
Transfert Radiatif

Edouard Audit

Service d'Astrophysique

CEA - Saclay

Le Transfert Radiatif

(presque) **Toute l'information nous arrivent sous forme de photons**

Le transfert est un outil de diagnostique et d'interprétation

→ Transfert fin, beaucoup de raies

Hydrodynamique Radiative : Effets dynamiques du rayonnement

→ On ne s'intéresse qu'au bilan énergétique global

Les deux aspects peuvent être couplés ...

Transfert Radiatif

L'équation du transfert :

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla\right) I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) = \sigma_a^\nu (B(\mathbf{x}, t, \nu) - I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu)) - \sigma_s^\nu I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) + \sigma_s^\nu \int_{4\pi} p^\nu(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}', \nu) d\mathbf{n}'$$

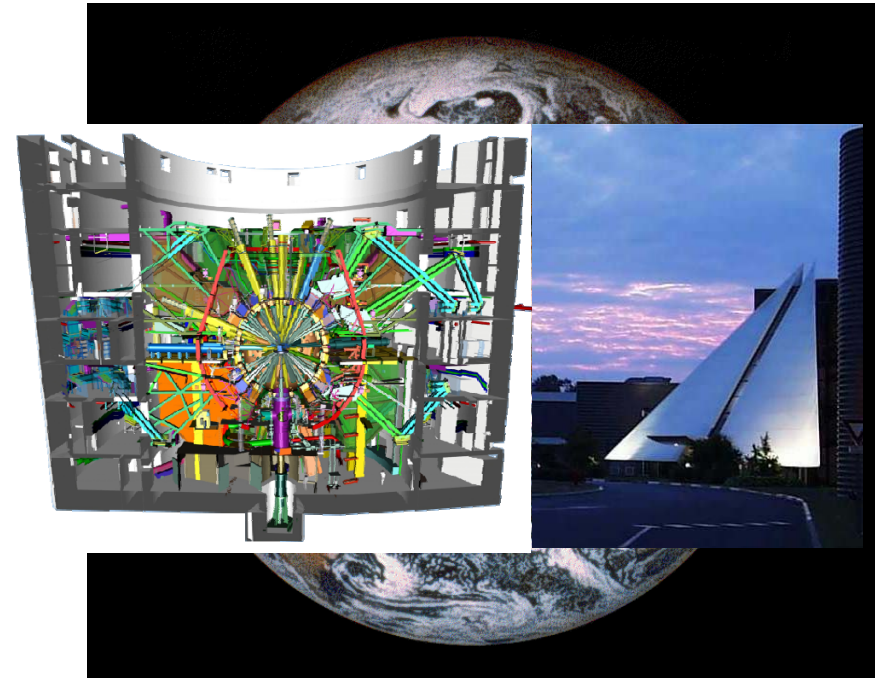
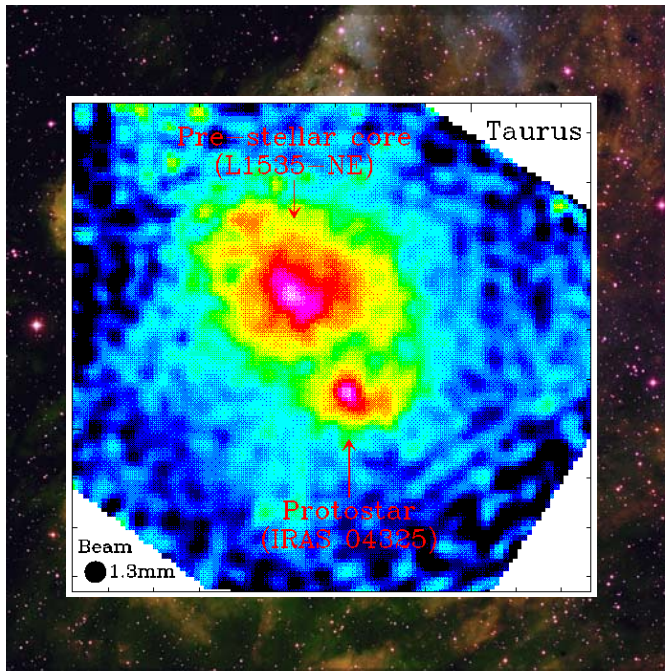
$$\eta_{\text{therm}}^\nu = \sigma_a^\nu B(\nu) \quad \text{et} \quad \eta_{\text{diff}}^\nu = \sigma_s^\nu \oint p^\nu(\Omega' \rightarrow \Omega) I(\Omega') d\Omega'$$

$$3 + (1) + 2 + 1 = 6$$

$$N^6 \gg 1, \forall N$$

Quelques ordres de grandeur

$$\frac{E_r}{e} = \frac{a_r T^4}{3/2 N k T} \simeq 36 \frac{T^3}{N}$$



$$N \sim 10^4 - 10^8 \text{ cm}^{-3}$$

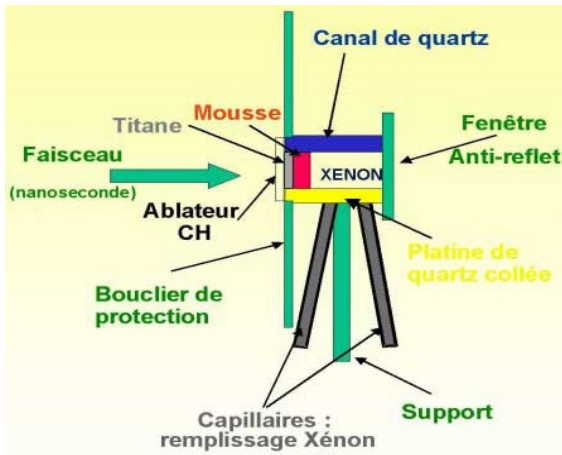
$$\longrightarrow T_{\text{eq}} \sim 6 - 150 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$N \sim 3 \cdot 10^{19}$$

$$\longrightarrow T_{\text{eq}} \sim 10^6 \text{ }^\circ\text{K} \sim 100 \text{ eV}$$

Quelques ordres de grandeur

$$\frac{F_r}{F} = \frac{1/4 a_r c T^4}{v e} \simeq 9 \frac{c T^3}{v N} = \frac{1}{4} \frac{c E_r}{v e}$$



$$T_{\text{eq}} \sim 10 \text{ eV}$$

LULI, PALS, ...

Deux régimes asymptotiques

Régime de diffusion :

- $\lambda \ll L$
- Matière et rayonnement proche de l'équilibre
- Equation de diffusion (parabolique)

Régime de transport :

- $\lambda \gg L$
- Matière et rayonnement peu couplé
- Régime de transport hyperbolique

Comment résoudre l'équation du transfert ? ...

➤ **Intégration directe :**

- ✓ très coûteux
- ✓ géométrie contrainte
- ✓ problèmes de discrétisation

➤ **Méthodes Monte-carlo**

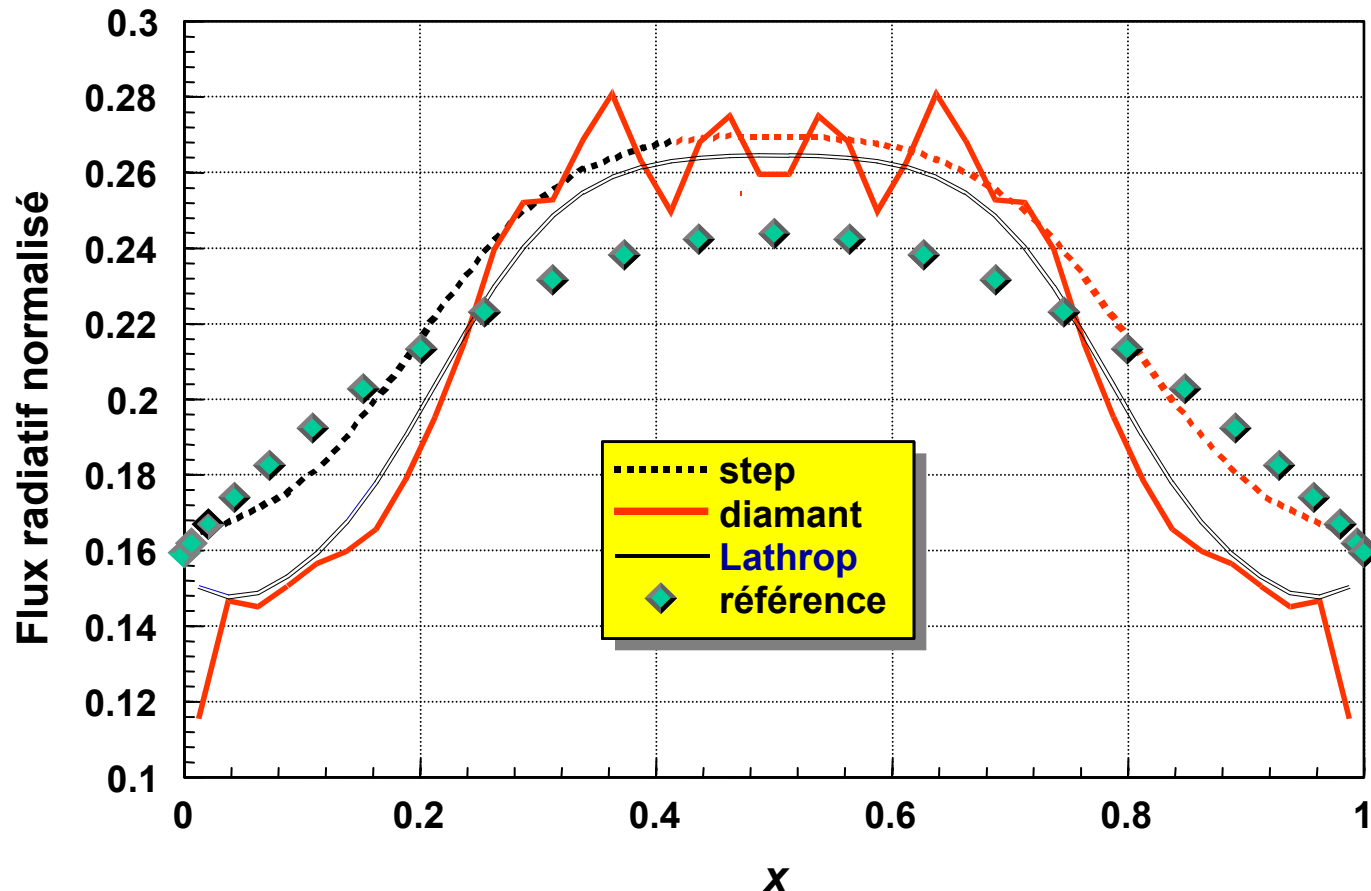
- ✓ Coûteux dans les régions optiquement épaisses
- ✓ Bruit de photon
- ✓ Pas de couplage naturel avec l'hydrodynamique

➤ **Modèles aux Moments**

- ✓ Modèle physique approximatif
- ✓ géométrie contrainte

Discrétisation de l'espace et de la sphère

La discrétisation conjointe du volume de calcul et des directions en chaque point de ce volume est une affaire très délicate....

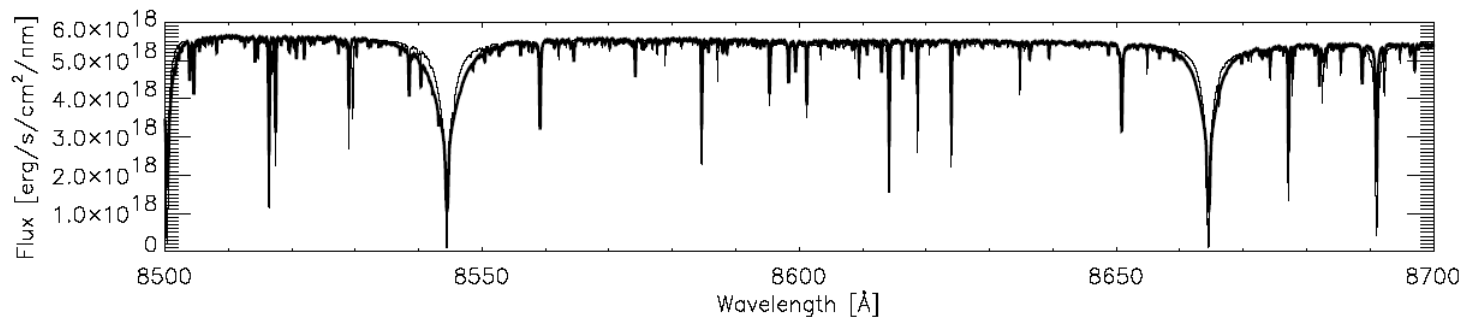
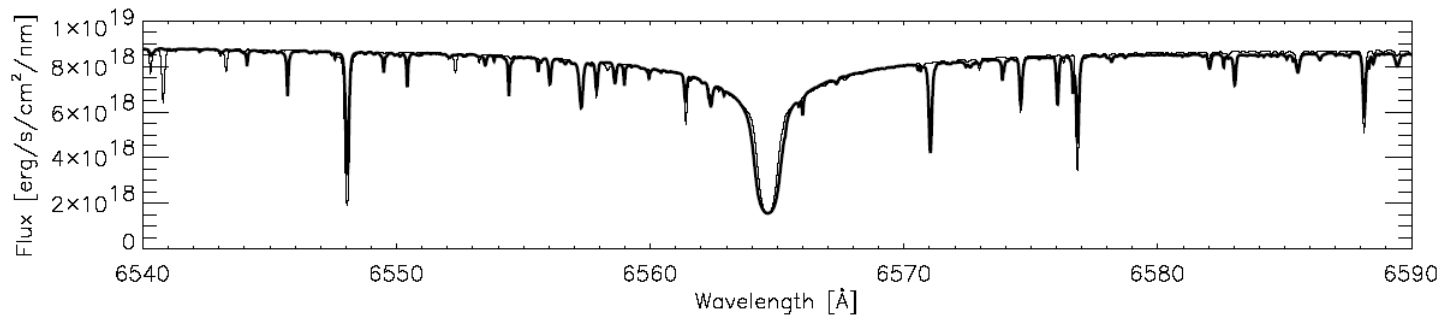
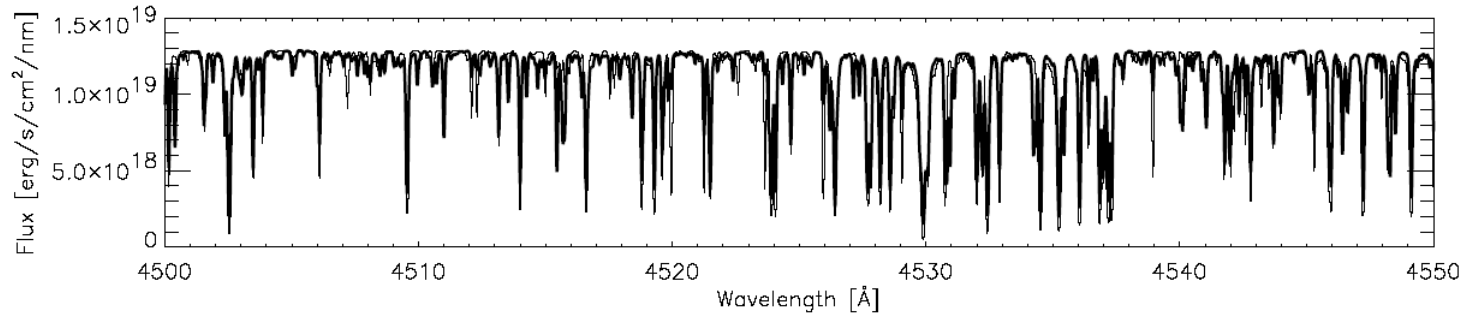


Le code Phoenix

- Résolution «exacte» de l'équation du transfert pour une atmosphère statique
- Equation d'états avec 40 éléments (jusqu'à 26 degrés d'ionisation) et 206 molécules
- Itération pour trouver la population des niveaux
- 42 millions de raies atomiques et ioniques
- 700 millions de raies moléculaires
- Entre 10^4 et 10^6 fréquences, 50 niveaux de stratifications

6 jours de calculs

Le spectre du Soleil



Comment résoudre l'équation du transfert ? ...

