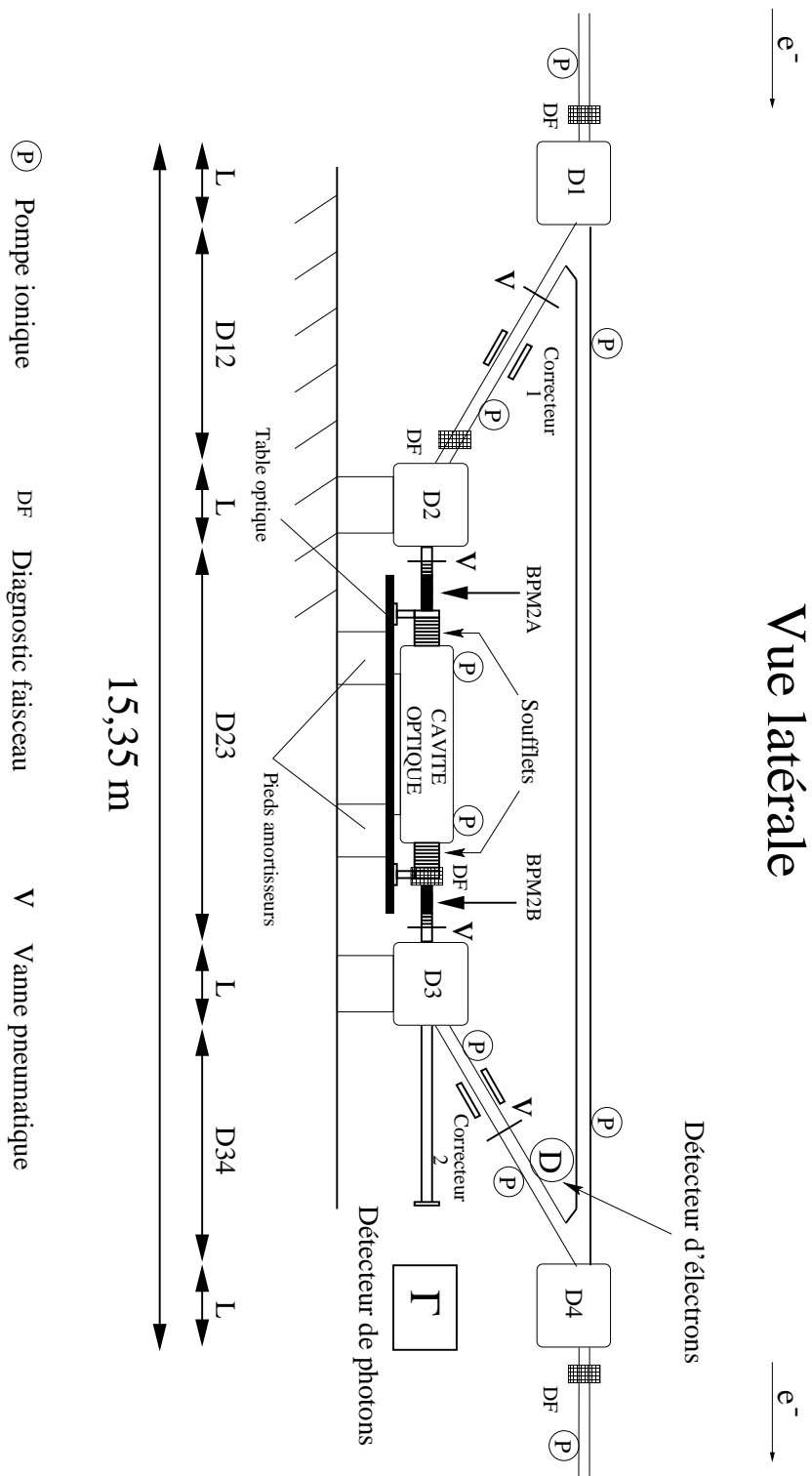


FIG. 2.1 - *Vue schématique du polarimètre Compton.*

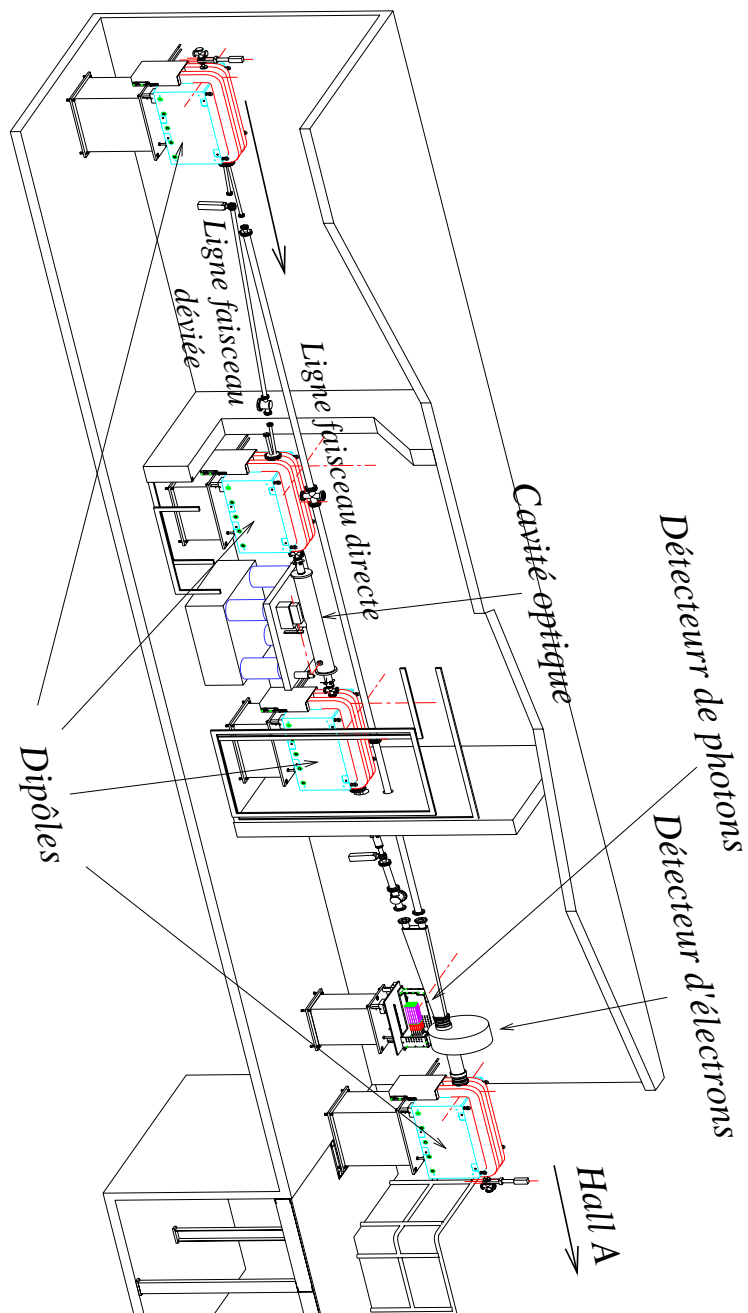


FIG. 2.2 - *Le polarimètre Compton dans le tunnel d'accès au Hall A.*



où  $p$  représente l'impulsion des électrons incidents et  $\theta_b$  l'angle de déviation de la trajectoire de ces électrons (figure 2.3) et  $\int B dl$  l'intégrale curviligne du champ.

Pour un champ  $\vec{B}$  constant sur toute la longueur du dipôle  $L_b$  (longueur magnétique), on peut

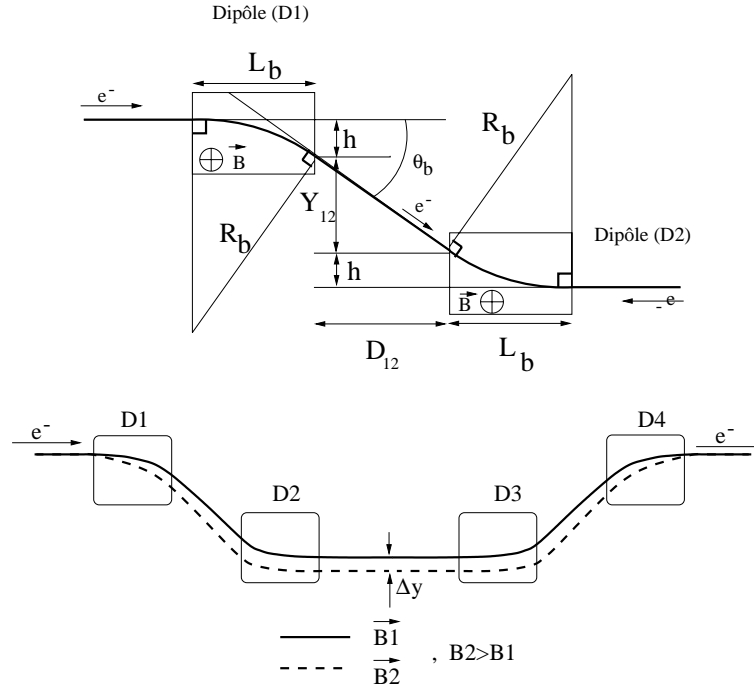


FIG. 2.3 - *Déviation de la trajectoire d'un faisceau d'électrons par la chicane magnétique.*

réécrire cette équation sous la forme :

$$R_b[m] \simeq \frac{p[GeV]}{0,3B[T]}, \quad (2.2)$$

où  $R_b$  est le rayon de courbure de la trajectoire des électrons incidents (figure 2.3) et :

$$\sin \theta_b = \frac{L_b}{R_b} \quad (2.3)$$

Si on appelle respectivement  $Y_{12}$  et  $D_{12}$ , la déviation verticale du faisceau et la distance entre la sortie du dipôle D1 et l'entrée du dipôle D2, on peut calculer la déviation verticale du faisceau entre l'entrée de la chicane et la section droite entre les dipôles D2 et D3 :

$$y = 2h + Y_{12} = 2R_b(1 - \cos \theta_b) + Y_{12} \quad (2.4)$$

En supposant que  $\theta_b$  est petit, on peut effectuer le développement limité au premier ordre de l'expression précédente. Pour une énergie de faisceau de  $3,3 GeV$  (énergie pendant l'expérience HAPPEX), le rayon de courbure obtenu pour le champ magnétique correspondant  $B =$

$0,62 T$  est :  $R_b = 17,7 m$ . L'approximation est justifiée puisque  $\theta_b \simeq 1/18 rad$ .  
En utilisant les résultats des équations 2.2 et 2.3, on obtient :

$$y \simeq 0,3 \frac{B}{p} L_b (L_b + D_{12}) \quad (2.5)$$

Pour une énergie  $E$  fixée ( $p$  fixée) du faisceau d'électrons, la déviation angulaire du faisceau dépend de l'intégrale de champ le long de sa trajectoire. Par conséquent, lorsque le champ est modifié simultanément dans les quatre dipôles, on ne fait varier que la position verticale du faisceau d'électrons dans la section entre D2 et D3. Si on appelle B1 le champ initial et B2 le champ modifié, l'écart  $\Delta y$  s'écrit :

$$\Delta y = 0,3 \frac{L_b}{p} (L_b + D_{12}) \times (B1 - B2) \quad (2.6)$$

Cette propriété est utilisée pour rechercher le croisement des faisceaux de photons et d'électrons (voir partie III, §1.2.1). Par exemple, pour une énergie de faisceau de  $3,3 GeV$ , un changement du champ dans les dipôles de  $0,01 T$  permet de déplacer verticalement le faisceau  $\sim 3 mm$ .

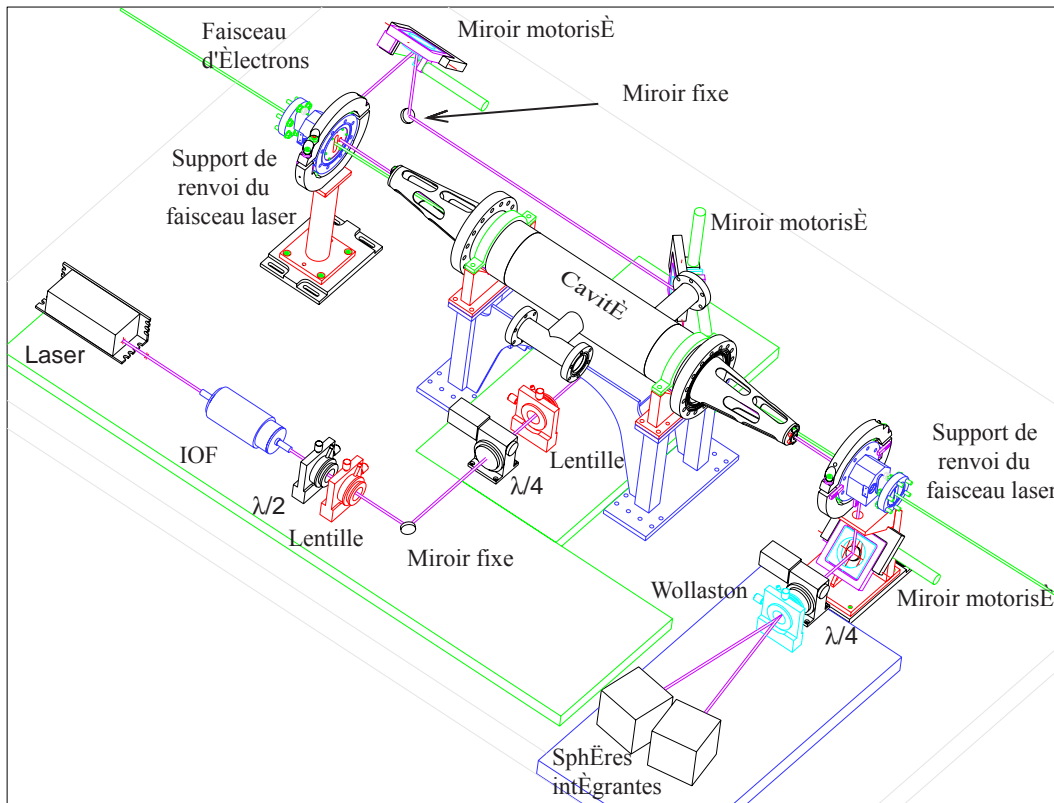
## 2.3 Le montage optique

Les éléments optiques du polarimètre sont répartis sur une table de dimensions  $1200 \times 1500 mm^2$  placée entre les dipôles D2 et D3 (figure 2.1). Cette table est montée sur des verins pneumatiques afin de filtrer au maximum les vibrations provenant du sol.

La mise au point du montage optique a nécessité la prise en compte des éléments suivants :

- Il faut s'assurer que la polarisation du faisceau de photons est circulaire au point d'interaction Compton (au centre de la cavité Fabry-Perot). La justification de ce point est discutée dans la partie II au paragraphe 4.1.2. On doit pouvoir adapter les dimensions transverses du faisceau laser incident et sa position pour obtenir le gain maximum dans la cavité (voir partie II, chapitre 3).
- Le maintien du gain dans la cavité optique nécessite un asservissement en fréquence du laser que nous étudions au chapitre 1 de la partie II. Cette technique utilise le champ réfléchi par la cavité (§II.1.2.3). On a besoin d'un élément optique pour extraire le faisceau laser incident du faisceau réfléchi par la cavité.
- L'angle de croisement entre les deux faisceaux d'électrons et de photons doit être le plus faible possible pour optimiser la luminosité d'interaction Compton (voir partie I, §1.3.1).

Nous allons tout d'abord décrire la cavité optique puis nous décrirons les éléments qui permettent de satisfaire aux conditions précédentes.

FIG. 2.4 - *La table optique du polarimètre.*

### 2.3.1 La cavité optique

Une cavité optique Fabry-Perot est constituée de deux miroirs de diamètre  $d$  et de rayon de courbure  $R$  placés parallèlement l'un en face de l'autre à une distance  $L$  (voir figure 2.5). Afin de maintenir les miroirs en position et d'assurer leur parallélisme, il est possible d'utiliser des montures réglables par l'intermédiaire de moteurs [73], ou de concevoir une pièce mécanique qui les maintient en position sans réglage (on appellera ce type de cavité : cavité *monolithique* par la suite).

Nous avons choisi de concevoir un système monolithique qui présente l'avantage par rapport aux montures indépendantes de ne nécessiter aucun réglage de la position relative des deux miroirs. De plus, une pièce mécanique fixe peut plus facilement être placée dans un tube faisceau sous vide. Elle peut être conçue pour approcher au maximum les miroirs du faisceau d'électrons et obtenir un angle de croisement  $\alpha$  faible avec le faisceau de photons ( $\alpha \sim qq\ 10\ mrad$ ). Cet aspect est important pour optimiser la luminosité qui est inversement proportionnelle à  $\sin \alpha$ . La luminosité dépend également de la taille du faisceau de photons au point d'interaction (voir éq. 1.49 et discussion du paragraphe 1.4.2). Pour obtenir une taille de faisceau de photons  $\sigma_\gamma \sim \sigma_e$ , et compte tenu de la distance disponible pour la cavité entre les dipôles D2 et D3 (environ 1 m), une cavité de longueur  $L = 0,85\ m$  et des miroirs de rayon de courbure  $R = 0,5\ m$  était un bon

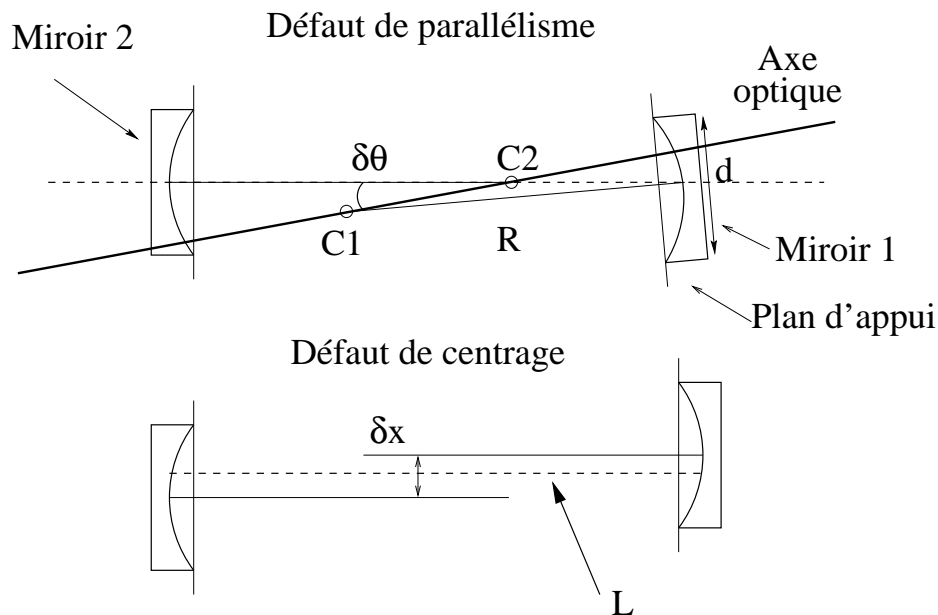


FIG. 2.5 - *Illustration des spécifications de la pièce mécanique de maintien des miroirs de la cavité. L'axe optique est la droite passant par les centres optiques des miroirs*

compromis. Nous donnons au paragraphe II.3.1.1 l'expression de  $\sigma_\gamma$  en fonction de ces deux paramètres. On obtient  $\sigma_{CIP} = 123 \mu\text{m}$ .

Comme une distance de garde  $d_G = 5 \text{ mm}$  doit être respectée entre le faisceau d'électrons incidents et les miroirs<sup>2</sup>, l'angle de croisement entre les faisceaux de photons et d'électrons qui interagissent est donné par la formule :

$$\alpha = \frac{d + 2d_G}{L}, \quad (2.7)$$

dans l'approximation des petits angles. Cette expression montre que l'on doit choisir un diamètre de miroir  $d$  le plus faible possible pour minimiser  $\alpha$ . Cependant, le diamètre minimum des miroirs était limité par les phénomènes de diffraction. En effet, si  $d$  est trop petit par rapport à la dimension du faisceau sur les miroirs, des pertes supplémentaires apparaissent. Le gain maximum que l'on peut atteindre dans la cavité est alors limité par la diffraction et la cavité peut dans le cas limite ne pas permettre l'établissement du gain.

La taille du faisceau laser sur les miroirs dépend du choix de  $L$  et de  $R$  tout comme celle au centre de la cavité. Compte tenu des valeurs de  $L$  et de  $R$ , on a :  $\sigma_{mir} = 318 \mu\text{m}$ .

La détermination des tolérances mécaniques et du diamètre des miroirs afin de s'affranchir des problèmes de pertes par diffraction a été largement traitée dans la thèse de J.P. Jorda [81] et nous ne la reprendrons pas. Nous rappelons seulement les spécifications qui en sont issues : le diamètre des miroirs a été fixé à  $d = 10 \text{ mm}$ . Le parallélisme des deux faces de la pièce

<sup>2</sup> La distance de 5 mm représente la distance minimum de sécurité pour minimiser les radiations du halo du faisceau d'électrons sur les miroirs et les pièces mécaniques [46].

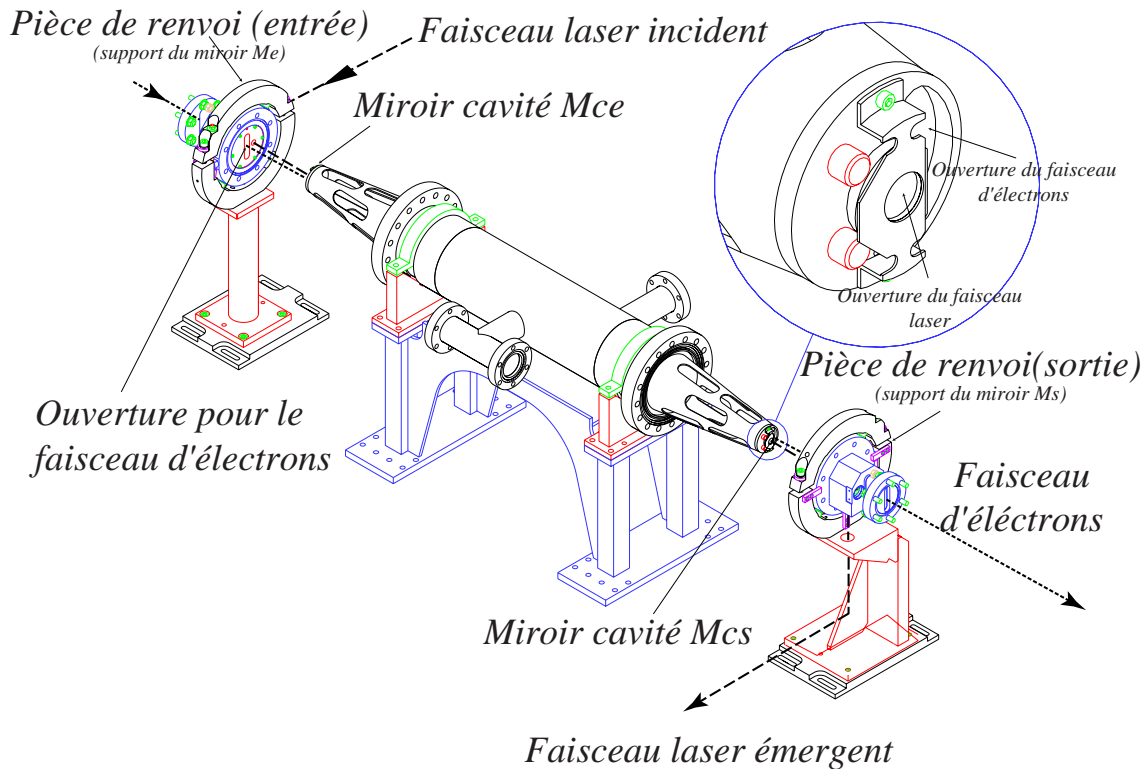


FIG. 2.6 - *La cavité optique monolithique et les pièces supports des miroirs de renvoi du faisceau laser.*

mécanique et le centrage des miroirs ont été spécifiés pour être respectivement meilleurs que  $\delta\theta = 300 \mu\text{rad}$  et  $\delta x = 100 \mu\text{m}$  (figure 2.5). Les spécifications ont été contrôlées par le fabricant des pièces mécaniques (Mécacalim). Nous avons également vérifié les tolérances de parallélisme des faces de la pièce sur un banc de mesure équipé d'une lunette autocollimatrice.

On appelle axe optique de la cavité la droite passant par les centres de courbures des deux miroirs. Il représente l'axe selon lequel le champ va se propager entre les miroirs de la cavité. Les spécifications sur le parallélisme de la pièce mécanique et le centrage des miroirs permettent d'imposer la position de l'axe optique dans un cylindre d'axe de symétrie l'axe mécanique de la pièce et de rayon égal à  $R_{\text{cyl}} = R\delta\theta + \delta x$ . Dans notre cas, on a :  $R_{\text{cyl}} = 250 \mu\text{m}$ .

Au niveau des miroirs, le substrat est tel que le plan arrière et le plan tangent à la sphère sont parallèles à mieux que  $266 \mu\text{rad}$ . Les valeurs des paramètres concernant la pièce mécanique et les miroirs sont résumés dans le tableau 2.2. Par la suite on désignera indifféremment par le terme cavité, la pièce mécanique de maintien des miroirs et l'ensemble pièce mécanique plus les miroirs considéré sur le plan optique.

La cavité est représentée sur la figure 2.6. Elle est de forme dite "cage d'écureuil". Elle est percée sur ces faces latérales de trous oblongs pour le passage du faisceau d'électrons et de trous circulaires de diamètre 9 mm sur lesquels les miroirs de la cavité sont apposés. Sur chaque face, les centres des deux ouvertures sont espacés de 1,5 cm. Les miroirs sont posés sur l'arête des

Rayon de courbure des miroirs	0,5 m
Diamètre des miroirs	10 mm
Longueur de la cavité	0,85 m
Parallélisme des surfaces	$\pm 300 \mu\text{rad}$
Centrage des miroirs	$\pm 100 \mu\text{m}$

TAB. 2.2 - *Caractéristiques géométriques de la cavité optique.*

trous circulaires en contact sur leur face sphérique et leur centrage est assuré par des pions dans les tolérances spécifiées. Ils sont maintenus en place par des pièces souples (voir figure 2.6) qui viennent plaquer le miroir sur la face latérale de la cavité.

La mise en place des miroirs est effectuée en salle blanche pour préserver leurs caractéristiques (voir tableau B.9). La cavité est ensuite transportée dans une enceinte hermétique à l'air ambiant avant d'être installée dans le tunnel. Au moment de l'installation sur la ligne faisceau, la cavité est reliée au tube par deux soufflets placés aux extrémités de la cavité. Les soufflets<sup>3</sup> se fixent sur les pièces de renvoi du faisceau laser (figure 2.1) et relient ainsi la cavité au reste du montage optique. Ils permettent de filtrer les vibrations provenant du tube faisceau.

Nous allons maintenant décrire le montage optique qui permet de coupler un faisceau laser polarisé circulairement à la cavité que nous venons de décrire.

### 2.3.2 La table optique

Sur la table optique (figure 2.7), on trouve le laser, les éléments qui permettent de contrôler la polarisation du faisceau, sa position et ses dimensions transverses. On trouve également le système de mesure de la polarisation et de la puissance en sortie de cavité. La description détaillée des différents éléments peut être trouvée en annexe B.1.

Le montage optique est construit sur deux niveaux. Nous utilisons un laser LightWave 126, qui délivre un faisceau de 300 mW à la longueur d'onde  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ . Le laser est protégé des réflexions parasites par un isolateur optique de Faraday noté IOF.

On peut regrouper les différents éléments de la table optique en trois sous-groupes de fonctionnalité que nous traiterons indépendamment dans les prochains chapitres.

Le premier sous-groupe est constitué par les éléments liés au couplage du faisceau incident sur la cavité optique auquel est consacré le chapitre 3 de la partie II. La focalisation du faisceau incident au CIP est assurée par trois lentilles respectivement notées L1, L2 et L3. Deux miroirs motorisés notés M1 et M2 autorisent 4 degrés de liberté de déplacement du faisceau laser (2 translations, 2 rotations) par rapport à l'axe mécanique de la cavité optique dont les miroirs sont notés Mce et Mcs. Les miroirs Mr1, Mr2 et Me sont des miroirs fixes utilisés en incidence à  $45^\circ$ . Une caméra CCD en regard du miroir Mr2 permet de contrôler la position des faisceaux incidents et réfléchis par la cavité. Une autre caméra CCD en transmission de la cavité permet de visualiser le profil d'intensité du faisceau.

3. Soufflets à lames fabriqués par VAT.

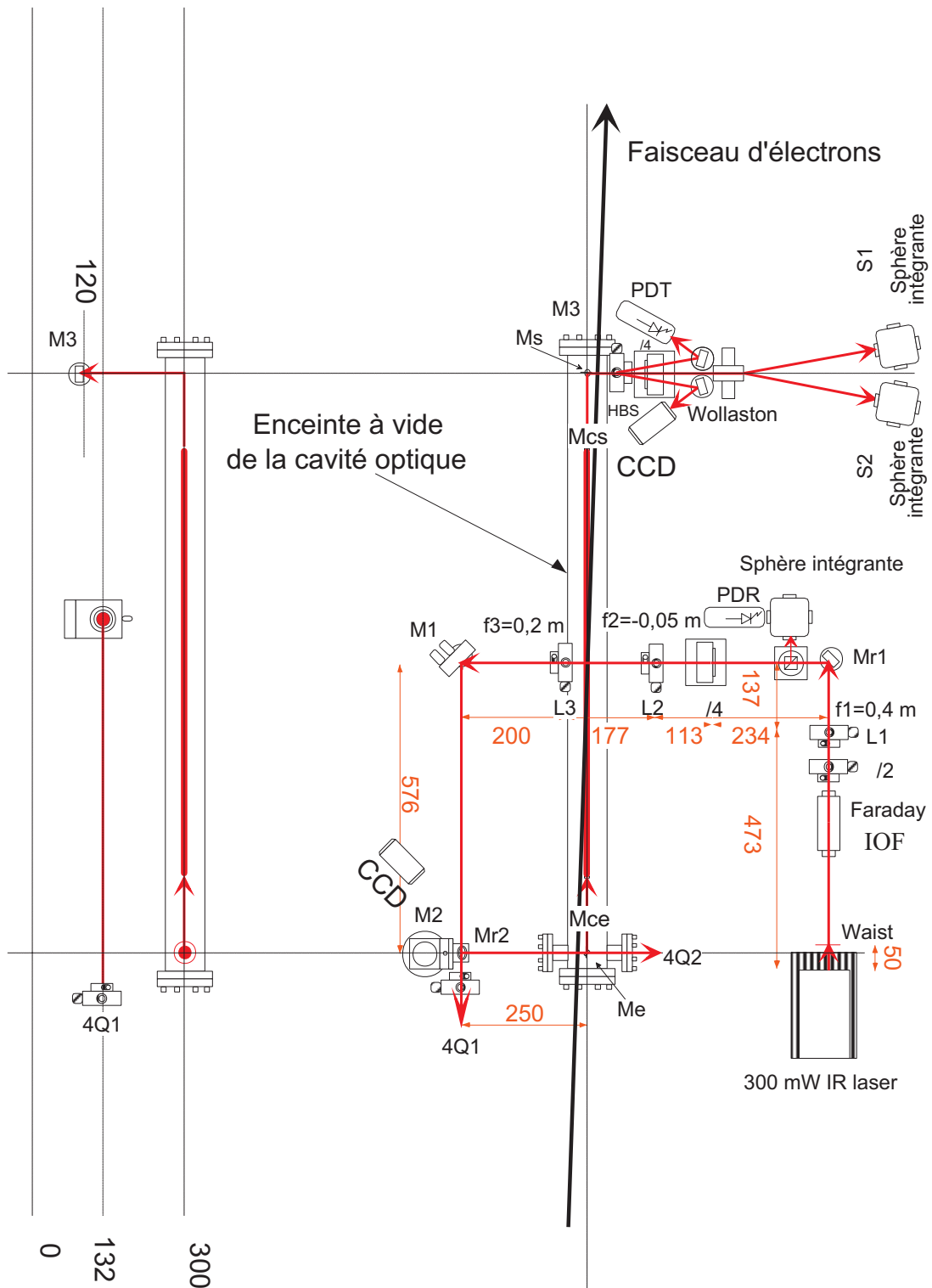


FIG. 2.7 - Schéma du dispositif optique du polarimètre.

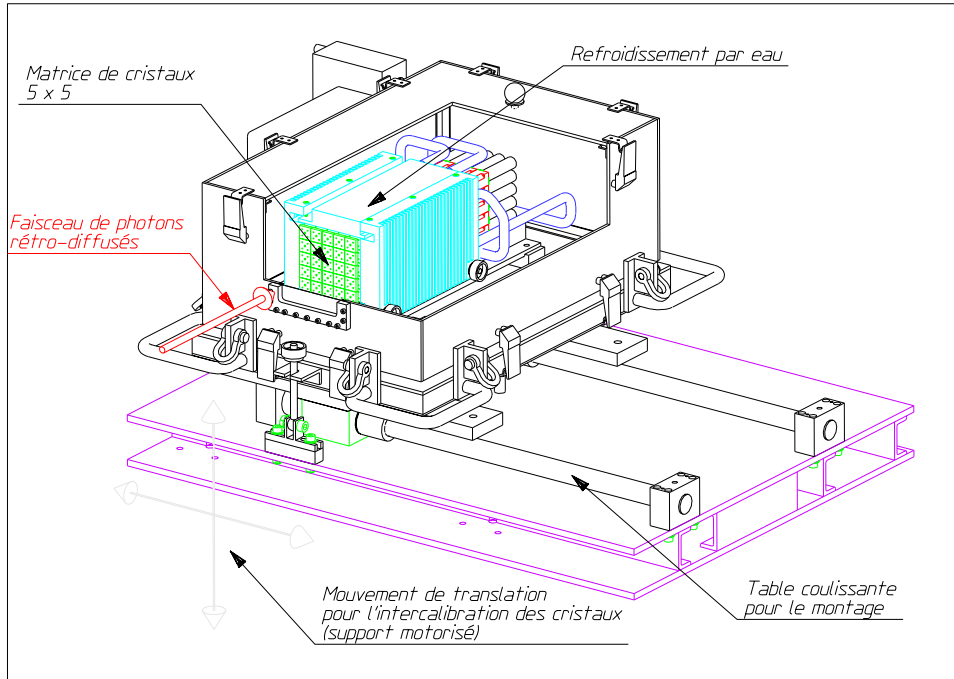


FIG. 2.8 - Schéma du calorimètre à cristaux de  $PbWO_4$ .

Le second sous-groupe est constitué par les éléments liés au contrôle et à la mesure de la polarisation que nous traitons au chapitre 4 de la partie II. La polarisation à la sortie du boîtier laser est linéaire ( $1/300$ ), elle est ensuite mise en forme par une lame quart d'onde (notée  $\frac{\lambda}{4}$ ) placée sur une monture motorisée. A la sortie de la cavité, la polarisation est mesurée par un système composé d'une lame quart d'onde, d'un cube de Wollaston et de deux détecteurs montés sur des sphères intégrantes.

Le dernier sous-groupe est constitué des éléments qui permettent d'utiliser le faisceau réfléchi dans l'asservissement (ce point est traité au chapitre 1 de la partie II). Une lame demi-onde et un cube séparateur de polarisation couplé à une lame quart d'onde permettent d'extraire le faisceau réfléchi par la cavité du faisceau incident (ce système est décrit en détail au paragraphe 4.2.2 de la partie II). Une photodiode rapide liée à une sphère intégrante détecte alors le faisceau réfléchi.

## 2.4 Le détecteur de photons

Dans notre cas, les photons rétrodiffusés par interaction Compton ont une énergie comprise entre 0 et 270 MeV (tableau 1.2, §1.4.2). Le taux de photons diffusés est donné par la relation :

$$\tau = \mathcal{L}\sigma_t \quad (2.8)$$



Le taux d'événements Compton attendu<sup>4</sup> est :  $\tau = 340 \text{ kHz}$ . Afin de pouvoir employer la technique différentielle de mesure de l'asymétrie de taux de comptage, on doit être capable de déterminer l'énergie de chaque photon diffusé avec une précision de 1 % et une résolution de 10%. L'espace disponible pour le détecteur est assez réduit car la distance entre le faisceau de photons diffusés et le faisceau d'électrons est de 30 cm au niveau du quatrième dipôle de la chicane.

Nous avons choisi pour le calorimètre le tungstate de plomb ( $PbWO_4$ )<sup>5</sup>. Ce type de matériau est dense, ce qui a permis de construire un détecteur de faible encombrement.

Son rendement lumineux  $\beta$  est de plus de 6 photoélectrons/MeV, ce qui paraît suffisant pour obtenir une résolution de 10 % à basse énergie. En effet, le nombre de photoélectrons produits  $N_{pe}$ , au passage d'une particule dans le calorimètre, est proportionnel à l'énergie  $E$  déposée :  $\beta \times E = N_{pe}$ . La résolution sur l'énergie est égale à celle sur le nombre de photons détectés.

On a donc :  $\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{1}{\sqrt{N_{pe}}}$  soit encore :  $\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{1}{\sqrt{E \times \beta}}$ . Pour la valeur  $\beta = 6$  considérée, la résolution devient meilleure que 10 % pour les énergies supérieures à 17 MeV.

De plus, les caractéristiques de ce cristal ne varient pas dans le temps sous irradiation [48].

Le dispositif géométrique du détecteur de photons est représenté sur la figure 2.8. Il est constitué par une matrice de  $5 \times 5$  cristaux de  $PbWO_4$  lus par des photomultiplicateurs Philips XP1911. Les dimensions des cristaux sont :  $2 \times 2 \times 23 \text{ cm}^3$ .

La matrice est placée dans une enceinte hermétique à la lumière. Comme la réponse des cristaux varie en fonction de la température de  $-2\%/^\circ\text{C}$ , les cristaux sont thermalisés et des sondes en température suivent les variations éventuelles.

L'enceinte est placée sur un support pouvant se déplacer selon les directions horizontale et verticale. Ce système permet d'exposer successivement les 25 cristaux au rayonnement Compton. La réponse des cristaux est contrôlée dans le temps par un système composé d'une diode laser qui émet des flashes de lumière d'amplitude constante dans les cristaux par l'intermédiaire de fibres optiques.

Des tests en faisceau ont été effectués auprès de l'accélérateur d'électrons de Mayence. Cet accélérateur délivre un faisceau de photons en faisant interagir les électrons du faisceau avec une fine feuille de beryllium. Les photons sont étiquetés. Cela signifie que l'énergie des électrons diffusés dans l'interaction avec la cible est mesurée. On obtient ainsi une calibration en énergie du faisceau de photons. Les photons ont une énergie mesurée allant de 40 à 800 MeV.

La réponse des 25 cristaux en fonction de l'énergie des photons incidents est linéaire au % près [49].

La résolution du détecteur en fonction de l'énergie des photons diffusés a été mesurée. Pour les 25 cristaux de la matrice, la résolution est inférieure à 10 % pour une énergie des photons supérieure à 100 MeV et inférieure à 20 % pour les photons d'énergie comprise entre 40 et 100 MeV.

4.  $P_{laser} = 1700 \text{ W}$ ,  $E_e = 4 \text{ GeV}$ ,  $I_e = 100 \mu\text{A}$ . On a supposé par ailleurs que l'efficacité  $\epsilon$  était égale à 1.

5. Le tungstate de plomb est un cristal étudié pour faire partie du détecteur CMS. Nous avons pu obtenir une petite quantité de cristaux faisant partie de commandes à grande échelle. Les cristaux sont fabriqués en Russie [47].

## 2.5 Détecteur d'électrons

Les électrons diffusés dans l'interaction Compton ont perdu de l'énergie. Par conséquent, ces électrons sont déviés par le dipôle D3 d'un angle  $\theta'_b > \theta_b$  ( $\theta_b$  angle de déviation de la trajectoire du faisceau d'électrons par un dipôle de la chicane). Les électrons qui ont subi la diffusion Compton sont donc séparés du faisceau incident entre D3 et D4.

Si l'on place un détecteur dans le plan perpendiculaire à la trajectoire des électrons, on peut mesurer la distance entre le point d'impact de l'électron diffusé et la position du faisceau non perturbé. Connaissant la distance du détecteur au point de sortie du dipôle D3, on peut déterminer l'angle  $\theta'_b$ . D'après les relations 2.2 et 2.3, on a :

$$\theta'_b \simeq \frac{0,3B[T]L_b[m]}{p'[GeV]} \quad (2.9)$$

Cette expression permet de déterminer l'impulsion de l'électron diffusé  $p'$ .

Conçu sur ce principe, le détecteur d'électrons du polarimètre Compton<sup>6</sup> est composé de 4 plans de 48 micropistes de silicium au pas de  $650 \mu m$  dont 600 sont actifs. Les plans sont d'épaisseur égale à  $500 \mu m$  et sont perpendiculaires au faisceau dont ils sont éloignés de  $8 mm$ . Ils sont de plus décalés d'un quart de pas de sorte que la résolution en position soit égale à  $160 \mu m$  pour quatre plans touchés.

Les plans de micropistes de silicium sont montés sur un support mobile dans la direction  $y$  (horizontale, voir figure 2.9) du plan transverse au faisceau. Un système de deux fils de tungstène de  $20 \mu m$  de diamètre placés sur une monture suivant la figure 2.10 permet de déterminer la distance entre le faisceau d'électrons et l'extrémité du plan le plus proche.

Cet ensemble est déplacé selon une règle graduée. Lorsqu'un fil croise le faisceau, les particules émises sont détectées par un cristal scintillateur couplé à un photomultiplicateur et la position est enregistrée. L'écart entre les deux points détectés donne la distance recherchée puisque les fils sont orientés à  $45^\circ$ .

L'ensemble est placé dans une enceinte qui communique directement avec le tube faisceau de l'accélérateur. Une pompe ionique est placée au-dessus du détecteur et absorbe son dégazage spécifique.

## 2.6 L'acquisition

Le but du système d'acquisition conçu par notre groupe est d'acquérir, pour chaque état de polarisation du faisceau d'électrons, les énergies des photons diffusés à un taux pouvant aller jusqu'à 100000 événements par seconde.

L'acquisition est rythmée par le signal de basculement de la polarisation du faisceau d'électrons fourni par la machine dans la salle de comptage du hall A (partie I, §1.1.1).

Une porte de polarisation dure  $33 ms$  ou  $1 ms$  suivant le mode fonctionnement de l'accélérateur. Dans la suite nous prendrons toujours la largeur de la porte égale à  $33 ms$ . À chaque basculement de la polarisation, on ouvre une porte de durée  $28 ms$  (figure 2.12). L'unité de temps dans

---

6. Ce détecteur a été conçu et réalisé par le laboratoire LPC de Clermont-Ferrand.

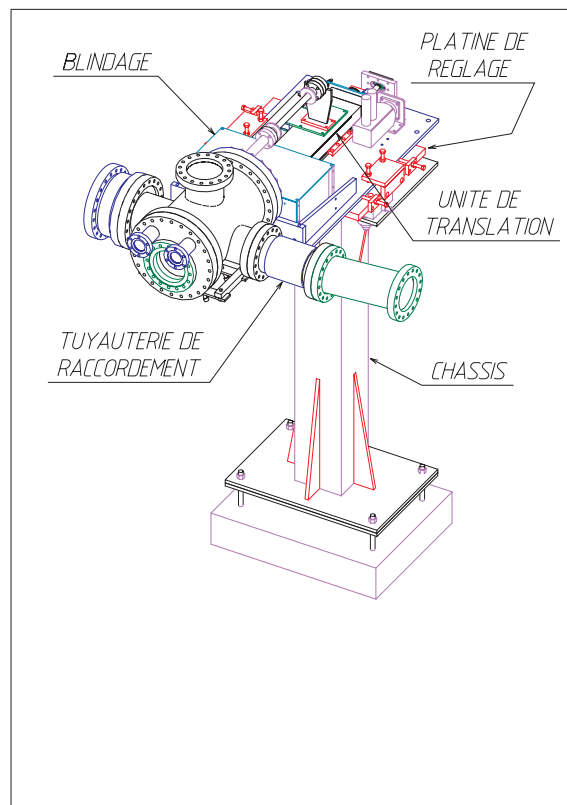


FIG. 2.9 - *Le détecteur d'électrons du polarimètre.*

chaque porte est fournie par une horloge ("clock") à 40 MHz. Les portes sont numérotées par ordre croissant à partir du début d'un enregistrement de données. Pendant la durée d'une porte, les valeurs enregistrées sont les suivantes :

- Taux de comptage du détecteur d'électrons.
- Taux de comptage par groupes de cristaux.
- Taux d'événements acquis.
- Taux de comptage des diagnostics faisceaux (§2.1).

### 2.6.1 Acquisition du détecteur de photons

Les cristaux de la matrice du détecteur sont divisés en 4 groupes représentés sur la figure 2.11.

Les signaux qui proviennent des cristaux sont tout d'abord envoyés vers des cartes permettant

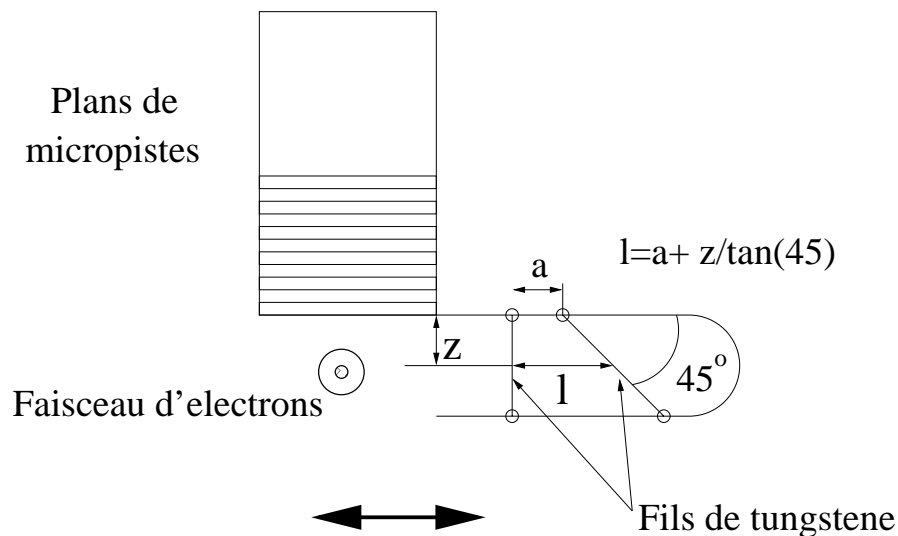


FIG. 2.10 - *Le système de mesure de la distance du faisceau d'électrons aux plans du détecteur.*

- Groupe 1 : le cristal central (CT).
- Groupe 2 : les cristaux de la première couronne (C1).
- Groupe 3 : La moitié inférieure de la seconde couronne (C2B).
- Groupe 4 : La moitié supérieure de la seconde couronne (C2H).

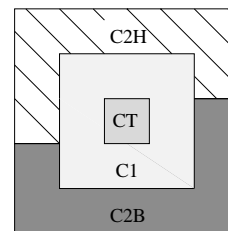
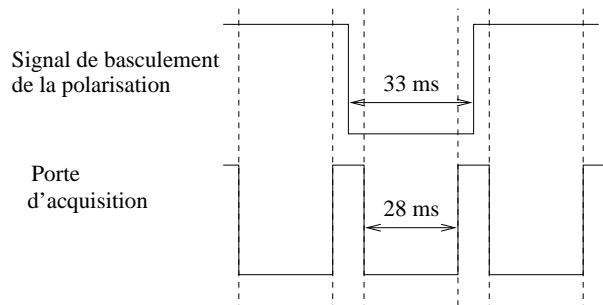


FIG. 2.11 - *Groupe de cristaux du détecteur de photons*

le réglage du piédestal<sup>7</sup> (on peut ajouter une tension continue aux signaux canal par canal). À la sortie de ces cartes, les signaux passent par des cartes de mesure qui peuvent atténuer (facteur 1 à 8) ou amplifier (facteur 1 à 66) les signaux. Là, un gain réglable est appliqué à chacun des signaux. La possibilité d'atténuer ou d'amplifier les signaux ainsi que celle de régler les piédestaux nous permettent de moduler l'acquisition en fonction de l'énergie du faisceau d'électrons (notre système peut fonctionner de 1 à 8 GeV). Les signaux à la sortie de ces cartes sont dupliqués et envoyés à la fois vers le système de déclenchement de l'acquisition ("trigger") et vers des lignes à retard.

Ce système permet de construire la logique d'acquisition avec les signaux du flux de données. Les signaux envoyés vers le trigger sont sommés dans chaque sous-groupe par l'intermédiaire d'un sommateur. On obtient alors quatre signaux qui sont envoyés dans quatre discriminateurs. Le seuil de déclenchement des discriminateurs est réglable à distance. On peut également activer

7. Le piédestal représente le décalage à l'origine de la chaîne de lecture. Pour un signal nul, le détecteur fournit une réponse dont l'amplitude est le piédestal.

FIG. 2.12 - *Porte d'acquisition d'événements Compton.*

ou désactiver les discriminateurs dans le trigger.

Si l'un au moins des groupes a déclenché son discriminateur, alors le trigger général est activé. Une porte de largeur  $100\text{ ns}$  appelée "porte d'intégration" est ouverte pendant laquelle les signaux des PM sont intégrés. Une porte appelée "porte hold" de largeur  $175\text{ ns}$  est ouverte simultanément. Pendant la porte d'intégration, l'aire du signal PM est mesurée (figure 2.13) en chargeant un condensateur :

$$I = \frac{dq}{dt} \Leftrightarrow q = \int I dt \quad (2.10)$$

Des convertisseurs analogiques-numériques (ADC) viennent lire la valeur du condensateur pendant l'intervalle entre la fin de la porte d'intégration et la fin de la porte "hold". Lorsque la porte d'intégration se ferme, la capacité de lecture est maintenue sous tension, le temps pour l'ADC d'effectuer l'enregistrement.

Les ADC sont rythmés à  $40\text{ MHz}$  et peuvent mesurer la charge du condensateur de lecture toutes les  $25\text{ ns}$ .

On dispose de 9 cartes ADC. Chaque ADC possède trois voies de lecture. Elles permettent la mesure de signaux entre  $0$  et  $4\text{ V}$  sur  $10$  bits. Les voies de lecture représentent donc un ensemble de  $30$  bits par ADC. Une échelle interne comptant l'horloge à  $40\text{ MHz}$  permet de dater les événements enregistrés. Sa valeur est également codée sur  $30$  bits.

Les données sont enregistrées en permanence dans un "buffer" circulaire de  $4000$  mots de  $32$  bits. Quand la commande STOP est reçue par l'ADC (à la fin de la porte hold), l'échelle est arrêtée et les données (Valeurs ADC et valeur du scaler) sont transférées du buffer circulaire vers un FanIn-FanOut(FIFO).

On rajoute deux bits d'identification à ces données pour former des mots de  $32$  bits. Le premier bit sert à distinguer dans le traitement des données entre l'horloge et l'ADC. Le second bit donne une indication sur l'état du FIFO.

Lorsque le FIFO contient plus de  $500$  événements, le transfert de données est effectué vers les disques de l'ordinateur de pilotage. Le transfert a lieu à raison de  $13\text{ Mo/s}$ .

Un registre de configuration (PU,  $16$  entrées et  $16$  sorties numériques) permet de donner événement par événement l'état de la polarisation du faisceau de photons, celui de la polarisation du faisceau d'électrons, des informations sur la cavité (asservissement en marche ou non par exemple). Il permet également de préciser le groupe de cristaux qui a déclenché l'acquisition

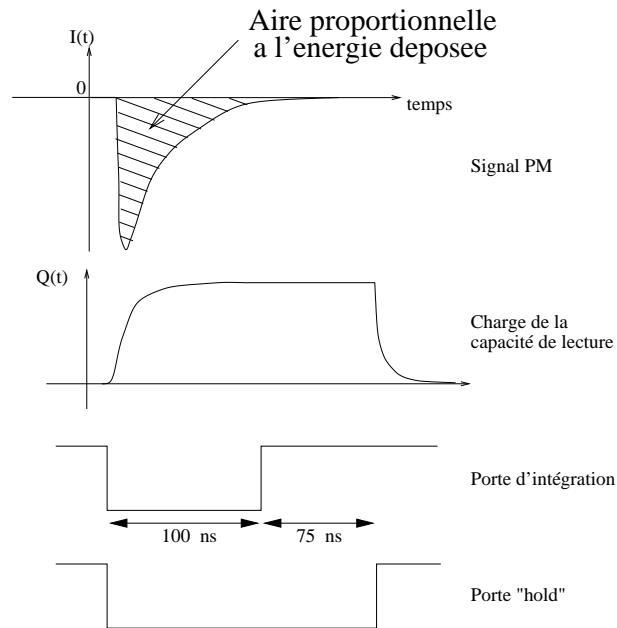


FIG. 2.13 - *Intégration d'un signal PM après ouverture de la porte d'intégration.*

et si le détecteur d'électrons a déclenché en même temps.

Le système possède deux cartes unité centrale. Deux intervalles de polarisation successifs sont traités successivement par l'une et par l'autre de ces cartes.

## 2.6.2 Acquisition du détecteur d'électrons

L'ensemble du détecteur comporte 192 pistes. Les signaux issus de ces pistes sont amplifiés et discriminés. Le seuil est fonction des caractéristiques du silicium et un réglage à distance a été prévu.

Les signaux qui ont passé le seuil sont dirigés vers un module logique. Ce module réalise la condition logique "au moins trois plans ont été touchés" dans une bande de deux ou trois pistes. L'acquisition enregistre alors les tensions de chaque strip.

## **Deuxième partie**

# **Le système optique du polarimètre Compton**





# Chapitre 1

## La cavité Fabry-Perot : un système asservi

La particularité du polarimètre Compton que le DAPNIA a réalisé pour l'accélérateur TJNAF est d'utiliser comme source de photons un laser continu (Annexe B.1) de puissance 300 mW couplé à une cavité optique amplificatrice Fabry-Perot<sup>1</sup>.

Nous étudions dans ce chapitre la réponse d'une telle cavité à un champ électromagnétique incident dans le cas idéal où tous les paramètres optiques sont parfaitement réglés (les chapitres 3 et 4 sont consacrés à la gestion de ces paramètres). Nous présentons ensuite la technique d'asservissement qui permet le maintien du gain dans la cavité. Celle-ci est alors considérée comme un bloc (dans une boucle d'asservissement) dont on peut déterminer la fonction de transfert. La détermination de cette fonction permet d'optimiser l'asservissement et le maintien de la puissance dans la cavité. Nous présentons ensuite deux modes d'utilisation du dispositif autour de la cavité qui permettent d'accéder à cette fonction de transfert dont nous décrirons la mesure au prochain chapitre.

### 1.1 Réponse de la cavité à un champ électromagnétique

#### 1.1.1 Les miroirs de la cavité

Avant de décrire le fonctionnement de la cavité Fabry-Perot du polarimètre, nous allons brièvement décrire la nature des miroirs que nous avons utilisés ainsi que les conventions de notation qui nous permettront de décrire les relations entre les champs électromagnétiques incidents et réfléchis à l'interface d'un miroir.

#### Miroirs diélectriques

Les miroirs de notre cavité optique sont des miroirs diélectriques composés d'un substrat de silice pure ( $\text{SiO}_2$ ) sur lequel sont successivement déposées des couches minces de pentoxyde de tantale ( $\text{Ta}_2\text{O}_5$ ) d'indice  $n_1 \sim 2,1$  et de silice d'indice  $n_2 \sim 1,47$  par la technique dite de "Double Ion Beam Sputtering" (D.I.B.S [59]).

---

1. Le premier interféromètre de ce type est décrit dans la référence [58].

Réfectivité $R$	0,99988
Transmittivité $T$	120ppm
Diffusion $D$	5ppm
Absorption $A$	1ppm

TAB. 1.1 - *Caractéristiques moyennes des miroirs de la cavité optique (données fournisseur : CNRS/IN2P3/IPN Lyon/SMA)*

Les couches minces " $\lambda/4$ " sont déposées par paires. Le nombre de doublets de couches  $\frac{\lambda}{4}$  déposées sur le substrat détermine la transmittivité cherchée<sup>2</sup> [35]. Ces miroirs ont été réalisés par le Service des Matériaux Avancés (SMA [59]) de l'IPN de Lyon. Ils sont optimisés pour la longueur d'onde  $\lambda = 1064 \text{ nm}$  de notre laser et sont conçus pour supporter de hautes densités de puissance [60]. Leurs caractéristiques à cette longueur d'onde sont résumées dans le tableau 1.1.

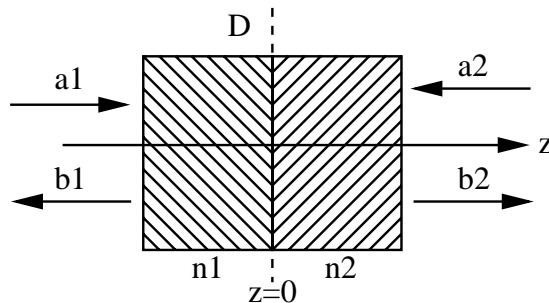


FIG. 1.1 - *Réflexion et transmission d'ondes optiques à l'interface entre deux milieux diélectriques*

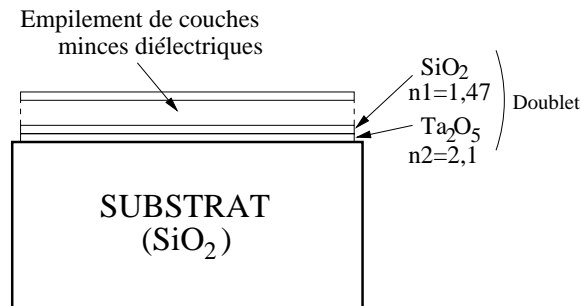


FIG. 1.2 - *Miroir diélectrique de la cavité*

### Conventions de notation

Nous reprenons dans cette partie le développement de la référence [30]. Nous considérons deux milieux diélectriques d'indices  $n_1$  et  $n_2$  séparés par un dioptre  $D$  (figure 1.1). Nous supposons que deux ondes planes monochromatiques se propagent perpendiculairement à ce dioptre et en sens contraire. Nous posons également que l'emplacement du dioptre est l'origine de l'axe de propagation  $z = 0$ . De chaque côté de l'interface ( $i = 1$  pour  $z < 0$  et  $i = 2$  pour  $z > 0$ ), on peut alors écrire l'expression des champs résultants (figure 1.1) :

$$E_1(z, t) = \text{Re}\{a_1 e^{j(\omega t - k_1 z)} + b_1 e^{j(\omega t + k_1 z)}\}, \quad (1.1)$$

$$E_2(z, t) = \text{Re}\{a_2 e^{j(\omega t + k_2 z)} + b_2 e^{j(\omega t - k_2 z)}\}, \quad (1.2)$$

On note  $a_i$  et  $b_i$  ( $i = 1, 2$ ), les amplitudes normalisées des ondes respectivement incidentes et réfléchies de chaque côté de l'interface et on note  $k_i$  la constante de propagation de chaque onde

2. 13 doublets correspondent théoriquement à une transmittivité de 137 ppm.

dans le milieu diélectrique  $i$ .

Si on appelle  $r$  et  $t$  les coefficients de réflexion et de transmission à l'interface, on peut alors écrire sous forme matricielle les relations entre les champs réfléchis et les champs incidents [30].

Pour un miroir diélectrique réel, le champ incident va rencontrer successivement plusieurs interfaces et la réflectivité totale du miroir se construit en fait graduellement au passage des séries de couches minces. Il n'y a donc pas de plan unique que l'on peut identifier comme surface de réflexion. Le choix du plan de référence devient arbitraire et l'on peut également choisir des plans de référence différents pour chaque onde incidente ou réfléchi de chaque côté du miroir. En déplaçant un plan de référence d'une composante d'une distance  $\Delta z$  suivant l'axe de propagation  $Oz$ , on ajoute un terme de déphasage  $e^{\pm j\beta_i \Delta z}$  sans changer sa norme. En particulier, il est toujours possible de trouver des plans de référence tels que la matrice liant les champs réfléchis et incidents de part et d'autre du miroir soit de la forme :

$$S = \begin{pmatrix} r & jt \\ jt & r \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

où  $r$  et  $t$  sont réels. Pour un miroir sans pertes, la matrice est unitaire et l'on a :  $SS^\dagger$ . On peut noter :  $R = r^2$  et  $T = t^2$ . Au niveau d'un miroir, si on applique le principe de la conservation de l'énergie en tenant compte de pertes, on peut alors écrire la relation :

$$R + T + P = 1, \quad (1.4)$$

où  $P$  représente les pertes au niveau du miroir en terme de diffusion (D) et d'absorption (A). On a :  $P = A + D$ .

### 1.1.2 Cavité Fabry-Perot

Considérons une onde plane monochromatique incidente sur une cavité optique constituée de deux miroirs diélectriques placés suivant la figure 1.3. Cette onde peut être écrite sous la forme :  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - kz)}$ .

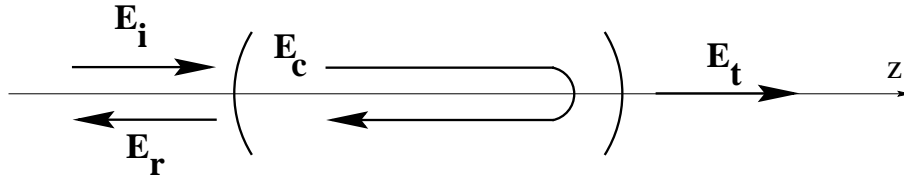
En notant la réflectivité et la transmittivité des miroirs d'entrée ( $r_1, t_1$ ) et de sortie ( $r_2, t_2$ ), le gain pour un aller-retour dans la cavité peut s'écrire en régime stationnaire :

$$g_{ar} = r_1 r_2 e^{-j2kL} e^{-2\mu L}, \quad (1.5)$$

où  $\mu$  est le coefficient d'absorption linéique du gaz résiduel dans la cavité ( $\mu = 5 \text{ ppm.m}^{-1}$  pour l'air),  $k = \omega/c$  le vecteur d'onde et  $L$  la longueur de la cavité.

On peut alors établir les relations entre les champs incident, réfléchi, intra-cavité et transmis que l'on notera respectivement :  $E_i, E_r, E_c$  et  $E_t$  :

$$\begin{aligned} E_r &= r_1 E_i + jt_1 E_c r_2 e^{-2\mu L} e^{-2jkL}, \\ E_c &= jt_1 E_i + E_c r_1 r_2 e^{-2\mu L} e^{-2jkL}, \\ E_t &= jt_2 E_c e^{-\mu L} e^{-jkL}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

FIG. 1.3 - *Cavité Fabry-Perot en asservissement*

On supposera, pour simplifier les équations, que les deux miroirs possèdent les mêmes caractéristiques en transmission et en réflexion (dans la pratique, on sélectionne par paires les miroirs dont les caractéristiques sont les plus proches). Ceci permet d'écrire que  $r_1 = r_2 = r$  et  $t_1 = t_2 = t$ . De plus, la cavité que nous avons conçue fonctionne sous un vide poussé ( $P < 10^{-8}$  Torr), on a donc  $\mu L \ll$  pertes des miroirs. Le système d'équations précédent peut alors être réécrit sous la forme :

$$E_r = r E_i + j r t E_c e^{-2jkL}, \quad (1.7)$$

$$E_c = j t E_i + r^2 E_c e^{-2jkL}, \quad (1.8)$$

$$E_t = j t E_c e^{-jkL}. \quad (1.9)$$

Le gain pour un aller-retour dans la cavité s'écrit désormais :

$$g_{ar} = r^2 e^{-2jkL}. \quad (1.10)$$

### 1.1.3 Champ intra-cavité et champ transmis

#### Champ intra-cavité

L'intensité d'une onde plane électromagnétique s'écrit à partir de l'expression du champ  $E$  suivant :  $I = \frac{1}{2} \epsilon_0^2 \mu \mathcal{R}e\{E^* E\}$  où  $E^*$  complexe conjugué de  $E$  [31]. D'après l'expression 1.8, on peut donc écrire l'intensité du champ dans la cavité  $I_c$  sous la forme :

$$I_c(\nu) = I_i \times \frac{T}{(1-R)^2} \times \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{2\pi\nu L}{c}\right)} \quad (1.11)$$

où  $I_i$  est l'intensité du champ incident. On reconnaît dans le dernier terme la fonction d'Airy  $A \frac{4R}{(1-R)^2} \left(\frac{2\pi\nu L}{c}\right)$ . La fonction accepte des maxima lorsque l'on a la relation :

$$\nu = k \frac{c}{2L} \quad \text{où } k \text{ entier.} \quad (1.12)$$

Le paramètre  $\frac{c}{2L}$  qui dépend uniquement de la longueur de la cavité utilisée est appelé intervalle spectral libre ou encore *FSR* (Free Spectral Range). La cavité définit donc des fréquences de résonance espacées en fréquence de la quantité *FSR*.

