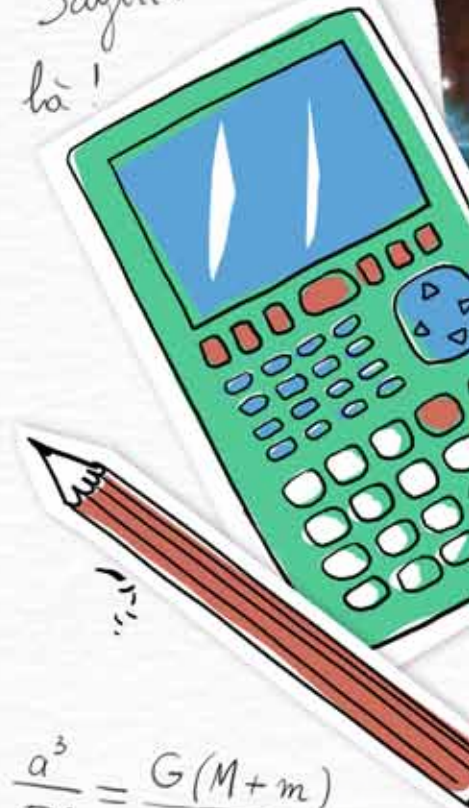


MASSE DU TROU NOIR AU CENTRE DE NOTRE GALAXIE

L'ENQUÊTE



Sagittarius A*
Il est là !



$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2}$$





Astro Exos

Responsables éditoriaux

Roland Lehoucq et Jean-Marc Bonnet-Bidaud

Idée originale

Gijs Verdoes Kleijn, Anne Værnholt Olesen – ESA/ESO, en remerciant Rainer Schödel pour avoir fourni les données du tableau.

Traduction et adaptation

François Saint-Jalm (professeur de physique-chimie à l'Éducation nationale) & Roland Lehoucq (astrophysicien au CEA).

Conception graphique

Aurélie Bordenave, aureliebordenave.fr

Photo de couverture :

Image de la région centrale de la Voie lactée prise dans le proche infrarouge avec l'instrument NACO du *Very Large Telescope*.



Introduction



Cours / rappel historique



Références



Données



À vous de le faire!



Glossaire



Introduction

Le but de cet exercice est de déterminer la masse du trou noir qui se trouve au centre de notre galaxie. Bien que soupçonnée depuis longtemps, sa présence n'a été définitivement prouvée que récemment, grâce aux observations menées de 1992 à 2003 avec le *Very Large Telescope* Européen de l'ESO, situé au sommet du mont Paranal (Chili).



Qu'est-ce qu'un trou noir ?

Nous savons tous qu'une balle lancée vers le haut finit par retomber sur le sol après avoir atteint une altitude maximale, d'autant plus élevée que la balle est jetée avec force. Il ne s'agit là que d'une des manifestations de la gravité de la Terre qui attire vers son centre tout objet situé à son voisinage. Si la vitesse initiale de la balle est suffisamment élevée, on démontre qu'elle ne retombera pas sur la Terre et s'en éloignera à l'infini. Le célèbre mathématicien Pierre Simon, marquis de Laplace (1749-1827) détermina cette vitesse de libération v en fonction de la masse M et du rayon R de la Terre :

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Dans cette formule, G représente la constante de gravitation universelle qui vaut $6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$. La vitesse de libération de la Terre vaut environ 11,2 kilomètres par seconde soit à peu près 40 000 kilomètres par heure. C'est la vitesse que doivent atteindre les fusées embarquant une sonde à destination du système solaire. La formule établie par Laplace montre que la vitesse de libération est proportionnelle à la racine carrée du quotient de la masse et du rayon de l'astre concerné. Un corps 4 fois plus massif ou 4 fois plus petit que la Terre a une vitesse de libération 2 fois plus grande. Ainsi, la vitesse de libération du Soleil, qui est 336 000 fois plus massif que la Terre mais aussi 109 fois plus gros, est égale à 620 kilomètres par seconde. Laplace pose alors la question suivante : sachant que dans le vide la lumière voyage à 300 000 kilomètres par seconde quel est le rayon d'un astre aussi massif que le Soleil dont la lumière ne pourrait s'échapper ? Cela revient à déterminer le rayon d'un astre de même masse que le Soleil et dont la vitesse de libération est égale à celle de la lumière. La réponse est étonnante : environ 3 kilomètres ! Laplace nomma « astre occlus » ces astres dont même la lumière ne pouvait s'échapper.