➤ **Intégration directe :**

- ✓ très coûteux
- ✓ géométrie contrainte
- ✓ problèmes de discrétisation

➤ **Méthodes Monte-carlo**

- ✓ Coûteux dans les régions optiquement épaisses
- ✓ Bruit de photon
- ✓ Pas de couplage naturel avec l'hydrodynamique

➤ **Modèles aux Moments**

- ✓ Modèle physique approximatif
- ✓ géométrie contrainte

Comment résoudre l'équation du transfert ? ...

➤ **Intégration directe :**

- ✓ très coûteux
- ✓ géométrie contrainte
- ✓ problèmes de discrétisation

➤ **Méthodes Monte-carlo**

- ✓ Coûteux dans les régions optiquement épaisses
- ✓ Bruit de photon
- ✓ Pas de couplage naturel avec l'hydrodynamique

➤ **Modèles aux Moments**

- ✓ Modèle physique approximatif
- ✓ géométrie contrainte

L'équation du transfert :

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla\right) I(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}, \nu) = \eta(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}, \nu) - \chi(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}, \nu) I(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}, \nu)$$

- Trop gourmand en temps et en mémoire
- Trop précis !!

Modèle aux moments

$$\begin{aligned} E_r(\mathbf{x}, t, \nu) &= \frac{1}{c} \int I(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}, \nu) \, d\omega && \text{Energie radiative} \\ F_r(\mathbf{x}, t, \nu) &= \frac{1}{c} \int I(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}, \nu) \mathbf{n} \, d\omega && \text{Flux radiatif} \\ P_r(\mathbf{x}, t, \nu) &= \frac{1}{c} \int I(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}, \nu) \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \, d\omega && \text{Pression Radiative} \end{aligned}$$

Les Modèles aux Moments

$$\partial_t E_r + \nabla \cdot F_r = \sigma c (a_r T^4 - E_r)$$

$$\partial_t F_r + c^2 \nabla \cdot \mathbf{P}_r = -\sigma c F_r$$

Il faut ensuite une relation de fermeture pour clore le système :

$$\mathbf{P}_r = \mathbf{f}(E_r, F_r)$$

Et les fréquences...

- Modèle spectrale
- Modèle multi-groupes
- Modèle gris

$$\sigma_P = \frac{\int_0^\infty \sigma_a^\nu B(\nu, T) d\nu}{\int_0^\infty B(\nu, T) d\nu}$$

$$\sigma_R = \frac{\int_0^\infty \frac{\partial B(\nu, T)}{\partial T} d\nu}{\int_0^\infty \frac{1}{\sigma_{tot}^\nu} \frac{\partial B(\nu, T)}{\partial T} d\nu}$$

Modèle de diffusion

$$\partial_t F_r \simeq 0 \quad \longrightarrow \quad F_r = -\frac{c}{\sigma} \nabla \cdot P_r$$

On suppose un tenseur des pressions isotrope

$$\longrightarrow \quad P_r = \frac{1}{3} E_r$$

$$\partial_t E_r - \frac{c}{3} \nabla \cdot \left(\frac{1}{\sigma} \nabla E_r \right) = \sigma c (a_r T^4 - E_r)$$

$$\sigma_R = \frac{\int_0^\infty \frac{\partial B(\nu, T)}{\partial T} d\nu}{\int_0^\infty \frac{1}{\sigma_{tot}^\nu} \frac{\partial B(\nu, T)}{\partial T} d\nu}$$

Le Modèle M1

Planckienne :

$$B(\nu, T) = \frac{h\nu^3}{c^2} \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^{-1}$$

Fonction de distribution de M1 :

$$B(\nu, \Omega, T) = \frac{h\nu^3}{c^2} \left(e^{\frac{h\nu}{kT} \left(1 - \frac{2 - \sqrt{4 - 3f^2}}{f^2} \vec{f} \cdot \vec{\Omega} \right)} - 1 \right)^{-1}$$

- Minimisation de l'entropie du rayonnement
- Transformée de Lorentz d'une Planckienne

Le modèle M1

La relation de fermeture pour le modèle M1 est:

$$\mathbf{P}_r = \mathbf{D}E_r$$

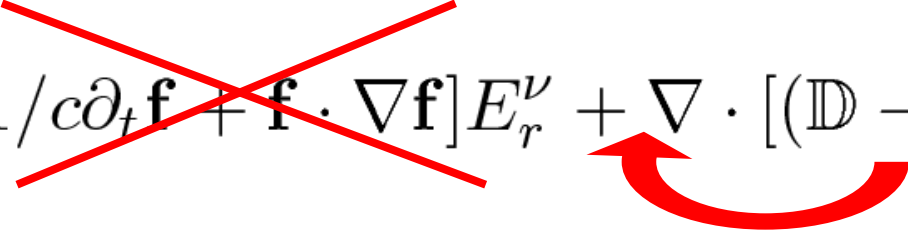
$$\mathbf{D} = \frac{1-\chi}{2}\mathbf{I} + \frac{3\chi-1}{2}\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$$

$$\chi = \frac{3+4f^2}{5+2\sqrt{4-3f^3}} \quad \text{avec} \quad f = \frac{F_r}{cE_r}$$

- assez peu coûteux
- permet de rendre compte des anisotropies du rayonnement
- Exacte dans les limites diffusives et d'écoulement libre
- Permet de traiter la diffusion (anisotrope)
- Permet de faire des moyennes «propres» sur les opacités

Lien entre diffusion et modèle à deux moments

$$\begin{aligned}\partial_t E_r^\nu + c \nabla \cdot \mathbf{f} E_r^\nu &= \sigma_a^\nu (4\pi B(\nu) - c E_r^\nu) \\ \partial_t \mathbf{f} E_r^\nu + c \nabla \cdot \mathbb{D} E_r^\nu &= -\sigma_{tot}^\nu \mathbf{f} c E_r^\nu\end{aligned}$$


$$[\cancel{1/c \partial_t \mathbf{f} + \mathbf{f} \cdot \nabla \mathbf{f}}] E_r^\nu + \nabla \cdot [(\mathbb{D} - \mathbf{f} \otimes \mathbf{f}) E_r^\nu] = -\omega \sigma_{tot}^\nu \mathbf{f} E_r^\nu$$

avec
$$\omega = \frac{\sigma_a^\nu 4\pi B(\nu) + (1 - g^\nu) \sigma_s^\nu c E_r^\nu}{c \sigma_{tot}^\nu E_r^\nu}$$

$$(\mathbb{D} - \mathbf{f} \otimes \mathbf{f}) \mathbf{R} = \mathbf{f} \quad \text{où } \mathbf{R} = -(1/\omega \sigma_{tot}^\nu) (\nabla E_r^\nu / E_r^\nu)$$

$$\mathbf{f} = \lambda(R) \mathbf{R} \quad R = \|\mathbf{R}\| = \frac{f}{\chi(f) - f^2}$$

Lien entre diffusion et modèle à deux moments

$$\mathbf{f} = \lambda(R)\mathbf{R} \quad R = \|\mathbf{R}\| = \frac{f}{\chi(f) - f^2}$$

$$\lambda(R) = \chi(f) - f^2$$
$$\chi(f) = \lambda(R) + \lambda(R)^2 R^2$$

$$\mathbf{F}_r^\nu = -\frac{c}{\omega\sigma_{tot}^\nu} \lambda(R) \nabla E_r^\nu$$

L'hydrodynamique Radiative

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot [\rho u] = 0$$

$$\partial_t \rho u + \nabla \cdot [\rho u \otimes u + P \mathbf{I}] = \frac{\sigma}{c} F_r + F$$

$$\partial_t E + \nabla \cdot [u(E + P)] = -\sigma c (a_r T^4 - E_r) + \left(\frac{\sigma}{c} F_r + F \right) \cdot u$$

$$\partial_t E_r + \nabla \cdot [E_r u] + \nabla \cdot F_r + \mathbf{P}_r : \nabla u = \sigma c (a_r T^4 - E_r)$$

$$\partial_t F_r + \nabla \cdot [F_r u] + c^2 \nabla \cdot \mathbf{P}_r + (F_r \cdot \nabla) u = -\sigma c F_r$$

Choc Radiatif

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$$

$$\rho_1 u_1^2 + P_1 + P_{r1} = \rho_2 u_2^2 + P_2 + P_{r2}$$

$$u_1(E_1 + P_1) + F_{r1} + u_1(E_{r1} + P_{r1}) = u_2(E_2 + P_2) + F_{r2} + u_2(E_{r2} + P_{r2})$$

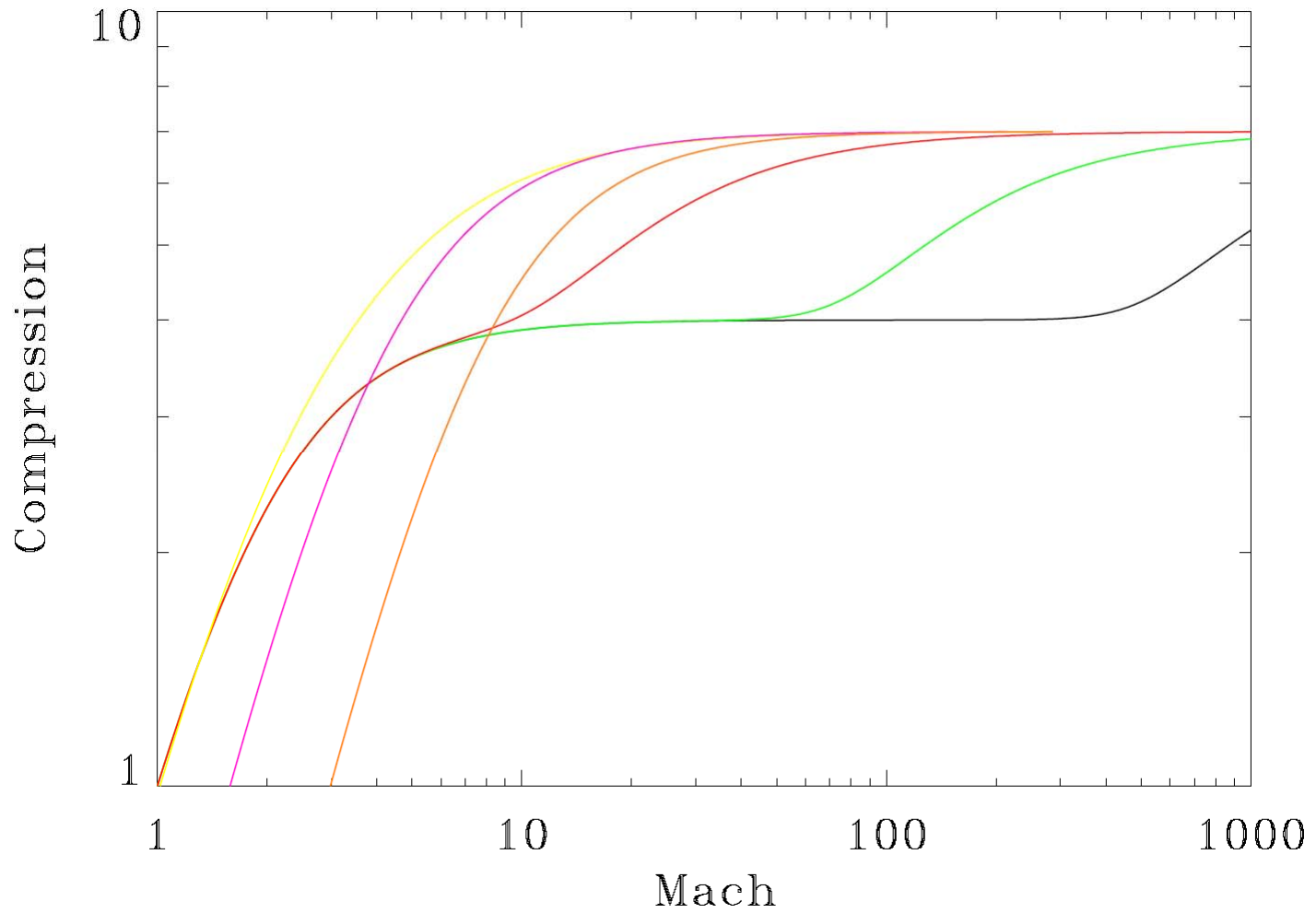
$$E_{ri} = a_r T_i^4 \quad F_{ri} = 0 \quad P_{ri} = E_{ri}/3$$



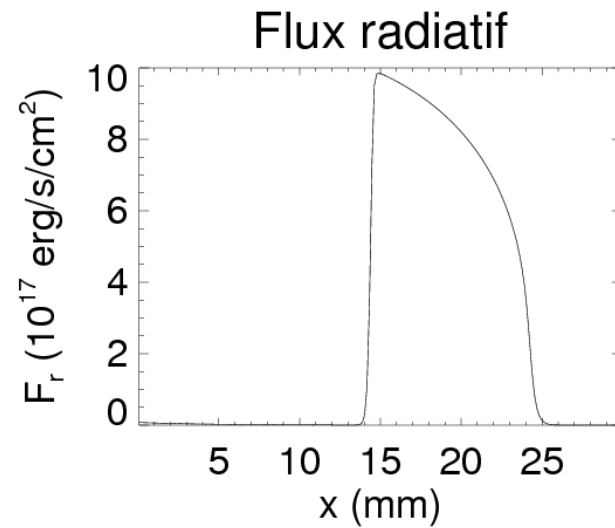
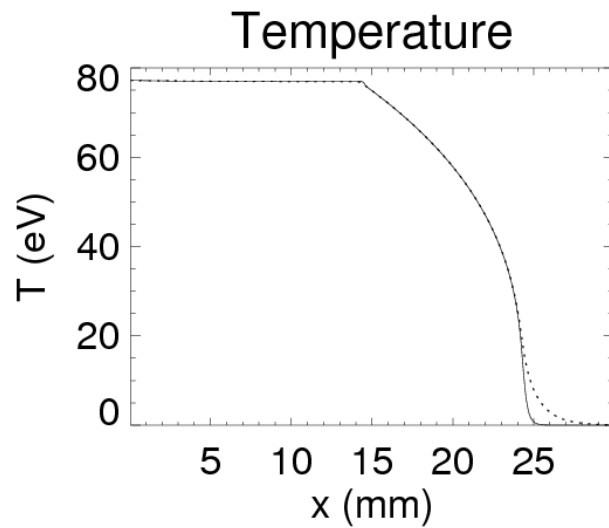
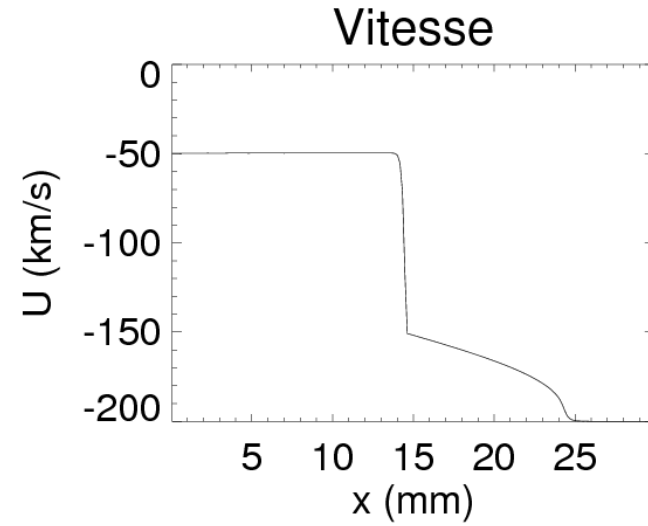
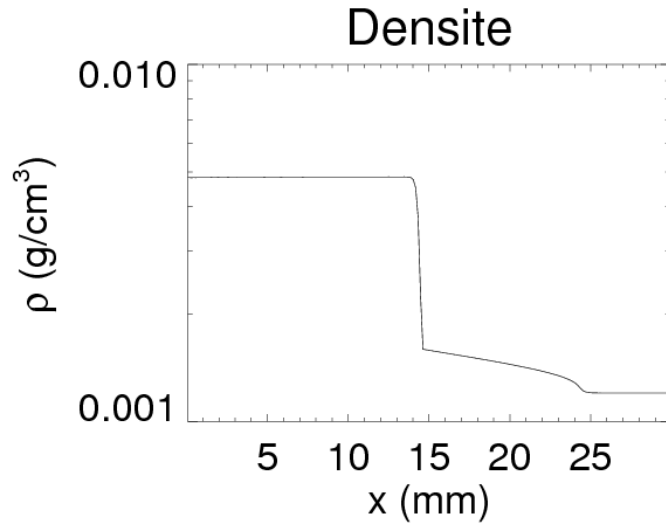
$$\gamma M_1^2 (r - 1)/r = (\bar{\Pi} - 1) + \alpha_1 [(\Pi/r) - 1]$$

$$1/2 \gamma M_1^2 (r^2 - 1)/r^2 = [\gamma/(\gamma - 1)] [(\Pi/r) - 1] + 4\alpha_1 [(\Pi^4/r^5) - 1]$$