Cette condition permet d'obtenir des interférences constructives dans la cavité entre le champ incident et le champ qui circule dans la cavité. Lorsqu'elle est vérifiée, au bout d'un aller-retour,

le champ intra-cavité et le champ incident possèdent la même phase. Autrement dit, on a  $kL = n\pi$ . Dans le cas de la cavité que nous avons conçue  $L = 0,85\text{ m}$  et les fréquences de résonance définies par la cavité sont espacées de :  $FSR = 176,5\text{ MHz}$  (§1.1.4).

On peut également identifier le gain maximum de la cavité  $G_{max}$  sur un pic :

$$G_{max} = \frac{T}{(1-R)^2} \quad (1.13)$$

Pour les caractéristiques de miroir présentées dans le tableau 1.1, le gain maximum vaut :

$G_{max} = 7640$ . Si on recherche l'écart à la fréquence de résonance  $\Delta\nu_c$  (bande passante) pour lequel  $G = G_{max}/2$ , on a d'après l'équation 1.11 :

$$2 \times \Delta\nu_c = FWHM = FSR \times \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}, \quad (1.14)$$

où FWHM (Full Width at Half Maximum) est la largeur à mi-hauteur d'un pic de résonance de la cavité ou encore bande passante. La finesse s'écrit par la relation :

$$\mathcal{F} = \frac{FSR}{FWHM}. \quad (1.15)$$

On en déduit que la finesse peut être définie par la relation :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \quad (1.16)$$

En prenant les valeurs du tableau 1.1, on trouve une finesse égale à :  $\mathcal{F} \simeq 25000$ . On remarque que la bande passante de la cavité dépend à la fois des caractéristiques intrinsèques des miroirs par l'intermédiaire de la finesse et de la longueur de la cavité utilisée. D'après l'équation 1.13, lorsque la réflectivité des miroirs tend vers 1, le gain  $G_{max}$  augmente. Pour une longueur de cavité donnée, on obtient alors une diminution de la bande passante. Ainsi, pour une cavité de longueur  $L = 0,85\text{ m}$  et un gain  $G_{max} \simeq 7600$ , la bande passante est :  $\Delta\nu_c \simeq 6,8\text{ kHz}$ . Pour un gain  $G_{max} \simeq 2000$ , la bande passante est :  $\Delta\nu_c \simeq 28\text{ kHz}$ . Nous utiliserons ce point dans le paragraphe 2.3.3.

### Champ transmis

L'expression de l'intensité transmise, quant à elle, se déduit aisément de celle de  $I_c$  puisque l'intensité transmise est égale à l'intensité dans la cavité au facteur transmittivité du miroir de sortie de la cavité près, et on a [50] :

$$I_t(\nu) = I_i \times \frac{T^2}{(1-R)^2} \times A_{\frac{4R}{(1-R)^2}} \left( \frac{\pi\nu}{FSR} \right) \quad (1.17)$$

### 1.1.4 Champ réfléchi par la cavité

D'après les équations 1.7, 1.8 et 1.10, on peut écrire le champ réfléchi par la cavité sous la forme :

$$E_r = \sqrt{R} \left[ 1 - \frac{T}{R} \times \left( \frac{g_{ar}(\nu)}{1 - g_{ar}(\nu)} \right) \right] \quad (1.18)$$

On note  $h_r(\nu)$  la fonction de transfert optique de la cavité en réflexion :

$$h_r(\nu) = \frac{E_r(\nu)}{E_i(\nu)} = H_r(\nu) \times e^{j\phi_r(\nu)}. \quad (1.19)$$

où  $H_r(\nu)$  est le module et  $\phi_r(\nu)$  la phase de  $h_r(\nu)$ . De la même manière que précédemment, et en notant que :  $P = 1 - R - T$ , on peut déterminer l'intensité réfléchie par la cavité [50] :

$$I_{ref} = I_i \frac{R \left( \frac{P}{1-R} \right)^2 + 4(1-P) \frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2 \left( \frac{\pi\nu}{FSR} \right)}{1 + 4 \frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2 \left( \frac{\pi\nu}{FSR} \right)}. \quad (1.20)$$

Cette expression nous permet de déterminer  $H_r(\nu)$  :

$$H_r^2(\nu) = \frac{R \left( \frac{P}{1-R} \right)^2 + 4(1-P) \frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2 \left( \frac{\pi\nu}{FSR} \right)}{1 + 4 \frac{\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2 \left( \frac{\pi\nu}{FSR} \right)}. \quad (1.21)$$

La phase de la fonction de transfert  $\phi(\nu)$  se déduit de l'équation 1.18 et on peut l'exprimer par l'intermédiaire de la relation :

$$\tan(\phi_r(\nu)) = \frac{T \sin \left( \frac{2\pi\nu}{FSR} \right)}{1 + R(R+T) - (2R+T) \cos \left( \frac{2\pi\nu}{FSR} \right)}. \quad (1.22)$$

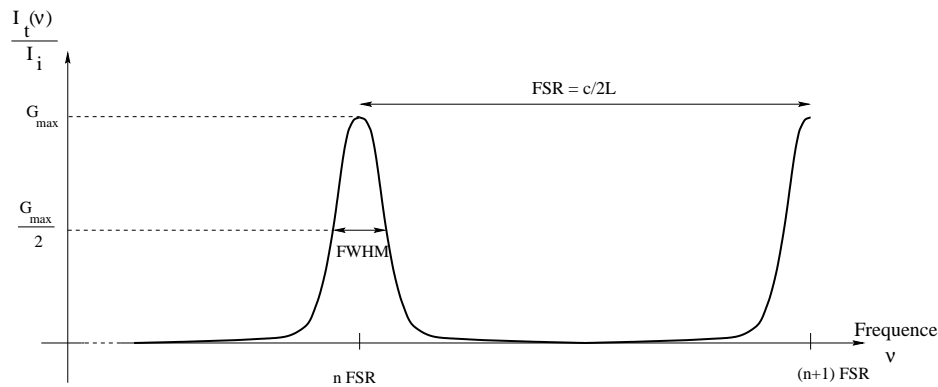


FIG. 1.4 - *Pics de résonance définis par une cavité Fabry-Perot de longueur L.*

Lorsque l'on accorde la fréquence laser à la fréquence de résonance de la cavité, on a la relation :  $\nu_{laser} = n \times FSR$ ,  $n$  entier. Comme la fonction de transfert est une fonction périodique

de période FSR (figure 1.4), si on se place au voisinage d'une résonance, on peut réécrire les relations précédentes en remplaçant la fréquence  $\nu$  de l'onde incidente par l'écart en fréquence  $\Delta\nu$  entre la fréquence de résonance et la fréquence laser. On a alors :

$$h_r(\Delta\nu) = H_r(\Delta\nu)e^{j\phi_r(\Delta\nu)}, \quad (1.23)$$

avec :

$$H_r^2(\Delta\nu) = \frac{R\left(\frac{P}{1-R}\right)^2 + 4(1-P)\frac{F^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\Delta\nu}{FSR}\right)}{1 + 4\frac{F^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\Delta\nu}{FSR}\right)}, \quad (1.24)$$

et

$$\tan \phi_r(\Delta\nu) = \frac{T \sin\left(\frac{2\pi\Delta\nu}{FSR}\right)}{1 + R(R+T) - (2R+T) \cos\left(\frac{2\pi\Delta\nu}{FSR}\right)}. \quad (1.25)$$

Les relations 1.23, 1.24 et 1.25 permettent donc de définir la fonction de transfert en réflexion

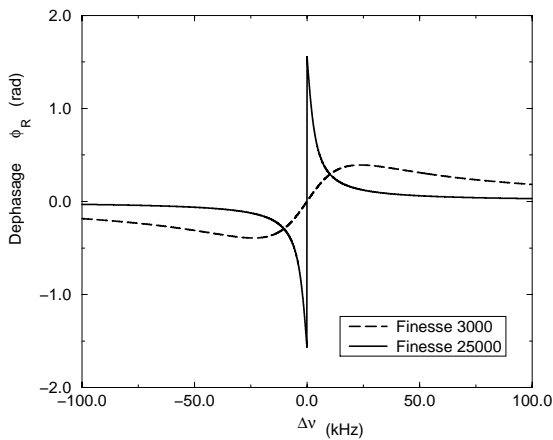


FIG. 1.5 - Phase de la fonction de transfert de la cavité.

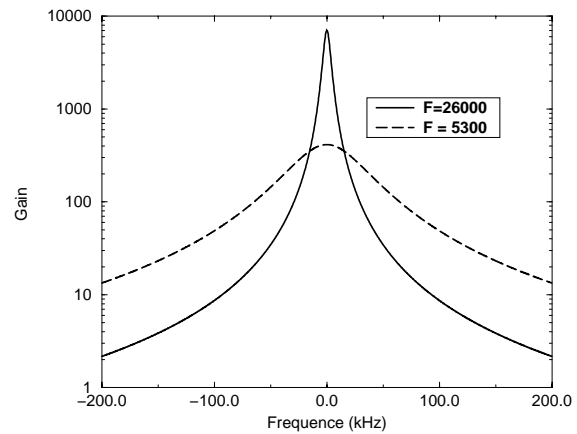


FIG. 1.6 - Module de la fonction de transfert de la cavité.

de la cavité au voisinage d'une résonance.

Lorsque l'écart en fréquence  $\Delta\nu$  est nul ( $\nu_{laser} = n \times FSR$ ), le gain est maximum, ce qui signifie que la quantité d'énergie stockée dans la cavité est maximum, et lorsque  $|\Delta\nu|$  augmente, le gain décroît rapidement (Figure 1.6).

Si on considère l'évolution de la phase de l'onde réfléchiée en fonction de  $\Delta\nu$  (Figure 1.5), on remarque que la phase est positive quand  $\Delta\nu > 0$  et négative quand  $\Delta\nu < 0$ . La phase porte donc une information sur le signe du décalage en fréquence entre la fréquence de résonance de la cavité et la fréquence laser. De plus, si on exprime  $H_r(\Delta\nu)$  et  $\phi(\Delta\nu)$  lorsque  $\frac{\Delta\nu}{FSR}$  tend vers zéro (et en particulier lorsque  $|\Delta\nu| < \Delta\nu_c$  où  $\Delta\nu_c$  est la fréquence de coupure définie par

l'équation 1.14), on a au premier ordre :

$$H_r(\Delta\nu) = \frac{\mathcal{F}.P}{\pi} \quad (1.26)$$

$$\phi_r(\Delta\nu) = \frac{2\pi\Delta\nu}{FSR} \times \frac{T}{P(1-R)} \quad (1.27)$$

Au voisinage de la résonance, la phase  $\phi(\Delta\nu)$  de l'onde réfléchie par la cavité est donc proportionnelle à l'écart en fréquence  $\Delta\nu$ .

Nous allons maintenant montrer que l'écart en fréquence  $\Delta\nu$  varie en permanence et que par conséquent, afin de maintenir le gain maximum dans la cavité, il faut un système capable de maintenir cet écart à zéro. Ce système utilisera l'information donnée par la phase de l'onde réfléchie par la cavité.

## 1.2 Cavités asservies

Nous venons de déterminer le comportement d'une cavité Fabry-Perot lorsqu'une onde plane de fréquence proche de la fréquence de résonance de la cavité rencontre le miroir d'entrée. Nous allons maintenant expliquer pourquoi en pratique il faut un système permettant d'assurer en permanence l'égalité entre la fréquence du laser et la fréquence de résonance de la cavité, ainsi que les implications que cela peut avoir.

### 1.2.1 Nécessité d'un contrôle de la fréquence du laser

#### Variation de fréquence du laser

Si on suppose que l'on peut décrire la fréquence du laser par un pic de Dirac sur l'axe des fréquences, on peut dire que ce pic se déplace en permanence sur l'axe (en fait ce pic est une raie de largeur à mi-hauteur égale à  $5 \text{ kHz}$  pour notre laser). La fréquence centrale de cette raie est soumise à des dérives rapides encore appelées "jitter", et à des dérives lentes appelées "drift" en fonction du temps.

Le laser que nous utilisons (Annexe B.1) possède une longueur d'onde égale à  $\lambda = 1064 \text{ nm}$  ce qui correspond à une fréquence  $\nu \sim 2.10^{14} \text{ Hz}$  ( $\lambda = c/\nu$ ), soit  $2.10^5 \text{ GHz}$ .

Les dérives rapides et lentes sont respectivement données par le fabricant égale à  $30 \text{ kHz/s}$  et à  $50 \text{ MHz/h}$ . Ces deux variations de fréquences sont de nature différente : la première correspond à des variations rapides autour de la fréquence moyenne du laser. La seconde provoque une dérive de cette fréquence moyenne.

Comparées à l'ordre de grandeur de la fréquence laser, ces dérives apparaissent infimes. Cependant, nous avons vu qu'une cavité Fabry-Perot définit des pics de résonance de largeur à mi-hauteur FWHM espacés en fréquence par l'intervalle spectral libre FSR (figure 1.4). Pour des miroirs de réflectivité moyenne ( $R \sim 99,9 \%$ ), la largeur à mi-hauteur vaut  $\sim 56 \text{ kHz}$ , et pour les miroirs nominaux ( $R \sim 99,986 \%$ ) que nous utilisons pour le polarimètre Compton, la largeur à mi-hauteur vaut  $\sim 7 \text{ kHz}$ .



Les dérives intrinsèques de la fréquence du laser peuvent donc provoquer des décalages suffisamment importants pour perdre le gain dans la cavité. Si on prend l'exemple de la cavité nominale, un écart de  $3,5 \text{ kHz}$  de la fréquence laser par rapport à la fréquence de résonance provoque une perte totale du gain dans la cavité.

Ce problème est d'autant plus critique que la finesse de la cavité est grande (à savoir la réflectivité des miroirs est proche de 1) puisque la largeur du pic de résonance est inversement proportionnelle à la finesse (éq. 1.15).

### Variations de longueur de la cavité

On vient de considérer les écarts entre la fréquence de résonance de la cavité et la fréquence du laser en ne tenant compte que des variations intrinsèques de la fréquence du laser. Cependant, la fréquence de résonance est également susceptible de varier dans le temps. En effet, on a montré précédemment que les pics de résonance de la cavité étaient espacés de  $FSR = \frac{c}{2L}$ . Par conséquent, si on appelle  $\nu_{res}$  la fréquence de résonance, on sait que :

$$\nu_{res} = n \times \frac{c}{2L} \quad , \quad n \in \mathbb{N}$$

Si on prend en compte une variation de longueur de la cavité  $\Delta L$  liée à une perturbation mécanique (Figure 1.7), on aura une variation relative de la fréquence de résonance :

$$\frac{\Delta \nu_{res}}{\nu_{res}} = \frac{\Delta L}{L}. \quad (1.28)$$

Sachant que la fréquence du laser que nous utilisons est de l'ordre de  $2.10^{14} \text{ Hz}$ , la fréquence

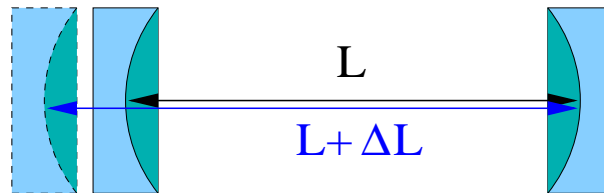


FIG. 1.7 - *Variation de longueur de la cavité  $\Delta L$*

de résonance est du même ordre de grandeur :  $\nu_{res} \simeq 2.10^{14} \text{ Hz}$ . Si on considère un écart  $\Delta L = 1 \mu\text{m}$  et une longueur de cavité égale à  $0,85 \text{ m}$  comme celle que nous utilisons, on obtient alors un décalage de la fréquence de résonance de l'ordre de :

$$\Delta \nu_{res} = \frac{\Delta L}{L} \times \nu_{res} \sim 235 \text{ MHz} \quad , \quad (1.29)$$

qui représente plus d'un intervalle spectral libre. Si on compare ce décalage à la largeur à mi-hauteur de  $7 \text{ kHz}$  pour la cavité nominale que nous utilisons, on constate que la moindre perturbation mécanique va provoquer le désaccord entre la fréquence de résonance et celle du laser.

Pour un système réel où le laser dérive en fréquence en permanence et où l'on a des perturbations mécaniques et acoustiques liées au fait que la cavité est reliée au tube faisceau d'un accélérateur d'électrons, il faut donc un système permettant de maintenir en permanence l'égalité entre la fréquence de résonance de la cavité et la fréquence du laser et nous allons maintenant décrire la méthode utilisée pour réaliser cet asservissement. Ces considérations soulignent également l'importance de la stabilité mécanique de la cavité.

## 1.2.2 Notion d'asservissement

Un asservissement est un système à contre-réaction qui permet de contrôler un paramètre quelconque (déplacement, température, fréquence) à partir d'une grandeur d'entrée que l'on appelle également consigne.

La chaîne comporte ce que l'on appelle un comparateur et un contrôleur. Le comparateur fournit l'information sur l'écart entre la valeur de référence (consigne) et la valeur que l'on veut contrôler. Le contrôleur utilise l'information sur cet écart et modifie en conséquence la valeur à contrôler.

Dans le cas de l'asservissement de la fréquence du laser, les éléments sont les suivants :

- Le comparateur appelé discriminateur va permettre de comparer la fréquence instantanée du laser avec une fréquence de référence fournie par la cavité optique. Il convertit les écarts de fréquence en écarts en tension avec un facteur de conversion  $D_v$  (V/Hz) et fournit un signal d'erreur.
- Le contrôleur est constitué par un filtre électronique (servo) qui va amplifier les écarts en tension avec un gain  $S$  (V/V).
- La chaîne secondaire va transformer les fluctuations de tension compensées en fluctuation de fréquence. On l'appelle actuateur et le coefficient de conversion est noté :  $K$  (Hz/V). L'actuateur peut être un module piezo-électrique ou un module Peltier.

L'ensemble constitue la boucle d'asservissement représentée sur la figure 1.8.

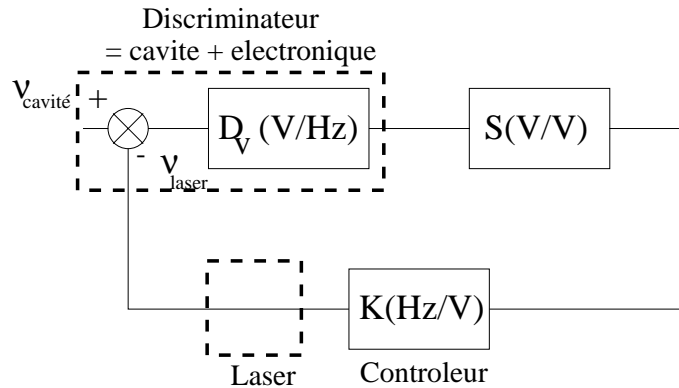
Un système asservi doit posséder deux qualités fondamentales : la précision et la stabilité. La précision désigne la capacité du système à rendre la valeur asservie égale à la valeur de référence. La stabilité désigne la capacité du système à maintenir la valeur contrôlée à la valeur souhaitée.

Afin de concevoir la boucle d'asservissement la mieux adaptée (optimisation du servo électronique), il faut trouver un compromis entre les conditions requises pour que le système soit stable (on précise quelques notions sur la stabilité d'un système bouclé en annexe A.5), et celles requises pour améliorer la précision du système<sup>3</sup>.

Les fonctions de transfert du servo électronique  $S$  et de l'actuateur  $K$  sont données à partir

---

<sup>3</sup>. La précision désigne l'erreur entre la valeur de consigne de l'asservissement et la valeur fournie. Plus l'erreur est faible, plus le système d'asservissement est précis.

FIG. 1.8 - *Boucle d'asservissement de la fréquence du laser*

des spécifications constructeurs de ces éléments. Pour connaître complètement la boucle d'asservissement de la fréquence du laser, il faut déterminer la fonction de transfert de l'élément discriminateur  $D_V$ .

Dans le prochain paragraphe, nous allons tout d'abord expliciter comment l'information sur l'écart entre la fréquence du laser et la fréquence de résonance de la cavité est obtenue. Ensuite nous verrons comment on peut calculer l'expression théorique de la fonction de transfert de l'élément discriminateur. Enfin, nous présenterons la méthode expérimentale que nous avons mise au point afin d'effectuer la mesure de cette fonction de transfert.

### 1.2.3 Méthode d'asservissement : principe

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.3.1, nous avons choisi un dispositif complètement fixe pour la cavité optique. On ne peut donc contrôler la position relative des miroirs et notre système d'asservissement est basé sur le contrôle de la fréquence du laser par l'intermédiaire de la méthode Pound-Drever [51], [52]. Nous avons choisi à cette fin un laser que nous pouvons contrôler en fréquence (Annexe B.1).

Nous décrivons dans ce paragraphe la méthode qui permet d'obtenir un signal en tension proportionnel à l'écart de fréquence que l'on appelle signal d'erreur. Le principe de cette méthode consiste à utiliser l'information sur la décalage en fréquence contenu dans la phase de l'onde réfléchie par la cavité pour asservir la fréquence du laser à la fréquence de résonance de la cavité. Comme nous l'avons expliqué au paragraphe 1.1.4, au voisinage d'une résonance, la phase  $\phi(\Delta\nu)$  de l'onde réfléchie par la cavité est proportionnelle à l'écart en fréquence  $\Delta\nu$  et permet donc de construire un signal de correction de la fréquence instantanée du laser.

Dans la mesure où il n'existe pas de détecteur directement sensible à la phase d'une onde laser, il faut trouver un système pour transformer l'information de phase en une information en intensité. La méthode Pound-Drever permet d'opérer cette transformation en effectuant une modulation de fréquence à la fréquence  $\frac{\Omega}{2\pi}$  de la phase de l'onde incidente sur la cavité. Cette modulation crée deux bandes latérales autour de la porteuse laser aux fréquences  $\nu_{laser} \pm \frac{\Omega}{2\pi}$ . Lorsque l'on envoie une onde ainsi modulée sur la cavité, avec  $\frac{\Omega}{2\pi} \gg FWHM$  et  $\nu_{res} - 2FWHM \leq$

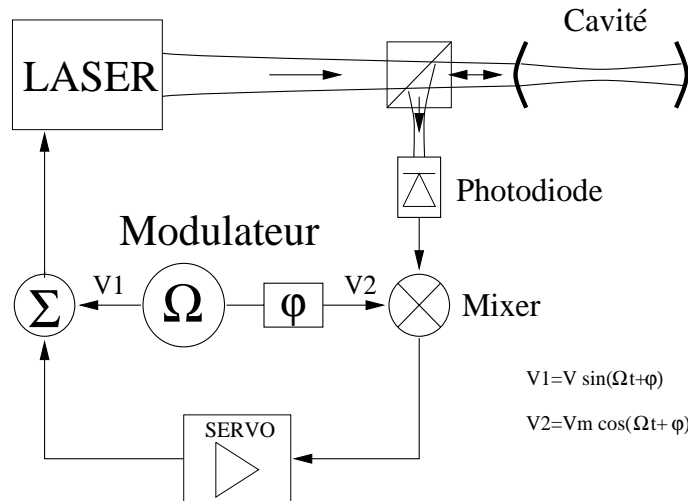


FIG. 1.9 - Schéma de principe de la méthode Pound-Drever. Le faisceau réfléchi par la cavité est extrait du faisceau incident pour ensuite être détecté par une photodiode rapide. Le signal ainsi obtenu est multiplié au niveau du mélangeur par un signal sinusoïdal de démodulation  $V2$ . Un circuit électronique permet de construire un signal de correction qui est sommé avec le signal sinusoïdal de modulation  $V1$  avant d'être appliqué au système de contrôle de la fréquence du laser.

$\nu_{laser} \leq \nu_{res} + 2FWHM$  (figure 1.10), le champ réfléchi contient alors les deux bandes latérales simplement réfléchies sans déphasage (car hors résonance) et la bande centrale déphasée. Les interférences entre la bande centrale et les bandes latérales créent un terme modulé en amplitude à la fréquence de modulation qu'une photodiode peut détecter. Elles créent également un terme constant et un terme modulé à deux fois la fréquence de modulation. Ces termes sont filtrés électroniquement (le calcul correspondant est présenté au paragraphe 1.3.1, éq. 1.38).

On obtient donc un signal contenant uniquement le terme modulé en amplitude à la fréquence de modulation. Ce terme contient un *facteur proportionnel au sinus* du décalage de phase  $\theta = \frac{2\pi\Delta\nu}{FSR}$ . Lorsque la fréquence du laser tend vers la fréquence de résonance de la cavité, ce facteur devient proportionnel au décalage en fréquence et on a :  $\sin(\theta) \sim \theta$ .

Le signal d'erreur est obtenu en mélangeant le signal de sortie de la photodiode avec un signal dit de démodulation à la même fréquence que le signal de modulation, mais d'amplitude différente et déphasé par rapport à celui-ci. Un traitement électronique permet ensuite de ne détecter que le terme modulé en amplitude qui contient l'information sur le décalage en fréquence  $\Delta\nu$ . Le signal d'erreur obtenu est alors injecté dans un servo électronique. Le signal de correction résultant est sommé avec le signal de modulation de phase provenant du modulateur et est appliqué sur le système de contrôle de la fréquence laser (voir figure 1.9).

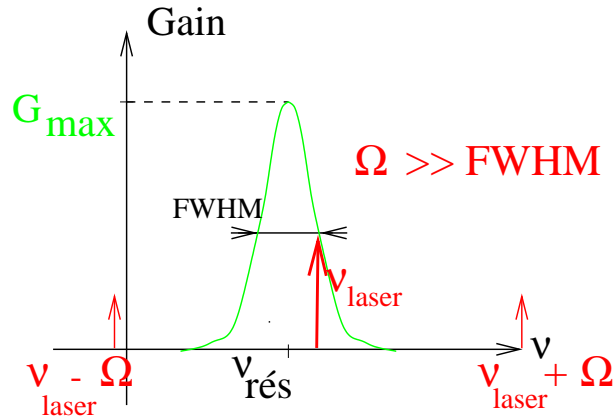


FIG. 1.10 - *Bandes de modulation du laser rencontrant la cavité Fabry-Perot.*

## 1.3 Cavité en boucle ouverte

### 1.3.1 Signal réfléchi par la cavité

Soit une onde plane monochromatique (annexe A.1.1) se déplaçant sur l'axe  $Oz$  telle que :  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j\phi(t,z)}$  où  $\phi(t,z) = \omega_L t - kz$  représente la phase de cette onde.

Pour moduler la phase de l'onde incidente, on applique une tension sinusoïdale de la forme  $V(t) = V_m \cos(\Omega t + \psi)$  sur le module piezoélectrique collé à la surface du cristal Nd:YAG du laser (Annexe B.1). Cette voie de contrôle est appelée "voie Fast" et le coefficient de proportionnalité associé est noté  $K_f$  (le constructeur de notre laser spécifie  $K_f = 3,2 \text{ MHz/V}$ ). La pulsation de l'onde peut alors s'écrire sous la forme :

$$\omega(t) = \omega_L + A_m \cos(\Omega t + \psi) \quad (1.30)$$

où  $A_m = 2\pi K_f V_m$  est le produit du coefficient  $K_f$  et de l'amplitude du signal de modulation de fréquence ramené à l'unité de pulsation.

On définit la pulsation instantanée du laser comme la dérivée par rapport au temps de la phase  $\phi(t)$  du champ. Par conséquent, la phase s'exprime sous la forme :

$$\phi(t) = \omega_L t + \beta \sin(\Omega t + \psi), \quad (1.31)$$

où  $\beta = A_m/\Omega$  est appelé indice de modulation de phase. La constante est omise car elle intervient simplement comme un déphasage supplémentaire dans l'expression du champ.

Le champ de l'onde incidente peut donc être réécrit :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega_L t - kz + \beta \sin(\Omega t + \psi))}. \quad (1.32)$$

Un problème concomitant à la modulation de phase est que l'on aura toujours la présence d'une modulation d'amplitude résiduelle (appelée RAM) [71]. Ceci conduit à choisir la fréquence de modulation optimum. Nous avons déterminé que cette fréquence sur notre système

était :  $928 \text{ kHz}$  [55]. L'expression du champ devient dans ce cas :

$$E(t) = E_0(1 + \epsilon \sin(\Omega t + \chi))e^{j(\omega_L t + \beta \sin(\Omega t + \psi))}$$

où  $\epsilon$  représente la modulation résiduelle d'amplitude à la fréquence  $\Omega$  et  $\chi$  le décalage de phase associé.

Dans les références [78] et [81], on trouve la valeur mesurée pour  $\beta$  et  $\frac{\epsilon}{\beta}$  à l'amplitude de modulation  $V_m = 60 \text{ mV}$  pour la fréquence  $928 \text{ kHz}$  :

$$\beta = 0,577 \quad \text{et} \quad \frac{\epsilon}{\beta} = 1,26 \cdot 10^{-4}$$

Les amplitudes de  $\beta$  et de  $\epsilon$  varient linéairement avec l'amplitude de modulation de fréquence. L'amplitude  $V_m$  du signal de modulation est typiquement de  $40 \text{ mV}$  sur notre système, on en déduit les valeurs de  $\beta$  et  $\epsilon$  :

$$\beta \simeq 0,38 \quad \text{et} \quad \epsilon \simeq 0,8 \cdot 10^{-4}$$

Compte tenu de la valeur de  $\epsilon$  à la fréquence de modulation choisie, on a :  $\epsilon \sin(\Omega t + \chi) \ll 1$  et on peut négliger cet effet. Par ailleurs, comme  $\beta$  est faible, on peut développer le terme exponentiel de l'expression 1.33 en fonction de Bessel au premier ordre. On aboutit à [32] :

$$E = E_0 e^{-jkz} e^{j\omega_L t} [J_0(\beta) + 2jJ_1(\beta)\sin(\Omega t + \psi)] \quad (1.33)$$

où  $J_0(\beta) \simeq 1$  et  $J_1(\beta) \simeq \frac{\beta}{2}$ .

Cette expression met en évidence la présence des trois "raies" présentées au paragraphe 1.2.3 aux pulsations  $\omega_{laser}$ ,  $\omega_{laser} + \Omega$  et  $\omega_{laser} - \Omega$ .

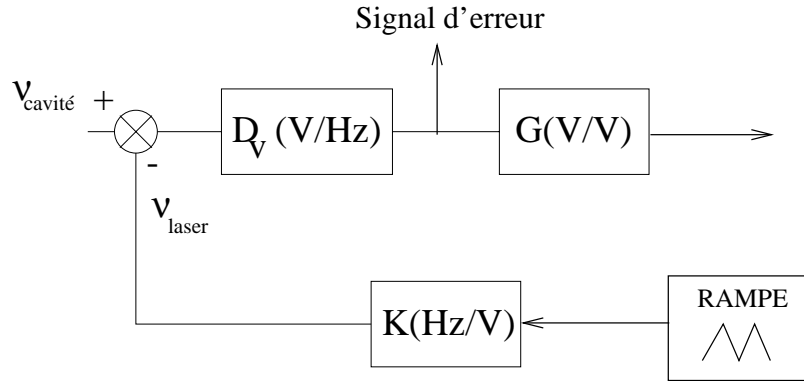
Expérimentalement, pour parvenir à asservir la fréquence du laser à la fréquence de résonance de la cavité, il faut pouvoir placer la raie centrale au voisinage de la résonance comme le montre la figure 1.10. On utilise pour cela la deuxième voie de contrôle de notre laser : le module Peltier.

Comme indiqué en annexe B.1, ce module permet de réguler la température du cristal du laser et par ce biais d'effectuer des décalages en fréquence importants. La constante de temps de ce module est lente (la fréquence de coupure est  $f_c = 0,16 \text{ Hz}$ ) et ne peut permettre de réaliser seul l'asservissement mais complète l'action du module piezoélectrique en corrigeant les dérives lentes du système. On appelle cette voie de contrôle la voie "Slow" et son coefficient de proportionnalité noté  $K_s$  (la lettre s tient pour "slow") vaut  $\sim 1 \text{ GHz/V}$ .

Lorsque la fréquence du laser est proche d'une résonance de la cavité, un signal triangulaire d'amplitude égale à  $20 \text{ V}$  pic-pic (amplitude maximum de notre générateur de fonction) que l'on envoie sur la voie Fast du contrôleur du laser permet d'effectuer à la fréquence de quelques hertz un balayage en fréquence d'environ  $60 \text{ MHz}$ . Ce balayage permet de croiser régulièrement un pic de résonance. On appelle ce mode de fonctionnement "mode boucle ouverte" car la boucle d'asservissement n'est alors pas refermée. Elle est ouverte entre le bloc servo électronique  $S$  et le bloc actuateur  $K$  qui est le contrôleur du laser (figure 1.11).

---

4. La valeur de  $V_m$  dans ce cas était celle qui permettait d'optimiser le fonctionnement de l'asservissement

FIG. 1.11 - *Mode de fonctionnement en boucle ouverte.*

Considérons une simple raie que l'on déplace en fréquence autour de la zone de résonance définie par la cavité. Lorsque celle-ci est située hors de la résonance, elle est entièrement réfléchi et la photodiode visualise un niveau haut. Au voisinage de la résonance, au contraire, l'onde pénètre dans l'interféromètre et le niveau observé par la photodiode diminue. Par conséquent, si on effectue un balayage en fréquence autour de la résonance, on observera un creux de tension sur la diode en réflexion comme cela est décrit sur la figure 1.12.

Lorsque l'onde incidente est modulée, elle contient trois raies en fréquences et lorsque celles-ci passent successivement au niveau de la résonance, on observe successivement trois creux en réflexion (figure 1.13).

Le calcul des intensités respectives des trois pics de résonance successifs est présenté en annexe C.4 dans le cadre général où on tient compte de la modulation résiduelle d'amplitude. Sur notre système, la modulation résiduelle d'amplitude est négligeable et les intensités du pic central et des pics latéraux s'écrivent :

$$I_{cent} = \frac{1}{2} E_0^2 H_r^2(0) \quad (1.34)$$

$$I_{lat} = \frac{1}{8} E_0^2 H_r^2(0) \beta^2 \quad (1.35)$$

Comme  $\beta \sim 0,5$ , l'amplitude en tension des pics latéraux est de l'ordre de 3% de celle du pic central.

### 1.3.2 Construction du signal d'erreur

En partant de l'expression du champ incident (équation 1.33), et de l'expression de la fonction de transfert en fréquence de la cavité, on peut déduire l'expression du champ réfléchi  $E_r$ . En effet, au voisinage de la résonance seule la bande centrale rentre dans la cavité alors que les bandes latérales elles sont simplement réfléchies par un miroir de réflectivité connue  $R$ . On a donc :

$$E_r = E_0 e^{-jkz} e^{j2\pi\nu_{laser}t} [J_0(\beta)h_r(\Delta\nu) + 2jrJ_1(\beta)\sin(\Omega t + \psi)] \quad (1.36)$$

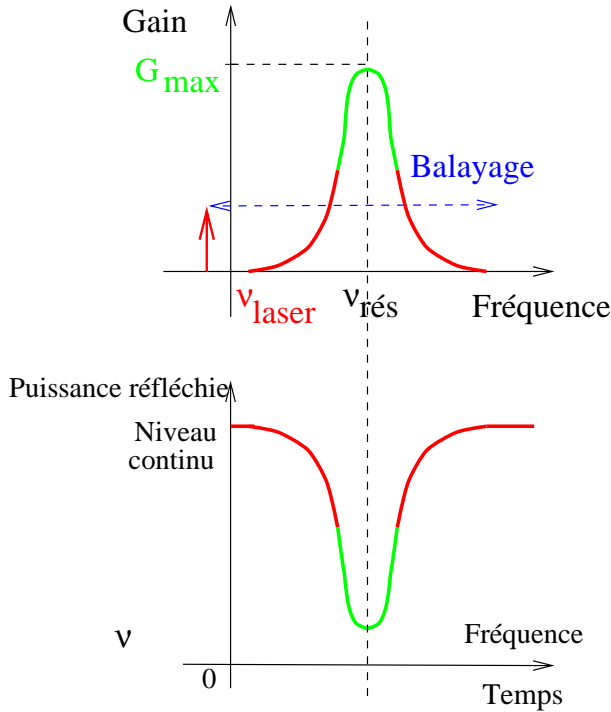


FIG. 1.12 - Construction du signal en réflexion

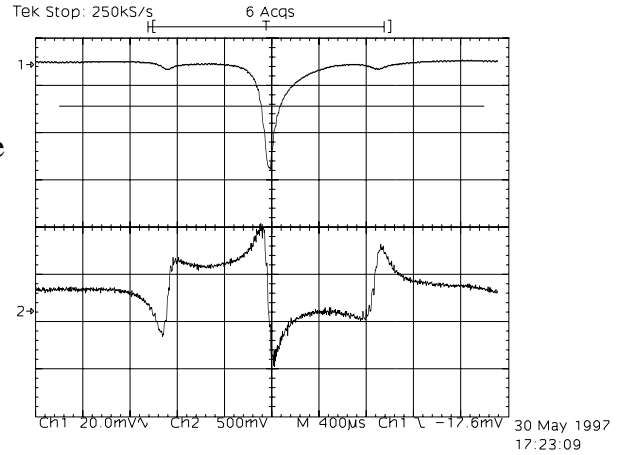


FIG. 1.13 - Signal en réflexion (en haut) et signal d'erreur (en bas)

L'intensité de ce champ est obtenue en le multipliant avec son conjugué. On obtient une intensité avec un terme continu (constante), un terme en  $\sin(\Omega t + \psi)$  qui est celui qui contient l'information sur le décalage en fréquence et un terme d'ordre supérieur (terme  $(2\Omega t)$ ):

$$I_r = \frac{1}{2} \mathcal{R}e\{E_r E_r^*\} = 2I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) H_r(\Delta\nu) \sin(\phi(\Delta\nu)) \sin(\Omega t + \psi) + \text{constante} + \text{terme}(2\Omega t) \quad (1.37)$$

Le signal passe alors dans un filtre électronique passe-bande centré sur la fréquence de modulation  $\frac{\Omega}{2\pi}$ . On élimine ainsi le terme constant et le terme en  $2\Omega t$ . Le signal ne contient alors plus que la composante  $\Omega t$  qui permet d'effectuer l'asservissement.

Si on tient compte de l'efficacité quantique  $\eta_q$  de la photodiode de lecture et de l'efficacité du couplage optique à sa surface de détection  $\eta_{opt}$ , on peut alors exprimer la tension aux bornes de sa résistance de lecture  $R_{lec}$  :

$$V_{diode} = 2R_{lec} \eta_{opt} \eta_q I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) H_r(\Delta\nu) \sin(\phi(\Delta\nu)) \sin(\Omega t + \psi) \quad (1.38)$$

On pose :

$$A = 2R_{lec} \eta_{opt} \eta_q I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \quad (1.39)$$

Lorsque l'on a obtenu cette tension, il suffit de multiplier le signal avec un signal sinusoïdal  $\sin(\Omega t + \psi_{demod})$  à la même fréquence (démodulation) pour extraire directement le terme conte-



nant l'information du décalage en fréquence. Nous utilisons pour cela un mélangeur<sup>5</sup> dont on note l'efficacité  $\chi$ . La tension à la sortie du mélangeur vaut alors :

$$V_{mel} = \chi A H_r(\Delta\nu) \sin(\phi(\Delta\nu)) \sin(\Omega t + \psi) \sin(\Omega t + \psi_{demod}) \quad (1.40)$$

d'où :

$$V_{mel} = \chi \frac{A}{2} H_r(\Delta\nu) \sin(\phi(\Delta\nu)) (\cos(\psi_{demod} - \psi) - \cos(\psi_{demod} + \psi + 2\Omega t)) \quad (1.41)$$

En coupant la composante à  $2\Omega t$  par un nouveau filtrage électronique (filtre passe-bas), et en réglant le déphasage du signal de démodulation tel que  $\psi_{demod} = \psi$ , on obtient :

$$V_{mel} = \frac{A}{2} \chi H_r(\Delta\nu) \sin(\phi(\Delta\nu)) \quad (1.42)$$

Cette expression permet de construire le signal d'erreur. Lorsque l'on balaye la fréquence laser,  $\Delta\nu$  varie linéairement en fonction du temps. On peut alors observer à l'oscilloscope le signal représenté sur la figure 1.14 qui n'est autre que  $V_{mel} = f(\Delta\nu(t))$  où  $t$  représente le temps. En se rappelant l'expression de  $h_r(\Delta\nu)$  quand  $\Delta\nu$  tend vers zéro (équation 1.26), on peut exprimer la pente  $D_v$  de la zone linéaire du signal d'erreur sous la forme :

$$D_v = A \chi \frac{\mathcal{F}}{FSR} \frac{T}{1 - R} \quad (1.43)$$

où  $A$  est donné par la relation 1.39.

Cette pente est caractéristique de la réponse de la cavité aux perturbations extérieures et il est nécessaire de déterminer expérimentalement sa valeur pour concevoir le filtre du servo électronique le mieux adapté à la réduction du bruit. La forme très raide de la courbe rend difficile l'ajustement de la phase du signal de démodulation par la simple visualisation du signal à l'oscilloscope, et ce d'autant plus que la bande passante de la cavité est faible (le facteur  $\mathcal{F}/FSR = 1/FWHM$  intervient dans l'expression de  $D_v$ ). En pratique, le réglage de la valeur de  $\psi_{demod}$  se réalise manuellement de la manière suivante : en remarquant que lorsque  $\psi_{demod} = \psi \pm \frac{\pi}{2}$ , le terme fonction de  $\Delta\nu$  dans l'expression 1.40 disparaît et ne reste que le terme en  $2\Omega t$  [70], on en déduit que pour un tel réglage de phase, le signal  $V_{mel}$  doit rester nul quand la fréquence laser balaye les fréquences autour de la fréquence de résonance définie par la cavité. Le réglage de  $\psi_{demod} = \psi \pm \frac{\pi}{2}$  se fait donc en rendant le signal d'erreur plat. Cette procédure simple permet de régler avec une bonne précision la valeur de  $\psi_{demod}$ . Il suffit alors d'ajouter ou de retrancher  $\frac{\pi}{2}$  à la valeur déterminée pour parfaire le réglage (la valeur optimale varie peu dans le temps : environ  $1^\circ$  en un mois). La discrimination entre  $\pm \frac{\pi}{2}$  s'effectue empiriquement de manière simple puisqu'une des deux valeurs fait diverger le système d'asservissement.

Dans le mode "boucle ouverte", le signal d'erreur est envoyé dans le filtre électronique  $G$  mais la boucle d'asservissement reste ouverte. Pour utiliser l'asservissement, on relie le signal  $V_{servo}$

5. Le mélangeur que nous utilisons est un MPY634 de Burr Brown.

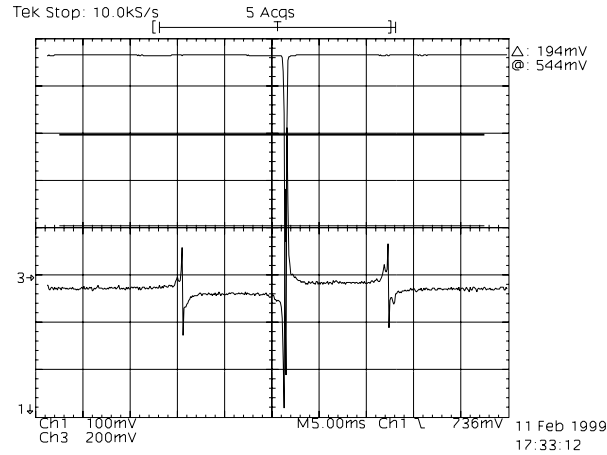


FIG. 1.14 - *Signal en réflexion et signal d'erreur en fonction du temps, cavité CEBAF 0,85 m, miroirs nominaux*

(voir figure 1.11) et l'actuateur  $K$  (il s'agit du module piezoélectrique) lorsque la fréquence du laser est proche de la fréquence de résonance de la cavité. On cesse en même temps d'appliquer la rampe triangulaire de tension sur le module piezoélectrique. Ces opérations permettent de passer en mode "boucle fermée". Le passage d'un mode de fonctionnement à l'autre est explicité au paragraphe 2.1.1.

## 1.4 Réponse de la cavité asservie à une perturbation

Nous venons de déterminer l'expression (1.42) du signal d'erreur à l'entrée du servo électronique. Il est important de noter que la forme de signal obtenue ne correspond qu'au mode de fonctionnement en "boucle ouverte" que nous avons défini précédemment.

Nous allons considérer dans ce paragraphe la réponse de la cavité aux perturbations en mode boucle fermée puisque le calcul est analogue au calcul en "boucle ouverte". Ce calcul nous permettra de déterminer théoriquement la fonction de transfert de la cavité. La connaissance de cette fonction est nécessaire pour optimiser l'asservissement de la fréquence du laser.

On suppose que la fréquence laser correspond à la fréquence de résonance de la cavité mais on ajoute une perturbation en fréquence sinusoïdale à la fréquence :  $\nu_N$ . En tenant compte de la modulation, on peut écrire la pulsation résultante sous la forme :

$$\omega = \omega_{res} + A_m \cos(\Omega t) + B_N \cos(2\pi\nu_N t) \quad (1.44)$$

où  $B_N = 2\pi K_f V_N$  représente l'amplitude de perturbation de la pulsation laser.

L'expression du champ incident sur la cavité est donc :

$$E = E_0 e^{-jkz} e^{j(\omega_{res} t + \beta \sin(\Omega t) + \alpha_N \sin(2\pi\nu_N t))} \quad (1.45)$$

où  $\beta = A_m/\Omega$  et  $\alpha_N = \frac{B_N}{2\pi\nu_N}$ .

De la même manière que précédemment, on peut développer l'expression 1.45 en fonctions de

Bessel au premier ordre. En supposant que l'amplitude de perturbation est faible ( $\alpha_N \ll 1$ ), on obtient :

$$E = E_0 e^{j2\pi\nu_{res}t} \times [J_0(\beta) + 2jJ_1(\beta)\sin(\Omega t + \psi)] \times [1 + \frac{\alpha_N}{2}(e^{2j\pi\nu_N t} - e^{-2j\pi\nu_N t})] \quad (1.46)$$

En développant, on aboutit à :

$$E = E_0 e^{j2\pi\nu_{res}t} [J_0(\beta) + \frac{\alpha_N}{2}J_0(\beta)(e^{2j\pi\nu_N t} - e^{-2j\pi\nu_N t}) + 2jJ_1(\beta)\sin(\Omega t) - 2\alpha_N J_1(\beta)\sin(\Omega t)\sin(2\pi\nu_N t)] \quad (1.47)$$

On considère la réponse de la cavité à chaque terme de l'expression précédente :

- Le terme à la fréquence  $\nu_{res}$  est réfléchi avec le coefficient en amplitude  $h_r(0) = H_r(0)$  réel.
- Les termes aux fréquences  $\nu_{res} \pm \nu_N$  sont réfléchis avec le coefficient en amplitude  $h_r(\pm\nu_N) = H_r(\nu_N)e^{\pm\phi(\nu_N)}$ .
- Les termes aux fréquences  $\frac{\Omega}{2\pi}$  et  $\frac{\Omega}{2\pi} \pm \nu_N$  sont complètement réfléchis et  $h_r \simeq 1$ .

Le champ réfléchi par la cavité peut donc s'écrire :

$$E = E_0 e^{j2\pi\nu_{res}t} \times [J_0(\beta)H_r(0) + \frac{\alpha_N}{2}J_0(\beta)H_r(\nu_N)(e^{j(2\pi\nu_N t + \phi_r(\nu_N))} - e^{-j(2\pi\nu_N t + \phi_r(\nu_N))}) + 2jJ_1(\beta)\sin(\Omega t) - 2\alpha_N J_1(\beta)\sin(\Omega t)\sin(2\pi\nu_N t)] \quad (1.48)$$

L'expression de la tension du signal obtenu au niveau du mélangeur est alors :

$$V_{mel} = 2R_{lec}\eta_{opt}\chi\eta_q E_0^2 J_0(\beta)J_1(\beta)\alpha_N \times [(H_r(\nu_N)\cos(\phi_r(\nu_N)) - H_r(0))\sin(2\pi\nu_N t) + H_r(\nu_N)\sin(\phi(2\pi\nu_N t))] \quad (1.49)$$

Finalement, en utilisant le paramètre A (éq. 1.39), on obtient :

$$V_{mel} = \frac{A}{2}\chi\alpha_N\nu_N\Gamma_c(\nu_N)\cos(2\pi\nu_N t + \Omega_c(\nu_N)) \quad (1.50)$$

où l'on a introduit l'amplitude de perturbation  $\alpha_N\nu_N$  et la réponse de la cavité  $\Gamma_c$  avec la phase  $\Omega_c$  à une perturbation de fréquence  $\nu_N$ . On a :

$$\Gamma_c^2(\nu_N) = \frac{(H_r(\nu_N)\cos(\phi_r(\nu_N)) - H_r(0))^2 + (H_r(\nu_N)\sin(\phi_r(\nu_N)))^2}{\nu_N^2} \quad (1.51)$$

$$\tan(\Omega_c(\nu_N)) = -\frac{H_r(\nu_N)\cos(\phi_r(\nu_N)) - H_r(0)}{H_r(\nu_N)\sin(\phi_r(\nu_N))} \quad (1.52)$$

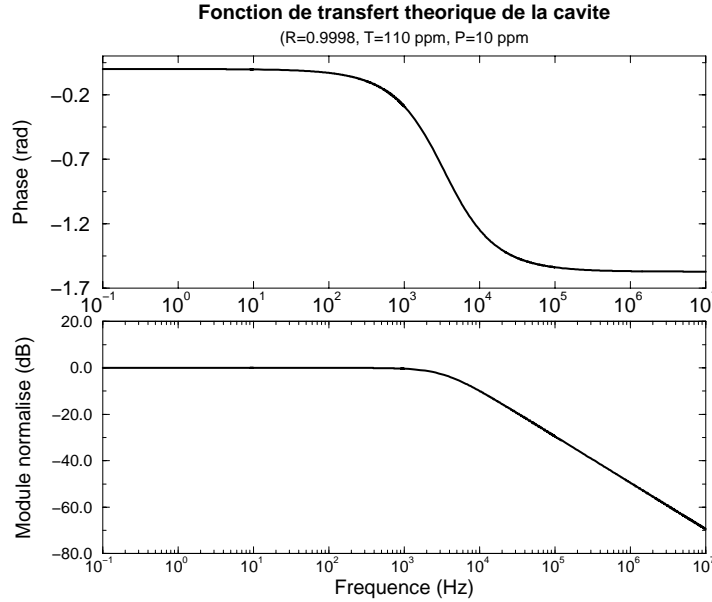


FIG. 1.15 - *Réponse en fréquence de la cavité Fabry-Perot nominale*

La fonction  $\Gamma_c^2(\nu_N)$  représente la fonction de transfert de la cavité au sens électronique du terme. Si on considère une fréquence de perturbation telle que  $\frac{\nu_N}{FSR} \rightarrow 0$ , on peut écrire :

$$\Gamma_c \rightarrow H_r(0) \frac{\phi_r(\nu_N)}{\nu_N} \sim 2 \frac{T}{1-R} \times \frac{\mathcal{F}}{FSR} \quad (1.53)$$

Par conséquent, lorsque la fréquence de perturbation tend vers zéro, la tension à la sortie du mélangeur est égale à la pente du signal d'erreur déterminée par la relation 1.43. Cela signifie que le gain statique (ou encore gain basse fréquence) de la fonction de transfert de la cavité est égal à la pente du signal d'erreur en "boucle ouverte". On présente sur la figure 1.15 la fonction de transfert ainsi que son déphasage associé. Afin d'expliquer l'équation 1.51, on peut considérer le cas où les pertes au niveau d'un miroir sont négligeables. On a alors  $P = 0$  et :

$$\Gamma(\nu_N) = \frac{H_r(\nu_N)}{\nu_N} = \frac{2\mathcal{F}}{FSR} \times \frac{\text{sinc}\left(\frac{\pi\nu_N}{FSR}\right)}{1 + \frac{4\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\nu_N}{FSR}\right)} \quad (1.54)$$

En première approximation, lorsque  $\frac{\nu_N}{FSR} \ll 1$ , on peut écrire  $\text{sinc}\left(\frac{\pi\nu_N}{FSR}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi\nu_N}{FSR}\right)}{\frac{\pi\nu_N}{FSR}} \approx 1$  et la cavité possède la fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 1 dont la fréquence de coupure vaut :

$$\nu_{\text{coupure}} = \frac{FSR}{2\mathcal{F}} = \frac{1}{2} \times FWHM \quad (1.55)$$

Nous venons de montrer que la cavité peut être modélisée par un filtre passe-bas d'ordre 1 dont le gain statique est égal à la pente du signal d'erreur. Il est nécessaire de déterminer expérimentalement cette fonction de transfert afin d'adapter le servo électronique  $S$  à la stabilité du

système et à la réduction du bruit (voir §5.2.1).

Dans ce chapitre, nous avons donc décrit la réponse d'une cavité optique Fabry-Perot à un champ électromagnétique incident. Ensuite, nous avons exposé les motivations et le principe du système d'asservissement de la fréquence du laser. Nous avons donné les bases théoriques dans l'approximation du régime stationnaire afin de comprendre la forme des signaux observés lorsque la fréquence laser est proche d'une fréquence de résonance. Enfin, nous avons étudié la réponse de la cavité aux perturbations lorsque l'asservissement est en fonctionnement.

Le prochain chapitre sera consacré dans un premier temps à la description du système que nous avons installé à TJNAF. Ensuite, nous décrirons la méthode expérimentale, inspirée de la méthode de mesure de  $D_v$  décrite par Pace [69], que nous avons employée afin de déterminer la fonction de transfert de la cavité  $\Gamma_c$  dont la connaissance permet d'optimiser le servo électronique. Nous étudions également le comportement de la cavité en régime non-stationnaire afin d'expliquer la forme des signaux réfléchis par la cavité en boucle ouverte.



---

## Chapitre 2

# Caractérisation de la cavité optique

Nous avons présenté dans le précédent chapitre les principes de base du fonctionnement de la cavité Fabry-Pérot et de son asservissement. Nous présentons maintenant le dispositif complet tel qu'il a été installé dans l'accélérateur TJNAF. Nous décrivons ensuite la méthode de mesure *originale* de la fonction de transfert de la cavité (le calcul théorique de cette fonction a été donné au paragraphe 1.4) en "boucle fermée" que nous avons mise au point. Nous présentons alors les mesures en boucle ouverte et en régime transitoire qui permettent de valider cette mesure. Enfin, nous étudions la cavité en régime non-stationnaire.

### 2.1 Description du montage d'asservissement

La figure 2.1 présente le synoptique du montage réalisé à TJNAF pour la mise en oeuvre de la méthode Pound-Drever. Le système est composé des éléments suivants qui ont été placés en trois endroits différents :

- L'électronique spécifique d'asservissement, le générateur de rampe, le générateur de signaux sinusoïdaux (modulation de fréquence), l'oscilloscope et la station de travail sont situés dans la salle de comptage du hall A.
- Le laser et son boîtier de contrôle, les photodiodes, les préamplificateurs et la cavité sont situés sur la table optique dans le tunnel où se trouve la chicane magnétique.
- Le châssis VME utilisé pour le contrôle-commande de l'électronique est situé dans le Hall A de Jefferson Lab.

Il a été choisi de placer un minimum d'éléments électroniques dans le tunnel afin de les protéger des radiations. Le système présente donc plusieurs particularités par rapport à des systèmes équivalents préexistants [71] :

- Les signaux d'asservissement et de contrôle sont transportés sur une centaine de mètres puisque le tunnel et la salle de comptage sont séparés de cette distance.

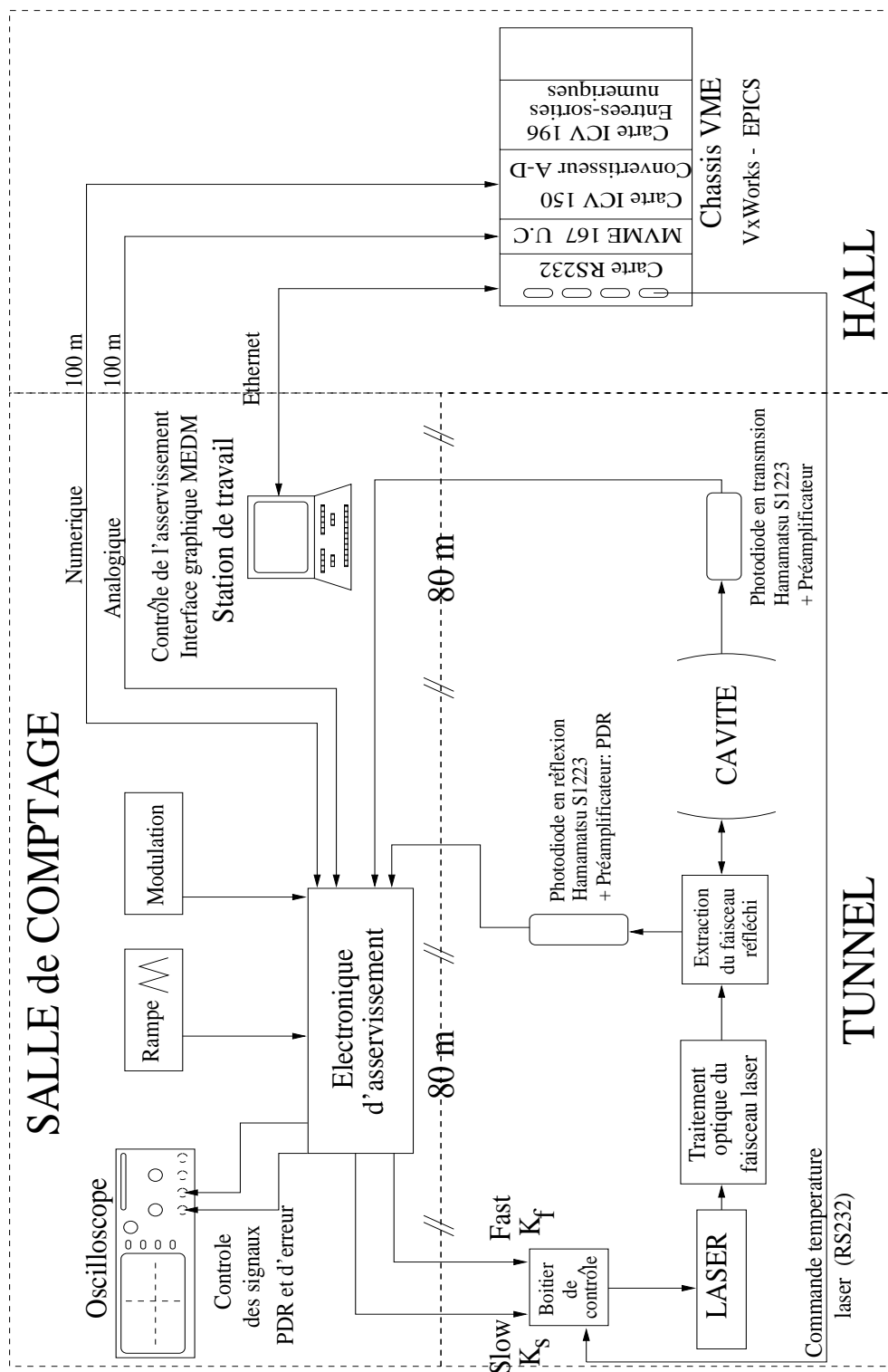


FIG. 2.1 - *Synoptique du fonctionnement de la cavité asservie à CEBAF*



- L'électronique est complètement contrôlée depuis la station de travail située dans la salle de comptage par l'intermédiaire d'une carte d'interface. Cette carte permet de transporter les signaux numériques sur 100 m.  
Le choix de répartir les éléments de contrôle de l'électronique en trois emplacements différents (voir figure 2.1) a été dicté par la volonté de réduire les coûts d'installation (un châssis VME était nécessaire dans le hall et regrouper toutes les fonctionnalités de l'électronique dans la salle de comptage impliquait de doubler le châssis et les cartes).
- Un système de basculement automatique du mode boucle ouverte au mode boucle fermée au voisinage d'une résonance a été conçu pour permettre au système de fonctionner de manière autonome. Il comprend un circuit électronique et un programme qui gère le balayage de la fréquence du laser.

### 2.1.1 L'électronique

L'électronique d'asservissement a été conçue de manière modulaire. Elle comprend (figure 2.2) :

- *Les préamplificateurs des photodiodes PDR et PDT (PREAMP) :*  
Les photodiodes sont polarisées avec un niveau continu de 5V.  
Le courant issu des photodiodes est transformé en un signal en tension par un amplificateur transimpédance.  
Des émetteurs permettent de transmettre les signaux à travers des câbles coaxiaux sur une distance de 100 m.
- *La carte acquisition du signal d'erreur (ACQSIGN) :*  
Cette carte permet de construire le signal d'erreur à partir du signal de sortie du préamplificateur de photodiode. Elle permet également de le visualiser en boucle ouverte et en boucle fermée. Au niveau traitement du signal, la carte effectue les fonctions décrites au paragraphe 1.3.1 : le signal photodiode est filtré (filtre passe-bande), mélangé avec le signal de démodulation et amplifié. L'amplification est effectuée par un étage de gain  $S_0$ . Le gain  $S_0$  est contrôlable depuis la station de commande. On obtient à sa sortie le signal d'erreur tel qu'il est décrit par l'équation 1.42.
- *La carte servo (SERVO) :*  
Cette carte a pour but de déterminer, à partir du signal d'erreur provenant de la carte d'acquisition, la correction à apporter à la fréquence du laser en agissant sur la voie lente (slow) et sur la voie rapide (fast) de ce dernier. La définition théorique du filtre a été inspirée par celui réalisé sur PVLAS [69], mais sa détermination finale a nécessité la caractérisation expérimentale de la fonction de transfert de la cavité (paragraphe 2.2). Les deux voies de contrôle jouent des rôles complémentaires : la voie dite "slow" possède un grand gain ( $> 120 \text{ dB}$ ) jusque la fréquence de coupure de  $0,16 \text{ Hz}$  et est adaptée au contrôle des variations lentes ( $< 0,16 \text{ Hz}$ ) de la fréquence du laser. La voie "Fast" possède un gain inférieur au gain de la voie "Slow" mais sa fréquence de coupure est de  $30 \text{ kHz}$  et



verte” au mode ”boucle fermée” de deux manières différentes :

- Fonctionnement manuel : la fermeture de la boucle et la mise en fonctionnement des intégrateurs sont gérées par des interrupteurs à actionner manuellement. L'accord entre la fréquence du laser et la fréquence de résonance de la cavité est recherché par l'ajout d'une tension réglable (un potentiomètre permet le réglage).
- Fonctionnement automatique : l'asservissement fonctionne sur demande de l'utilisateur. Cette demande peut être soit logicielle soit manuelle.

La fermeture de la boucle est basée sur un comparateur à hystérésis (figure 2.3). Un seuil de déclenchement  $V_{seuil}$  est réglable depuis la station de contrôle. Le seuil de décrochage  $V_{dec}$  est placé à 100 mV au-dessus de  $V_{seuil}$ .

Lorsque la fréquence laser croise une résonance, le signal en réflexion sur la diode PDR présente comme nous l'avons décrit précédemment une chute de tension. Lorsque la tension devient plus faible que  $V_{seuil}$  un ordre de fermeture de la boucle est envoyé par la carte d'accrochage (l'interrupteur qui permet d'utiliser la rampe est ouvert en même temps que les interrupteurs aux sorties des intégrateurs Fast et Slow sont fermés, voir figure 2.2). L'accord est réalisé automatiquement par le séquenceur<sup>1</sup>. Ce système permet l'accord en fréquence dès lors que la fréquence du laser se trouve au voisinage d'une fréquence de résonance ( pour croiser la résonance, il faut que la rampe de tension soit appliquée sur la voie ”Fast” du laser lorsqu'on est en boucle ouverte).

Lorsque la boucle est fermée, si le signal photodiode (PDR) remonte au-dessus  $V_{dec}$ , alors les opérations inverses sont effectuées.

De manière à ce que le système soit complètement indépendant de l'opérateur, un programme (procédure EPICS) a été ajouté pour rechercher l'accrochage lorsque la fréquence du laser est loin de la résonance (écart en fréquence supérieur au balayage de la rampe :  $\sim 70MHz$ ). Il consiste à déplacer la fréquence du laser en actionnant le module Peltier jusqu'à ce que celle-ci croise une résonance et que l'électronique permette de passer en boucle fermée. Lorsque la boucle est fermée, la puissance s'installe dans la cavité. Le déplacement de la fréquence du laser est stoppé quand la puissance devient non nulle sur les détecteurs de puissance en sortie de cavité.

