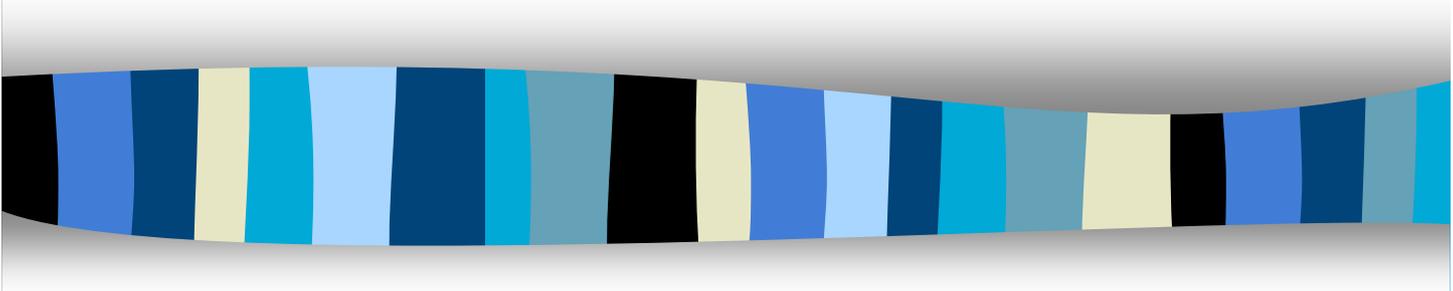


Antimatière et Antigravité en Relativité Générale ?



G. Chardin
DAPNIA/SPP
CEA/Saclay

Cosmological Antigravity

The long-derided cosmological constant—a contrivance of Albert Einstein's that represents a bizarre form of energy inherent in space itself—is one of two contenders for explaining changes in the expansion rate of the universe

by Lawrence M. Krauss

ADAM RIESS



His calculations show that the universe seems to be expanding ever faster, suggesting the existence of the antigravity force first proposed, then abandoned, by Einstein.

