# 1 Introduction

Nous cherchons à donner ici un compendium des différents types de pertes qui apparaissent dans un câble supraconducteur de type Rutherford soumis à un champ magnétique variable dans le temps et uniforme dans l'espace. Nous calculons ces pertes à l'aide de plusieurs modèles et nous évaluons les constantes de temps associées. Nous appliquons ces formules afin de caractériser les pertes dans des brins de type "étain interne", produits par la firme américaine IGC, puis dans des câbles fabriqués à partir de ces brins par le Laboratoire Lawrence Berkeley.

# 2 Rappel sur les pertes

## 2.1 Pertes par hystérésis

Considérons un filament supraconducteur rectiligne et infini soumis à une induction magnétique variable et perpendiculaire à l'axe du filament.

Selon le modèle critique développé par Bean [1], le filament supraconducteur tend à écranter les variations du champ extérieur. Cet écrantage se fait par la création de courants d'aimantation dit persistants à la périphérie du filament. La variation de champ magnétique interne crée un champ électrique qui, associé à la densité de courant d'aimantation qui circule à la périphérie du filament est à l'origine de pertes dites *pertes par hystérésis*.

## 2.2 Pertes par courants de couplage intrabrin

Les brins utilisés sont faits de filaments supraconducteurs torsadés dans une matrice de métal. Si le brin est soumis à un champ transverse variable, il se forme des boucles de courant qui suivent les filaments supraconducteurs et créent une aimantation qui tend à écranter les variations du champ appliqué. Ces courants passent d'un filament à l'autre en traversant la matrice de métal résistive comme montré sur la Fig. (1). Cette traversée de la matrice résulte en un dégagement de chaleur par effet Joule. Ce phénomène constitue *les pertes par courants de couplage intrabrin*.

### 2.3 Pertes par courants de couplage interbrin

Dans les bobinages d'aimants d'accélérateur, de fortes pressions sont appliquées perpendiculairement aux câbles (jusqu'à 100 MPa). Les brins sont alors fermement maintenus en contact. Il se crée de grandes surfaces de contact entre les brins adjacents et au niveau des croisements des brins des deux couches. Ces grandes surfaces de contact et ces fortes pressions peuvent résulter en de faibles résistances interbrin tant au niveau des brins adjacents (appelées résistance adjacentes) qu'au niveau des croisements des brins des deux couches (résistances de croisement). Un couplage entre ces brins peut alors se créer. Des boucles sont formées pour chaque type de contacts où des courants de couplage interbrin peuvent circuler si le câble est soumis à un champ variable. Ces courants, en passant d'un brin à un autre, traversent les résistances (adjacentes ou de croisement). De la chaleur se dégage alors par effet Joule. Ce phénomène, semblable au précédent et illustré par la Fig. (2) tirée de [2], constitue *les pertes par courants de couplage interbrin*.

## 3 Pertes par hystérésis

Il est possible de démontrer [3] que, dans le cas où un brin est soumis à un champ magnétique variant trapézoidalement entre ($-B_m$) et ($+B_m$), les pertes par hystérésis par unité de volume de non-cuivre, $W_h$, sont

$$W_h \approx \frac{8}{3\pi} \int_{-B_m}^{B_m} J_c(B) r_{eff} dB \qquad (1)$$

où $J_c(B)$ est la densité de courant critique dans la section de non-cuivre et $r_{eff}$ est le rayon effectif des filaments. Inversement, on peut déterminer la valeur de $r_{eff}$ en fonction de $W_h$, qui est mesurable, en utilisant

$$r_{eff} = \frac{3\pi}{8} \frac{W_h}{\int_{-B_m}^{+B_m} J_c(B) dB} \qquad (2)$$

L'Eq. (2) fait apparaitre la densité de courant critique, $J_c(B)$, qui est calculée à l'aide de la paramétrisation de Summers [4]. Les paramètres d'entrée [5] sont : $B_m$= 3 T, $T_{c0m}$= 18 K, $B_{c20m}$= 27.62 T, $\varepsilon$= -0.25 % et $C_0$= 12200 $AT^{1/2}/mm^2$.

Les mesures de pertes effectuées par T. Schild [6] sur le brin ITER/IGC (pour des cycles de ± 3 T) donnent une valeur de $W_h$, mesurée et rapportée au volume de non-cuivre, de 420 $mJ/cm^3$. A l'aide de cette valeur, nous avons déterminé le rayon effectif des filaments. Ceci a été effectué à l'aide d'un programme Fortran écrit par A. Devred [7]. Tout calcul fait, le rayon effectif des filaments est estimé de l'ordre de 8 µm.

# 4 Pertes par courants de couplage intrabrin

## 4.1 Description et modélisation du brin

Le brin étudié dans ce rapport est un brin $Nb_3Sn$ "étain interne" de type ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor), fabriqué par la compagnie américaine IGC. Ses caractéristiques sont les suivantes [5] : le diamètre du brin est de 0.81 mm, il est torsadé de manière à avoir 1.2 tour par centimètre. Le brin est composé de 19 sous-éléments entourés de barrières anti-diffusion et complété par une couronne de cuivre (voir Fig. (3)). Un sous-élément est constitué d'environ 162 filaments en Nb 7.5% wt Ta disposés de manière circulaire autour d'une piscine d'étain dans une matrice de cuivre. Ces sous-éléments sont répartis à l'aide de 6 espaceurs en CuSn. Les barrières anti-diffusion, séparant la zone contenant les sous-éléments de la couronne de cuivre, sont en tantale (intérieure) et niobium (extérieure). Le rapport cuivre-sur-non-cuivre est de 1.44.