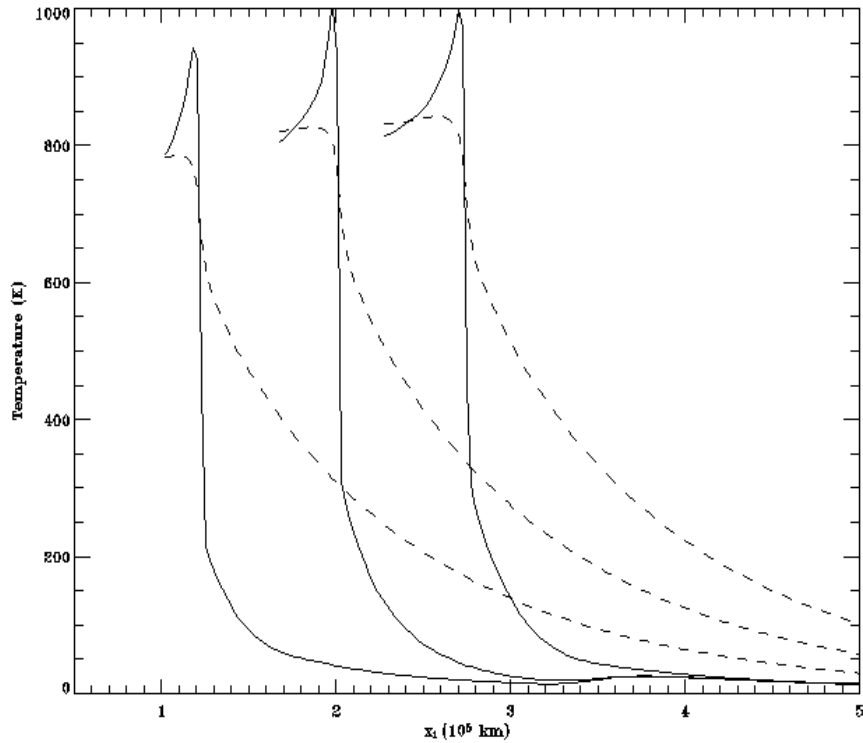
Compression d'un choc radiatif



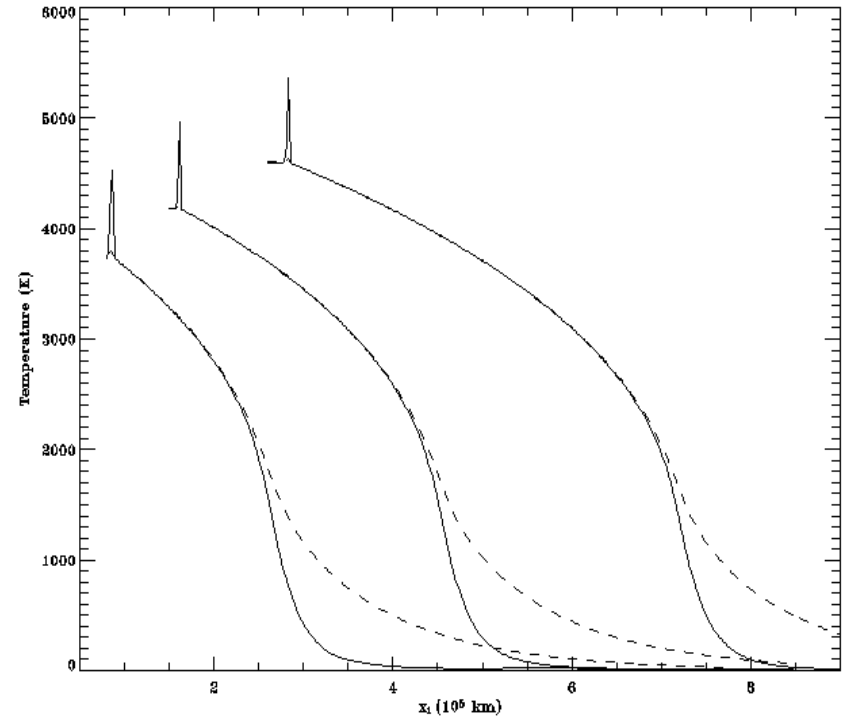
Choc Radiatif



Chocs Radiatifs



Subcritical



Supercritical

Quand devient-on supercritique ?

Il faut que le flux radiatif émis au choc puisse chauffer suffisamment le gaz amont :

$$\sigma T^4 = \rho_0 u_s \epsilon(T_-, \rho_0)$$

$$\longrightarrow v_s \geq 510 \frac{(Z+1)^{3/5}}{A^{4/5}} \rho^{1/5}$$

Hydrogène à $10^{-10} \text{ g.cm}^{-3}$ \longrightarrow $\sim 8 \text{ km.s}^{-1}$

Xénon à $10^{-3} \text{ g.cm}^{-3}$ ($Z=10$) \longrightarrow $\sim 20 \text{ km.s}^{-1}$

Approche Numérique

Le rayonnement doit être implicite ($dt < dx/c$)

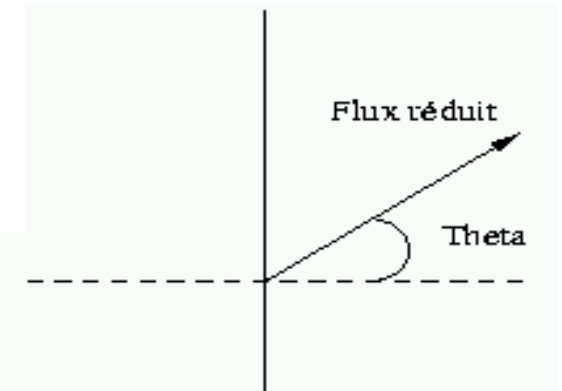
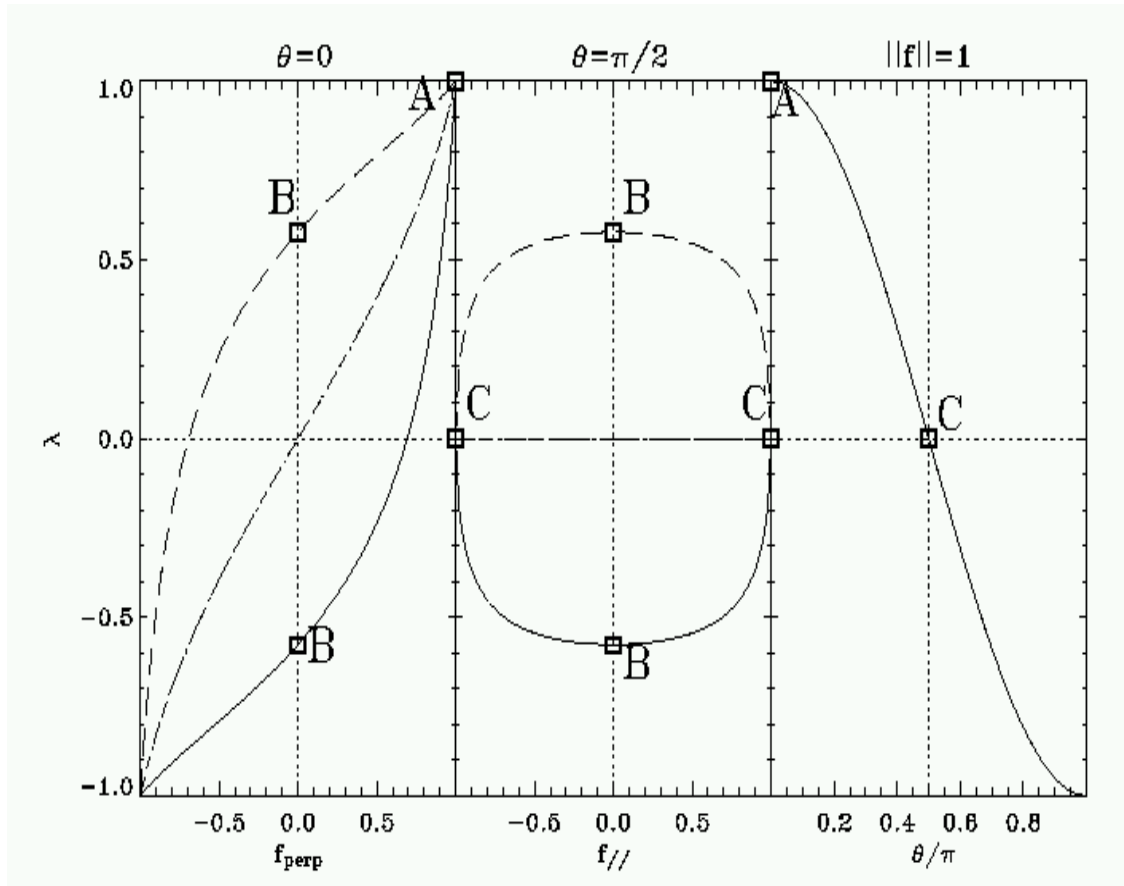
Splitting :

- hydrodynamique et advection **explicite**
(schéma de MUSCL – Hancock d'ordre 2)
- rayonnement et termes de couplages **implicites**

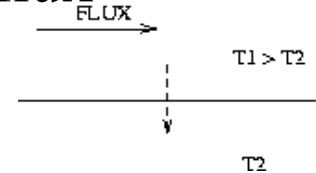
(le terme " $\kappa\rho F/c$ " dans l'hydrodynamique est **explicite**)

Le solveur Radiatif

Solveur HLLE à deux ondes



Transverse
flux



La limite diffusive

$$\epsilon = \frac{1}{\sigma l} = \frac{\lambda}{l}$$

$$\partial_t E_r + \partial_x F_r = \frac{(aT_m^4 - E_r)}{\epsilon^2}$$

$$\partial_t F_r + \frac{1}{\epsilon^2} \partial_x \chi E_r = -\frac{1}{\epsilon^2} F_r$$

➔ La diffusion numérique devient plus grande que la diffusion physique !!

$$\partial_t F_r + \partial_x \chi E_r = -\frac{1}{\epsilon^2} (F_r + (1 - \epsilon^2) \partial_x \chi E_r)$$

