

Études et modélisations des transferts de  
chaleurs en hélium superfluide

Jolan REYNAUD

SACM-CEA de Paris-Saclay  
Mardi 28 février 2017

Besoin d'un outil de dimensionnement pour le refroidissement des prochaines générations d'aimants supraconducteurs, notamment pour le LHC du CERN

Travail sur l'implémentation d'un code numérique diffusable et sur sa validation par des mesures expérimentales

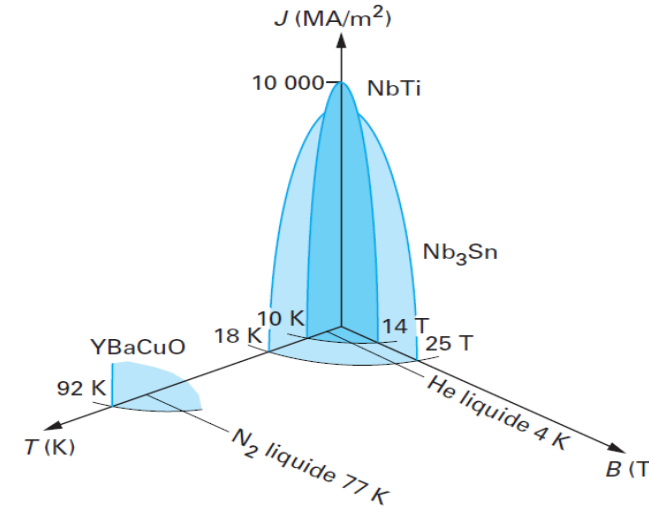


Large Hadron Collider CERN

1. Supraconductivité et hélium superfluide
2. Modélisation théorique
3. Modèle numérique et implémentation sous FLUENT
4. Stations d'essais et protocole expérimental
5. Résultats et analyses
6. Conclusions et perspectives

## Matériaux supraconducteurs

- Résistivité nulle en dessous d'une température « critique »
- Utilisation pour des aimants à fort champ magnétique
- Définition d'un triplet de fonctionnement ( $T_c$ ,  $B_c$ ,  $J_c$ )
- Deux matériaux principalement maîtrisés et utilisés actuellement :



Matériaux	$T_c$ [K] ( $B=0$ T et $J=0$ A/m <sup>2</sup> )	$B_c$ [T] ( $T=4.2$ K et $J=0$ A/m <sup>2</sup> )
NbTi (Nobium-Titane)	9.3	10.5
Nb <sub>3</sub> Sn (Nobium-Etain)	18	28.0

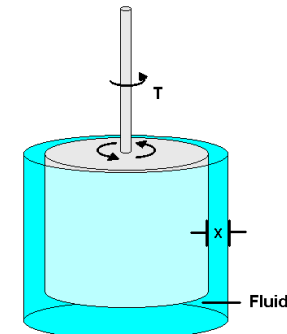
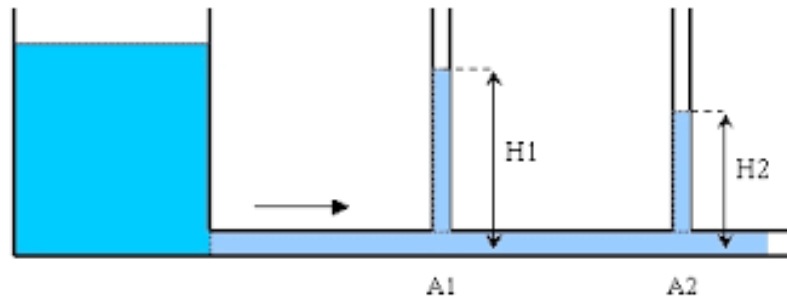
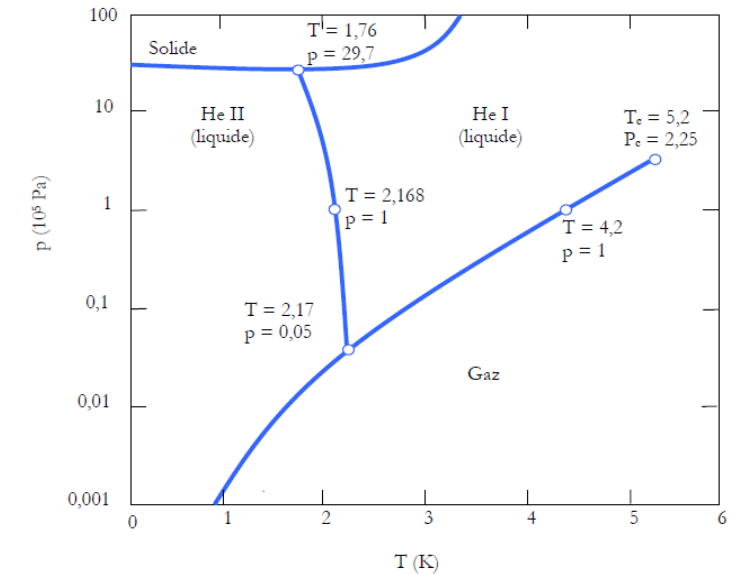
- Pour les aimants du LHC , c'est le Nb-Ti, plus simple à mettre en forme qui a été retenu.
- Pour optimiser ses performances, l'aimant sera refroidit autour de 1,8 K.

## Physique de l'hélium

- Seul élément en phase liquide pour ces températures à  $P_{atm}$
- Interaction moléculaire très faible
  - Comportement proche d'un fluide idéal
  - En dessous d'une certaine température  $T_\lambda$  comportement semi quantique
- $T_\lambda$  marque la transition entre les deux phases liquides de l'hélium l'He I classique et He II superfluide

Ce superfluide a des propriétés atypiques

- Capacité de transport de chaleur 50 fois meilleure que le cuivre
- Viscosité quasi-nulle et dépendant du type de mesure