Évidemment, la formule de Laplace, valable pour un projectile matériel, ne peut, a priori, s'appliquer à la lumière dont les corpuscules – les photons – sont de masse nulle. L'étude rigoureuse de l'influence de la gravitation sur la lumière doit être menée dans le cadre de la théorie de la relativité générale¹, une théorie de la gravitation élaborée par Albert Einstein au tout début du xx^e siècle. Cette théorie stipule que la force de gravitation est, en réalité, la manifestation de la courbure de l'espace, elle-même imposée par la distribution de matière. Une particule en mouvement sous la seule influence de la gravité est astreinte à se déplacer selon les lignes de plus court chemin – les géodésiques – de la nouvelle géométrie. Contrairement à la théorie classique de Newton la lumière devient sensible à la présence de matière car sa trajectoire est déviée par la courbure de l'espace imposée par la présence d'un corps massif. Cet effet fut vérifié lors de l'éclipse totale de Soleil du 29 mai 1919². La différence entre la position d'une étoile observée dans une direction voisine de celle du Soleil pendant l'éclipse et la position de la même étoile mesurée quelques mois plus tard était en accord avec les calculs d'Einstein.

Dans le cadre de la théorie d'Einstein, il est aussi possible de calculer à quelle condition un astre ne laisse pas échapper sa lumière. Contre toute attente, la formule obtenue est exactement la même que celle obtenue par Laplace grâce à la théorie de Newton. Il existe bien un rayon en dessous duquel la lumière ne peut s'échapper d'un astre. Ce rayon de Schwarzschild, en l'honneur du physicien allemand qui le calcula en 1915, est proportionnel à la masse de l'objet.

$$R_S = \sqrt{\frac{2GM}{c^2}}$$

Dans cette formule, G est la constante de gravitation universelle et c représente la vitesse de la lumière dans le vide. Ces astres dont même la lumière ne peut s'échapper, alors hypothétiques, furent nommés « trous noirs »³ en 1967 par le physicien américain John Wheeler.

1. http://fr.wikipedia.org/wiki/Relativité_générale

2. http://fr.wikipedia.org/wiki/Éclipse_solaire_du_29_mai_1919

3. http://fr.wikipedia.org/wiki/Trou_noir



Le trou noir au centre de notre galaxie

Le premier indice suggérant qu'un trou noir pourrait être tapi au centre de la Voie lactée est la détection d'une étrange source d'ondes radio brillante et extrêmement compacte située en direction de la constellation du Sagittaire (voir figure 1). Il apparut rapidement que cette source – nommée « Sagittarius A* » (Sgr A*) – ne pouvait pas être une étoile et il fut postulé qu'elle pourrait être un trou noir.

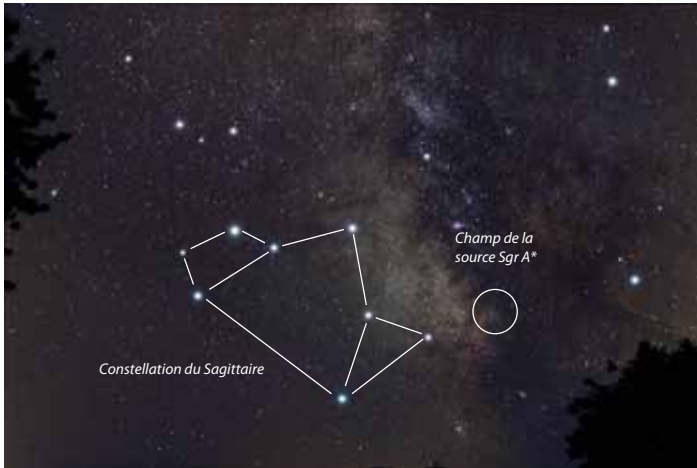


Fig. 1. – Cette image présente la constellation du Sagittaire que l'on identifie volontiers à une théière. Le champ où se trouve la source radio Sagittarius A* est représenté par le cercle blanc. Depuis la France, le Sagittaire est visible en été en direction de l'horizon sud. Image : E. Beaudoin/Ciel & Espace Photos.