Résolution Numérique

Il faut résoudre un système implicite sur une grille 3D



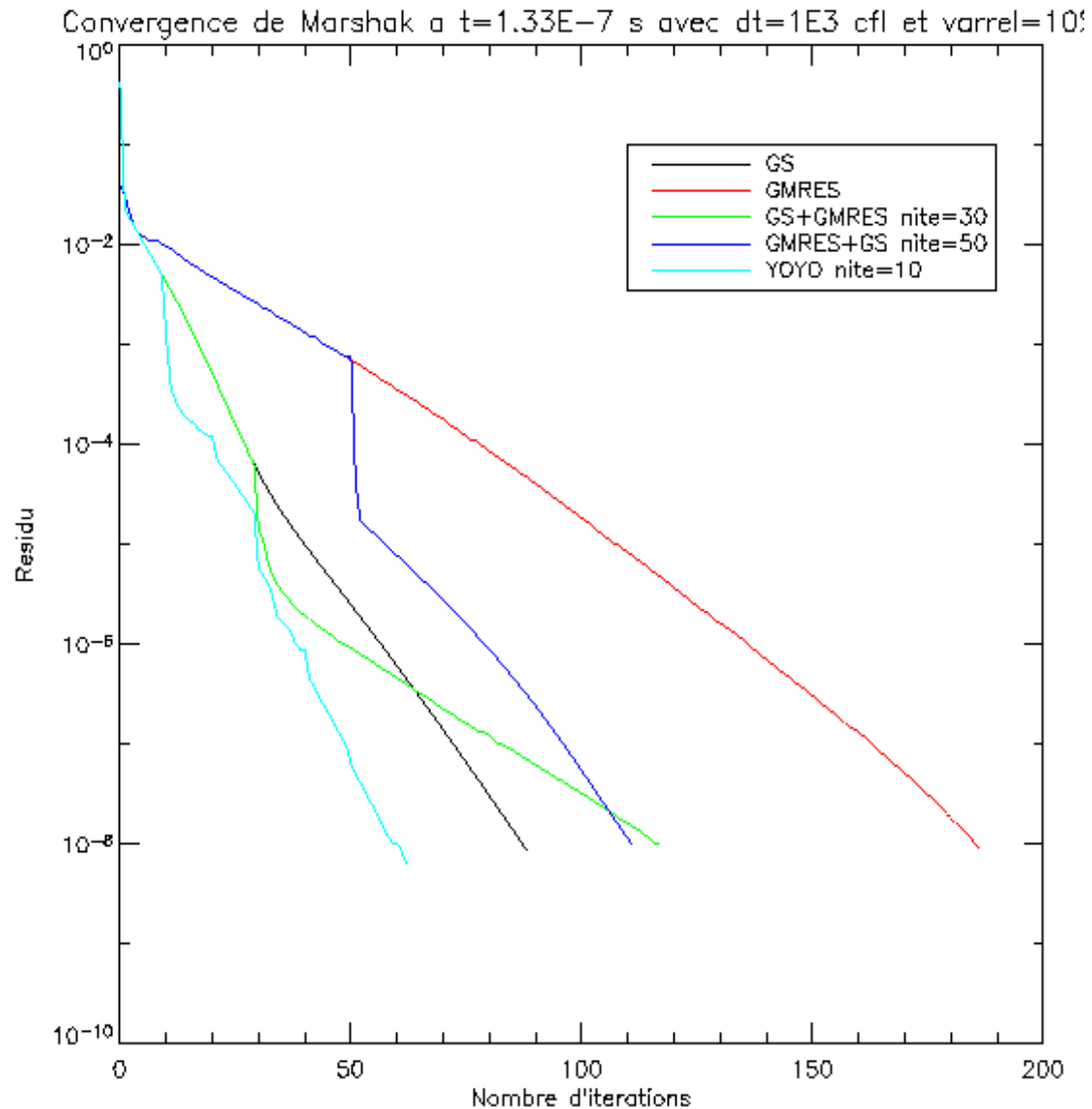
Méthodes Itératives

1. Gauss-Seidel (SOR)

2. GMRES (Krylov)

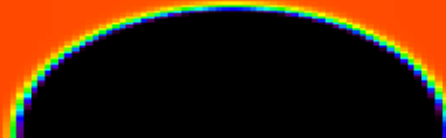
3. Une combinaison des deux

Test de Convergence

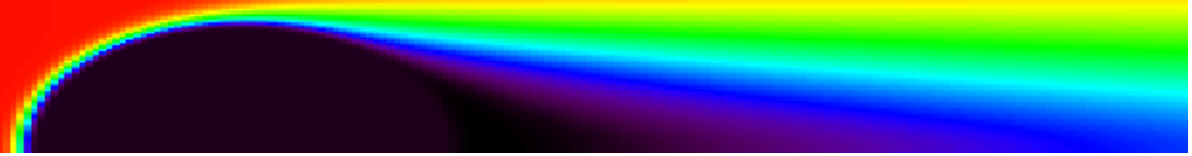


Ombre et lumière

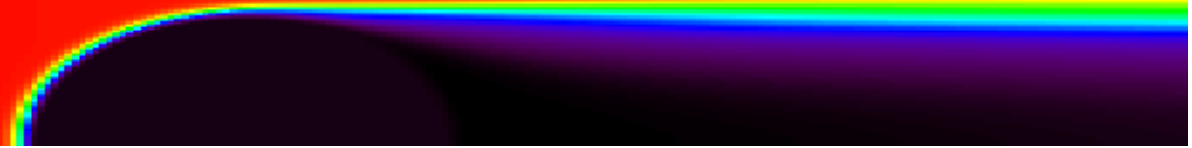
Diffusion



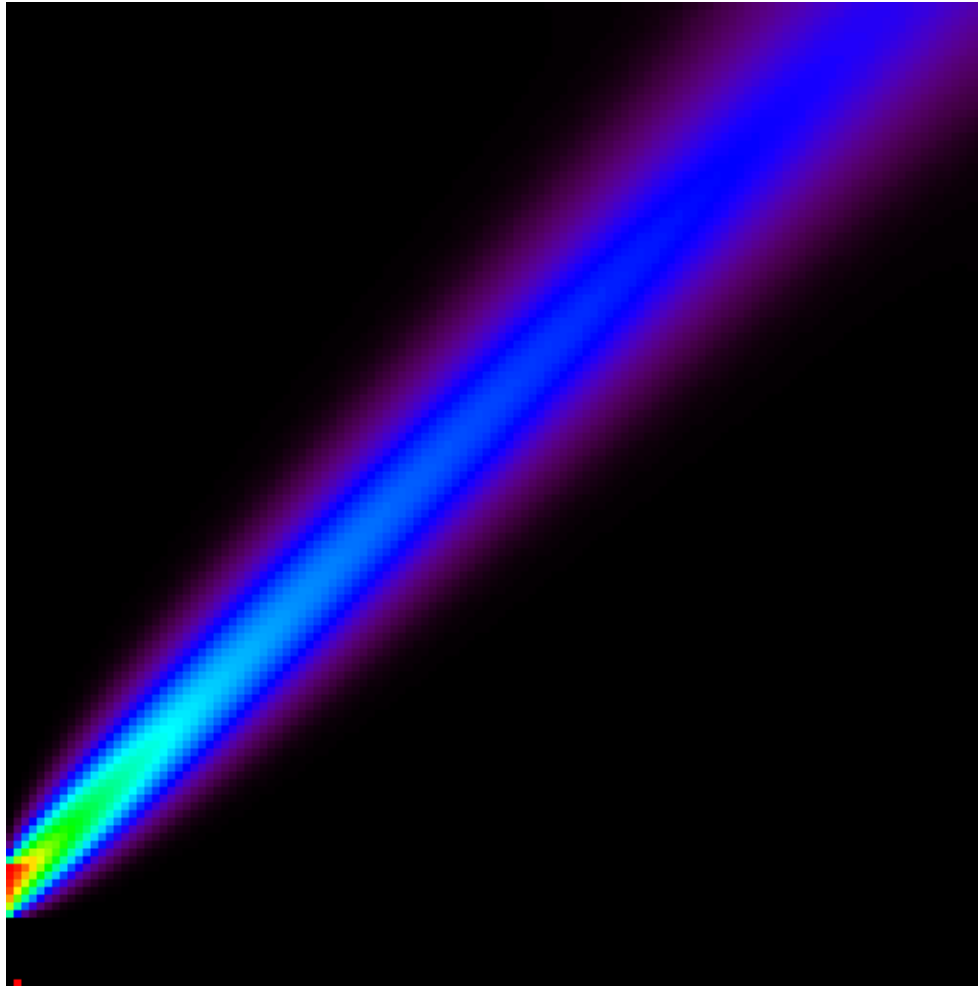
M1 ($\pm c$)



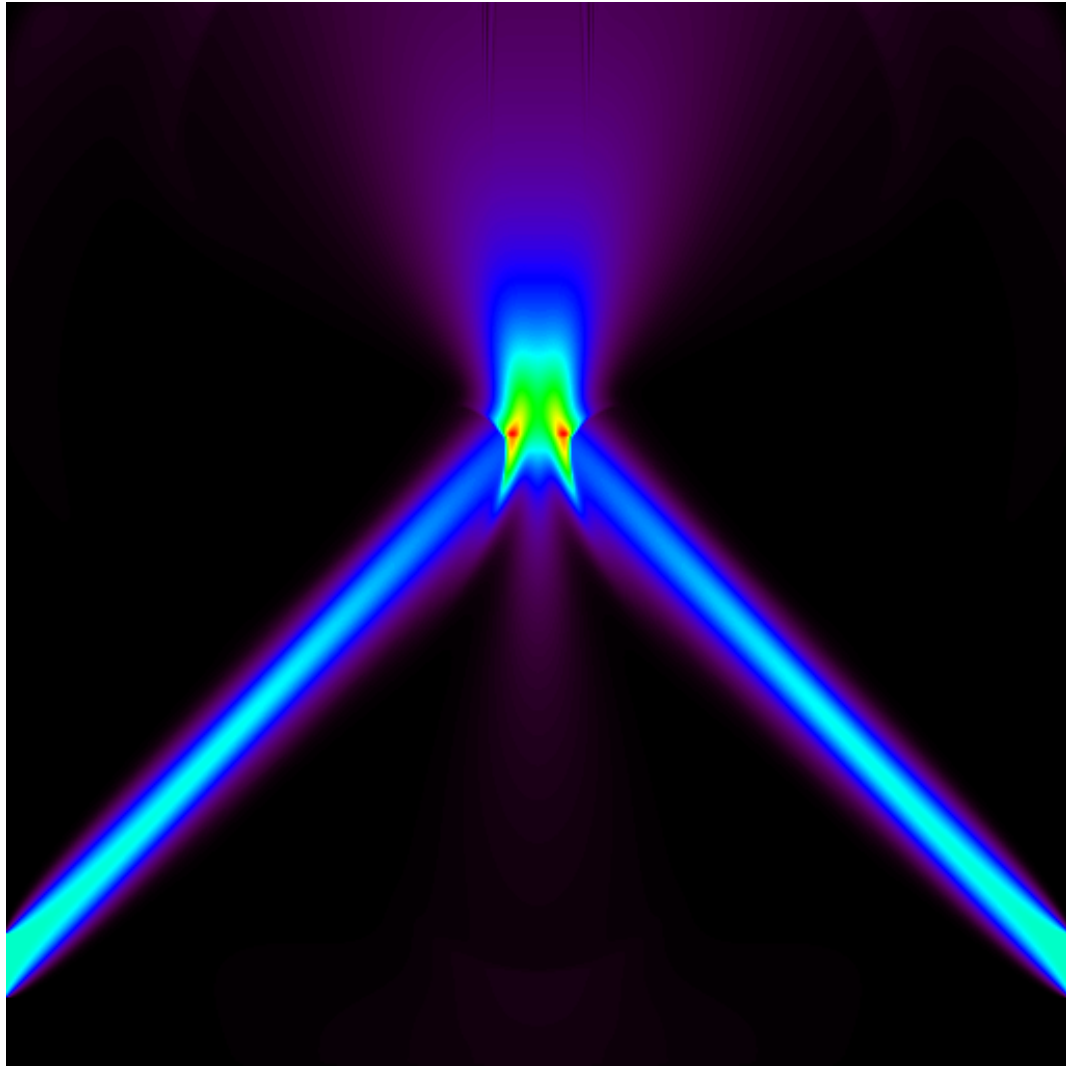
M1 «exacte»



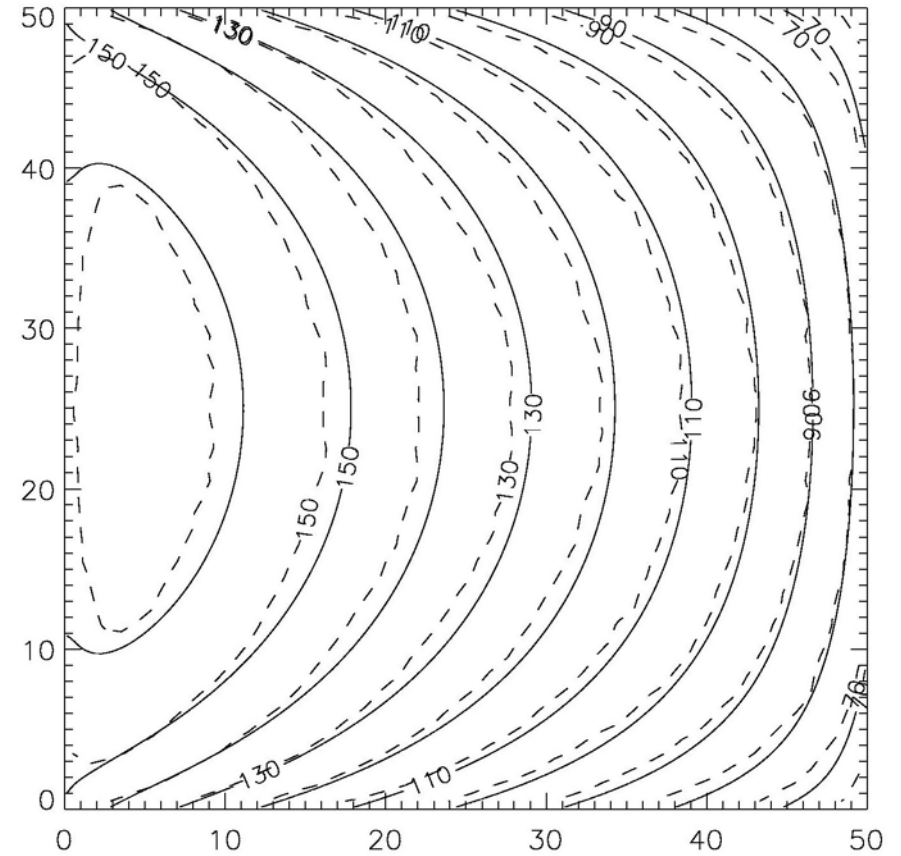
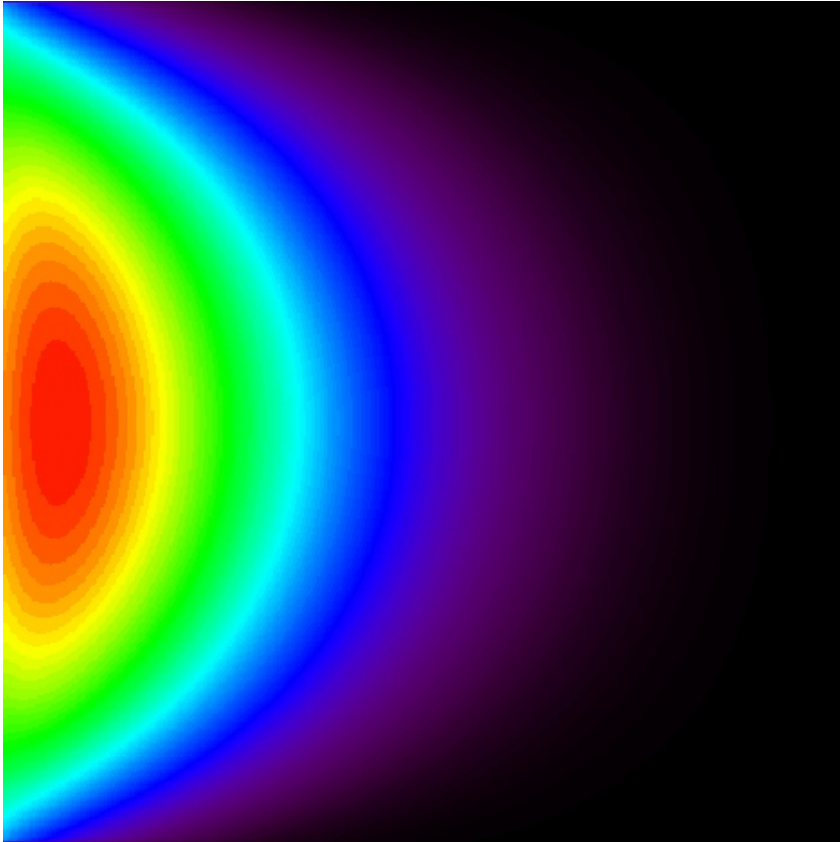
Un pinceau



Deux pinceaux



M1 versus Monte-Carlo



La diffusion (scattering)

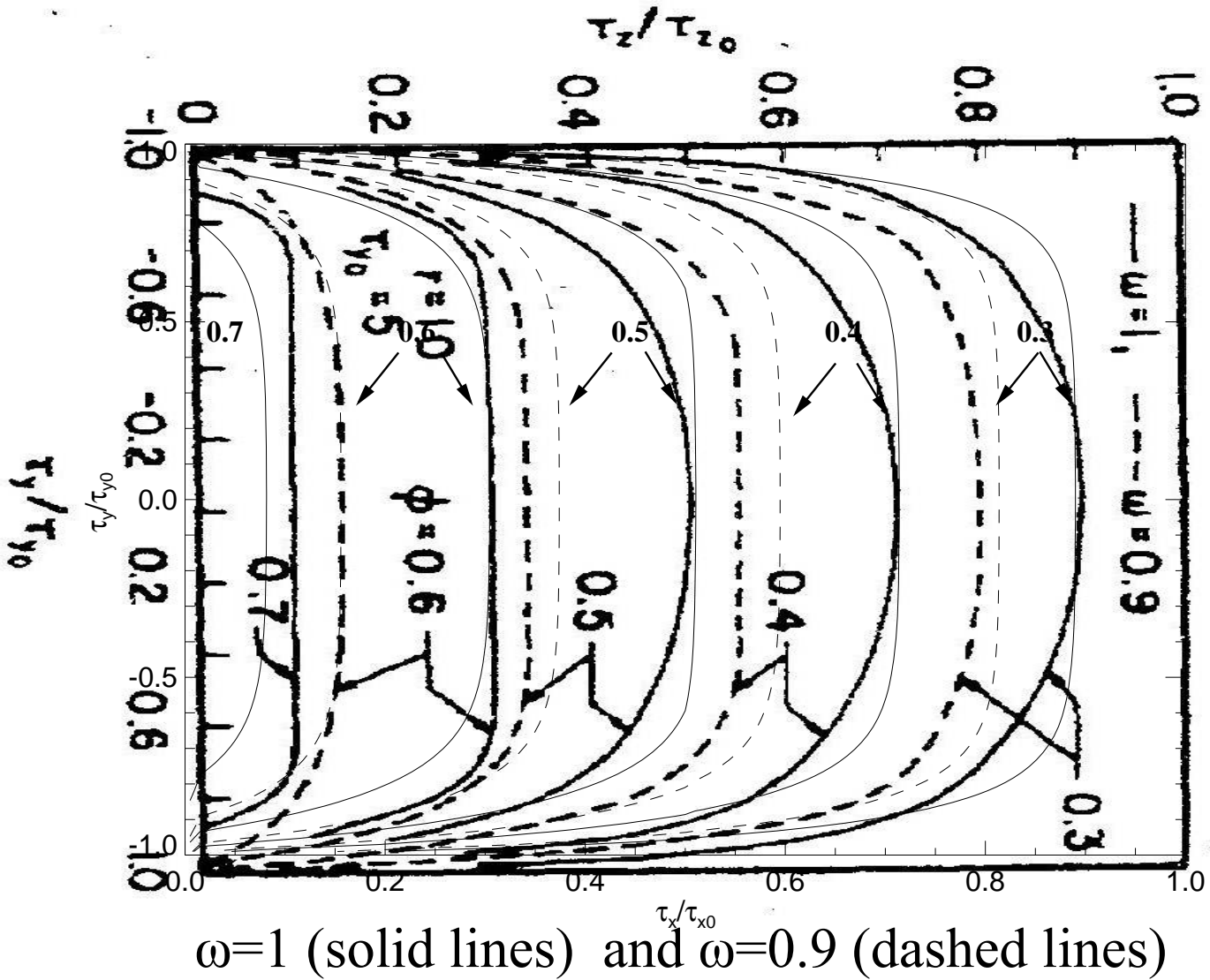
$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla\right) I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) = \sigma_a^\nu (B(\mathbf{x}, t, \nu) - I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu)) - \sigma_s^\nu I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) - \sigma_s^\nu \int_{4\pi} p^\nu(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}', \nu) d\mathbf{n}'$$