## Modèles à deux fluides (Landau 1941)

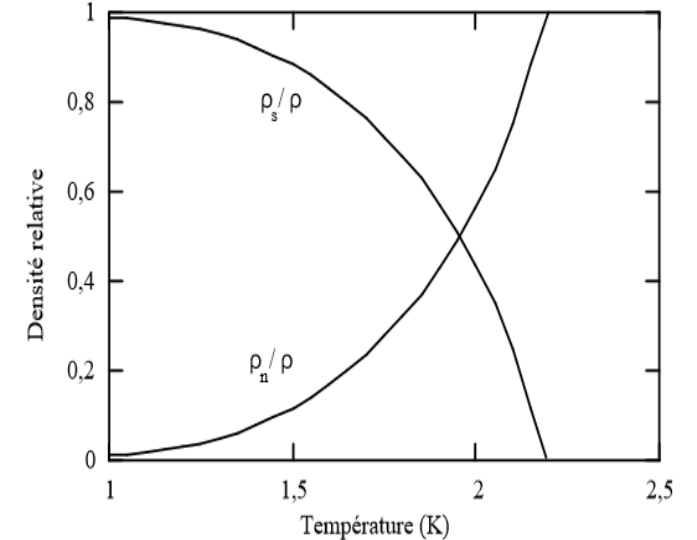
- Pour  $T < T_\lambda$  l'hélium est un mélange de deux fluides
  - Fluide **normal** de densité  $\rho_n$  et de vitesse  $\mathbf{v}_n$  qui transporte l'entropie
  - **Superfluide** de densité  $\rho_s$  et de vitesse  $\mathbf{v}_s$  et de viscosité nulle

$$\rho = \rho_n + \rho_s$$

$$\rho \mathbf{v} = \rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s$$

- La vitesse superfluide est irrotationnelle et dérive d'un potentiel chimique

$$\text{rot}(\mathbf{v}_s) = \mathbf{0} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = -\nabla \mu = s \nabla T - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\rho_n}{2\rho} \nabla |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2$$



### Modèles à deux fluides

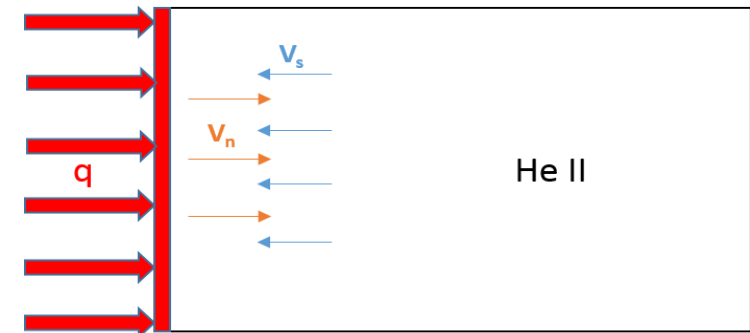
- Pour le transport d'énergie, on peut définir un flux d'entropie

$$S = \rho s v_n - k \frac{\nabla T}{T}$$

- Apport conductif négligeable, on définit un flux de chaleur convectif porté par le fluide normal

$$q = \rho s T v_n$$

- Tout flux de chaleur entraîne un écoulement de la composante normale et donc une contre-écoulement de la composante superfluide
- Thermique et dynamique sont liées dans un mouvement de convection interne au fluide



### Équations de conservation

- Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

- Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} \circ \text{Fluide complet : } & \frac{d}{dt}(\rho \mathbf{v}) = -\nabla p + \eta_n (\Delta \mathbf{v}_n + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_n)) + \rho \mathbf{g} \\ \circ \text{Superfluide : } & \frac{d}{dt}(\rho_s \mathbf{v}_s) = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s s \nabla T + \rho_s \mathbf{g} + \frac{\rho_n}{2\rho} \nabla |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 \\ \circ \text{Fluide normal : } & \frac{d}{dt}(\rho_n \mathbf{v}_n) = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s s \nabla T + \rho_n \mathbf{g} + \eta_n \left( \Delta \mathbf{v}_n + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_n) \right) - \frac{\rho_n}{2\rho} \nabla |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 \end{aligned}$$

- Conservation de l'entropie

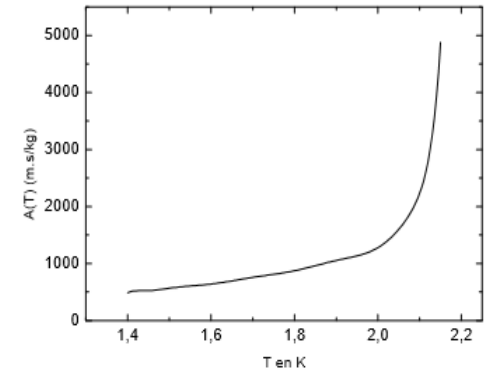
$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho s \mathbf{v}_n) = 0$$



### Régime de Gorter-Mellink : turbulence superfluide

- Prise en compte des tourbillons entre les deux composantes du fluide

$$\mathbf{F}_{ns} = A\rho_n\rho_s|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)$$



A coefficient de Gorter-Mellink

- Réécriture des équations de quantité de mouvement des deux composantes

$$\frac{d}{dt}(\rho_s \mathbf{v}_s) = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s s \nabla T + \rho_s \mathbf{g} + \frac{\rho_n}{2\rho} \nabla |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 + A\rho_n\rho_s|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)$$

$$\frac{d}{dt}(\rho_n \mathbf{v}_n) = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s s \nabla T + \rho_n \mathbf{g} + \eta_n \left( \Delta \mathbf{v}_n + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_n) \right) - \frac{\rho_n}{2\rho} \nabla |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 - A\rho_n\rho_s|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)$$

- Force interne ne modifiant pas l'équation du fluide complet

### Régime de Gorter-Mellink : turbulence superfluide

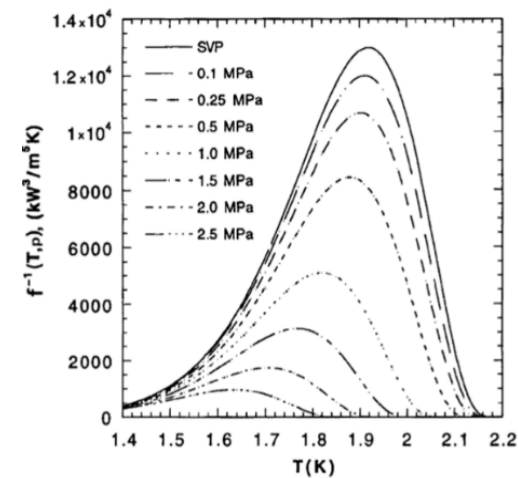
- Relation entre un flux de chaleur et le gradient de température

$$\nabla T = -\frac{\beta\eta_n}{(\rho_s\alpha)^2 T} \mathbf{q} - \frac{A\rho_n}{(\rho_s T)^3 s^4} |\mathbf{q}|^2 \mathbf{q}$$