Un trou noir étant un astre extrêmement petit et complètement obscur nous ne pouvons espérer le voir directement. Mais sa présence peut être révélée par l'influence gravitationnelle qu'il exerce sur les étoiles alentour. Il s'agit alors de mesurer sur une longue période les mouvements des étoiles situées dans la région centrale de la Voie lactée et de chercher s'ils révèlent la présence du trou noir. C'est ce travail que publia en 2002 une équipe internationale conduite par R. Schödel de l'Institut Max Planck [1, 2] qui observa le mouvement d'une étoile proche de Sgr A* sur une durée supérieure à 11 ans montrant qu'il s'agissait d'un objet extrêmement massif. En 2005, l'équipe de Z.-Q. Shen observa Sgr A* par interférométrie et montra que la radiosource est contenue dans une sphère dont le rayon est équivalent à la distance qui sépare la Terre du Soleil [3]. Seul un trou noir peut être à la fois aussi massif et aussi compact.

Pour déterminer la masse du trou noir central, R. Schödel utilisa les trois lois régissant le mouvement des planètes autour du Soleil et publiées en 1609 et 1619 par l'astronome Johannes Kepler :

- 1^{re} loi: une planète suit une orbite elliptique autour du Soleil qui en occupe un des foyers.
- 2^e loi: l'aire balayée au cours du temps par le rayon joignant la planète au Soleil est proportionnelle à la durée mise pour balayer cette aire.
- 3^e loi: le cube du demi-grand axe a de l'orbite de la planète est proportionnel au carré de sa période P de révolution autour du Soleil.

En 1687 Isaac Newton démontra que ces trois lois pouvaient être obtenues uniquement grâce à sa loi de la gravitation universelle. En particulier, la 3^e loi se mettait sous la forme :

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M + m)}{4\pi^2}$$

où G est la constante de gravitation universelle, M la masse du Soleil et m celle de la planète. Comme la force de gravitation agit entre n'importe quel couple de corps dotés d'une masse, et pas seulement entre le Soleil et une planète, les lois de Kepler s'appliquent aussi au mouvement de la Lune autour de la Terre ou d'un satellite autour de sa planète. On montre qu'elles sont aussi valables pour le mouvement d'une étoile autour d'un trou noir si le rayon de l'orbite de celle-ci est suffisamment grand devant le rayon de Schwarzschild du trou noir. Les observations du VLT ont révélé que certaines étoiles du centre galactique avaient un mouvement elliptique tout à fait semblable à celui que décrivent les planètes autour de notre Soleil. En utilisant les lois de Kepler nous allons déterminer la masse de l'astre autour duquel elles orbitent.

Observations avec le VLT



Observer les étoiles près du centre de notre galaxie est très difficile. Les nombreuses étoiles et les nuages de poussières situés entre nous et ce centre en obscurcissent la vision. Heureusement, la lumière infrarouge, qui a une longueur d'onde supérieure à celle de la lumière visible, est très peu absorbée par les nuages de poussières. La lumière infrarouge des étoiles centrales peut ainsi nous atteindre (figure 2). Des observations menées durant plusieurs années avec le *Very Large Telescope* ont ainsi permis de préciser leurs mouvements.