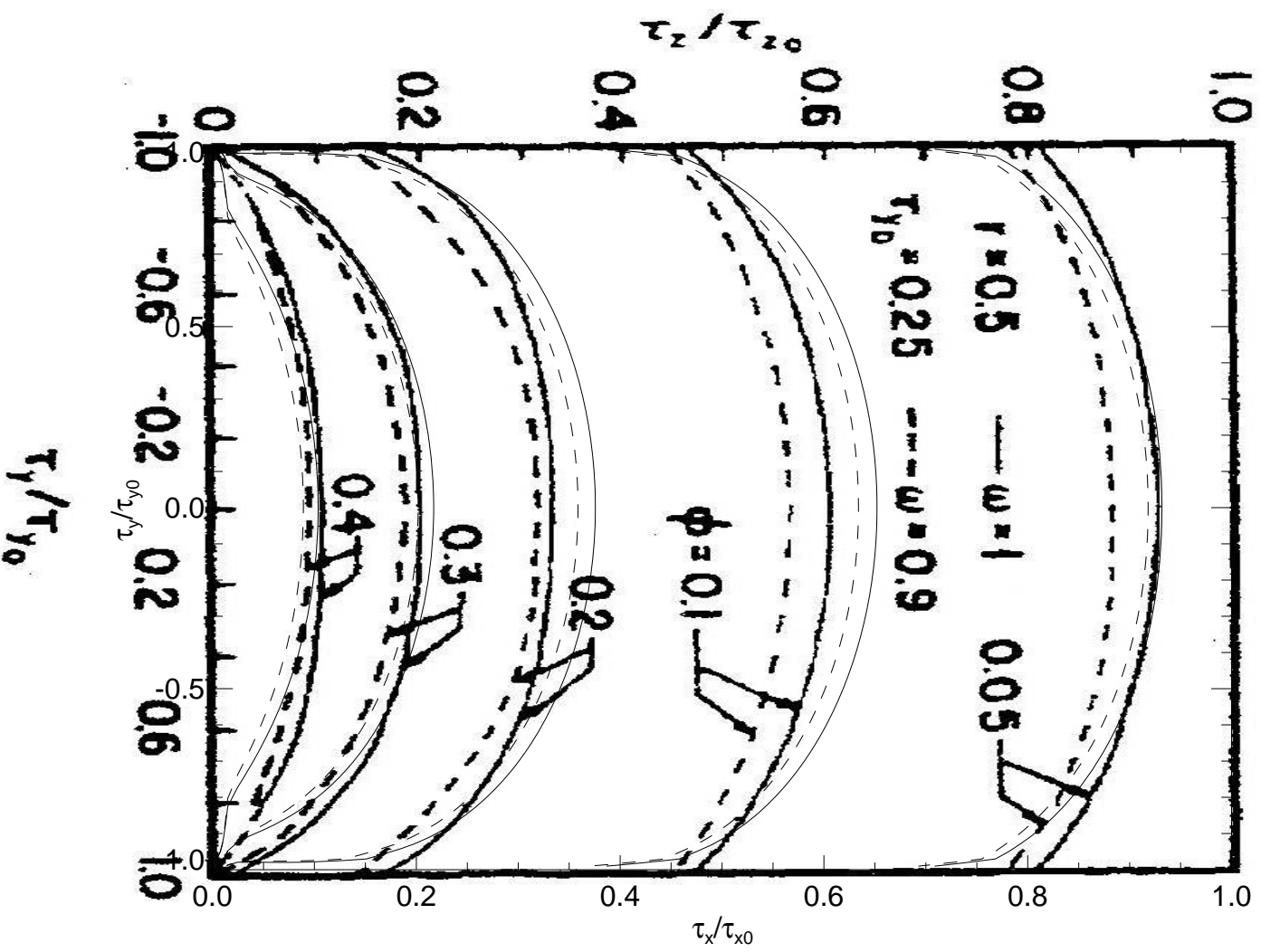
$$\begin{aligned} \frac{\partial E_r^\nu}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_r^\nu &= \sigma_a^\nu (4\pi B(\nu) - cE_r^\nu) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r^\nu}{\partial t} + c\nabla \cdot \mathbb{P}_r^\nu &= -(\sigma_a^\nu + (1 - g^\nu)\sigma_s^\nu) \mathbf{F}_r^\nu \end{aligned}$$

$$\text{Albedo : } \omega = \frac{\sigma_s^\nu}{\sigma_a^\nu + \sigma_s^\nu}$$

Albedo variable

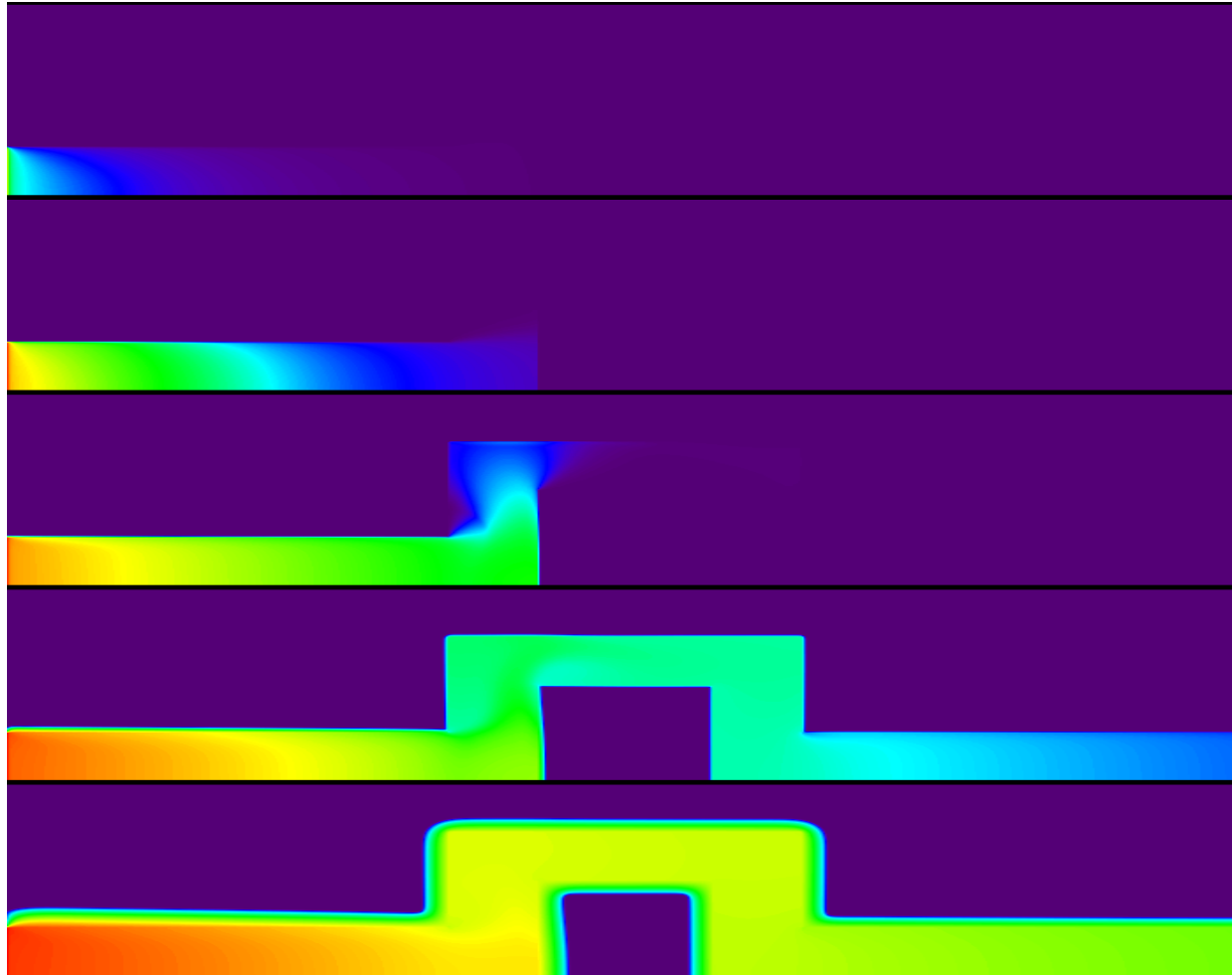
c) Rectangular Medium



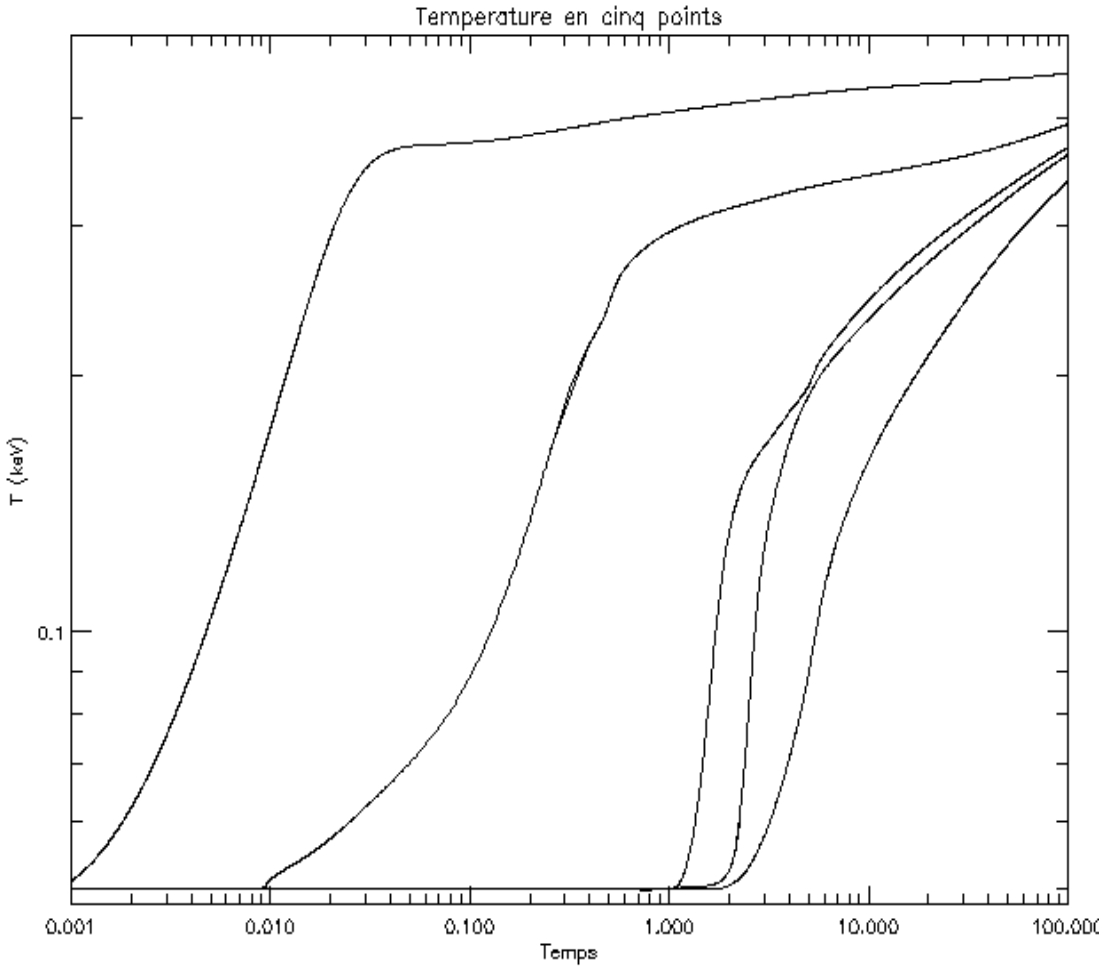


d) Columnar Medium

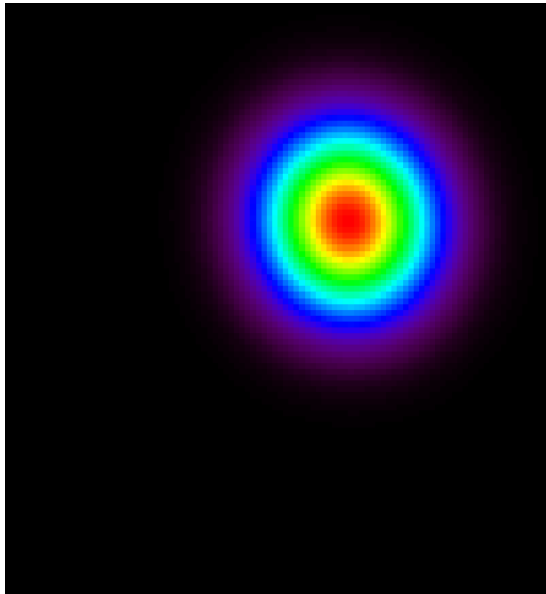
Le test du «Top-Hat»



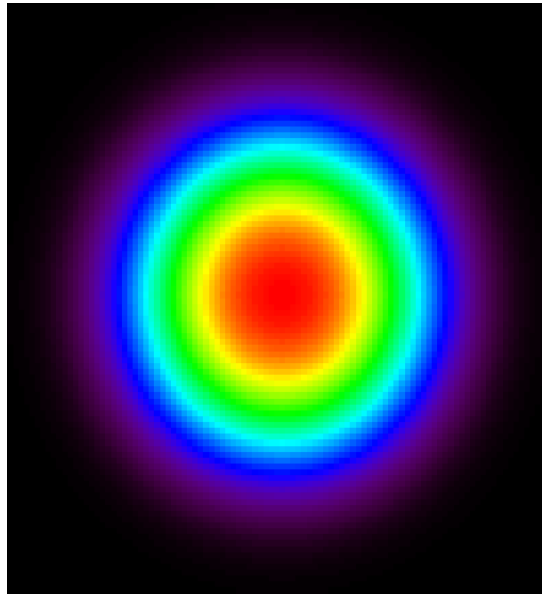
Evolution de la température (top-hat)