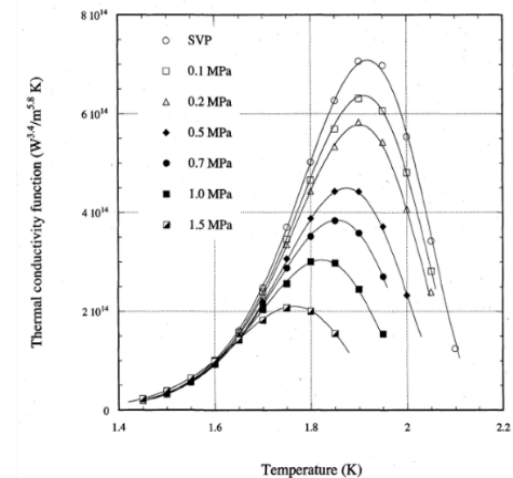
- Le terme issue de la turbulence superfluide sera prédominant lorsque le flux de chaleur sera important

$$\nabla T = -\frac{A\rho_n}{(\rho_s T)^3 s^4} \mathbf{q}^m = -f(T, p) \mathbf{q}^m$$

- $1/f(T, p)$  fonction de conductivité thermique, deux corrélations dans la littérature :
  - Suivant la théorie et retrouvée sur des mesures avec  $m=3$  (HEPAK - Van sciver 1979)
  - Basée sur d'autres résultats expérimentaux et avec  $m=3,4$  Sato (2005)



(a) HEPAK



(b) Sato et al.

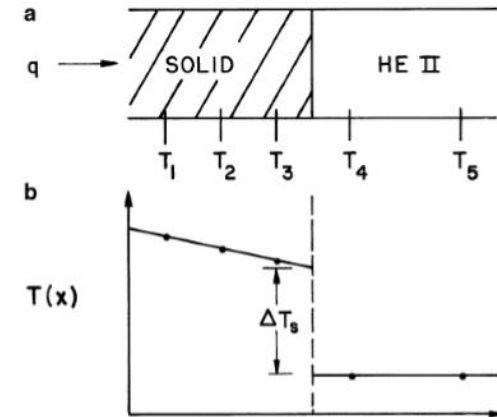
### Résistance de Kapitza

Phénomène quantique, différence de mode de propagation particulière de la chaleur dans les deux entités : phonons pour le fluide et électrons dans le solide.

- Discontinuité de la température entre l'He II et un solide chauffant
  - Différence mesurée supérieure au gradient au sein de l'hélium
  - Rôle dimensionnant dans le refroidissement des aimants
- 
- Relation empirique
  - Simplification pour des  $\Delta T$  faibles

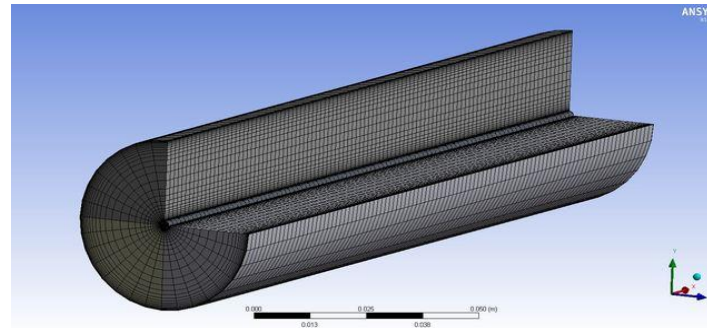
$$q = \chi_{Kap} (T_p^4 - T_b^4)$$

$$q = 4\chi_{Kap} T_f^3 (T_p - T_b) = h_{Kap} (T_p - T_b)$$



## FLUENT

Logiciel de CFD utilisant la méthode des éléments finis sur les cellules d'un maillage. Une bibliothèque d'équations et d'éléments physiques permet de paramétrer les cellules.



Pour que FLUENT puisse appréhender un modèle d'écoulements en He II il faut lui spécifier en plus pour chaque cellule :

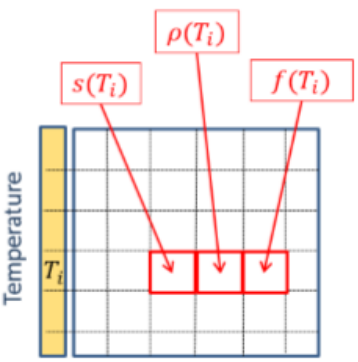
- Les propriétés physiques de l'hélium entre 1,5 et 2,25 K
- Modification de la conservation de QDM
- Modification de la conservation d'énergie
- Résistance de Kapitza qui est un phénomène quantique

On utilisera des Macros UDF (User-Defined) : fichiers codés en langage C avec des fonctions et une syntaxe spécifiques à FLUENT qui pourront être chargés dans le solveur

## Propriétés physiques

- *DEFINE\_PROPERTY* : attribue pour chaque cellule du maillage une valeur pour chaque propriété physique. Données extraites d'HEPAK sous forme de tableau matriciel pour un plage de température discrète

Exemple : T variant de 1,5 à 2,25K  
et un incrément de 0,001K  
( $T_{i+1}=T_i+0.001K$ )



- Densité du fluide complet  $\rho$
- Densité de la composante normale  $\rho_n$
- Densité de la composante superfluide  $\rho_s$
- L'entropie spécifique  $s$
- Viscosité  $\eta$
- Coefficient de Gorter-Mellink  $A$
- Fonction de conductivité thermique  $1/f(T,p)$  Hepak
- $C_p$  capacité calorifique

- Fluent calcul à chaque itération une température par cellule  $T_{cell}$  et il lira dans le tableau :

Si  $T_{cell} = T_i$  alors  $\rho(T_{cell}) = \rho(T_i)$   
 Sinon  $T_j < T_{cell} < T_{j+1}$  alors  $\rho(T_{cell}) = \rho(T_j) + \frac{\rho(T_{j+1}) - \rho(T_j)}{T_{j+1} - T_j} * (T_{cell} - T_j)$

- Envoi des valeurs au solveur pour l'itération suivante. Pour  $f(T,p)$  définie par Sato, on implémentera sa valeur dans le code sous forme d'un polynôme dépendant de la température.