En vue de former le composé supraconducteur niobium-étain, il est nécessaire de faire subir un traitement thermique au brin. Lors de ce traitement thermique, l'étain diffuse à travers le cuivre, formant ainsi du bronze, pour réagir avec les filaments de niobium et former le composé niobium-étain.

Afin d'estimer les pertes par courants de couplage intrabrin, nous avons modélisé le brin par une zone multifilamentaire de rayon $R_0$ et de résistivité transverse équivalente $\rho_0$, entourée de trois anneaux résistifs concentriques de rayon extérieur $R_i$ et de résistivité $\rho_i$ (voir Fig. (4)).

La zone multifilamentaire correspond à la zone comprenant les sous-éléments. Sa limite est un cercle tangeant aux filaments les plus extérieurs des sous-éléments. Dans la suite du calcul, ces sous-éléments seront assimilés à des monofilaments.

Chaque monofilament sera considéré comme un milieu supraconducteur homogène. Nous négligerons ainsi les distributions de courant de couplage entre filaments, à l'intérieur du sous-élément. La justification de cette hypothèse sera donnée à la section 4.9.

La première couronne correspond à la zone comprise entre la zone multifilamentaire et la barrière de Tantale. Cette zone est composée de bronze (lors de la fabrication du composé $Nb_3Sn$, l'étain diffuse à travers la matrice de cuivre et forme du bronze).

La seconde couronne est constituée des deux barrières anti-diffusion. Les deux barrières seront traités comme un milieu équivalent, homogène et isotrope.

La troisième couronne correspond à la couronne de cuivre entourant les barrières anti-diffusion.

### 4.2 Expressions générales des pertes

Si nous séparons les contributions de chaque zone, les pertes, par unité de volume de brin, pour un brin soumis à un champ variable $B(t)$, sont données par [8]

i) pertes dans la zone multifilamentaire

$$P_{V0} = \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{R_0}{R_3}\right)^2 \left[\left(\frac{l_p}{2\pi}\right)^2 + \frac{R_0^2}{4}\right] \tag{3}$$

ii) pertes dans la première couronne résistive (couronne de bronze)

$$P_{V1} = \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \frac{1}{\rho_1} \left\{\left(\frac{l_p}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{R_0}{R_3}\right)^2 \left[\frac{R_1^2 - R_0^2}{R_0^2}\left(R_0^2 + \delta^2 R_1^2\right)a_1^2\right] + \frac{\left(R_1^4 - R_0^4\right)}{4R_3^2}\right\} \tag{4}$$

iii) pertes dans la seconde couronne résistive (barrière de tantale-niobium)

$$P_{V2} = \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \frac{1}{\rho_2} \left\{\left(\frac{l_p}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{R_0}{R_3}\right)^2 \left[\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2}\left(R_1^2 + \gamma^2 R_2^2\right)a_2^2\right] + \frac{\left(R_2^4 - R_1^4\right)}{4R_3^2}\right\} \tag{5}$$

iv) pertes dans la troisième couronne résistive (couronne de cuivre)

$$P_{\mathrm{V3}} = \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \frac{1}{\rho_3} \left\{ \left(\frac{l_{\mathrm{p}}}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{R_0}{R_3}\right)^2 \left[ \frac{R_3^2 - R_2^2}{R_2^2} \left(R_2^2 + R_3^2\right) a_3^2 \right] \frac{\left(R_3^4 - R_2^4\right)}{4R_3^2} \right\} \tag{6}$$

où $a_1$, $a_2$ et $a_3$ sont trois coefficients définis par

$$a_1 = \frac{R_0}{R_0^2 + \delta R_1^2} \tag{7}$$

$$a_2 = \frac{R_0 R_1^2 (\delta + 1)}{\left(R_0^2 + \delta R_1^2\right)\left(R_1^2 + \gamma R_2^2\right)} \tag{8}$$

$$a_3 = \frac{R_0 R_1^2 R_2^2 (\delta + 1)(\gamma + 1)}{\left(R_0^2 + \delta R_1^2\right)\left(R_1^2 + \gamma R_2^2\right)\left(R_3^2 + R_2^2\right)} \tag{9}$$

où $l_{\mathrm{p}}$ est le pas de torsade et $\gamma$ et $\delta$ sont deux coefficients définis par

$$\gamma = \frac{\rho_3\left(R_3^2 + R_2^2\right) + \rho_2\left(R_3^2 - R_2^2\right)}{\rho_3\left(R_3^2 + R_2^2\right) - \rho_2\left(R_3^2 - R_2^2\right)} \tag{10}$$

et

$$\delta = \frac{\rho_2\left(\gamma R_2^2 + R_1^2\right) + \rho_1\left(\gamma R_2^2 - R_1^2\right)}{\rho_2\left(\gamma R_2^2 + R_1^2\right) - \rho_1\left(\gamma R_2^2 - R_1^2\right)} \tag{11}$$