Adventures in Antigravity

By Michael D. Lemonick

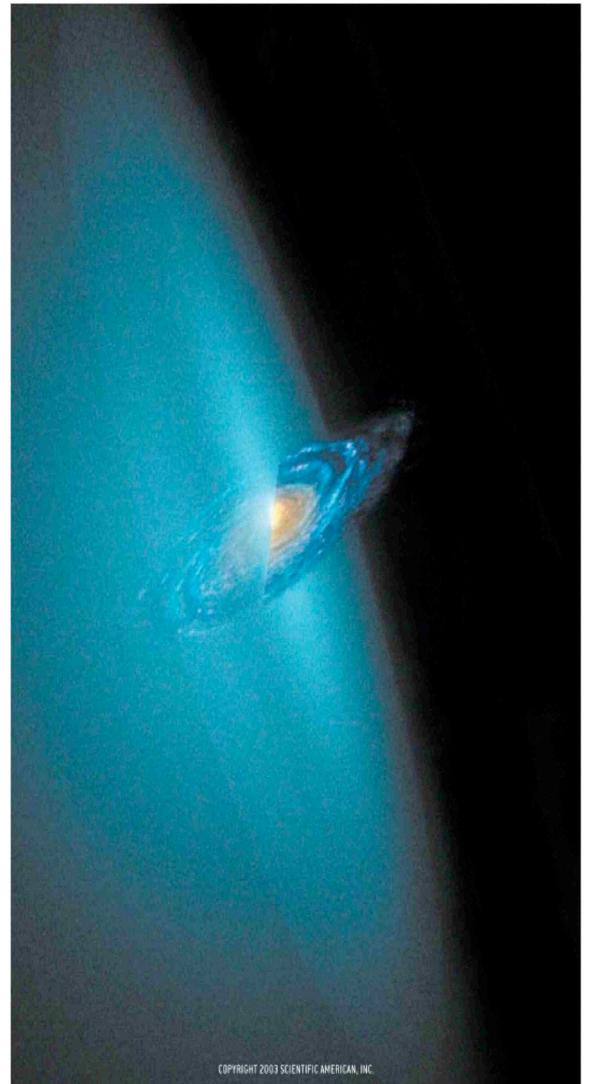
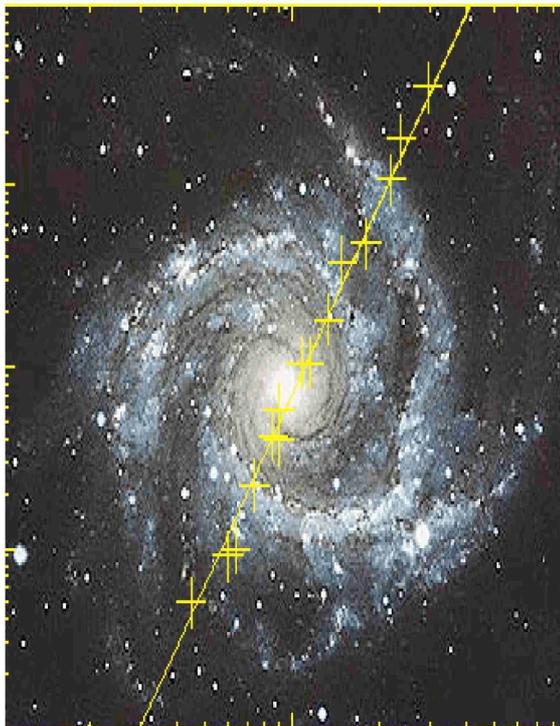
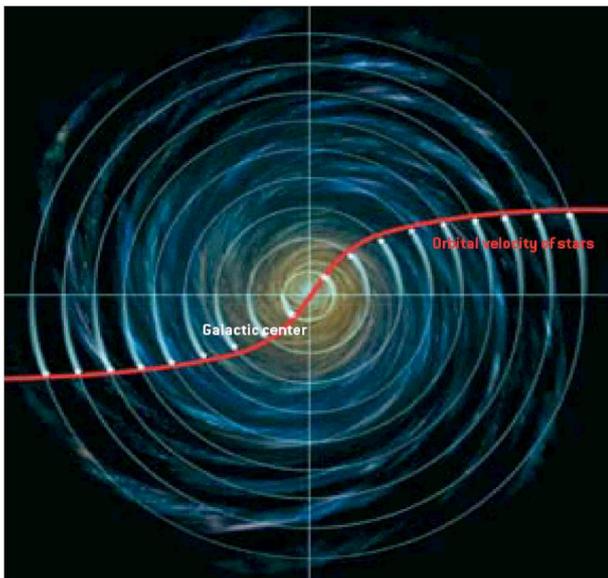
Hard as it is for earthlings to imagine, astronomers have known for some time that the universe is expanding. They've never been able to figure out, though, whether it will balloon outward forever or slow under the combined gravity of its 100 billion galaxies, stop and fall back in on itself. Thanks in large part to Adam Riess, they're a lot closer to an answer—and it's not what they expected.

Riess was only 25 when he joined a prestigious group of scientists who set out in 1995 to measure what was expected would be a post Big Bang cosmic slowdown. The idea was to compare the expansion rate today with the rate billions of years ago by gauging the speeds of exploding stars called supernovas—Riess's grad-school specialty. But in January 1998, Riess saw something weird: the number he was getting for the slowdown kept coming out negative. The universe wasn't slowing down; it was speeding up! "This seemed to imply," he says, "that some force is acting against gravity." Crazy as antigravity sounds, the idea was originally suggested by Einstein as a kind of add-on to his General Theory of Relativity.