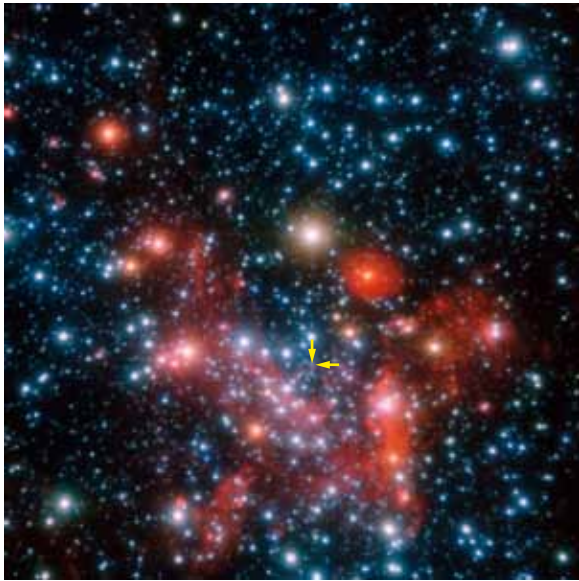


FIG. 2. – Image de la région centrale de la Voie lactée prise avec l'instrument NACO du Very Large Telescope dans le proche infrarouge, entre 1,6 et 3,6 microns de longueur d'onde. Les points brillants sont des étoiles dont la couleur indique la température : les bleues sont plus chaudes que les rouges. On observe aussi une émission diffuse entre les étoiles, due à la présence de poussières interstellaires. Les deux flèches jaunes indiquent la position du trou noir Sgr A*. Il fallut observer le mouvement des étoiles à son très proche voisinage durant plus de 11 ans pour déterminer sa masse. Image ESO.

Les images successives, prises à différentes dates, montrent que les étoiles proches du centre de la Voie lactée bougent plus ou moins lentement. Une étoile en particulier, appelée S2, s'est considérablement déplacée au cours des années. Sa position lorsqu'elle était proche du centre de la Voie lactée est montrée sur l'image de la figure 3. Un film de son mouvement est disponible à l'adresse :

<http://www.eso.org/public/videos/eso0846e/>



Détermination de la masse du trou noir

À l'aide des positions de l'étoile S2 rassemblées dans le tableau 1 (voir annexe), nous pouvons déterminer la masse de Sgr A*. Pour cela, il faut d'abord déterminer la période P et le demi-grand axe a de l'orbite de l'étoile. La 3^e loi de Kepler nous donnera alors la masse totale du système trou noir/étoile S2. Nous déterminerons ensuite la part qui revient au trou noir et celle qui revient à l'étoile.

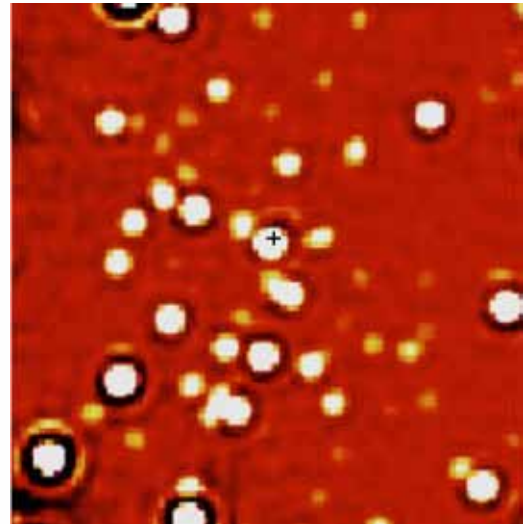


FIG. 3. – Image dans le proche infrarouge de la région centrale de la Voie lactée obtenue grâce à l'instrument NACO du Very Large Telescope. Sa taille angulaire est de 2 secondes d'arc ce qui correspond à 92 jours-lumière (1 jour-lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant un jour terrestre) à la distance du centre galactique. La position de la radio-source Sagittarius A* est indiquée par la croix noire. Le point blanc qui en est très légèrement décalé est l'étoile S2. Image ESO.

Détermination du demi-grand axe de l'orbite de l'étoile S2

Question 1 – Représenter les positions successives de l'étoile S2 données par le tableau 1 sur une feuille de papier millimétré ou en utilisant un tableur. Dans le cas d'un dessin « à la main », déterminer l'échelle qui vous permettra de couvrir toute votre feuille. Indiquer aussi les incertitudes sur les positions x et y sous forme de barres d'erreur horizontales ou verticales. Vous constaterez qu'un des foyers de l'ellipse est situé à l'origine des axes de coordonnées.

Question 2 – Dessiner « au jugé » une ellipse qui passe au plus près de ces positions. Elle ne doit pas nécessairement passer exactement sur les points du fait de l'incertitude des positions mesurées. Il n'est pas recommandé d'abandonner des points qui semblent ne pas convenir. Le résultat final dépend largement de la qualité de ce tracé.