### 4.3 Expressions générales des constantes de temps

D'après [9], les pertes par unité de volume pour un brin de section circulaire, peuvent être mises sous la forme

$$P_{\mathrm{V}} = \frac{2\theta}{\mu_0}\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \tag{12}$$

où $\mu_0$ est la perméabilité magnétique du vide et $\theta$ est une constante de temps. En comparant les Eqs. (3) à (6) et l'Eq. (12), les constantes de temps associées aux différents termes de pertes peuvent s'écrire

i) constante de temps liée à la zone multifilamentaire

$$\theta_0 = \frac{\mu_0}{2}\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{R_0}{R_3}\right)^2\left[\left(\frac{l_p}{2\pi}\right)^2 + \frac{R_0^2}{4}\right] \tag{13}$$

ii) constante de temps liée à la première couronne résistive (couronne de bronze)

$$\theta_1 = \frac{\mu_0}{2}\frac{1}{\rho_1}\left\{\left(\frac{l_p}{2\pi}\right)^2\left(\frac{R_0}{R_3}\right)^2\left[\frac{R_1^2 - R_0^2}{R_0^2}\left(R_0^2 + \delta^2 R_1^2\right)a_1^2\right] + \frac{\left(R_1^4 - R_0^4\right)}{4R_3^2}\right\} \tag{14}$$

iii) constante de temps liée à la seconde couronne résistive (barrière de tantale-niobium)

$$\theta_2 = \frac{\mu_0}{2}\frac{1}{\rho_2}\left\{\left(\frac{l_p}{2\pi}\right)^2\left(\frac{R_0}{R_3}\right)^2\left[\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2}\left(R_1^2 + \gamma^2 R_2^2\right)a_2^2\right] + \frac{\left(R_2^4 - R_1^4\right)}{4R_3^2}\right\} \tag{15}$$

iv) constante de temps liée à la troisième couronne résistive (couronne de cuivre)

$$\theta_3 = \frac{\mu_0}{2}\frac{1}{\rho_3}\left\{\left(\frac{l_p}{2\pi}\right)^2\left(\frac{R_0}{R_3}\right)^2\left[\frac{R_3^2 - R_2^2}{R_2^2}\left(R_2^2 + R_3^2\right)a_3^2\right]\frac{\left(R_3^4 - R_2^4\right)}{4R_3^2}\right\} \tag{16}$$

### 4.5 Estimation des rayons

Afin d'estimer les valeurs des différentes constantes de temps, nous devons déterminer les rayons de chaque zone. La détermination des rayons se fait en utilisant des micrographies du brin étudié [10]. Ces micrographies sont présentées Figs. (5) et (6). Nous rappelons que, dans notre modélisation, les différentes couronnes sont supposés être des anneaux concentriques.

Le brin a un diamètre de 0.81 mm, d'où un rayon extérieur : $R_3$= 405 µm. Connaissant le rapport cuivre sur non cuivre, *r*, il est possible de déterminer le rayon intérieur de la couronne de cuivre, $R_2$. Ce rayon est déterminé à l'aide de la formule

$$R_2 = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\pi R_3^2}{1+r}} \tag{17}$$

Le rapport cuivre sur non cuivre étant égale à 1.44, le rayon de la couronne de cuivre vaut : $R_2$= 259 µm.

La détermination des rayons $R_1$ et $R_0$ se fait en mesurant l'épaisseur des couronnes correspondantes sur les micrographies. En effet, la forme des couronnes n'étant pas parfaitement circulaire, nous mesurons l'épaisseur moyenne des couronnes et nous donnons une valeur moyenne ainsi que l'écart autour de cette valeur. D'après nos mesures, l'épaisseur de la barrière de Niobium est de 12 µm (± 1 µm), soit : $R_{Nb}$= 247 µm (± 1 µm), celle de Tantale est de 4 µm (± 1 µm), soit : $R_{Ta}$= $R_1$= 243 µm (± 1 µm) et l'épaisseur de la couronne de bronze est de 2 µm (± 0.5 µm) d'où : $R_0$= 241 µm (± 0.5 µm). Toujours d'après la micrographie, le rayon d'un sous-élément, $R_{SS}$, est estimé à : $R_{SS}$= 50 µm (± 10 µm).

## 4.6 Estimation des résistivités

### 4.6.1 Couronne de bronze

Il nous faut maintenant déterminer la résistivité des couronnes. Selon C.E. Bruzek [11], le bronze formé après réaction est un bronze à 7 % wt Sn. En utilisant [12], nous trouvons : $\rho_{bronze}$= $\rho_1$= 9 E-8 Ωm.