### 2.1.2 Le contrôle-commande

Nous avons conçu le système de manière à pouvoir contrôler tous les aspects importants du réglage et de la mise en oeuvre du polarimètre depuis la salle de comptage située au-dessus du hall. Cela comprend à la fois les éléments optiques dont nous discuterons dans le paragraphe 3.3.1 et le contrôle de l'électronique d'asservissement. Nous avons utilisé pour cela le système EPICS [95]. Il fournit une interface graphique sur station UNIX par l'intermédiaire du logiciel ”MEDM” (Motif Editor and Display Manager). Le principe de son fonctionnement repose sur

---

1. Le séquenceur est un composant programmable qui permet d'effectuer des opérations logiques telles que la gestion et la répercussion des ordres du contrôle-commande.

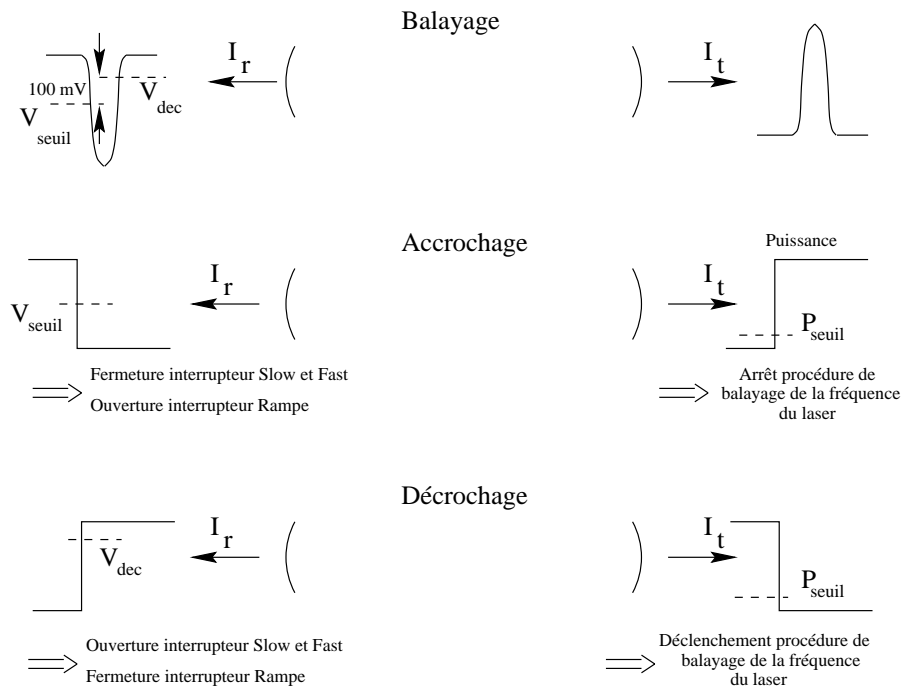


FIG. 2.3 - *Accrochage automatique de la cavité*

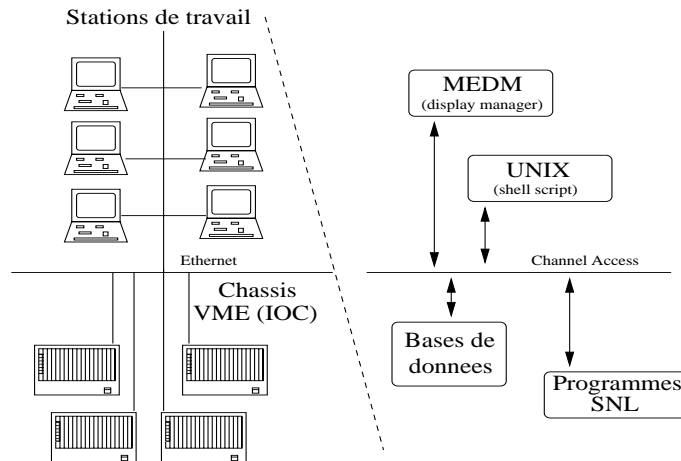
un ensemble de bases de données. Ces bases de données sont chargées sur une carte unité centrale (CPU) dans un châssis VME. Elles permettent de gérer en temps réel les entrées-sorties numériques et analogiques des cartes du châssis. On présente sur la figure 2.4 le principe général de fonctionnement.

Un châssis VME spécifique au polarimètre Compton est installé dans le Hall A. Ce châssis contient les cartes suivantes :

- Une carte ICV150 (convertisseur analogique-numérique ADAS) : mesure les tensions des signaux de contrôle (PDR, PDT, signal Fast, signal Slow). La vitesse d'échantillonnage maximum de ces cartes est  $\sim 600 Hz$ .
- Une carte ICV196 : émet et reçoit des signaux TTL. Elle possède 96 voies configurables en entrée ou en sortie. L'interface numérique entre le séquenceur de la carte électronique et les écrans de contrôle est réalisée grâce à cette carte.
- Une carte MVME335 : permet de commander par liaison série RS232 des appareils tels que le laser ou le système réfrigérant du détecteur de photons.

Grâce à ce système de contrôle-commande, nous avons pu concevoir un écran de contrôle de la boucle d'asservissement qui peut être actionné depuis la station de travail dans la salle de comptage. Les fonctionnalités disponibles sont les suivantes :

- Réglage de la tension de seuil  $V_{seuil}$ .

FIG. 2.4 - *Principe simplifié du système EPICS*

- Réglage du gain de la boucle  $S_0$ .
- Contrôle de l'état de la boucle et des intégrateurs (ON/OFF).
- Contrôle et commande du programme de balayage de la fréquence du laser.

Nous disposons donc d'un système complet permettant de gérer l'ensemble de l'asservissement depuis la station de contrôle. Cependant, afin d'optimiser son fonctionnement, nous avons dû mesurer la fonction de transfert de la cavité à TJNAF.

## 2.2 Détermination expérimentale de la fonction de transfert de la cavité

La détermination de la fonction de transfert de la cavité est primordiale pour concevoir le filtre électronique permettant d'obtenir à la fois la meilleure stabilité vis-à-vis des perturbations du système et la meilleure précision.

Une méthode de détermination de cette fonction consiste à utiliser un modulateur acousto-optique en entrée de la cavité [53]. Cette méthode est difficile à mettre en oeuvre et nécessite d'ajouter un nouvel élément dans le montage optique. On peut également déterminer graphiquement en boucle ouverte la fréquence de coupure et le gain statique mais cette méthode est très imprécise.

Nous allons présenter dans ce paragraphe la méthode de mesure<sup>2</sup> que nous avons développée. Elle consiste à perturber le système lorsque la boucle d'asservissement est fermée et à étudier sa réponse en deux points différents. On obtient alors directement la fonction de transfert nécessaire.

<sup>2</sup>. Cette méthode est basée sur une méthode de détermination du gain statique que l'on peut trouver dans les références [67], [69].

### 2.2.1 Principe de la mesure

Nous avons décrit au paragraphe 1.2.2 la boucle d'asservissement qui permet de maintenir la puissance dans la cavité (figure 1.8). Pour l'étude particulière que nous considérons, nous séparons le filtre électronique en deux parties en distinguant l'étage purement amplificateur  $S_0$  et la fonction de transfert des étages intégrateurs notée  $S$  (figure 2.5). Nous ne considérons dans la suite que la boucle "fast". En effet, la fréquence de coupure de la voie "Slow" est  $0,16 \text{ Hz}$  et aux fréquences considérées, son gain est négligeable devant celui de la boucle "fast". La mé-

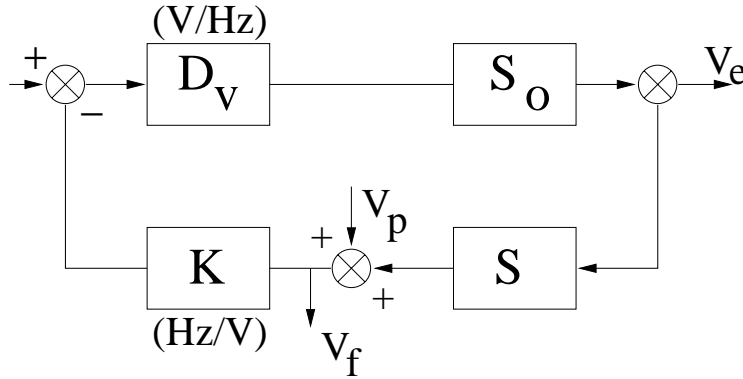


FIG. 2.5 - Schéma bloc de la boucle d'asservissement

thode de mesure de  $K D_v$  (produit de la fonction de transfert de la cavité et de celle du module piezoélectrique) consiste à envoyer une perturbation sinusoïdale  $V_p(f)$  à une fréquence électronique  $f$  au niveau du sommateur de la carte Fast lorsque la cavité est en asservissement et de relever la réponse du système en deux endroits de la boucle (figure 2.6):

- $V_f(f)$  à la sortie de la carte Fast.
- $V_e(f)$  à la sortie de l'amplificateur électronique de gain  $S_0$ .

Dans le cas où l'on néglige l'influence de tous les bruits dans la boucle d'asservissement, on peut exprimer  $V_e$  et  $V_f$  en fonction de l'amplitude de perturbation  $V_p$  :

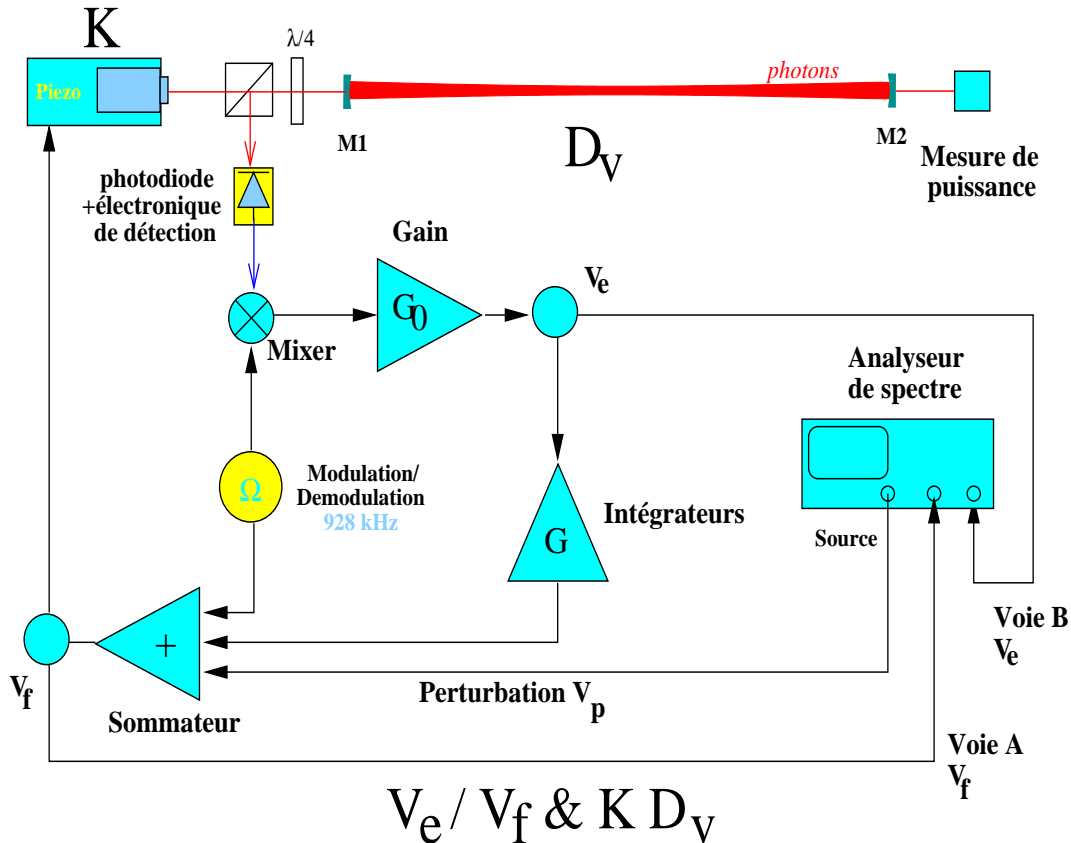
$$V_e(f) = \frac{(K D_v S_0)(f)}{(1 + K D_v S_0 S)(f)} \times V_p(f), \quad (2.1)$$

$$V_f(f) = \frac{1}{(1 + K D_v S_0 S)(f)} \times V_p(f). \quad (2.2)$$

En combinant ces deux équations, on obtient la relation :

$$\frac{V_e}{V_f}(f) = (K D_v S_0)(f) \quad (2.3)$$

En injectant des perturbations à différentes fréquences, on construit point à point la fonction de transfert  $K D_v S_0(f)$ . Connaissant  $S_0(f)$  (donnée constructeur) la fonction de transfert de l'amplificateur d'entrée, on peut alors en déduire  $K D_v(f)$ .

FIG. 2.6 - Principe de la mesure de  $K D_v$ 

On mesure à l'analyseur de spectre l'amplitude des signaux à la fréquence de perturbation. On doit donc observer un pic se détachant du bruit de fond sur le spectre.

Les mesures sont effectuées à l'aide d'un analyseur de spectre HP89410A et le schéma de principe de la mesure est donné sur la figure 2.6.

### 2.2.2 Analyse en basse fréquence ( $f \leq 1$ kHz)

En basse fréquence, on a  $K D_v S_0 S \gg 1$  car le gain statique du filtre électronique  $S_0 S$  est de l'ordre de 120 dB. Les équations 2.1 et 2.2 peuvent donc être réécrites sous la forme :

$$V_e \sim \frac{V_p}{S} \quad (2.4)$$

$$V_f \sim \frac{V_p}{K D_v S_0 S} \quad (2.5)$$

Ces expressions montrent que pour des fréquences de perturbations basses ( $f \leq 1$  kHz), les signaux  $V_e$  et  $V_f$  doivent être de faible amplitude et proportionnels à l'amplitude de perturbation  $V_p$ .

Nombre d'étages	$V_p$ (mV)	$V_e$ (mV)	$V_f$ (mV)	$K D_v S_0$
1	200	80	0,827	96,74
2	200	0,643	1,93	0,333

TAB. 2.1 - *Variation de  $K D_v S_0$  en fonction du nombre d'étages intégrateurs, cavité de tests,  $f = 10 \text{ Hz}$ .*

### Premières mesures

Nous avons réalisé la première mesure sur la cavité de test (annexe B.2.8) en Novembre 1997. Nous avons alors constaté que l'amplitude de  $V_f$  ne dépendait pas de l'amplitude de la perturbation injectée jusqu'à  $f \sim 3 \text{ kHz}$  (pic perdu dans le bruit). L'amplitude de  $V_e$  quant à elle, variait en fonction de  $V_p$ .

Nous avons également constaté que le gain global du filtre électronique intervenait dans la réponse  $V_e/V_f$ , ce qui était contradictoire avec l'équation 2.3. Le tableau 2.1 montre la variation de l'amplitude des signaux à  $10 \text{ Hz}$  lorsque l'on fait varier le gain du filtre électronique ( $S$ ) en faisant varier le nombre d'étages intégrateurs en fonctionnement.

### Interprétations

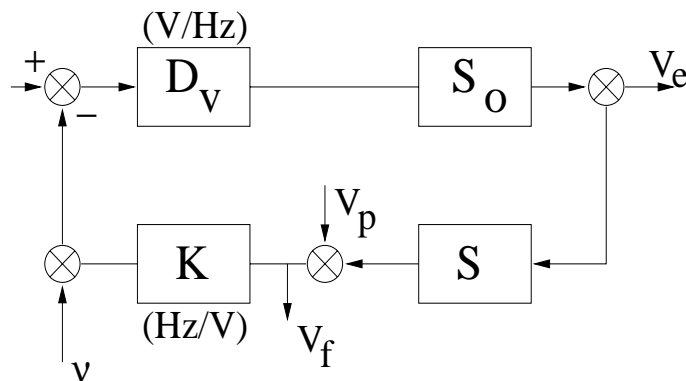


FIG. 2.7 - *Schéma bloc de la boucle d'asservissement en prenant le bruit optique en compte*

Nous avons cherché à expliquer les observations expérimentales en recherchant les sources de bruit susceptibles de noyer les signaux. L'effet étant particulièrement important en basse fréquence ( $f < 1 \text{ kHz}$ ), nous avons introduit dans le schéma bloc 2.5, une source de bruit basse fréquence. De tous les éléments de la boucle, le bruit optique est celui qui est le plus important en basse fréquence. Nous avons donc repris les équations 2.1 et 2.2 en introduisant une source



de bruit en fréquence que nous avons notée  $\nu$  (figure 2.7). On obtient :

$$V_e = - \frac{\nu D_v S_0 + V_p K D_v S_0}{1 + K D_v S_0 S} \quad (2.6)$$

$$V_f = \frac{V_p - D_v S_0 S \nu}{1 + K D_v S_0 S} \quad (2.7)$$

On note que ces équations sont bien les mêmes que les équations 2.1 et 2.2 quand  $\nu = 0$ . En écrivant les formes approchées de ces équations en basse fréquence, on a :

$$V_e \approx -\frac{1}{S} \times \left( V_p - \frac{\nu}{K} \right) \quad (2.8)$$

$$V_f \approx \frac{1}{K} \times \left( \frac{V_p}{D_v S_0 S} - \nu \right) \quad (2.9)$$

L'équation 2.8 montre que l'importance du bruit laser  $\nu$  est réduite du facteur  $K$  par rapport à celle de la tension de perturbation  $V_p$  dans l'expression de la tension du signal d'erreur  $V_e$ . De plus, le facteur  $\frac{1}{S}$  montre que le signal  $V_e$  est faible en basse fréquence. Ces observations correspondent bien au comportement expérimental de  $V_e$ .

L'équation 2.9 quant à elle montre que c'est au contraire la perturbation qui est réduite en importance par rapport au bruit laser  $\nu$  dans l'expression de la tension du signal fast  $V_f$ .

On peut donc comprendre la sensibilité plus importante de  $V_e$  à l'amplitude de perturbation en basse fréquence par le fait que le rapport  $\frac{\nu}{K}$  est suffisamment faible à partir de quelques Hz pour être négligeable devant une perturbation de quelques mV alors que le rapport  $\frac{V_p}{D_v S_0 S}$  réduit l'influence de  $V_p$ .

De plus, si on recalcule le rapport  $\frac{V_e}{V_f}$ , on obtient une expression qui dépend du nombre d'intégrateurs en fonctionnement dans le filtre électronique (c'est-à-dire de  $S$ ) :

$$\frac{V_e}{V_f} = - \frac{\nu D_v S_0 + V_p K D_v S_0}{V_p - D_v S_0 S \nu} \quad (2.10)$$

La méthode de mesure de la fonction de transfert  $K D_v(f)$  proposée n'est pas valable en basse fréquence et l'interprétation en terme de bruit optique basse fréquence explique les résultats expérimentaux. Nous avons considéré que le pic correspondant à la perturbation ne pouvait être utilisé pour faire la mesure que si le rapport signal sur bruit était supérieur à 10. Expérimentalement, sur la cavité de test puis sur la cavité installée à TJNAF, nous avons déterminé que cette condition était valable à partir de la fréquence  $f \sim 1 \text{ kHz}$ .

Par conséquent, nous avons effectué la mesure entre les fréquences  $1 \text{ kHz}$  et  $200 \text{ kHz}$ .

### 2.2.3 Mesure de la fonction de transfert ( $K D_v$ )

Nous présentons dans ce paragraphe la mesure effectuée sur la cavité installée dans le tunnel de l'accélérateur TJNAF (figure 2.8). La mesure a été effectuée à partir de la fréquence  $f = 1,75 \text{ kHz}$ .

On détermine la fonction de transfert du produit  $K D_v$  en soustrayant la fonction de transfert

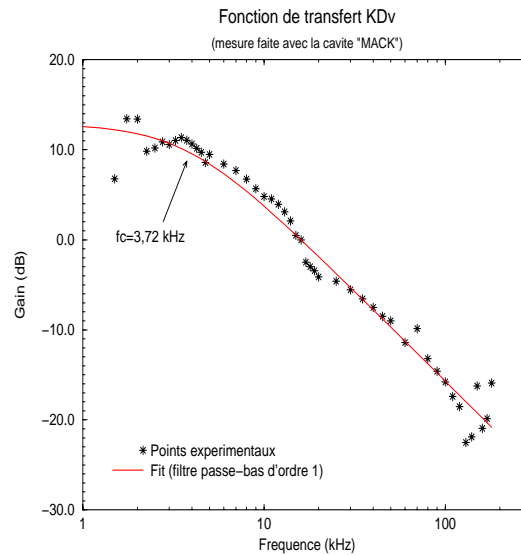


FIG. 2.8 - *Fonction de transfert  $KD_v$*

connue du gain électronique  $S_0$  (table de caractéristiques des composants fournie par le fabricant) à la fonction de transfert  $\frac{V_c}{V_f}$ .

D'après le constructeur du laser, le transducteur piezoélectrique noté  $K$  peut être modélisé jusqu'à  $100\text{ kHz}$  comme un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $f_c = 30\text{ kHz}$  et de gain statique égal à  $K = 3,2\text{ kHz/V}$  [44]. Par conséquent, sa fonction de transfert jusque la fréquence  $f_c$  n'intervient dans la forme de la fonction de transfert globale que par l'intermédiaire d'un facteur de proportionnalité.

On peut donc déterminer la fréquence de coupure de la cavité elle-même ainsi que le gain statique (gain basse fréquence) de sa fonction de transfert en ajustant la courbe obtenue  $KD_v$  avec le modèle de fonction de transfert calculée au paragraphe 1.4.

La fonction de transfert théorique de la cavité est modélisée par un filtre passe-bas dont le gain en boucle ouverte est  $D_v$  et dont la fréquence de coupure  $f_c$  est égale à  $\text{FWHM}/2$ .

Le résultat obtenu par méthode de minimisation de la moyenne des écarts quadratiques est :

- Gain statique  $KD_v = 19,4\text{ dB}$ . Cette valeur correspond à une pente du signal d'erreur égale à :

$$D_v = 2,91\text{ mV/kHz} \quad (2.11)$$

- Fréquence de coupure  $f_c$  :

$$f_c = 3,72\text{ kHz} \pm 0,2\text{ kHz} \quad (2.12)$$

Nous avons donc par une méthode originale déterminé la fonction de transfert de la cavité optique Fabry-Perot. La fonction de transfert correspond à celle d'un filtre passe-bas d'ordre 1

dont la fréquence de coupure  $f_c$  vaut  $3,72\text{ kHz}$  et dont le gain statique  $D_v$  vaut  $2,91\text{ mV/kHz}$ . Cette fréquence de coupure correspond à une finesse  $\mathcal{F} \simeq 23700$ .

## 2.3 Mesure de la bande passante de la cavité

Nous avons décrit le système d'asservissement mis en place sur le site de Jefferson Lab ainsi que la méthode expérimentale mise au point pour déterminer la fonction de transfert de l'élément cavité optique.

La bande passante de la cavité (FWHM) permet de déterminer la fréquence de coupure par la relation 1.14. Nous allons dans ce paragraphe considérer les méthodes de caractérisation de ce paramètre de la cavité.

Les mesures étant indépendantes de la mesure du paragraphe précédent, elles doivent permettre de la valider.

Il existe deux méthodes connues pour effectuer la caractérisation : la première consiste en une méthode graphique et l'autre en une méthode par mesure du temps de vidage de la cavité (voir annexe C.1). Nous avons employé les deux méthodes afin de caractériser les cavités utilisées. Dans un premier temps, nous allons expliciter les méthodes de mesure. La comparaison des résultats avec les deux méthodes pour la cavité équipée des miroirs nominaux montrera ensuite que les deux mesures ne sont pas compatibles. On notera également que le signal en réflexion de la cavité nominale présente des oscillations anormales.

Nous serons amenés à considérer la validité des méthodes employées. En particulier, nous expliciterons pourquoi, lorsque l'on dispose d'une cavité de très haute finesse ou de grande longueur  $L$ , la forme du signal en réflexion de la cavité diffère de la forme théorique calculée dans le cadre de l'approximation du régime stationnaire.

Ceci nous permettra de mettre en évidence que cette méthode n'est plus valable pour la cavité nominale que nous avons utilisée.

### 2.3.1 Méthode graphique

La mesure de la bande passante de la cavité peut se faire graphiquement à l'aide du signal en réflexion de la cavité délivré par la photodiode PDR (figure 2.9). On détermine pour cela la largeur à mi-hauteur du pic fondamental (figure 2.9) en unité de temps. Ensuite, on convertit l'unité de temps en unité de fréquence en effectuant une simple règle de trois fondée sur le principe qu'il existe entre les deux pics latéraux un écart égal à deux fois la fréquence de modulation utilisée (paragraphe 1.3.1).

Cette mesure est difficile à réaliser car des perturbations peuvent déformer le pic lorsque la fréquence du laser balaye la zone de résonance définie par la cavité. On cite en particulier les perturbations mécaniques (variations de longueur de la cavité dues à des vibrations). Il faut donc pour réduire l'erreur sur la détermination effectuer plusieurs enregistrements (en moyenne 10). La courbe présentée correspond à la cavité équipée des miroirs Tech Optics (Finesse de l'ordre de 3000). Sur cet enregistrement, on obtient une largeur à mi-hauteur  $\Delta\nu \sim 200\ \mu\text{s}$ .

La fréquence de modulation utilisée pour cet enregistrement était :  $\frac{\Omega}{2\pi} = 680\text{ kHz}$ . L'écart entre

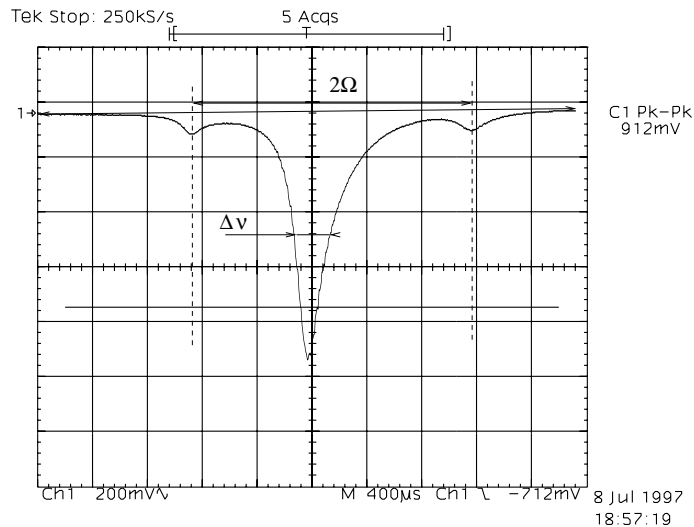


FIG. 2.9 - *Signal obtenu en réflexion de la cavité de test (Tableau 2.3)*

les deux bandes latérales est donc  $1360 \text{ kHz}$ . On mesure sur le graphe que cet écart correspond à 2 ms. On en déduit que la largeur à mi-hauteur du pic de résonance de la cavité est :

$$FWHM \sim 180 \text{ kHz} \quad (2.13)$$

On sait (éq. 1.55) que l'on a la relation :  $FWHM = 2 \times f_c$ . La fréquence de coupure  $f_c$  de la cavité est dans ce cas égale à :  $f_c \sim 90 \text{ kHz}$ . Cette mesure est peu précise. L'erreur relative est de  $\sim 20\%$  en raison des fluctuations d'un enregistrement à l'autre.

Pour la cavité équipée des miroirs de l'IPN de Lyon (figure 2.13), cette méthode donne une largeur à mi-hauteur  $FWHM = 33 \text{ kHz}$ , soit une fréquence de coupure de la cavité égale à  $f_c = 16,5 \text{ kHz}$ .

La finesse de la cavité installée en laboratoire à Saclay, déduite par cette méthode est  $\mathcal{F} = 5300$ .

### 2.3.2 Méthode par mesure du temps de vidage de la cavité

Lorsque la fréquence du laser est asservie à la fréquence de résonance de la cavité, l'énergie stockée à l'intérieur de la cavité est maximum. On observe alors sur le signal en réflexion un niveau bas correspondant au fait que la quasi-totalité de l'onde incidente est transmise par le miroir d'entrée de la cavité. Inversement, on observe simultanément en transmission de la cavité un niveau haut directement proportionnel à l'énergie stockée. Si on coupe brutalement le faisceau laser sur son trajet jusqu'à la cavité, on observe alors en transmission et en réflexion de la cavité une décroissance du niveau de puissance depuis le niveau correspondant au régime établi jusqu'au niveau de la tension d'obscurité des diodes puisque le laser est éteint.

Cette décroissance, dans le cas où l'on peut négliger le temps de coupure  $T_L$  du faisceau par rapport au temps de décroissance de la cavité, peut être décrite par une courbe exponentielle [45] dont le temps caractéristique  $T_d$  peut être directement relié aux paramètres de la cavité par

la formule C.20 (annexe C.1) :

$$T_d = \frac{\mathcal{F} \times \tau}{\pi} = \frac{FSR}{FWHM} \cdot \frac{\tau}{\pi}$$

où  $\tau$  représente le temps de parcours d'un aller dans la cavité par l'onde électromagnétique ( $\tau = \frac{L}{c}$ ). Par conséquent, la mesure de  $T_d$  donne accès à la valeur de la finesse et à celle de la bande passante de la cavité. Cette méthode est notamment utilisée dans les références [54],

Decroissance du laser

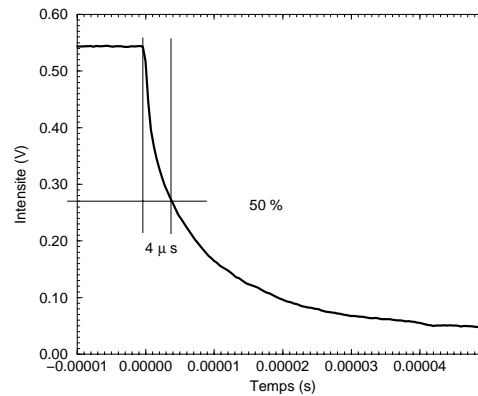


FIG. 2.10 - *Décroissance du laser*

[56].

Expérimentalement, on ne dispose pas de système capable de couper instantanément la puissance incidente sur la cavité. On peut utiliser un modulateur acousto-optique ou on peut couper l'alimentation du laser utilisé (un système mécanique ("chopper") est beaucoup trop lent<sup>3</sup>). Nous avons choisi d'utiliser la coupure du courant de pompage du laser (fonction Standby). Il faut donc tenir compte du temps de décroissance du laser lui-même pour déterminer le temps de décroissance de la cavité. La figure 2.10 montre l'enregistrement de cette courbe. Il est impossible d'ajuster cette décroissance avec une simple exponentielle.

Nous présentons en annexe C.2 la méthode utilisée pour estimer l'influence de la décroissance du laser sur la détermination de  $T_d$ . Nous montrons que l'on peut ajuster la courbe de décroissance réelle de la cavité par la courbe théorique convoluée numériquement avec la courbe de décroissance expérimentale du laser (figure 2.10).

On trouve en utilisant les résidus (entre les valeurs échantillon et les valeurs théoriques) un temps de décroissance  $T_d$  :

$$T_d = 23,5 \mu s \quad \pm 0,5 \mu s \quad (2.14)$$

Un temps de décroissance de  $23,5 \mu s$  correspond à une finesse  $\mathcal{F} \simeq 26000$ . Compte tenu des

3. à titre d'exemple, on suppose que le faisceau fait 1mm de diamètre et que l'on utilise un disque en rotation autour de son axe de symétrie et dont on a enlevé un quart de la surface pour couper le faisceau. Pour obtenir une coupure en  $4 \mu s$ , il faudrait que la vitesse de rotation soit de 5000 rad/s soit 1000 tours/min.

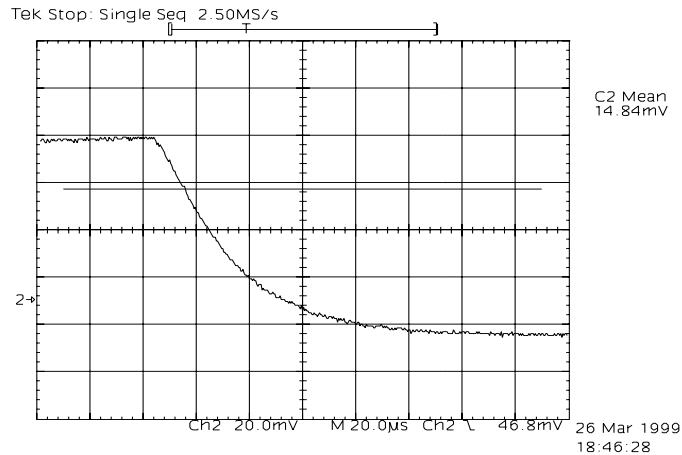


FIG. 2.11 - *Décroissance en transmission de la cavité Fabry-Perot à TJNAF (20  $\mu s/div$  en abscisse, 20 mV/div en ordonnée).*

équations précédentes, la fréquence de coupure de la cavité est :  $f_c = 3,4 kHz$  avec les miroirs nominaux.

Si on réécrit l'expression de la fréquence de coupure, on peut estimer l'erreur sur la mesure :

$$f_c = \frac{1}{4\pi T_d} \quad (2.15)$$

L'erreur relative sur  $f_c$  vaut donc :

$$\frac{\Delta f_c}{f_c} = \frac{\Delta T_d}{T_d} \quad (2.16)$$

La valeur de l'erreur sur  $\tau$  a été estimée à  $0,5 \mu s$ . Par conséquent, l'erreur sur la détermination de la fréquence de coupure vaut :  $\Delta f_c = 72 Hz$ . D'où la valeur de la fréquence de coupure :

$$f_c = 3390 Hz \pm 72 Hz. \quad (2.17)$$

On trouve donc deux résultats très différents entre la méthode graphique (méthode 1) et la méthode par mesure du temps de décroissance de la cavité (méthode 2). On note que le résultat obtenu par la méthode 2 est compatible avec la fréquence de coupure déterminée au paragraphe 2.2.3 par la méthode que nous noterons " $K D_v$ ". Le tableau 2.2 rappelle les résultats obtenus. Outre l'imprécision de la mesure, la méthode 1 semble donner un résultat erroné. La présence d'oscillations sur le pic en réflexion de la cavité peut être à l'origine de l'erreur. Nous avons donc étudié la forme de ce signal pour rechercher l'origine des oscillations et nous avons été amené à considérer le comportement de la cavité lorsqu'elle se trouve en régime non-stationnaire.

### 2.3.3 Cavité en régime non-stationnaire

Nous allons dans ce paragraphe étudier la forme du signal réfléchi par la cavité lorsque l'on travaille en boucle ouverte. En particulier, nous expliquerons pourquoi, lorsque l'on dispose

	Méthode 1 Boucle ouverte	Méthode 2 Régime transitoire	Méthode $K D_v$ Boucle fermée
Fréquence de coupure $f_c$ (kHz)	$16,5 \pm 3,3$	$3,40 \pm 0,07$	$3,72 \pm 0,20$

TAB. 2.2 - Mesures de la fréquence de coupure de la cavité nominale par trois méthodes différentes.

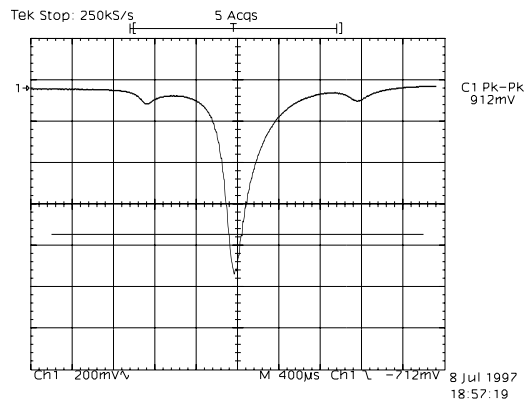


FIG. 2.12 - Signal réfléchi réel, cavité de test ( $400\mu\text{s}/\text{div}$ ).

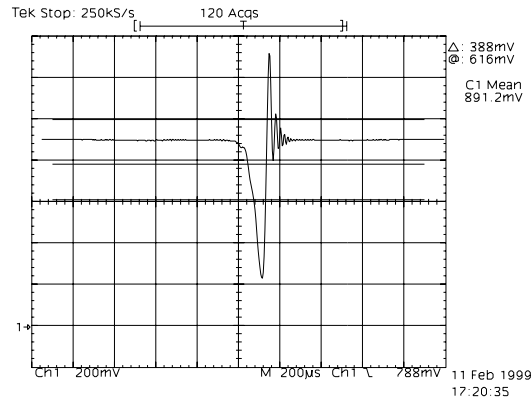


FIG. 2.13 - Signal réfléchi réel, cavité sur site ( $200\mu\text{s}/\text{div}$ ). Les bandes latérales sont hors écran.

d'une cavité de très haute finesse ou de grande longueur  $L$ , la forme des signaux diffère de la forme théorique calculée dans l'approximation du régime stationnaire.

### Observations expérimentales

Au cours du développement du projet, nous avons utilisé plusieurs cavités de longueurs et de finesse différentes. Nous nous focalisons sur la comparaison entre la cavité de test (annexe B.2.8) appelée "CAV 1" et la cavité installée sur site équipée des miroirs nominaux que nous noterons "CAV 2". Les caractéristiques de ces deux cavités sont résumées dans le tableau 2.3.

	CAV 1	CAV 2
Type de miroirs	Tech Optics	IPNLyon
Réfectivité R	0,9987	0,99988
Transmittivité T (ppm)	700	110
Pertes (ppm)	600	10
Finesse	3000	25000
Longueur (m)	0,8	0,85

TAB. 2.3 - Caractéristiques des cavités optiques de test (CAV 1) et installée sur site (CAV 2). Les valeurs présentées sont des valeurs mesurées.

Ce sont des cavités de finesse très différentes.

La forme du signal réfléchi par la cavité optique en "boucle ouverte" (cavité non asservie) lorsque la fréquence du laser est proche de la fréquence de résonance de la cavité peut être calculée dans le cadre de l'approximation du régime stationnaire. Le calcul général est présenté en annexe C.4. La figure 2.14 représente la forme théorique de ce signal.

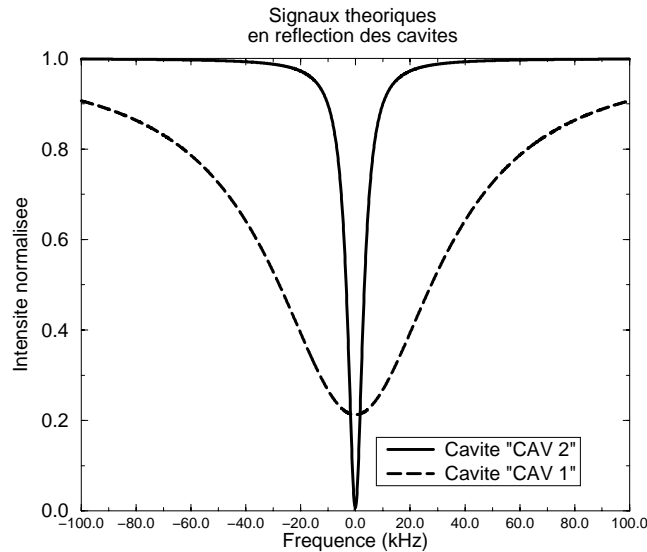


FIG. 2.14 - *Forme théorique du signal réfléchi par les cavités CAV 1 et CAV 2.*

Si on compare les enregistrements expérimentaux du signal en réflexion des cavités "CAV 1" et "CAV 2" (figures 2.12 et 2.13) à leur courbe théorique respective, on constate que le signal réfléchi en boucle ouverte par la cavité "CAV 2" est très différent de la forme attendue. On observe des oscillations qui s'étendent sur un intervalle de  $200 \mu s$  avec une période d'environ  $30 \mu s$ . De plus, la partie du pic qui ne présente pas d'oscillations est déformée.

Le signal en réflexion de la cavité "CAV 1" par contre correspond à la forme théorique avec les deux pics latéraux des bandes de modulation.

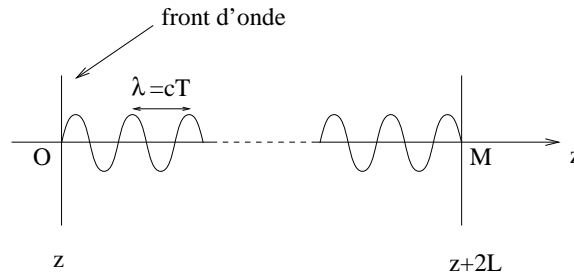
### Interprétations

Considérons une onde plane incidente sur la cavité qui se propage suivant un axe  $Oz$  confondu avec l'axe optique de la cavité.

Si on suppose que le milieu ambiant est le vide, le champ incident sur la cavité peut s'écrire sous la forme (annexe A.1.1) :

$$\mathcal{E}\left(t - \frac{z}{c}\right) = E\left(t - \frac{z}{c}\right)e^{-j\phi\left(t - \frac{z}{c}\right)} \quad (2.18)$$





$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$$

$$\text{Déphasage de O à M : } \Delta\phi = (\omega/c) \cdot 2L$$

FIG. 2.15 - *Déplacement du front d'une onde plane.*

où  $E(t)$  est l'amplitude et  $\phi$  la phase de l'onde.

On définit la phase de l'onde comme l'intégrale de la pulsation :

$$\phi\left(t - \frac{z}{c}\right) = \int_0^{t - \frac{z}{c}} \omega(\tau) d\tau \quad (2.19)$$

Nous avons vu au paragraphe 1.1.4 qu'il était possible de déterminer l'expression du champ réfléchi par la cavité  $E_r$  en effectuant le bilan des champs à l'interface des miroirs dans le cas d'une onde incidente monochromatique ( $\omega = c^{ste}$ ). Dans ce cas, on écrit :

$$\phi\left(t - \frac{z}{c}\right) = \int_0^{t - \frac{z}{c}} \omega d\tau = \omega t - kz, \quad (2.20)$$

d'où la relation :

$$\mathcal{E}_i\left(t - \frac{z}{c}\right) = E_i\left(t - \frac{z}{c}\right) e^{-j(\omega t - kz)} \quad (2.21)$$

Lorsque l'amplitude est constante, on a :  $E_i(t) = E_0$ .

L'équation 2.21 montre le lien entre le temps et la distance pour une onde qui se propage. Considérons un point M éloigné d'un point O d'une distance  $\Delta z = 2L$  le long de l'axe de propagation de l'onde (figure 2.15). On peut remarquer que l'oscillation de l'amplitude du champ en M est la même qu'en O mais décalée d'un temps  $t = \Delta z$ .

On notera  $\tau = \frac{L}{c}$ , le temps mis par un front d'onde<sup>4</sup> pour parcourir la distance  $L$ .

La différence de phase du champ en M par rapport au champ en O s'écrit :

$$\Delta\phi = \frac{\omega}{c} \times 2L = \frac{2\pi}{cT} \times 2L \quad (2.22)$$

Par conséquent, les champs en M et en O sont en phase si :

$$\Delta\phi = 2n\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2L, \quad (2.23)$$

4. On rappelle que le front d'onde (surface équiphasé) est un plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde plane.

où  $n$  est entier.

Dans le cas de la cavité optique, le champ qui s'est déplacé de la distance  $2L$  vient interférer avec le champ incident au niveau de la surface du miroir d'entrée de la cavité.

Si  $\omega$  est tel que  $2L = n\lambda$ , alors on observe des interférences constructives. Si cette condition n'est pas vérifiée, on observe des interférences partiellement constructives.

A chaque valeur de  $\omega = 2\pi\nu$ , on peut alors calculer l'expression de l'intensité réfléchie par la cavité  $I_{ref}(\nu)$  et on obtient, en supposant que  $E_i(t)$  est constant, l'expression (éq 1.20) :

$$I_{ref} = I_{inc} \frac{R(\frac{P}{1-R})^2 + 4(1-P)\frac{F^2}{\pi^2} \sin^2(\frac{\pi\nu}{FSR})}{1 + 4\frac{F^2}{\pi^2} \sin^2(\frac{\pi\nu}{FSR})}$$

En faisant varier le paramètre  $\nu$ , on obtient la courbe théorique de l'intensité réfléchie par la cavité au voisinage d'une résonance en boucle ouverte (figure 2.14).

Il est important de remarquer que pour chaque valeur de  $\omega$ , le champ  $E_r$  résultant est la somme des contributions des différents fronts d'onde qui interfèrent.

L'équation 1.20 suppose donc que l'on a attendu que la cavité atteigne son état d'équilibre (régime stationnaire) entre chaque variation de la valeur de  $\omega$ .

Le temps nécessaire pour atteindre l'état d'équilibre dans la cavité est noté  $T_r$ . Ce temps est relié au temps de décroissance noté  $T_d$ , que nous avons déterminé au paragraphe 2.3.2, par la relation :  $T_r \simeq 5T_d^5$ .

Pour que le calcul menant à l'expression de l'intensité réfléchie  $I_{ref}$  soit valable, il faut donc attendre un temps  $T_r$  entre chaque variation de la fréquence du laser .

Dans le cas expérimental où l'on observe le signal réfléchi en boucle ouverte, la fréquence de l'onde effectue un balayage  $\Delta\nu$  autour d'une fréquence centrale  $\nu_c$ .

On applique couramment sur la voie rapide du contrôleur laser un signal triangulaire de fréquence  $f_b = 3\text{ Hz}$  et d'amplitude pic-pic égale à  $V_{pp} = 20\text{ V}$ . La pente du signal triangulaire est notée  $A = K_f f_b$ . Sachant que le coefficient de proportionnalité de cette voie de contrôle est  $K_f = 3,2\text{ MHz/V}$  (annexe B.1), on en déduit que la vitesse de balayage  $V_b$  de la fréquence laser est :

$$V_b = V_{pp} K_f f_b. \quad (2.24)$$

La vitesse de balayage vaut donc :  $V_b \simeq 60\text{ MHz/s}$  et l'intervalle de fréquence  $\Delta\nu$  parcouru par la fréquence du laser pendant le temps  $\tau$  est alors :  $\Delta\nu = V_b \times \tau$ .

Afin de pouvoir justifier l'hypothèse du régime stationnaire, il faut pouvoir considérer que la fréquence de l'onde incidente varie suffisamment lentement pour que l'on atteigne le régime stationnaire à chaque variation de la fréquence.

Pour simplifier le raisonnement, on peut considérer le cas où la fréquence de l'onde varie par paliers. Dans ce cas, l'hypothèse est vérifiée si la cavité a le temps d'atteindre le régime stationnaire sur chaque palier.

---

5. Comme la décroissance de la cavité est exponentielle, on peut considérer que pour  $T_r = 5T_d$ , la cavité est complètement vidée ou remplie

	"CAV 1"	"CAV 2"
$\tau$	2,7 ns	2,8 ns
Temps de décroissance $T_d$	2,54 $\mu s$	22,5 $\mu s$
Temps d'équilibre $T_r$	$\sim 13 \mu s$	$\sim 110 \mu s$
Largeur à mi-hauteur FWHM	62,5 kHz	7 kHz
Balayage $\Delta\nu$ pendant $T_r$	780 Hz	6,6 kHz

TAB. 2.4 - *Caractéristiques des cavités "CAV 1" et "CAV 2" comparées au balayage de la fréquence laser*

La seule différence entre les enregistrements sur la cavité "CAV 1" et sur la cavité "CAV 2" réside dans la différence de finesse (le circuit électronique est identique dans les deux cas). Il apparaît donc intéressant de comparer le temps de remplissage des deux cavités et la vitesse de balayage de la fréquence laser.

Le tableau 2.4 résume les caractéristiques liées au remplissage pour les deux cavités. On a également mentionné la largeur à mi-hauteur du pic de résonance pour chaque cavité.

On constate que les temps de remplissage sont très différents. Dans le cas de la cavité "CAV 1", la fréquence de l'onde laser effectue un balayage de 780 Hz pendant un temps équivalent au temps de remplissage de la cavité. Si on compare cet écart à la largeur à mi-hauteur du pic de résonance, on constate qu'il représente un déplacement sur 1,2 % de la largeur. Dans le cas de la cavité "CAV 2", le balayage est de 6,6 kHz pendant le temps équivalent au temps de remplissage. La largeur à mi-hauteur du pic de résonance est cette fois 7 kHz. Par conséquent, la fréquence laser a parcouru 90 % de la largeur du pic pendant un temps équivalent au temps de remplissage de la cavité (figure 2.16).

On peut considérer que la cavité atteint un régime stationnaire à chaque variation de la fréquence incidente dans le cas de la cavité "CAV 1". Par contre, dans le cas de la cavité "CAV 2", cette approximation ne peut plus être utilisée. Il faut introduire la notion de variation de la fréquence incidente et étudier la réponse en réflexion de la cavité optique en régime non-stationnaire.

### Calcul en régime non-stationnaire

Nous allons dans ce paragraphe aborder le calcul des champs au niveau de la cavité en considérant un champ incident dont la fréquence  $\frac{\omega}{2\pi}$  peut être variable. Nous ne faisons plus l'hypothèse que la cavité se trouve dans un régime stationnaire au cours de la variation de fréquence. Comme nous l'avons vu précédemment, on peut écrire le champ incident sous la forme :

$$\mathcal{E}_i\left(t - \frac{z}{c}\right) = E_0 e^{i\phi\left(t - \frac{z}{c}\right)} \quad (2.25)$$

Pour simplifier les expressions, on considèrera par la suite que  $E_0 = 1$ .

On suppose que l'on applique un signal triangulaire  $V(t)$  sur le contrôleur piezoélectrique de la fréquence du laser. La pente de ce signal est  $A = V_{pp} f_b$  [V/s] tel que :  $V(t) = A t$ .

La fréquence du laser varie donc suivant l'équation :

$$\nu(t) = \nu_0 + K_f A t \quad (2.26)$$

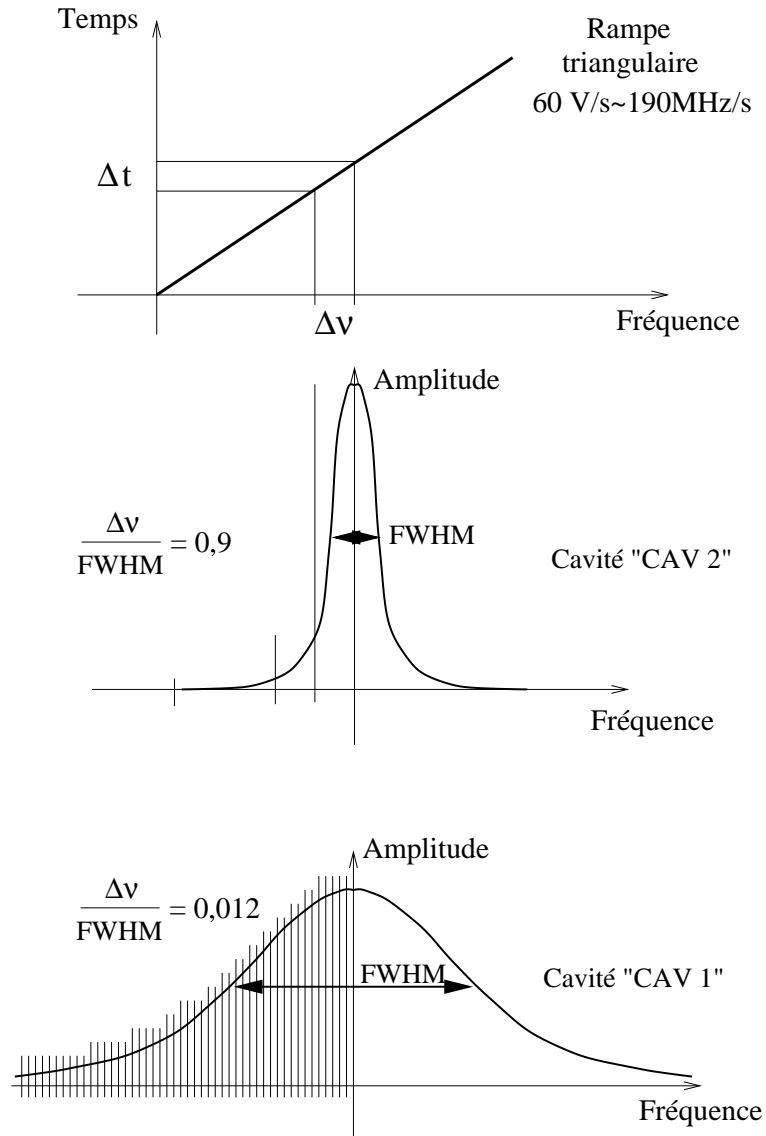


FIG. 2.16 - *Intervalles en fréquence  $\Delta \nu$  parcourus par la fréquence laser pendant le temps de remplissage des cavités "CAV 1" et "CAV 2" comparés à la largeur à mi-hauteur respective des deux cavités.*

On notera :  $\delta = 2\pi K_f A$ .

On suppose que la fréquence initiale du laser n'est pas soumise au jitter ni à des dérives lentes. Comparées à la fréquence de balayage typique (100 MHz/s), ces variations de fréquence sont en effet négligeables<sup>6</sup>. La phase du champ incident s'écrit donc :

$$\phi\left(t - \frac{z}{c}\right) = \int_0^{t - \frac{z}{c}} \omega_0 + \delta\tau \quad d\tau, \quad (2.27)$$

soit encore :

$$\phi\left(t - \frac{z}{c}\right) = \omega_0 t - \frac{\omega_0 z}{c} + \frac{\delta}{2} t^2 - \delta t \frac{z}{c} + \frac{\delta}{2} \frac{z^2}{c^2} + \phi_0 \quad (2.28)$$

où  $\phi_0$  est un terme de déphasage constant.

Les deux premiers termes représentent l'expression classique de la phase d'onde plane harmonique se propageant selon l'axe Oz (voir équation 2.20).

La signification physique des autres termes peut être déduite des considérations suivantes : si on se place dans un plan  $z = z_0$ , la phase d'un front d'onde qui arrive à l'instant  $t + \Delta t$  et celle d'un front arrivé au temps  $t$  sont reliées par la relation :

$$\phi\left(t + \Delta t - \frac{z_0}{c}\right) = \phi\left(t - \frac{z_0}{c}\right) + \delta \times t \Delta t + \frac{\delta}{2} (\Delta t)^2 - \delta z_0 \frac{\Delta t}{c} + \omega_0 \Delta t. \quad (2.29)$$

Le déphasage  $\Delta\phi(t, z_0)$  entre ces deux fronts d'onde dépend de trois types de termes :

- Un terme qui dépend uniquement de l'écart en temps  $\Delta t$  :  $\frac{\delta}{2} (\Delta t)^2 + \omega_0 \Delta t$ . Il correspond à un déphasage fixe entre deux fronts d'onde espacés de  $\Delta t$  au cours du déplacement.
- Un terme qui dépend du temps de référence considéré :  $\delta \times t \Delta t$ . Ce terme exprime que le déphasage entre les deux fronts d'onde augmente en fonction du temps  $t$ . Le déphasage augmente d'autant plus vite que la vitesse de balayage est grande.
- Un terme qui dépend du plan de référence considéré :  $-\delta z_0 \frac{\Delta t}{c}$ . Ce terme introduit l'importance de la position de la source. Si on regarde l'évolution du déphasage entre deux fronts d'onde espacés en temps de  $\Delta t$  à la sortie de la source ( $z = 0$ ) et à une distance  $z_0$  de la source, l'évolution est la même mais décalée en temps de ce terme.

On peut réécrire le déphasage  $\Delta\phi$  sous la forme :

$$\Delta\phi = (\omega_0 - \delta \frac{z_0}{c}) \Delta t + \frac{\delta}{2} (\Delta t)^2 + \delta \times t \Delta t \quad (2.30)$$

Si l'on suppose que la fréquence de l'onde est fixe, alors seul le terme  $\omega_0 \Delta t$  subsiste ( $\delta = 0$ ) et on retrouve le cas du paragraphe précédent. Ceci implique que la position de la source n'a pas d'influence sur l'expression des déphasages.

---

<sup>6</sup>. Le jitter est de 30 kHz/s et la dérive lente de quelques MHz/h.



champ dans la cavité  $\mathcal{E}_c(t)$  (en B) et le champ transmis  $\mathcal{E}_t(t)$  (en C).

Le champ réfléchi par la cavité peut s'écrire :

$$\mathcal{E}_r(t) = r\mathcal{E}_i(t) - rT \sum_{n=1}^{\infty} R^{n-1} \mathcal{E}_i(t - 2n\tau) \quad (2.33)$$

$$= r e^{i\phi(t)} \left( 1 - T \sum_{n=1}^{\infty} R^{n-1} e^{-2in\tau\omega(t)} e^{2in^2\tau^2\delta} \right) \quad (2.34)$$

Le champ circulant dans la cavité exprimé en B s'écrit :

$$\mathcal{E}_c(t) = iT \sum_{n=0}^{\infty} R^n \mathcal{E}_i(t - 2n\tau) \quad (2.35)$$

$$= iT \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{-2in\tau\omega(t)} e^{2in^2\tau^2\delta} \quad (2.36)$$

Le champ transmis par la cavité (en C) s'écrit quant à lui :

$$\mathcal{E}_t(t) = -T \sum_{n=0}^{\infty} R^n \mathcal{E}_i(t - (2n+1)\tau) \quad (2.37)$$

$$= -T e^{i\phi(t)} \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{-i(2n+1)\tau\omega(t)} e^{i(2n+1)^2\tau^2\delta} \quad (2.38)$$

La série  $\sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{-i(2n+1)\tau\omega(t)} e^{i(2n+1)^2\tau^2\delta}$  est convergente ( $|R e^{-i(2n+1)\tau\omega(t)} e^{i(2n+1)^2\tau^2\delta}| < 1$ ). On remarque à ce stade que lorsque  $\delta \rightarrow 0$  (balayage de plus en plus lent), le terme  $e^{i(2n+1)^2\tau^2\delta}$  tend vers 0 et on retrouve l'expression de la somme dans le cas où l'on suppose que l'on est en régime stationnaire en permanence.

On calcule ensuite numériquement en fonction des paramètres de la cavité et de la vitesse de balayage de la fréquence du laser la forme de la réponse en intensité de la cavité. On remplace la somme infinie par une somme bornée pour  $n=1$  à  $N$  telle que  $I_{ref}(t, N) \simeq I_{ref}(t)$ . On peut réécrire le champ réfléchi en développant les exponentielles :

$$E_{ref}(t) = \sqrt{R} \times \left[ \left( 1 - T \sum_{n=1}^N R^{n-1} A_n(t) \right) - iT \sum_{n=1}^N R^{n-1} B_n(t) \right] \quad (2.39)$$

où on a posé :

$$A_n(t) = \cos(2n\delta\tau t) \sin(2\delta n^2\tau^2) + \sin(2n\delta\tau t) \sin(2\delta n^2\tau^2) \quad (2.40)$$

$$B_n(t) = \cos(2n\delta\tau t) \sin(2\delta n^2\tau^2) - \sin(2n\delta\tau t) \cos(2\delta n^2\tau^2). \quad (2.41)$$

Pour obtenir l'expression de l'intensité, conformément au calcul de l'annexe ??, on calcule le produit conjugué de E en normalisant par le facteur 0,5 :

$$I_{ref}(t) = \frac{1}{2} E_{ref}(t) E_{ref}^*(t) = \frac{R}{2} \times \left[ \left( 1 - T \sum_{n=1}^N R^{n-1} A_n(t) \right)^2 + T^2 \left( \sum_{n=1}^N R^{n-1} B_n(t) \right)^2 \right] \quad (2.42)$$

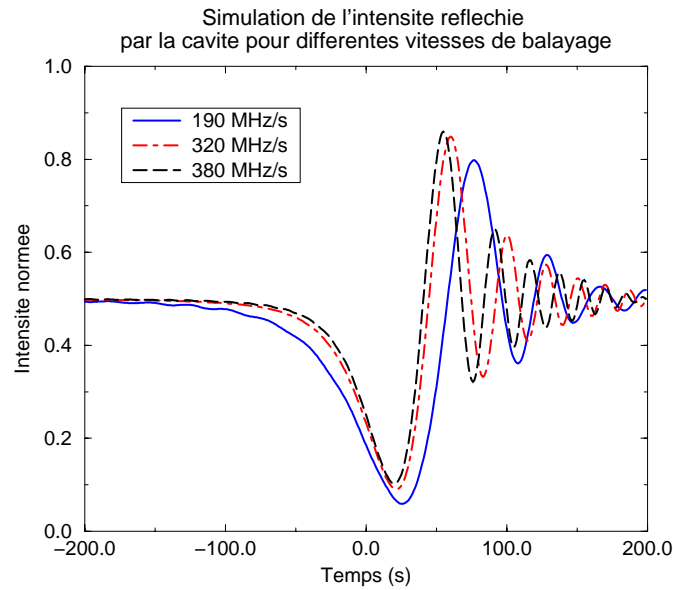


FIG. 2.18 - *Simulation de l'intensité réfléchie par la cavité pour  $T = 110 \text{ ppm}$  et  $P = 10 \text{ ppm}$ .*

On peut ensuite calculer les points de simulation de la réponse de la cavité en réflexion pour différentes vitesses de balayage. La figure 2.18 montre les courbes représentatives de l'intensité réfléchie en fonction du temps pour trois vitesses de balayage typiques correspondant à des fréquences de rampe  $f_b$  égales à 3, 5 et 6 Hz. Les paramètres optiques choisis sont :  $T = 110 \text{ ppm}$  et  $P = 10 \text{ ppm}$ .

L'intensité calculée présente une déformation du pic et des oscillations amorties. Lorsque la vitesse de balayage augmente, la fréquence des oscillations augmente et la profondeur du pic diminue. On peut interpréter cela par le fait que la cavité optique a de moins en moins le temps de se remplir d'une onde à une fréquence déterminée quand la fréquence du balayage augmente.

La figure 2.19 montre la comparaison entre les points expérimentaux d'un signal réfléchi par la cavité et la courbe de simulation pour une fréquence de balayage égale à 3 Hz (cette fréquence est la fréquence utilisée pour obtenir le signal expérimental). La courbe de simulation est normalisée à l'intensité du signal expérimental. Les paramètres  $P$  et  $T$  utilisés sont les paramètres mesurés sur la cavité installée à TJNAF (la méthode de mesure sera explicitée au paragraphe 5.1).

On constate que les points de la simulation correspondent bien aux points expérimentaux jusqu'au premier rebond du signal. La fréquence des oscillations qui suivent correspond sur cet enregistrement à celle des points expérimentaux mais leur amplitude est plus importante.

Cette méthode ne peut permettre de déterminer la finesse de la cavité en connaissant la vitesse de balayage. En effet, expérimentalement, les signaux réfléchis varient en amplitude et en fréquence. On montre à cet effet sur la figure 2.20 trois enregistrements effectués à la suite dans



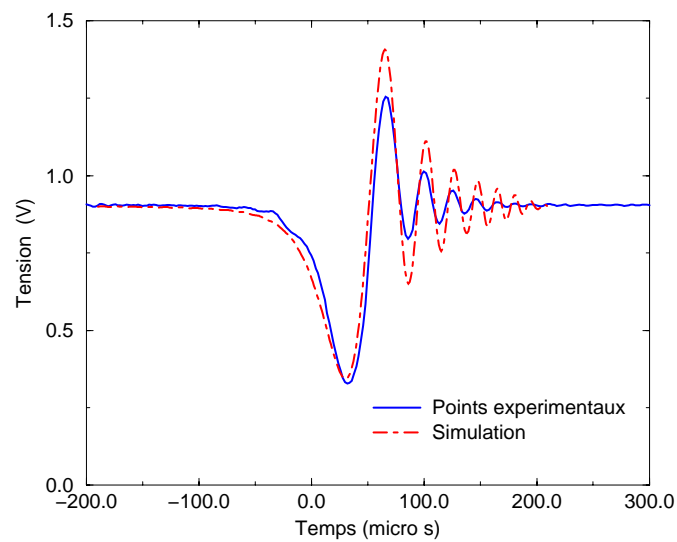


FIG. 2.19 - *Comparaison entre simulation et signal réel en réflexion de la cavité.*

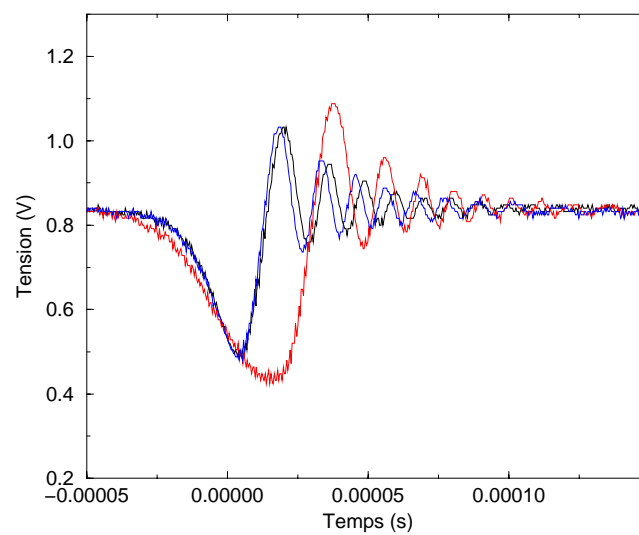


FIG. 2.20 - *Signaux expérimentaux en réflexion de la cavité pour une fréquence de balayage de 5 Hz.*

les mêmes conditions pour une fréquence de balayage égale à  $5 \text{ Hz}$  (ces mesures ont été effectuées alors que le faisceau d'électrons traversait la cavité, mais le comportement du système est identique lorsque le faisceau d'électrons ne le traverse pas).