## Quantité de mouvement

- Simplification du modèle lourd nécessitant la résolution de deux champs de vitesse :  
→ Hypothèse : l'effet thermomécanique et la turbulence superfluide sont prédominants pour la vitesse superfluide

$$s\nabla T = -A\rho_n|v_n - v_s|^2(v_n - v_s)$$

- On peut donc réécrire les deux champs de vitesse

$$v_s = v - \frac{\rho_n}{\rho}(v_n - v_s) = v + \left(\frac{\rho_n^2 s}{A\rho^3|\nabla T|^2}\right)^{1/3}\nabla T$$

et

$$v_n = v + \frac{\rho_s}{\rho}(v_n - v_s) = v - \left(\frac{\rho_s^3 s}{A\rho^3\rho_n|\nabla T|^2}\right)^{1/3}\nabla T$$

- Finalement une seule équation de conservation de quantité de mouvement est nécessaire

$$\frac{d}{dt}(\rho v) = -\nabla p - \underbrace{\nabla \left\{ \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \left( \frac{s}{A\rho_n|\nabla T|^2} \right)^{2/3} \nabla T \nabla T \right\}}_K + \eta \left[ \left( \Delta v + \frac{1}{3} \nabla(\nabla \cdot v) \right) - \underbrace{\left( \frac{\rho_s^3 s}{A\rho^3\rho_n|\nabla T|^2} \right)^{1/3} \left\{ (\Delta(\nabla T) + \frac{1}{3} \nabla(\nabla \cdot \nabla T)) \right\}}_L \right] + \rho g$$

K

L

## Quantité de mouvement

- Il apparait deux termes à ajouter à l'équation classique, on détaille la valeurs de ces termes pour chaque composantes spatiales :

$$\nabla T \nabla T = \Gamma \text{ tel que } \Gamma(i, j) = \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

$$T_{s_x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} \right] - \eta L \frac{1}{3} \left( \frac{4\partial^3 T}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 T}{\partial y^2 \partial x} + \frac{\partial^3 T}{\partial y^2 \partial x} \right)$$

- Implémentation par appel et manipulation explicite dans le programme C des dérivées de la température
- Calculs dans la fonction *DEFINE\_ADJUST* et transmission de la valeur au solveur avec *DEFINE\_SOURCE*.

## Équation d'énergie

- FLUENT résout la conservation de l'enthalpie

$$\rho \frac{dh}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} \text{ et } dh = c_p dT$$

- En utilisant la relation gradient-flux décrite précédemment on peut expliciter cette relation

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} = -\nabla \cdot \left\{ \left( \frac{1/f(T,p)}{|\nabla T|^{m-1}} \right)^{1/m} \nabla T \right\}$$

- Une telle écriture permet d'identifier le transport de chaleur à un cas de conduction de type Fourier

$$\lambda_{equiv} = \left( \frac{1/f(T,p)}{|\nabla T|^{m-1}} \right)^{1/m}$$

- On définira avec *DEFINE\_PROPERTY* un  $\lambda_{HEPAK}$  et un  $\lambda_{Sato}$ . On choisira l'une des deux avant une simulation

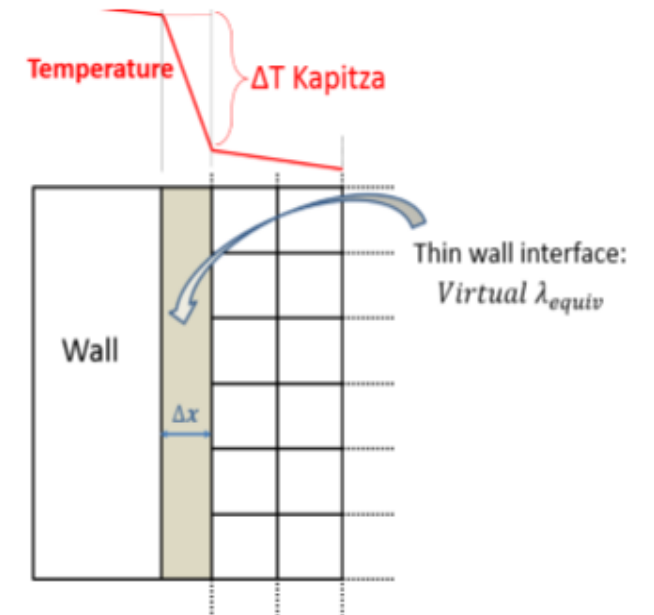


Résistance de Kapitza : Reproduire un phénomène quantique par de outils classiques

- Modélisation de la partie solide ( $\rho_{\text{sol}}, c_{p\text{-sol}}, \lambda_{\text{sol}}$ )
- Configuration du mur virtuel à l'interface ( $\rho_{\text{mur}}, c_{p\text{-mur}}, \lambda_{\text{mur}}$ )
  - Flux de chaleur  $q$  et  $T_b$  fixés
  - Calcul de  $h_{Kap}$  en fonction du matériau
  - Définition épaisseur mur virtuel  $\Delta x$
  - Calcul d'une conductivité équivalente

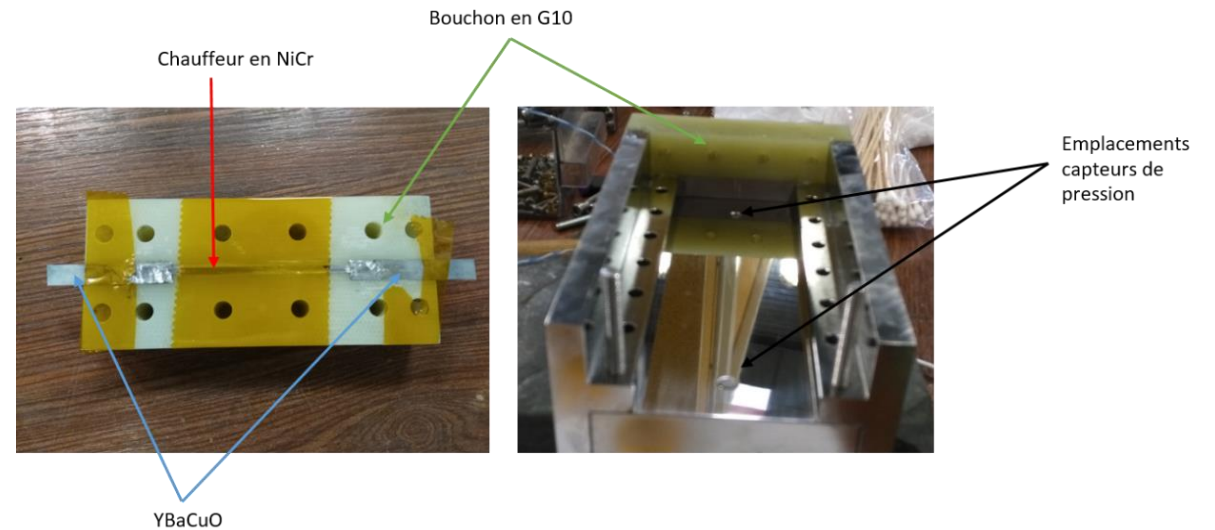
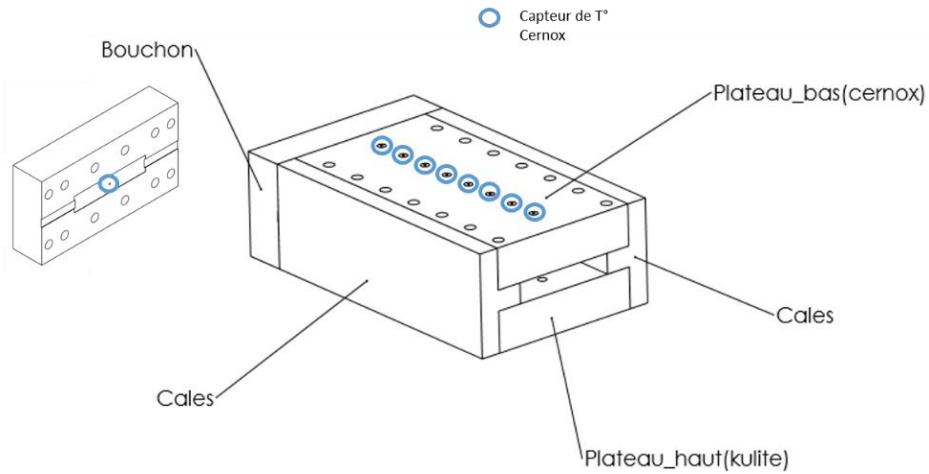
$$q = \lambda_{mur} \frac{\Delta T}{\Delta x} = h_{Kap} (T_p - T_b) \rightarrow \lambda_{mur} = \frac{h_{Kap}}{\Delta x}$$