### 4.6.2 Couronne de tantale-niobium

Dans la modélisation du brin, nous avons assimilé les deux barrières anti-diffusion à une seule couronne. Définissons la résistivité équivalente à ces deux barrières, $\rho_2$, par

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{S_2}{(S_{Ta}\rho_{Ta} + S_{Nb}\rho_{Nb})} + \frac{S_2}{S_{Ta}\rho_{Ta}} \tag{18}$$

où $S_{Ta}$ représente la surface de tantale, $S_{Nb}$ la surface de niobium, $S_2$ la surface totale des deux barrières, $\rho_{Ta}$ la résistivité du tantale et $\rho_{Nb}$ celle du niobium. Cette résistivité équivalente, $\rho_{eq}$, correspond à la mise en parallèle de la résistivité de la barrière de Tantale et de la résistivité équivalente des deux barrières placées en série. On exprime ainsi l'hypothèse que les courants bouclent soit à travers la barrière de Tantale seule soit en traversant les deux barrières. Une justification de l'Eq. (18) est proposée ci-après.

Les valeurs des résistivités du niobium et du tantale, comme tous métaux à basses températures, dépendent de la pureté du matériau et du taux d'écrouissage. Nous ne pouvons connaitre précisément la valeur de ces paramètres et donc la valeur des résistivités. Nous utiliserons donc, dans ce calcul, les valeurs des résistivités obtenues dans la littérature pour des métaux purs. Ces valeurs sont largement inférieures aux valeurs réelles et ne nous permettent que de donner un majorant aux valeurs des constantes de temps.

Dans la littérature, les résistivités sont : $\rho_{Ta}$= 1 E-9 Ωm [13] et $\rho_{Nb}$= 9.3 E-11 Ωm [14]. Tout calcul fait, il vient : $\rho_{Ta\text{-}Nb}$= $\rho_2$= 1.37 E-10 Ωm.

Nous avons vérifié l'hypothèse quant à l'expression de $\rho_2$ donnée par l'Eq. (18), en calculant tout d'abord la constante de temps associée à un brin, de rayon extérieur $R_2$, contenant une zone filamentaire, de rayon extérieur $R_0$, entourée d'une couronne de bronze, de rayon extérieur $R_1$, d'une barrière de tantale, de rayon extérieur $R_{Nb}$, et d'une barrière de niobium, de rayon extérieur $R_2$, comme montré sur la Fig. (7). Nous avons ensuite calculé la constante de temps associée à un brin contenant une zone filamentaire, de même rayon extérieur $R_0$, entourée d'une couronne de bronze, de rayon extérieur $R_1$, et d'une couronne métallique homogène et isotrope de rayon extérieur $R_2$ et de résistivité équivalente $\rho_{eq}$, comme montré sur la Fig. (8). Nous avons enfin effectué une optimisation à l'aide du logiciel Excel® afin de déterminer la valeur de $\rho_{eq}$ en minimisant l'écart type entre les deux constantes de temps calculées. La valeur de $\rho_{eq}$ déterminée à l'aide de cette optimisation correspond à la résistivité équivalente pour ces deux barrières. La solution trouvée est : $\rho_{eq}$= 1.22 E-10 Ωm. Cette valeur est à rapprocher de la valeur de $\rho_2$ déterminée à l'Eq. (18) et égale à : $\rho_2$= 1.37 E-10 Ωm.

### 4.6.3 Couronne de cuivre

La résistivité de la couronne de cuivre est déterminée en utilisant un programme Fortran écrit par A. Devred et utilisant [15]. En fixant les paramètres d'entrée du programme à : *RRR*=130, *B*= 1.5 T et *T*= 4.2 K, nous obtenons : $\rho_{Cu}$=1.6 E-10 Ωm. Il est à noter que la valeur de RRR choisie correspond à la valeur moyenne mesurée sur ce type de brin (brin fabriqué par la compagnie IGC) [16].

#### 4.6.4 Zone multifilamentaire

La détermination de la résistivité $\rho_0$ de la zone multifilamentaire se fait en utilisant la formule donnée par [17]

$$\rho_0 = \rho_{\mathrm{m}} \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \tag{19}$$

où $\rho_{\mathrm{m}}$ est la résistivité de la matrice (ici le bronze) et $\lambda$ la proportion de supraconducteur dans la zone filamentaire. La proportion de supraconducteur, $\lambda$, se calcule en faisant le rapport de la surface occupée par les 19 sous-éléments, de rayon : $R_{\mathrm{SS}}$= 50 µm (± 10 µm), sur la surface de la zone multifilamentaire, i.e.

$$\lambda = \frac{19\pi R_{\mathrm{ss}}^2}{\pi R_0^2} \tag{20}$$

Tout calcul fait, il vient $\lambda$= 0.81 et $\rho_0$= 9 E-9 Ωm.

### 4.7 Application numérique

Le haut de la Table 1 présente un récapitulatif des constantes de temps déterminées dans chaque zone ainsi que la constante totale déterminée en faisant la somme des différentes constantes de temps. Il est à noter que les constantes de temps les plus élevées sont obtenues pour la couronne de bronze et celle de cuivre. Ces deux couronnes sont donc le siège des pertes les plus importantes.

La constante de temps totale a été estimée à 0.55 ms. Les mesures effectuées par [4], donnaient une valeur de $\theta\lceil$égale à 0.3 ms. Le modèle nous permet donc d'obtenir une assez bonne approximation de la constante de temps du brin.