Les fluctuations peuvent être interprétées par l'influence des vibrations du tube faisceau ou du bruit ambiant (aucune mesure de bruit acoustique n'a été effectuée dans le tunnel pour quantifier la perturbation).

La simulation effectuée montre seulement que la forme du signal obtenu en réflexion de la cavité peut être expliquée dans le cas d'une cavité haute finesse. On ne peut déterminer précisément la finesse par cette méthode car les enregistrements expérimentaux sont très instables.

Nous avons dans ce chapitre déterminé par une méthode en mode boucle fermée la fonction de transfert de la cavité optique Fabry-Perot. La détermination de cette fonction de transfert est un point essentiel pour concevoir le filtre électronique le mieux adapté au maintien de la stabilité et à la précision de l'asservissement. L'électronique a été finalisée grâce à l'obtention de ce résultat. Les performances obtenues en terme de stabilité et de réduction du bruit seront exposées au chapitre 5.

La méthode de mesure en régime transitoire (temps de décroissance) a permis de corroborer la mesure en boucle fermée de la fréquence de coupure de la cavité. La méthode graphique quant à elle a fourni un résultat très différent des autres méthodes de mesure. Une analyse des hypothèses sous-jacentes à la mesure par cette méthode a montré que la cavité installée sur site ne les vérifiait plus. L'étude de la réponse de la cavité optique en régime dit non-stationnaire a montré que l'on pouvait expliquer la présence des oscillations sur le signal réfléchi. L'identification précise des paramètres de la cavité par cette méthode ne peut être effectuée dans les conditions expérimentales du tunnel de l'accélérateur.

## Chapitre 3

# Couplage du faisceau laser à la cavité

Nous avons présenté de manière très générale dans le chapitre 2 les différents éléments qui composent la partie optique du polarimètre Compton. Dans le chapitre 1, nous avons toujours supposé que dès que la fréquence du laser était égale à la fréquence de résonance de la cavité, la cavité atteignait un régime d'équilibre avec un gain maximum.

De cette manière, nous avons pu considérer la cavité optique comme un élément d'une boucle d'asservissement classique et nous avons déterminé sa fonction de transfert.

Afin d'obtenir le gain de puissance souhaité dans la cavité, il faut cependant coupler le faisceau laser incident avec *le mode de résonance fondamentale* défini par la cavité optique (nous définissons cette appellation dans le développement).

Ceci implique que l'axe du faisceau incident doit être confondu avec l'axe optique de la cavité et que les dimensions transverses du faisceau incident au centre de la cavité soient adaptées à celles définies par la cavité elle-même.

Nous allons dans ce chapitre traiter les techniques que nous avons utilisées afin de satisfaire à ces deux conditions.

Dans un premier temps, nous rappellerons les bases théoriques de la compréhension du couplage traité en détail dans la référence [65]. Ensuite, nous décrirons comment nous adaptons le faisceau incident aux dimensions imposées par la cavité. Enfin nous décrirons la méthode que nous avons mise au point, d'amélioration automatique du couplage par déplacement du faisceau incident.

### 3.1 Calcul théorique du couplage

#### 3.1.1 Cavité en optique gaussienne

Une cavité Fabry-Perot telle que définie dans le chapitre 1 impose la taille du faisceau qui circule entre les miroirs. Nous allons dans ce paragraphe déterminer la taille sur les miroirs de la cavité et au niveau du waist.

Comme nous l'avons explicité en annexe A.1.2, un faisceau gaussien est entièrement défini par sa taille minimale appelée "waist"  $w_0$  et sa distance de Rayleigh. La distance de Rayleigh est la distance  $z_0$  au bout de laquelle le "waist" est multiplié par  $\sqrt{2}$  ( $w(z_0) = \sqrt{2}w_0$ , figure 3.1).

On définit également le rayon de courbure  $R(z)$  d'un faisceau gaussien qui dépend de la distance par rapport à la position du waist suivant l'axe de propagation par la relation (on suppose que l'origine de l'axe  $z$  est située au niveau du waist  $w_0$ ):

$$R(z) = z + \frac{z_0}{z}. \quad (3.1)$$

La cavité optique définit un waist que l'on notera  $w_0$ . L'expression de ce waist en fonction des

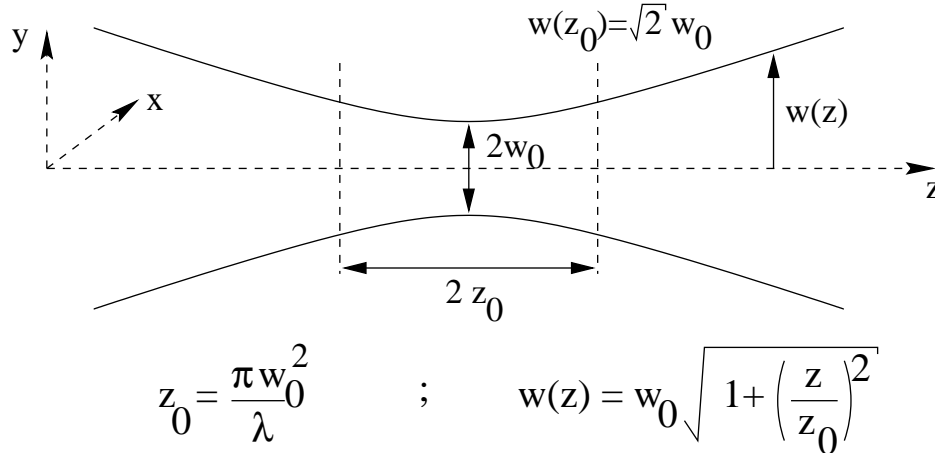


FIG. 3.1 - *Faisceau gaussien.*

paramètres des miroirs et de la longueur de la cavité se déduit de la condition d'autoréplication du faisceau dans la cavité. Cette condition exprime que la surface d'onde du faisceau qui circule dans la cavité doit épouser la forme de la surface des miroirs quand celle-ci les rencontre afin de minimiser les pertes par diffraction. Autrement dit, le rayon de courbure du faisceau incident doit être égal au rayon de courbure des miroirs lorsque le faisceau rencontre la surface des miroirs.

La condition d'autoréplication s'exprime alors par les relations :

$$R(d_1) = d_1 + \frac{z_0^2}{d_1} = R_1, \quad (3.2)$$

$$R(d_2) = d_2 + \frac{z_0^2}{d_2} = R_2. \quad (3.3)$$

On en déduit que :

$$-d_1 = \frac{L(R_2 - L)}{R_1 + R_2 - 2L}, \quad (3.4)$$

$$d_2 = \frac{L(R_1 - L)}{R_1 + R_2 - 2L}. \quad (3.5)$$

Dans le cas où les deux miroirs ont le même rayon de courbure, le waist est situé au centre de la cavité et s'exprime par la relation :

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} \times (L(2R - L))^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}} \times \left(\frac{1+g}{1-g}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad (3.6)$$

où  $g = 1 - \frac{L}{R}$  est le paramètre de stabilité de la cavité. On peut également déterminer la taille du faisceau  $w_1$  sur les miroirs dans ce cas :

$$w_1 = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \times \left( \frac{1}{1 - g^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.7)$$

Dans le cas de la cavité installée sur site, les rayons de courbure des miroirs sont  $R = 0,5 \text{ m}$  et la longueur de la cavité est  $L = 0,85 \text{ m}$ . Les tailles du faisceau au centre de la cavité et sur le miroir sont donc :  $w_0 = 250 \mu\text{m}$  et  $w_1 = 636 \mu\text{m}$ . Le paramètre  $g$  vaut :  $g = -0,7$  (la signification de ce paramètre est explicitée en annexe A.4). La distance de Rayleigh du laser dans la cavité est :  $z_0 \simeq 18 \text{ cm}$ .

On remarque que la définition de la largeur du faisceau est différente pour le faisceau d'électrons et le faisceau de photons [66]. Un faisceau d'électrons a en intensité un profil gaussien d'écart type  $\sigma$  à  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  représenté à deux dimensions par :

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (3.8)$$

En optique, on a défini le profil en amplitude (voir eq. A.29) :

$$E = k(x, y, z) e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2}}, \quad (3.9)$$

avec  $w$  la largeur du faisceau à  $\frac{1}{e^2}$ . En intensité, on écrit :

$$I = k'(x, y, z) e^{-2\frac{x^2+y^2}{w^2}}. \quad (3.10)$$

On en déduit que les paramètres  $w$  et  $\sigma$  sont reliés par la relation :

$$w = 2\sigma. \quad (3.11)$$

### 3.1.2 Effet d'alignement du faisceau

Nous choisissons un repère direct  $Oxyz$  avec les axes  $x$  et  $y$  transverses à l'axe de propagation  $Oz$  d'un faisceau gaussien. En utilisant l'approximation paraxiale, on peut de manière générale écrire le champ électromagnétique du faisceau laser comme la superposition de modes gaussiens orthonormaux de la forme<sup>1</sup> (annexe A.1.1):

$$E(x, y, z) = \sum \alpha_{nm} f_{nm}(x, y, z). \quad (3.12)$$

Les fonctions  $f_{nm}(x, y, z)$  sont des modes gaussiens qui peuvent être de type Hermite-Gauss ou Laguerre-Gauss. Nous utiliserons par la suite la base des modes de l'Hermite-Gauss.

La solution de l'équation d'onde à une dimension dans l'approximation paraxiale peut être exprimée par la superposition de modes  $f_n(x, z)$  (annexe A.1.1).

1. La dépendance temporelle de l'expression des champs sera omise dans toute la suite du paragraphe.

Dans la représentation à deux dimensions, les modes d'Hermite-Gauss sont donnés par la formule :

$$f_{nm}(x, y, z) = f_n(x, z)f_m(y, z) \times \exp(-jkz) \quad (3.13)$$

Par la suite, on ne considérera que les fonctions à une dimension  $f_n(x, z)$ , que l'on notera  $f_n(x)$ , puisque le traitement est identique dans les deux directions transverses  $x$  et  $y$ .

En  $z = 0$  (centre de la cavité), le mode fondamental et les modes d'ordre 1 et 2 peuvent s'écrire en omettant le facteur de normalisation des fonctions  $f_n(x)$  [72] et en ne considérant que l'expansion dans la direction  $x$  :

$$f_0(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{w_0^2}\right) \quad (3.14)$$

$$f_1(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{w_0^2}\right) \times \frac{x}{w_0} \times \sqrt{2\pi} \quad (3.15)$$

$$f_2(x) = (4x^2 - 1) \times \exp\left(-\frac{x^2}{w_0^2}\right) \quad (3.16)$$

On considère maintenant un faisceau dans le mode fondamental que l'on cherche à coupler avec une cavité Fabry-Perot. Dans le plan du waist du faisceau, on écrit le champ sous la forme :  $E(x) = A \times f_0(x)$ . Le traitement qui suit est similaire à celui développé dans la référence [74] (plus récemment, l'approche a été généralisée pour des systèmes optiques plus complexes par [76]). On notera  $E_2(x)$  l'expression du champ dans le résonateur pour le différencier du champ incident  $E(x)$ .

Si le faisceau incident est décalé latéralement d'une quantité  $\Delta x$  par rapport à l'axe optique de la cavité (figure 3.2), le champ dans le résonateur s'écrit :

$$E_2(x) = A \times f_0(x - \Delta x) = A \times \exp\left(-\frac{(x - \Delta x)^2}{w_0^2}\right) \quad (3.17)$$

Pour  $\Delta x \ll 1$ , on peut développer cette expression au premier ordre et on a :

$$E_2(x) = A \times \left( f_0(x) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\Delta x}{w_0} f_1(x) \right) \quad (3.18)$$

Un décalage latéral est donc équivalent à l'addition d'un terme du premier ordre en phase avec le mode fondamental.

Si le faisceau est incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe optique mais croise l'axe optique au niveau du waist ( $\Delta x = 0$ ), le champ peut s'exprimer comme :

$$E_2(x) = A \times \exp\left(-\frac{x^2}{w_0^2}\right) \exp(jk\alpha x) \quad (3.19)$$

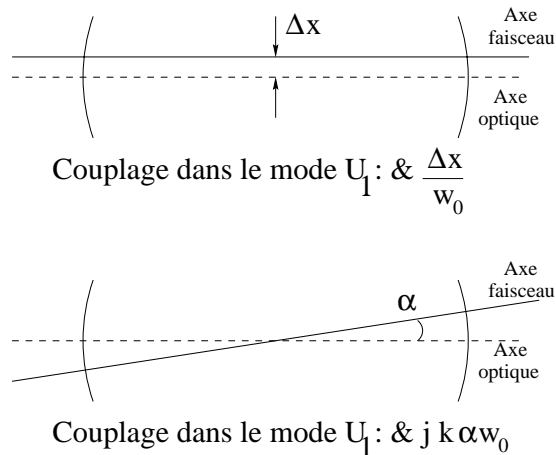


FIG. 3.2 - *Défauts de couplage liés à la position et à l'orientation du faisceau incident.*

En développant au premier ordre en  $\alpha$ , on obtient :

$$E_2(x) = A \times \left( f_0(x) + j \frac{k w_0}{\sqrt{2\pi}} \alpha f_1(x) \right) \quad (3.20)$$

L'inclinaison du faisceau (figure 3.2) dans le mode fondamental provoque un couplage dans le mode d'ordre 1 avec un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$ .

### 3.1.3 Effet d'adaptation du faisceau

Si la position du waist du faisceau incident est décalée d'une distance  $d$  le long de l'axe Oz par rapport à la position du waist défini par la cavité (figure 3.3), alors l'onde aura une courbure au lieu d'être plane. Cet effet occasionne une erreur que l'on peut estimer. On suppose d'abord que la taille du waist du faisceau incident est  $w = w_0$ . Le rayon de courbure inverse dans le plan du waist défini par la cavité est légèrement différent de zéro et on a :

$$\frac{1}{R(d)} = \frac{1}{d(1 + \frac{z^2}{d^2})} \quad (3.21)$$

$$= \frac{1}{d(1 + \frac{\pi^2 w_0^4}{\lambda^2 d^2})} \quad (3.22)$$

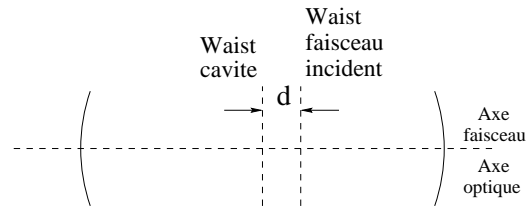
On écrit alors l'expression du champ en  $z = 0$  comme :

$$E_2(x) = A \times \exp \left( -\frac{x^2}{w_0^2} - j \frac{k x^2}{2R(d)} \right) \quad (3.23)$$

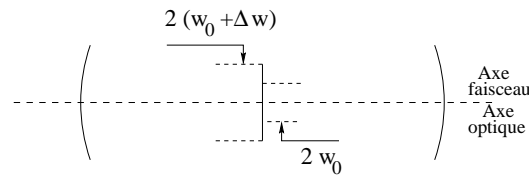
Puisque  $\frac{1}{R(d)} \ll 1$ , on développe l'exponentielle au 1<sup>er</sup> ordre et on obtient :

$$E_2(x) = A \times \left( f_0(x) - \frac{k w_0^2}{8R(d)} (f_2(x) + f_0(x)) \right). \quad (3.24)$$

En supposant que  $d \ll z_R$ , on peut encore écrire que :



Couplage dans le mode  $U_2$  :  $\propto \frac{j d}{k w_0^2}$



Couplage dans le mode  $U_2$  :  $\propto \frac{\Delta w}{w_0}$

FIG. 3.3 - *Défauts de couplage liés à l'adaptation du faisceau incident.*

$$E_2(x) = A \times \left( f_0(x) - j \frac{d}{2k w_0^2} (f_2(x) + f_0(x)) \right). \quad (3.25)$$

Si le front ne possède pas la bonne courbure dans le plan du waist défini par la cavité, alors on observera un couplage dans un mode du second ordre avec un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport au mode fondamental.

La dernière source de découplage est la différence  $\Delta w$  entre la taille du waist du faisceau incident et la taille du waist cavité. On suppose alors que le waist du faisceau incident est bien placé en  $z = 0$ .

Dans ce cas, le champ dans le résonateur s'écrit :

$$E_2(x) = A \times \exp \left( - \frac{x^2}{(w_0 + \Delta w)^2} \right) \quad (3.26)$$

On peut toujours dans l'approximation d'un écart faible à la valeur idéale développer l'expression précédente. On obtient :

$$E_2(x) = A \times \left( f_0(x) + \frac{\Delta w}{w_0} f_2(x) \right) \quad (3.27)$$

Un défaut d'adaptation de la taille du faisceau peut donc être décrits par le couplage dans un mode d'ordre 2 en phase avec le mode fondamental (figure 3.3).



Les défauts d'alignement ou d'adaptation du faisceau peuvent donc être décrit par l'introduction de couplage dans des modes du premier ou du second ordre en phase ou en quadrature de phase avec le mode fondamental.

Cet effet se caractérise par la perte de couplage dans le mode fondamental et donc de puissance utile dans la cavité lorsque la fréquence du laser est asservie à une des fréquences de résonance de ce mode. On cherche donc à minimiser les couplages "parasites" en maîtrisant les deux aspects du couplage : la position et la taille du waist du faisceau incident d'une part, et la position et l'orientation du faisceau d'autre part.

## 3.2 Adaptation du faisceau

Nous considérons dans ce paragraphe la technique employée afin de contrôler la position et la taille du waist du faisceau laser incident sur notre montage à TJNAF. La connaissance de ces paramètres permet de connaître l'évolution de la taille du faisceau en tout point du parcours. On peut ainsi concevoir la ligne de focalisation afin d'adapter, au CIP<sup>2</sup>, la taille du faisceau à la taille définie par la cavité (§3.1.1) et minimiser les sources de découplage dans les modes autres que le fondamental (§3.1.3).

La cavité impose un waist faisceau tel que  $w_{cav} = 245 \mu m$  au CIP. Le problème consiste donc à transporter le waist du faisceau laser au CIP avec les bonnes dimensions.

### 3.2.1 Caractéristiques du laser

Le point de départ du raisonnement est de connaître la taille et la position du waist du faisceau initial. Le constructeur<sup>3</sup> donne un waist elliptique situé à 5 cm de la sortie du boîtier et tel que  $w_x = 270 \mu m$  et  $w_y = 215 \mu m$  ( $x$  : horizontal et  $y$  : vertical). On définit le waist moyen  $w_{moy} = \frac{w_x + w_y}{2} = 242 \mu m$ .

Les spécifications du constructeur sont vérifiées en effectuant des mesures à l'aide d'un profilomètre à balayage de fentes (largeur des fentes : 5  $\mu m$ ) du commerce : Photon<sup>4</sup>. Cet appareil permet de mesurer les dimensions transverses du faisceau avec une précision de quelques  $\mu m$ . Les mesures montrent qu'en fait le faisceau possède un waist placé à environ 5 cm de la sortie du boîtier laser et tel que  $w_x = 198 \mu m$  et  $w_y = 143 \mu m$  (voir table 3.1).

Il faut ensuite tenir compte de l'influence de l'isolateur optique (annexe B.2.3). Cet élément protège le laser des réflexions parasites sur les différents éléments du dispositif.

L'isolateur déforme le faisceau laser qui le traverse. Afin de modéliser la ligne optique avec les fonctions de transfert des éléments focalisants, on détermine expérimentalement l'évolution du waist du faisceau à la sortie de l'isolateur de Faraday (IOF).

Il faut d'abord déterminer la position à laquelle on va placer cet élément en fonction de la densité de puissance du faisceau incident (les polariseurs en entrée et en sortie sont constitués de

2. Le CIP, Point d'Interaction Compton, est situé au centre de la cavité optique.

3. Lightwave Electronics, CA

4. Photonetics - XYGet/ND3106

deux prismes de calcite avec lame d'air. Ils supportent une densité de puissance maximum de  $500 \text{ W/cm}^2$ ).

L'intensité d'un faisceau gaussien de puissance  $P$  en fonction de la distance transverse  $x$  à l'axe de propagation est donnée par la formule :

$$I_{(\text{W/cm}^2)}(x) = I_0 e^{-\frac{2x^2}{w^2}} \quad (3.28)$$

où  $I_0 = \frac{2P(W)10^{-4}}{\pi w^2}$  est l'intensité maximale au centre du faisceau (en  $\text{W/cm}^2$ ).

On peut tracer pour notre laser l'évolution de cette densité de puissance en fonction de la distance  $z$  (figure 3.4). La courbe indique que l'on peut placer l'isolateur à une distance de  $10 \text{ cm}$

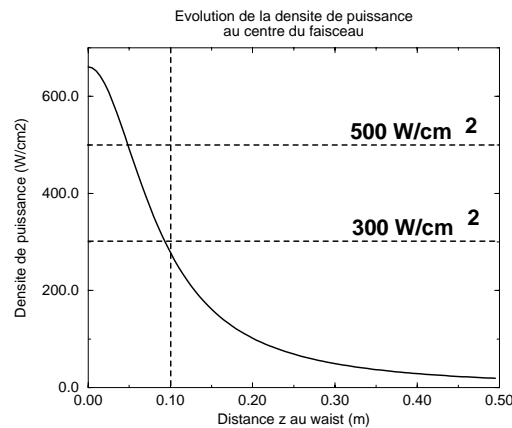


FIG. 3.4 - *Densité de puissance maximale au centre du faisceau en fonction de la distance  $z$  à la position du waist.*

du waist du laser où la densité de puissance est de l'ordre de  $300 \text{ W/cm}^2$ . On dispose ainsi d'une marge de sécurité de  $200 \text{ W/cm}^2$ .

	Spécifications	Sans IOF	Avec IOF
$w_x$	$270 \mu\text{m}$	$198 \mu\text{m}$	$224 \mu\text{m}$
$z_{R_x}$	$0,215 \text{ m}$	$0,116 \text{ m}$	$0,148 \text{ m}$
$w_y$	$215 \mu\text{m}$	$143 \mu\text{m}$	$162 \mu\text{m}$
$z_{R_y}$	$0,136 \text{ m}$	$0,06 \text{ m}$	$0,077 \text{ m}$
$w_{moy}$	$242 \mu\text{m}$	$170 \mu\text{m}$	$193 \mu\text{m}$
$z_{R_{moy}}$	$0,174 \text{ m}$	$0,086 \text{ m}$	$0,11 \text{ m}$
$D_{moy}$	$5 \text{ cm}$	$5,4 \text{ cm}$	$8 \text{ cm}$

TAB. 3.1 - *Caractéristiques du faisceau laser: spécifications et mesures avec et sans IOF ( $z_R$ : distance de Rayleigh,  $D$ : distance du waist laser au boîtier,  $w$ : waist du faisceau)*

Après mise en place de l'isolateur de Faraday, les mesures ont montré qu'à sa sortie, le faisceau

se comportait comme si le waist était situé à  $8 \text{ cm}$  de la sortie du boîtier du laser avec un waist moyen  $w_{moy} = 193 \mu\text{m}$  et une distance de Rayleigh égale à :  $z_{Rmoy} = 0,11 \text{ m}$  (voir table 3.1). La donnée de ces paramètres permet de modéliser la ligne faisceau.

### 3.2.2 Focalisation du faisceau

Si on suppose qu'un faisceau possède son waist  $w$  à une distance  $d$  d'une lentille de focale  $f$ , alors le waist est transformé en un waist  $w'$  tel que :

$$w'_f = Mw_f \quad (3.29)$$

$$\text{et} \quad d' = M^2(d - f) + f \quad (3.30)$$

où  $d'$  est la distance entre le waist transformé et la lentille et  $M$  est la fonction de transfert (grandissement) de la lentille :

$$M = \frac{\left| \frac{f}{d-f} \right|}{\sqrt{1 + \frac{\frac{\pi w_0^2}{\lambda}}{|d-f|^2}}} \quad (3.31)$$

Connaissant la position et la taille du faisceau laser, il suffit d'utiliser cette fonction de transfert pour chaque lentille du trajet du faisceau pour connaître l'évolution du waist du faisceau.

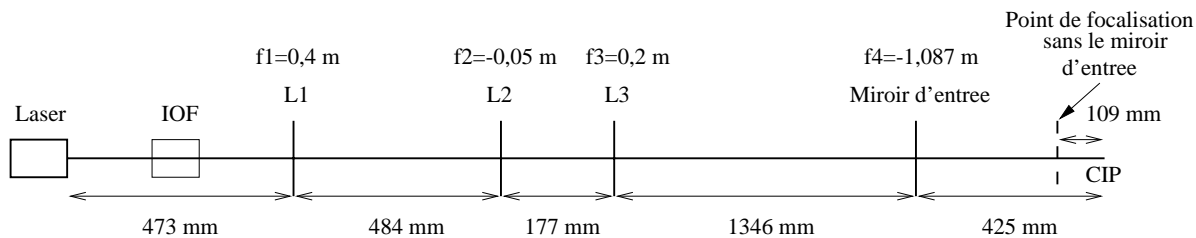


FIG. 3.5 - Schéma du montage de focalisation du faisceau laser.

Les contraintes sont les suivantes : compte tenu des conditions d'installation, la distance totale depuis le waist du laser jusqu'au CIP pouvait varier entre  $2,3 \text{ m}$  et  $2,6 \text{ m}$ . Il était important de concevoir un montage optique permettant d'utiliser indifféremment une cellule de Pockels ou une lame quart d'onde pour transformer la polarisation linéaire du faisceau en une polarisation circulaire (§4.2). La cellule de Pockels apporte la possibilité de basculer la polarisation de l'onde incidente plus rapidement que la lame quart d'onde montée sur support motorisé. En laboratoire, avec une cellule Gsänger<sup>5</sup>, nous avons pu basculer l'état de polarisation toutes les  $200 \mu\text{s}$ . La cellule n'a pas été montée lors de l'installation en février 1999 car celle dont nous disposions a subi des dommages.

Pour utiliser la cellule de Pockels dans les meilleures conditions, il faut que le faisceau soit collimaté sur toute sa longueur (diamètre à  $1/e^2 \sim 75\%$  de l'ouverture de  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  de la cellule)

5. Gsänger LM 0202 IR 5W 99% 1:1000

et que la densité de puissance soit limitée.

Ces considérations nous ont conduit à concevoir un dispositif de focalisation du faisceau composé de trois lentilles.

La première lentille est située à  $42,3 \text{ cm}$  du waist du faisceau laser (IOF en place) et est de focale  $f_1 = 0,4 \text{ m}$ . Elle permet de collimater le faisceau sur la zone comprise entre  $0,5$  et  $0,8 \text{ m}$  du waist laser. C'est dans cette zone que la cellule de Pockels ou la lame peuvent être installées. Une lentille divergente de focale  $f_2 = -0,05 \text{ m}$  puis une lentille convergente de focale  $f_3 = 0,2 \text{ m}$  sont disposées respectivement à  $48,4 \text{ cm}$  et  $66,1 \text{ cm}$  de la première lentille. L'ensemble du montage de focalisation est détaillé sur la figure 3.5.

Nous avons également tenu compte dans la simulation de l'effet défocalisant du miroir d'entrée de la cavité qui se comporte comme une lentille divergente de focale  $f_m = -1,087 \text{ m}$  déterminée par la formule<sup>6</sup> :

$$f_m = \frac{-R}{(n-1)} \quad (3.32)$$

Pour cette raison, le waist du faisceau laser n'est pas au CIP avant de mettre la cavité optique en place. Il est décalé de  $10,9 \text{ cm}$  en amont du CIP et son waist moyen est  $w_{\text{moy}} = 175 \mu\text{m}$ . La mise en place du miroir d'entrée de la cavité permet d'obtenir un faisceau focalisé au CIP avec un waist moyen égal à  $246 \mu\text{m}$ . La figure 3.6 montre l'évolution de la valeur du waist en fonction de la distance au waist initial du faisceau laser dans les cas où la cavité est ou n'est pas mise en place.

Les lentilles 1 et 2 sont fixes quand le tunnel du hall A est fermé. La lentille 3 est commandable à distance. Lorsque la cavité est mise en place et réglée, on ajuste sa position pour augmenter le couplage et la puissance intra-cavité. Le déplacement de la lentille 3 permet de modifier la position du waist du faisceau incident et de l'ajuster au centre de la cavité.

Le réglage de la focalisation du faisceau laser (adaptation au waist défini par la cavité) est un réglage fixe. Lorsqu'on a trouvé le point optimum les paramètres sont fixés jusqu'au prochain changement de montage.

On peut remarquer à ce stade que l'ellipticité du faisceau limite le couplage maximum que l'on peut obtenir dans le mode fondamental (l'emploi de lentilles cylindriques pour compenser cet effet aurait compliqué considérablement le système pour un gain de puissance de 3%).

Une méthode de mesure du couplage que nous avons mise au point permet d'estimer le couplage que l'on peut atteindre sur notre montage (§5.1).

### 3.3 Alignement du faisceau incident

Nous allons dans ce paragraphe aborder la méthode de réglage que nous avons mise au point afin de contrôler les erreurs de couplage liées à un mauvais positionnement du faisceau.

---

6. L'indice du substrat de silice du miroir est  $n = 1,46$  à  $1064 \text{ nm}$ .

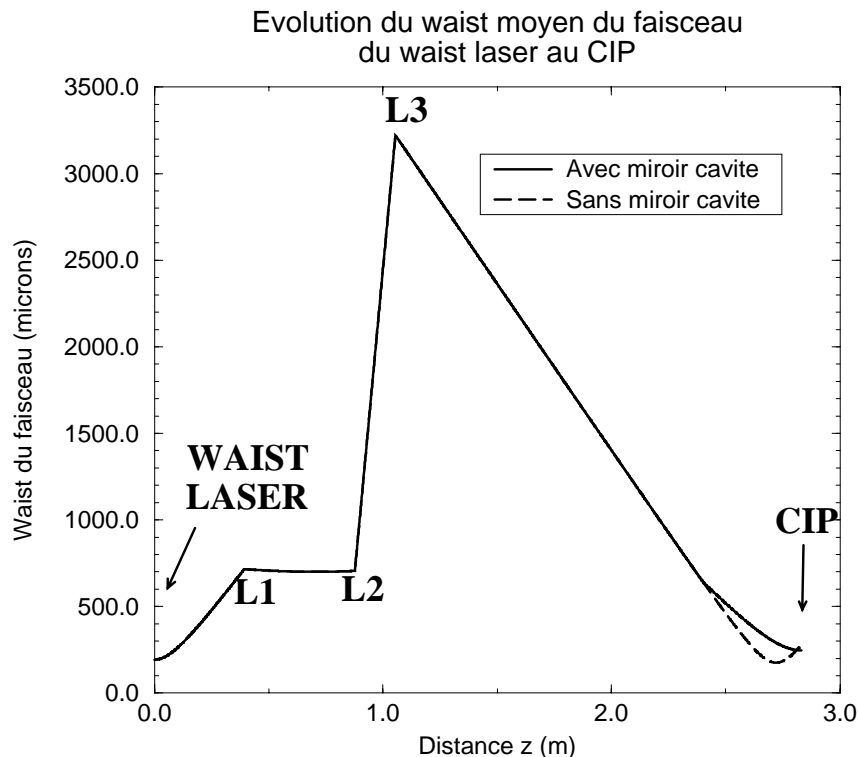


FIG. 3.6 - *Focalisation du faisceau laser sur le trajet optique.*

### 3.3.1 Déplacements du faisceau

Le couplage de position et d'orientation du faisceau est un problème à quatre inconnues  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta\alpha_x$ ,  $\Delta\alpha_y$ . Elles consistent comme nous l'avons vu précédemment en des décalages transverses et des inclinaisons par rapport à l'axe optique de la cavité.

Afin de contrôler ces paramètres, il faut disposer de 4 degrés de liberté sur le réglage du faisceau incident. Ceux-ci sont fournis par deux miroirs motorisés dans les directions horizontale et verticale (sur la figure 3.7, les miroirs sont notés M1 et M2).

Comme nous l'avons décrit au paragraphe 2.3.2, le montage est réalisé sur deux étages. On remarque ici que ce montage a la particularité d'inverser les directions  $x$  et  $y$  entre le miroir M1 et le miroir M2 comme le montre la figure 3.8. Par conséquent, les axes des miroirs M1 et M2 doivent être inversés pour obtenir des mouvements dans le même plan au niveau de la cavité optique.

Les miroirs sont montés dans des montures motorisées Physik Instrumente (Polytec PI). Un châssis de contrôle C-844 permet de commander 4 moteurs. Les châssis sont reliés par liaison RS232 au châssis VME qui contient les cartes du contrôle-commande.

La puissance en sortie de cavité est lue par deux sphères intégrantes couplées à deux détecteurs. Ces détecteurs sont constitués par des diodes InGaAs calibrées devant lesquelles sont interposés des densités optiques (DO 3). Ils sont reliés à un contrôleur (noté "Powermeter" sur la figure 3.7).

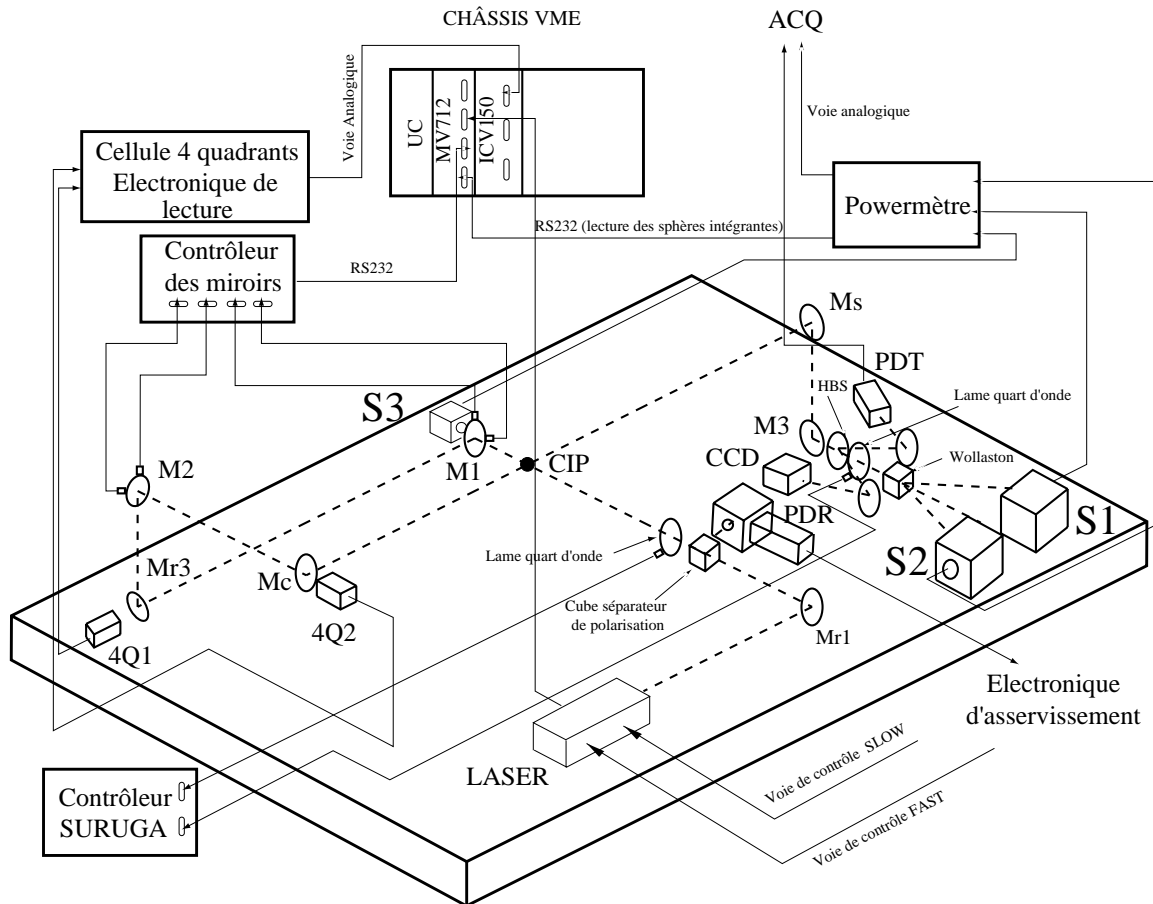


FIG. 3.7 - Montage optique de contrôle de la position du laser.

Le contrôleur possède deux sorties analogiques non-calibrées qui sont utilisées dans l'acquisition rapide du polarimètre pour surveiller les variations de puissance. Il possède aussi une EPROM sur chaque voie de lecture qui permet de visualiser sur l'écran d'affichage les mesures photodiode calibrées. Ces valeurs peuvent être lues par le contrôle-commande par voie RS232. Nous contrôlons les variations de position du pointé laser par l'intermédiaire de cellules 4 quadrants notées 4Q1 et 4Q2 (annexe B.3) placées en transmission des miroirs Mr3<sup>7</sup> et Mc. Comme le montre la figure 3.9, les dérives de position du pointé du laser constatées sont faibles (de l'ordre de quelques  $\mu m$  par jour). Afin de contrôler les défauts de couplage, on peut développer un asservissement de la position du faisceau en utilisant le signal réfléchi par la cavité [74], [75].

Compte tenu des variations de puissance dans la cavité liées aux déplacements du faisceau (2% sur 10 heures), nous n'avons pas cherché à mettre en place un asservissement rapide de la position du faisceau.

La conception d'un système capable sur demande de déplacer automatiquement le faisceau in-

7. Les miroirs Mr1 et Mc sont des miroirs fixes dans le montage.

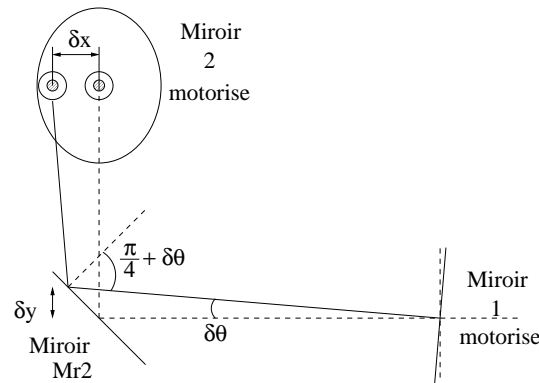


FIG. 3.8 - *Inversion des directions  $x$  et  $y$  dans le périscopie du montage optique.*

cident vers l'axe optique de la cavité répondait plus à nos besoins.

Les considérations du paragraphe 3.1.2 montrent que pour assurer le couplage optimum dans le mode fondamental, il faut pouvoir effectuer deux sortes de déplacements du faisceau incident :

- Des déplacements parallèles à l'axe optique de la cavité dans les directions  $x$  et  $y$ .
- Des rotations par rapport à la position du waist dans la cavité dans les plans  $Oxz$  et  $Oyz$ .

Afin de concevoir un tel système, nous avons été amenés à modéliser le périscopie<sup>8</sup> du montage de manière à connaître la séquence de mouvement des miroirs correspondant à ces deux types de déplacements.

Dans ces simulations [77], nous avons intégré les distances entre les différents miroirs et déterminé les rotations qui menaient aux déplacements souhaités.

Nous avons ensuite déterminé la correspondance entre le nombre de pas effectués sur chaque moteur et l'angle associé (les spécifications sont  $0,5$  arcs de résolution). Le tableau 3.2 regroupe les résultats de ces mesures. Nous avons obtenu une résolution de l'ordre de l'arcseconde.

Le fait d'utiliser une cavité optique monolithique garantit que l'axe optique de la cavité se

	$k_{M1H}$	$k_{M1V}$	$k_{M2H}$	$k_{M2V}$
Angle par pas	$6,75 \mu\text{rad}/50$ pas	$11,25 \mu\text{rad}/\text{pas}$	$8,25 \mu\text{rad}/\text{pas}$	$10,75 \mu\text{rad}/\text{pas}$

TAB. 3.2 - *Calibration des moteurs du périscopie.*

trouve dans un cylindre de rayon faible ( $R_{cyl} < 250 \mu\text{m}$ ) et dont l'axe de symétrie est l'axe mécanique de la cavité. Nous avons donc pris comme référence l'axe mécanique et le centre de la cavité monolithique.

Un déplacement parallèle à l'axe de la cavité est obtenu en effectuant une rotation du même

8. Le périscopie désigne l'ensemble des deux miroirs motorisés.

angle dans les directions correspondantes du miroir M2 et du miroir M4.

Nous avons vu que les directions  $x$  et  $y$  étaient inversées entre M2 et M4. Pour obtenir un déplacement dans le plan horizontal au niveau de la cavité, on joue donc sur les moteurs M2V et M4H en prenant un coefficient de proportionnalité  $kh = \frac{k_{M2V}}{k_{M4H}}$  tel que le nombre de pas effectués sur le moteur M2V soit  $kh$  fois le nombre de pas effectués sur le moteur M4H. Pour un déplacement parallèle dans le plan vertical on utilisera les moteurs M2H et M4V avec  $kv = \frac{k_{M2H}}{k_{M4V}}$ .

Une rotation autour du waist de la cavité est obtenue en effectuant des déplacements deux fois plus importants sur les moteurs du miroir M4 que sur les moteurs du miroir M2. On notera les coefficients de proportionnalité :  $kth$  et  $ktv$ .

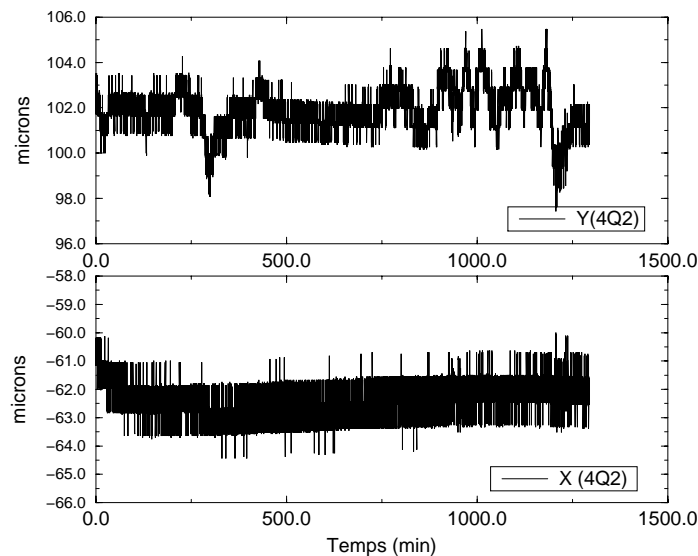


FIG. 3.9 - *Déplacement du faisceau laser au niveau de la 4Q2.*

### 3.3.2 Critère de réglage

Après la détermination des séquences de mouvements des moteurs adaptées à notre propos, nous pouvons optimiser le couplage. Nous allons maintenant nous intéresser au critère que nous avons choisi sur le montage expérimental pour diriger ces mouvements.

La méthode utilisée pour coupler le faisceau laser incident est la suivante : dans un premier temps, on réalise la ligne optique sans la cavité en plaçant le faisceau au centre des optiques. Des cellules 4 quadrants en transmission des miroirs  $M_c$  et  $M_s$  donnent une référence sur la position de l'axe mécanique du montage. On peut positionner finement le faisceau sur cet axe en le centrant sur les cellules : un diaphragme centré de  $2,5\text{ mm}$  de diamètre est placé derrière chacun des miroirs. Le centrage est obtenu en recherchant le maximum d'intensité à la transmission du diaphragme.



On place ensuite la cavité sur son support entre les miroirs  $M_c$  et  $M_s$ . Elle est alors reliée au tube faisceau et nous n'avons plus accès ni aux miroirs de renvoi ni aux miroirs de la cavité. A ce stade, nous ne disposons que des informations données par plusieurs éléments de détection :

- Une photodiode rapide qui détecte l'intensité réfléchie par la cavité.
- Une photodiode rapide qui détecte l'intensité transmise par la cavité.
- Deux sphères intégrantes  $S_1$  et  $S_2$  couplées à deux détecteurs qui permettent de mesurer la puissance en bout de ligne optique.
- Une caméra CCD qui permet de visualiser la répartition transverse de l'énergie dans le faisceau transmis par la cavité.
- Une caméra CCD qui permet de visualiser la position du faisceau incident et du faisceau réfléchi par la cavité sur le miroir fixe  $M_{r3}$ .

En boucle ouverte (§1.3.1), la fréquence du laser varie en permanence. Nous avons toujours supposé au chapitre 3 que le réglage de couplage était idéal. Dans ce cas, les seules résonances permises correspondent au mode fondamental.

Dans le cas réel où la cavité vient d'être mise en place, le faisceau incident est placé de telle manière que plusieurs modes d'ordre supérieur peuvent s'établir dans la cavité. La première étape du réglage consiste alors à déplacer le miroir  $M_2$  de manière à superposer les taches du faisceau incident et du faisceau réfléchi au niveau du miroir  $M_{r3}$ . Lorsque la fréquence laser balaye un intervalle spectral libre (FSR), on observe alors ces modes en sortie de cavité sur la caméra. On détecte également leur présence sur les signaux de photodiode en réflexion et en transmission.

Un critère de réglage peut être d'augmenter la profondeur du pic correspondant au mode fondamental en déplaçant convenablement le faisceau incident. Le problème de cette méthode au début du réglage est que le couplage dans le mode fondamental peut ne pas être prédominant. La seule manière de discriminer entre les différents modes est la visualisation de la répartition transverse de l'énergie pour chaque mode avec la caméra CCD. La figure 3.10 montre un exemple de modes visualisés à l'aide de la caméra.

L'apport de la cavité monolithique dans ce contexte a été déterminant. En effet, elle garantit la position de l'axe optique de la cavité autour de l'axe mécanique. Autrement dit, le faisceau incident est initialement proche de l'axe optique et les mouvements à effectuer pour rendre le mode fondamental prédominant sont faibles (de l'ordre de 200 pas sur  $M_2$  et de 400 pas sur  $M_4$ ).

Il est possible en appliquant les séquences de mouvements déterminées précédemment de poursuivre le réglage en boucle ouverte en se basant à la fois sur la caméra et la taille du pic du signal en réflexion. Cependant, cette technique nécessite un peu de pratique et ne convient pas à une utilisation systématique.

Nous avons donc cherché une méthode facile d'utilisation. Cette méthode consiste à effectuer le réglage du faisceau incident en boucle fermée. Elle suppose que le couplage initial dans le

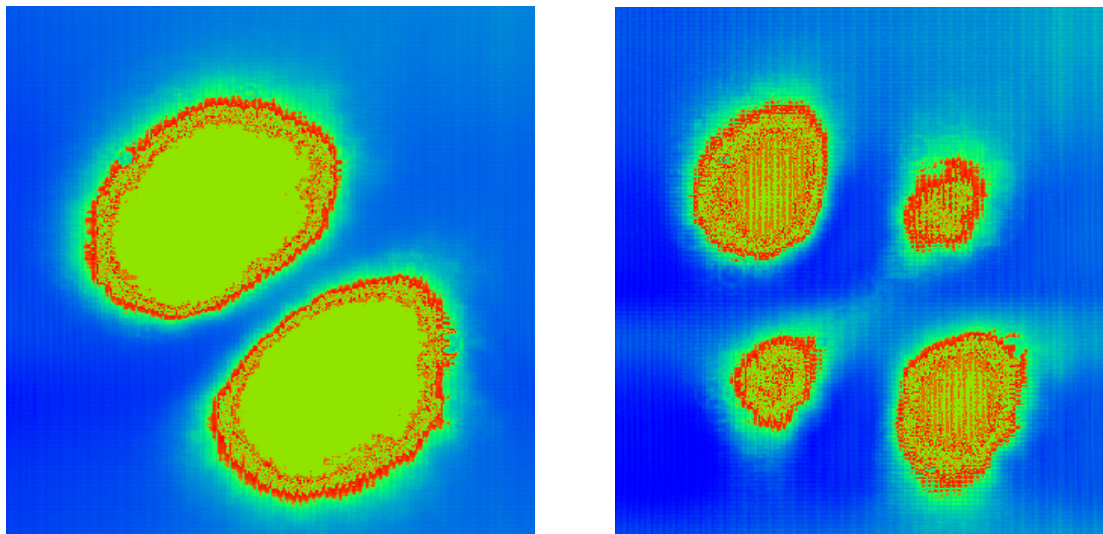


FIG. 3.10 - *Visualisation des modes transverses TEM01 et TEM11 à l'aide de la caméra CCD.*

mode fondamental est suffisamment important pour que la boucle d'asservissement puisse être utilisée. Expérimentalement, nous avons constaté que cela nécessitait que le pic du signal réfléchi soit d'amplitude supérieure ou égale à 100 mV. Comme nous venons de l'expliquer, un petit mouvement autour de la position initiale du faisceau incident après la mise en place de la cavité permet d'atteindre ce niveau de signal.

Une fois la boucle d'asservissement fermée, le principe de l'algorithme est très simple : on recherche successivement le maximum de puissance à la sortie de la cavité pour les deux déplacements parallèles et les deux rotations précédemment considérées. L'intérêt de cette méthode réside dans le fait que, sur notre système, les mouvements des miroirs ne perturbent pas suffisamment l'asservissement pour provoquer l'ouverture de la boucle (cependant, si on déplace le faisceau incident de telle sorte que la tension du signal en réflexion dépasse le seuil fixé (voir §2.1.1), l'électronique provoque l'ouverture de la boucle).

On utilise la mesure effectuée par les sphères intégrantes en bout de ligne comme critère de référence. La valeur lue par les détecteurs est transmise à un contrôleur qui est interfacé avec le système de contrôle-commande EPICS [95] par voie RS232.

Nous avons écrit un programme qui teste la valeur de la puissance sur les sphères. Si après un mouvement dans un sens, la puissance est plus faible que précédemment ou si l'asservissement a été perdu, on retourne dans la direction opposée.

Le système de rattrapage automatique de l'asservissement de la fréquence du laser (§2.1.1) permet de simplifier le mode opératoire. Si l'asservissement a été perdu au cours d'un mouvement, le fait de revenir à la position initiale permet de repasser en asservissement sans avoir à intervenir grâce au balayage imposé par programme à la fréquence du laser.

La procédure a été testée et mise en place et permet de simplifier considérablement la mise en

oeuvre de la cavité. Le réglage est effectué en 10 *mn*.

Nous avons donc décrit dans ce chapitre les techniques que nous avons employées afin de maîtriser le couplage du faisceau incident à la cavité Fabry-Perot.

Nous avons tenu compte dans le montage de focalisation du faisceau de l'influence de l'isolateur optique qui déforme le faisceau. Nous avons également pris en considération le miroir sphérique d'entrée de la cavité qui joue le rôle d'une lentille divergente. Enfin, le montage a été adapté pour pouvoir utiliser indifféremment une lame quart d'onde ou une cellule de Pockels. Nous avons également développé une méthode simple et pratique de réglage de la position et de l'inclinaison du faisceau incident sur la cavité. Cette méthode s'effectue alors que la fréquence du laser est asservie à la fréquence de résonance de la cavité. Elle s'appuie sur la capacité du système à rattraper automatiquement l'asservissement. La cavité monolithique permet d'effectuer un pré-réglage rapide de la position du faisceau.

Nous verrons au chapitre 5, les performances en terme de couplage que ces techniques nous ont permis d'atteindre.



## Chapitre 4

# Etude de la polarisation du faisceau de photons

La maîtrise de la polarisation du faisceau de photons au point d'interaction (CIP) avec le faisceau d'électrons polarisés constitue le dernier aspect fondamental de notre étude. En effet, l'asymétrie Compton que nous souhaitons mesurer (voir §I.1.3) dépend de *la pureté de la polarisation*<sup>1</sup> du faisceau laser. Nous rappelons dans ce chapitre quelques notions et notations que nous utiliserons dans les différents aspects du traitement. Ensuite, nous décrivons les techniques utilisées pour s'assurer de la polarisation du faisceau de photons au CIP. Nous étudions alors le comportement de la polarisation de l'onde électromagnétique dans la cavité Fabry-Perot, dans le cas des spécifications des miroirs que nous utilisons. Enfin, nous exposerons les résultats des mesures en sortie de cavité optique ainsi que les limitations actuelles du système.

### 4.1 Polarisation d'un faisceau de photons

#### 4.1.1 Généralités

Nous considérons dans tout le traitement suivant le cas d'une onde plane monochromatique polarisée arbitrairement de fréquence angulaire  $\omega$  et de vecteur d'onde  $k$  et qui se propage suivant un axe  $Oz$  dans un milieu isotrope<sup>2</sup>. Le champ électrique associé à une telle onde peut être écrit sous la forme :

$$\vec{\mathcal{E}}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y)e^{-i(\omega t - kz)}. \quad (4.1)$$

$\vec{E}(x, y)$  est un vecteur complexe situé dans le plan d'onde ( $\Pi$ ) et qui caractérise l'état de polarisation. Dans le repère cartésien orthonormé  $Oxy$ , de vecteurs unitaires  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ , il vient :

$$\vec{E}(x, y) = E_x e^{i\delta_x} \vec{x} + E_y e^{i\delta_y} \vec{y} \quad (4.2)$$

1. Nous précisons dans le développement la notion de pureté de l'état de polarisation.

2. Le milieu traversé par le laser sur le dispositif expérimental est isotrope (air ou vide). On peut donc utiliser indifféremment le vecteur induction électrique ou le vecteur champ électrique dans ce cas simplement proportionnels pour décrire la polarisation de l'onde.

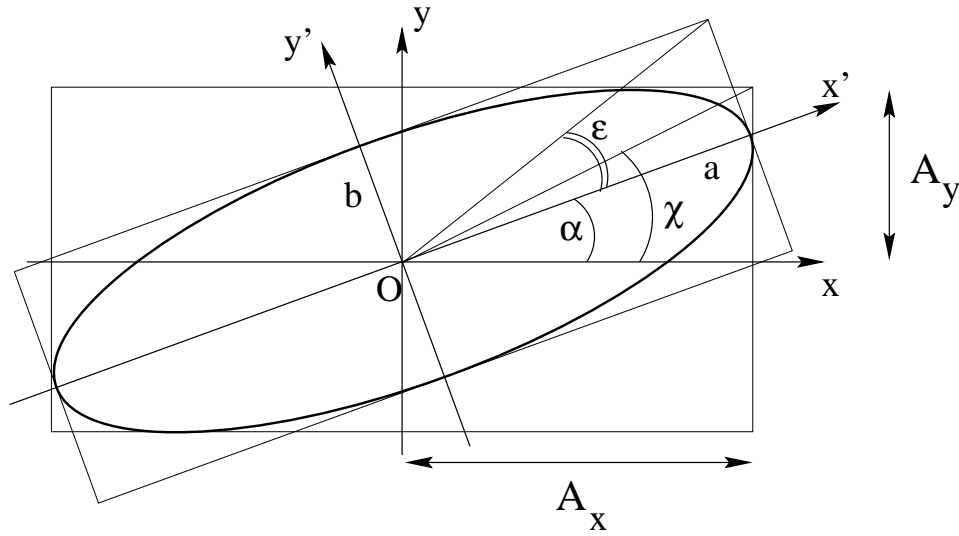


FIG. 4.1 - *Paramètres d'un état de polarisation elliptique.*

où  $E_x$  et  $E_y$  sont des amplitudes réelles et  $\delta_x$  et  $\delta_y$  sont des phases définies à  $2\pi$  près.

Dans le plan d'onde ( $\Pi$ ), les composantes cartésiennes réelles du vecteur  $\vec{\mathcal{E}}$  qui seules ont un sens physique, s'écrivent sous la forme :

$$\vec{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \cos(\omega t - kz + \delta_x) \\ E_y \cos(\omega t - kz + \delta_y) \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Si on associe un point à l'extrémité du vecteur  $\vec{\mathcal{E}}$ , celui-ci décrit dans le cas général une ellipse située dans le plan d'onde (voir figure 4.1). L'état de polarisation étant défini par l'évolution temporelle du vecteur  $\vec{\mathcal{E}}$ , on peut dire que l'état de polarisation le plus général est un état de polarisation elliptique.

Si on pose  $\mathcal{E}_x = X$  et  $\mathcal{E}_y = Y$ , et si on regarde les caractéristiques de l'état de polarisation dans le plan  $z = 0$ , le système d'équations 4.3 mène par élimination du terme temporel à l'équation de l'ellipse :

$$\frac{X^2}{E_x^2} + \frac{Y^2}{E_y^2} - 2\frac{XY}{E_x E_y} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (4.4)$$

où l'on a posé  $\delta = \delta_y - \delta_x$ .

Suivant la valeur du déphasage  $\delta$  entre les deux composantes du champ, le sens de rotation sur l'ellipse varie. Nous utiliserons à partir de maintenant les conventions de notations de S. Huard [33] : le sens d'observation sera défini par la direction opposée à la direction de propagation du faisceau notée  $-\vec{z}$ .

Dans ce cas, si  $\delta \in [0, \pi]$ , le sens de rotation est direct. La polarisation est alors dite de rotation gauche. Si  $\delta \in [-\pi, 0]$ , la polarisation est dite de rotation droite (voir figure 4.2).

On peut déterminer les axes de l'ellipse par changement du repère  $Oxy$  en un repère  $Ox'y'$  par

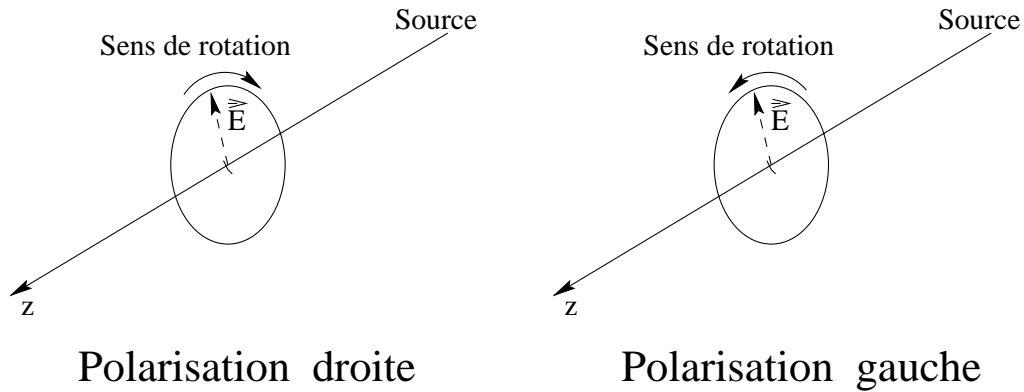


FIG. 4.2 - *Convention de notation. Lorsque l'on regarde en direction de la source, on observe une polarisation gauche (droite) si le vecteur  $\vec{E}$  décrit l'ellipse dans le sens direct (indirect) pour l'observateur.*

rotation d'un angle  $\alpha = (Ox, Ox')$ . En reportant l'expression de  $X$  et  $Y$  dans l'équation 4.4, on obtient la valeur de l'angle  $\alpha$  :

$$\tan(2\alpha) = \frac{2E_x E_y}{E_x^2 - E_y^2} \cos \delta \quad (4.5)$$

L'ellipse de polarisation est représentée sur la figure 4.1 dans les deux repères  $Oxyz$  et  $Ox'y'z$ . Les angles  $\alpha$  et  $\epsilon$  représentent respectivement l'orientation et l'ellipticité de l'ellipse. On a :  $\epsilon = \tan\left(\frac{b}{a}\right)$ .

Il existe des configurations particulières pour lesquelles l'ellipse se réduit à un segment de droite ou à un cercle. On parle alors de polarisation linéaire et circulaire :

- Si  $\delta = 0$  ( $\pi$ ), alors la polarisation est linéaire.
- Si  $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$  et  $E_x = E_y$ , la polarisation est circulaire.

## 4.1.2 Représentation de Jones et paramètres de Stokes

### Représentation de Jones

La représentation de Jones permet, par une approche matricielle dans la résolution des problèmes relatifs à la polarisation de la lumière. Elle utilise pour cela le vecteur  $\vec{E}$  en notation complexe que l'on appellera vecteur de Jones.

En notation complexe et en omettant le terme de propagation de l'onde, on a :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x e^{i\phi_x} \\ E_y e^{i\phi_y} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Si on pose  $\delta = \phi_x - \phi_y$ , on peut réécrire l'expression de l'onde sous la forme (le terme de déphasage lié à la propagation est omis) :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Etat de polarisation	Représentation de Jones
Rectiligne // Ox	$\hat{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
Rectiligne // Oy	$\hat{Y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
Rectiligne, angle $\theta$ / Ox	$\hat{\Theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$
Elliptique	$\hat{E} = \begin{pmatrix} \cos \chi \\ \sin \chi e^{i\phi} \end{pmatrix}$
Circulaire gauche	$\hat{G} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +i \end{pmatrix}$
Circulaire droite	$\hat{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$

TAB. 4.1 - *Etats de polarisation en représentation de Jones*

Comme la multiplication du vecteur par une constante complexe quelconque ne modifie pas l'état de polarisation, il est commode de travailler avec des vecteurs de Jones normés (on les notera  $\hat{E}$  dans la suite). Le tableau 4.1 résume les représentations de Jones caractéristiques des principaux états de polarisation que nous considérerons.

On peut remarquer à ce stade qu'une polarisation elliptique ou linéaire peut s'exprimer comme la superposition de deux ondes polarisées circulairement droite et gauche. On obtient ainsi dans le cas des polarisations linéaires :

$$\hat{X} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{G} + \hat{D}) \quad (4.8)$$

$$\hat{Y} = -\frac{i}{\sqrt{2}}(\hat{G} - \hat{D}) \quad (4.9)$$

Dans le cas général d'une polarisation elliptique, on écrit :

$$\hat{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\cos \chi - i \sin \chi e^{i\phi}) \hat{G} + (\cos \chi + i \sin \chi e^{i\phi}) \hat{D} \right] \quad (4.10)$$

La théorie quantique stipule que les photons d'une lumière polarisée circulairement droite (respectivement gauche) portent un spin égal à  $-\hbar$  (respectivement  $+\hbar$ ), l'axe du spin étant la direction de propagation de la lumière<sup>3</sup>.

La puissance sur les composantes circulaires droites et gauches s'écrivent :

$$I_G = \frac{1}{2} + \cos \chi \sin \chi \sin \phi \quad (4.11)$$

$$I_D = \frac{1}{2} - \cos \chi \sin \chi \sin \phi \quad (4.12)$$

---

3. L'expérience classique qui a mesuré cet effet pour fournir une réponse définitive au sens de la polarisation circulaire a été présentée par Beth en 1936 [82].



On comprend donc que pour obtenir une asymétrie Compton maximum dans le renversement de polarisation du faisceau d'électrons, on doit être capable de fournir un faisceau de photons de polarisation circulaire pure. Dès que la polarisation devient elliptique on introduit une quantité de photons de spin opposé à celui désiré proportionnelle à la puissance portée par la composante droite ou gauche.

### Représentation de Stokes

La représentation de Jones fait appel à la notation complexe en amplitude. La représentation de Stokes au contraire fait appel aux seules grandeurs mesurables directement pour caractériser la polarisation d'une onde : les intensités. En relation avec les paramètres de l'ellipse représentée sur la figure 4.1, on définit les paramètres de Stokes par :

$$\begin{aligned} P_0 &= A_x^2 + A_y^2 \\ P_1 &= A_x^2 - A_y^2 \\ P_2 &= 2A_x A_y \cos \phi \\ P_3 &= 2A_x A_y \sin \phi \end{aligned} \quad (4.13)$$

Les relations précédentes montrent que :  $P_0^2 = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2$ .  $P_0$  représente l'intensité de l'onde optique.  $P_1$  représente la différence des intensités des composantes rectilignes suivant  $Ox$  et  $Oy$ . De même on démontre que  $P_2 = I_{45} - I_{-45}$  où  $I_{45}$  et  $I_{-45}$  sont les intensités suivant la base des états à  $45^\circ$  des axes  $Ox$  et  $Oy$  et que  $P_3 = I_G - I_D$  où  $I_G$  et  $I_D$  sont les intensités sur la base des états circulaires droits et gauches.