- Valeurs faibles pour  $\rho_{\text{mur}}$  et  $c_{p\text{-mur}}$  pour ignorer les effets transitoires



Montage d'une expérience pour tester le code : mesure du transfert de chaleur dans un volume d'He II confiné

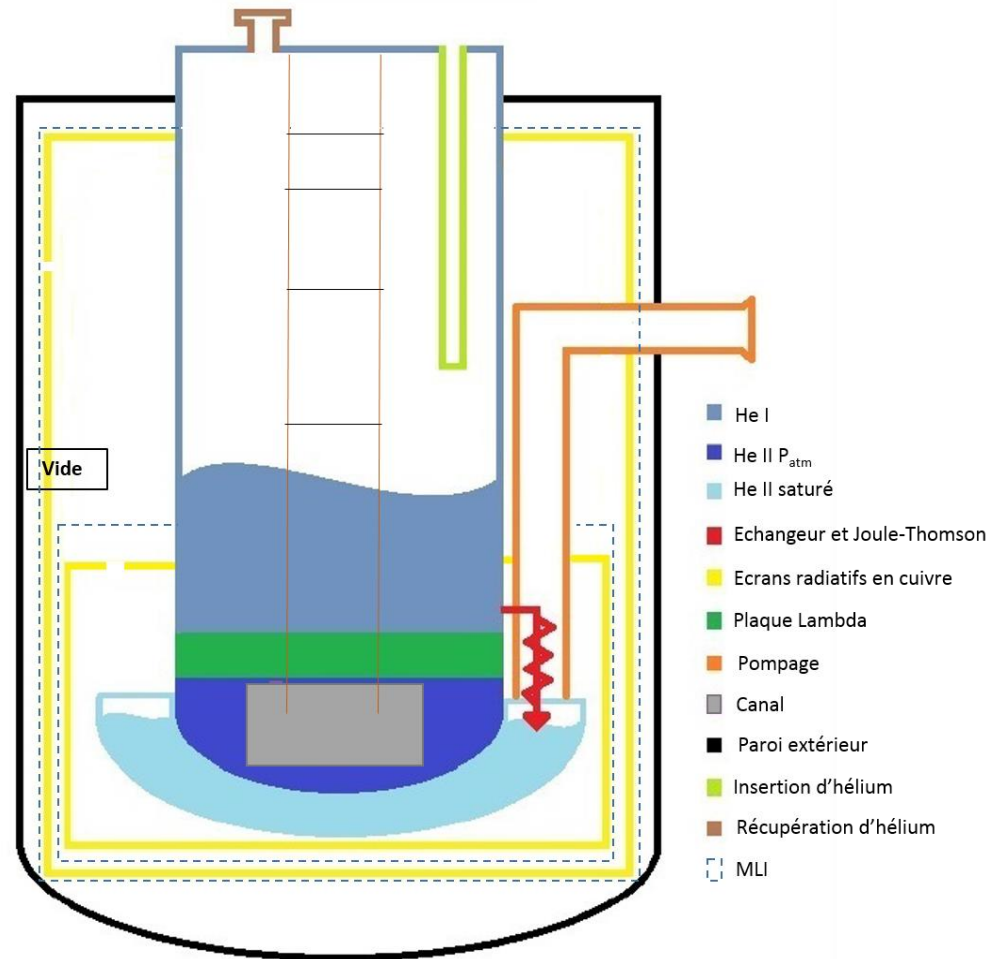
## Micro-canal (140x50x10mm)



Les données des capteurs sont numérisés par des modules d'acquisitions et transmises à un ordinateur équipé du logiciel de mesure LABVIEW

## Le cryostat double-bain

- Limitation des 3 types d'apports de chaleur de l'extérieur (radiatif, convectif, conductif)
- Obtention et régulation d'un bain d'hélium superfluide à pression atmosphérique