### 4.8 Influence de certains paramètres de "design"

Calculons la constante de temps totale en prenant pour valeurs de $R_0$ et $R_1$, les valeurs extrêmes déterminées, à savoir $R_0$= 240.5 µm et $R_1$= 244 µm puis $R_0$= 241.5 µm et $R_1$= 242 µm. Tout calcul fait, il vient $\theta$ = 0.41 ms dans le premier cas et $\theta$ = 0.9 ms dans le second cas. Nous voyons donc ici l'importance de la couronne de bronze (une augmentation d'un facteur 7 de l'épaisseur entrainant une augmentation d'un facteur 2 de la constante de temps).

La valeur du RRR du cuivre peut varier d'un échantillon de brin à un autre. En prenant des valeurs de RRR extrêmes, i.e. : RRR= 30 ou RRR= 300, la résistivité du cuivre varie (à 4.2 K et 1.5 T) de 5.5 E-10 Ωm à 1 E-10 Ωm. Cette variation entraine une variation de la constante de temps totale de 0.34 ms à 0.65 ms. La valeur du RRR du cuivre influe donc dans la valeur de la constante de temps totale (une augmentation d'un ordre de grandeur du RRR entrainant une augmentation d'un facteur 2 de la constante de temps).

Nous voyons donc que l'indétermination sur les paramètres de "design" peut expliquer la différence entre valeur calculée et valeur mesurée.

## 4.9 Discussion de l'approximation "monofilamentaire"

Dans ce calcul, nous avons assimilé chaque sous-élément à un monofilament. Afin de vérifier la faible importance des pertes ayant lieu au niveau des sous-éléments dans la valeur finale des pertes, nous avons calculé les pertes associées à un sous-élément seul dans l'espace.

Un sous-élément, utilisé dans la fabrication des brins de type ITER décrit précédemment, peut être représenté par un cœur résistif de rayon $R_b$ et de résistivité $\rho_b$ et d'une partie multifilamentaire de rayon $R_{ss}$ et de résistivité $\rho_{ss}$. Les pertes par unité de volume de brin d'un sous-élément, $P_{Vs}$, s'écrivent alors [8]

$$P_{Vs} = \frac{1}{R_3^2}\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \left\{ \frac{1}{\rho_{ss}} \left[ \left(\frac{l_p}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{R_{ss}^2 - R_b^2}{2}\right) + \left(\frac{R_{ss}^4 - R_b^4}{4}\right) \right] + \frac{R_b^2}{\rho_b} \left[ \left(\frac{l_p}{2\pi}\right)^2 + \frac{R_b^2}{4} \right] \right\}$$

(21)

La détermination des rayons s'effectue à l'aide de la micrographie [10]. Nous avons : $R_{\mathrm{b}}$= 25 µm (± 10 µm) et $R_{\mathrm{SS}}$= 50 µm (± 10 µm). Le cœur est constitué de bronze de résistivité : $\rho_{\mathrm{bronze}}= \rho_{\mathrm{b}}$= 9 E-8 Ωm [12] (bronze à 7 % wt Sn). La résistivité de la partie multifilamentaire se calcule à l'aide de l'Eq. (18). Selon [18], un sous-élément est constitué de 162 filaments d'environ 2.1 µm de rayon. La proportion de supraconducteur, $\lambda$, se calcule en faisant le rapport de la surface occupée par 162 filaments, de rayon 2.1 µm, sur la surface de la zone multifilamentaire, i.e.

$$\lambda = \frac{162\pi R_{\mathrm{f}}^2}{\pi(R_{\mathrm{ss}}^2 - R_{\mathrm{b}}^2)} \tag{22}$$

Tout calcul fait, il vient : $\lambda$= 0.381 et $\rho_{\mathrm{SS}}$= 4.03 E-8 Ωm.

Un brin est constitué de 19 sous-éléments. En négligeant l'interaction d'un sous-élément avec ses voisins, nous pouvons estimer, à l'aide des Eqs. (12) et (19), la constante de temps liée à ces sous-éléments. Cette constante de temps est égale à 19 fois la constante de temps d'un sous-élément. Tout calcul fait [8], il vient

$$\theta_s = \frac{1}{R_3^2}\frac{19\mu_0}{2}\left\{\frac{1}{\rho_{\mathrm{ss}}}\left[\left(\frac{l_{\mathrm{p}}}{2\pi}\right)^2\left(\frac{R_{\mathrm{ss}}^2 - R_{\mathrm{b}}^2}{2}\right) + \left(\frac{R_{\mathrm{ss}}^4 - R_{\mathrm{b}}^4}{4}\right)\right] + \frac{R_{\mathrm{b}}^2}{\rho_{\mathrm{b}}}\left[\left(\frac{l_{\mathrm{p}}}{2\pi}\right)^2 + \frac{R_{\mathrm{b}}^2}{4}\right]\right\} \tag{23}$$

soit : $\theta_{\mathrm{S}}$= 3.8 E-6 s. Le bas de la Table 1 donne un récapitulatif des valeurs de rayons et de résistivités considérés. Cette constante de temps est très inférieure à la constante de temps du brin calculée précédemment. L'approximation visant à considérer les sous-éléments comme des monofilaments semble être justifiée.