Dans ces conventions, les états circulaires droits et gauches s'écrivent :

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} ; \quad \hat{D} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

L'ellipticité et l'angle que font l'ellipse par rapport à l'axe de référence  $Ox$  sont reliés aux paramètres de Stokes par les relations :

$$\tan \epsilon = \frac{b}{a} = \frac{P_3}{P_0 + \sqrt{P_1^2 + P_2^2}} \quad (4.15)$$

$$2\alpha = \arctan\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \arctan\left(\frac{2A_x A_y \cos \phi}{A_x^2 - A_y^2}\right) \quad (4.16)$$

On définit également les degrés de polarisation linéaires (*DOLP*) et circulaires (*DOCP*) à l'aide de ces paramètres [83] :

$$DOLP = \frac{\sqrt{P_1^2 + P_2^2}}{P_0} \quad (4.17)$$

$$DOCP = \frac{P_3}{P_0} \quad (4.18)$$

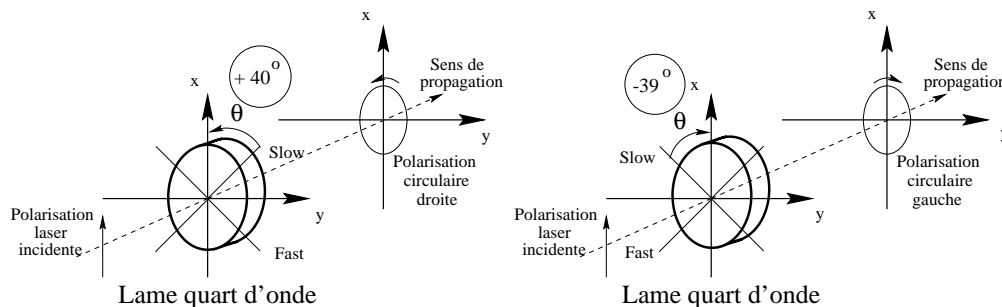


FIG. 4.3 - *Mise en forme d'une polarisation circulaire avec une lame quart d'onde.*

## 4.2 Le dispositif de contrôle de la polarisation

La polarisation du faisceau à la sortie du boîtier laser est linéaire et sa pureté ( $1 - DOLP$ ) est de l'ordre de  $\frac{1}{300}$ . Le faisceau traverse ensuite l'isolateur optique. Celui-ci est composé de 2 polariseurs de Glan<sup>4</sup> en entrée et en sortie (voir annexe B.2.3). Le polariseur de sortie affine la polarisation à  $\frac{1}{100000}$ .

Le dispositif de contrôle de la polarisation (mise en forme et mesure) a été conditionné par deux nécessités : celle d'avoir une polarisation parfaitement circulaire au point d'interaction Compton (§4.1.2) et celle de pouvoir utiliser le signal réfléchi par la cavité dans la boucle d'asservissement (§1.2.3).

### 4.2.1 Mise en forme de la polarisation

Une lame quart d'onde permet de créer la polarisation circulaire au CIP à partir de la polarisation linéaire incidente. Elle est montée sur une monture motorisée "SURUGA" (voir §B.2.4). Cette monture permet de renverser l'orientation des axes et de créer alternativement une polarisation circulaire droite ou gauche. Le sens de rotation de la polarisation est lié au signe de l'angle  $\theta$  comme le montre la figure 4.3. La motorisation permet d'effectuer le renversement en 2 secondes minimum.

Afin d'obtenir la polarisation circulaire pure au CIP, il faut tenir compte des dégradations entre la lame et le CIP. La polarisation est en effet modifiée à chaque réflexion sur un miroir et peut également l'être à la traversée des hublots<sup>5</sup>.

Un miroir ne réfléchit pas la même quantité de lumière selon qu'elle est polarisée parallèlement (composante  $p$ ) ou perpendiculairement (composante  $s$ ) au plan d'incidence [33]. On peut minimiser la différence des facteurs de réflexion des deux composantes en utilisant des miroirs

4. Un polariseur de Glan-Thomson est composé de deux prismes qui peuvent être en calcite. L'angle au sommet  $\beta$  des prismes est tel que le rayon ordinaire subit une réflexion totale sur le dioptre. On obtient à la sortie du système le rayon extraordinaire.

5. Une partie du trajet suivi par le faisceau est à l'air libre et l'autre sous un vide de  $10^{-9}$  Torr. Le laser traverse des hublots qui subissent des contraintes pouvant induire une biréfringence. Les spécifications du fabricant donnent une biréfringence inférieure à  $0,1 \text{ rad}$  (tests des hublots VERMETAL-F. Cleva-Projet Virgo-1996).

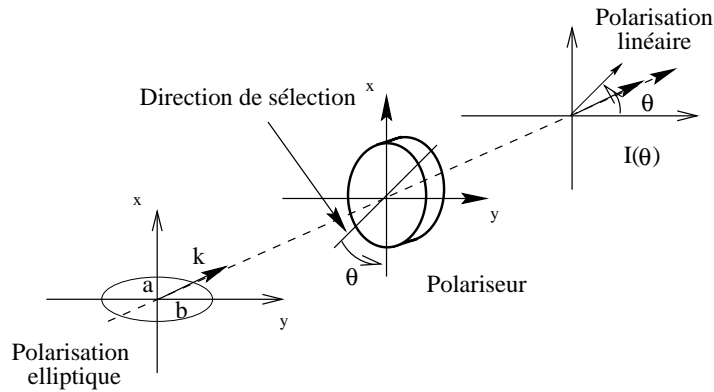


FIG. 4.4 - *Mesure de la polarisation avec un polariseur.*

diélectriques. Les miroirs Tech Optics que nous utilisons ont ainsi des facteurs de réflexion à  $45^\circ$  spécifiés de  $R_p = 99,2\%$  et  $R_s = 99,7\%$ . Nous avons vérifié expérimentalement qu'en appliquant une onde de  $DOCP = 99,9\%$  sur un système de deux miroirs non compensés, l'onde sortante possédait un  $DOCP \sim 98\%$ .

Afin de limiter les dégradations, on peut associer les miroirs de renvoi par paires comme cela a été fait pour le polarimètre du SLAC [86]. Ils sont utilisés au même angle d'incidence mais avec des plans d'incidence perpendiculaires. La composante  $s$  du premier devient la composante  $p$  pour le second. Si les miroirs sont identiques<sup>6</sup>, on annule théoriquement la différence de réflectivité et le déphasage entre les composantes. La polarisation à la sortie du système des deux miroirs est alors préservée.

Notre système comporte entre la lame quart d'onde et le CIP deux paires de miroirs compensés. Les défauts résiduels (les angles d'incidence ne sont pas tous exactement les mêmes) conduisent à ajuster la position de la lame (la position de l'axe lent par rapport à la polarisation linéaire incidente) en mesurant la polarisation au CIP plutôt que directement après la lame. Sur notre système à TJNAF, nous avons pu obtenir une polarisation circulaire gauche de  $DOCP = 99,7 \pm 0,1\%$  pour un angle de réglage sur la monture de  $-39^\circ$  et une polarisation circulaire droite de  $DOCP = 99,6 \pm 0,1\%$  pour un angle de  $+40^\circ$  (les mesures au CIP sont résumées dans le tableau 4.4).

La mesure au CIP est effectuée à l'aide d'un polariseur suivi d'un détecteur (système 1). Le détecteur est composé d'une sphère intégrante et d'une photodiode InGaAs. La photodiode est utilisée en mode photovoltaïque (non polarisée). Son efficacité quantique à  $1064\text{ nm}$  est de  $0,7\text{ A/W}$  contre  $0,15\text{ A/W}$  pour le silicium. Son courant de saturation est de  $250\text{ mA/cm}^2$  contre des valeurs inférieures à  $10\text{ mA/cm}^2$  pour le silicium, ce qui permet une plus grande gamme d'utilisation en terme de puissance.

La figure 4.4 montre le principe de la mesure. Dans le référentiel des axes de l'ellipse de polarisation, le vecteur de Jones normé s'écrit :

$$\hat{E} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{pmatrix} a \\ \pm ib \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

6. En utilisant des miroirs issus d'un même processus de dépôt, on minimise les différences de caractéristiques.

où le signe  $\pm$  correspond respectivement à une polarisation gauche ou droite.

La matrice de Jones d'un polariseur dont la direction de sélection fait un angle  $\theta$  avec l'axe  $Ox$  est :

$$P_{\theta} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Par conséquent, l'intensité à la sortie du polariseur en fonction de l'angle  $\theta$  est donnée par la relation :

$$I = \frac{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}{a^2 + b^2} \quad (4.21)$$

En tournant le polariseur, on trouve les extrema :  $I_{max} = \frac{a^2}{a^2+b^2}$  et  $I_{min} = \frac{b^2}{a^2+b^2}$ .

Le degré de polarisation circulaire s'écrit :

$$DOCP = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} = \frac{2ab}{a^2 + b^2} \quad (4.22)$$

Compte tenu des expressions de  $I_{max}$  et de  $I_{min}$ , on obtient le degré de polarisation circulaire par l'expression :

$$DOCP = \frac{2}{\sqrt{\frac{I_{max}}{I_{min}}} + \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}}} \quad (4.23)$$

## 4.2.2 Extraction du signal réfléchi par la cavité

On extrait le signal réfléchi du signal incident en utilisant un système composé d'un cube séparateur de polarisation et de la lame quart d'onde. La figure 4.5 montre le principe de l'association de ces deux éléments. Le cube laisse passer dans le sens "ALLER" la composante de l'onde incidente parallèle au plan de la table et la composante perpendiculaire à ce plan dans le sens "RETOUR". Le taux d'extinction<sup>7</sup> du cube est de  $\frac{1}{1000}$ . Afin de transmettre à travers le cube le maximum d'intensité, on utilise une lame demi-onde qui oriente la direction de la polarisation linéaire issue de l'isolateur optique selon la direction de sélection du cube.

Les axes de la lame quart d'onde sont orientés à  $45^\circ$  par rapport aux axes du cube. La polarisation est transformée au passage de la lame en polarisation circulaire droite (resp. gauche) suivant la figure 4.5.

A la réflexion sur un miroir, l'onde subit un déphasage de  $\pi$ . L'onde réfléchie est alors de polarisation circulaire gauche (resp. droite). A la traversée de la lame dans le sens "RETOUR", elle est transformée en une polarisation rectiligne mais perpendiculaire à la polarisation incidente. Le cube réfléchit cette onde à  $90^\circ$  et une photodiode rapide montée sur une sphère intégrante détecte le signal.

7. Le taux d'extinction désigne la qualité du filtrage de la composante de l'onde incidente qui est perpendiculaire à l'axe de sélection du cube.

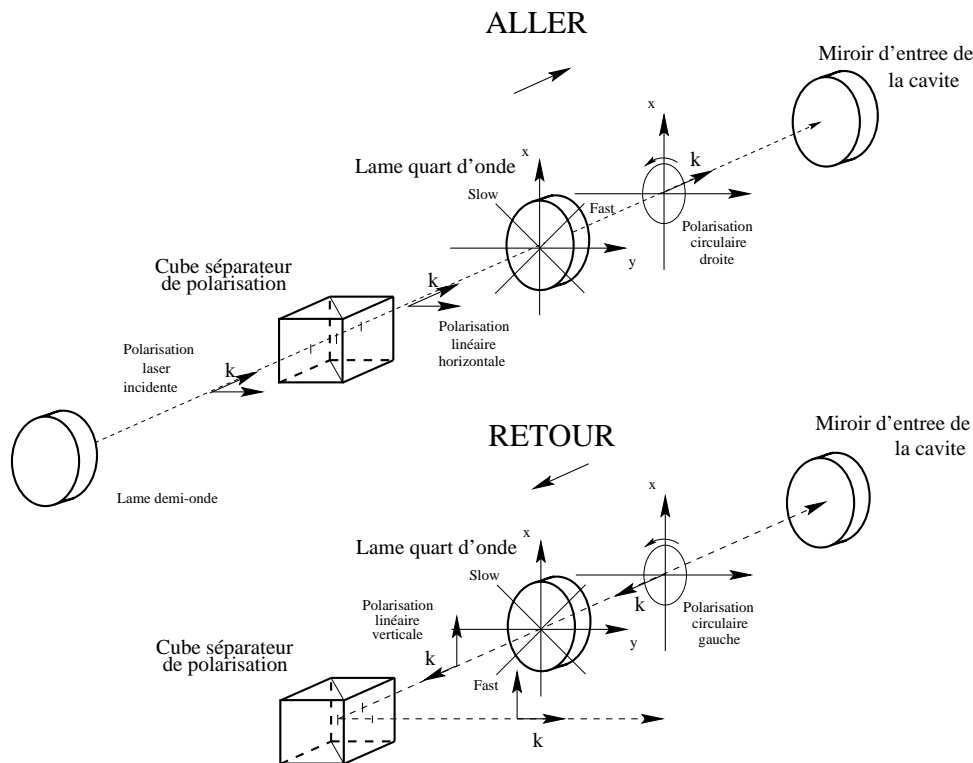


FIG. 4.5 - *Principe de l'extraction de l'onde réfléchi par la cavité de l'onde incidente.*

### 4.3 Polarisation intra-cavité

Le fait d'utiliser une cavité amplificatrice de gain élevé pour augmenter la luminosité d'interaction Compton (§1.3.1) soulève le problème de la polarisation de l'onde au CIP. En effet, la cavité Fabry-Perot peut induire une dégradation de la polarisation de l'onde stationnaire qui s'y établit si les miroirs qui la constituent présentent de la biréfringence<sup>8</sup> (biréfringence résiduelle à incidence normale).

Les miroirs que nous utilisons sont constitués de substrats de silice pure ( $SiO_2$ ) sur lesquels sont déposés des empilements de couches minces ( $Ta_2O_5 - SiO_2$ ) qui peuvent chacun être biréfringents.

On distingue entre la biréfringence intrinsèque des couches et du substrat et le retard introduit entre les composantes  $s$  et  $p$  à la réflexion pour un angle d'incidence non nul. Dans le cas d'un résonateur optique, le second effet est nul car la résonance est obtenue pour une incidence normale sur la cavité.

Un substrat présentant une biréfringence agit simplement comme une lame retardatrice et occasionne en entrée comme en sortie de cavité une modification de la polarisation de l'onde. Cet effet peut être évalué en mesurant la différence de polarisation à la transmission du miroir. Des

8. La biréfringence désigne le retard de phase introduit entre les deux composantes perpendiculaires de la lumière à la traversée d'un milieu anisotrope.

mesures effectuées sur les miroirs de la cavité ont montré que la dégradation de la polarisation était inférieure à 0,1 % [84].

La biréfringence des couches minces pose un problème plus important. En effet, la petite modification de la polarisation à la réflexion de l'onde sur le miroir est amplifiée par le nombre d'allers et retours effectués dans la cavité. Pour des couches minces homogènes et très denses avec des pertes très faibles comme le  $Ta_2O_5$ , la biréfringence attendue est très faible [87] ( $\sim 10^{-6}$ ). Cependant comme D. Jacob et al. l'ont montré [85], une cavité de finesse élevée (ils ont utilisé une cavité de finesse 6600) peut permettre de détecter l'effet de la biréfringence.

Le propos de ce paragraphe est de vérifier si le changement de polarisation de l'onde stationnaire dans la cavité occasionné par la biréfringence intrinsèque des miroirs peut perturber la mesure de polarisation du faisceau d'électrons en détériorant la polarisation du faisceau de photons.

Nous allons tout d'abord redéfinir la modélisation des miroirs de la cavité en tenant compte de leur biréfringence [79]. Ensuite, nous décrivons dans le cadre du formalisme de Jones le bilan des champs au niveau de la cavité lorsque l'on injecte une polarisation circulaire.

### 4.3.1 Modélisation des miroirs

Nous avons défini au paragraphe 1.1.1 la matrice  $S$  reliant les ports d'entrée-sortie d'un miroir non-biréfringent en suivant les conventions de la référence [30]. Nous avons alors supposé qu'il existait une seule direction de polarisation pour tous les ports d'entrée-sortie.

Nous allons dans ce paragraphe redéfinir la matrice  $S$  en tenant compte de la biréfringence des miroirs. Nous supposons que celle-ci se traduit au niveau des couches minces (respectivement du substrat) par deux directions propres perpendiculaires  $x$  et  $y$  (respectivement  $x'$  et  $y'$ ). Le substrat n'intervenant que pour la mesure de la polarisation dans la cavité, nous négligerons pour l'instant son influence.

Avec ces conventions, le champ de part et d'autre du miroir s'écrit :

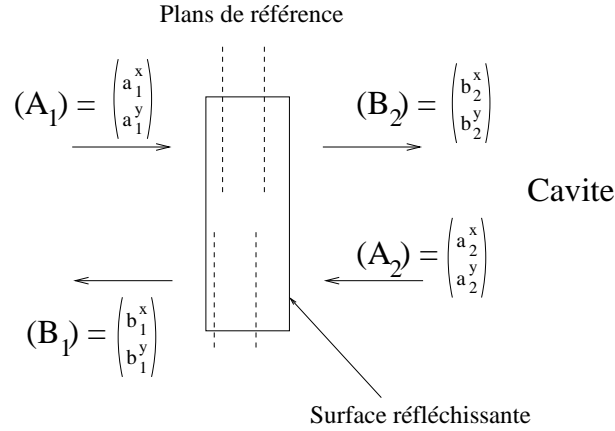
$$(E_i)(z, t) = \text{Re}\{(A_i)e^{j(\omega t \mp k_i z)} + (B_i)e^{j(\omega t \pm k_i z)}\}, \quad (4.24)$$

où  $(A_i) = \begin{pmatrix} a_i^x \\ a_i^y \end{pmatrix}$ ,  $i = 1, 2$  et  $(B_i) = \begin{pmatrix} b_i^x \\ b_i^y \end{pmatrix}$ ,  $i = 1, 2$  représentent respectivement les champs incidents et réfléchis de part et d'autre du miroir (voir figure 4.6).

La décomposition des champs incidents et réfléchis au niveau d'un miroir en tenant compte des deux axes propres implique que la matrice  $S$  relie 8 ports. En choisissant les plans de référence indépendants pour les entrées-sorties dans les deux directions de la même manière qu'au paragraphe 1.1.1, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} b_1^x \\ b_2^x \\ b_1^y \\ b_2^y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_x & j\tau_x & 0 & 0 \\ j\tau_x & \rho_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_y & j\tau_y \\ 0 & 0 & j\tau_y & \rho_y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_1^x \\ a_2^x \\ a_1^y \\ a_2^y \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

On préférera par la suite exprimer  $S$  en prenant les mêmes plans de référence pour les deux composantes de chaque champ (pour les composantes  $a_i^x$  et  $a_i^y$  et pour les composantes  $b_i^x$  et

FIG. 4.6 - *Miroir biréfringent.*

$b_1^y$ ). On choisit de conserver les plans de référence des composantes suivant  $Ox$  et de déplacer ceux des composantes suivant  $Oy$ .

En déplaçant un plan de référence d'une composante d'une distance  $\Delta z$  suivant l'axe de propagation  $Oz$ , on ajoute un terme de déphasage  $e^{\pm j\beta_i \Delta z}$  sans changer sa norme.

Si on appelle  $\phi_{a_{1y}}$  le déphasage de la composante  $a_{1y}^y$  lié au déplacement de son plan de référence vers le plan de référence de la composante  $a_1^x$  (de même  $\phi_{a_{2y}}$  pour  $a_2^x$ ,  $\phi_{b_{1y}}$  pour  $b_1^x$  et  $\phi_{b_{2y}}$  pour  $b_2^x$ ), on peut écrire :

$$b_1^y e^{j\phi_{b_{1y}}} = \rho_y a_1^y e^{j\phi_{a_{1y}}} + j\tau_y a_2^y e^{j\phi_{a_{2y}}} \quad (4.26)$$

$$b_2^y e^{j\phi_{b_{2y}}} = j\tau_y a_1^y e^{j\phi_{a_{1y}}} + \rho_y a_2^y e^{j\phi_{a_{2y}}} \quad (4.27)$$

En posant :  $\phi_{11y} = \phi_{a_{1y}} - \phi_{b_{1y}}$ ,  $\phi_{12y} = \phi_{a_{2y}} - \phi_{b_{1y}}$ ,  $\phi_{21y} = \phi_{a_{1y}} - \phi_{b_{2y}}$ ,  $\phi_{22y} = \phi_{a_{2y}} - \phi_{b_{2y}}$ , on peut alors réécrire la relation 4.25 sous la forme :

$$\begin{pmatrix} b_1^x \\ b_2^x \\ b_1^y \\ b_2^y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_x & j\tau_x & 0 & 0 \\ j\tau_x & \rho_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_y e^{j\phi_{11y}} & j\tau_y e^{j\phi_{12y}} \\ 0 & 0 & j\tau_y e^{j\phi_{21y}} & \rho_y e^{j\phi_{22y}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_1^x \\ a_2^x \\ a_1^y \\ a_2^y \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Cette expression de la matrice  $S$  permet de déterminer l'effet d'une onde incidente sur un miroir dont la surface réfléchissante est placée suivant la figure 4.6. En supposant que le champ  $(A1)$  est nul (on ne s'intéresse ici qu'à l'effet de la réflexion sur la surface réfléchissante), on obtient pour le champ réfléchi  $(B2)$  :

$$b_2^x = \rho_x a_2^x \quad (4.29)$$

$$b_2^y = \rho_y e^{j\phi_{22y}} a_2^y \quad (4.30)$$

Ces expressions montrent qu'il apparaît entre les deux composantes du champ réfléchi un déphasage  $\phi_{22y}$  qui représente la biréfringence en réflexion du miroir.

### 4.3.2 Cavité optique en représentation de Jones

Les vecteurs  $(A_i)$  et  $(B_i)$  correspondent à des vecteurs de Jones non normés. Ils permettent donc de décrire l'état de polarisation de l'onde. En utilisant ces vecteurs, on peut réécrire les équations du système 4.28 sous la forme de deux équations matricielles :

$$(B_1) = (\rho_{11})(A_1) + (\tau_{12})(A_2) \quad (4.31)$$

$$(B_2) = (\tau_{21})(A_1) + (\rho_{22})(A_2) \quad (4.32)$$

où l'on a posé :

$$\rho_{11} = \begin{pmatrix} \rho_x & 0 \\ 0 & \rho_y e^{j\phi_{11y}} \end{pmatrix}, \quad \rho_{22} = \begin{pmatrix} \rho_x & 0 \\ 0 & \rho_y e^{j\phi_{22y}} \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

et :

$$\tau_{12} = \begin{pmatrix} j\tau_x & 0 \\ 0 & j\tau_y e^{j\phi_{12y}} \end{pmatrix}, \quad \tau_{22} = \begin{pmatrix} j\tau_x & 0 \\ 0 & j\tau_y e^{j\phi_{21y}} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

On considère désormais une cavité Fabry-Perot de longueur  $L$  constituée de deux miroirs bi-

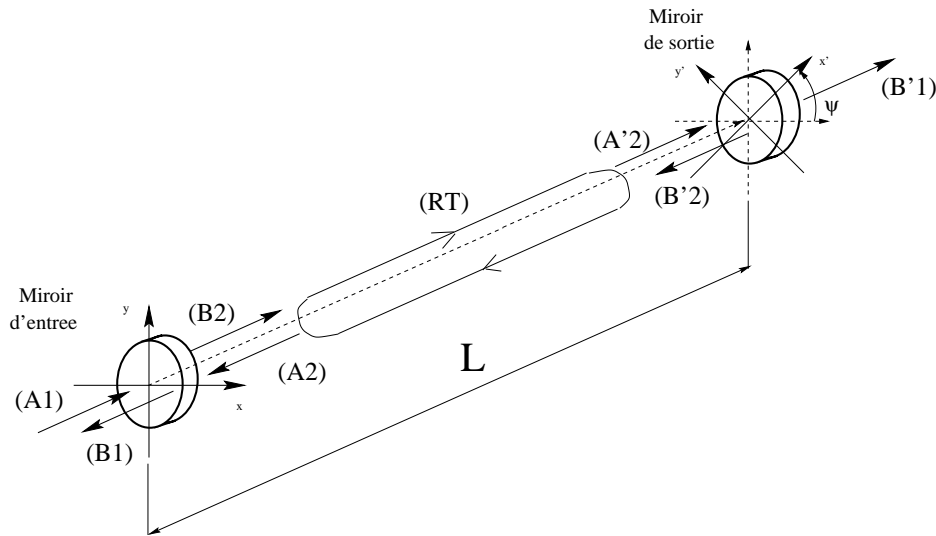


FIG. 4.7 - Cavité Fabry-Perot constituée de deux miroirs biréfringents.

réfringents dont les axes sont décalés d'un angle  $\psi$  comme décrit sur la figure 4.7.

On peut écrire les équations du bilan des champs au niveau des deux miroirs. Sur le miroir d'entrée, on obtient le système 4.31-4.32. Au niveau du miroir de sortie, on obtient le système :

$$(B'_2) = (\rho'_{22})(A'_2) \quad (4.35)$$

$$(B'_1) = (\tau'_{12})(A'_2) \quad (4.36)$$



Les champs  $(A'_2)$  et  $(B'_2)$  sont reliés aux champs  $(A_2)$  et  $(B_2)$  par les relations :

$$(A'_2) = R(\psi)e^{-jkL}(B_2) \quad (4.37)$$

$$(A_2) = R(-\psi)e^{-jkL}(B'_2) \quad (4.38)$$

où  $R(\psi)$  représente la matrice de rotation permettant de passer du repère  $Oxy$  au repère  $Ox'y'$ . En utilisant les trois systèmes d'équations précédents, on peut déterminer le champ intra-cavité et le champ transmis. On écrit :

$$(B_2) = (\mathbb{I} - (RT))^{-1}(\tau_{21})(A_1) \quad (4.39)$$

$$(B'_1) = (\tau'_{12})R(\psi)e^{-jkL}(B_2) \quad (4.40)$$

où  $\mathbb{I}$  est la matrice identité et  $(RT)$  la matrice aller-retour dans la cavité. On a :

$$(RT) = e^{-2jkL}(\rho_{22})R(-\psi)(\rho'_{22})R(\psi) = \begin{pmatrix} rt_{xx} & rt_{xy} \\ rt_{yx} & rt_{yy} \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

avec :

$$rt_{xx} = e^{-2jkL} \left[ \rho_x \rho'_x \cos^2 \psi + \rho_x \rho'_y \sin^2 \psi e^{i\Delta'} \right] \quad (4.42)$$

$$rt_{xy} = e^{-2jkL} \sin \psi \cos \psi \left[ \rho_x \rho'_x - \rho_y \rho'_y e^{i\Delta'} \right] \quad (4.43)$$

$$rt_{yx} = e^{-2jkL} \sin \psi \cos \psi e^{i\Delta} \left[ \rho'_x \rho_y - \rho_y \rho'_y e^{i\Delta'} \right] \quad (4.44)$$

$$rt_{yy} = e^{-2jkL} e^{i\Delta} \left[ \rho'_x \rho_y \sin^2 \psi + \rho'_y \rho_y \cos^2 \psi e^{i\Delta'} \right] \quad (4.45)$$

Les expressions précédentes montrent que pour  $\psi = 0$  et  $\psi = \frac{\pi}{2}$ , la matrice  $(RT)$  se diagonalise. Ces valeurs correspondent respectivement aux conditions pour lesquelles les axes propres des deux miroirs sont parallèles et perpendiculaires. Dans le premier cas, on a :

$$(RT) = e^{-2jkL} \begin{pmatrix} \rho_x \rho'_x & 0 \\ 0 & \rho_y \rho'_y e^{j(\Delta'+\Delta)} \end{pmatrix}, \quad (4.46)$$

et dans le second cas, on obtient :

$$(RT) = e^{-2jkL} \begin{pmatrix} \rho_x \rho'_y e^{j\Delta'} & 0 \\ 0 & \rho_y \rho'_x e^{j\Delta} \end{pmatrix}. \quad (4.47)$$

On remarque que, dans le premier cas, la biréfringence des miroirs s'ajoute alors que dans le second, on est sensible à la différence de biréfringence. Le cas  $\psi = 0$  apparaît donc plus défavorable que celui  $\psi = \frac{\pi}{2}$ .

### 4.3.3 Analyse de la polarisation intra-cavité

#### Cas de miroirs identiques

On suppose que la réflectivité, la transmittivité et la biréfringence des miroirs sont identiques ( $\rho_x = \rho'_x$ ,  $\rho_y = \rho'_y$ , et  $\Delta = \Delta'$ ). Cette hypothèse est proche des conditions réelles

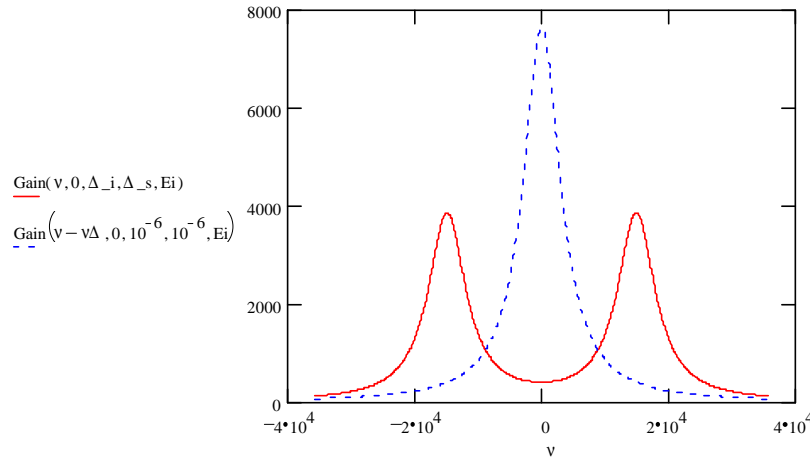


FIG. 4.8 - *Gain de la cavité Fabry-Perot constituée de deux miroirs biréfringents. La biréfringence est de  $10^{-4}$  (trait plein) et de  $10^{-6}$  (trait pointillé).*

puisque les miroirs de la cavité sont choisis identiques en terme de réflectivité  $R$ , de transmittivité  $T$  et de pertes  $P$ , en fonction des mesures du fabricant.

La biréfringence des miroirs n'est a priori pas connue mais des miroirs présentant une diffusion égale doivent présenter une biréfringence du même ordre de grandeur [87].

Dans le cas où les axes propres des miroirs sont alignés, on peut calculer l'expression de  $(B_2) = \begin{pmatrix} b_2^x \\ b_2^y \end{pmatrix}$  suivant la relation 4.39 et on obtient :

$$b_2^x = a_1^x \times \frac{j\tau_x}{1 - \rho_x^2 e^{-j\frac{2\pi\nu}{FSR}}} \quad (4.48)$$

$$b_2^y = a_1^y \times \frac{j\tau_y e^{j\phi_{21y}}}{1 - \rho_y^2 e^{-j\frac{2\pi(\nu - \nu_\Delta)}{FSR}}} \quad (4.49)$$

où l'on a posé :  $\nu_\Delta = \frac{FSR \cdot \Delta}{\pi}$ .

L'expression du champ intra-cavité montre que l'on a une condition de résonance différente pour chaque direction propre. Pour la direction  $x$ , la condition est :  $\frac{\nu}{FSR} = n$  entier et pour la direction  $y$ , la condition est :  $\frac{\nu - \nu_\Delta}{FSR} = n$  entier.

Pour une onde incidente de polarisation quelconque, la cavité définit de manière générale deux pics de résonance décalés de  $\nu_\Delta$ . Chaque pic est de polarisation linéaire orientée suivant un des axes des miroirs. Si les pics sont suffisamment séparés, l'asservissement va pouvoir verrouiller la fréquence du laser sur un des deux pics et on ne pourra pas obtenir de polarisation circulaire dans la cavité.

Si on cherche à obtenir une polarisation circulaire pour la fréquence médiane  $\nu = \frac{\nu_\Delta}{2}$ , on veut obtenir  $(B_2) = \sqrt{G}\hat{D}$  ou  $(B_2) = \sqrt{G}\hat{G}$  où  $G$  représente le gain en intensité à cette fréquence. Son expression est obtenue en posant que les caractéristiques des miroirs sont les mêmes suivant les deux axes :

$$G = \frac{\tau^2}{(1 - \rho^2)^2} \times \frac{1}{1 + \left(\frac{\mathcal{F}\Delta}{\pi}\right)^2} \quad (4.50)$$

D'après l'équation 4.39, on peut écrire pour une polarisation incidente droite :

$$(A_1) = \begin{pmatrix} a_1^x \\ a_1^y \end{pmatrix} = \sqrt{G} \times (\tau_{21})^{-1} (\mathbb{I} - (RT)) \hat{D} \quad (4.51)$$

avec :

$$a_1^x = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1 - \rho^2 e^{j\frac{2\pi\nu}{FSR}}}{j\tau} \times \sqrt{G} \quad (4.52)$$

$$a_1^y = \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{1 - \rho^2 e^{j\frac{2\pi(\nu - \nu_\Delta)}{FSR}}}{j\tau} \times \sqrt{G} \quad (4.53)$$

On constate à travers ces expressions que l'on doit injecter une onde de polarisation elliptique si l'on veut obtenir une polarisation circulaire pure dans la cavité.

La figure 4.8 montre l'effet de la séparation des pics de résonance pour une cavité de miroirs de transmittivité  $T = 110 \text{ ppm}$  et de pertes  $P = 10 \text{ ppm}$  qui présenterait une biréfringence  $\Delta = 3.10^{-4}$ . Le champ  $(A_1)$  a été ajusté conformément au calcul précédent pour obtenir une polarisation circulaire à la position médiane.

On peut déterminer la limite de biréfringence au-delà de laquelle les pics sont résolus. On peut choisir par exemple le critère de Rayleigh. Il faut alors que l'écart en fréquence entre les pics soit supérieur à leur largeur à mi-hauteur. Cette condition se traduit par la relation :

$$\nu_\Delta < \frac{FWHM}{2}, \text{ soit encore, } \Delta\mathcal{F} > \frac{\pi}{2} \quad (4.54)$$

Pour une cavité de finesse  $\mathcal{F} = 26000$ , la biréfringence limite est  $\Delta_{lim} = 6.10^{-5}$ .

Notre cavité est composée de miroirs dont la biréfringence peut être supposée inférieure à  $10^{-6} \text{ rad}$  [87]. Nous présentons sur la même figure que précédemment l'évolution du gain en fonction du décalage en fréquence pour cette cavité. On constate que les pics ne sont pas résolus ( $\nu_\Delta = 30 \text{ Hz}$ ). Par conséquent, le gain maximum est obtenu pour une onde intra-cavité polarisée circulairement.

On peut également déterminer l'évolution de la polarisation de l'onde intra-cavité en fonction du décalage entre la fréquence du laser et la fréquence de résonance définie par la cavité. Il suffit de déterminer l'expression de  $(B_2)$  pour  $(A_1)$  donné. Nous avons résolu ce problème numériquement en injectant une onde polarisée circulairement droite (resp. gauche) de degré de polarisation 99,6 % (resp. 99,7 %).

La figure 4.9 montre l'évolution du *DOCP* de l'onde dans la cavité autour de la résonance

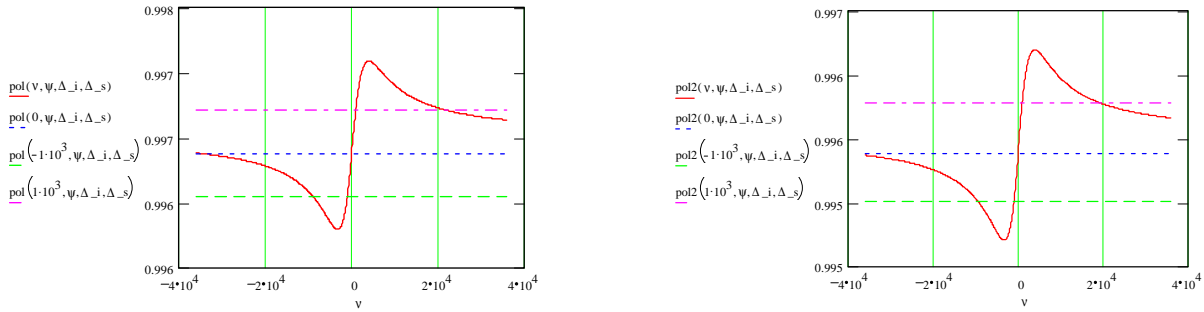


FIG. 4.9 - *Evolution du degré de polarisation circulaire dans la cavité en fonction du désaccord  $\nu$  entre la fréquence de résonance de la cavité et la fréquence du laser (à gauche : polarisation circulaire gauche, à droite : polarisation circulaire droite).*

dans les deux cas. Pour l'onde polarisée gauche, la pente de la variation du *DOCP* est égale à :  $0,033 \%/kHz$  et il reste compris entre  $99,62 \%$  et  $99,72 \%$  sur la bande passante de la cavité. Pour l'onde polarisée droite, la pente est égale à  $0,038 \%/kHz$  et le *DOCP* est compris entre  $99,52 \%$  et  $99,62 \%$ .

Compte tenu des spécifications des miroirs, le degré de polarisation circulaire de l'onde dans la cavité restera égal à celui de l'onde incidente à  $0,05 \%$  près, ce qui assure de la polarisation de l'onde au point d'interaction.

Dans le cas où les axes propres des miroirs sont croisés ( $\psi = \frac{\pi}{2}$ ) le champ intra-cavité s'écrit avec les composantes :

$$b_2^x = a_1^x \frac{j\tau_x}{1 - \rho_x \rho_y e^{-j \frac{2\pi(\nu - \frac{\nu\Delta}{2})}{FSR}}} \quad (4.55)$$

$$b_2^y = a_1^y \frac{j\tau_y e^{j\phi_{21y}}}{1 - \rho_x \rho_y e^{-j \frac{2\pi(\nu - \frac{\nu\Delta}{2})}{FSR}}} \quad (4.56)$$

La cavité est alors de nouveau dégénérée du point de vue des états de polarisation et la résonance commune se trouve à la fréquence  $\nu = \frac{\nu\Delta}{2}$  ( $\nu = 14 Hz$  pour la cavité de miroirs de biréfringence  $10^{-6} rad$ ). Cette configuration est avantageuse car l'état de polarisation est préservé dans la cavité quelque soit la valeur absolue de la biréfringence. Le groupe de D. Jacob a montré que l'on pouvait trouver cette configuration en tournant les miroirs l'un par rapport à l'autre. Dans notre cas, cette configuration n'a pas été spécifiquement recherchée puisque les variations de *DOCP* induites par la biréfringence sont faibles. De plus, il s'agit d'une expérience difficile à mettre en place dans le tunnel de l'accélérateur.

### Cas de miroirs légèrement différents

Si les miroirs sont légèrement différents en terme de biréfringence, les dégénérescences sont à nouveau levées puisque pour  $\psi = \frac{\pi}{2}$ , les composantes du champ intra-cavité deviennent :

$$b_2^x = a_1^x \frac{j\tau_x}{1 - \rho_x \rho'_y e^{-j \frac{2\pi(\nu - \frac{\nu_{\Delta}}{2})}{FSR}}} \quad (4.57)$$

$$b_2^y = a_1^y \frac{j\tau_y e^{j\phi_{21y}}}{1 - \rho'_x \rho_y e^{-j \frac{2\pi(\nu - \frac{\nu_{\Delta'}}{2})}{FSR}}} \quad (4.58)$$

On observe alors deux résonances définies par :  $\nu_{\Delta} = \frac{FSR \cdot \Delta}{2\pi}$  et  $\nu_{\Delta'} = \frac{FSR \cdot \Delta'}{2\pi}$ . On souhaite dans ce cas régler la polarisation pour la fréquence  $\nu = \frac{\nu_{\Delta} + \nu_{\Delta'}}{2}$  et assurer que :

$$\nu_{\Delta} - \nu_{\Delta'} < \frac{FWHM}{2} \quad (4.59)$$

Pour une cavité de finesse  $\mathcal{F} \simeq 26000$ , ceci impose que la différence entre les biréfringences des miroirs soit inférieure à  $10^{-4}$  rad. On est ensuite ramené à l'analyse présentée au paragraphe précédent en remplaçant  $2\Delta$  par  $\Delta - \Delta'$ . L'écart entre les biréfringences étant supposé inférieur à  $10^{-6}$  rad pour nos miroirs, la polarisation intra-cavité dans ce cas est également préservée.

### Polarisation de l'onde transmise par la cavité

L'équation 4.40 permet de déterminer les composantes de l'onde transmise par la cavité. Nous avons déterminé numériquement ces expressions à partir du programme de simulation. La figure 4.10 présente la comparaison entre le *DOCP* de l'onde intra-cavité et le *DOCP* de l'onde transmise pour une onde incidente sur la cavité polarisée circulairement gauche de *DOCP* = 99,7% en fonction du décalage à la fréquence de résonance  $\nu$ . La figure 4.11 montre la différence entre ces deux *DOCP*. L'écart maximum est de 0,001%. Par conséquent, la mesure de la polarisation de l'onde à la sortie de la cavité reflète bien la polarisation de l'onde intra-cavité.

### Conclusions

Compte tenu de l'hypothèse d'une biréfringence des couches minces des miroirs de  $10^{-6}$  rad, les simulations ont montré qu'une cavité de finesse  $\mathcal{F} \simeq 26000$  permettait d'obtenir une onde polarisée circulairement avec un *DOCP* égal au *DOCP* de l'onde incidente à 0,01% près si on ne tient pas compte de l'effet du substrat et à 0,1% en le prenant en compte. De plus, la polarisation est stable sur la bande passante de la cavité à 0,1% près. Autrement dit, si une perturbation provoque un décalage de la fréquence de résonance de la cavité et de la fréquence du laser, la puissance chutera sans affecter le *DOCP* à plus de 0,1% près.

La polarisation de l'onde transmise par les couches minces est égale à la polarisation de l'onde intra-cavité à 0,001% près. A la transmission du miroir, on doit à nouveau considérer l'effet du substrat qui introduit une erreur de 0,1%. Par conséquent la détermination de la polarisation

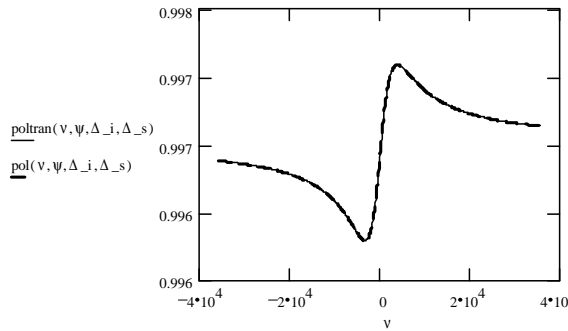


FIG. 4.10 - *Evolution du DOCP de l'onde intra-cavité et de l'onde transmise en fonction du désaccord  $\nu$ .*

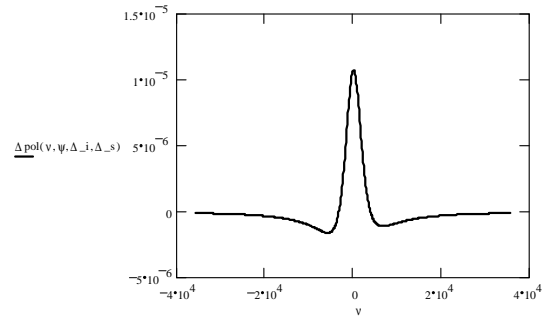


FIG. 4.11 - *Différence des DOCP de l'onde intra-cavité et de l'onde transmise en fonction du désaccord  $\nu$ .*

intra-cavité se résume à concevoir un système de mesure de la polarisation en sortie de cavité que nous allons maintenant décrire.

## 4.4 Mesure de la polarisation en sortie de cavité

### 4.4.1 Le système de mesure

Le faisceau en sortie de cavité rencontre une paire de miroirs de renvoi compensés. Il traverse ensuite un élément appelé HBS ("harmonic beam sampler" : séparateur à réseau holographique) qui permet de prélever deux faisceaux portant chacun 1% de la puissance totale du faisceau incident. Les faisceaux sont émis à  $10^\circ$  de part et d'autre du faisceau incident. A la sortie du HBS, la puissance est égale à 98% de la puissance incidente. Nous disposons pour la mesure de la polarisation d'un système composé d'une lame quart d'onde, d'un cube de Wollaston [33] et de deux détecteurs montés sur sphères intégrantes. Ce système permet de caractériser complètement l'ellipse de polarisation [80]. On utilise pour le décrire le formalisme de Stokes. La figure 4.12 montre les conventions utilisées. L'ellipse incidente est caractérisée par les 4 paramètres de Stokes que l'on peut regrouper sous forme vectorielle :

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

Le cube de Wollaston a la propriété de séparer angulairement les deux composantes de la polarisation qui correspondent à ses deux axes de sélection. L'orientation des axes du cube est déterminée expérimentalement à l'aide d'un polariseur. On place les axes de manière à les faire

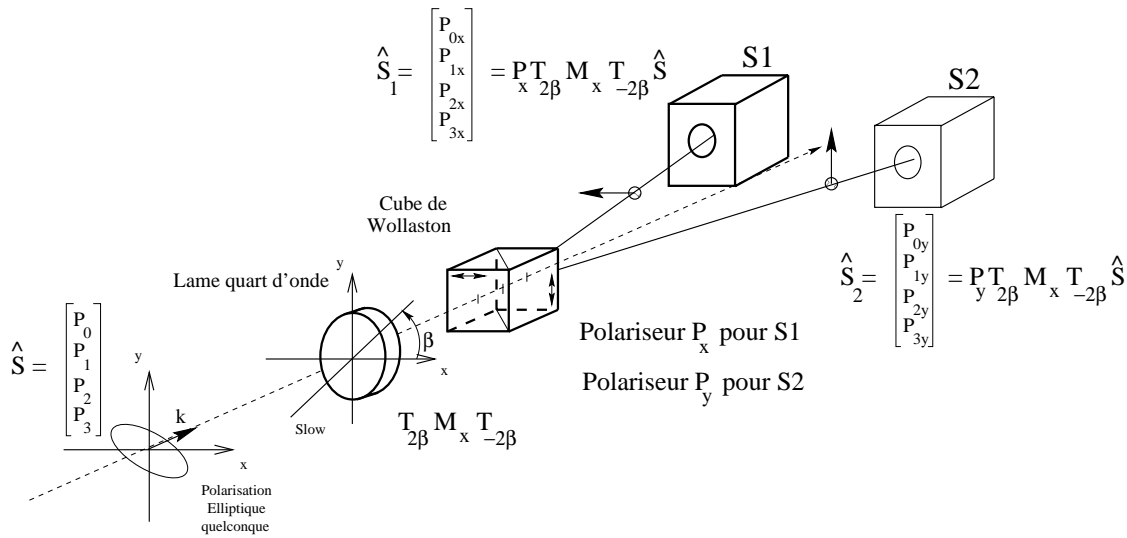


FIG. 4.12 - *Mesure de la polarisation sur le montage de TJNAF.*

correspondre avec les directions horizontale et verticale du repère du laboratoire. On appelle  $Ox$  l'axe du cube correspondant à la composante de la polarisation horizontale et  $Oy$  l'axe du cube correspondant à la polarisation verticale.

L'axe lent de la lame fait un angle  $\beta$  avec l'axe de référence  $Ox$ . A la sortie du cube, la voie S1 (S2) lit la composante parallèle à l'axe  $Ox$  ( $Oy$ ).

On appelle  $\hat{S}_1$  ( $\hat{S}_2$ ) le vecteur de Stokes de la lumière entrant dans la sphère S1 (S2).

On peut, tout comme en représentation de Jones, déterminer  $\hat{S}_1$  et  $\hat{S}_2$  en associant une matrice de passage aux éléments optiques<sup>9</sup>. Si on appelle  $P_{x/y}$  la matrice d'un polariseur aligné suivant l'axe  $Ox/Oy$ ,  $T_{2\beta}$  la matrice de rotation d'angle  $\beta$  et  $M_x$  celle d'une lame quart d'onde dont l'axe lent est selon  $Ox$ , on peut écrire :

$$\hat{S}_1 = P_x T_{2\beta} M_x T_{2\beta} \hat{S} \tag{4.61}$$

$$\hat{S}_2 = P_y T_{2\beta} M_x T_{2\beta} \hat{S} \tag{4.62}$$

où :

$$P_{x/y} = \begin{pmatrix} 1 & 1/-1 & 0 & 0 \\ 1/-1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_{2\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\beta) & -\sin(2\beta) & 0 \\ 0 & \sin(2\beta) & \cos(2\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.63}$$

et :

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.64}$$

9. Ces matrices sont dites matrices de Mueller.

On obtient les expressions des vecteurs  $\hat{S}1$  et  $\hat{S}2$  :

$$\hat{S}1 = \frac{1}{2} (P_0 + P_1 \cos^2(2\beta) + P_2 \cos(2\beta) \sin(2\beta) - P_3 \sin(2\beta)) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.65)$$

$$\hat{S}2 = \frac{1}{2} (P_0 - P_1 \cos^2(2\beta) - P_2 \cos(2\beta) \sin(2\beta) + P_3 \sin(2\beta)) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.66)$$

Les intensités reçues  $I_{S1}$  et  $I_{S2}$  par les sphères S1 et S2 sont données respectivement par la première composante de S1 et S2.

Pour un angle  $\beta = \frac{\pi}{4}$ , les intensités  $I_{S1}$  et  $I_{S2}$  sont telles que :

$$\frac{I_{S2} - I_{S1}}{I_{S1} + I_{S2}} = \frac{P_3}{P_0} = DOCP \quad (4.67)$$

Un système composé d'un cube de Wollaston et d'une lame quart d'onde dont les axes sont placés à  $\frac{\pi}{4}$  des axes du cube permet donc de déterminer le degré de polarisation d'une onde. Nous utilisons ce principe pour mesurer ce paramètre en ligne.

La lame quart d'onde en sortie du système est placée sur un support motorisé de type "SURUGA" comme la lame quart d'onde d'entrée. Nous pouvons donc la placer à tout angle  $\beta$  donné. Cette possibilité nous permet de déterminer les 4 paramètres de Stokes lorsque la cavité est en résonance. En effet, on peut les exprimer grâce aux mesures effectuées aux angles  $\beta$ ,  $\beta - \frac{\pi}{2}$  et  $2\pi - \beta$ . On les exprime alors sous la forme :

$$\begin{aligned} P_0 &= I_{S1}(\beta) + I_{S2}(\beta) \\ P_1 &= \frac{I_{S1}(\beta) - I_{S2}(2\pi - \beta)}{\cos^2(2\beta)} \\ P_2 &= \frac{I_{S1}(\beta - \frac{\pi}{2}) - I_{S1}(2\pi - \beta)}{\cos(2\beta) \sin(2\beta)} \\ P_4 &= \frac{I_{S1}(\beta - \frac{\pi}{2}) - I_{S1}(\beta)}{\sin(2\beta)} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Les relations 4.15 et 4.16 permettent alors de déterminer l'orientation de l'ellipse de polarisation ainsi que son ellipticité.

## 4.4.2 Analyse de la mesure de polarisation

### Mesure de la polarisation en sortie de montage

Le système de mesure (système 2) décrit au précédent paragraphe permet de déterminer le degré de polarisation circulaire de l'onde à la transmission de l'élément HBS dans deux configurations différentes.

La première configuration, qui correspond à la relation 4.67, permet une mesure en ligne à la



	Polarisation gauche	Polarisation droite
<i>DOCP</i> (après HBS) Système 1 "Polariseur+sphère"	$0,989 \pm 0,002$	$0,993 \pm 0,001$
<i>DOCP</i> (après HBS) Système 2 "on line"	$0,985 \pm 0,002$	$-0,992 \pm 0,001$

TAB. 4.2 - *Mesures de polarisation à TJNAF en sortie de ligne optique (cavité démontée)*

vitesse d'échantillonnage du contrôle-commande (environ 1Hz). On l'appellera "mesure On-line". Cette mesure dépend de la calibration des éléments de détection (ensemble sphère intégrante-détecteur que nous appellerons simplement sphère par la suite).

La calibration des sphères a été effectuée en laboratoire à Saclay. Nous avons utilisé un détecteur calibré du commerce (Labmaster<sup>10</sup>) comme référence et un laser de longueur d'onde  $\lambda = 1064 \text{ nm}$  et de puissance variable. Les mesures ont permis de déterminer les coefficients de calibration des sphères S1 et S2 et les écarts type en effectuant une régression linéaire (méthode des moindres carrés). On les note :  $\alpha_{S1} = 4,1955 \pm 0,034 \mu\text{W}/m\text{W}$  et  $\alpha_{S2} = 3,735 \pm 0,034 \mu\text{W}/m\text{W}$ .

Si on appelle  $I_1 = I_{S1} \times \alpha_{S1}$  et  $I_2 = I_{S2} \times \alpha_{S2}$  les puissances mesurées par les sphères, la relation 4.67 devient :

$$DOCP = \frac{\frac{I_1}{\alpha_{S1}} - \frac{I_2}{\alpha_{S2}}}{\frac{I_1}{\alpha_{S1}} + \frac{I_2}{\alpha_{S2}}} \quad (4.69)$$

L'erreur sur la détermination du *DOCP* est alors donnée par la relation :

$$\left( \frac{\Delta DOCP}{DOCP} \right) = 2 \times \frac{I_1 I_2}{\alpha_{S1} \alpha_{S2}} \times \frac{1}{\left| \left( \frac{I_1}{\alpha_{S1}} \right)^2 - \left( \frac{I_2}{\alpha_{S2}} \right)^2 \right|} \times \sqrt{\left( \frac{\Delta I_1}{I_1} \right)^2 + \left( \frac{\Delta I_2}{I_2} \right)^2 + \left( \frac{\Delta \alpha_{S1}}{\alpha_{S1}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta \alpha_{S2}}{\alpha_{S2}} \right)^2} \quad (4.70)$$

L'erreur relative sur la puissance est la même pour les deux voies de mesure :  $\frac{\Delta I}{I} = 2\%$ . Cette mesure peut être contrôlée quand le hall d'expérimentations est ouvert par le système polariseur-sphère (système 1) que nous utilisons pour déterminer la polarisation incidente. Le *DOCP* est donné dans ce cas par la relation 4.22 et l'erreur sur la détermination du *DOCP* est donnée par l'expression :

$$\left( \frac{\Delta DOCP}{DOCP} \right) = \frac{1}{2} \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \times \sqrt{\left( \frac{\Delta I_{min}}{I_{min}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta I_{max}}{I_{max}} \right)^2} \quad (4.71)$$

10. Labmaster Ultima-COHERENT.

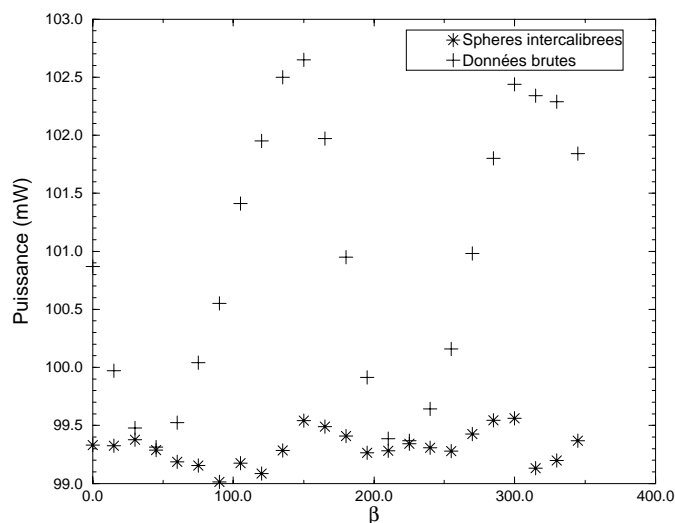


FIG. 4.13 - *Puissance totale en transmission du cube de Wollaston en fonction de  $\beta$ .*

où  $I_{min}$  et  $I_{max}$  sont les valeurs de puissance mesurées directement sur le contrôleur des détecteurs en  $\mu W$ . Les mesures de  $I_{min}$  et  $I_{max}$  sont affectées de la même erreur  $\Delta I = 2 \mu W$ .

Le tableau 4.2 montre la comparaison des mesures obtenues avec les deux systèmes en transmission du HBS sans que la cavité soit montée. La seconde configuration consiste à déterminer les paramètres de Stokes de l'ellipse. On effectue alors les mesures de puissance pour  $\beta$  variant de 0 à  $360^\circ$ . Nous présentons dans ce paragraphe les résultats des mesures effectuées en avril 1999 pour un total de 24 angles (une mesure tous les  $15^\circ$ ).

Théoriquement, la puissance transmise par le cube de Wollaston est indépendante de l'angle  $\beta$ . En pratique, les défauts du système induisent une variation de cette puissance. On doit minimiser l'influence de ces défauts en intercalibrant les détecteurs. On cherche un coefficient  $K$  tel que  $I_1 + KI_2$  soit constant.

La courbe 4.13 montre l'évolution de la puissance totale sur les deux sphères en fonction de l'angle  $\beta$  avant et après intercalibration.

On peut ensuite caractériser l'état de polarisation. Les valeurs de  $K$  et des paramètres de Stokes en sortie de cavité asservie pour les deux états de polarisations sont données dans le tableau 4.3.

### Mesure de la polarisation du faisceau laser au CIP

Nous voulons déterminer la polarisation du faisceau de photons au point d'interaction avec le faisceau d'électrons. Nous avons vu au paragraphe 4.3.3 que cette polarisation était égale à 0,1% près à celle de l'onde à la sortie de la cavité. On peut donc connaître la polarisation intracavité en déterminant la polarisation en transmission du miroir de sortie Mcs. L'onde transmise par Mcs est caractérisée par son *DOCP* et l'orientation de son ellipse de polarisation  $\alpha$  (voir

	Polarisation droite	Polarisation gauche
<b>Puissances mesurées</b>		
$I_1$ ( $\mu W$ )	$413 \pm 2,5$	$3,13 \pm 0,01$
$I_2$ ( $\mu W$ )	$3 \pm 0,01$	$380,0 \pm 2,3$
<b>Mesure On-line</b> Quart d'onde à $45^\circ$	-0.984	0.985
<b>Mesure On-line</b> Moyenne des 4 positions de la lame quart d'onde ( $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ )	$-0,983 \pm 0,003$	$0,987 \pm 0,001$
<b>DOCP mesuré avec polariseur</b> Orientation de l'ellipse/Verticale	$0,985 \pm 0,002$ $62^\circ \pm 10^\circ$	$0,985 \pm 0,002$ $-78^\circ \pm 10^\circ$
<b>Paramètres de Stokes normalisés</b>		
$K$	0,96776	0,96834
$S_0$	1	1
$S_1 = P_1/P_0$	$0,0516 \pm 0,0053$	$0,1104 \pm 0,0048$
$S_2 = P_2/P_0$	$0,1655 \pm 0,0029$	$-0,1077 \pm 0,003$
$S_3 = P_3/P_0 = P_\gamma$	$-0,9826 \pm 0,0023$	$0,9872 \pm 0,0028$
Ellipticité $e$	$-0,837 \pm 0,005$	$0,872 \pm 0,01$
Orientation de l'ellipse /Verticale	$56^\circ \pm 0,7^\circ$	$-66,4^\circ \pm 2,4^\circ$

TAB. 4.3 - *Caractérisation complète de la polarisation à TJNAF en sortie de cavité (04/99)*

figure 4.1).

Le système de mesure décrit au paragraphe précédent permet de caractériser complètement la polarisation de l'onde à la sortie du HBS. Pour déterminer la polarisation du faisceau de photons au CIP, il faut donc tenir compte de la fonction de transfert de la polarisation entre la sortie de la cavité et la sortie du HBS.

Les miroirs de la ligne de sortie introduisent un déphasage entre les composantes  $s$  et  $p$  de l'onde incidente. De plus, leur réflectivité est différente pour ces deux composantes. La fonction de transfert dépend donc à la fois du *DOCP* de l'onde incidente et de l'orientation de son ellipse de polarisation. On la note :  $f_s^{pol}(DOCP, \alpha)$ .

La particularité de notre système est qu'une fois la cavité mise en place, on ne peut mesurer

	Polarisation gauche	Polarisation droite
<i>DOCP</i> (avant Ms) Polariseur + sphère	$0,997 \pm 0,001$	$0,996 \pm 0,001$
<i>DOCP</i> (après HBS) Orientation ellipse/ verticale (sens trigo, faisceau dans l'oeil)	$0,989 \pm 0,002$ $15^\circ \pm 1^\circ$	$0,993 \pm 0,001$ $-40^\circ \pm 1^\circ$
$C_s^{pol}$	$1,008 \pm 0,002$	$1,003 \pm 0,001$

TAB. 4.4 - *Mesures de polarisation à TJNAF pour la détermination de la fonction de transfert (02/99-cavité démontée)*

directement la polarisation de l'onde transmise par M<sub>cs</sub> (le tube faisceau est alors raccordé). Par conséquent, on ne peut mesurer a priori qu'un coefficient de calibration

$C_s^{pol} = f_s^{pol}(DOC P_{ini}, \alpha_{ini})$  lorsque la cavité n'est pas en place en déterminant la polarisation avant le miroir M<sub>s</sub> et après le HBS. Cette mesure a été effectuée (voir tableau 4.4) à l'aide du système polariseur tournant. Elle ne permet cependant pas de conclure sur le coefficient à utiliser une fois la cavité en place pour deux raisons principales :

- D'une part, l'installation de la cavité a eu lieu en trois étapes. Dans un premier temps, nous avons placé la pièce sur son support et effectué le raccordement au tube faisceau. Dans un second temps, nous avons mis en place les pompes ioniques entre D2 et D3 (voir figure 2.1, partie ??). Enfin, nous avons effectué la mise sous vide. A chacune de ces étapes, nous avons dû ajuster la position du faisceau incident par rapport à l'axe optique de la cavité pour obtenir la résonance car les pièces supportant les miroirs M<sub>e</sub> et M<sub>s</sub> avaient changé de position (nous avons appliqué des contraintes mécaniques sur les pièces au cours des différentes opérations). Nous avons pour cela utilisé le périscope (voir §3.3.1). Après la seconde étape du montage, la position du miroir M3

Périscope (amont de la cavité)	Sortie de cavité
$\Delta M1H = 1400$ pas	$\Delta M3H = 38000$ pas ( $\sim 6$ mrad) $\Delta M1H = 18400$ pas
$\Delta M1V = 8600$ pas	
$\Delta M2H = 23400$ pas ( $\sim 4$ mrad)	
$\Delta M2V = 6100$ pas	

TAB. 4.5 - **Mouvement des miroirs de réglage entre les calibrations de polarisation et la mise en place de la cavité (02/99)**

a également dû être modifiée.

Par conséquent, tous les angles d'incidence du faisceau laser sur les miroirs du trajet optique (à partir de M1) ont été modifiés entre la calibration de la polarisation et le réglage final. Les mouvements des miroirs du périscope au cours des trois étapes du montage sont donnés dans le tableau 4.5 (nous avons donné au paragraphe 3.3.1 les calibrations des moteurs en rad/pas).

- D'autre part, les mesures d'orientation de l'ellipse de polarisation en sortie du HBS avant et après la mise en place de la cavité montrent une rotation de celle-ci tant en polarisation droite que gauche (voir comparaison entre tableau 4.4 et tableau 4.3).

Afin de pallier à ce problème, un dispositif reproduisant la ligne de sortie a été monté en juillet en laboratoire. Il a été montré [84] que pour une orientation d'ellipse donnée et un  $DOC P$  de l'ordre de 99,7 %, les déplacements effectués au cours du montage ne dégradent pas la polarisation de plus de 0,1 %.

Il a également été mis en évidence que le système des deux miroirs de renvoi de la ligne de sortie ne modifiait pas l'orientation de l'ellipse de polarisation à plus de 5°. Ce résultat reste valable lorsque les angles d'incidence du faisceau sur le miroir sont modifiés de 1°.

Ces résultats permettent de dire que la polarisation de l'onde incidente sur la cavité est égale à 0,1 % près à celle mesurée avant montage de la cavité.

D'autre part, un travail de simulation [84] du transport de la polarisation dans la ligne de sortie a été entrepris. En combinant la simulation et les mesures des caractéristiques de la polarisation en amont du miroir Ms et à la transmission du HBS, on peut déterminer les déphasages introduits par les miroirs de la ligne de sortie.

La connaissance des déphasages permet de déterminer la fonction de transfert  $f_s^{pol}$ . Ce travail a déjà permis de comprendre les mesures effectuées en laboratoire.

En faisant des mesures complémentaires sur le dispositif installé dans le tunnel (ces mesures sont planifiées en septembre 1999), on pourra de la même manière déterminer les déphasages introduits par les miroirs de la "vraie" ligne de sortie.

Nous pourrions alors chiffrer l'erreur sur la mesure de polarisation du faisceau laser des prises de données de mai et juillet 1999.



## Chapitre 5

# Résultats sur accélérateur

Dans ce chapitre, nous traitons les résultats obtenus avec notre système optique. Nous expliquons la méthode de caractérisation des miroirs de la cavité qui permet de déterminer la puissance laser au CIP. Nous abordons ensuite la stabilité des paramètres optiques en sortie de la cavité. Nous exposons les mesures de bruit dans la boucle d'asservissement et la stabilité de la puissance et de la polarisation laser sur le long terme (période supérieure à l'heure).

### 5.1 Détermination des paramètres optiques

La mesure absolue de la puissance intra-cavité permet de contrôler l'évolution des caractéristiques des miroirs au cours du temps. Cette mesure passe par la détermination de la finesse (§2.3.2) et le bilan de puissance autour de la cavité. La méthode que nous employons est adaptée de la méthode utilisée dans les références [53] et [88] qui consiste à déterminer la finesse et le coefficient d'efficacité en transmission de la cavité  $\eta_T = \frac{T^2}{(P+T)^2}$ .