Si vous avez utilisé un tableur, vous pouvez aussi tenter d'ajuster une ellipse aux points de mesures. Pour cela il faut définir une fonction paramétrique :

$$f(x, y) = \left(\frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{a} + e \right)^2 + \left(\frac{-x \sin \alpha + y \cos \alpha}{a\sqrt{1 - e^2}} \right)^2 - 1$$

où a est le demi-grand axe de l'ellipse cherchée, e son excentricité et α l'angle de rotation de l'ellipse autour de son foyer pris comme origine. L'équation $f(x, y) = 0$ définit l'ellipse et il s'agit donc de trouver la valeur des

trois paramètres (a , e , α) qui la fait passer au mieux parmi les points de mesures. Une évaluation de la qualité de l'ajustement peut se faire à l'œil mais aussi en cherchant à minimiser la quantité

$$\bar{d} = \sqrt{\sum_{i=1}^{19} f(x_i, y_i)^2}$$

qui représente la distance quadratique moyenne des 19 points de mesures (x_i, y_i) à l'ellipse choisie.

Question 3 – Mesurer le demi-grand axe de l'ellipse en l'exprimant en secondes d'arc. Si vous avez ajusté une ellipse par son équation, grâce à un tableur par exemple, la valeur du demi-grand axe est celle de l'ellipse la mieux ajustée aux positions mesurées. Exprimer ce résultat en jours-lumière en utilisant le fait qu'à la distance où se trouve le centre de la Voie lactée, une taille apparente de 2 secondes d'arc correspond à une taille réelle de 92 jours-lumière.

Question 4 – Comparer votre résultat avec celui des autres élèves de votre classe et utiliser cette information pour estimer l'incertitude de votre mesure commune. La dispersion de vos résultats permet d'estimer collectivement la qualité du travail de la classe.

Détermination de la période orbitale de l'étoile S2

Pour trouver la période orbitale de S2 vous allez utiliser la 2^e loi de Kepler qui stipule que l'aire balayée par le « rayon-vecteur » – le segment qui relie l'étoile au trou noir – est proportionnel au temps de balayage. La 2^e loi Kepler permet d'affirmer que si l'aire totale A de l'ellipse est balayée en un temps P , l'aire $A/2$ sera balayée en un temps $P/2$. Plus généralement, l'aire ΔA balayée en un temps Δt est donnée par :

$$\Delta A = \frac{\Delta t}{P} A$$

Pour déterminer P , nous allons mesurer simultanément A , ΔA et Δt . Pour cela deux méthodes sont possibles que l'on peut utiliser séparément ou de façon complémentaire.

Méthode A: détermination de l'aire de l'ellipse par mesure sur papier millimétré

Question 5 – Compter d'abord les millimètres carrés contenus dans l'aire totale de l'ellipse, puis dans l'aire balayée par le rayon vecteur pendant la durée Δt des observations. Ne comptez pas les « petits carrés » un à un ! Partager l'aire à déterminer en grands blocs carrés ou rectangles, puis ajouter de petits triangles dans les parties manquantes. Déterminer la période P en utilisant vos mesures.

Méthode B : détermination de l'aire de l'ellipse par pesée

Si la méthode précédente vous paraît trop fastidieuse il est possible de mesurer les aires par pesée. La précision de cette méthode peut être améliorée en collant soigneusement l'ellipse à découper sur du papier un peu épais dont la densité surfacique est uniforme et aussi élevée que possible.

Question 6 – Découper soigneusement l'ellipse à l'aide de ciseaux et peser cette ellipse de papier sur une balance dont la sensibilité est au moins de 0,01 gramme. La masse m_1 obtenue est proportionnelle à la surface de papier (la constante de proportionnalité étant la masse surfacique du papier). Découper maintenant le secteur qui n'a pas été balayé par le rayon-vecteur reliant l'étoile au trou noir pendant la durée Δt des observations et peser la partie la plus grande. La masse m_2 obtenue est aussi proportionnelle à l'aire de ce secteur. Déterminer la période P grâce à vos mesures.

Détermination de la masse totale du système

Question 7 – À partir des mesures précédentes, vous êtes maintenant capables de calculer la masse totale du système trou noir + étoile S2 grâce à la 3^e loi de Kepler. Pour ce faire, penser à harmoniser les unités (il faut que la période soit exprimée en seconde et le demi-grand axe en mètres). Enfin, exprimer la masse obtenue en unité de la masse du Soleil, sachant que celle-ci est égale à 2×10^{30} kg.

Un trou noir ou beaucoup d'étoiles ?