# 5 Pertes par courants de couplage interbrin

## 5.1 Description du câble

Comme nous l'avons vu à la section 2.3, les pertes dues aux courants de couplage interbrin peuvent être séparées suivant la nature de la résistance (de croisement ou adjacente) que traverse le courant. La nature de ces résistances a été décrite dans un précédent rapport [19]. Nous étudions ici les deux contributions séparément. Le câble étudié dans ce calcul est un câble de type Rutherford, à deux couches de brins torsadés entre eux, comme représenté Fig. (9). Nous désignons par $N$ le nombre de brins, $L$ le pas de twist , $h$ la hauteur et $(2c)$ la largeur .

Nous disposons de deux échantillons de câble fabriqués par le LBL à partir des brins IGC : un câble avec un feuillard d'inox, d'épaisseur 12.5 µm, entre les deux couches de brins et un câble sans feuillard.

## 5.2 Pertes dans le cas où la résistance adjacente, $R_a$, est infinie

### 5.2.1 Expression des pertes

Dans ce cas, les courants de couplage créés passent d'un brin à un autre en traversant les résistances de croisement, $R_c$. Nous supposerons les résistances de croisement uniformes. Si le câble est soumis à un champ magnétique, $B(t)$, variable dans le temps mais uniforme dans l'espace et s'appliquant perpendiculairement à la grande face du câble, les pertes par unité de volume de câble, $P_{Vc}$, peuvent s'écrire [20]

$$P_{\mathrm{Vc}} = \frac{N^2(2c)L}{120 R_c h}\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \tag{24}$$

### 5.2.2 Expression de la constante de temps

Selon [21], les pertes par unité de volume, $P_V$, dans un câble de type Rutherford peuvent s'écrire

$$P_V = \frac{n\theta}{\mu_0}\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \tag{25}$$

où $n$ est le facteur de forme du câble (comme le montre l'Eq. (12), n= 2 pour une géométrie circulaire). Pour un câble de Rutherford soumis à un champ magnétique perpendiculaire à sa grande face, $n$ peut être estimé à l'aide de [22]

$$n = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\tan 2\beta} \tag{26}$$

où $\beta$ est défini comme le rapport de la hauteur du câble sur sa largeur, soit

$$\beta = \frac{h}{2c} \tag{27}$$

En combinant les Eqs. (24) et (25), nous pouvons déterminer une constante de temps, $\theta_C$, associée aux pertes $P_{Vc}$

$$\theta_c = \frac{\mu_0 N^2 L(2c)}{n 120 R_c h} \tag{28}$$

A. Verweij a établi une expression similaire pour la constante de temps, en développant un modèle numérique [23]. Cette constante de temps, $\theta_V$, s'écrit :

$$\theta_V = C \frac{L(N^2 - 4N)}{R_c} \tag{29}$$

où $C$ est un facteur numérique variant entre 1.6 E-8 $\Omega m^{-1}$ et 1.7 E-8 $\Omega m^{-1}$. En faisant le rapport, •, des deux expressions des constantes de temps, nous trouvons

$$\Delta = \frac{\theta_c}{\theta_V} = \frac{\mu_0 N^2 (2c)}{n 120 C h (N^2 - 4N)} \tag{30}$$

Dans le cas du câble ITER/IGC sans feuillard d'inox [19], les caractéristiques sont : $N$= 32, ($2c$)= 12.39 mm, $L$= 83 mm et $h$= 1.44 mm. Tout calcul fait (avec $C$= 1.7 E-8 $\Omega m^{-1}$), il vient : $n$= 6.63 et •= 0.97. Nous constatons donc un très bon accord (3% d'écart) entre notre modèle et celui d'A. Verweij.

### 5.2.3 Application numérique

A partir de mesures de résistances interbrin effectuées sur un échantillon de câble ITER/IGC sans feuillard d'inox de longueur $L$, et en utilisant un modèle simple pour interpréter ces mesures (appelé premier modèle de Kovachev), nous avons déterminé une valeur moyenne de résistance de croisement : $R_c$= 5 µΩ et une valeur de résistance adjacente : $R_a$= 30 µΩ (lorsque le câble est soumis à une pression de 100 MPa) [19]. La valeur de la résistance adjacente étant supérieur à celle de la résistance de croisement, nous faisons l'hypothèse que cet échantillon de câble a un comportement proche de la situation $R_a$ infinie. A partir de la valeur de la résistance de croisement et en utilisant l'Eq. (28), nous trouvons : $\theta_c$= 231 ms.

Cependant, en utilisant un modèle plus évolué pour interpréter les mesures de résistances interbrin [24], la valeur de la résistance de croisement est estimée être dans l'intervalle [5 µΩ, 50 µΩ]. Dans ce cas, la valeur de la constante de temps varie dans l'intervalle [25 ms, 230 ms]. Un effort concernant une meilleure interprétation des mesure de résistances interbrin est actuellement en cours.