#### 5.1.1 Finesse

La finesse a été déterminée par le biais de la mesure du temps de vidage de la cavité (voir §2.3.2). En utilisant la loi de propagation des erreurs, on peut écrire l'erreur sur la mesure de  $\mathcal{F}$  (le temps de décroissance et la longueur de la cavité sont des mesures indépendantes) :

$$\sigma_{\mathcal{F}}^2 = \sigma_{\tau}^2 \times \left( \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau} \right)^2 + \sigma_{T_d}^2 \times \left( \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial T_d} \right)^2 \quad (5.1)$$

L'erreur sur la mesure de  $\mathcal{F}$  peut donc s'écrire sous la forme :

$$\frac{\Delta \mathcal{F}}{\mathcal{F}} = \sqrt{\left( \frac{\Delta \tau}{\tau} \right)^2 + \left( \frac{\Delta T_d}{T_d} \right)^2} \quad (5.2)$$

Le temps de décroissance mesuré pour la cavité constituée des miroirs nominaux est :  $T_d = 23,5 \pm 0,5 \mu s$  (voir §C.2) et la longueur de la cavité est  $L = 0,85 \pm 10^{-4} m$ . En définitive,

la finesse a été mesurée avec une erreur de 2,0 % et vaut :

$$\mathcal{F} = 26040 \pm 550 \quad (5.3)$$

### 5.1.2 Bilan de puissance de la cavité

Afin de déterminer les caractéristiques des miroirs ( $T$ ,  $P$ ,  $R$ ), on utilise le bilan de puissance de la cavité en asservissement et hors asservissement. Cette méthode permet également de déterminer le coefficient de couplage  $\alpha_{00}$  du laser dans le mode fondamental de la cavité. La puissance incidente sur le miroir d'entrée de la cavité peut être exprimée de manière générale sous la forme suivante :

$$P_i = P_{cent} + P_{lat} \quad (5.4)$$

où  $P_{cent}$  représente la puissance réellement disponible pour l'amplification dans la cavité et  $P_{lat}$ , la puissance contenue dans les bandes latérales qui servent à la construction du signal d'erreur. Si on écrit les expressions des puissances mesurées en réflexion et en transmission en asservissement<sup>1</sup>, on a :

$$P_r^{ha} = (P_{cent} + P_{lat})R \quad (5.5)$$

$$P_r^a = \alpha_{00}P_{cent}R_{cav} + (1 - \alpha_{00})P_{cent}R + P_{lat}R \quad (5.6)$$

$$P_t = \alpha_{00}P_{cent}T_{cav} \quad (5.7)$$

où  $P_i$  est la puissance laser incidente,  $P_r^{ha}$  la puissance laser réfléchie par la cavité hors asservissement et  $P_r^a$  la puissance laser réfléchie par la cavité en asservissement. On a posé  $R_{cav} = H_r^2(0)$  et  $T_{cav} = \frac{I_t(0)}{I_i(0)}$  les coefficients de réflexion et de transmission de la cavité (voir éq. 1.21 et éq. 1.17) lorsque l'asservissement est en fonctionnement. En utilisant le paramètre  $\beta = \frac{P}{T}$ , on peut écrire :

$$T_{cav} = \frac{1}{(1 + \beta)^2} \quad \text{et} \quad R_{cav} = \frac{R\beta^2}{(1 + \beta)^2}. \quad (5.8)$$

En combinant les équations, on peut écrire l'expression de  $\beta$  en fonction des puissances mesurées. On obtient :

$$\beta = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{P_i}{P_t} \left( 1 - \frac{P_r^a}{P_r^{ha}} \right) - 1 \right] \quad (5.9)$$

Les mesures de puissance en réflexion sont effectuées à l'aide d'une photodiode Hamamatsu S1223 montée sur une sphère intégrante. Comme les puissances interviennent sous la forme de rapports, on peut écrire :

$$\beta = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{P_i}{P_t} \left( 1 - \frac{V_r^a}{V_r^{ha}} \right) - 1 \right] \quad (5.10)$$

1. on suppose pour cette détermination que la fréquence laser et la fréquence de résonance de la cavité sont égales.



où  $V_r^a$  est la tension mesurée aux bornes de la diode en asservissement et  $V_r^{ha}$  la tension mesurée hors asservissement.

En utilisant l'expression de  $P_t$  et de  $\beta$ , on peut exprimer le couplage  $\alpha_{00}$  en fonction des puissances en entrée et en sortie de cavité :

$$\alpha_{00} = \frac{P_t}{4P_i} \times \left[ 1 + \frac{P_i}{P_t} \left( 1 - \frac{V_r^a}{V_r^{ha}} \right) \right]^2 \times \left( 1 + \frac{P_{lat}}{P_{cent}} \right) \quad (5.11)$$

A l'aide des ces expressions, on peut donc déterminer le couplage du faisceau laser à la cavité et le rapport  $\beta$  ainsi que les erreurs relatives.

### 5.1.3 Mesure du couplage et du rapport $\beta = P/T$

#### Détermination des puissances incidentes et transmises

Sur notre dispositif de mesure, la cavité est placée dans le tube faisceau sous vide. Nous ne mesurons pas directement la puissance en sortie de cavité mais avec les sphères S1 et S2 en bout de ligne optique. Afin de déterminer la puissance transmise  $P_t$ , il faut tenir compte du coefficient de calibration  $K_s$  en puissance sur le trajet optique entre les sphères et le miroir de sortie de la cavité. Il faut également tenir compte des coefficients de calibration des sphères  $K_{S1}$  et  $K_{S2}$ . On écrit :

$$P_{t[mW]} = K_s \times (K_{S1} P_{1[\mu W]} + K_{S2} P_{2[\mu W]}) \quad (5.12)$$

où  $P_1$  et  $P_2$  sont les puissances non calibrées, mesurées par les sphères S1 et S2 (voir figure 3.7).

De même, la puissance incidente sur le miroir d'entrée de la cavité est mesurée par une sphère placée en transmission du miroir M1. Nous avons choisi de déterminer le coefficient de calibration en puissance  $K_e$  entre la sphère S3 non-calibrée (placée en transmission de M1) et la sphère S4 calibrée placée au CIP. La puissance incidente s'écrit en tenant compte de  $K_e$  :

$$P_i = K_e P_{imes} \quad (5.13)$$

où  $P_{imes}$  est la puissance non-calibrée mesurée par la sphère S3.

Les coefficients de calibration  $K_e$  et  $K_s$  ont été mesurés en polarisation circulaire gauche et droite avant la mise en place de la cavité. Les valeurs obtenues sont présentées avec leurs erreurs associées dans le tableau 5.1. Nous expliciterons par la suite les résultats en polarisation circulaire gauche. Les résultats dans les deux polarisations peuvent être trouvés dans le tableau 5.1.

#### Mesure de $\beta = \frac{P}{T}$

Les puissances en entrée et en sortie de cavité en asservissement sont (en polarisation gauche) :

$$P_i = 229 \pm 3 \text{ mW} \quad \text{et} \quad P_t = 159 \pm 1,5 \text{ mW}$$

Les tensions mesurées en réflexion en asservissement et hors asservissement sont<sup>2</sup> :

$$V_r^a = 118 \pm 8 \text{ mV} \quad \text{et} \quad V_r^{ha} = 874 \pm 8 \text{ mV}$$

La valeur de  $\beta$  est obtenue en utilisant la relation 5.10. On utilise la loi de propagation des erreurs (les mesures sont supposées indépendantes) pour déterminer l'erreur sur la valeur de  $\beta$ . On écrit :

$$\sigma_\beta^2 = \sigma_{P_i}^2 \times \left( \frac{\partial \beta}{\partial P_i} \right)^2 + \sigma_{P_t}^2 \times \left( \frac{\partial \beta}{\partial P_t} \right)^2 + \sigma_{V_r^a}^2 \times \left( \frac{\partial \beta}{\partial V_r^a} \right)^2 + \sigma_{V_r^{ha}}^2 \times \left( \frac{\partial \beta}{\partial V_r^{ha}} \right)^2 \quad (5.14)$$

On obtient le résultat<sup>3</sup> :

$$\beta = 0,149 \pm 0,013 \quad (5.15)$$

La valeur de  $\beta$  est donc déterminée avec une erreur relative de 9%. Le tableau 5.1 donne les valeurs en polarisation circulaire droite et gauche.

### Mesure de $\alpha_{00}$

La détermination de la valeur du coefficient de couplage est effectuée avec les mêmes valeurs que  $\beta$ . L'erreur sur  $\alpha_{00}$  est obtenue par la même méthode que précédemment. Le rapport  $\eta = \frac{P_{lat}}{P_{cent}}$  a été mesuré égal à 2% avec une erreur relative de 10%. On écrit :

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha_{00}}^2 = & \sigma_{P_i}^2 \times \left( \frac{\partial \alpha_{00}}{\partial P_i} \right)^2 + \sigma_{P_t}^2 \times \left( \frac{\partial \alpha_{00}}{\partial P_t} \right)^2 + \sigma_{V_{ref}}^2 \times \left( \frac{\partial \alpha_{00}}{\partial V_{ref}} \right)^2 + \\ & + \sigma_{V_{refo}}^2 \times \left( \frac{\partial \alpha_{00}}{\partial V_{refo}} \right)^2 + \sigma_\eta^2 \times \left( \frac{\partial \alpha_{00}}{\partial \eta} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.16)$$

La valeur du couplage trouvée pour notre système est :

$$\alpha_{00} = 0.936 \pm 0,012 \quad (5.17)$$

La valeur de  $\alpha_{00}$  est donc déterminée avec une erreur relative de 1 %.

### 5.1.4 Détermination de la puissance intra-cavité

Pour évaluer la transmittivité et les pertes, on reprend les expressions de  $\beta$  et de la finesse  $\mathcal{F}$  :

$$\beta = \frac{P}{T} \quad \text{et} \quad P + T = \frac{\pi}{\mathcal{F}}$$

On écrit donc :

2. Nous avons tenu compte du courant d'obscurité de la photodiode de mesure.

3. Les expressions finales de l'erreur sur  $\beta$  et sur  $\alpha_{00}$  dans le prochain paragraphe sont lourdes et ne sont pas détaillées dans ce document. Une feuille de calcul Mathcad permet d'en déterminer la valeur en changeant les paramètres d'entrée.

	<b>Polarisation gauche</b>	<b>Polarisation droite</b>
Longueur de la cavité L (m)	$0,85 \pm 10^{-4}$	$0,85 \pm 10^{-4}$
FSR (MHz)	$176,47 \pm 0,02$	$176,47 \pm 0,02$
Caractérisation des miroirs de la cavité par l'IPNL/SMA (Me et Ms)		
Transmittivité (ppm)	127 et 124	127 et 124
Absorption (ppm)	1,7	1,7
Diffusion (ppm)	4,5 et 3,6	4,5 et 3,6
Puissance incidente $P_i$ (mW)	$229 \pm 3$	$229 \pm 3$
Puissance en bout de chaîne		
$P_1$ (mW)	$0,646 \pm 0,003$	$142,1 \pm 0,4$
$P_2$ (mW)	$136,2 \pm 0,4$	$1,031 \pm 0,004$
Coefficient de calibration ( $K_s$ ) de la ligne de sortie	$1,162 \pm 0,002$	$1,152 \pm 0,002$
Coefficient de calibration ( $K_e$ ) de la ligne d'entrée ( $10^5$ )	$2,36 \pm 0,03$	$2,44 \pm 0,03$
Coefficient de calibration ( $K_{S1}$ ) de la sphère S1 ( $10^3$ )	$0,238 \pm 0,002$	$0,238 \pm 0,002$
Coefficient de calibration ( $K_{S2}$ ) de la sphère S2 ( $10^3$ )	$0,268 \pm 0,002$	$0,268 \pm 0,002$
Coefficient de calibration ( $K_{S4}$ ) de la sphère S4 ( $10^3$ )	$0,249 \pm 0,003$	$0,249 \pm 0,003$
Puissance en sortie de cavité $P_t$ (mW)	$159,0 \pm 1,5$	$165 \pm 1$
Niveau PDR non-asservi (mV)	$874 \pm 8$	$878 \pm 8$
Niveau PDR asservi (mV)	$118 \pm 8$	$107 \pm 10$
Niveau non-asservi (mV)	$36,4 \pm 0,5$	$36,4 \pm 0,5$
Temps de décroissance mesuré ( $\mu s$ )	$23,5 \pm 0,5$	$23,5 \pm 0,5$
Finesse mesurée ( $\mathcal{F} = \pi T_d \frac{c}{L}$ )	$26040 \pm 550$	$26040 \pm 550$
Bande passante de la cavité (kHz) $\Delta\nu_c = \frac{FSR}{\mathcal{F}}$	$6,8 \pm 0,14$	$6,8 \pm 0,14$
<b>Coefficient de couplage</b> $\alpha_{00} = \frac{P_t}{P_i} \times (1 + \beta)^2$	$0,936 \pm 0,012$	$0,948 \pm 0,014$
<b>Coefficient de pertes</b> $\beta = \frac{A+D}{T}$	$0,149 \pm 0,013$	$0,138 \pm 0,013$
<b>Pertes des miroirs</b> A+D (ppm)	$16 \pm 1$	$15 \pm 1$
<b>Transmittivité des miroirs</b> T (ppm)	$105 \pm 2,5$	$106 \pm 4$
<b>Gain maximum</b> $G_{max} = \frac{T}{(A+D+T)^2}$	$7210 \pm 200$	$7290 \pm 200$
<b>Puissance intra-cavité</b> $P_{cav} = \frac{P_t}{T} = G_{max} \alpha_{00} P_i$ (W)	$1530 \pm 50$	$1570 \pm 50$

TAB. 5.1 - Caractérisation complète des paramètres optiques de la cavité à TJNAF (02/99)

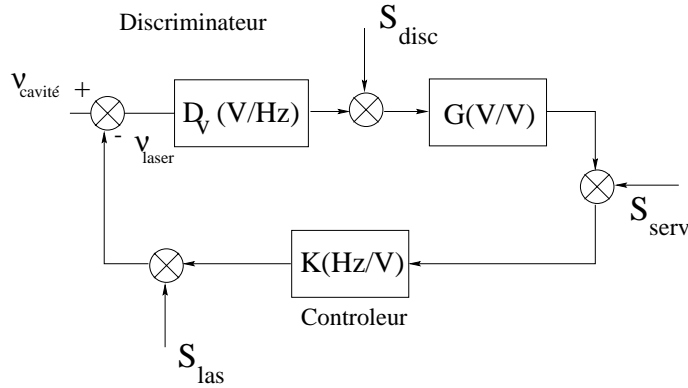


FIG. 5.1 - *Boucle d'asservissement avec une source de bruit ajoutée à la sortie de chaque élément. Le bruit de l'actuateur et du laser est noté  $S_{las}$*

$$T = \frac{\pi}{\mathcal{F}(1 + \beta)} \quad \text{et} \quad P = \frac{\pi\beta}{\mathcal{F}(1 + \beta)} \quad (5.18)$$

et les erreurs sur  $T$  et  $P$  peuvent s'exprimer sous la forme :

$$\frac{\Delta T}{T} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \mathcal{F}}{\mathcal{F}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{1 + \beta}\right)^2} \quad (5.19)$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \mathcal{F}}{\mathcal{F}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{\beta}\right)^2} \times \frac{1}{(1 + \beta)^2} \quad (5.20)$$

On obtient en polarisation circulaire gauche :

$$T = 105 \pm 2,5 \text{ ppm} \quad \text{et} \quad P = 16 \pm 1 \text{ ppm} \quad (5.21)$$

L'ensemble des résultats est présenté dans le tableau 5.1.

## 5.2 Stabilité des paramètres optiques

### 5.2.1 Réduction du bruit

La densité spectrale de bruit d'un signal aléatoire permet de déterminer l'amplitude des fluctuations de ce signal aux fréquences échantillonnées. Cette courbe permet de caractériser le bruit du signal étudié.

Si on considère la boucle d'asservissement comme au paragraphe 1.2.2, on peut déterminer l'expression de la densité spectrale au niveau du signal d'erreur en incluant les sources de bruit des différents blocs. On affecte ainsi à l'ensemble laser-actuateur une source de bruit notée

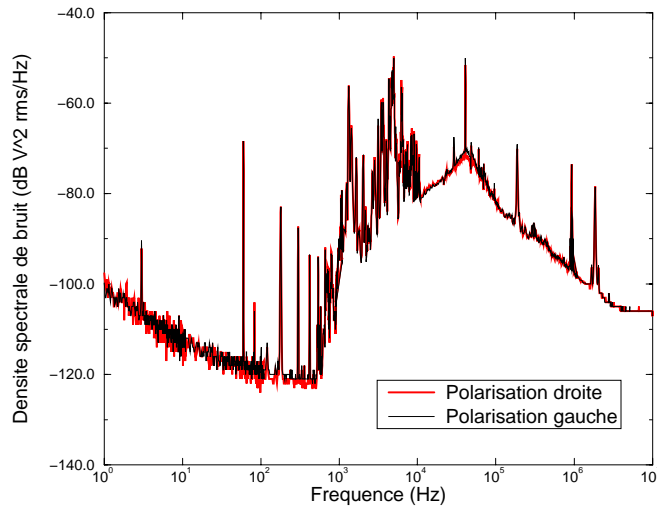


FIG. 5.2 - *Densité spectrale de bruit du signal d'erreur en asservissement*

$S_{las}^4$ . On affecte au discriminateur une source de bruit notée  $S_{disc}$  et au servo électronique une source  $S_{serv}$  (voir figure 5.1). Avec ces notations, on peut déterminer la densité spectrale de bruit en tout point de la boucle lorsque l'asservissement est en marche. On suppose successivement toutes les sources de bruit nulles sauf une et on détermine l'expression résultante. La densité spectrale de bruit est la racine carrée de la densité spectrale en puissance. Comme la densité spectrale de puissance totale est la somme des contributions des différents termes, on en déduit l'expression de la densité spectrale de bruit  $S_{se,bf}$  du signal d'erreur :

$$S_{se,bf} = \frac{\sqrt{|S_{disc}|^2 + |D_v S_{las}|^2 + |K D_v S_{las}|^2}}{|1 + K D_v G|} \quad (5.22)$$

La densité spectrale au niveau du signal d'erreur permet de visualiser l'amplitude des écarts entre la fréquence du laser et la fréquence de résonance provoqués par des perturbations extérieures en fonction de la fréquence des perturbations. L'expression précédente montre que lorsque le gain du filtre électronique est grand (fréquence  $\leq 500$  Hz), le bruit au niveau du signal d'erreur est de la forme :

$$S_{se,bf} \simeq \frac{S_{las}}{KG} \quad (5.23)$$

Par conséquent, en basse fréquence le bruit laser est atténué par le produit  $KG$  ( $K$  est de l'ordre de  $3,2$  MHz/V et  $G > 120$  dB).

La figure 5.2 représente la densité spectrale de puissance du signal d'erreur pour la cavité installée à TJNAF. Cette figure montre que la réduction du bruit est optimale jusque la fréquence

4. Le bruit issu du laser lui-même et celui de l'actuateur sont indissociables.

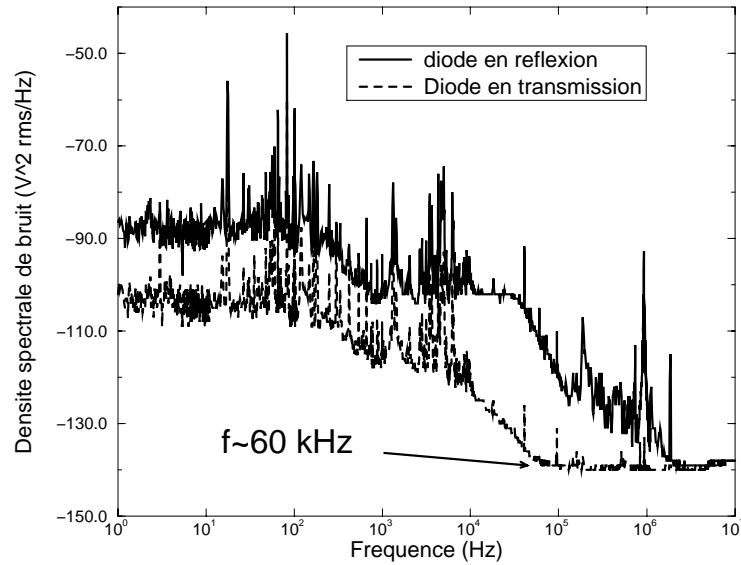


FIG. 5.3 - *Densité spectrale de bruit des signaux transmis et réfléchis par la cavité en asservissement*

de 500 Hz. On observe également les pics de bruit du 60 Hz et de ses harmoniques. La mesure a été effectuée avec un analyseur de spectre HP89419A en dB  $V_{RMS}^2 / Hz$ .

### 5.2.2 Analyse des signaux réfléchis et transmis

Si on considère que la cavité optique représente un système linéaire invariant (SLI), on peut lui appliquer les mêmes raisonnements en terme de densité spectrale de puissance que pour les éléments électroniques de ce type.

Nous avons explicité au paragraphe 1.4 la fonction de transfert de la cavité en asservissement  $\Gamma_c$ . Si on applique un signal aléatoire de densité spectrale de puissance  $q_e(\nu)$  à l'entrée du système, on peut alors montrer que la densité spectrale du signal en sortie de cavité  $q_s(\nu)$  doit être donnée par la relation :

$$q_s(\nu) = |\Gamma_c|^2 q_e(\nu) \quad (5.24)$$

Pour déterminer l'expression du signal en réflexion de la cavité, il faut tenir compte du fait que  $\chi \approx 2\%$  de la puissance de l'onde incidente (contenue dans les bandes latérales utilisées dans l'asservissement) sont directement réfléchis par la cavité. On écrit alors la densité spectrale de puissance du signal réfléchi  $q_r(\nu)$  :

$$q_r(\nu) = q_e(\nu) |\Gamma_c|^2 + \chi q_e(\nu) \quad (5.25)$$

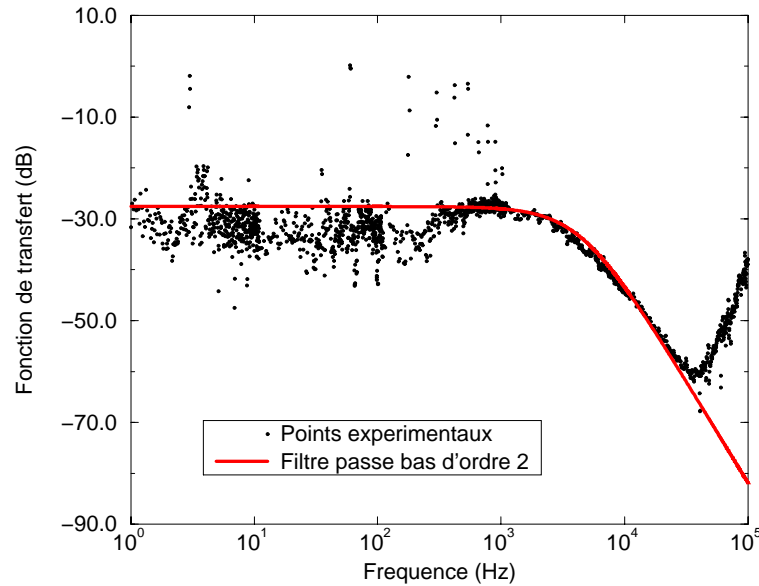


FIG. 5.4 - *Fonction de transfert au carré de la cavité déterminée expérimentalement*

On en déduit la relation qui lie les densités spectrales en réflexion et en transmission de la cavité :

$$q_t(\nu) = q_r(\nu) \times \frac{1}{1 - \chi + \frac{\chi}{|\Gamma_c|^2}} \quad (5.26)$$

Nous avons mesuré au paragraphe 2.2.3 la valeur du gain statique du filtre  $D_v = 2,91 \text{ mV/kHz}$ . Par conséquent,  $\Gamma_c < 10^{-6}$ . On peut donc écrire :

$$q_t(\nu) = q_r(\nu) \times \frac{|\Gamma_c|^2}{\chi} \quad (5.27)$$

Cette relation montre que le rapport entre les densités spectrales de puissance doit donner accès au facteur  $\chi$  près à la fonction de transfert de la cavité. La figure 5.3 montre les deux densités spectrales de puissance. La figure 5.4 montre ensuite leur rapport et la courbe représentative du fit avec la fonction de transfert au carré d'un filtre d'ordre 1. On observe jusqu'à environ  $60 \text{ kHz}$  que la fonction de transfert de l'ajustement correspond aux données expérimentales. Cette fréquence correspond à la fréquence à partir de laquelle la densité spectrale en transmission atteint la limite de bruit comme on le voit sur la figure précédente. Au delà de cette fréquence on n'observe plus que la courbe représentative de l'inverse de la densité spectrale en réflexion. L'ajustement donne une fréquence de coupure de  $4,4 \text{ kHz}$ .

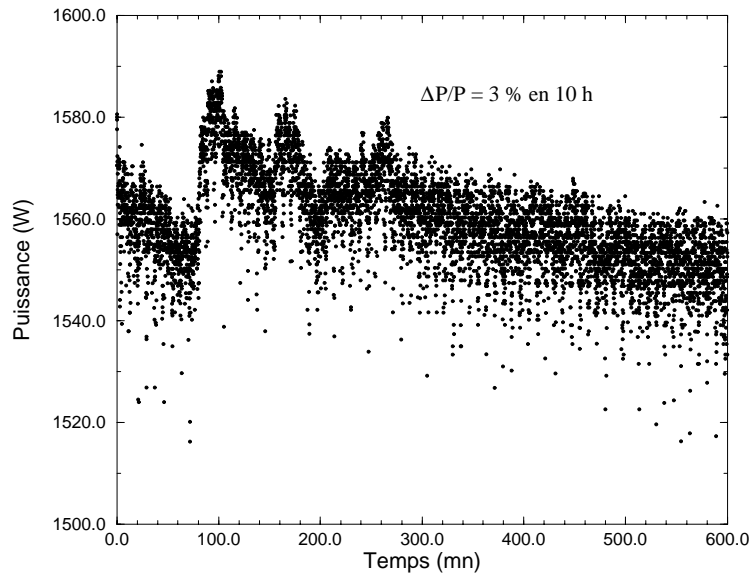


FIG. 5.5 - *Evolution de la puissance intra-cavité en fonction du temps, faisceau d'électrons dans la chicane.*

### 5.2.3 Stabilité de puissance

Nous avons obtenu avec la cavité installée dans le tunnel un maintien du gain dans la cavité supérieur à 10 heures avec une stabilité de 3 %. La figure 5.5 montre l'évolution de la puissance en fonction du temps pour un accrochage réalisé en février 1999 lorsque le faisceau d'électrons passait dans la chicane. Les variations de puissance sont liées à la variation de position du faisceau laser incident par rapport à l'axe optique de la cavité. Les variations de position sur la cellule 4 quadrants 1 sont en  $y$  de 6 % et en  $x$  de 3,5 %. En particulier, la variation brutale de la puissance au temps  $t \simeq 100 \text{ min}$  correspond à un décrochage de la position en  $y$ .

### 5.2.4 Stabilité de la polarisation

Pendant les accrochages, la polarisation du faisceau de photons est mesurée par le système On-Line (voir §4.4.2). Les variations mesurées sont de l'ordre de 0,0015% sur 10 heures. La figure 5.6 montre un enregistrement en polarisation circulaire gauche pris en même temps que l'enregistrement de puissance précédent. On remarque que la polarisation est restée stable quand la puissance variait.

Le système que nous avons installé dans le tunnel d'accès au hall A<sup>5</sup> nous permet d'obtenir

5. On pourra trouver des compléments dans la référence : N. Falletto et al., "Compton Scattering with a high



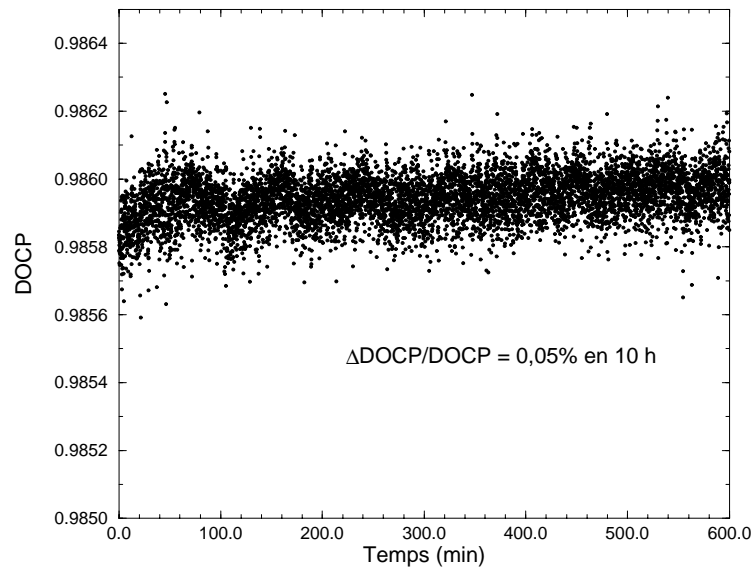


FIG. 5.6 - *Evolution de la polarisation en sortie de cavité en fonction du temps, faisceau d'électrons dans la chicane.*

une puissance intra-cavité et une polarisation du faisceau de photons stable pour le croisé avec le faisceau d'électrons.

La puissance dans la cavité ainsi que la polarisation en bout de chaîne optique sont contrôlées en ligne par la mesure avec les sphères S1 et S2. Les calibrations en puissance et en polarisation ont été effectuées avant la mise en place de la cavité. La détermination de tous les paramètres qui mènent à la valeur de la puissance est effectuée une fois par mois et nécessite d'interrompre l'asservissement. La caractérisation complète de la polarisation nécessite de tourner la lame quart d'onde d'analyse mais est effectuée en asservissement.

Le système offre la possibilité de basculer de polarisation circulaire droite à gauche automatiquement. Il peut également rattraper une perte d'accrochage (donc du gain dans la cavité) sans intervention extérieure. Les performances obtenues sont identiques, que le faisceau d'électrons traverse la chicane ou non.

Nous n'avons pas constaté de dégradation des caractéristiques des miroirs pendant un mois. A la suite d'une remontée en pression sous atmosphère d'azote (pression  $\geq 1 \text{ bar}$ ), le gain a chuté brutalement de 7200 à 5800 portant la puissance de la cavité à :  $P_L = 1150 \text{ W}$ . La puissance est ensuite restée stable pendant les prises de données Compton de mai et juillet 1999. La dégradation des miroirs sur le long terme en environnement accélérateur est encore à explorer. Les miroirs montés en février doivent être démontés et envoyés à l'IPN Lyon en septembre pour analyse.

---

finesse Fabry-Perot monolithic cavity", Submitted to Nucl. Inst. Meth., Août 1999.



## **Troisième partie**

# **Exploitation de la cavité sur le polarimètre**



# Chapitre 1

## Mise en oeuvre du polarimètre

Nous allons dans ce chapitre décrire la mise en oeuvre du polarimètre équipé de la cavité Fabry-Perot. A ce stade, le système de contrôle-commande et l'électronique d'asservissement nous permettent d'utiliser la cavité comme une source de photons pouvant fournir à la demande une lumière polarisée circulairement gauche ou droite.

Les premiers enregistrements de données ont été effectués pour une puissance intracavité  $P_L = 1570 W$ . Nous présentons également des résultats pour une puissance  $P_L = 1150 W$ .

Nous décrivons dans un premier temps les sources de bruit dans le détecteur de photons lorsque la cavité est éteinte. Ensuite, nous expliquons la méthode employée afin d'obtenir la meilleure luminosité d'interaction entre le faisceau d'électrons et le faisceau de photons. Nous expliquons alors la forme du spectre Compton attendue et montrons les résultats expérimentaux. Enfin, nous étudions le traitement des asymétries expérimentales de taux de comptage et présentons quelques résultats.

### 1.1 Bruit de fond

Dans le chapitre de présentation de la polarimétrie Compton, nous avons supposé par souci de clarté qu'aucun bruit dans le détecteur de photons ne venait perturber la mesure. En fait, expérimentalement, trois types de bruit, que nous allons décrire brièvement, existent sur notre système.

#### 1.1.1 Sources de bruit

##### Bremsstrahlung

Les électrons du faisceau subissent des collisions atomiques et perdent de l'énergie lorsqu'ils traversent la matière. En raison de leur faible masse ( $m_e = 511 keV$ ), ils peuvent perdre de l'énergie par un mécanisme de diffusion dans le champ électromagnétique du noyau rencontré. On appelle ce mécanisme "rayonnement de freinage" (bremsstrahlung). Lorsqu'un électron de charge  $-e$ , de masse  $m_e$  et d'énergie  $E_0$  passe au voisinage d'un noyau de charge  $Z$ , il subit une accélération et émet un rayonnement. La perte d'énergie par unité de longueur de matière

traversée est de la forme [89]:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) \propto \frac{\mathcal{N} E_0 Z^2}{m_e^2} \quad (1.1)$$

où  $\mathcal{N}$  représente le nombre d'atomes par unité de volume.

On définit l'énergie critique  $E_c$  de l'électron à partir de laquelle ce processus est prédominant par rapport à la perte d'énergie par collision. Cette énergie dépend du matériau traversé. Dans le cas de l'air à pression atmosphérique, elle vaut  $E_c = 100 \text{ MeV}$  et dans le cas du fer:  $E_c = 27,4 \text{ MeV}$ . Le processus de perte d'énergie par rayonnement de freinage est dominant pour les électrons de  $4 \text{ GeV}$  du faisceau qui interagissent avec les atomes du vide résiduel ( $\sim 10^{-8}$ ), à l'intérieur du tube faisceau.

Le rayonnement de "bremsstrahlung" existe en amont et en aval de la chicane. Cependant, le détecteur de photons n'est sensible qu'au rayonnement généré dans la section droite de longueur  $2,5 \text{ m}$  située entre les dipôles D2 et D3. La gamme d'énergie des photons issus de ce processus est limitée à l'énergie du faisceau d'électrons (0-4 GeV), et recouvre la gamme d'énergie des photons Compton. Les photons de "bremsstrahlung" sont émis dans un cône d'ouverture angulaire  $\theta = \frac{1}{\gamma}$  ( $\gamma = \frac{E_0}{m_e c^2}$ ) de la même manière que les photons Compton [61]. Ils sont donc entièrement vus par le détecteur.

Dans la section droite, la pression est de l'ordre de  $6.10^{-9} \text{ Torr}$ . Si on se place dans le cas le plus contraignant: un vide résiduel de  $Z$  moyen égal à 6 et une énergie des électrons du faisceau  $E_0 = 8 \text{ GeV}$ , les simulations [61] montrent que le taux intégré de "bremsstrahlung" est de  $5,2.10^{-3} \text{ kHz}/\mu\text{A}$ . Le taux intégré sur la gamme d'énergie allant du seuil au front Compton est de  $4,5.10^{-3} \text{ kHz}/\mu\text{A}$ . Ces valeurs sont obtenues en plaçant une feuille de plomb de  $2,5 \text{ mm}$  d'épaisseur devant le cristal central de la matrice du détecteur (la feuille de plomb permet de couper la partie basse énergie du spectre de "bremsstrahlung"). Le taux de "bremsstrahlung" obtenu est faible comparé au taux de  $3,2 \text{ kHz}/\mu\text{A}$  d'événements Compton attendus dans les mêmes conditions. Nous avons donc mis en place sur le dispositif une feuille de Plomb à l'épaisseur requise et le rayonnement de freinage influe peu sur les taux de comptage.

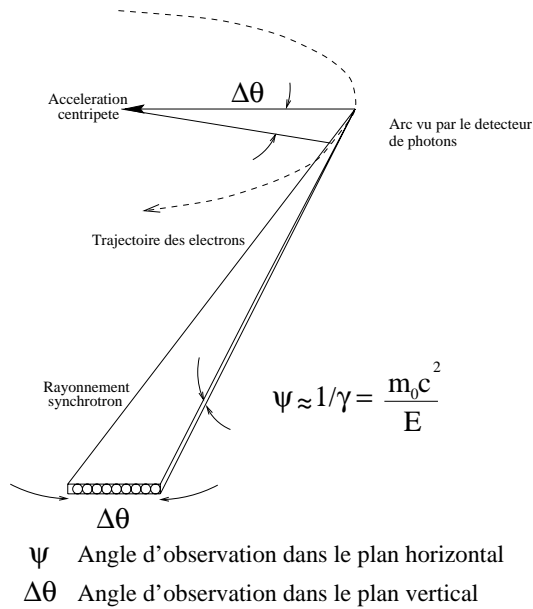
### Rayonnement synchrotron

Le rayonnement synchrotron est produit par l'accélération centripète du faisceau d'électrons au passage dans les dipôles de la chicane magnétique (voir figure 1.1). Les électrons perdent une partie de leur énergie en émettant des photons. Pour un électron d'énergie  $E_0$ , de masse  $m_e$  sur une trajectoire circulaire de rayon de courbure  $R[m] = 0,3p[\text{eV}]/cB[T]$ , la puissance totale émise est [90]:

$$P_0 = \frac{2r_0 m_e c^2 \beta^4 \gamma^4}{3 R^2}, \quad (1.2)$$

où  $\gamma = \frac{E_0}{m_e c^2} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ . Cette puissance correspond à un nombre de photons d'énergie moyenne  $\langle \epsilon \rangle$  émis par seconde:

$$\frac{dn_\gamma}{dt} = \frac{P_0}{\langle \epsilon \rangle e} = \frac{5r_0 m_e c^2 2\pi}{2\sqrt{3} h e}, \quad (1.3)$$



$\psi$  Angle d'observation dans le plan horizontal  
 $\Delta\theta$  Angle d'observation dans le plan vertical

FIG. 1.1 - Rayonnement synchrotron.

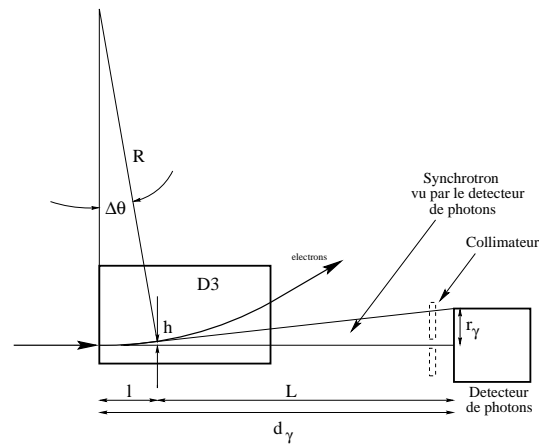


FIG. 1.2 - Rayonnement synchrotron sur le dispositif expérimental.

où :

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{4}{5\sqrt{3}} \frac{hc \gamma^3}{2\pi R}. \tag{1.4}$$

A  $4 \text{ GeV}$ , le taux attendu est  $\frac{dn_\gamma}{dt} = 0,791 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  pour une énergie moyenne  $\langle \epsilon \rangle = 24,7 \text{ keV}$ . Le rayonnement synchrotron possède une ouverture angulaire très faible dans la direction perpendiculaire au plan de l'orbite du faisceau d'électrons et son angle d'ouverture noté  $\psi$  vaut :

$$\psi \approx \frac{1}{\gamma} = \frac{m_e c^2}{E}. \tag{1.5}$$

Pour un faisceau d'énergie de  $4 \text{ GeV}$ , on a :  $\psi \simeq 130 \mu\text{rad}$ . Dans le plan de l'orbite ( $\Pi$ ), le faisceau est plus étalé. On note  $\Delta\theta$  l'angle relatif à l'arc de cercle vu par un observateur.

Sur notre dispositif expérimental, le détecteur de photons est sensible au rayonnement synchrotron issu des dipôles D2 et D3. L'entrée du détecteur est éloignée de l'entrée du dipôle D3 par la distance  $d_\gamma = 465 \text{ cm}$  et de la sortie du dipôle D2 par la distance  $d_\gamma = 695 \text{ cm}$  (voir figure 1.2).

On ne considère que le rayonnement émis au niveau du dipôle D3. Le détecteur "voit" une partie  $\Delta\theta$  de la trajectoire circulaire du faisceau d'électrons sous un angle  $\chi$  (angle entre le point d'observation et le plan ( $\Pi$ )). Comme la largeur du détecteur de photons dans la direction perpendiculaire au plan ( $\Pi$ ) est importante ( $5 \times 2 \text{ cm}$  à comparer avec  $\psi * d_\gamma \approx 0.06 \text{ cm}$ ), on peut considérer qu'il intègre sur toute la gamme en  $\chi$ .

Des simulations [61] ont montré qu'un collimateur de plomb de  $1 \text{ cm}$  d'épaisseur et de  $1 \text{ cm}$  de

diamètre centré sur le cristal central de la matrice permettait d'arrêter la quasi-totalité des photons synchrotron (0,01 photon synchrotron avec une énergie moyenne de 0,1 MeV est susceptible de traverser le collimateur). Devant l'ouverture circulaire, une feuille de 2,5 mm de plomb permet d'avoir un taux de photons de  $5,2 \text{ kHz}/\mu\text{A}$  avec une énergie moyenne de 82 keV. Dans une porte d'acquisition de 100 ns (voir §2.6, partie I), cela correspond à 0,052 photons d'énergie moyenne égale à 80 keV. Comparé à la gamme d'énergie des photons Compton (à 4 GeV, elle est comprise entre 0 et 270 MeV), ce bruit de fond est négligeable.

### Halo du faisceau

Les taux de bruit attendus dans le détecteur de photons en prenant en compte les deux effets précédents sont de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-3} \text{ kHz}/\mu\text{A}$ . Nous avons mesuré des taux minimum 100 fois supérieurs. De plus le bruit mesuré était variable et pouvait fluctuer d'un facteur 100 en quelques minutes en fonction des réglages de l'accélérateur.

La cavité optique et les pièces de renvoi du faisceau laser se trouvent au centre de la chicane. A cet endroit, le faisceau d'électrons passe à environ 5 mm des pièces mécaniques dans le plan horizontal (voir figure 2.6, partie I). Un élargissement de la distribution spatiale des électrons peut entraîner l'interaction d'une partie du faisceau avec les pièces les plus proches.

Une étude menée pour déterminer l'origine de l'excès des taux de comptage de bruit a montré que les taux dépendaient de la pression dans le tube faisceau en amont de la chicane magnétique [93] (la pression n'est pas uniforme dans tout l'accélérateur et dans l'arc magnétique avant l'entrée du hall A, elle peut remonter à  $10^{-8} \text{ Torr}$ ). L'augmentation de la pression dans le tube faisceau augmente la probabilité d'interaction par diffusion coulombienne des électrons sur les atomes du vide résiduel. La figure 1.3 illustre ce principe en montrant la répartition transverse naturelle du faisceau à laquelle s'ajoute la répartition étalée des électrons qui ont diffusé (halo). Nous avons pu réduire le niveau de bruit à quelques  $0,1 \text{ kHz}/\mu\text{A}$  en utilisant un quadripôle en amont de D2 qui permet de focaliser le faisceau et le halo dans le plan horizontal au niveau du CIP. Le halo reste la source dominante de bruit du système et est fonction des réglages de la machine.

### 1.1.2 Bruit mesuré

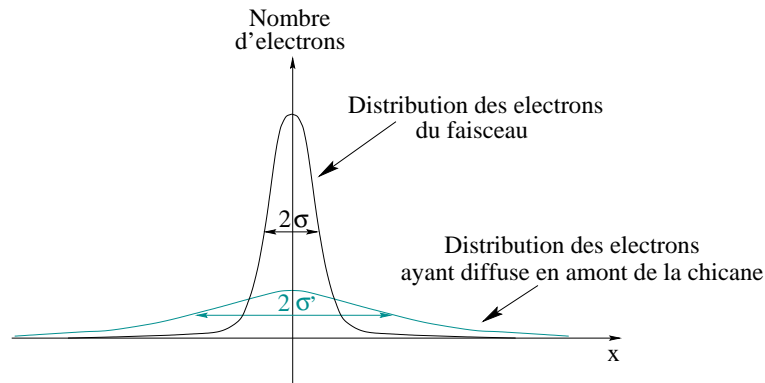
Nous montrons dans ce paragraphe un enregistrement du niveau de bruit mesuré pour un courant  $I_e = 25 \mu\text{A}$  (figure 1.4, la cavité est alors éteinte). Le taux de bruit mesuré est alors de  $\sim 0,24 \text{ kHz}/\mu\text{A}$ .

## 1.2 Le croisé des faisceaux

### 1.2.1 Réglage au maximum de luminosité

Expérimentalement, la première opération à effectuer avant d'utiliser le polarimètre consiste à rechercher le point de croisement entre le faisceau d'électrons et le faisceau de photons au



FIG. 1.3 - *Halo du faisceau d'électrons.*

sein de la cavité Fabry-Perot. Pour cela, on ferme la boucle d'asservissement afin d'obtenir et de maintenir la puissance laser maximale dans la cavité. On se place dans un état donné de polarisation de la lumière.

Par construction mécanique, les deux faisceaux possèdent un angle de croisement de  $23,5 \text{ mrad}$  dans le plan horizontal. Il suffit donc de déplacer verticalement le faisceau d'électrons dans la section droite située entre les dipôles D2 et D3 pour trouver ce point de croisement. On joue pour cela sur l'alimentation des dipôles (voir §2.2, partie I). On effectue des pas de  $40 \mu\text{m}$  en faisant varier le champ à l'intérieur des dipôles de  $100 \text{ G.cm}$ . Cette opération est effectuée par les opérateurs de la machine TJNAF. On surveille en ligne les taux de comptage dans le cristal central du détecteur de photons et dans les éléments de diagnostic faisceau pendant le déplacement. Les "beam position monitors" (BPM) permettent de suivre les variations de position du faisceau d'électrons (la position est échantillonnée à la fréquence de  $600 \text{ Hz}$ ).

La figure 1.5 montre l'évolution des taux de comptage normalisés  $\tau/I_e$  à l'intensité du faisceau d'électrons ( $I_e \simeq 10 \mu\text{A}$ ) dans le cristal central en fonction de la position verticale du faisceau d'électrons. Cette courbe peut être ajustée, dans la zone d'intersection, par une gaussienne plus une droite affine que l'on a représentée sur la même figure. Les paramètres de la gaussienne sont les paramètres  $p1$ ,  $p2$  et  $p3$ . Le résultat donne une hauteur maximum de  $2,465 \pm 0,003 \text{ kHz}/\mu\text{A}$  et une largeur à mi-hauteur  $\sigma_\tau = 145,0 \pm 0,3 \mu\text{m}$ . Ceci signifie que le taux maximum d'événements Compton pour la puissance laser disponible ( $P_L = 1530 \text{ W}$ ) est égal à  $2,465 \pm 0,003 \text{ kHz}/\mu\text{A}$ . En fonction des bornes de l'ajustement, la valeur  $\sigma_\tau$  varie de  $\pm 10 \mu\text{m}$  et la valeur de la hauteur de  $\pm 0,2 \text{ kHz}/\mu\text{A}$ .

### 1.2.2 Interprétation

Nous effectuons dans ce paragraphe une vérification qualitative de la correspondance entre le taux d'événements Compton mesurés et celui donné par la formule théorique de la luminosité.

La courbe de la figure 1.5 est directement proportionnelle à la variation de luminosité d'interaction en fonction du décalage  $\Delta y$  entre les deux faisceaux. En effet, le taux de comptage est

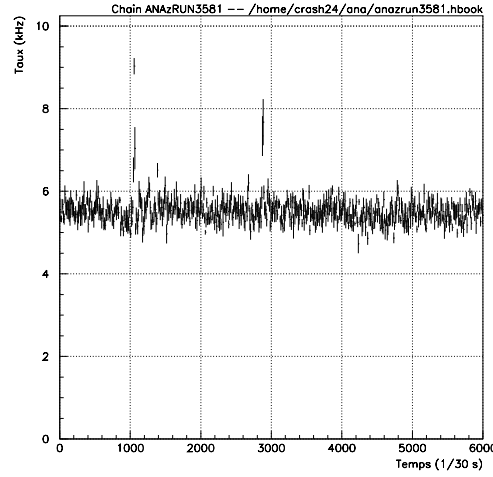


FIG. 1.4 - *Taux de bruit dans le cristal central* ( $I_e = 25 \mu A$ ).

relié à la luminosité par la formule 2.8 :  $\tau = \mathcal{L}\sigma_t$  où  $\sigma_t$  représente la section efficace Compton totale (on suppose que l'efficacité de détection est constante sur toute la gamme d'énergie des photons diffusés et égale à un).

La section efficace totale peut être calculée [61]. En prenant  $k = 1,165 eV$ ,  $m_e = 0,511 MeV$  et  $E = 3,34 GeV$  (énergie des électrons dans ce cas), on trouve :

$$\sigma_t = 0,623 \text{ barn}. \quad (1.6)$$

L'expression de la luminosité en fonction du décalage vertical  $\Delta y$  entre les faisceaux d'électrons et de photons peut alors être calculée. Si on appelle  $\mathcal{L}_{max}$  la luminosité lorsque le décalage vertical entre les deux faisceaux est nul (éq. 1.49), on obtient :

$$\mathcal{L}(\Delta y) = \mathcal{L}_{max} \times e^{-\frac{\Delta y^2}{2(\sigma_e^2 + \sigma_\gamma^2)}}. \quad (1.7)$$

où  $\sigma_e$  ( $\sigma_\gamma$ ) représente l'écart type de la distribution spatiale du faisceau d'électrons (de photons) dans le plan transverse à la direction de propagation.

On en déduit que l'écart type du pic de taux de comptage  $\sigma_\tau$  est égal à :

$$\sigma_\tau = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_\gamma^2} = 145 \pm 10 \mu m. \quad (1.8)$$

La luminosité normalisée au courant maximum est donnée par la relation :

$$\frac{\mathcal{L}_{max}}{I_e} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sqrt{2\pi}} \frac{P_L}{k e c} \frac{1}{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_\gamma^2} \sin \alpha}. \quad (1.9)$$

La courbe de croisé présentée a été réalisée lorsque la puissance dans la cavité valait :  $P_L = 1530 \pm 50 W$  (voir la détermination du paragraphe 5.1). L'angle de croisement  $\alpha$  est égal à

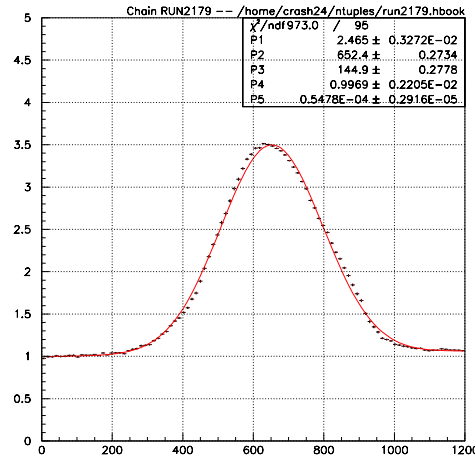


FIG. 1.5 - *Variation des taux de comptage dans le cristal central en  $kHz/\mu A$  en fonction de la position verticale du faisceau d'électrons (en  $\mu m$ ).  $P_L = 1530 W$ ,  $I_e = 10 \mu A$ , Polarisation circulaire droite.*

$23,5 \pm 1,5 \text{ mrad}$  (l'erreur sur la valeur de l'angle est déterminée par la précision du positionnement des BPM par rapport à la pièce mécanique et la précision intrinsèque de mesure des BPM). On trouve :

$$\frac{\mathcal{L}_{max}}{I_e} = (4,1 \pm 0,4) \cdot 10^4 \text{ barn}^{-1} \cdot \mu A^{-1} \cdot s^{-1}. \quad (1.10)$$

En multipliant  $\frac{\mathcal{L}_{max}}{I_e}$  par la section efficace totale, on obtient un taux normalisé au courant maximum attendu  $2,56 \pm 0,25 \text{ kHz}/\mu A$ . On constate que la mesure expérimentale du taux d'événements Compton normalisé au courant est compatible avec la valeur théorique attendue.

Connaissant les dimensions du faisceau laser au centre de la cavité, la courbe de croisé entre les faisceaux d'électrons et de photons permet également de remonter à la taille du faisceau d'électrons en ce point (en fait, on ne détermine que l'extension verticale du faisceau  $\sigma_e^y$ ). La taille du faisceau de photons en terme de largeur à mi-hauteur est donnée égale à :  $\sigma_\gamma = 123 \mu m$  par les caractéristiques de la cavité. On en déduit que :

$$\sigma_e^y \simeq 75 \mu m. \quad (1.11)$$

### 1.2.3 Effet du basculement de la polarisation du laser

Nous avons la possibilité de basculer la polarisation du faisceau laser par l'intermédiaire d'une lame quart d'onde (voir §II.4.2.1). Nous étudions dans ce paragraphe la variation des taux de comptage dans le renversement de cette polarisation. La figure 1.6 montre la superposition

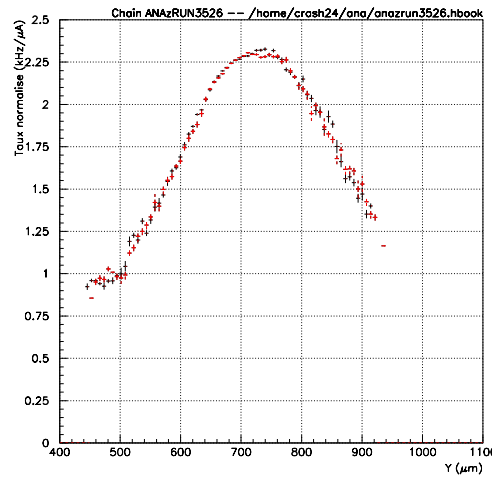


FIG. 1.6 - *Variation des taux de comptage dans le cristal central en  $kHz/\mu A$  en fonction de la position verticale du faisceau d'électrons (en  $\mu m$ ).  $I_e = 35,7 \mu A$ , polarisation circulaire droite et gauche.*

des courbes de variation des taux de comptage en fonction de la position verticale du faisceau d'électrons pour les deux états de polarisation du faisceau laser. Les paramètres d'ajustement des deux courbes par une fonction gaussienne sont résumés dans le tableau 1.1. Le rapport  $\mathcal{R}$  des hauteurs des gaussiennes sur cet enregistrement est égal à :  $\mathcal{R} = 1,03 \pm 0,13$ .

Nous avons explicité au paragraphe 5.1 la méthode utilisée pour mesurer la puissance intracavité. En polarisation droite, la puissance est égale à :  $P_L = 1130 \pm 40 W$  et en polarisation gauche, elle est égale à :  $P_L = 1150 \pm 40 W$ . Le rapport  $\mathcal{R}_{P_L}$  des puissances est égal à :  $\mathcal{R}_{P_L} = 1,034 \pm 0,011$ . On constate que les deux rapports sont compatibles.

Par ailleurs, le maximum de taux de comptage en polarisation gauche et droite reste à la même position du faisceau d'électrons ( $Y_{moy} = 728 \pm 10 \mu m$ ). Ceci confirme le fait que le faisceau

	Polarisation gauche	Polarisation droite
Ecart type $\sigma$ ( $\mu m$ )	$167 \pm 10$	$157 \pm 10$
Taux maximum normalisé ( $kHz/\mu A$ )	$2,1 \pm 0,4$	$2,0 \pm 0,4$
Centre de la gaussienne ( $\mu m$ )	$728 \pm 10$	$728 \pm 10$

TAB. 1.1 - *Paramètres d'ajustement des courbes de taux de comptage en fonction de la position verticale du faisceau d'électrons.*

laser ne bouge pas dans la cavité en fonction de la polarisation du faisceau incident.

### 1.2.4 Effet du basculement de la polarisation du faisceau d'électrons

La polarisation du faisceau d'électrons est déterminée à partir de l'asymétrie expérimentale des taux de comptage normalisés à la luminosité (voir §I.1.3.2). Par conséquent, il est important de connaître la variation systématique de luminosité (donc de taux de comptage) liée à une différence de position verticale ou horizontale du faisceau entre les deux états de polarisation. On recherche pour cela la position moyenne du faisceau d'électrons sur l'enregistrement considéré. On détermine ensuite la moyenne de l'écart de position entre deux états successifs de polarisation du faisceau. On trace la courbe d'évolution des taux de comptage en fonction de la position ( $x$  et  $y$ ). La dérivée de cette courbe au point moyen donne au premier ordre la variation des taux de comptage au voisinage de ce point. Le produit de la dérivée et de l'écart moyen de position donne l'ordre de grandeur de la fausse asymétrie induite par la variation systématique de position du faisceau.

#### Différence de position verticale ( $y$ )

Nous présentons sur la figure 1.7 deux spectres des écarts de position verticale entre deux états de polarisation successifs du faisceau d'électrons. Le résultat de l'ajustement dans le premier cas montre que l'écart moyen est :  $\Delta y = -22 \pm 111 \text{ nm}$  et dans le second  $\Delta y = -123 \pm 102 \text{ nm}$ . Les résultats fluctuent d'un enregistrement à l'autre. On mesure en moyenne  $\Delta y =$

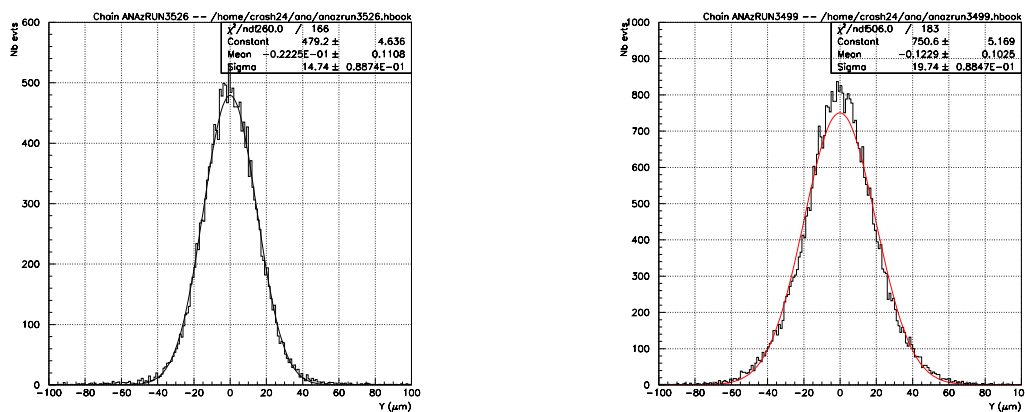


FIG. 1.7 - *Spectre des écarts de position verticale entre deux états de polarisation successifs (à gauche : RUN 3526, à droite : RUN 3499).*

$0 \pm 200$ . La figure 1.8 montre les courbes d'évolution des taux de comptage en fonction de la position du faisceau d'électrons (run3526 et run3490). On a repéré la position moyenne  $y$  par une barre verticale. La tangente à la courbe de taux de comptage au point  $y$  est représentée. La pente vaut :  $3,076 \text{ mHz}/\mu\text{A}/\text{nm}$  (run3526) et  $-0,906 \text{ mHz}/\mu\text{A}/\text{nm}$  (run3499). On en déduit la fausse asymétrie liée au déplacement vertical :  $A_y = 0,0015 \pm 0,0076 \%$  (run3526) et  $A_y = 0,0024 \pm 0,0020 \%$  (run3499). Pour ces deux résultats, l'erreur provient essentiellement de l'indétermination sur  $\Delta y$ . Cette indétermination est due à la résolution des BPM et aux fluctuations de position du faisceau qui varient en fonction des réglages machines.

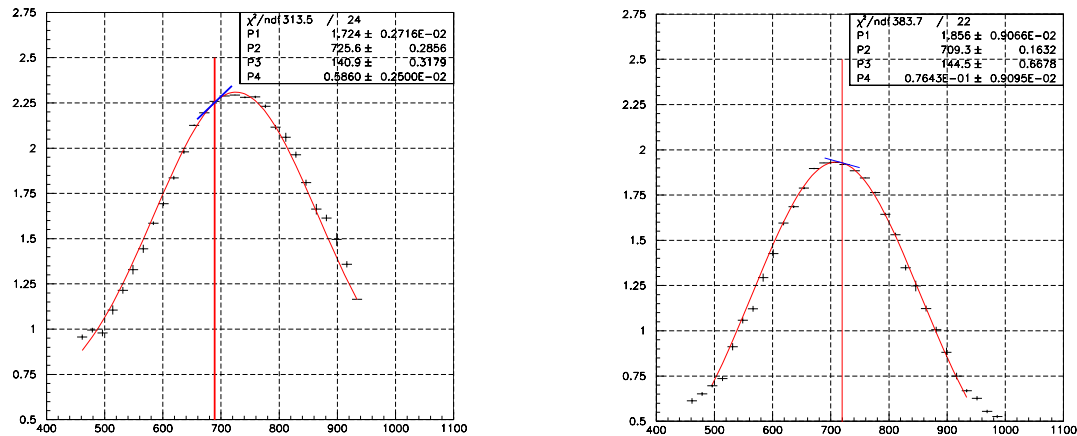


FIG. 1.8 - *Pente de variation des taux de comptage autour de la position verticale moyenne (à gauche : RUN 3526, à droite : RUN 3499).*

On peut cependant à partir des courbes expérimentales déterminer la borne supérieure de l'erreur sur l'asymétrie : la valeur absolue de la dérivée de l'exponentielle accepte un maximum. La pente maximum obtenue suivant les courbes expérimentales est :  $7,5 \text{ mHz}/\mu\text{A}/\text{nm}$ . En prenant la valeur maximum  $\Delta y = 200 \text{ nm}$ , on déduit l'écart maximum de taux de comptage :  $1,5 \text{ Hz}/\mu\text{A}$ . En prenant le taux moyen à la position centrale de  $2 \text{ kHz}/\mu\text{A}$ , on obtient une asymétrie systématique maximum de  $0,037 \%$ .

L'asymétrie expérimentale des taux de comptage est typiquement  $A_{exp} = 1,18 \pm 0,02(\text{stat}) \%$ , soit une erreur relative statistique de  $2 \%$ . Le but du polarimètre est d'atteindre une précision relative systématique inférieure à  $4 \%$ .

La différence de position verticale que nous venons de calculer introduit une erreur relative systématique de  $3,1 \%$ . Afin de limiter cet effet, nous avons mis en place un système qui impose la position du faisceau dans un intervalle de  $\pm 50 \mu\text{m}$  autour du point optimum de luminosité. Avec les différences de position que nous sommes capables de résoudre ( $\sim 100 \text{ nm}$  sur la durée d'un enregistrement), ceci nous permet de limiter l'effet systématique à  $1 \%$ .

### Différence de position horizontale ( $x$ )

Le déplacement horizontal ( $x$ ) du faisceau d'électrons en cours de prise de données est moins sensible que le déplacement vertical. En effet, au cours de ce déplacement, le faisceau d'électrons continue à croiser le faisceau de photons mais le point de croisement se déplace le long de l'axe optique de la cavité.

La distance de Rayleigh du laser dans la cavité est :  $z_0 = 18 \text{ cm}$  (voir §II. 3.1.1). Par conséquent, on peut considérer que la section du faisceau de photons est constante le long de l'axe optique sur  $5 \text{ cm}$  de part et d'autre du waist de la cavité.

D'après l'expression de la luminosité (éq. 1.10), on ne doit donc pas observer de variation des

taux de comptage liée à des déplacements de quelques centaines de  $\mu m$ . Expérimentalement, on observe des variations liées au bruit généré par le halo du faisceau sur la pièce mécanique de support des miroirs de la cavité.

Nous présentons les variations des taux de comptage en fonction du déplacement suivant la direction  $x$  pour les deux enregistrements précédemment cités. En utilisant le même principe que pour le problème du déplacement vertical, on détermine des pentes égales respectivement pour le run3526 et le run3499 à :  $1,270$  et  $0,420 \text{ mHz}/\mu A/nm$ . Ces pentes sont obtenues au-

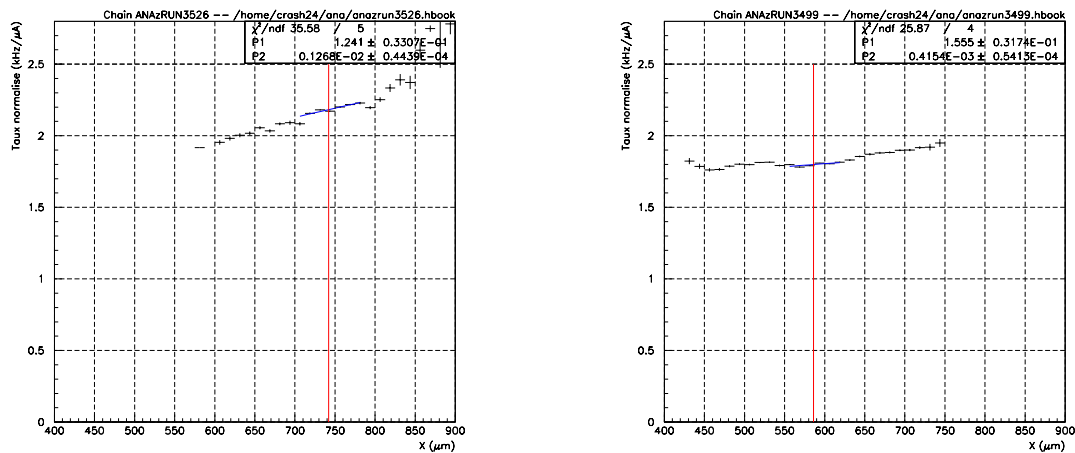


FIG. 1.9 - *Pente de variation des taux de comptage autour de la position horizontale moyenne (à gauche : RUN 3526, à droite : RUN 3499).*

tour des positions moyennes :  $x = 742 \mu m$  (run3526) et  $x = 586 \mu m$  (run3499). Les déplacements horizontaux enregistrés sont respectivement :  $\Delta x = -22 \pm 120 \text{ nm}$  (run3526) et  $\Delta x = 187 \pm 121 \text{ nm}$  (run3499). Ils correspondent à des asymétries systématiques :  $A_x = 0,0006 \pm 0,0033 \%$  (run3526) et  $A_x = 0,0022 \pm 0,014 \%$  (run3499).