Motivations for non-baryonic Dark Matter Search

- Astrophysical measurements

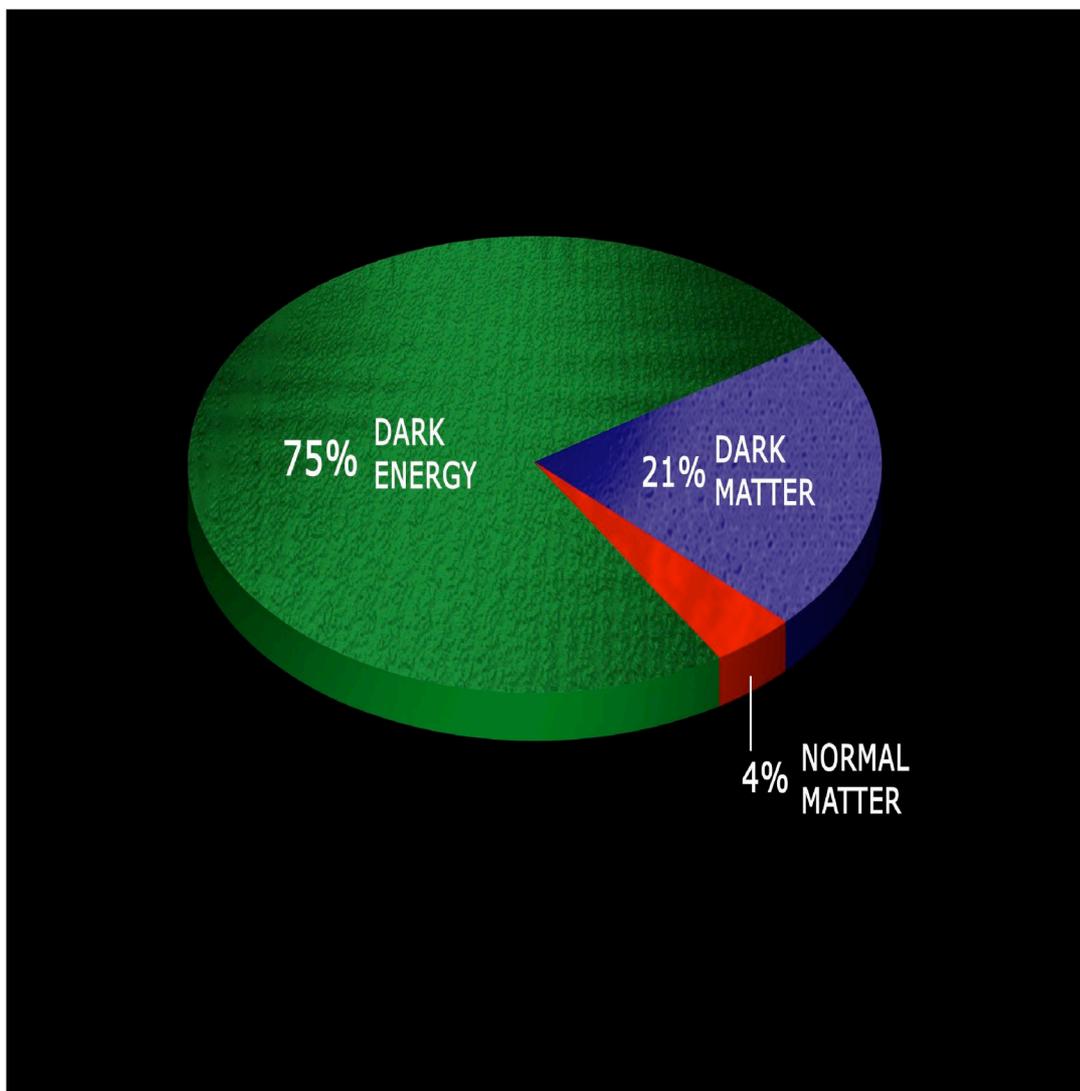
- "Dark" matter halo around the galaxies
- Local density:
 $\rho_{\text{DM}} \sim 0.3 - 0.5$
 GeV/cm^3



"An extravagant Universe" after WMAP + HST + SDSS + ...

- $\Omega_{\text{tot}} = 1.00 \pm 0.02$
- $\Omega_{\text{baryon}} = 0.045 \pm 0.005$
- $\Omega_{\text{matter}} \approx 0.28$
- $\Omega_{\Lambda} \approx 0.72$

"Concordance model"





"An extravagant Universe"

- $\Omega_{\text{tot}} = 1.00 \pm 0.02$
- $\Omega_{\text{baryon}} = 0.045 \pm 0.005$
- $\Omega_{\text{matter}} \approx 0.30$
- $\Omega_{\Lambda} \approx 0.70$

Suppose, similarly to Dirac:

- symmetric primordial Universe
- i.e., as many **positive** mass states as **negative** mass states
- motivations in General Relativity ?
- consequences ?