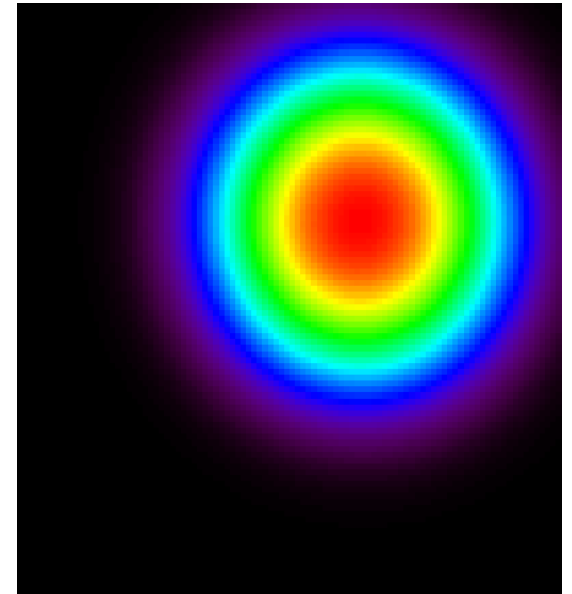
Diffusion dans un fluide en mouvement



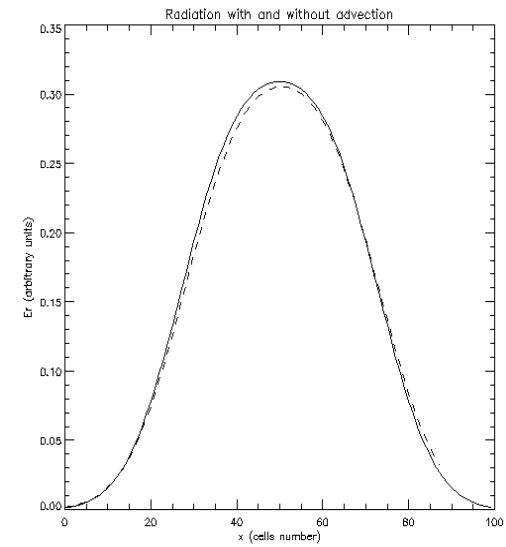
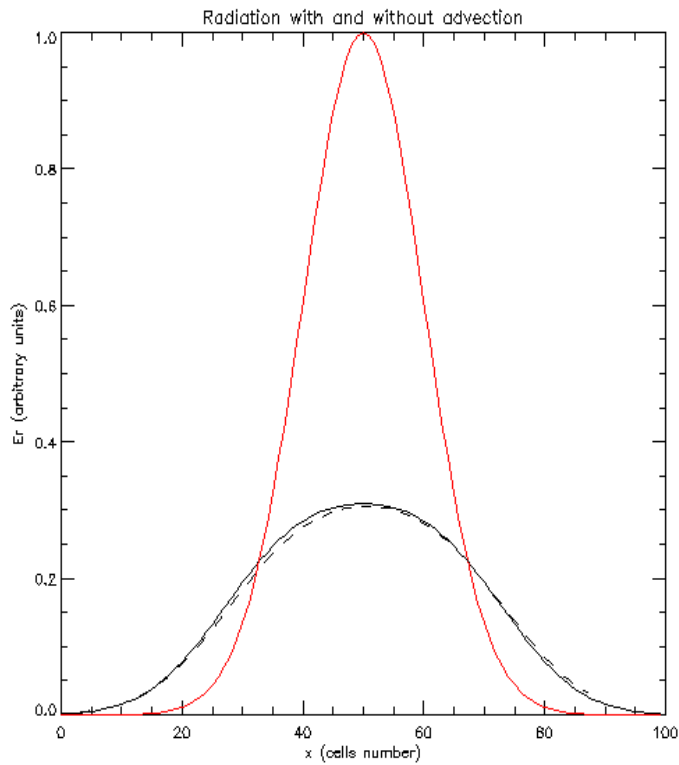
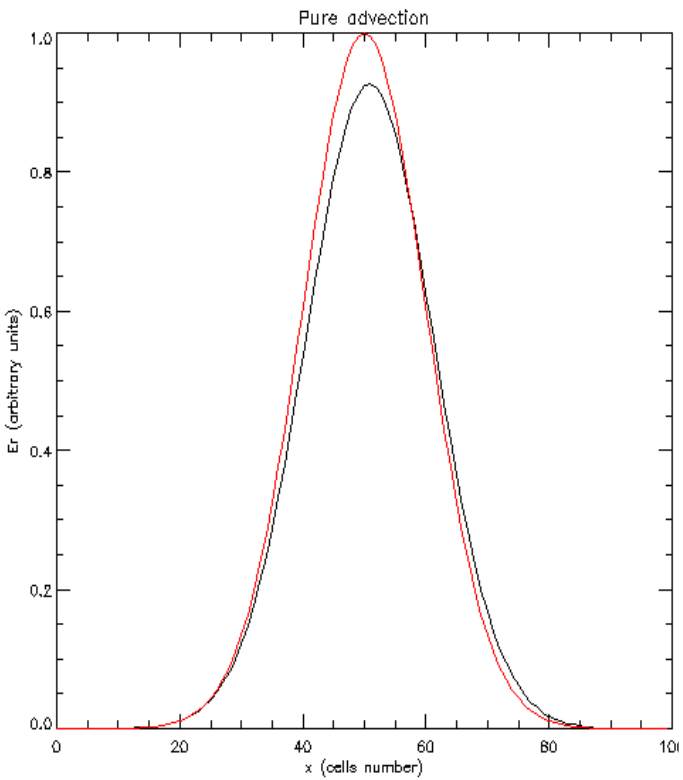
advection seul



Fluide au repos

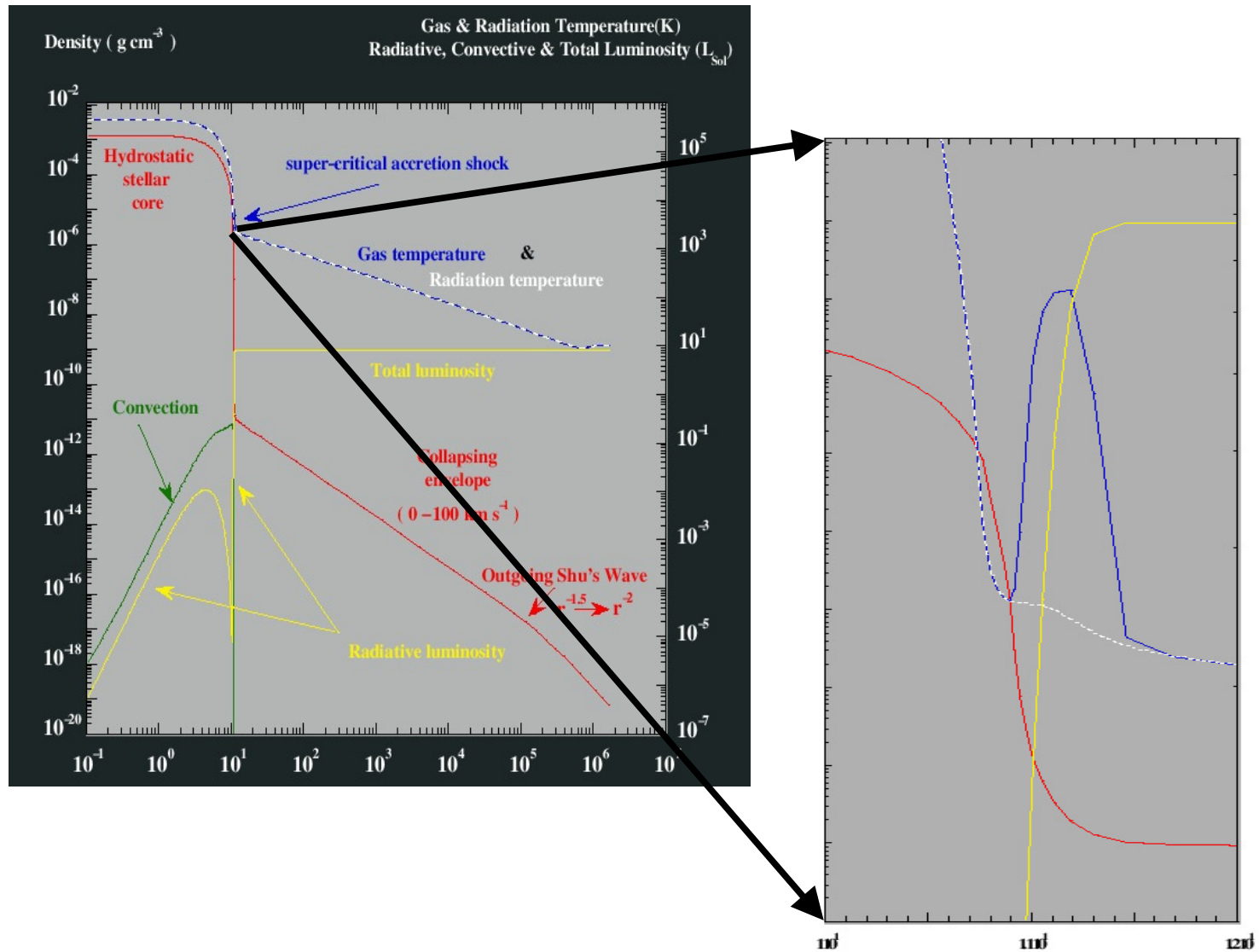


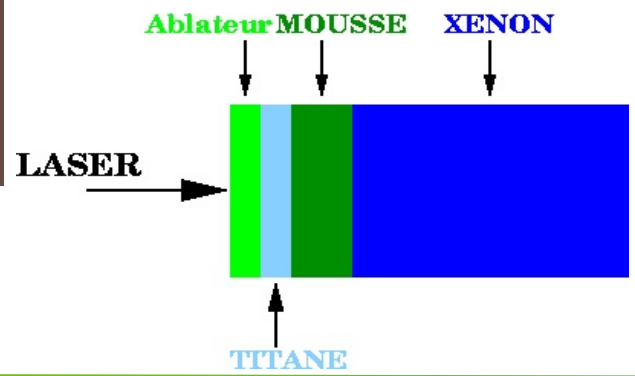
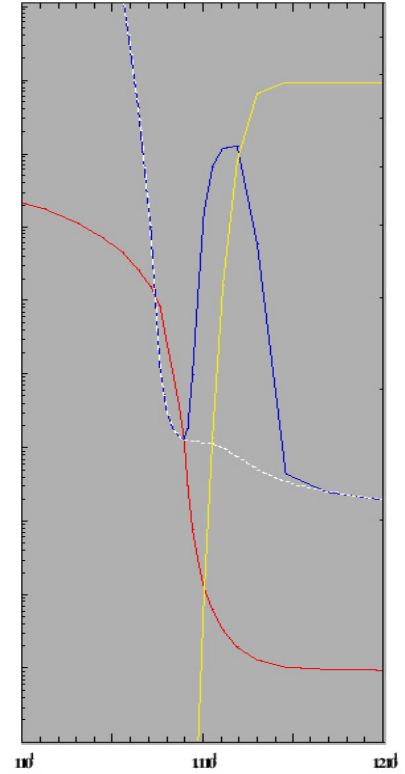
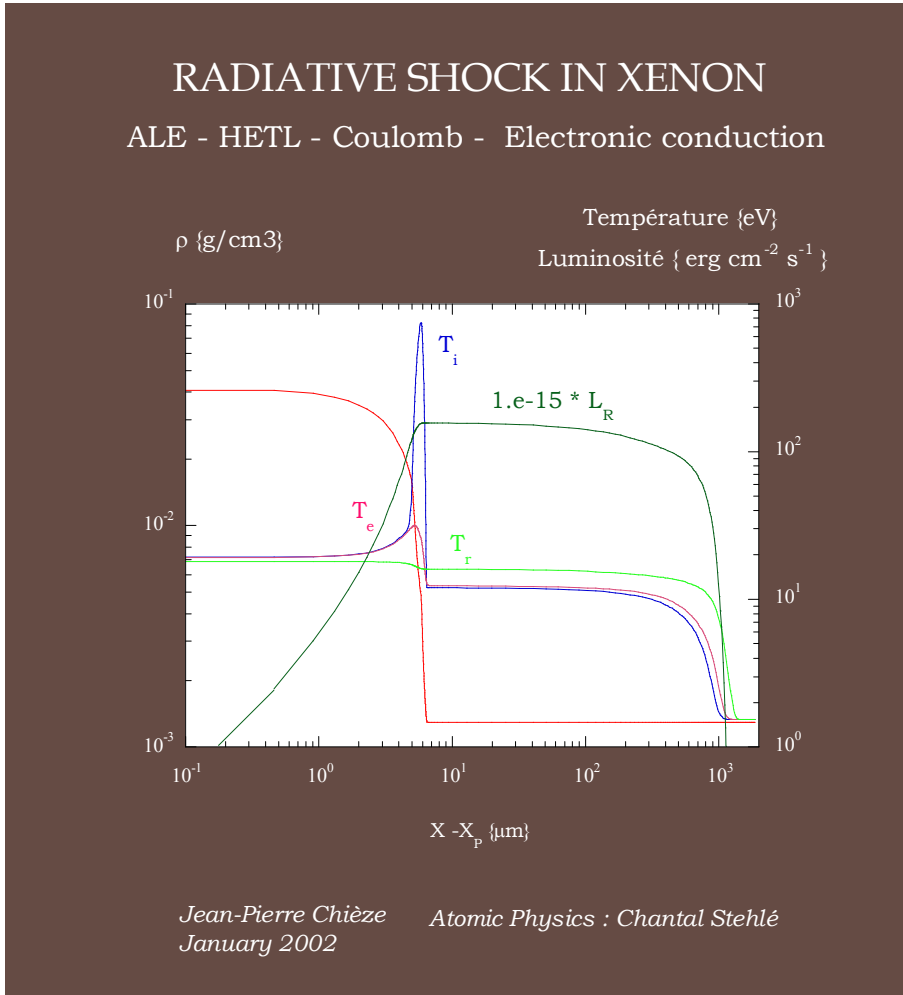
Advection et
diffusion



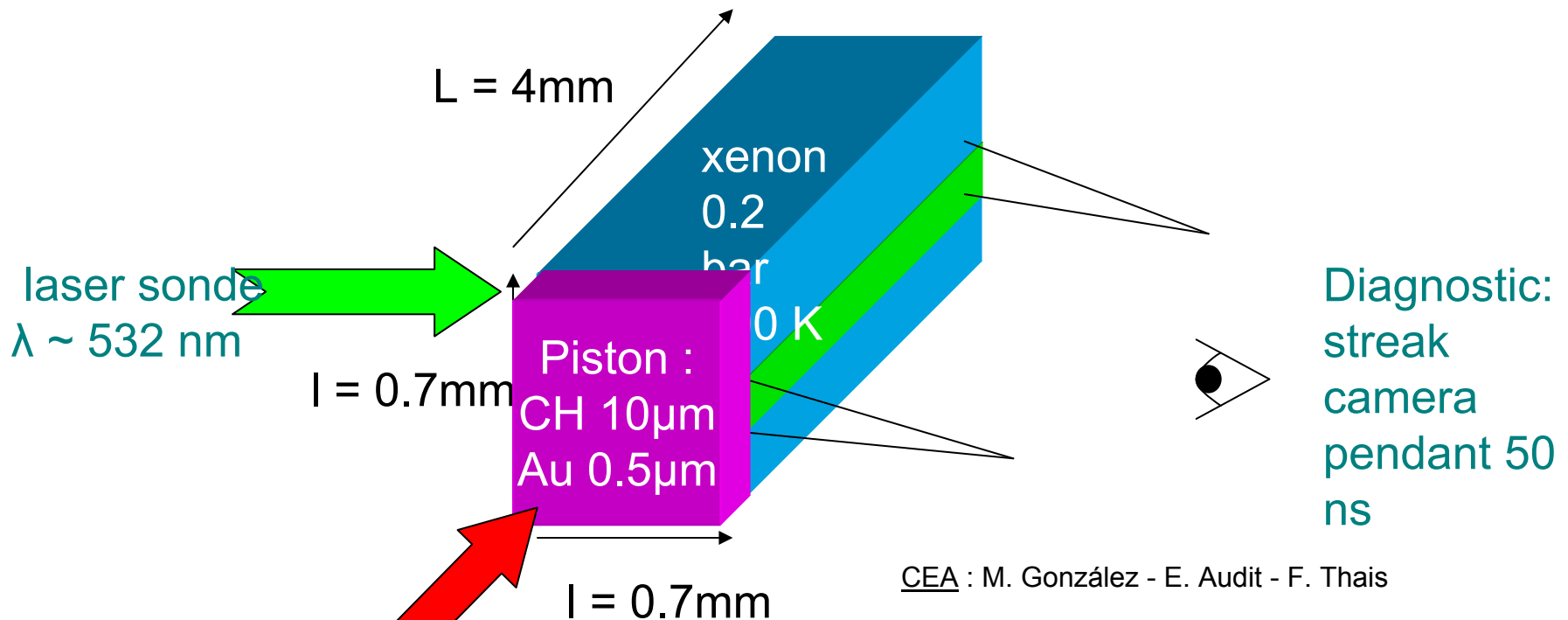
zoom

Chocs radiatifs : des étoiles ...