L'erreur systématique sur l'asymétrie expérimentale liée à cet effet est :  $0,2 \%$  dans le premier cas et  $0,05 \%$  dans le second cas (on a pris la même valeur d'asymétrie expérimentale qu'au paragraphe précédent). Ces asymétries sont faibles comparées à l'asymétrie liée au déplacement vertical. Cependant la pente obtenue pour l'enregistrement (run3526) est du même ordre de grandeur que celles obtenues pour les déplacements verticaux. Il apparaît qu'il existe une position horizontale optimum (autour de  $x = 500 \mu m$ ) pour minimiser cette pente. En maintenant le faisceau d'électrons dans cette zone, on pourra s'assurer que l'asymétrie  $A_x$  induit une erreur relative inférieure à  $0,1 \%$  sur la détermination de l'asymétrie expérimentale.

## 1.3 Spectre Compton

### 1.3.1 Forme du spectre

Nous avons présenté dans le premier chapitre la forme théorique de la section efficace Compton (voir figure 1.10). En pratique, deux effets viennent modifier la forme du spectre obtenu.

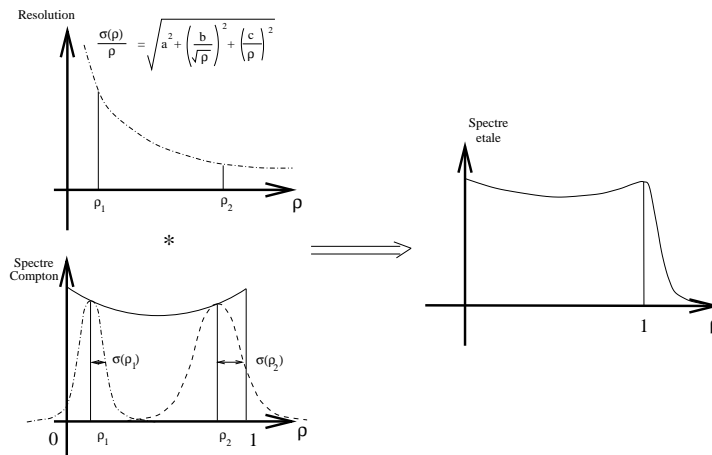


FIG. 1.10 - *Convolution de la section efficace Compton théorique avec la résolution du détecteur de photons.*

Il faut tout d'abord tenir compte de l'effet de la résolution en énergie du détecteur de photons (voir figure 1.10).

Nous avons établi au paragraphe I.1.3.1 l'expression théorique de la section efficace Compton polarisée  $\frac{d\sigma_C}{d\rho}$ . Afin de tenir compte de la résolution, on doit lui convoluer la section efficace.

On obtient ainsi la section efficace mesurée  $\frac{d\sigma^m}{d\rho}$  [92] :

$$\frac{d\sigma^m}{d\rho} = \int_0^1 \frac{d\sigma_C}{d\rho'}(\rho') \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\rho - \rho')} e^{-\frac{(\rho - \rho')^2}{2\sigma^2(\rho - \rho')}} d\rho' \quad (1.12)$$

L'effet de la convolution sur la forme de la section efficace est illustré qualitativement par la figure 1.10. Le second effet dont il faut tenir compte est lié au seuil en énergie utilisé dans le système de détection (on ne garde que les événements dont l'énergie est supérieure à un seuil réglable, voir §I.2.6).

L'intégrale du signal électrique provenant du détecteur de photons est proportionnelle à l'énergie déposée par les photons dans le calorimètre. Placer un seuil en énergie correspond à sélectionner les événements qui génèrent un signal d'intégrale supérieure à une valeur donnée.

Si le seuil est parfait, on obtient une coupure frontale en basse énergie. Sur notre dispositif, le seuil est appliqué par un système comparateur en amplitude au niveau d'un discriminateur. Quand on place un seuil en amplitude, la probabilité de détecter un signal qui dépose une énergie inférieure au seuil devient non nulle (voir figure 1.11) puisqu'un signal très bref (d'intégrale faible) mais d'amplitude supérieure au seuil peut être acquis. De même, on peut rejeter des événements qui déposent suffisamment d'énergie mais dont l'amplitude est inférieure au seuil. L'effet obtenu est un effet d'étalement du spectre en basse énergie (voir figure 1.12, partie ??). Cet effet apporte une indétermination sur la position du seuil en énergie dont nous avons besoin pour pouvoir remonter à la polarisation du faisceau d'électrons. Un travail est en cours afin de déterminer l'erreur sur la détermination du seuil et son influence sur la détermination de la valeur de la polarisation du faisceau d'électrons.



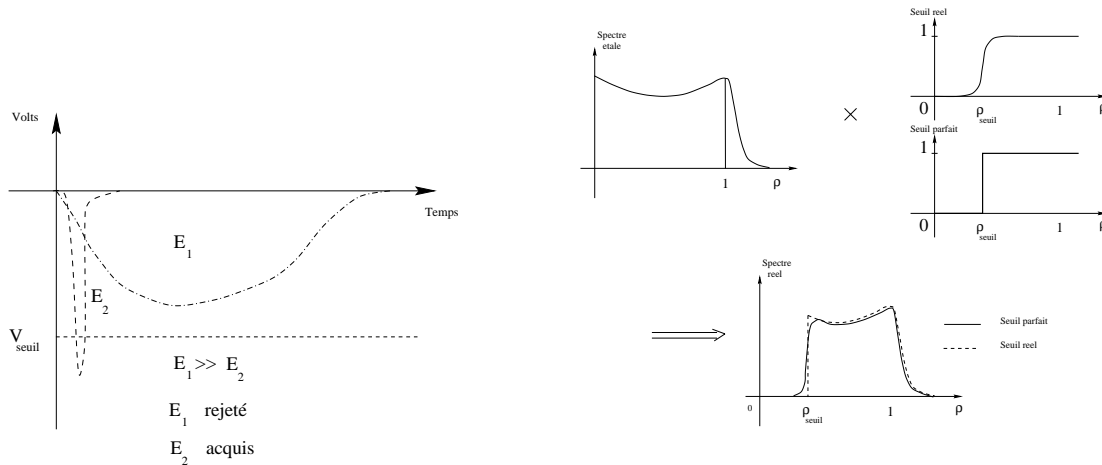


FIG. 1.11 - *Seuil en amplitude.*

FIG. 1.12 - *Effet du seuil en amplitude sur la forme du spectre expérimental.*

### 1.3.2 Spectre expérimental

Nous présentons dans ce paragraphe les spectres expérimentaux obtenus au mois de mai 1999 alors que la puissance dans la cavité était égale à  $P_L = 1150 W$ . Le spectre de bruit est obtenu dans les mêmes conditions de faisceau d'électrons que le spectre Compton en "éteignant" simplement la cavité optique (figure 1.13). On normalise ensuite le spectre de bruit sur le spectre de signal plus bruit au-delà du front Compton (à partir du canal ADC 700). Le spectre Compton soustrait du bruit est présenté sur la figure 1.14. Le rapport entre le spectre de signal soustrait du bruit et le spectre de bruit (figure 1.15) donne l'évolution du rapport signal sur bruit en fonction du canal ADC (proportionnel à l'énergie des photons diffusés). On constate sur cet enregistrement que le rapport varie entre 6 pour l'énergie de seuil et 50 au front Compton.

## 1.4 Traitement de l'asymétrie expérimentale

### 1.4.1 Expression de l'asymétrie expérimentale

Nous présentons dans ce paragraphe le cas de la mesure intégrée des taux de comptage. Au paragraphe I.1.3.2, nous avons présenté l'expression de l'asymétrie de taux de comptage  $\mathcal{A}_{exp}$  dans le cas idéal où l'on ne considère pas de bruit de fond et où tous les paramètres sont constants dans le renversement de la polarisation du faisceau d'électrons.

Dans le cas réel, on écrit les taux de comptage :  $N^\pm = N_C^\pm + N_b^\pm$  où  $N^\pm$  représente les taux d'événements mesurés,  $N_C^\pm$  les taux d'événements Compton, et  $N_b^\pm$  les taux de bruit, en polarisation droite et gauche. L'équation 1.51 de la partie I donne la relation entre la polarisation du faisceau d'électrons et l'asymétrie des taux de comptage d'événements Compton. On démontre que cette asymétrie  $\mathcal{A}_C$  est reliée à l'asymétrie des taux de comptage bruts  $\mathcal{A}_e$  par la relation :

$$\mathcal{A}_C = \mathcal{A}_e(1 + R) - R\mathcal{A}_b \tag{1.13}$$

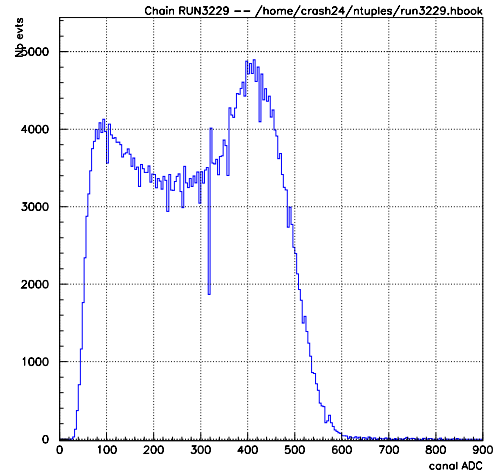
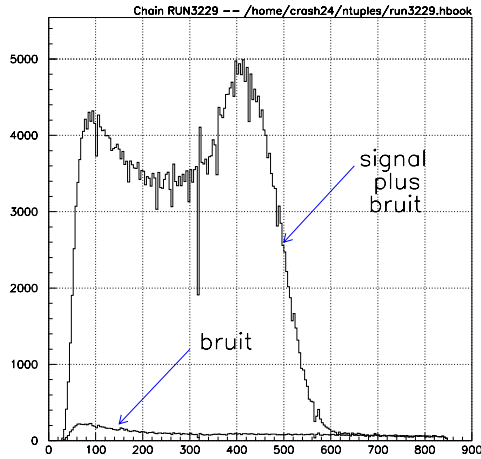


FIG. 1.13 - *Spectre Compton total (polarisation laser circulaire gauche photons, bruit non soustrait).*

FIG. 1.14 - *Spectre Compton soustrait du bruit - Polarisation laser circulaire gauche.*

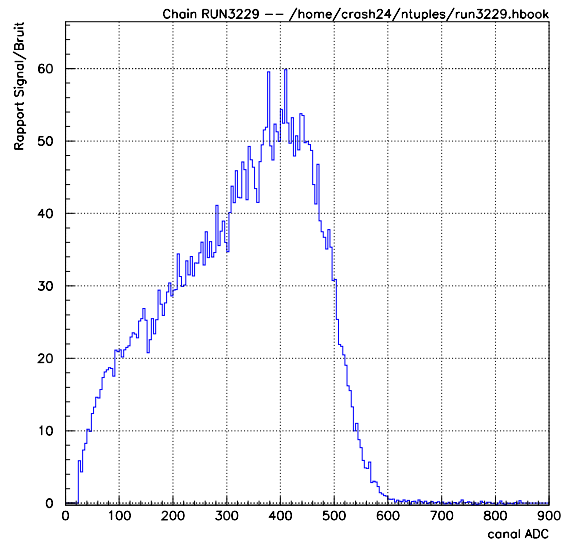


FIG. 1.15 - *Rapport signal sur bruit (polarisation circulaire gauche)*

où  $\mathcal{A}_b$  représente l'asymétrie de bruit et  $R$  le rapport signal sur bruit pendant l'enregistrement moyenné sur la gamme d'énergie  $[\rho_{min}, 1]$ . Il faut donc déterminer le rapport signal sur bruit et l'asymétrie de bruit avant de déterminer l'asymétrie qui est reliée à la polarisation du faisceau d'électrons.

On considère par la suite l'enregistrement de données 3229. D'après la figure 1.15, le rapport signal sur bruit moyenné sur toute la gamme Compton est :  $R \simeq 30$ . L'asymétrie de bruit a été mesurée égale à  $\mathcal{A}_b = 0,1 \pm 0,08 \%$ .

Les figures 1.16 et 1.17 représentent les asymétries expérimentales mesurées respectivement en

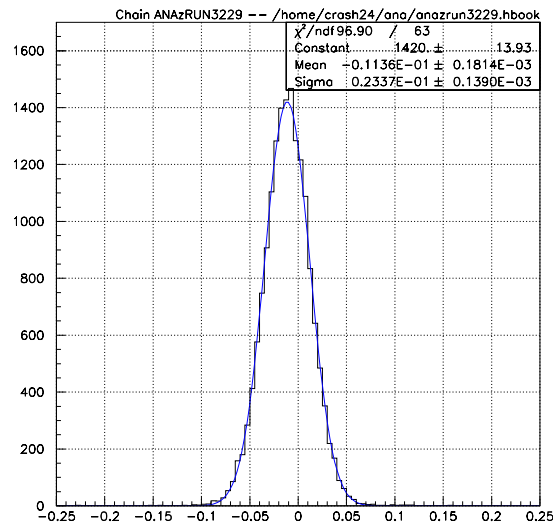
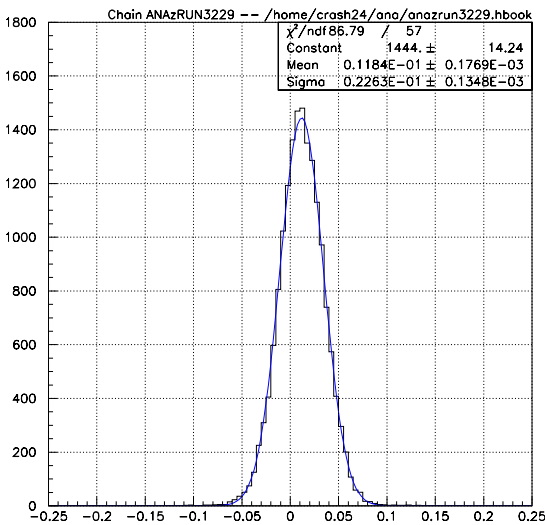


FIG. 1.16 - *Asymétrie brute des taux de comptage (polarisation circulaire gauche).* FIG. 1.17 - *Asymétrie brute des taux de comptage (polarisation circulaire droite).*

polarisation circulaire gauche et droite du faisceau de photons. En polarisation gauche, l'asymétrie mesurée est :  $\mathcal{A}_e = 1,18 \pm 0,02(stat) \%$ . En polarisation droite, elle vaut :  $\mathcal{A}_e = -1,14 \pm 0,02(stat) \%$ . On vérifie que le changement de polarisation du faisceau de photons occasionne un changement de signe de l'asymétrie expérimentale. La valeur absolue reste compatible dans l'erreur de mesure.

## 1.4.2 Vers une mesure de la polarisation

Afin de remonter à l'asymétrie Compton  $\mathcal{A}_C$ , il faudra intégrer les erreurs systématiques dans l'erreur sur l'asymétrie expérimentale  $\mathcal{A}_e$ . Il faudra donc maîtriser toutes les sources d'erreurs systématiques. Nous avons présenté dans le paragraphe 1.2.4 l'erreur liée à la différence de position verticale et horizontale entre deux états de polarisation successifs du faisceau d'électrons. Les autres sources d'erreurs sont liées à l'expression des taux de comptage décrite par l'équation 1.67.

En pratique, on détermine les asymétries de taux de comptage sur chaque période de basculement de polarisation du faisceau d'électrons (dans une période, appelée paire, on prend des événements successivement en hélicité positive et négative). Les taux doivent être normalisés à la luminosité et à l'intervalle de temps de mesure sur chaque intervalle d'hélicité donnée. Si on appelle  $N^\pm$ ,  $\mathcal{L}^\pm$  et  $T^\pm$  les taux de comptage, la luminosité et le temps de mesure respectivement pour une hélicité positive et négative, on peut réécrire l'asymétrie des taux d'événements Compton sous la forme :

$$\mathcal{A}_c = \frac{\frac{N_c^+}{\mathcal{L}^+ T^+} - \frac{N_c^-}{\mathcal{L}^- T^-}}{\frac{N_c^+}{\mathcal{L}^+ T^+} + \frac{N_c^-}{\mathcal{L}^- T^-}} = P_e P_\gamma \frac{\int_{\rho_{min}}^1 \frac{d\sigma^m}{d\rho}(\rho) \mathcal{A}_{th}(\rho) d\rho}{\int_{\rho_{min}}^1 \frac{d\sigma^m}{d\rho} d\rho} \quad (1.14)$$

Cette équation montre l'importance de la connaissance de la variation, entre les deux états de polarisation du faisceau d'électrons, des paramètres qui interviennent dans l'expression de la luminosité (puissance laser, courant et position du faisceau d'électrons).

Elle montre aussi l'importance de la connaissance du temps mort de l'acquisition qui modifie la durée réelle d'acquisition sur chaque état de polarisation. Afin de remonter à la valeur de la polarisation du faisceau d'électrons il faut également mesurer la valeur de la polarisation du faisceau de photons avec la plus grande précision possible. Enfin, la résolution et la calibration du détecteur interviennent dans la détermination des intégrales du second membre de l'équation 1.14 (partie I). Une erreur sur la détermination de la position en énergie du seuil et sur la résolution induit une erreur sur la valeur des intégrales qui se reporte dans l'erreur sur la valeur de la polarisation.

Une liste des erreurs systématiques du polarimètre Compton et de celles des polarimètres Mott et Møller est donnée dans la thèse de J. P. Jorda [81]. En outre les erreurs du polarimètre équipé de la cavité optique sont actuellement étudiées et feront l'objet de deux thèses.

## Conclusion

Ce travail de thèse a permis de montrer que l'on pouvait concevoir et mettre en œuvre un polarimètre Compton dont la source de photons est constituée par un laser continu couplé à une cavité optique amplificatrice Fabry-Perot.

Une équipe japonaise [96] avait mis en évidence en 1997 des interactions Compton entre les électrons d'un faisceau de  $82 \text{ keV}$  et le faisceau d'une cavité optique de paramètre de stabilité  $g=0.8$  et de finesse 30000 avec un angle de croisement de  $30^\circ$ .

Nous avons montré sur notre système que l'on peut obtenir un angle de croisement très faible ( $\sim 23 \text{ mrad}$ ) sur un accélérateur d'électrons (énergie jusqu'à  $8 \text{ GeV}$  et d'intensité jusqu'à  $100 \mu\text{A}$ ) pour une cavité optique de paramètre  $g = -0,7$ . Nous avons pour cela choisi une mécanique de support des miroirs intégrée dans le tube faisceau de l'accélérateur. La distance entre le faisceau d'électrons et les miroirs de la cavité en opération est alors  $5 \text{ mm}$ . Les miroirs sont fixes l'un par rapport à l'autre. Les tolérances mécaniques draconiennes sur le parallélisme des faces du support et sur le centrage des miroirs imposent la position de l'axe optique de la cavité dans un cylindre d'axe confondu avec l'axe de la pièce mécanique et de rayon  $R < 250 \mu\text{m}$ .

La puissance dans la cavité est maintenue par un asservissement de la fréquence du laser à une fréquence de résonance définie par la cavité (méthode Pound-Drever). La stabilité de l'asservissement a été optimisée par la détermination, après installation sur accélérateur, de la fonction de transfert de la cavité par une méthode de perturbation. Le résultat obtenu est une stabilité de puissance  $\frac{\Delta P_L}{P_L} \sim 2\%$  sur 10 h d'asservissement.

Un système de rattrapage automatique de l'asservissement a été conçu et validé. Il permet de passer sans intervention extérieure d'un état où la puissance laser intra-cavité est nulle (asservissement ouvert) pour les mesures de bruit de fond, à un état où la puissance est maximum (asservissement fermé). Pour faciliter les prises de données, une procédure gère la durée des intervalles de temps dans chacun de ces deux états. Elle bascule également la polarisation du faisceau de photons intra-cavité d'un état circulaire à l'autre à chaque nouvel accrochage.

Le couplage de forme et de position du faisceau laser incident sur la cavité optique a été optimisé. L'effet de lentille divergente du miroir d'entrée de la cavité a été pris en compte. La position du faisceau laser incident est réglable automatiquement par un système de deux miroirs commandables à distance et par la mesure de la puissance en sortie de la cavité.

Une méthode de caractérisation utilisant le bilan de puissance de la cavité nous a permis de mesurer que le couplage dans le mode fondamental supérieur est à  $93\%$ . La puissance correspondante dans la cavité a été mesurée égale à  $1550 \pm 50 \text{ W}$  dans les deux états de polarisation. Ceci représente un gain de puissance  $G = 7200$ . Nous avons donc atteint les spécifications requises pour la cavité installée dans le tube du faisceau d'électrons de TJNAF.

Le problème de la polarisation intra-cavité a été traité. Des simulations montrent que la polarisation dans la cavité, pour une biréfringence supposée des miroirs de  $10^{-6}$  rad, reste égale à la polarisation incidente à 0,1 % près. Un travail de simulation du transport de la polarisation de l'onde sur le trajet optique est encore en cours. Des mesures complémentaires en septembre 1999 permettront de déterminer l'erreur complète sur la mesure du degré de polarisation circulaire de l'onde intra-cavité.

Enfin, le polarimètre équipé de la cavité a été exploité tout au long de la prise de données de l'expérience HAPPEX en mai et juillet 1999. Le croisé entre les faisceaux d'électrons et de photons est effectué en déplaçant verticalement le faisceau d'électrons à l'aide d'une chicane magnétique composée de 4 dipôles. Nous avons présenté dans ce document les spectres Compton obtenus. Expérimentalement, le gain de luminosité généré par l'utilisation de la cavité a permis d'obtenir un rapport signal sur bruit variant entre 10 et 50 sur la gamme d'énergie des photons Compton. En outre, lorsque la puissance dans la cavité est de 1530 W et pour une valeur de polarisation du faisceau d'électrons de l'ordre de 70 %, la précision statistique de 1 % est obtenue en 20 min. L'analyse complète des données Compton est en cours et fait actuellement l'objet des thèses de Melles M. Baylac et de S. Escoffier. Ces données permettront de connaître les variations, à l'échelle de l'heure, de la polarisation du faisceau d'électrons pendant l'expérience HAPPEX conformément à l'attente de la collaboration.

Nous avons montré qu'un tel système était opérationnel dans les conditions de faisceau de TJ-NAF ( $I_e = 1 \mu A - 100 \mu A$  et  $E < 8 GeV$ ). Il s'agit de la première utilisation simultanée à si basse énergie et si bas courant d'un polarimètre Compton. Par ailleurs, le polarimètre est exploité depuis février 1999 sans changement des miroirs. Une étude est cependant à mener afin de déterminer l'origine de la dégradation des performances des miroirs (le gain est passé de 7200 à 5800) après opération pendant quelques heures sous légère surpression d'azote ( $\sim 2 bar$ ).

Des améliorations peuvent encore être apportées au système. En premier lieu, le laser utilisé actuellement pourrait être remplacé par un laser de puissance supérieure (700 mW) sans avoir à reconcevoir le dispositif optique. Ceci permettrait de gagner un facteur 2 en puissance dans la cavité et de réduire ainsi du même facteur le temps de mesure nécessaire pour atteindre une précision statistique donnée. D'autre part, le dispositif a été conçu pour permettre de remplacer la lame quart d'onde de mise en forme de la polarisation du faisceau laser par une cellule de Pockels. Celle-ci permettrait un basculement plus rapide d'un état de polarisation à l'autre ( $\sim 100 \mu s$ ).

Un tel polarimètre pourrait en outre être installé sur d'autres accélérateurs d'électrons polarisés [97]. Les spécifications de la pièce support des miroirs de la cavité devraient alors être redéfinies en fonction des contraintes spécifiques à l'accélérateur considéré. En disposant de plus de place le long de l'axe du faisceau, un dispositif optique simplifié à un seul étage pourrait être conçu et l'angle de croisement pourrait être maintenu de l'ordre de la dizaine de mrad en utilisant des miroirs de diamètre plus grand et une distance de garde au faisceau d'électrons supérieure au cm.

# Annexe A

## Rappels

### A.1 Les faisceaux gaussiens

#### A.1.1 Equation de propagation paraxiale

Dans un milieu isotrope, amagnétique et sans charges, les équations de Maxwell s'écrivent avec les notations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{avec : } \vec{B} &= \mu \vec{H} \quad \text{et} \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

De ces équations, on déduit l'équation de propagation pour un milieu homogène:

$$\Delta \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{A.2})$$

Si on pose que le milieu est parfaitement isolant alors  $\epsilon$  est réel.

La solution de ces équations conduit à mettre en évidence un phénomène qui se propage à la vitesse  $v^2 = 1/\epsilon\mu$ .

On peut trouver des solutions du type ondes planes à l'équation de propagation : si on appelle  $E$  chaque composante du champ électromagnétique  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ , elle doit satisfaire à l'équation :

$$\Delta E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (\text{A.3})$$

dans un milieu homogène.

Soit  $\vec{r}$  le vecteur de composante  $(x, y, z)$  qui décrit la position du point M par rapport à l'origine O de l'onde tel que  $\vec{r} = \vec{OM}$ . Soit  $\vec{s}$  un vecteur unitaire de composante  $(s_x, s_y, s_z)$ .

Toute solution du type  $E(\vec{r}, \vec{s}, t)$  représente une onde plane. En effet, pour chaque valeur de  $t$ ,  $E$  est constant sur tout plan défini par  $\vec{r} \cdot \vec{s} = \text{constante}$  (plan perpendiculaire à  $\vec{s}$ ).

Un changement d'axe permet de résoudre simplement l'équation de propagation. Soit  $\zeta$  tel que l'axe  $O\zeta$  ait pour vecteur directeur  $\vec{s}$ . On a alors :  $\vec{r} \cdot \vec{s} = \zeta$ . En remarquant que :

$$\frac{\partial}{\partial x} = s_x \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = s_y \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial z} = s_z \frac{\partial}{\partial \zeta}, \quad (\text{A.4})$$

on écrit la relation suivante :

$$(s_x^2 + s_y^2 + s_z^2) \frac{\partial^2 E}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.5})$$

Soit finalement :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.6})$$

puisque  $\vec{s}$  est unitaire. Si on pose :  $\begin{cases} \zeta - vt = p \\ \zeta + vt = q \end{cases}$ , on obtient :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial p \partial q} = 0 \quad (\text{A.7})$$

avec comme solution générale :

$$E = E_1(p) + E_2(q) \quad (\text{A.8})$$

$$= E_1(\vec{r} \cdot \vec{s} - vt) + E_2(\vec{r} \cdot \vec{s} + vt) \quad (\text{A.9})$$

où  $E_1$  et  $E_2$  sont des fonctions arbitraires.  $E_1$  représente une perturbation qui se propage avec la vitesse  $v$  dans le sens des  $\zeta$  positifs et  $E_2$  dans le sens négatif.

On peut également rechercher des solutions du type sphérique  $E(r, t)$  avec  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ . L'équation A.3 devient alors :

$$\frac{\partial^2(rE)}{\partial r^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2(rE)}{\partial t^2} \quad (\text{A.10})$$

Cette équation est identique au cas des ondes planes en remplaçant  $E$  par  $rE$  et  $\zeta$  par  $r$ . Les solutions sont donc du type :

$$E = \frac{1}{r} E_1(r - vt) + \frac{1}{r} E_2(r + vt) \quad (\text{A.11})$$

En un point de l'espace  $\vec{r}_0$ ,  $E$  n'est fonction que de  $t$  :  $E(\vec{r}_0, t) = f(t)$ . Si on considère le cas des ondes harmoniques, la fonction  $f(t)$  peut s'écrire sous la forme :

$$f(t) = a \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{A.12})$$

où  $a$  représente l'amplitude et  $\omega t + \phi$  la phase de l'onde. On appelle  $T$  la fréquence des oscillations. Une onde plane qui se propage dans une direction  $\vec{s}$  s'écrira donc :

$$E(\vec{r}, t) = a \cos\left(\omega\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v}\right) + \phi\right) \quad (\text{A.13})$$



où  $\lambda = \frac{2\pi}{\omega} = vT$  est la longueur d'onde dans le milieu considéré.

On considèrera à partir de ce point que le milieu considéré est le vide. Par conséquent, on écrira :  $\lambda = cT$ . On introduit le vecteur d'onde  $\vec{k}$  suivant  $\vec{s}$  tel que :  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ .

L'expression générale de l'onde plane harmonique devient :

$$E(\vec{r}, t) = a(\vec{r}) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi) \quad (\text{A.14})$$

Il est commode d'employer la notation exponentielle :

$$E(\vec{r}, t) = \text{Re} (E(\vec{r})e^{-j\omega t}) \quad (\text{A.15})$$

avec  $E(\vec{r})$  amplitude complexe. L'équation de propagation devient dans ce cas :

$$\Delta E + k^2 E = 0 \quad (\text{A.16})$$

On omettra volontairement le symbole partie réelle à partir de maintenant pour alléger les notations. Si on considère le cas d'une onde se déplaçant selon un axe  $Oz$ , on peut réécrire  $\vec{E}$  sous la forme :  $\vec{E} = \vec{E}_0(\vec{r})\exp(-jkz)$ . Si on écrit que :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 f(x, y, z)\exp(-jkz) \quad (\text{A.17})$$

où  $E_0$  constant , on peut alors réécrire l'équation de propagation sous la forme :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - 2jk \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.18})$$

Dans le cadre de l'approximation paraxiale [30], on considère que l'amplitude de l'onde dépend essentiellement de  $x$  et de  $y$ . On postule que l'amplitude varie peu à l'échelle de la longueur d'onde  $\lambda$  suivant  $z$ . La dépendance de  $f$  en  $z$  étant lente, en particulier pour la dérivée d'ordre 2, on a :

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial f}{\partial z} \right| \\ \text{et} \quad & \left| \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right| \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

L'équation A.18 se réduit alors à :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - 2jk \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.20})$$

Cette équation représente l'approximation paraxiale de l'équation d'onde.

## A.1.2 Modes de propagation

### Mode fondamental

On peut rechercher des solutions de l'équation d'onde paraxiale sous la forme :

$$f(x, y, z) = A \times \exp(jk \frac{x^2 + y^2}{2q(z)}) \exp(jp(z)) \quad (\text{A.21})$$

où  $p$  et  $q$  sont des fonctions a priori complexes. En plaçant cette solution dans l'équation A.20, on aboutit au système :

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dz} &= 1 \\ \frac{dp}{dz} &= \frac{j}{q} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

D'où, en posant  $q(0) = q_0$  et  $p(0) = 0$ , le résultat :

$$q = q_0 + z, \quad (\text{A.23})$$

$$p = j \ln\left(\frac{q_0 + z}{q_0}\right). \quad (\text{A.24})$$

On écrit  $q_0 = \frac{j\pi W_0^2}{\lambda} = jz_R$ . Ainsi, en reportant dans l'équation de départ, on a :

$$f(x, y, z) = A \frac{q_0}{q(z)} \times \exp(jk \frac{x^2 + y^2}{2q(z)}) \quad (\text{A.25})$$

La quantité  $q(z)$  apparaît donc comme une courbure complexe du front d'onde. En séparant partie réelle et partie imaginaire, on peut écrire :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + j \frac{\lambda}{\pi W_0^2} \quad (\text{A.26})$$

Avec :

$$\begin{aligned} R(z) &= z + \frac{z_0^2}{z} \\ W(z) &= W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Ces relations permettent de calculer  $R$  et  $W$  en tout point de l'espace si on connaît  $\lambda$  et  $W_0$  dans un plan de référence.

On peut noter que lorsque  $z$  tend vers l'infini, le rapport  $\frac{z_0}{z}$  tend vers zéro et  $W \approx W_0 \frac{z}{z_0}$ . On en déduit que l'angle de divergence du faisceau à partir du "waist" vaut  $\theta \sim \frac{W_0}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi W_0}$ .

En réécrivant la fraction  $\frac{q_0}{q(z)}$  sous la forme

$$\frac{q_0}{q(z)} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}} \exp(-j \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right)) \quad (\text{A.28})$$

on peut finalement écrire le champ sous la forme :

$$\vec{E} = \frac{W_0}{W(z)} \exp(jk \frac{(x^2 + y^2)}{2R(z)}) \exp(-\frac{(x^2 + y^2)}{W^2(z)}) \exp(-j(\omega t - kz)) \quad (\text{A.29})$$

où  $z_0$  est la longueur de Rayleigh,  $R$  le rayon de courbure du front d'onde et  $W(z)$  la taille du "waist".

L'expression précédente correspond au mode fondamental solution de l'équation A.20. Dans cette thèse, on considère uniquement ce mode correspondant à ce que l'on appelle usuellement faisceau gaussien. En effet, le laser que nous utilisons est un laser monomode (Annexe B.1). Cependant, cette équation possède d'autres solutions avec des profils transverses plus complexes qu'il est utile de considérer lorsque l'on traite du problème du couplage du faisceau gaussien à la cavité définie par deux miroirs placés l'un en face de l'autre.

### Modes transverses d'ordres élevés

#### – Modes d'Hermite-Gauss

Si on suppose que le système possède des symétries par rapport aux plans  $x = 0$  et  $y = 0$ , on peut rechercher des solutions de l'équation d'onde paraxiale sous la forme :

$$f(x, y, z) = f_n(x, z) \times f_m(y, z) \quad (\text{A.30})$$

Pour chaque direction, l'équation d'onde se ramène à une équation du type :

$$\frac{\partial^2 f_n}{\partial x^2} - 2jk \frac{\partial f_n}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.31})$$

La recherche des solutions de ces équations mène à une fonction d'onde normalisée à l'unité en intensité [30], [43] :

$$f_n(x, z) = \left[ \frac{2}{\pi} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ \frac{1}{2^n n! w_0} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{q(0)}{q(z)} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{q(0)q^*(z)}{q^*(0)q(z)} \right]^{n/2} H_n \left( \frac{x\sqrt{2}}{w(z)} \right) \exp \left( -j \frac{kx^2}{2q(z)} \right) \quad (\text{A.32})$$

où  $H_n$  est le polynôme de l'Hermite d'ordre  $n$ . Ces polynômes vérifient la relation de récurrence :

$$H_{n+1}(l) = 2lH_n(l) - 2nH_{n-1}(l) \quad (\text{A.33})$$

Compte tenu de l'expression de  $\frac{q(0)}{q(z)}$  (Equation A.28), on peut déterminer la phase associée à la solution (A.32) :

$$\psi_n(z) = (n + \frac{1}{2}) \tan^{-1} \left[ \frac{z}{z_R} \right] \quad (\text{A.34})$$

D'où finalement pour une solution d'ordre  $n, m$  le déphasage :

$$\psi_{n,m}(z) = (n + m + 1) \tan^{-1} \left[ \frac{z}{z_R} \right] \quad (\text{A.35})$$

– Modes de Laguerre-Gauss

Si on suppose que le système présente une symétrie de rotation d'ordre 1, on est amené à résoudre l'équation de propagation paraxiale en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} - 2jk \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.36})$$

Compte tenu des symétries, on peut rechercher des solutions à l'équation A.36 sous la forme :

$$f(r, \phi, z) = f_l(r, z) \exp(-jl\phi) \quad (\text{A.37})$$

L'équation d'onde se ramène alors à :

$$\frac{-l^2}{r^2} f_l + \frac{1}{r} \frac{\partial f_l}{\partial r} + \frac{\partial^2 f_l}{\partial r^2} - 2jk \frac{\partial f_l}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.38})$$

On peut également déterminer le déphasage associé aux solutions de l'équation A.38 de la manière suivante [43] :

$$\psi_{p,l}(z) = (2p + l + 1) \tan^{-1} \left[ \frac{z}{z_R} \right] \quad (\text{A.39})$$

On peut trouver dans le Siegman [30] le détail des calculs précédents.

Lorsqu'ils sont convenablement normés, les modes de l'Hermite-Gauss ou de Laguerre-Gauss constituent une base pour décomposer les ondes gaussiennes monochromatiques. Ces modes sont entièrement donnés par la connaissance du "waist"  $w_0$  où la courbure réelle est infinie. Ils vérifient la relation d'orthogonalisation :

$$\langle f_{n,m} | f_{n',m'} \rangle = \iint f_{n,m}^* f_{n',m'}^* dx dy = \delta_{nn'} \delta_{mm'} \quad (\text{A.40})$$

et la relation de fermeture :

$$\sum_n \sum_m | f_{n,m} \rangle \langle f_{n,m} | = 1 \quad (\text{A.41})$$

Par conséquent, une onde quelconque  $\psi(x, y, z)$  pourra être exprimée dans cette base de la manière suivante :

$$| \psi \rangle = \sum_{n,m} \alpha_{n,m} | f_{n,m} \rangle \quad (\text{A.42})$$

avec :

$$\alpha_{n,m} = \iint f_{n,m}^*(x, y) \psi(x, y) dx dy \quad (\text{A.43})$$

La résolution de l'équation d'onde paraxiale nous a donc permis de définir deux ensembles d'états propres qui forment deux bases orthogonales sur lesquelles on peut décomposer toute onde gaussienne monochromatique. En outre, connaissant la taille du "waist" et la divergence du faisceau en un point de l'axe de propagation, il nous est possible de connaître (Paragraphe 3.1.1) ces paramètres en tout point de cet axe.

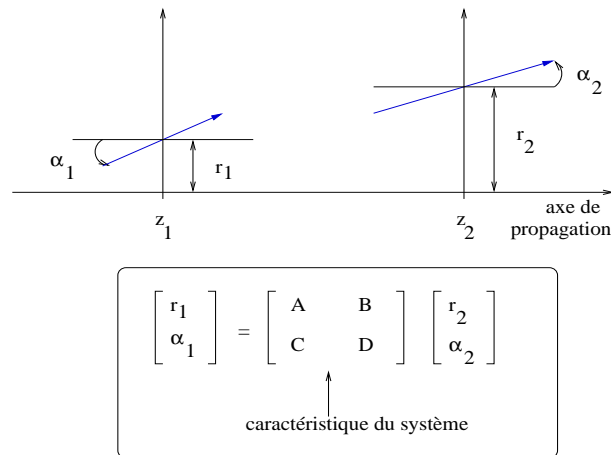


FIG. A.1 - *Optique matricielle-Matrice de transfert d'un rayon*

## A.2 Réflexion d'une onde par un miroir

## A.3 Matrice de transfert de quelques éléments optiques

Dans l'approximation de Gauss, et pour des systèmes présentant une symétrie de révolution autour de l'axe optique, un rayon lumineux au sens de l'optique géométrique est décrit dans un plan  $Oyz$  par le vecteur :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} r(z) \\ n \frac{dr(z)}{dz} \end{pmatrix} \tag{A.44}$$

où  $r(z)$  représente la distance à l'axe optique,  $n$  l'indice optique du milieu et  $\frac{dr(z)}{dz}$  la pente du rayon. On peut écrire  $\alpha = n \frac{dr(z)}{dz}$ .

Dans les mêmes conditions, tout système optique peut être décrit par une matrice  $2 \times 2$  qui applique une transformation particulière au rayon.

### A.3.1 Section droite

On considère une section droite d'un milieu homogène entre deux plans séparés par une distance  $L$ . Elle transforme le rayon suivant :

$$r(z + L) = r(z) + L \frac{dr(z)}{dz} \tag{A.45}$$

$$\frac{dr(z)}{dz} \Big|_{z+L} = \frac{dr(z)}{dz} \Big|_z \tag{A.46}$$

La matrice de transfert d'un rayon optique par une section droite est donc :

$$\begin{pmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{A.47}$$

### A.3.2 Lentille mince

On démontre à partir d'une construction optique qu'une lentille mince de focale  $f$  transforme un rayon lumineux suivant :

$$r(z^+) = r(z^-) \quad (\text{A.48})$$

$$\frac{dr(z)}{dz}\Big|_{z^+} = \frac{dr(z)}{dz}\Big|_{z^-} - \frac{r}{f} \quad (\text{A.49})$$

On en déduit l'expression de la matrice de transfert de la lentille mince :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.50})$$

### A.3.3 Interface diélectrique courbée, incidence normale

On considère une interface de rayon de courbure  $R$  entre deux milieux d'indices respectifs  $n_1$  et  $n_2$ .

On démontre de la même manière que la matrice de transfert d'un tel système optique est :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{R} & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.51})$$

## A.4 Stabilité d'une cavité optique

En optique géométrique, chaque étape du trajet suivi par un rayon lumineux dans un résonateur Fabry-Perot peut être décrite par une matrice de transfert (annexe A.3).

En utilisant le formalisme matriciel, et en distinguant les rayons de courbures des miroirs d'entrée et de sortie  $R_1$  et  $R_2$ , on peut écrire la matrice du résonateur comme :

$$R = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2L}{R_2} & 2L(1 - \frac{L}{R_2}) \\ \frac{4L}{R_1 R_2} - \frac{2}{R_2} - \frac{2}{R_2} & 2L(\frac{-2}{R_1} + \frac{2L}{R_1 R_2} - \frac{1}{R_2}) + 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.52})$$

La matrice correspondant à  $n$  allers et retours du rayon dans la cavité est  $R^n$ . Ce produit peut être évalué à l'aide du théorème de Sylvester [64] :

$$R^n = \frac{1}{\sin \theta} \times \begin{pmatrix} A \sin(n\theta) - \sin(n-1)\theta & B \sin(n\theta) \\ C \sin(n\theta) & B \sin(n\theta) - \sin(n-1)\theta \end{pmatrix}. \quad (\text{A.53})$$

où  $\cos \theta = \frac{A+D}{2}$ . On en déduit donc l'expression de  $\cos \theta$  :

$$\cos \theta = 1 - \frac{2L}{R_1} - \frac{2L}{R_2} + \frac{2L^2}{R_1 R_2} \quad (\text{A.54})$$

Pour que le résonateur constitué des deux miroirs M1 et M2 soit stable, il faut que les valeurs propres de la matrice  $R^n$  soient bornées, ce qui est le cas dans la mesure où  $\Theta$  est réel. Compte tenu de l'expression précédente, la condition est satisfaite si on a l'inégalité :

$$-1 \leq 1 - \frac{2L}{R_1} - \frac{2L}{R_2} + \frac{2L^2}{R_1 R_2} \leq 1 \tag{A.55}$$

Soit encore :  $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$  (A.56)

où  $g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}$  et  $g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$ .

L'équation A.56 définit une zone de stabilité dans l'espace caractérisé par  $g_1$  et  $g_2$ . Dans le cas où les deux miroirs de la cavité ont le même rayon de courbure, les deux paramètres se réduisent à un seul noté :

$$g = 1 - \frac{L}{R} \tag{A.57}$$

La cavité installée sur site possède un paramètre  $g$  égal à  $-0,7$ . Cette valeur est proche de la limite de stabilité  $g = -1$ . Cela fait du résonateur utilisé un élément difficile à régler car sensible au moindre défaut d'alignement ou de centrage des miroirs.

Le choix technologique en faveur d'une cavité monolithique a permis de s'affranchir des difficultés de réglage. Les spécifications imposées à la cavité monolithique ont été explicitées au paragraphe 2.3.1.

## **A.5 Stabilité d'un système électronique bouclé (Asservissements linéaires)**

On dit qu'un système est stable lorsque celui-ci tend à revenir à son état d'équilibre permanent quand on lui applique une perturbation de courte durée. Ceci signifie que le système est le siège d'un régime transitoire amorti après application d'une perturbation.

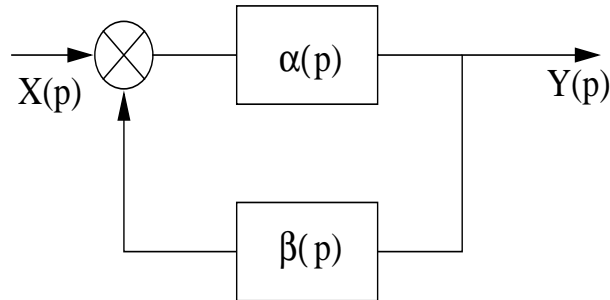
### **A.5.1 Fonction de transfert d'un système électronique**

### **A.5.2 Condition générale de stabilité**

Soit  $H(p) = \alpha(p)\beta(p) = k \times \frac{(p-z_1)(p-z_2)\dots}{(p-p_1)(p-p_2)\dots}$  la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système asservi linéaire (figure A.2). Sa transmittance en boucle fermée a pour expression [62] :

$$W(p) = \frac{\alpha(p)}{1 + \alpha(p) \times \beta(p)} \tag{A.58}$$

Soit  $\Theta = 1 + \alpha(p) \times \beta(p)$  le dénominateur de  $W(p)$ . On peut décomposer la fraction rationnelle (dont le dénominateur est de degré supérieur ou égal à celui du numérateur) en une somme de termes "élémentaires" du type:  $\frac{A_m}{p-p_i}$  où  $p_i$  sont les zéros réels de  $\Theta(p)$  et  $\frac{A_n}{(p-a_n)^2 + b_n^2}$  où  $a_n \pm j b_n$  sont les zéros complexes de  $\Theta(p)$ .

FIG. A.2 - *Système asservi*

Si on applique à l'entrée de ce système au repos une perturbation passagère, la réponse  $y(t)$  apparaît alors comme la somme de fonctions du temps de la forme:  $\exp(p_i t)$ , correspondant aux racines réelles de  $\Theta(p)$ , et de la forme:  $\exp(a_n t) \sin(b_n t + \phi)$ , correspondant à ses racines complexes.

Si l'une au moins des racines de  $\Theta(p)$  a sa partie réelle positive, alors l'une au moins des exponentielles est une fonction croissante du temps et le système est instable. Ceci permet d'énoncer la propriété suivante:

***Un système linéaire asservi est stable si le dénominateur de  $W(p)$  n'a pas de racines dans la partie droite du plan complexe ni sur l'axe imaginaire.***

Il apparaît donc que la connaissance de la position des pôles de  $W(p)$  dans le plan complexe permet de déterminer si le système est stable ou non. On peut donc utiliser le critère de Nyquist basé sur un théorème d'analyse de Cauchy<sup>1</sup>.

Pour des systèmes à minimum de phase, on utilise le critère de Nyquist simplifié qui énonce que :

***Un système linéaire asservi est instable si la courbe de Nyquist en boucle ouverte  $\alpha(p)\beta(p)$  enveloppe le point critique  $(-1,0)$  du plan complexe, et est stable si la courbe ne l'enveloppe pas.***

Ce critère n'est applicable que pour des systèmes dits à déphasage minimal, c'est-à-dire des systèmes dont la fonction de transfert en boucle ouverte  $\alpha(p)\beta(p)$  ne possède pas de zéro à partie réelle positive.

### A.5.3 Stabilité absolue et stabilité conditionnelle

Un système pour lequel  $\alpha(p)\beta(p)$  ne présente pas de pôle à partie réelle positive est dit "absolument stable" si son diagramme de Nyquist ne coupe en aucune manière le demi-axe réel négatif au delà du point critique. Pour un tel système, une diminution de gain ne risque pas de provoquer l'instabilité.

Par contre, si le diagramme doit, en régime établi, entourer le point critique, on a ce que l'on

1. On peut trouver des précisions dans le cours ENSERG 2<sup>m</sup>e année de C. Poupot: "Etude des systèmes dynamiques"



appelle "stabilité conditionnelle". En effet, lors de sa mise en route, le système passe forcément par un régime d'instabilité auquel il risque de demeurer accroché si l'évolution du gain au cours de cette mise en route n'est pas suffisamment rapide.

### A.5.4 Degré de stabilité

Pour qu'un système linéaire asservi soit mathématiquement stable, il faut que le critère de Cauchy soit vérifié. Cependant, en pratique, il est nécessaire de rajouter des conditions supplémentaires.

En effet, si le régime transitoire du système est peu amorti, les oscillations disparaissent lentement et des variations très minimes du système pourront engendrer l'instabilité. Cet état se caractérise par la présence d'une racine de  $\Theta(p)$  au voisinage immédiat de l'axe imaginaire à gauche.

De manière à assurer la stabilité, on est donc amené à définir des marges de stabilité en interdisant aux racines de  $\Theta(p)$  une partie du demi-plan complexe gauche située au voisinage de l'axe imaginaire.

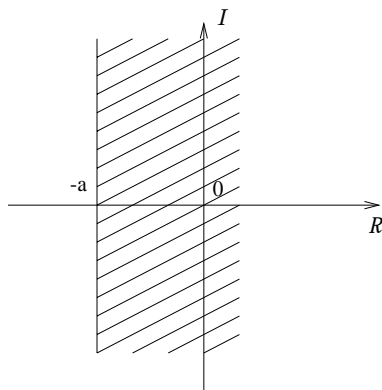


FIG. A.3 - Marge de stabilité absolue

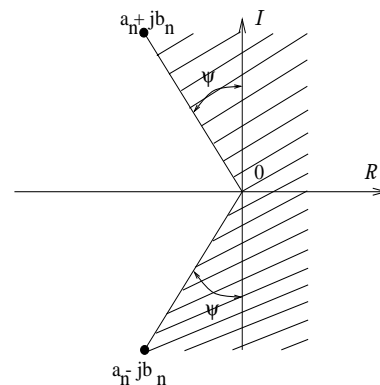


FIG. A.4 - Marge de stabilité relative

– Marge de stabilité absolue :

Pour assurer une réponse transitoire assez courte, on interdit une région du demi-plan complexe gauche délimitée par l'axe imaginaire d'une part et une droite parallèle à cet axe d'autre part. Si la droite passe par  $p = -a$ , on sait que toutes les exponentielles composant la réponse transitoire décroîtront plus rapidement que  $\exp(-at)$ . Dans ces conditions, le régime transitoire aura atteint sa valeur finale à 5 % du régime établi après un temps de  $3\tau = 3/a$ .

– Marge de stabilité relative :

Dans ce cas, on s'intéresse plutôt à l'amortissement du régime transitoire, c'est-à-dire aux racines complexes de  $\Theta(p)$ . Ces racines sont dues à la présence de termes quadratiques

du type :  $\tau^2 p^2 + 2\zeta\tau p + 1$  et ont pour expression :

$$p_n = a_n \pm j b_n = \frac{-\zeta \pm j \sqrt{1 - \zeta^2}}{\tau} \quad (\text{A.59})$$

où  $\zeta$  est le facteur d'amortissement réduit défini pour un système d'ordre 2 et  $\tau$  la constante de temps de ce système. Si on représente ces racines dans le plan complexe, on s'aperçoit que :

$$\sin(\psi) = \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} = \zeta \quad (\text{A.60})$$

où  $\psi$  est l'angle entre le demi-axe imaginaire positif et le vecteur  $(a_n, b_n)$  du plan complexe, la relation étant la même pour la racine symétrique.

Par conséquent, en limitant les racines de  $\Theta(p)$  à un domaine d'exclusion défini par les deux demi-droites faisant un angle  $\psi$  avec l'axe imaginaire, on impose en fait aux divers facteurs d'amortissement d'être supérieurs à  $\sin(\psi)$ . En pratique, on limite le facteur d'amortissement réduit  $\zeta$  entre 0.4 et 0.7, ce qui revient à limiter  $\psi$  entre 25 et 45 degrés.

On note que ces restrictions concernent uniquement le lieu des racines de  $\Theta(p)$ .

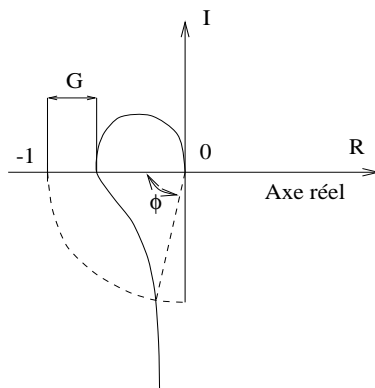


FIG. A.5 - Marge de gain  $G$  et marge de phase  $\phi$

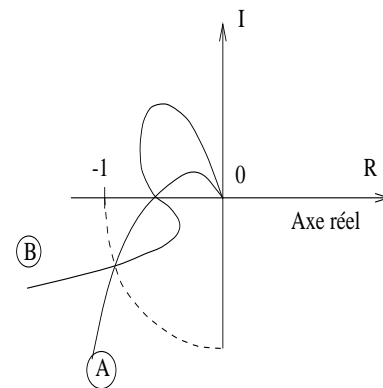


FIG. A.6 - A : Système stable, B : Système de stabilité mal assurée

On est également amené à définir ce que l'on appelle des marges de gain et marges de phase qui concernent quant à elles le diagramme de Nyquist du système en boucle ouverte. Elles ne concernent que les systèmes dits "absolument stables" :

- La marge de gain  $G$  est la différence  $G$ , exprimée en dB, entre le gain du système en boucle ouverte pour un déphasage de  $-180^\circ$  et le gain unité (0 dB) (Figure A.5).

2. Voir C. Poupot, "Etude des systèmes dynamiques, Automatique", Cours ENSERG 2<sup>me</sup> année.

- La marge de phase  $\phi$  représente l'angle entre le demi-axe réel négatif et le point du diagramme de gain unité (Figure A.5).

Ces notions ont l'avantage d'être faciles à déterminer par la simple connaissance de la transmittance en boucle ouverte de l'asservissement. Cependant, la connaissance de ces grandeurs n'apporte pas une garantie totale sur le bon fonctionnement du système. En effet, si on considère deux systèmes possédant les mêmes marges de gain et de phase, le premier peut être stable alors que le second aura tendance à osciller car son coefficient d'amortissement est trop faible (Figure A.6). Il faut donc utiliser plusieurs critères pour éviter toute erreur.



## Annexe B

### Description du matériel

La cavité optique telle qu'on l'appelle est constituée d'un système électronique d'asservissement, d'un laser IR dont la fréquence est contrôlable à distance, d'éléments optiques (miroirs, lentilles, lames retardatrices, cube polariseur, lame séparatrice) et d'éléments de détection tels que photodiodes et caméra CCD. On peut lister ces différents éléments afin de spécifier leurs caractéristiques.

#### B.1 Le laser LightWave Series 126 Nd:YAG

Les lasers solides [61] contiennent un milieu amplificateur qui consiste en des atomes émettant de la lumière, atomes dopants, dans notre cas le Neodyme (Nd), fixés dans une structure cristalline ou amorphe, dans notre cas Yttrium Aluminium Garnet (YAG). L'inversion de population nécessaire à l'effet laser est obtenue par le "pompage" du cristal par une diode laser à semi-conducteur. L'élément amplificateur des lasers de la série 126 fournit un mode fondamental unique et unidirectionnel. La stabilité des lasers de cette série est assurée par deux moyens. D'une part, il s'agit d'un laser de type monolithique: les miroirs de la cavité laser sont les faces polies du cristal. D'autre part, le fait d'utiliser une diode laser pour le pompage donne une plus grande stabilité due au fait que la puissance en sortie de la diode est stable. La diode laser Ga-Al-As qui émet normalement à la longueur d'onde  $\lambda = 810 \text{ nm}$  est refroidie par un régulateur thermo-électrique provoquant une chute de  $0.3 \text{ nm}/^\circ\text{C}$  pour atteindre la longueur d'onde  $\lambda = 808.5 \text{ nm}$  qui constitue une longueur d'onde très efficace pour le pompage du laser Nd:YAG.

Par ailleurs, il existe deux moyens de contrôler la fréquence du laser:

- Contrôle lent:

On peut faire varier la température du laser en appliquant une tension à un régulateur thermo-électrique situé sous le cristal du laser. Les deux effets induits par l'augmentation de la température du cristal sont la dilatation du cristal ainsi que l'augmentation de son indice de réfraction. La dilatation du cristal correspond à une augmentation de la longueur de la cavité ce qui provoque la diminution de la fréquence du laser.

Ce système permet un contrôle sur une gamme de plusieurs dizaines de  $\text{GHz}$  avec une

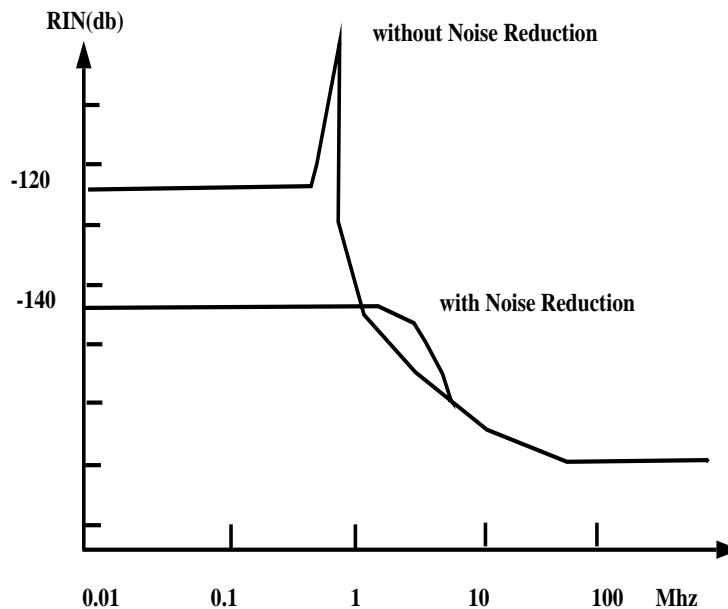


FIG. B.1 - *Residual Noise Intensity of the Series 126 Laser Head*

constante de temps relativement lente (1 à 10 s). L'impédance d'entrée est de  $10\text{ k}\Omega$  et on peut injecter des tensions allant de  $-10$  à  $10\text{ V}$ . Le coefficient de réglage est :  $1.2\text{ GHz/V}$ .

– Contrôle rapide:

On peut faire varier la longueur du cristal en appliquant une tension à un piezoélectrique collé sur sa surface. Ce procédé contraint le cristal suffisamment pour faire varier la fréquence de quelques dizaines de MHz avec une constante de temps pouvant aller jusqu'à  $30\text{ kHz}$ . Le coefficient de cette voie de contrôle est de  $3.2\text{ MHz/V}$  pour  $V = 10\text{ V DC}$  et de  $3.2\text{ MHz/V}$  pour une tension de  $10\text{ V pp AC}$  à  $5\text{ kHz}$ . Le piezoélectrique peut fonctionner à des fréquences beaucoup plus élevées que  $30\text{ kHz}$ , mais le coefficient peut alors varier au-delà de manière conséquente. La distribution spectrale du bruit du laser (RIN : intensité résiduelle de bruit) est donnée par la figure B.1. Les paramètres du laser sont résumés dans la table B.1.

## B.2 Les éléments optiques

### B.2.1 Les miroirs de renvoi

Les miroirs utilisés pour réfléchir le faisceau laser sur le trajet optique sont des miroirs diélectriques de réflectivité spécifiée supérieure à  $R = 99,5\%$  à  $45^\circ$  d'angle d'incidence (voir tableau B.2).

CW Power	300 mW
Spatial Mode	$TEM_{00}$
AM noise [10 Hz, 10 MHz]	<0.1 %
Line width, over 1ms	5 kHz
Coherence length	1000 m
Frequency Jitter	75 kHz/sec
Frequency Drift	50 MHz/hour
Polarization	300:1
Waist Location	5cm outside
Waist diameter $1/e^2$ vertical	0.43 mm
Waist diameter $1/e^2$ horizontal	0.54 mm
Beam divergence Vertical	3.1 mrad
Beam divergence Horizontal	2.5 mrad

TAB. B.1 - *Laser parameters*

Référence	Melles Griot 16MFQ000301
Spécifications	$R > 99,5\%$
Support	MicroContrôle MSJ25.4

TAB. B.2 - *Miroirs de renvoi du montage*

### B.2.2 Les lentilles de focalisation

Nous utilisons sur le montage trois lentilles traitées antireflets à  $1064\text{ nm}$  en  $BK7$  dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau B.3.

### B.2.3 L'isolateur de Faraday

Les lasers émettent souvent de la lumière polarisée rectiligne car le gain de la cavité est plus grand pour un état de polarisation que pour l'état orthogonal. Cependant, le fonctionnement du laser peut être perturbé si une onde qui possède le même état de polarisation que l'état de gain maximum revient dans la cavité amplificatrice du laser. Cette lumière de retour peut en particulier être produite par des réflexions en incidence normale du faisceau sur des éléments optiques du dispositif. Il est donc nécessaire d'isoler la source laser en plaçant un isolateur qui transforme la polarisation de l'onde réfléchiée en sa polarisation orthogonale. On utilise sur la cavité un isolateur mettant à profit l'effet Faraday.

Un milieu présentant l'effet faraday peut être caractérisé par sa constante de Verdet  $V$ . Ce milieu

	Lentille L1	Lentille L2	Lentille L3
Focale	+400 mm	-50 mm	+200 mm
Référence (Melles Griot)	KPX115-AR33	KPX037-AR33	KPX106-AR33

TAB. B.3 - *Lentilles du montage*

Référence	Conoptics 2M720-M715
Spécifications	Densité de puissance maximum : $500 W/cm^2$ Polarisation : 1/100000 Taux d'isolation (mesuré): -37 dB Traitement anti-reflet 1064 nm
Support	Translation : M-UMR 8.25 Equerre EQ80-I Rotation RSP-2T

TAB. B.4 - *Caractéristiques de l'isolateur de Faraday (IOF) du montage*

se comporte alors comme un rotateur dont l'angle de rotation  $\theta$  est fonction de  $V$  et du champ magnétique appliqué le long de la direction de propagation de la lumière selon la relation :

$$\theta = VBe \quad (\text{B.1})$$

où  $e$  est la longueur de matériau traversé.

L'effet Faraday est un effet non réciproque. La traversée du milieu dans le sens contraire provoque donc une rotation de la polarisation de même amplitude mais de sens contraire. On en déduit qu'un état rectiligne incident se transforme après double passage dans le matériau en un état rectiligne faisant un angle  $\theta' = 2\theta$  avec le premier. Il est alors aisé de déterminer la valeur de  $B$  nécessaire pour que  $\theta' = \frac{\pi}{2}$ .

Le champ magnétique de notre isolateur est produit par un aimant placé dans le support. Les caractéristiques de notre isolateur sont résumées dans le tableau B.4.

### B.2.4 Les lames retardatrices

Le montage comporte une lame demi-onde ( $\frac{\lambda}{2}$ ) et une lame quart d'onde ( $\frac{\lambda}{4}$ ). Leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau B.5.

Considérons une lame d'épaisseur  $e$  [33] éclairée par une onde monochromatique de longueur

	Lame quart d'onde	Lame demi-onde
Référence	Microcontrôle 10RPO4-34	Microcontrôle 10RPO2-34
Spécifications	Diamètre : 25,4 mm Traitement anti reflets 1064 nm	Diamètre : 25,4 mm Traitement anti reflets 1064 nm
Monture	Support motorisé 1 arcsec/pas Suruga K491-2P Contrôleur 3 voies Suruga D72	Support tournant Sensibilité 5 arc minutes Microcontrôle M-GM-1R

TAB. B.5 - *Caractéristiques des lames retardatrices du montage*

d'onde  $\lambda$ . Soit  $\phi$  le déphasage introduit par cette lame.

- Dans le cas d'une lame demi-onde, le déphasage  $\phi$  est égal à  $\pi$ . Le nom de demi-onde rappelle qu'un déphasage de  $\pi$  correspond à un chemin optique valant  $\frac{\lambda}{2}$ .



Considérons la transformation d'un état de polarisation rectiligne incident par la lame demi-onde. On suppose l'axe lent de la lame suivant l'axe OX.

Une lame demi-onde transforme un état de polarisation rectiligne faisant un angle  $\theta$  avec l'axe lent de la lame en un état de polarisation également rectiligne mais faisant un angle  $-\theta$  avec OX.

On en déduit que l'on peut faire tourner un état de polarisation rectiligne d'un angle quelconque  $\alpha$  grâce à une lame demi-onde.

En plaçant une lame demi-onde à la sortie de l'isolateur optique (I.O), on peut ainsi régler l'orientation de la polarisation dans la direction voulue.