Comment la masse totale se répartit-elle entre le trou noir et l'étoile S2 ? Théorie et observations montrent que la masse des étoiles est comprise entre 0,08 et 120 masses solaires. Si vous ne vous êtes pas trompé, la masse totale que vous avez obtenue précédemment est bien plus grande que ces valeurs. Ainsi, sans se préoccuper de la masse de l'étoile S2 avec laquelle vous avez travaillé, il est évident que sa masse est négligeable devant celle obtenue. L'essentiel de la masse déterminée provient donc du trou noir.

Mais comment être certain qu'il s'agit bien d'un trou noir ? Il est possible que la masse déterminée ne soit pas celle d'un unique objet mais celle d'un grand nombre d'étoiles proches les unes des autres. Pour distinguer ces deux possibilités, nous allons utiliser le fait que, contrairement aux trous noirs, les étoiles émettent de la lumière.



Glossaire

Magnitude apparente et magnitude absolue

Les astronomes utilisent souvent la notion de « magnitude » pour comparer les luminosités propres ou apparentes des étoiles. La magnitude apparente des astres est une grandeur sans dimension qui se calcule à partir de la mesure photométrique de l'éclat apparent, flux d'énergie lumineuse reçue sur Terre (exprimé en W/m^2), comparée à celle d'une étoile choisie comme étalon. Si le détecteur utilisé mesure un éclat apparent E , la magnitude apparente m de l'étoile concernée est définie par :

$$m = m_0 - 2.5 \log_{10} \frac{E}{E_0}$$

où m_0 est la magnitude attribuée à l'étoile étalon et E_0 son éclat. La magnitude apparente d'une étoile est d'autant plus petite que celle-ci est brillante. Les étoiles visibles à l'œil nu ont une magnitude apparente inférieure ou égale à 6.

L'éclat apparent d'une étoile dépend de sa luminosité propre et de la distance D qui la sépare de l'observateur. Pour comparer les luminosité des étoiles entre elles, on a donc défini la magnitude absolue M comme étant la magnitude apparente qu'aurait l'étoile si elle était située à 10 parsecs de l'observateur. Elle se calcule en fonction de la magnitude apparente m et de la distance D exprimée en parsec en utilisant la conservation de la puissance lumineuse et en supposant qu'il n'y a pas d'absorption entre l'étoile et la Terre (ce qui n'est pas toujours vrai) :

$$m - M = 5 \log_{10} \frac{D}{10 \text{ pc}} = 5 \log_{10} D_{\text{pc}} - 5$$

Parsec

Le parsec (symbole pc) est une unité de distance utilisée en astrophysique. Son nom vient de la contraction des mots « parallaxe » et « seconde ». Le parsec est défini comme la distance à laquelle une unité astronomique (distance moyenne Terre-Soleil) sous-tend un angle d'une seconde d'arc. Un parsec vaut donc 206 265 unités astronomiques, soit $3,09 \times 10^{16}$ mètres ou 3,26 années-lumière.

Références



Articles scientifiques

- [1] SCHÖDEL R. et al., *Nature*, 2002, n°419, p. 694-696.
- [2] SCHÖDEL R., OTT T., GENZEL R., ECHART A., MOUAWAD N. & ALEXANDER T., *Astrophysical Journal*, 2003, n°596, p. 1015-1034. Cet article est disponible librement à l'adresse suivante : <http://xxx.lanl.gov/abs/astro-ph/0306214>
- [3] Q. SHEN Z. et al., *Nature*, 2005, n°438, p. 62-64.

Webographie anglophone

- <http://www.eso.org/public/videos/eso0846e/>
- <http://www.eso.org/public/videos/eso0846f/>
- <http://www.eso.org/public/videos/eso0846h/>
- <http://www.eso.org/public/images/eso0846a/>
- <http://www.eso.org/public/images/eso0226b/>
- <http://www.eso.org/public/images/eso0226c/>

Webographie francophone

- <http://www.eso.org/public/france/news/eso1124/>
- <http://www.eso.org/public/france/news/eso1247/>

Livres en français

- LUMINET (Jean-Pierre), *Le destin de l'Univers : Trous noirs et énergie sombre*. Coll. « Folio Essais », Gallimard.
- LUMINET (Jean-Pierre), *Les trous noirs*. Coll. « Points Sciences » Seuil.
- THORNE (Kip), *Trous noirs et distorsions du temps*. Coll. « Champs », Flammarion.