## 5.3 Pertes dans le cas où la résistance de croisement, $R_c$, est infinie

### 5.3.1 Expression des pertes

Dans ce cas, les pertes sont dues au passage des courants de couplage à travers les résistances adjacentes, $R_a$. En utilisant des modèles simples, il est possible de calculer les pertes dues à ces courants. Dans le cas où les résistances adjacentes sont supposées uniformes, les pertes par unité de volume, $P_{Va}$, peuvent s'écrire [25]

$$P_{\mathrm{Va}} = \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \frac{4cL}{12 R_{\mathrm{a}} h} \tag{31}$$

### 5.3.2 Expression de la constante de temps

En utilisant les Eqs. (25) et (31), la constante de temps, $\theta_a$, associées aux pertes, $P_{Va}$, s'écrit

$$\theta_{\mathrm{a}} = \frac{4\mu_0 cL}{12nR_{\mathrm{a}}h} \tag{32}$$

### 5.3.3 Application numérique

Appliquons cette dernière équation au cas du câble ITER/IGC avec feuillard d'inox dont la valeur de $R_{\mathrm{a}}$ est estimée, à l'aide du premier modèle de Kovachev, à 95 μΩ pour une valeur de résistance de croisement égale à 310 μΩ (lorsque le câble est soumis à une pression de 100 MPa) [26] . La valeur de la résistance de croisement étant supérieur à celle de la résistance adjacente, nous faisons l'hypothèse que cet échantillon de câble a un comportement proche de la situation $R_{\mathrm{c}}$ infinie. Tout calcul fait, il vient : $\theta_{\mathrm{a}}$=0.25 ms. Cette constante de temps est très inférieure à celle obtenue, plus haut, pour $\theta_{\mathrm{c}}$ dans le cas du câble ITER/IGC sans feuillard d'inox.

Si nous définissons $\delta$ comme le rapport entre les deux constantes de temps, nous avons

$$\delta = \frac{\theta_{\mathrm{c}}}{\theta_{\mathrm{a}}} = \frac{N^2}{20}\frac{R_{\mathrm{a}}}{R_{\mathrm{c}}} \tag{33}$$

Il apparait donc qu'à valeurs de résistances égales, la constante de temps et les pertes, dues aux résistances de croisement sont largement supérieures à celles dues aux résistances adjacentes. Si nous appliquons l'Eq. (33) à la valeur de $R_{\mathrm{c}}$ déterminée à l'aide du premier modèle de Kovachev sur le câble sans feuillard d'inox ($R_{\mathrm{c}}$= 5 μΩ) et à la valeur de $R_{\mathrm{a}}$ déterminée sur le câble avec feuillard d'inox ($R_{\mathrm{a}}$= 95 μΩ), nous trouvons : $\delta$• 1000.

## 5.4 Comparaison avec les mesures de pertes

Il est possible de déterminer les valeurs des constantes de temps des câbles à partir des mesures de pertes [27]. Pour ce faire, on soumet les échantillons de câble à une induction sinusoidale, dont on fait varier la fréquence. De telles mesures ont été effectuées sur les deux échantillons de câbles cités précédemment : le câble sans feuillard d'inox et le câble avec feuillard d'inox. Ces deux câbles avaient d'abord été utilisés pour des mesures de résistances interbrin.

Après analyse des résultats de mesure de résistances interbrin, le câble sans feuillard d'inox apparait possèder une valeur de résistance adjacente très supérieure à la valeur de la résistance de croisement ($R_c$= 5 μΩ, $R_a$= 30 μΩ). C'est le cas inverse pour la câble avec feuillard d'inox ($R_a$= 94 μΩ, $R_c$= 312 μΩ). Nous pouvons donc faire l'hypothèse que le câble sans feuillard d'inox a un comportement proche de la situation $R_a$ infinie, et que le câble avec feuillard d'inox se rapproche de la situation $R_c$ infinie.

D'après les mesures de pertes, la constante de temps du câble sans feuillard d'inox est estimée à 114 ms, valeur qui se situe bien dans l'intervalle de $\theta_c$ que nous avons donné dans la section 5.2.3.

Les mesures de pertes effectuées sur le câble avec feuillard d'inox ne nous ont pas permis de déterminer la constante de temps du câble, celle-ci étant beaucoup trop petite. En effet, une constante de temps de l'ordre de 0.25 ms correspond à une fréquence de l'ordre de 600 Hz, alors que notre dispositif expérimental est limité à des fréquences de l'ordre de 5 Hz. Nous pouvons cependant retenir que les mesures effectuées sur le câble avec feuillard d'inox font apparaitre une réduction importante (de plusieurs ordres de grandeur) des pertes, ce qui est consistant avec la réduction attendue de la constante de temps.

## REFERENCES


1. C.P. Bean, "Magnetization of High-Field Superconductors," Reviews of Modern Physics, Vol 36 (Part I), pp. 31-39 (1964).

2. A. Verweij, "Electrodynamics of superconducting cables in accelerator magnet," Thèse de l'Université de Twente, p.64 (1995).