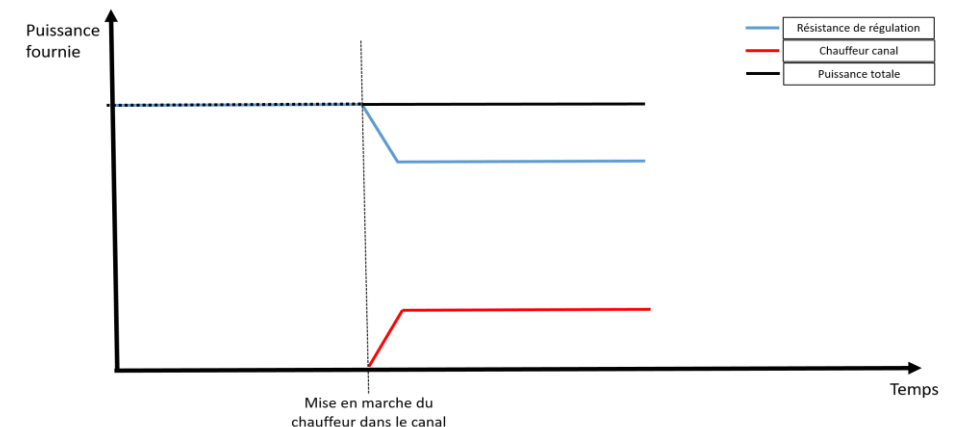
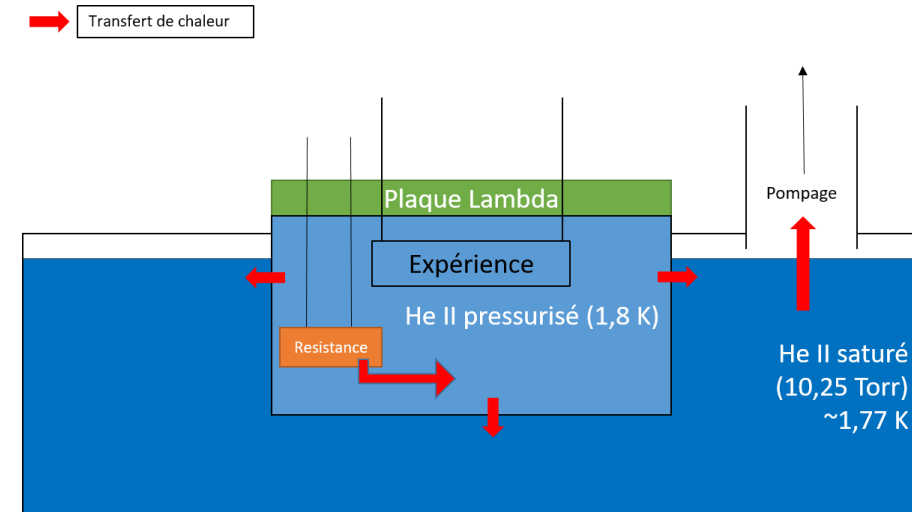


## Protocole d'expérience

- Fixer la température du bain pressurisé
- Alimenter le chauffeur du canal pour une puissance voulue
- Maintenir la température du bain pendant l'expérience
- Mesurer l'augmentation de température au sein du canal

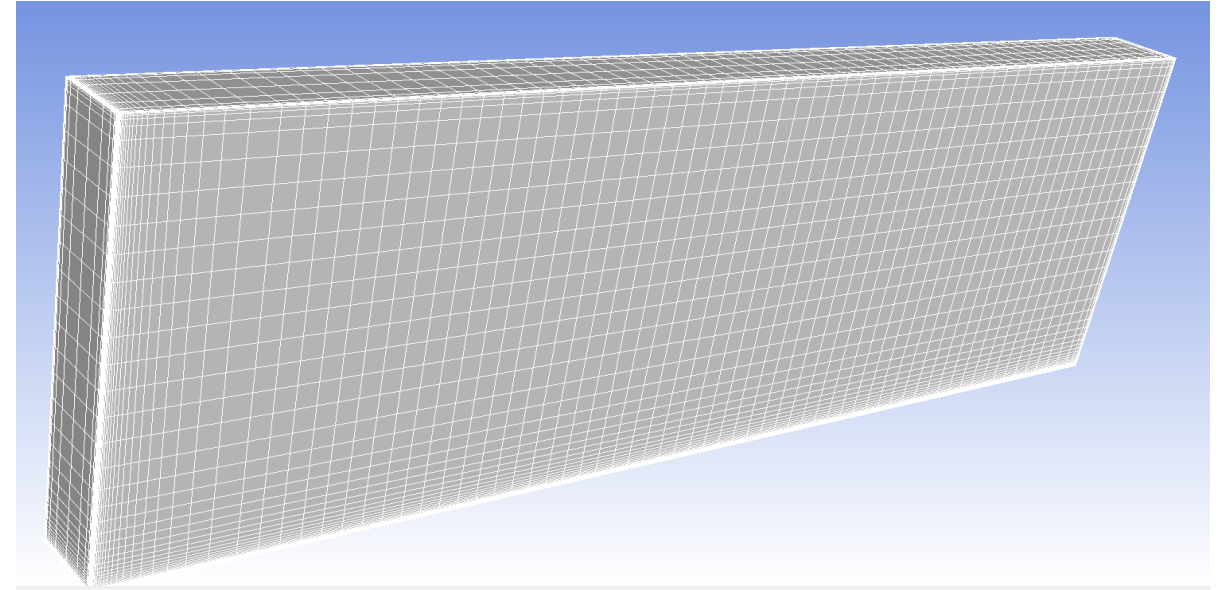
## Evacuation de l'énergie pour maintenir le bain

- Régulation de la pression bain saturé (monovariant) par une vanne
- Régulation de la  $T^\circ$  du bain pressurisé par une résistance
- On crée et on maintient un  $\Delta T$  entre les deux bains
- Lors du chauffage dans le canal, la résistance du bain s'ajuste