ANNEXE



Tableau 1 – coordonnées de l'étoile S2 mesurée grâce au VLT

Colonne 1 : date de la mesure de la position de S2, en année fractionnaire (par exemple 2000,500 représente le milieu de l'année 2000).

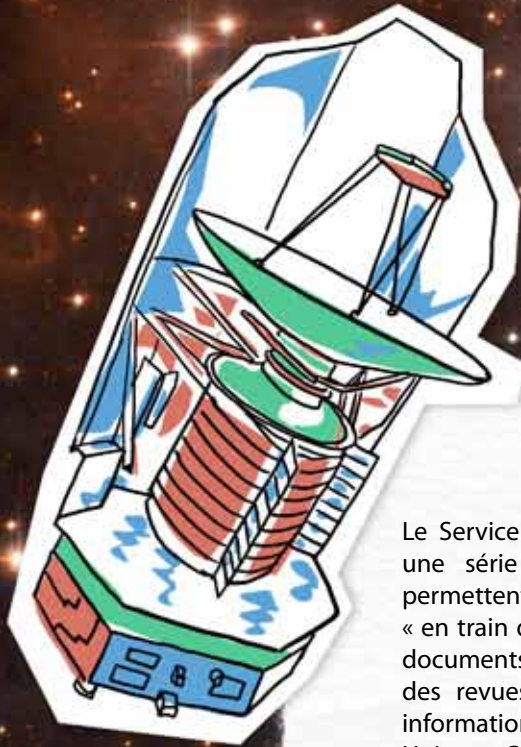
Colonnes 2 à 5 : les positions X et Y de S2 avec leur incertitude, exprimées en seconde d'arc. L'origine des coordonnées est la position de la source Sgr A*.

| Date (années) | X | ΔX | Y | ΔY |
|---------------|---------|------------|---------|------------|
| 1992,226 | +0,104" | 0,003" | -0,166" | 0,004" |
| 1994,321 | +0,097" | 0,003" | -0,189" | 0,004" |
| 1995,531 | +0,087" | 0,002" | -0,192" | 0,003" |
| 1996,256 | +0,075" | 0,007" | -0,197" | 0,010" |
| 1996,428 | +0,077" | 0,002" | -0,193" | 0,003" |
| 1997,543 | +0,052" | 0,004" | -0,183" | 0,006" |
| 1998,365 | +0,036" | 0,001" | -0,167" | 0,002" |
| 1999,465 | +0,022" | 0,004" | -0,156" | 0,006" |
| 2000,474 | +0,000" | 0,002" | -0,103" | 0,003" |
| 2000,523 | -0,013" | 0,003" | -0,113" | 0,004" |
| 2001,502 | -0,026" | 0,002" | -0,068" | 0,003" |
| 2002,252 | -0,013" | 0,005" | +0,003" | 0,007" |
| 2002,334 | -0,007" | 0,003" | +0,016" | 0,004" |
| 2002,408 | +0,009" | 0,003" | +0,023" | 0,005" |
| 2002,575 | +0,032" | 0,002" | +0,016" | 0,003" |
| 2002,650 | +0,037" | 0,002" | +0,009" | 0,003" |
| 2003,214 | +0,072" | 0,001" | -0,024" | 0,002" |
| 2003,353 | +0,077" | 0,002" | -0,030" | 0,002" |
| 2003,454 | +0,081" | 0,002" | -0,036" | 0,002" |



Notes

A series of horizontal dotted lines for taking notes, spanning the width of the page.



Le Service d'Astrophysique du CEA propose une série d'exercices d'astrophysique qui permettent de se plonger dans la recherche « en train de se faire ». Il s'agit d'analyser des documents extraits d'articles publiés dans des revues scientifiques pour en tirer des informations sur les objets qui peuplent notre Univers. Cette activité peut être menée en classe ou en petit groupe d'élèves et permet d'illustrer différents points des programmes de physique-chimie de première et de terminale scientifiques.

Cet exercice traite de la détermination de la masse du trou noir situé au centre de notre galaxie, la Voie lactée. Il utilise la géométrie de l'ellipse, les lois de Kepler, permet de discuter de la notion de vitesse de libération et de la luminosité des étoiles.