Expérience sur le laser PALS



Laser PALS
100-200 J
0.3 ns
 $3 \omega \sim 438 \text{ nm}$

CEA : M. González - E. Audit - F. Thais

OBSPM : C. Stehlé - M. Busquet - O. Acef
P. Barroso - D. Bauduin

PALS – Prague : B. Rus - M. Kozlova - T. Mocek
J. Polan

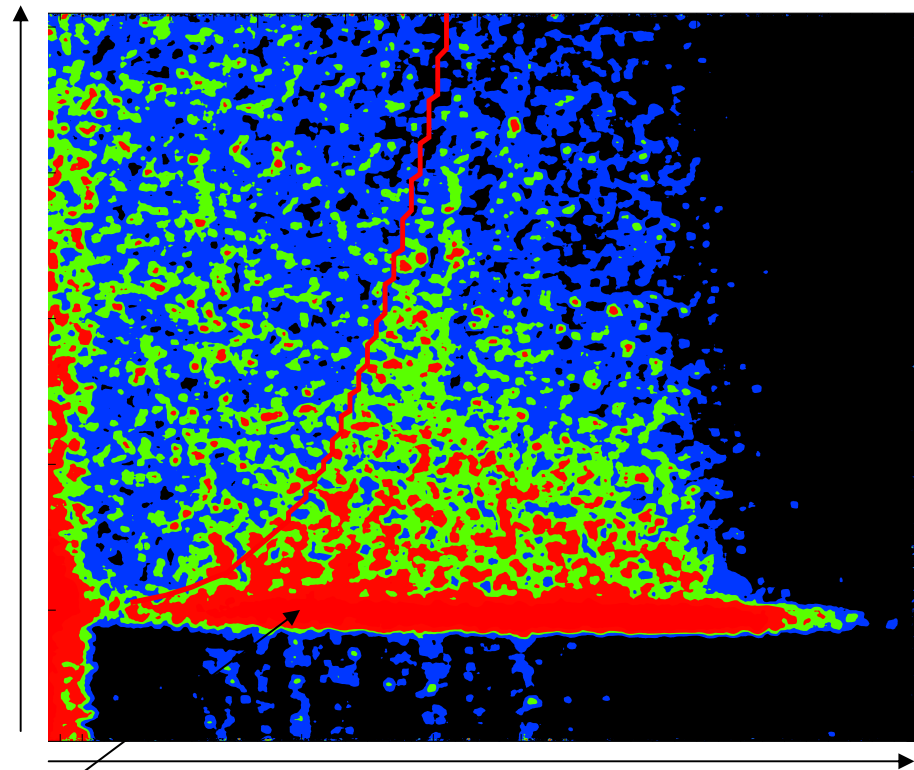
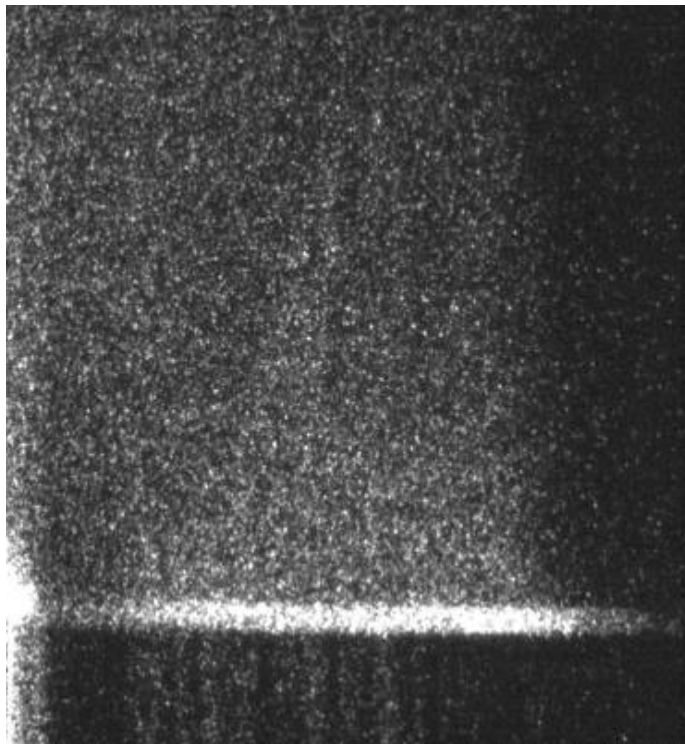
LPN – Marcoussis : A. Madouri

DIAS – Dublin (JETSET) : T. Lery

Artep - Maryland : A. Bar-Shalom

Résultats expérimentaux

$t = 50\text{ns}$

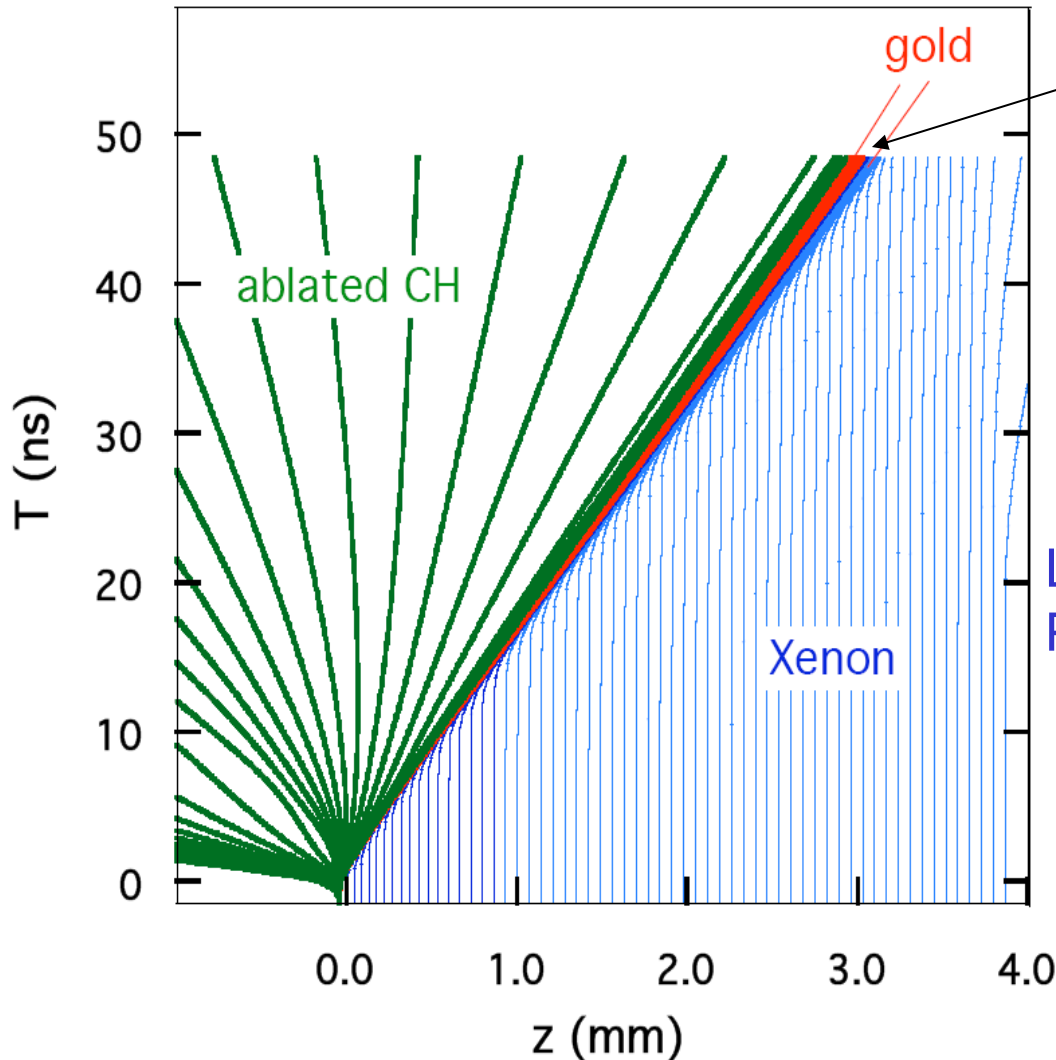


$L = 4\text{mm}$

Impulsion PALS

Modélisation : simulation 1D MULTI

Ramis *et al.* Comp. Phys. Comm 49, 475 1988

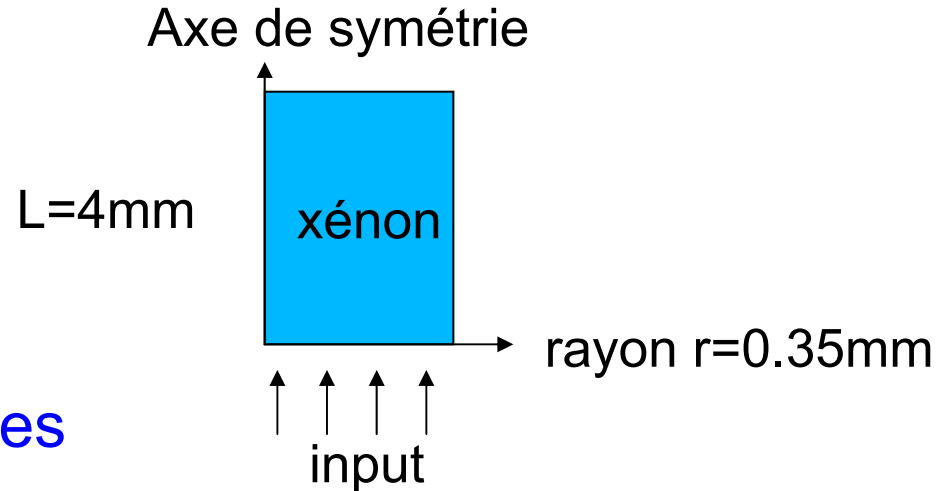


piston à vitesse \sim
constante 65 km/s

Limitation:
Pas de pertes radiative latérales
 \Rightarrow simulations multi-D

Modélisation: simulations 2D/3D HERACLES

- 3D cartésien ~ 2D axisymétrique (même rapport S/V)



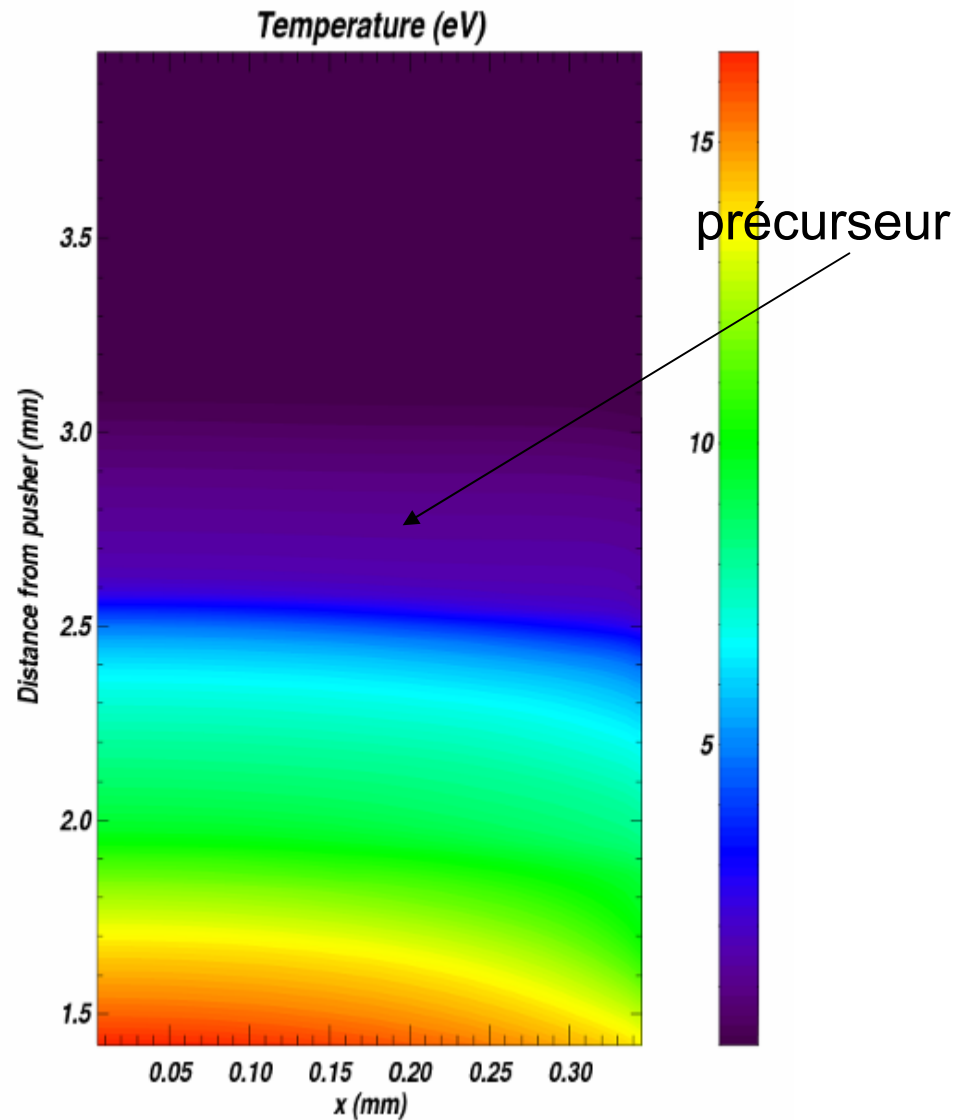
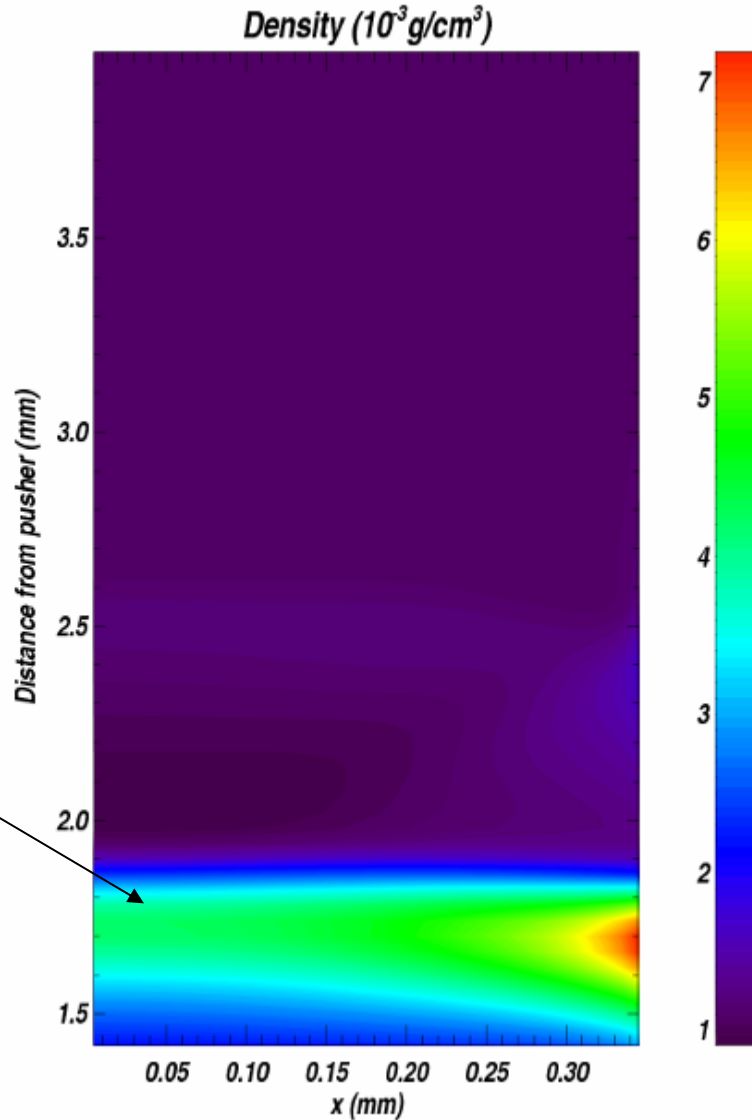
- Conditions aux limites

- ✓ input : choc à $v=65\text{km/s}$ (résultat de MULTI - Ramis *et al.* 1988)
- ✓ parois de cible : réflexives pour hydro + partiellement réflexives pour rayonnement