## Modélisation de l'expérience

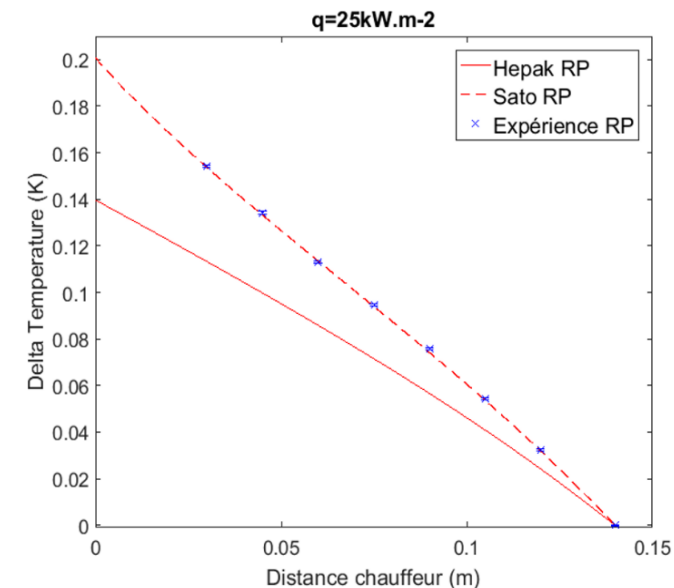
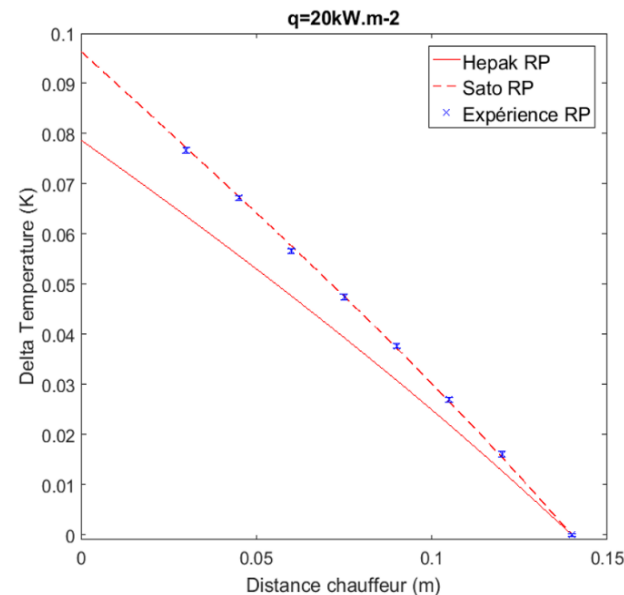
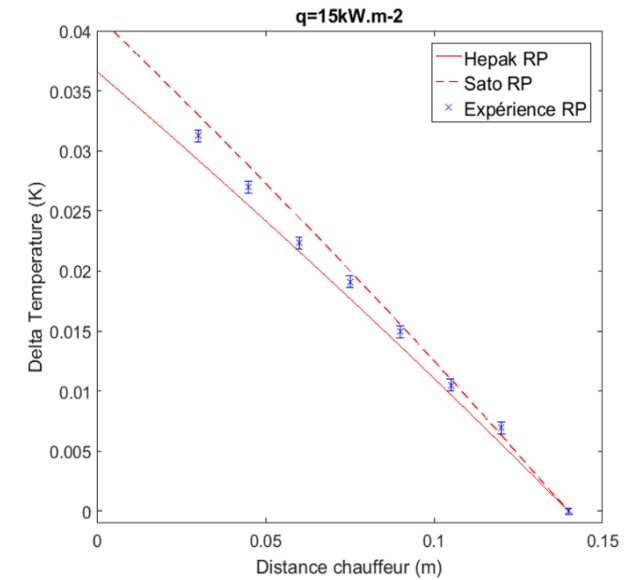
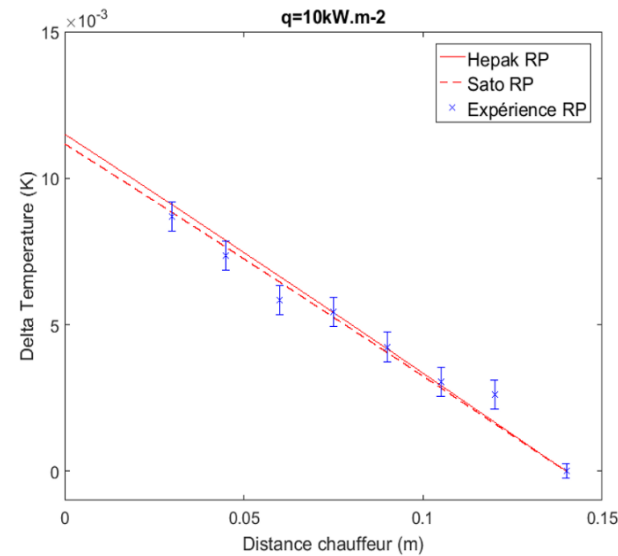
- Maillage respectant les dimensions du canal sur *ICEM*
- Les parois en acier-inox seront modélisées par des murs adiabatiques
- Le chauffeur par un mur fournissant un flux de chaleur constant
- L'ouverture sur le bain sera modélisée par un mur fixé à la température de 1,8 K
- Étude du raffinement en paroi pour gérer les gradients importants proche du chauffeur et les écoulements pariétaux



Nombre de cellules	Raffinement en paroi	Taille cellule mini	Taille cellule maxi
73 542	$1.10^{-6}\text{m}$	$1.10^{-16}\text{m}^3$	$2.10^{-8}\text{m}^3$

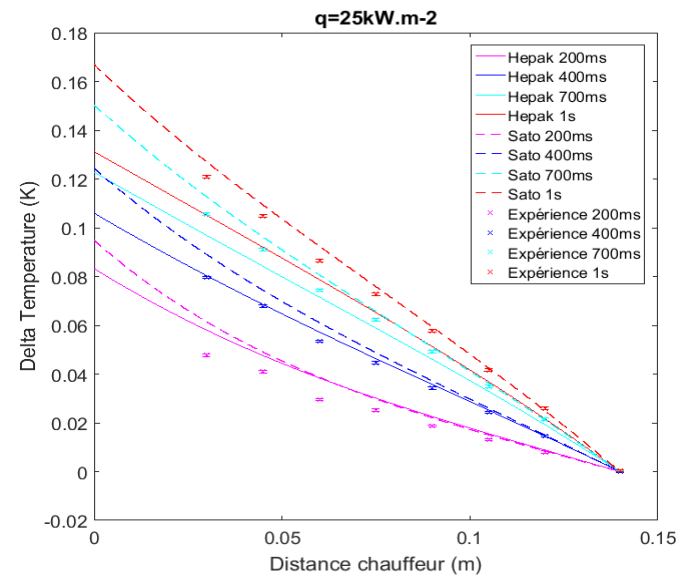
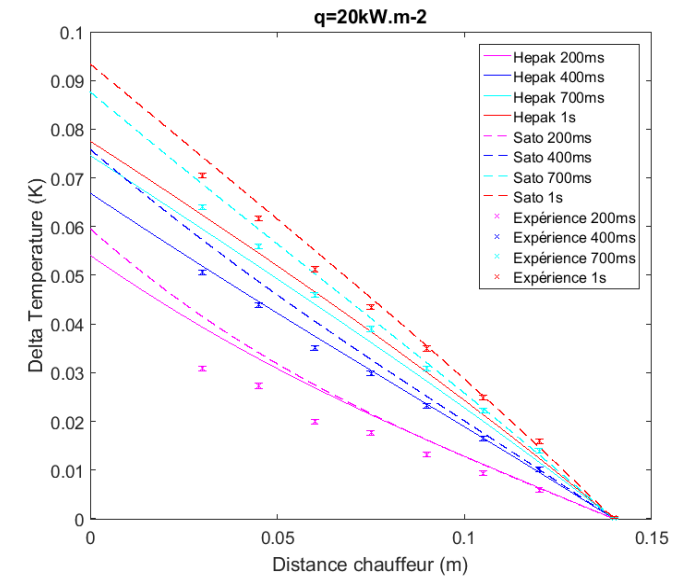
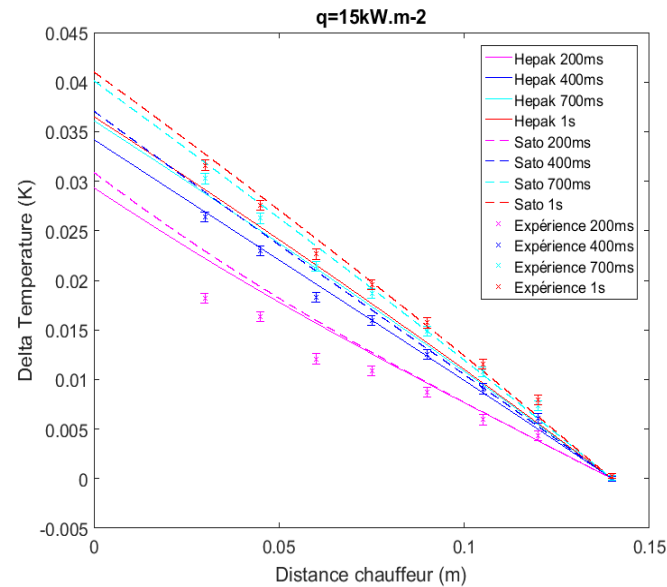
## Régime permanent