3. R. Otmani, "Calcul théorique de la magnétisation d'un brin multifilamentaire," Note DSM/DAPNIA/STCM/98/004 (1998).

4. L.T. Summers *et al*, " A Model for the prediction of $Nb_3Sn$ critical current as a function of field, temperature, strain and radiation damage," *IEEE Trans. Magn.,* Volume 27, No. 2, pp. 2041-2044 (1991).

5. R. Otmani, " Mesures de courant critique sur des brins multifilamentaires supraconducteurs à base de niobium étain," Note CRYOMAG/96/005 (1996).

6. T.Shild, H. Artiguelongue, H. Cloez, "Mesure des pertes sur des brins VAC ITER, GEC ITER, GEC CEA,VAC CEA," note interne DRFC/STID (Janvier 1997).

7. A. Devred, Subroutine "EFF_DIAM" tirée de Magexec (06/06/97).

8. R. Otmani, "Calcul théorique des pertes par courants de couplage à l'intérieur d'un brin $Nb_3Sn$ de type "étain interne," Note DSM/DAPNIA/STCM/98/001 (1998).

9. M.N. Wilson," Superconducting Magnet," Oxford Science Publication, Oxford, p.180 (1983).

10. J.M. Rey, " Observation micrographique des conducteurs IGC avant réaction thermique," Note interne STCM/$Nb_3Sn$ 5C 2650 T--21--001 97 (1997).

11. C.E. Bruzek, Private communication (1998).

12. S.F. Cogan, R.M. Rose, "Properties of CuSn bronze at 4.2 K," Cryogenics pp. 313-315 (June 1980).

13. "Handbook of Chemistry and Physics," CRC Press, Boca Raton N.Y (1996).

14. "Materials at low temperatures," R. P. Reed and A. F. Clark, eds., American Society for Metals, Metals Park, Ohio (1983)

15. N.G. Simon, R.P. Reed, prelimineray draft of "Cryogenic properties of copper and copper alloy," National Bureau of standards, Boulder, Colorado,USA (1987).

16. Design Description Document, Appendix C., Annex II, "Conductor Database," ITER document (1996).

17. J.L. Duchateau, B. Turck, D. Cyazinski, "Coupling Current Losses in Composites and Cables," Note Interne DRFC/STIF PEM 97-06 (1997).

18. E. Gregory, E. Gulko, T. Pyon, L.F. Goodrich, "Properties of Internal-Tin Strand for the International Thermonuclear Experimental Reactor," Adv. in Cryo. Eng. Vol. 42, pp. 1319-1328 (1996).

19. R. Otmani, A. Devred, T. Schild, " Mesure de résistances interbrin sur un câble de type ITER/IGC," Note Interne STCM/$Nb_3Sn$ 5-2650N--2160 004 97 (1997).

20. A. Devred, T.Ogitsu, " Rampe Rate sensitivity of SSC Dipole Magnet Prototype," Frontiers of Accelerator Technology, S.I. Kurukowa, M. Month and S. Turner, eds., World Scientific Publishers, pp. 184-308 (1996).

21. V.E. Sytnikov, I.B. Peshkov, " Coupling losses for superconducting cables in pulsed fields,' Adv. in Cryo. Eng. Vol 40, pp. 537-542 (1994).

22. P. Tixador, D. Leroy, " Coupling losses in superconducting flat cables : Models and Measurements," Note Interne CERN-SPS 189 (1989).

23. A. Verweij, "Electrodynamics of superconducting cables in accelerator magnet," Thèse de l'Université de Twente, p.78 (1995).

24. C. Mangeant, " Modélisation d'un câble supraconducteur pour aimant d'accélerateur et calcul des résistances interbrin dans ce câble," rapport de stage de DEA (1997).

25. R. Otmani, A. Devred, T. Schild, "Calcul théorique des pertes par courants de couplage dans un câble de type Rutherford," Note DSM/DAPNIA/STCM/98/003 (1998).

26. R. Otmani, A. Devred, "Mesures de résistances sur un câble $Nb_3Sn$ de type ITER/IGC avec feuillard d'inox," Note interne STCM/$Nb_3Sn$ 5-2650N--2160-005 97 (1997).

27. R. Otmani, "Mesures de pertes sur un câble de Rutherford plat à deux couches de brins $Nb_3Sn$," CRYOMAG/97/003 (1997).

Table 1. Récapitulatif des différentes constantes de temps

| **Constantes de temps inter sous-éléments** | | | |
|---|---|---|---|
| **Zone** | **Rayon ($\mu$m)** | **Résistivité (n• m)** | **$\Theta$ ($\mu$s)** |
| Zone filamentaire | 241 | 9 | 40 |
| Barrière de bronze | 2403 | 90 | 250 |
| Barrière de tantale-niobium | 259 | 0.13 | 20 |
| Couronne de cuivre | 405 | 0.16 | 225 |
| | | **$\Theta_{tot}$** | **540** |

| **Constante de temps intra sous-éléments** | | | |
|---|---|---|---|
| **Zone** | **Rayon ($\mu$m)** | **Résistivité (n• m)** | **$\Theta$ ($\mu$s)** |
| cœur de bronze | 25 | 90 | 0.8 |
| Zone multifilamentaire | 50 | 40.3 | 2.6 |
| | | **$\Theta_{tot}$** | **3.4** |