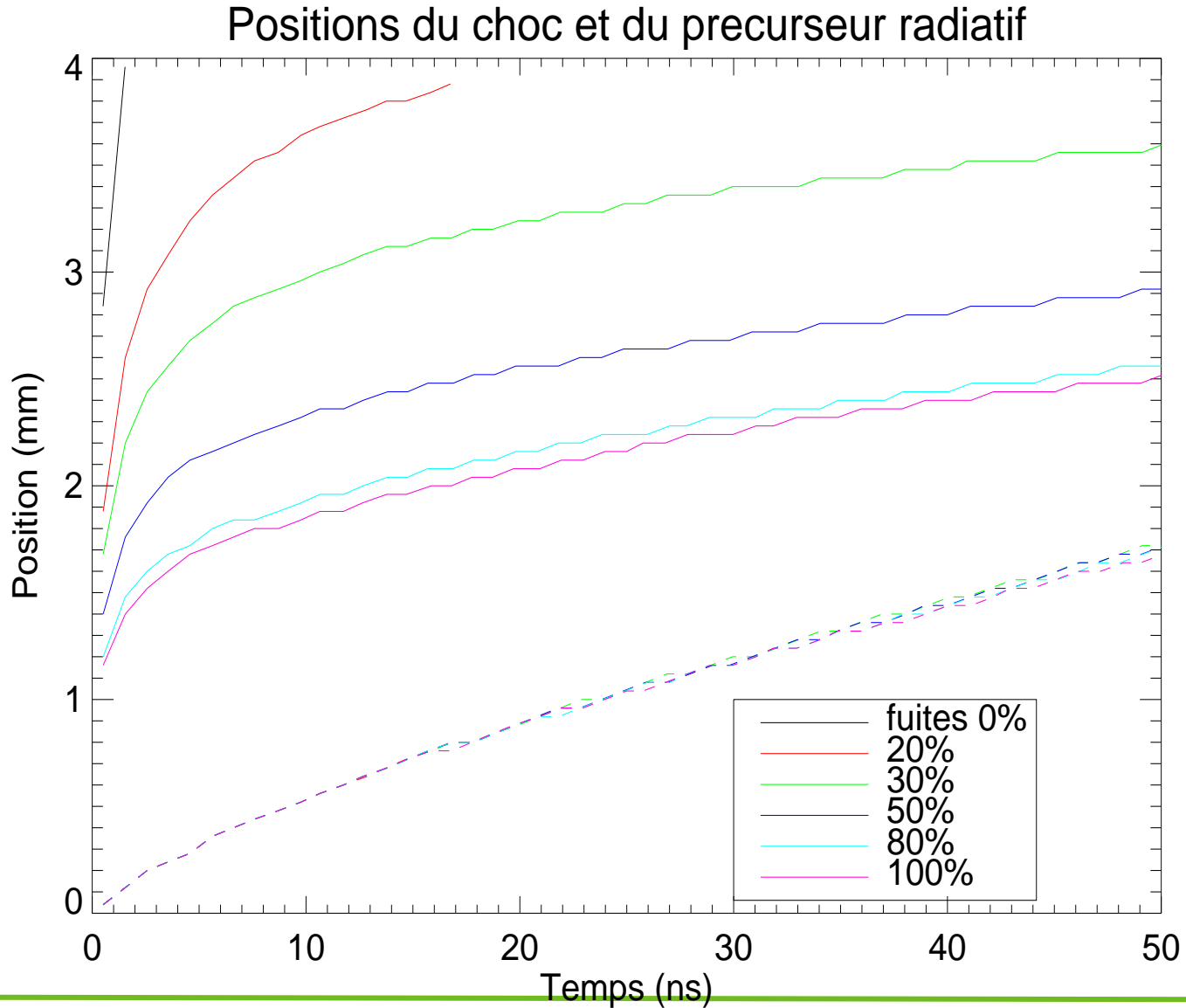
- Équation d'état du xénon (C. Stehlé, communication privée)

- Opacités du xénon $T < 15\text{eV}$ (Bozier 1986 + Bar-Shalom *et al.* 1989)

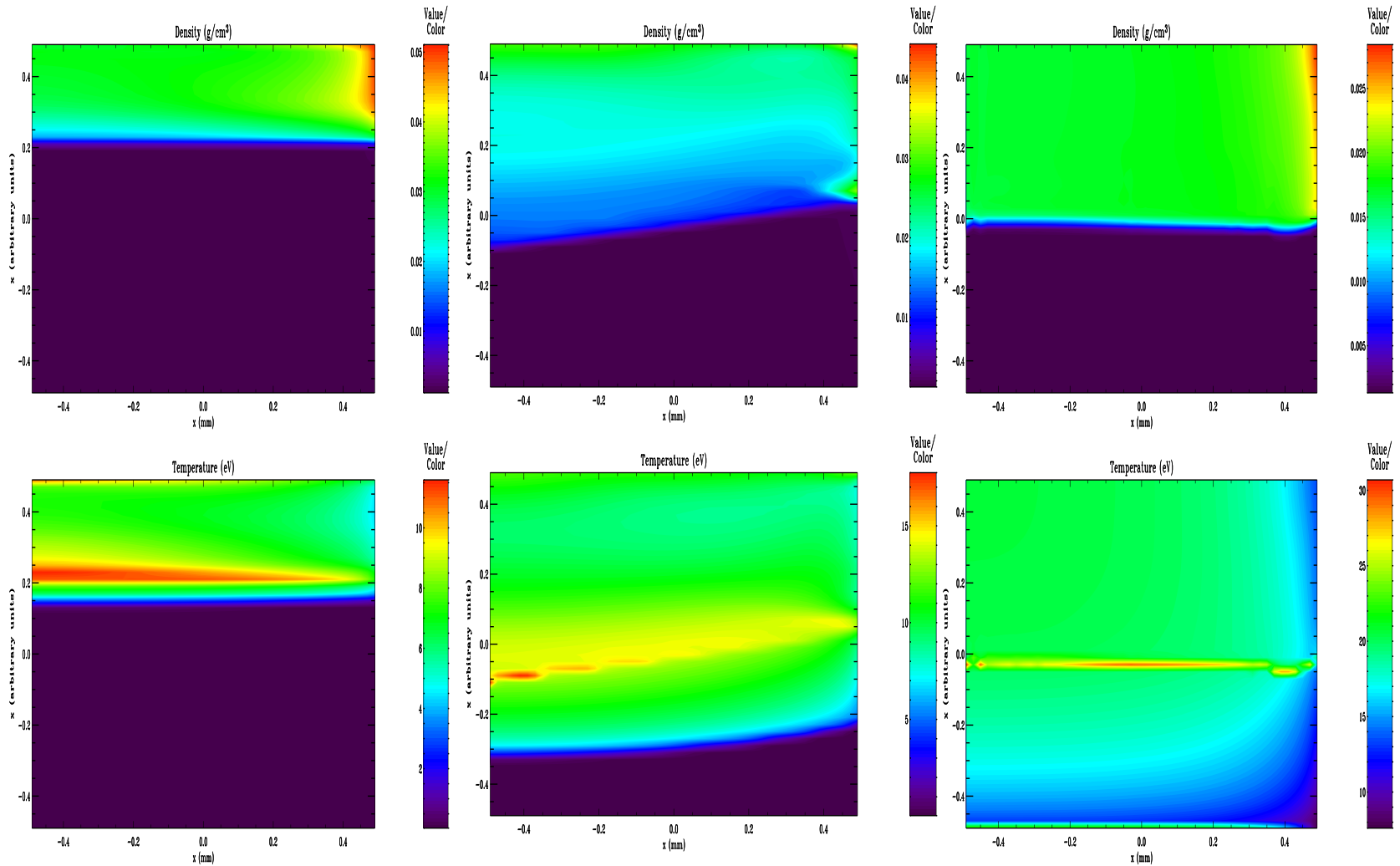
Modélisation : cartes 2D



Influence de l'albédo des parois



Influence du rapport L/λ



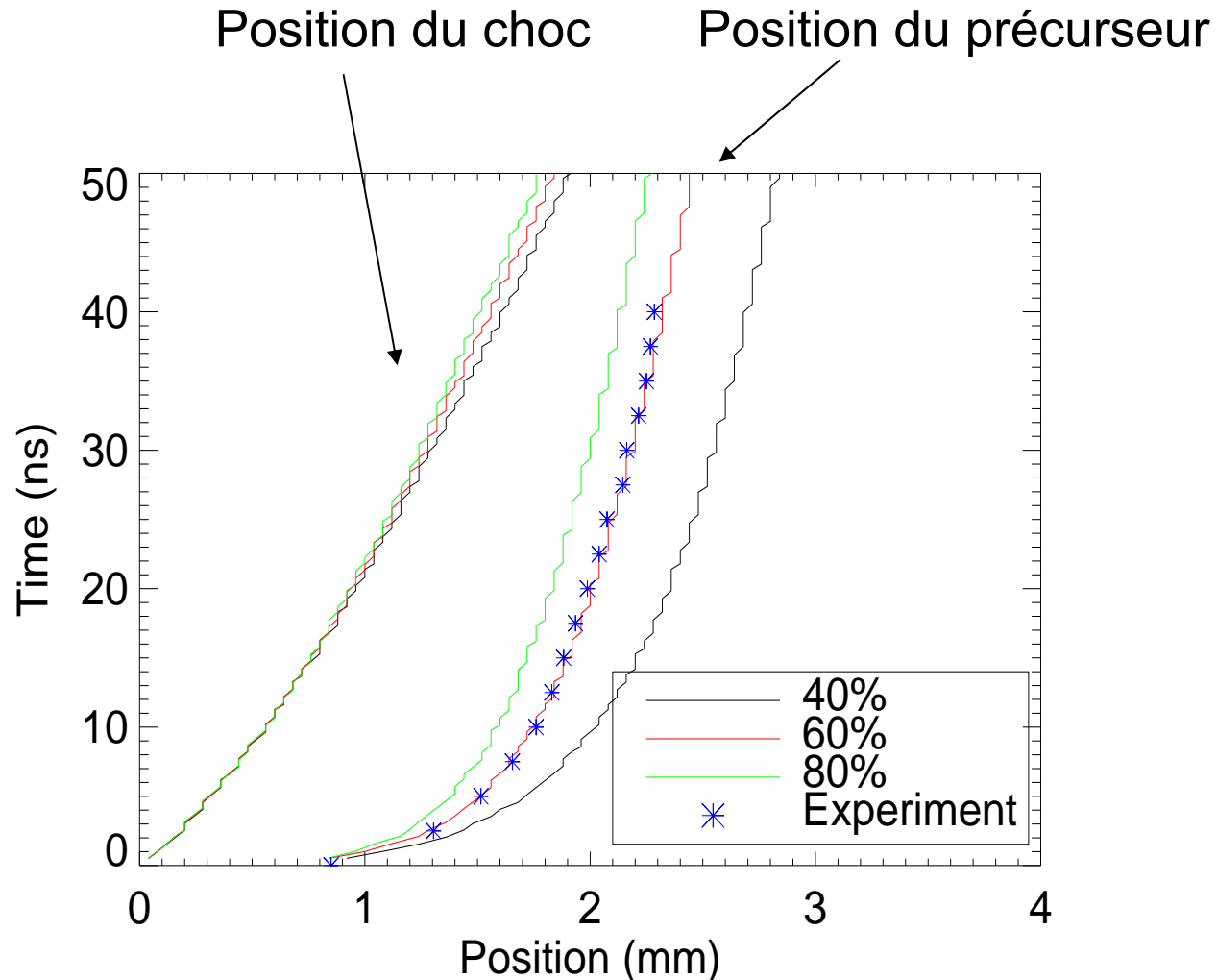
Largeur = 0.1λ

Largeur = 1λ

Largeur = 10λ

Modélisation : vitesse du précurseur

Influence de l'albédo des parois



Influence des opacités sur le précurseur

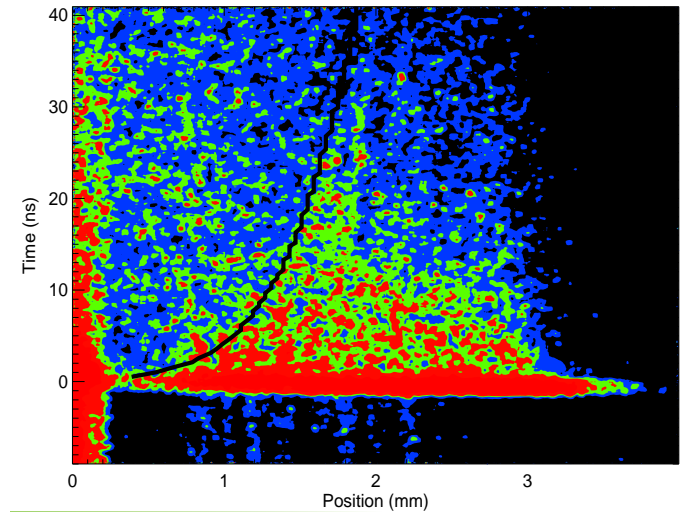
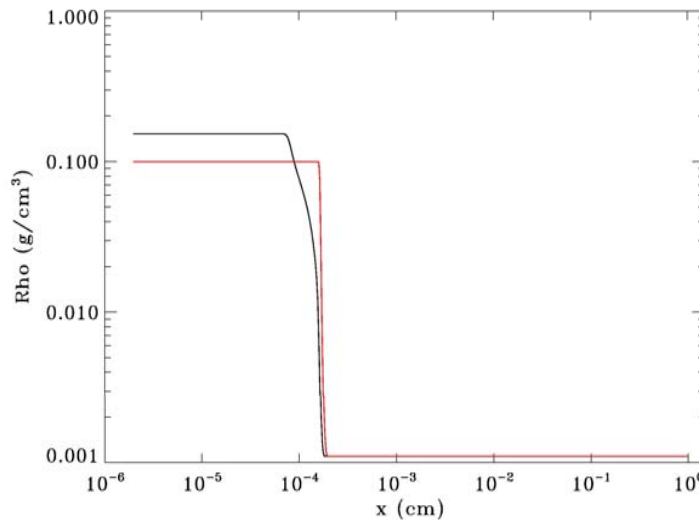
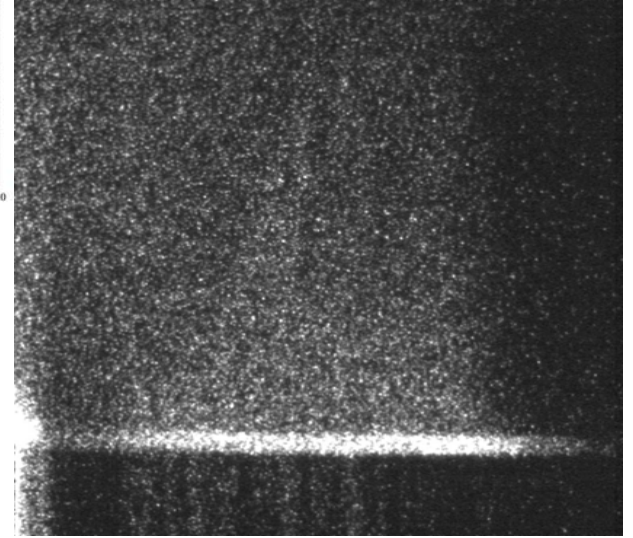
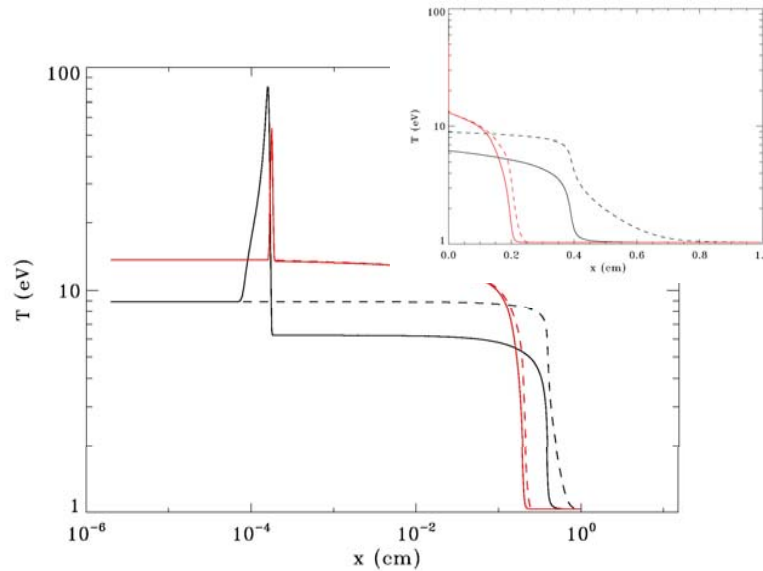
Résultats expérimentaux et simulation

Cas test:

Shock travelling

- at 30 km/s .
- in low density Xe ($\rho=1 \cdot 10^{-3} \text{g/cm}^3$). 5 ns after shock is launched.

- Red -> POTREC
- Black -> GOMME



-
- **Modélisation des régimes de diffusion et de transport**
 - **Coût maîtrisé (possibilité de faire du 3D)**
 - **Couplage Naturel avec l'hydrodynamique**
 - **Le modèle physique semble raisonnable**
 - **Traitement de la diffusion**

 - **Le modèle physique**
 - **Gris (ou quelques groupes)**