- Allures globales communes, décroissance quasi-linéaire en fonction de la distance chauffeur
- Des différences apparaissent entre les deux simulations
- HEPAK sous-estime l'échauffement du fluide
- Sato prévoit très bien le comportement pour les flux de chaleur élevés
- Conductivité apparente entre 14 et 16 000 W/m.K



## Régime transitoire

- Allures globales communes, d'hyperbolique à linéaire
- $t=200$  ms : différence proche chauffeur, surestimation de la température
- $t=400$  ms : différenciation nette, bon accord expérience et HEPAK, Sato surestime encore l'échauffement
- $t=700/1000$  ms : les deux simulations ne coïncident plus, les mesures se rapprochent de Sato et HEPAK sous-estime désormais la montée en température. Cohérent car on approche du régime permanent



## Résistance de Kapitza

- Maillage du canal en ajoutant le chauffeur
- Implémentation des propriétés du nickel entre 1,8 et 15 K au solide
- Configuration du mur virtuel pour  $q$  et  $T_b$
- Vérification de la température en paroi

Pour  $q = 10 \text{ kW/m}^2$  et  $T_b = 1,8 \text{ K}$  et  $\Delta x = 1 \text{ m}$

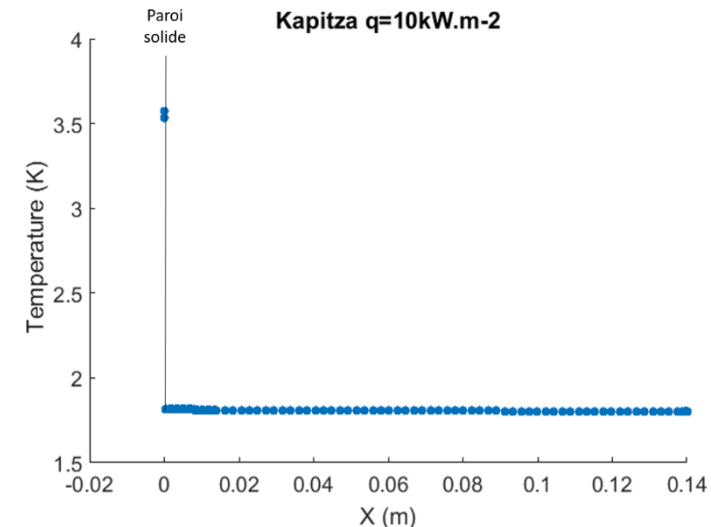
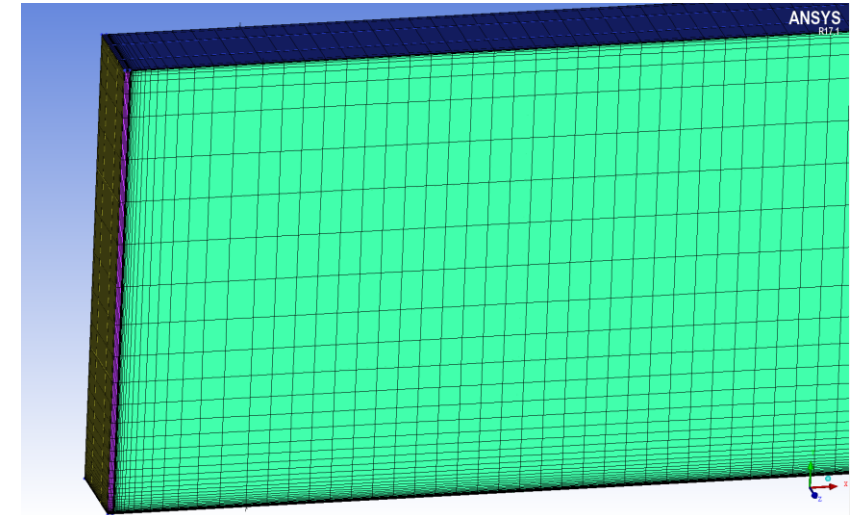
$$q = h_{Kap}(T_p - T_b) \text{ et } h_{Kap} = 690T_b^{3,6} \text{ (Cheeke 1973)}$$

$$\lambda_{mur} = \frac{h_{Kap}}{\Delta x} = 5725,72 \text{ W/m.K}$$

En théorie :

$$T_b + \frac{q}{h_{Kap}} = T_p = 3,55 \text{ K}$$

Simulation :





### Conclusions

- Bonne correspondance entre les simulations et les phénomènes expérimentaux
- Comparaison des deux corrélations : Sato apparait plus juste en régime permanent et sur la fin du régime transitoire, HEPAK semble pouvoir mieux modéliser les premiers instants du transfert de chaleur
- Les hypothèses et les choix de modélisation sont légitimes
- Le code numérique FLUENT actuel constitue une base fiable pour un outil de modélisation thermodynamique aisément diffusable

### Voies d'amélioration

- Nouvelle campagne de mesures et de simulations pour continuer la validation du code
  - Températures de bain différentes
  - Tailles de canal différentes
- Développement de la modélisation de la transition He II- He I et expériences en canal pour fournir à terme un code complet de 1,8 à 4,2 K
- Mesure de Kapitza sur le NiCr

Merci pour votre attention.