- Dans le cas d'une lame quart d'onde, le déphasage vaut  $\frac{\pi}{2}$ . Ce déphasage correspond à un chemin optique égal à  $\frac{\lambda}{4}$ . On suppose, de même que précédemment, que l'axe lent de la lame est suivant l'axe OX.

Considérons maintenant la transformation de différents états de polarisation incidents par la lame quart d'onde:

- Polarisation rectiligne

Si celle-ci fait un angle  $\theta$  avec l'axe lent de la lame, alors l'état de polarisation émergent est un état de polarisation elliptique dont les axes sont ceux de la lame. Par ailleurs, son ellipticité vaut  $\tan\theta$  et le sens de rotation est gauche si  $\theta < 0$  et droit dans le cas contraire.

Remarque:

Si  $\theta$  vaut  $\pm 45$  degrés, l'état de polarisation émergent est alors circulaire droit dans le premier cas et gauche dans le second.

- Polarisation circulaire

L'état émergent de la lame sera alors un état de polarisation rectiligne de direction orientée à  $\pm 45$  degrés par rapport aux axes de la lame. Cet état sera orienté selon la première bissectrice des axes propres si l'état incident est circulaire gauche et suivant la seconde dans le cas contraire.

Remarque:

Dans ce cas, l'orientation des axes de la lame est arbitraire.

### B.2.5 Le cube séparateur

Il est constitué de deux prismes rectangles en verre accolés sur leur face hypothénuse sur laquelle a été déposé un empilement de couche minces.

La caractéristique principale de ces cubes séparateurs d'états de polarisation est qu'ils possèdent deux sorties polarisées rectilignes orthogonales. La pureté de leur état de polarisation est de 98 % sur les deux voies.

L'augmentation des coefficients de réflexion et de transmission pour les états de polarisation considérés étant basée sur un phénomène interférentiel dans l'empilement de couches minces, ces dispositifs sont a priori fortement chromatiques. De plus, bien que l'absorption par l'empilement puisse être fortement réduite, ces dispositifs sont mal adaptés à des faisceaux de forte

puissance. Enfin, afin d'éviter les phénomènes parasites dus aux réflexions sur les faces d'entrée et de sortie, il est nécessaire que celles-ci soient traitées avec un dispositif anti-reflet.

Remarque:

L'ensemble lame  $\frac{\lambda}{4}$ , cube séparateur constitue au même titre que l'isolateur de Faraday un isolateur optique. La différence réside dans le fait que le faisceau réfléchi est extrait du faisceau incident pour être utilisé dans la construction du signal d'erreur nécessaire à l'asservissement. Les caractéristiques du cube utilisé sur le montage sont résumées dans le tableau B.6.

Référence	Microcontrôle 10FC16PB.7
Spécifications	Diamètre : $25,4 \times 25,4 \text{ mm}^2$ Seuil de dommage : $2 \text{ kW/cm}^2$ extinction : 1/1000 Traitement anti reflets 1064 nm
Monture	Support à butées blocables Microcontrôle M-PO46BL-75

TAB. B.6 - *Caractéristiques du cube séparateur de polarisation*

### B.2.6 Le prisme de Wollaston

Le prisme de Wollaston permet de décomposer le champ électrique en deux composantes orthogonales. Les caractéristiques du modèle que nous employons sont résumées dans le tableau B.7.

Référence	Melles Griot 03 PPW 014 /C
Dimensions	Prisme $15 \times 15 \text{ mm}^2$ Diamètre externe : $25 \text{ mm}$
Séparation angulaire	$\sim 19^\circ$
Extinction	1/100000
Anti-reflets	650 – 1100 nm

TAB. B.7 - *Caractéristiques du cube de Wollaston*

### B.2.7 Le Holographic Beam Sampler

Cet élément est utilisé à la sortie de la cavité optique pour extraire deux faisceaux de diagnostic du faisceau principal sans dégrader la polarisation de ce dernier. Les caractéristiques de cet élément sont résumées dans le tableau B.8.

### B.2.8 Les cavités optiques

Nous utilisons dans ce document deux types de miroirs très différents qui ont respectivement servi à effectuer des tests de mise au point et qui ont été installés sur la cavité sur site.

Référence	Gentec MGM-1R
Spécifications	1 % dans l'ordre 1 98 % transmis Polarisation conservée à 0,1 % Réflexion < 0,5 %

TAB. B.8 - *Caractéristiques du séparateur holographique.*

On appelle dans le document "cavité de test" la cavité équipée du premier type de miroirs. Les miroirs de cette cavité étaient maintenus dans des supports réglables et indépendants.

On appelle "cavité sur site" la cavité équipée des miroirs nominaux. Les miroirs sont maintenus en place sans réglage possible sur la cavité monolithique.

Les références et caractéristiques sont résumées dans les tableaux B.10 et B.9.

	Cavité de test	Cavité sur site
Miroirs	TechOptics B1051.188.000	SMA/Lyon
Longueur	0,8 m	0,85 m
Paramètre g	-0,6	-0,7
Waist $w_0$	260 $\mu\text{m}$	245 $\mu\text{m}$
Taille sur les miroirs $w_1$	580 $\mu\text{m}$	635 $\mu\text{m}$
Support miroir	Newport SL25,4-BM	Cavité monolithique

TAB. B.9 - *Caractéristiques des cavités utilisées*

	Miroirs TechOptics	Miroirs SMA/Lyon
Réfectivité R	0,9987	0,99988
Transmittivité T	700 ppm	110 ppm
Pertes P	600 ppm	10 ppm
Rayon de courbure R	0,5	0,5
Diamètre d	25,4 mm	10 mm

TAB. B.10 - *Caractéristiques des miroirs utilisés (valeurs mesurées)*

## B.3 Les éléments de détection

– La caméra CCD.

La caméra que nous utilisons est une caméra CCD infra-rouge "Aqua TV" HR 600.

- Les cellules 4 quadrants  
Les cellules que nous utilisons sont des photodiodes de silicium de surface active  $6,5 \text{ mm}^2$ . Elles peuvent être centrées mécaniquement à  $250 \mu\text{m}$  près. Ce sont des cellules UDT "pin Spot 4D".
- Les photodiodes. Compte tenu de la longueur d'onde à laquelle nous travaillons ( $1064 \text{ nm}$ ), et de la bande passante nécessaire (on module un signal à  $680 \text{ kHz}$ ), les photodiodes retenues ont été des photodiodes Hamamatsu de type S1223.  
Les coefficients de linéarité des modèles dont nous disposons varient de  $0.2$  à  $0.3 \text{ A/W}$  à la longueur d'onde considérée [63] et le constructeur garantit une bande passante égale à  $10 \text{ MHz}$  pour une tension de polarisation de  $5 \text{ V}$ .  
Par ailleurs, la zone active de ces photodiodes est de l'ordre de  $6.6 \text{ mm}^2$  pour une gamme de sensibilité allant de  $320 \text{ nm}$  à  $1100 \text{ nm}$ .

## B.4 Schéma électronique de l'asservissement de la cavité

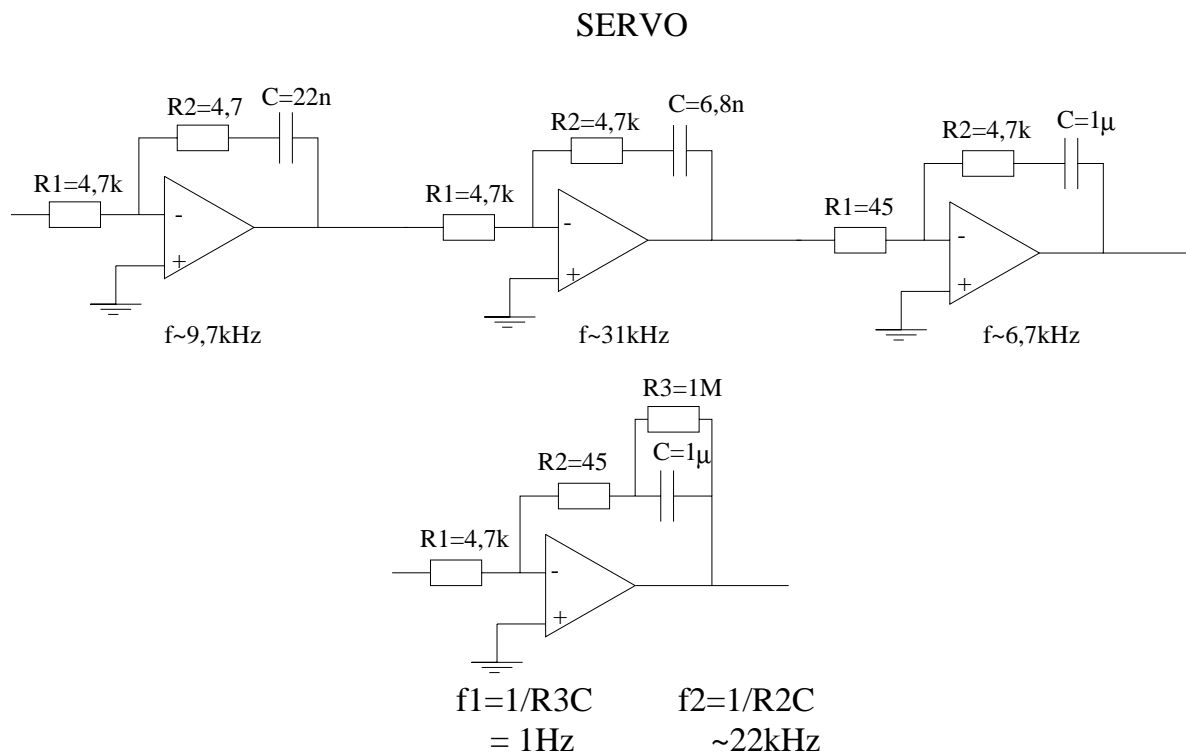


FIG. B.2 - Schéma électronique du servo du circuit d'asservissement.

## Annexe C

# Calculs relatifs à la cavité optique et à l'asservissement

### C.1 Calcul du temps de décroissance d'une cavité Fabry-Perot

On considère dans ce paragraphe une cavité Fabry-Perot telle que définie dans la partie II du document. On suppose une onde plane monochromatique  $E_i(t)$  incidente sur le miroir d'entrée de la cavité. D'après l'équation 1.8, le champ circulant dans la cavité en régime stationnaire peut s'écrire sous la forme :

$$E_c(t) = jtE_i(t) + g_{rt}(\omega)E_c(t)$$

On rappelle que  $g_{rt}(\omega)$  est donné par la relation :  $g_{rt}(\omega) = Re^{-2j\omega\tau}$  (éq. 1.10) et représente le gain lors d'un aller-retour du champ dans la cavité où  $\tau = \frac{L}{c}$  est le temps mis par un front d'onde pour parcourir la distance  $L$ . Afin de déterminer le temps de vidage et le temps de remplissage de la cavité, on est amené à considérer le régime transitoire .

Une manière d'aborder le problème est de construire l'expression du champ  $E_c$  dans la cavité en considérant qu'il est la somme de contributions des champs qui interfèrent à la surface du miroir d'entrée de la cavité. Nous déterminons de cette manière le temps de remplissage puis le temps de vidage de la cavité [61].

#### C.1.1 Remplissage de la cavité

Nous nous plaçons dans le cas où l'on remplit la cavité. Au temps  $t = 0$ , le laser est mis en marche. On suppose que cette mise en marche est instantanée (figure C.1) et que la fréquence de l'onde laser incidente est fixe et égale à la fréquence de résonance définie par la cavité (la condition 1.12 est vérifiée). Le champ incident peut être décrit par l'équation :

$$E_i(t) = E_i u(t) \tag{C.1}$$

où  $u(t)$  est la fonction de Heaviside (échelon unité) définie par :  $\begin{cases} u(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ u(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$  et  $E_i$  l'amplitude constante du champ.

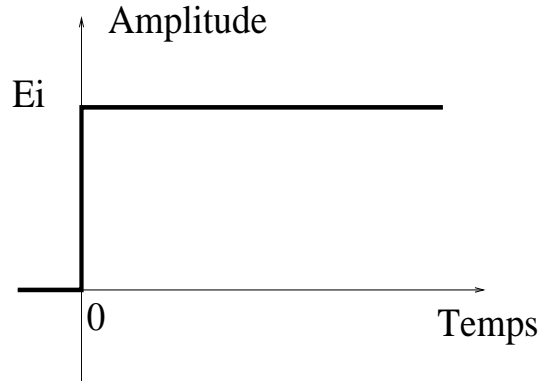


FIG. C.1 - Amplitude du champ incident pendant le remplissage de la cavité.

Au temps  $t = 0$ , le premier front d'onde atteint le miroir d'entrée de la cavité. Ce front d'onde va mettre un intervalle de temps égal à  $2\tau$  pour effectuer un aller-retour.

On appelle  $E_c$  le champ circulant à l'intérieur de la cavité et exprimé à la transmission du miroir d'entrée. Pour  $t$  tel que :  $0 \leq t \leq 2\tau$ , le champ  $E_c$  s'écrit :

$$E_c(t) = jtE_i(t), \quad (\text{C.2})$$

puisque aucun front d'onde n'a eu le temps de faire d'aller-retour.

Si maintenant on considère l'expression de  $E_c$  pour  $t$  tel que  $2\tau \leq t \leq 4\tau$ , on a :

$$E_c(t) = jtE_i(t - 2\tau) + jtg_{rt}(\omega)E_i(t) \quad (\text{C.3})$$

Un front d'onde arrivant sur la cavité décalé en temps de  $2\tau$  par rapport à un autre front d'onde va interférer constructivement avec ce dernier qui a subi un gain  $g_{rt}(\omega)$ .

Au bout du temps  $t$  tel que  $2n\tau \leq t \leq 2(n+1)\tau$ , le champ circulant dans la cavité s'écrit :

$$E_c(t) = jtE_i(t - 2n\tau) + \dots + jtE_i(t - 2\tau) + jtE_i(t), \quad (\text{C.4})$$

soit encore :

$$E_c(t) = jtE_i \sum_{i=0}^n (g_{rt}(\omega))^i u(t - 2i\tau) \quad (\text{C.5})$$

Le champ dans la cavité au temps  $t$  tel que :  $2n\tau \leq t \leq 2(n+1)\tau$  s'exprime finalement par la relation :

$$E_c(t) = jtE_i(1 + g_{rt}(\omega) + \dots + g_{rt}(\omega)^n) = \frac{1 - g_{rt}(\omega)^{n+1}}{1 + g_{rt}(\omega)}. \quad (\text{C.6})$$

Le gain de la cavité est donné par la norme au carré du rapport  $\frac{E_c(t)}{E_i}$ . On obtient :

$$G(t) = \left( \frac{jt}{1 - g_{rt}(\omega)} (1 - g_{rt}(\omega)^{n+1}) \right) \times \left( \frac{jt}{1 - g_{rt}(\omega)} (1 - g_{rt}(\omega)^{n+1}) \right)^* \quad (\text{C.7})$$

On appelle  $G(\infty)$  le gain lorsque le régime stationnaire dans la cavité est atteint. Autrement dit,  $G(\infty)$  correspond au gain de la cavité quand le temps  $t$  tend vers l'infini. On a :

$$G(\infty) = \frac{T}{1 - |g_{rt}(\omega)|^2}. \quad (\text{C.8})$$

On peut reformuler le gain  $G(t)$  :

$$G(t) = G(\infty) \times (1 - g_{rt}(\omega)^{n+1})(1 - g_{rt}(\omega)^{n+1})^*. \quad (\text{C.9})$$

Compte tenu de l'expression de  $g_{rt}(\omega)$  (éq. 1.10), on obtient alors la relation :

$$G(t) = G(\infty) \times (1 - (Re^{-2jkL})^{n+1})(1 - (Re^{-2jkL})^{n+1})^*. \quad (\text{C.10})$$

En notant que  $kL = \omega\tau$ , on détermine l'expression :

$$G(t) = G(\infty) \times (1 + R^{2(n+1)} - 2R^{n+1} \cos(\omega 2(n+1)\tau)). \quad (\text{C.11})$$

En prenant la valeur du temps égale à :  $t = 2(n+1)\tau$ , et en remarquant que  $R^{\frac{t}{\tau}} = e^{\frac{t}{\tau} \ln R}$ , on obtient :

$$G(t) = G(\infty) \times \left(1 + e^{\frac{t}{\tau} \ln R} - 2e^{\frac{t}{2\tau} \ln R} \cos(\omega t)\right) \quad (\text{C.12})$$

Finalement, en posant  $T_d$  tel que :

$$T_d = -\frac{\tau}{\ln R}, \quad (\text{C.13})$$

le gain de la cavité s'écrit :

$$G(t) = G(\infty) \times \left(1 + e^{-\frac{t}{T_d}} - 2e^{-\frac{t}{2T_d}} \cos(\omega t)\right) \quad (\text{C.14})$$

La figure C.3 représente l'évolution du gain en fonction du temps en partant de  $t_0 = 0$ .

### C.1.2 Vidage de la cavité

Pour aborder le problème du vidage, on considère une cavité que l'on remplit tout d'abord et que l'on vide ensuite en arrêtant le laser. On considère que le système est initialement au repos. Le laser est mis en marche au temps  $t_0 = 0$ . Il est ensuite arrêté au temps  $t = t_c$ . Le champ incident peut s'écrire cette fois sous la forme :  $E_i(t) = E_i(u(t) - u(t - t_c))$  (figure C.2).

De la même manière que précédemment, on peut construire l'expression du champ dans la cavité au temps  $t$  tel que  $2n\tau \leq t \leq 2(n+1)\tau$  :

$$E_c(t) = jtE_i \left( \sum_{n=0}^{\infty} g_{rt}(\omega)^n u(t - 2n\tau) - \sum_{n=0}^{\infty} g_{rt}(\omega)^n u(t - 2n\tau - t_c) \right) \quad (\text{C.15})$$

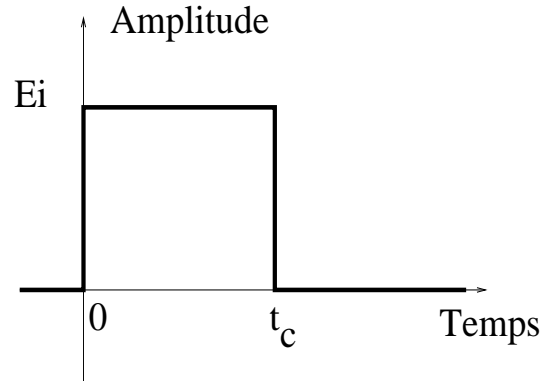


FIG. C.2 - Amplitude du champ incident pendant le remplissage puis le vidage de la cavité.

Si on suppose que  $t_c = 2\tau p$  ( $p$  entier), l'équation devient :

$$E_c(t) = jtE_i \left( \sum_{n=0}^{\infty} g_{rt}(\omega)^n u(t - 2n\tau) - \sum_{n=0}^{\infty} g_{rt}(\omega)^n u(t - 2(n+p)\tau) \right) \quad (\text{C.16})$$

On considère le champ dans la cavité au temps  $t > t_c$  lorsque l'on a coupé le laser. On a  $2n\tau \leq t \leq 2(n+1)\tau$  tel que  $n > p$ . Le champ s'écrit :

$$\begin{aligned} E_c(t) &= jtE_i \left( \frac{1 - g_{rt}(\omega)^{n+1}}{1 - g_{rt}(\omega)} \frac{1 - g_{rt}(\omega)^{n+1-p}}{1 - g_{rt}(\omega)} \right) \\ &= \frac{jtE_i}{1 - g_{rt}(\omega)} \left( g_{rt}(\omega)^{\frac{t-t_c}{2\tau}} - g_{rt}(\omega)^{\frac{t}{2\tau}} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

On pose  $t' = t - t_c$  afin de démarrer l'échelle du temps au moment où la cavité commence à se vider. On considère également que la cavité avait eu le temps de se remplir complètement (ceci implique que le temps  $t_c$  tend vers l'infini).

De cette manière, le gain en intensité au cours du vidage de la cavité s'écrit :

$$G(t') = G(\infty) \times g_{rt}(\omega)^{\frac{t'}{\tau}} \quad (\text{C.18})$$

Par conséquent, on peut écrire que :

$$G(t) = G(\infty) e^{-\frac{t}{T_d}} \quad (\text{C.19})$$

où  $T_d$  représente effectivement le temps de remplissage de la cavité. La figure C.4 représente l'évolution du gain de la cavité au cours du processus de vidage.

On peut exprimer ce temps en fonction de la finesse de la cavité utilisée. En effet, la finesse s'exprime par la relation (éq. 1.16, partie II) :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$



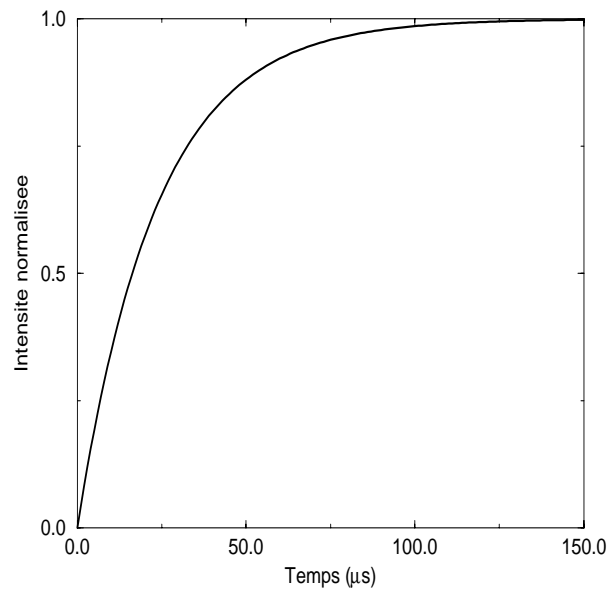


FIG. C.3 - Evolution en fonction du temps du gain de la cavité au cours du remplissage.

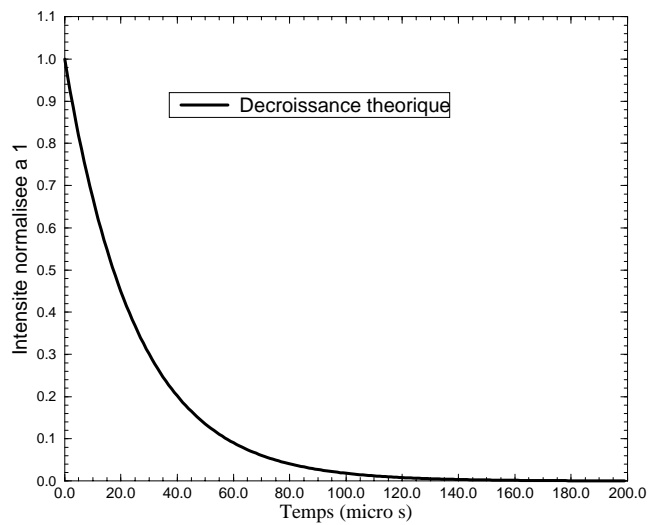


FIG. C.4 - Evolution en fonction du temps du gain de la cavité au cours du vidage.

Compte tenu de l'expression de  $T_d$ , on obtient la relation entre la finesse d'une cavité et son temps de décroissance :

$$T_d \simeq \frac{\mathcal{F}\tau}{\pi} \quad (\text{C.20})$$

On suppose pour obtenir cette expression que  $R \sim 1$  et on utilise le développement limité à l'ordre 1 de  $\ln(R)$ . La détermination de la finesse par la mesure de  $T_d$  sera donc d'autant plus fiable que la réflectivité des miroirs est proche de 1.

## C.2 Détermination expérimentale du temps de décroissance

Afin de déterminer expérimentalement le temps de décroissance de la cavité, on effectue une mesure qui consiste à couper le faisceau laser incident alors que le gain est maximum dans la cavité. Si on suppose que le laser est coupé instantanément, la puissance à l'intérieur de la

Décroissance du laser

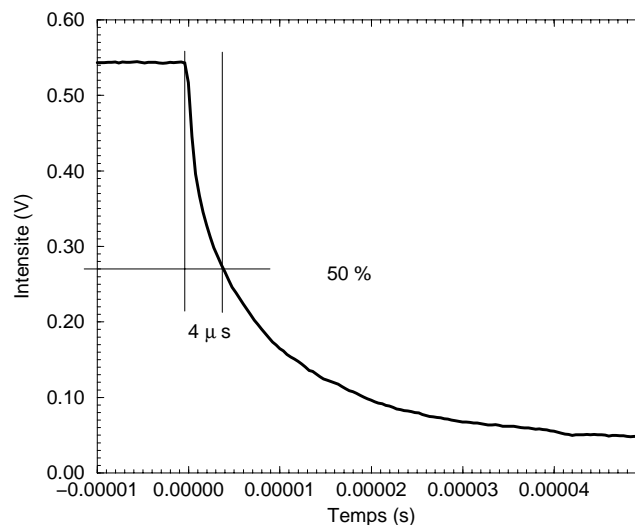


FIG. C.5 - *Décroissance de l'intensité du laser par coupure de l'alimentation.*

cavité décroît suivant une courbe de décroissance exponentielle (voir annexe C.1) dont le temps de décroissance est fonction de la finesse de la cavité.

Expérimentalement, on ne dispose pas de système capable de couper la puissance incidente aussi rapidement. Nous avons choisi sur notre système de couper l'alimentation du laser.

Nous allons dans ce paragraphe déterminer l'influence du temps de coupure du faisceau laser (voir figure C.5) sur la mesure expérimentale de la décroissance de la cavité. Pour cela, nous allons comparer la courbe de décroissance théorique de la cavité déterminée en annexe C.1 et cette courbe théorique convoluée à la courbe de décroissance du laser.

### C.2.1 Réponse de la cavité à un signal transitoire

On considère la cavité optique comme un système linéaire invariant (SLI). On énonce également que la cavité constitue un système causal (tant qu'on ne lui applique pas de champ incident, la cavité est "au repos" et sa sortie est nulle).

On cherche à déterminer la réponse de la cavité à la coupure du faisceau laser incident. Nous allons dans un premier temps considérer sa réponse à une impulsion lumineuse de faible durée. Nous verrons ensuite que cette réponse permet de déterminer la réponse de la cavité à tout signal incident. Nous appliquerons enfin cette méthode de manière littérale dans le cas idéalisé où la coupure du laser est représentée par une exponentielle décroissante et numériquement en prenant l'enregistrement expérimental de la décroissance du laser.

#### Réponse impulsionnelle

Supposons<sup>1</sup> que l'on puisse envoyer une impulsion de lumière très courte (de longueur inférieure à la longueur de la cavité mais grande devant la longueur d'onde) et d'intensité normée sur la cavité. On l'écrit :

$$I(t) = (u(t) - u(t - \Delta t)) \quad (\text{C.21})$$

où  $\Delta t \ll \tau = \frac{L}{c}$ .

L'onde transmise est alors constituée par une série d'impulsions séparées du temps  $2\tau$  et telles que l'intensité au temps  $t = 2n\tau$  soit :

$$I_h(2n\tau) = RI_h(2(n-1)\tau) = \sqrt{T}R^n I(t - 2n\tau) \quad (\text{C.22})$$

La figure C.6 montre la nature discrète de la réponse de la cavité dont l'enveloppe est expo-

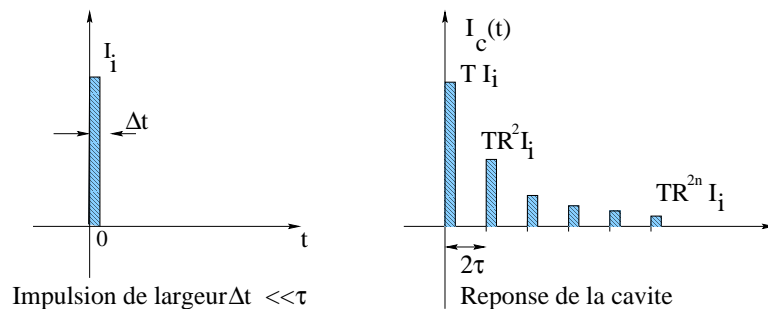


FIG. C.6 - Réponse de la cavité Fabry-Perot à une impulsion.

ponentielle décroissante.

#### Réponse à la décroissance laser

Considérons maintenant la réponse de la cavité à une intensité incidente  $I_i(t)$  (figure C.7) constante pour  $-\infty < t \leq 0$  et décroissante pour  $t > 0$ . Avec cette définition, au temps  $t=0$ ,

1. Cette hypothèse est utilisée dans le même contexte dans la référence [91].

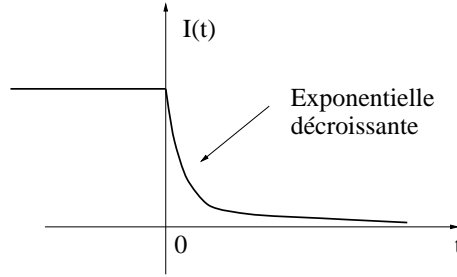


FIG. C.7 - Intensité incidente sur la cavité en fonction du temps.

la cavité est en régime stationnaire et le gain est maximum. On peut alors étudier l'effet de la coupure du laser sur la décroissance de la cavité mesurée expérimentalement.

On considère dans un premier temps que l'intensité incidente se présente comme une suite d'impulsions discrètes décalées de  $2\tau$ . On écrit :

$$I_i(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I(2n\tau) [u(t - 2n\tau) - u(t - 2n\tau - \Delta t)] \quad (\text{C.23})$$

Comme le système est un système linéaire invariant, pour calculer sa réponse en tout instant  $t > 0$ , il suffit de calculer la contribution de chaque impulsion incidente à la valeur de la réponse de la cavité au temps  $t$  et de sommer ces contributions.

On considère la réponse au temps  $t_0 = 2n_0\tau > 0$ . La contribution de l'impulsion parvenue au temps  $t' = 2(n_0 - k)\tau$  :  $I_i(2(n_0 - k)\tau)$  s'écrit :

$$I(2(n_0 - k)\tau)I_h(k) \quad (\text{C.24})$$

On peut donc écrire la réponse globale  $I_t$  en  $t = 2n_0\tau$  sous la forme :

$$I_t(2n_0\tau) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} I(2(n_0 - k)\tau)I_h(k) \quad (\text{C.25})$$

Le système est causal donc la réponse  $I_c(t)$  est telle que  $h(t) = 0$  pour  $t < 0$ . L'expression précédente devient :

$$I(2n_0\tau) = \sum_{k=0}^{+\infty} I(2(n_0 - k)\tau)I_h(k) \quad (\text{C.26})$$

Cette équation représente le produit de convolution discret des courbes  $I(t)$  et  $h(t)$ .

Afin de déterminer la réponse de la cavité à la décroissance du laser, on peut travailler de deux manières différentes :

- On peut utiliser la convolution discrète définie à l'équation C.26. On utilisera cette méthode avec l'enregistrement expérimental de la décroissance du laser.

- On peut étudier la convolution continue de l'intensité incidente sur la cavité et de la décroissance du laser en considérant que la décroissance laser est exponentielle. Dans ce cas, on peut exprimer la décroissance par une équation du type :

$$f(t) = a e^{-\frac{t}{T_L}} \quad (\text{C.27})$$

où  $t$  représente le temps,  $T_L$  le temps de décroissance et  $a$  un facteur d'échelle. On suppose que la décroissance commence à  $t = 0$ . Pour atteindre une chute de tension de 50 %, en  $4 \mu s$ , il faut que :

$$\frac{f(4 \cdot 10^{-6})}{f(0)} = e^{-\frac{4 \cdot 10^{-6}}{\tau}} = 0,5 \quad (\text{C.28})$$

On trouve comme valeur du temps de décroissance nécessaire :  $\tau \simeq 6 \mu s$ .

Nous allons dans un premier temps présenter le résultat en considérant le produit de convolution continu puis en prenant le produit de convolution discret.

### C.2.2 Produit de convolution continu

On considère dans ce cas que la réponse impulsionnelle de la cavité est continue. On écrit alors :

$$I_h(t) = e^{-t/T_d} \quad (\text{C.29})$$

où  $T_d$  a été défini par l'équation C.20.

Le produit de convolution des fonctions  $I_i(t)$  et  $I_h(t)$  s'écrit par analogie au cas discret :

$$I_i * I_h = \int_{-\infty}^{+\infty} I_i(t-u) I_h(u) du \quad (\text{C.30})$$

Comme la cavité est un système causal, l'intégrale se transforme en :

$$I_i * I_h = \int_0^{+\infty} I_i(t-u) I_h(u) du \quad (\text{C.31})$$

En tenant compte de la définition de  $I_i(t)$ , on écrit que :

$$\begin{cases} \text{Pour } t-u > 0, I_i(t-u) = I_0 \\ \text{Pour } t-u \leq 0, I_i(t-u) = I_0 e^{-(t-u)/T_L} \end{cases} \cdot$$

Le produit de convolution devient :

$$I_{cav}(t) = I_i * I_h = \int_0^t I_0 e^{-\frac{(t-u)}{T_L}} e^{-\frac{u}{T_d}} du + \int_t^{+\infty} I_0 e^{-\frac{u}{T_d}} du \quad (\text{C.32})$$

Courbes de décroissance de la cavite

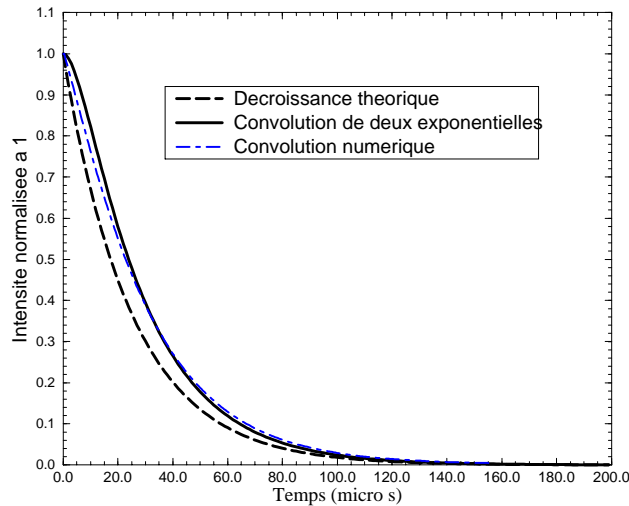


FIG. C.8 - Comparaison entre la décroissance exponentielle théorique de la cavité de constante de temps  $T_d = 25 \mu s$  et la décroissance en effectuant la convolution de cette courbe avec une exponentielle décroissante avec  $T_L = 6 \mu s$ .

La réponse de la cavité en fonction du temps est calculée égale à :

$$I_{cav}(t) = I_0 \frac{T_L T_d}{T_L + T_d} \left( e^{-\frac{t}{T_d}} \times \frac{T_d}{T_L} - e^{-\frac{t}{T_L}} \right) \quad (C.33)$$

La figure C.8 représente la courbe de décroissance théorique (annexe C.1.2) et la courbe de décroissance construite à partir de l'équation C.33. La décroissance de la cavité dans le cas où l'on tient compte de la décroissance du laser semble survenir quelques  $\mu s$  après la décroissance théorique. Cet effet est dû à la différence des deux exponentielles dans l'équation C.33.

Si on compare les données expérimentales à cette courbe simulée, on s'aperçoit que les courbes sont de nature différente et ne peuvent être ajustées. La convolution de la décroissance expérimentale du laser avec la décroissance théorique de la cavité représentée sur la figure C.4 s'est avérée plus adaptée pour la détermination de  $T_d$ .

### C.2.3 Ajustement d'une courbe de décroissance

Afin de déterminer expérimentalement la constante de temps de la décroissance exponentielle de la puissance dans la cavité, on utilise la méthode suivante d'ajustement en utilisant la méthode des résidus.

Nous disposons des points  $V(t)$  de l'enregistrement expérimental de la décroissance de la cavité notée "courbe 1". Nous disposons également de la courbe expérimentale de décroissance du laser (voir figure C.5) notée "courbe 2". On peut effectuer numériquement la convolution

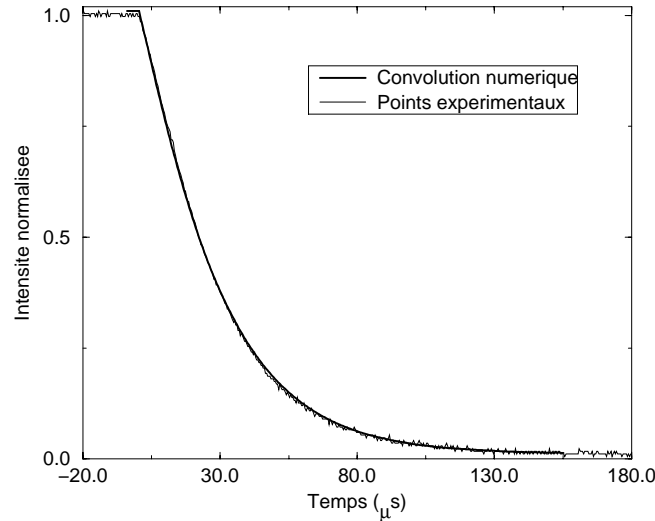


FIG. C.9 - Comparaison entre la décroissance expérimentale de la cavité et la convolution numérique de la décroissance expérimentale du laser avec la courbe de décroissance théorique de la cavité de constante de temps  $T_d = 23,5 \mu s$ .

de la "courbe 1" avec la décroissance exponentielle théorique de la cavité. La courbe obtenue peut ensuite être comparée avec la "courbe 2" grâce aux résidus (différence à chaque point de donnée entre la courbe expérimentale et la courbe calculée).

La figure C.9 montre une décroissance expérimentale de la cavité et le résultat de la convolution. La figure C.10 montre l'évolution des résidus que l'on a normés à l'amplitude du signal expérimental pour des constantes de temps de la décroissance de la cavité égales à 24, 23, 5 et 23  $\mu s$ . En prenant une constante de temps égale à 23, 5  $\mu s$ , la courbe de convolution permet de reproduire les données dans un intervalle de 10 % sur un intervalle de temps de 80  $\mu s$  qui correspond au temps auquel l'intensité a chuté de 90 % par rapport à sa valeur maximale. Au-delà de ce temps, le bruit de la chaîne de lecture devient important et l'ajustement perd toute signification. Les courbes correspondant aux autres valeurs de  $T_d$  montrent une répartition des résidus moins homogène autour de 0. Nous avons, dans le cas de la figure présentée, déterminé la constante de temps telle que :  $T_d = 23,5 \pm 0,5 \mu s$ .

### C.3 Calcul du décalage en tension introduit par la RAM au niveau du signal d'erreur

Si on considère l'existence d'une modulation d'amplitude introduite par la modulation de phase à la fréquence  $\omega_m$ , on peut écrire le champ de l'onde sous la forme :

$$E(t) = E_0(1 + \epsilon \sin(\omega_m t + \chi)) e^{j(\omega_L t + \beta \sin(\omega_m t + \psi))} \quad (C.34)$$

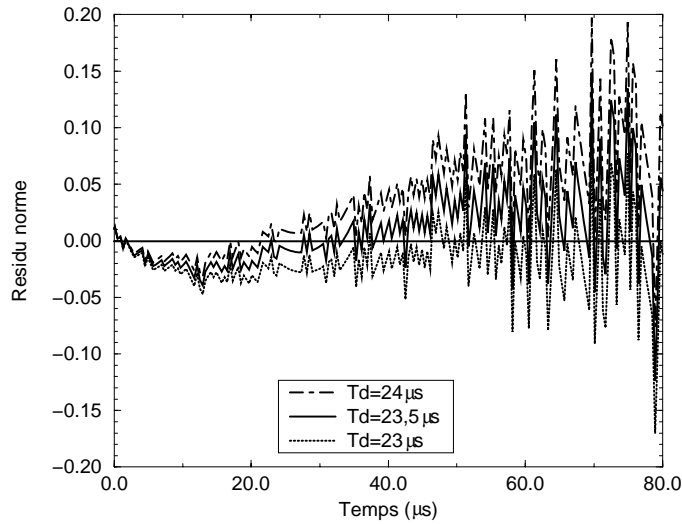


FIG. C.10 - Comparaison entre les résidus de l'ajustement de la décroissance expérimentale de la cavité et les courbes de convolution pour  $T_d = 24 \mu s$ ,  $T_d = 23,5 \mu s$  et  $T_d = 23 \mu s$ .

où  $\omega_l$  représente la fréquence du laser,  $\omega_m$  la fréquence de modulation,  $\epsilon$  la modulation d'amplitude à la fréquence  $\omega_m$ ,  $\chi$  la phase associée,  $\beta$  l'indice de modulation de phase et  $\psi$  la phase associée à la modulation de phase.

En développant l'exponentielle en fonctions de Bessel et en se limitant aux termes de premier ordre, on écrit :

$$E(t) = E_0(1 + \epsilon \sin(\omega_m t + \chi))(J_0(\beta) + 2jJ_1(\beta)\sin(\omega_m t + \psi))e^{j\omega_L t} \quad (C.35)$$

Si la fréquence du laser est proche de la fréquence de résonance de la cavité et si la fréquence de modulation est largement plus grande que la bande passante de la cavité, alors les bandes latérales sont complètement réfléchies par le miroir d'entrée de la cavité, alors que la bande centrale pénètre dans celle-ci. On peut donc écrire le champ réfléchi sous la forme :

$$E_{ref}(t) = E_0 \exp(j\omega_L t) \left( (J_0(\beta) + j\epsilon J_1(\beta) \cos(\Delta\chi)) h_r(\Delta\nu) + 2jJ_1(\beta) \sin(\omega_m t + \psi) \right. \\ \left. + \epsilon J_0(\beta) \sin(\omega_m t + \chi) + -jJ_1(\beta) \epsilon \cos(2\omega_m t + \chi + \psi) \right) \quad (C.36)$$

où  $\Delta\chi$  représente la différence de phase entre la modulation de phase et la modulation d'amplitude.

En multipliant cette expression par son expression conjuguée, on obtient l'expression de l'in-



intensité du faisceau réfléchi par la cavité :

$$\begin{aligned}
I_{ref} = & cc + c(2\omega_m) + c(3\omega_m) + E_0^2( \\
& 4J_1(\beta)J_0(\beta)\sin(\omega_m t + \psi)\sin(\phi(\Delta\nu))|H_r(\Delta\nu)| \\
& + 4J_1^2(\beta)\epsilon\sin(\omega_m t + \psi)\cos(\Delta\chi)\cos(\phi(\Delta\nu))|H_r(\Delta\nu)| \\
& + 2\epsilon J_0^2(\beta)\sin(\omega_m t + \chi)\cos(\phi(\Delta\nu))|H_r(\Delta\nu)| \\
& - 2\epsilon^2 J_0(\beta)J_1(\beta)\cos(\Delta\chi)\sin(\omega_m t + \chi)\sin(\phi(\Delta\nu))|H_r(\Delta\nu)| \\
& + 2J_1^2(\beta)\epsilon\sin(\omega_m t + \chi)
\end{aligned} \tag{C.37}$$

Par conséquent, en tenant compte de l'efficacité quantique de la photodiode utilisée ( $\eta_q$ ) et de l'efficacité du couplage optique sur la surface de détection ( $\eta_{opt}$ ), on peut écrire l'expression de la tension aux bornes de la résistance de lecture de la photodiode :

$$V_{ref} = R_{lect}\eta_q\eta_{opt}I_{ref} \tag{C.38}$$

Le signal  $V_{ref}$  est alors démodulé et la tension à la sortie du mixer après filtrage de la composante continue et des composantes à 1 et  $2\omega_m$  vaut :

$$V_{mixer} = \mu\sin(\omega_m t + \theta)V_{ref} \tag{C.39}$$

où  $\mu$  représente l'efficacité du mixer. Pour  $\theta = \psi$ , cette tension a pour expression :

$$\begin{aligned}
V_{mixer} = & R_{lect}\eta_q\eta_{opt}\mu E_0^2(2J_1(\beta)J_0(\beta)\sin(\phi(\Delta\nu))|H_r(\Delta\nu)| \\
& + 2J_1^2(\beta)\epsilon\cos(\Delta\chi)\cos(\phi(\Delta\nu))|H_r(\Delta\nu)| \\
& + 2\epsilon J_0^2(\beta)\cos(\chi - \psi)\cos(\phi(\Delta\nu))|H_r(\Delta\nu)| \\
& - \epsilon^2 J_0(\beta)J_1(\beta)\cos(\Delta\chi)\cos(\chi - \psi)\sin(\phi(\Delta\nu))|H_r(\Delta\nu)| \\
& + J_1^2(\beta)\epsilon\cos(\chi - \psi)
\end{aligned} \tag{C.40}$$

En supposant que l'indice de modulation  $\beta$  est petit devant 1 et en utilisant les propriétés des fonctions de Bessel, on peut poser que :  $J_0(\beta) = 1$  et que  $J_1(\beta) = \frac{\beta}{2}$ .

En négligeant les termes d'ordre deux devant les autres, on aboutit à l'expression suivante :

$$V_{mixer} = R_{lect}\eta_q\eta_{opt}\mu E_0^2\beta|H_r(\Delta\nu)|( \sin(\phi(\Delta\nu)) + 2\frac{\epsilon}{\beta}\cos(\phi(\Delta\nu))\cos(\chi - \psi) ) \tag{C.41}$$

Ce résultat montre que pour minimiser l'influence de la modulation résiduelle d'amplitude sur le signal d'erreur, il faut moduler à une fréquence telle que le rapport  $\frac{RAM}{\beta}$  est minimum.

## C.4 Calcul des intensités des pics de résonance

Ce calcul se fait dans l'hypothèse d'une onde optique modulée en phase et en amplitude simultanément (On tient compte de la modulation résiduelle d'amplitude appelée RAM) [70]. L'amplitude du champ optique s'écrit donc sous la forme :

$$E(t) = E_0(1 + \epsilon\sin(\omega_m t + \psi)) \exp(j(\omega_L t + \beta\sin(\omega_m t))) \tag{C.42}$$

où  $E_0$  représente l'amplitude,  $\epsilon$  la RAM,  $\omega_L$  la fréquence angulaire de l'onde,  $\beta$  l'indice de modulation de phase, et  $\omega_m$  représente la fréquence angulaire de modulation.

On remarque que  $\omega_L$  est une fréquence optique ( $\nu_L \sim 2 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ) alors que  $\omega_m$  est une fréquence électronique ( $\nu_m = 680 \text{ kHz}$ ).

En développant l'exponentielle en fonctions de Bessel et en négligeant les termes d'ordre supérieur à 2, on peut écrire :

$$E(t) = E_0(1 + \epsilon \sin(\omega_m t + \psi))e^{(j\omega_L t)}(J_0 + 2jJ_1(\beta) \sin(\omega_m t) + 2J_2(\beta) \cos(2\omega_m t)) \quad (\text{C.43})$$

En développant l'équation C.43 et en utilisant les transformations trigonométriques adéquates, on obtient :

$$E(t) = E_0 e^{(j\omega_L t)} (J_0 + jJ_1(\beta)\epsilon \sin(\omega_m t) + jJ_1(\beta)\epsilon \cos(2\omega_m t + \psi) + 2jJ_1(\beta) \sin(\omega_m t) + 2J_2(\beta) \cos(2\omega_m t) + \epsilon J_0 \sin(\omega_m t + \psi) + J_2(\beta)\epsilon \sin(3\omega_m t + \psi) - J_2(\beta)\epsilon \sin(\omega_m t - \psi)) \quad (\text{C.44})$$

Dans la mesure où l'on cherche à déterminer l'intensité des pics correspondant à  $\omega_L$ ,  $\omega_L \pm \omega_m$ , on élimine les composantes à  $2\omega_m$  et  $3\omega_m$ . On peut donc réécrire le champ en distinguant ces composantes :

$$E(t) = E_0(\exp(j\omega_L t) \times (J_0 + jJ_1(\beta)\epsilon \cos(\psi)) + \exp(j(\omega_L + \omega_m)t) \times (J_1(\beta) + \frac{\epsilon J_0}{2j} \exp(j\psi) - \frac{\epsilon J_2}{2j} \exp(-j\psi)) - \exp(j(\omega_L - \omega_m)t) \times (J_1(\beta) + \frac{\epsilon J_0}{2j} \exp(-j\psi) - \frac{\epsilon J_2}{2j} \exp(j\psi))) \quad (\text{C.45})$$

Le champ électrique contient donc les composantes à  $\nu_0$  et  $\nu_0 \pm \nu_m$  en fréquence.

On appelle  $h_r(\Delta\nu) = |H_r(\Delta\nu)| \exp(j\phi(\Delta\nu))$  la fonction de transfert de la cavité optique en réflexion où  $\Delta\nu$  représente l'écart entre la fréquence du laser et la fréquence de résonance de la cavité,  $|H_r(\Delta\nu)|$  le module de  $h_r(\Delta\nu)$  et  $\phi(\Delta\nu)$  sa phase. Lorsque la fréquence du laser est proche de la fréquence de résonance de la cavité, l'onde pénètre dans la cavité et la partie réfléchie de cette onde s'exprime sous la forme :

$$E_{ref} = E_{inc} \times h_r(\Delta\nu) \quad (\text{C.46})$$

Lorsque l'on balaye la fréquence du laser en envoyant un signal triangulaire sur la voie Fast du modulateur du laser, on peut utiliser la cavité comme un spectromètre optique [78].

On appelle  $\nu_{res}$  la fréquence de résonance de la cavité. Lorsque  $\nu_L = \nu_{res}$ , on obtient un pic de résonance en réflexion correspondant au mode résonant, puis lorsque  $\nu'_L \pm \nu_m = \nu_{res}$ , on obtient deux pics correspondants aux bandes latérales.

On en déduit les expressions des intensités réfléchies par la cavité pour les composantes considérées en fréquence :

$$E^2(\omega_L) = E_0^2 (J_0^2(\beta) + J_1^2(\beta)\epsilon^2 \cos^2(\psi)) H_r^2(\nu_L - \nu_{res}) \quad (\text{C.47})$$

$$E^2(\omega_L \pm \omega_m) = E_0^2 H_r^2(\nu_L \pm \nu_m - \nu_{res})(J_1^2(\beta) + \frac{\epsilon^2}{4}(J_0^2(\beta) + J_2^2(\beta)) - \frac{\epsilon^2}{2}J_0(\beta)J_2(\beta)\cos(2\psi) \pm \epsilon J_1(\beta)(J_0(\beta) + J_2(\beta))\sin(\psi)) \quad (C.48)$$

Il faut remarquer que la construction du signal d'erreur se fait quant à elle par le mélange sur la photodiode en réflexion des bandes latérales entièrement réfléchies par le miroir d'entrée de la cavité et de l'onde ayant pénétré dans la cavité lorsque  $\nu_L = \nu_{res}$ . Il faut donc effectuer un autre calcul. Dans la mesure où l'on suppose que les coefficients de modulation sont de faible amplitude, on peut utiliser les propriétés des fonctions de Bessel et réécrire les intensités réfléchies pour les différentes fréquences sous la forme :

$$E^2(\omega_L) \approx E_0^2 \times H_r^2(\nu_L - \nu_{res}) \quad (C.49)$$

$$E^2(\omega_L \pm \omega_m) \approx E_0^2 \times H_r^2(\nu_L \pm \nu_m - \nu_{res}) \left( \frac{\beta^2}{4} + \frac{\epsilon^2}{4} \pm \frac{\epsilon\beta}{2} \sin(\psi) \right) \quad (C.50)$$

Ce résultat montre qu'il est a priori possible de mesurer le paramètre  $\beta$  [78].



## Bibliographie

- [1] CEBAF-Proposal E99-115, "Constraining the nucleon strangeness radius in parity violating electron scattering, 1999.
- [2] C. Prescott, SLAC internal report, SLAC TN 73 1.
- [3] HAPPEX collaboration, "Measurement of the neutral weak form-factors of the proton", Phys. Rev. Lett. 82:1096-1100, 1999.
- [4] J.M. Vaughan, "The Fabry-Perot interferometer history, theory, practice and applications", A. Hilger Bristol, England, 1989.
- [5] B.M. Dunham, "Jefferson Lab, A Status Report", dans Proceedings of the XIII International Linear Accelerator Conference, CERN, Genève, CERN 96-07,(1996) p17-21.
- [6] L.S. Cardman, "Laboratory Portrait: Jefferson Lab", Nucl. Phys. News, Vol6, No4,1996,p18-25.
- [7] P.S. Cooper & al, Phys. Rev. Lett. 34,1589(1975).
- [8] E.L. Garwin & al, Helv. Phys. Acta 47,393(1974).
- [9] M. Swartz & al., "Observation of Target Electron Momentum Effects in Single-Arm Møller Polarimetry", Nucl. Inst. & Meth. A363(1995)526
- [10] M. L. Swartz, "Physics with polarized electron beam", SLAC-PUB-4656,December 1989.
- [11] J. E. Clendenin & al, "The SLAC electron polarized source", SLAC-PUB-7619, August 1997.
- [12] M.I. Diakonov & V.I. Perel, "Theory of optical spin orientation of electrons and nuclei in semiconductors", Modern Problem in Condensed Matter Sciences, Vol 8, Elsevier Science Publishers B.V, 1984.
- [13] B. M. Dunham, "Investigations of the physical properties of photoemission polarized electron sources for accelerator applications", Degree of Doctor of philosophy in Physics, Graduate College of the University of Illinois, Urbana-Champaign, 1993.

- [14] Peter Hartmann, communication privée.
- [15] K. Aulenbacher, "The MAMI source of polarized electrons", NIM A391, No 3, p498-506, Juin 1997.
- [16] M. Poelker, "High power gain-switched diode laser master oscillator and amplifier", Appl. Phys. Lett. **67** (19), Nov. 1995.
- [17] M. Woods & al, "Polarized light sources for photocathode electron guns at SLAC, SLAC-PUB-5965, December 1992.
- [18] R. Alley & al, "the Stanford linear accelerator polarized electron source", SLAC-PUB-6489(1994).
- [19] A. Denner & S. Dittmaier, Nucl. Phys. B407(1993)43.
- [20] A. Denner & S. Dittmaier, "Complete  $\mathcal{O}(\alpha)$  QED corrections to polarized Compton scattering", CERN-TH/98-142, Mai 1998.
- [21] D. Gustavson & al, Nucl. Inst. & Meth. 165(1979)177.
- [22] G. Shapiro & al, SLAC-PUB-6261, June 1993, Talk given at "Particule and Accelerator Conference", Washington DC, 17-20 May 1993.
- [23] M. Woods, "The Scanning Compton Polarimeter for the SLD experiment", actes SPIN 96, p843-845, 1997.
- [24] D. P. Barber & al, Nucl. Inst. & Meth. A329(1993)79.
- [25] M. Placidi & R. Rossmanith, Nucl. Inst. & Meth. A274(1989)79.
- [26] D. P. Barber & al., "Polarization at Petra and DORIS", journal de Physique 2, C2, 1995, p. 593-600.
- [27] D. Marchand, "Mesure absolue de l'énergie du faisceau d'électrons de Jefferson Lab (Hall A) par une méthode magnétique: Le projet ARC", thèse de l'université Blaise Pascal Clermont-Ferrand II, Avril 1998.
- [28] O. Ravel, "Mesure absolue de l'énergie du faisceau d'électrons de TJNAF par diffusion élastique  $p(e,e')p$ ", thèse de l'université Blaise Pascal Clermont-Ferrand II.
- [29] B. Norum & T. Welch, "An intense Polarized Photon Source", CEBAF LOI 93-012.
- [30] A.E Siegman, "Lasers", University Science Books, 1986.
- [31] R. P. Feynman, "The Feynman lectures on physics", Cours de physique Tome 2, Electromagnétisme.
- [32] Peter W. Milonni, "Lasers", Joseph H. Eberly, Wiley Interscience, 1989.

- [33] S. Huard, "Polarisation de la lumière", éd. MASSON.
- [34] Richard C. Fernow, "Introduction to experimental physics", Cambridge University Press, 1986.
- [35] M. Born & E. Wolf, "Principles of Optics", Pergamon Press, 1975.
- [36] J.S. Price & al, "12th International Symposium on High-Energy spin Physics", acte 1996.
- [37] T.J. Gay & F.B. Dunning, Rev. Sci. Instrum. 63, p1635,1992.
- [38] J. Kessler, "Polarized Electrons", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1985, p 1-19.
- [39] L.Landau & E. Lifchitz, "Physique théorique", Tome 3, p230-261, Edition Mir Moscou.
- [40] K. Blum, "Density matrix and applications", 1937.
- [41] A. H. Compton, "A quantum theory of the scattering of x-rays by light elements", Phys. Rev., Vol. 21, No. 5, May 1923.
- [42] A. Messiah, "Mécanique quantique", Volume 1, Edition Dunod, p280-284.
- [43] Ph. Rebourgeard, "Note de synthèse sur l'optique de la cavité Fabry-Perot du polarimètre Compton", Note DAPNIA 6112 N 2000 002, 22/05/1996.
- [44] Diode-pumped non-planar ring laser series 126, Users Manual, LightWave Electronics (1995).
- [45] Dana Z. Anderson & al, "Mirror reflectometer based on optical decay time", Applied Optics, Vol. 23, No. 8, Avril 1984.
- [46] G. Moreau, "Rapport de stage", 1998.
- [47] A. Annenkov & al. , "Inorganic Scintillators and their applications", Ed. by Y. Zhiwen, Li Peijun, Feng Xiqi, Xue Zhilin, Shangai, P. R. China, September 1997, p. 362.
- [48] M. Géléoc, "Etude du système optique des cristaux scintillants du calorimètre électromagnétique de l'expérience CMS", thèse de l'université Paris 7, Septembre 1998.
- [49] D. Neyret & al., "A photon calorimeter using lead tungstate crystals for the CEBAF hall A Compton polarimeter", submitted to NIM A.
- [50] Ph Rebourgeard, "Note de calcul sur la cavité Fabry-Perot pour le polarimètre", Note A.060.S.125.
- [51] R. W. P. Drever & al, "Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator", Applied Physics B 31,97-105(1983).

- [52] T. Day & al, "Sub-Hertz relative frequency stabilization of two-diode laser pumped Nd:YAG lasers locked to a Fabry-Perot interferometer", IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. 28, No 4, Avril 1992.
- [53] N. Uehara et K. Ueda, "Accurate measurement of ultralow loss in a high finesse Fabry-Perot interferometer using the frequency response functions", Applied Physics B 61, 9-15,(1995).
- [54] G. Rempe et al, "Measurement of ultralow losses in an optical interferometer", Opt. Lett. Vol 17, No 5, Mars 1992.
- [55] J.P Jorda & N. Falletto, "Etude de la modulation du laser à haute fréquence : choix de la fréquence de modulation", note DAPNIA no 3-6112 R 2000012, Sept 97.
- [56] A.M. De Riva & al, "Very High Q frequency-locked Fabry-Perot Cavity", Submitted to Rev. of Sc. Inst., 1995.
- [57] J.M. Mackowski, "Spécifications des miroirs de la cavité du polarimètre Compton", Proposition technique, note DAPNIA 6C 6112 N 2110 002, 1996.
- [58] Ch. Fabry & A. Perot, "Théorie et applications d'une nouvelle méthode de spectroscopie interférentielle", Ann. Chim. Phys. 16, 115-44, Janvier 1899.
- [59] <http://lyoinfo.in2p3.fr/sma>
- [60] L.Pinard & al, "Low Loss D.I.B.S mirrors at 1064nm for Virgo Interferometer", Optical Interference Coating Conference, Technical Digest, Vol 17,200-203,1995.
- [61] G. Bardin & al,"Conceptual Design Report for a Compton Polarimeter for Cebaf Hall A.
- [62] F.Milsant, "Asservissements linéaires", cours CNAM Vol 1 et Vol 2,1979.
- [63] P.Deck & N.Falletto, "Caractérisation des photodiodes S1223 de Hamamatsu", note SIG96/336-PBD.
- [64] H.Kogelnik & T.Li, "Laser Beams and Resonators", Applied Optics Vol 5,No 10, October 1966.
- [65] Dana Z.Anderson, "Alignment of resonant optical cavities", Applied Optics Vol 23, No 17, Septembre 1984.
- [66] S. Escoffier, "Etude de la cavité optique pour le polarimètre Compton de TJNAF", rapport de stage de DEA, Juin 1998.
- [67] G. Ruoso, "Realizzazione di una cavità risonante ottica ad alta finezza per la misura della birifrangenza magnetica del vuoto con tecniche ellissometriche", Università degli Studi di Padova, Tesi di Dottorato.



- [68] P. Deck, "Etude de la carte servo", note DAPNIA n° 6112 N 2300 019, Juin 1998.
- [69] P. Pace, "Studio e realizzazione di un ellissometro basato su una cavità Fabry-Perot in aria nell' ambito dell' esperimento PVLAS", Università degli Studi di Trieste, Tesi di Dottorato, 1994.
- [70] W.Lenth, "High Frequency Heterodyne Spectroscopy with Current-Modulated Diode Lasers", IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. QE-20, No. 9, September 1984.
- [71] G. Cantatore & al., "Frequency locking of a Nd:YAG laser using the laser itself as the optical phase modulator", Rev. Sci. Instrum. 66(4), Avril 1995.
- [72] G.D. Boyd & J.P. Gordon, "Confocal multimode resonator for millimeter through optical wavelength masers", Bell Syst. Tech. J. 40,489-508 (1961).
- [73] S. Solimeno & al., "Fabry-Perot resonator with oscillating mirrors", Phys. Rev. A 43, 6227-6240 (1991).
- [74] E. Morrison & al., "Automatic alignment of optical interferometers", Appl. Optics, Vol 33, No 22, 1 August 1994.
- [75] P. Fritschel et al., "Alignment of an interferometric gravitational wave detector", Appl. Optics, Vol 37, No 28, 1 October 1998.
- [76] Yaron Hefetz & al., "Principles of calculating alignment signals in complex resonant optical interferometers", J. Opt. Soc. Am. B, Vol 14, No 7, July 1997.
- [77] L. Vittet, "Etude du couplage de la cavité Fabry-Perot du polarimètre Compton", rapport de stage de l'ENSPM, Décembre 1998.
- [78] J-P Jorda & N. Falletto, "Etude de la modulation du laser à haute fréquence : choix de la fréquence de modulation", Note DAPNIA n° 3-6112 R 2000012, Septembre 97.
- [79] Ph. Rebourgeard, "Etude préliminaire de la polarisation intra-cavité avec des miroirs biréfringents", Note DAPNIA n° 6112 N 2130 007, Décembre 1996.
- [80] A. Delbart, "Performances de la cavité du polarimètre Compton à TJNAF. Première analyse de la polarisation du faisceau de photons", Note DAPNIA n° 6-6112 R 2000 019, Avril 1999.
- [81] J-P Jorda, "Mise au point d'une cavité Fabry-Perot pour la polarimétrie Compton", thèse de doctorat de l'Université PARIS 6.
- [82] R.A. Beth, "Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light", Phys. Rev., Vol 50,115-125.
- [83] R. A. Chipmann, "Polarimetry", Handbook of Optics, Vol II, Ch 22, Mc Graw-Hill, 1995.

- [84] A. Delbart, Note DAPNIA 6-6112 R 2000 020, Août 1999.
- [85] D.Jacob & al., "Supermirror Phase anisotropy measurement", Optics Letters, Vol. 20, No 7, p 671-673, April 1995.
- [86] M. Woods & A. Lath, "Compton Laser Analysis : Determination of Polarization and Systematic Errors", SLD-236, April 1994.
- [87] F. Pinard, communication privée.
- [88] N. Uehara & K. Ueda, "193-mHz beat linewidth of frequency-stabilized laser-diode-pumped Nd:YAG ring lasers", Opt. Lett., Vol. 18, No. 7, Avril 1993.
- [89] W. R. Leo, "Techniques for nuclear and particle physics experiments", p. 21-39, Springer Verlag, 1992.
- [90] A. Hofmann, CERN 9003 (1990), 115.
- [91] M. Billardon & al., "Fabry-Perot effects in the exponential decay and phase shift reflectivity measurement methods", Applied Optics, Vol. 30, No. 3, January 1991.
- [92] G. Bardin, "Implication de la résolution du détecteur de photons", Note Polarimètre Compton, CP 96-03, 25 Juin 1996.
- [93] E. Burtin & al, "Sources of background in the Compton polarimeter", Note interne, Décembre 1998.
- [94] I. Passchier & al, "A Compton Backscattering Polarimeter for Measuring Longitudinal Electron Polarisation", NIM A414 (1998) p446.
- [95] [www.aps.anl.gov/asd/controls/epics/EpicsDocumentation/WWWPages/EpicsFrame.html](http://www.aps.anl.gov/asd/controls/epics/EpicsDocumentation/WWWPages/EpicsFrame.html)
- [96] Ahsa Moon & al., "Proof of principle Experiments for Compton scattering of a Stored Photon in a Supercavity", Jpn. J. Appl. Phys., Vol 36 (1997), pp L 1446-L 1448.
- [97] G. Bardin & al. , "Compton Polarimeter Studies for Tesla", Note interne Sphn, Mars 1997.