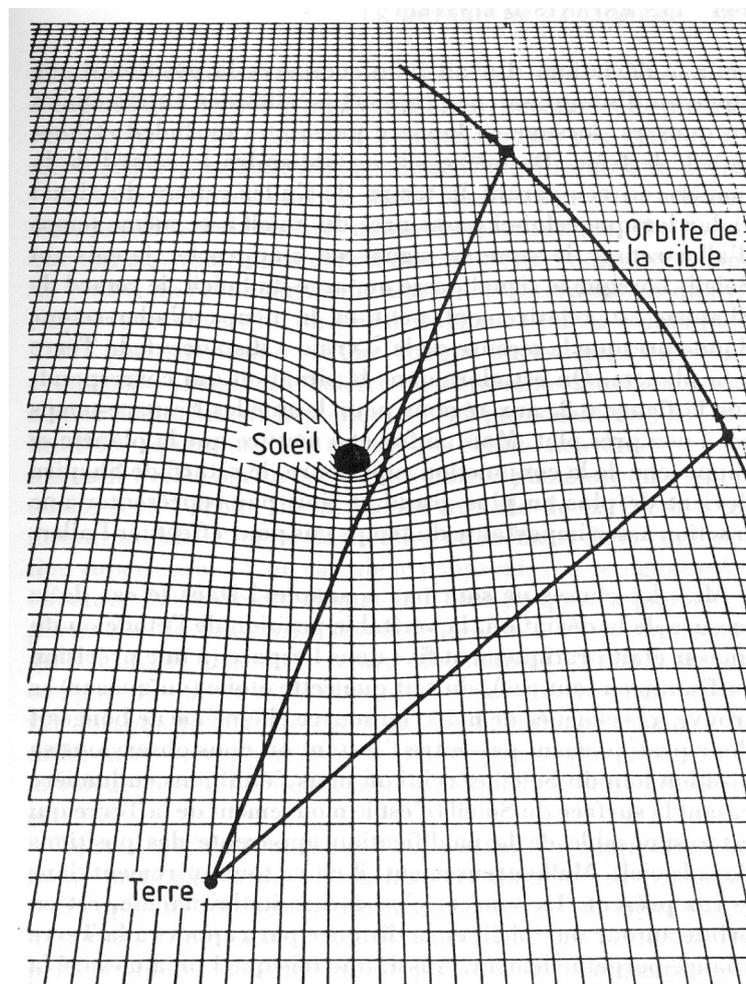


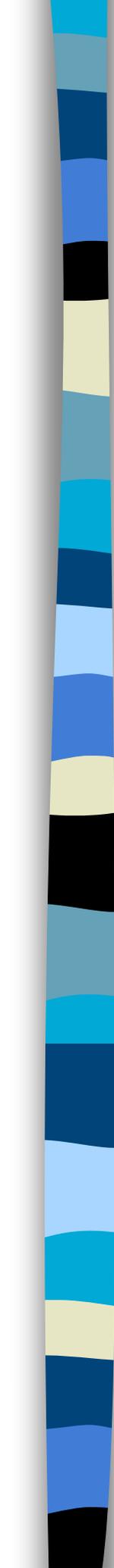
Motivations cosmologiques

- « In a scenario devised by Omnès (1969) and elaborated by Stecker and Puget (1972) irregularities develop through the coalescence and annihilation of pools of matter and antimatter. The idea **has considerable appeal because it commences from a simple state—a homogeneous universe with local balance of matter and antimatter**—but it proves difficult to see how the coalescence of matter pools and antimatter pools could proceed fast enough to make the growth of the scale of clustering keep pace with the growth of the horizon so as to produce an interesting degree of inhomogeneity now. »
- P.J.E. Peebles, *The large-scale structure of the Universe*, p. 384 (Princeton Univ. Press, 1980)

Relativité générale et antimatière...

- En Relativité Générale (théorie métrique) la trajectoire de *n'importe quel corps* est complètement déterminée par la courbure de l'espace en ce point et par les conditions initiales.
- Il semble donc *impossible* de distinguer par une expérience locale la matière de l'antimatière en Relativité Générale...





Géométrie de Schwarzschild

- Masse $m \neq 0$, moment cinétique et charge nuls
- Métrique avec symétrie sphérique
- Partant de l'espace plat:

$$d\tau^2 = dt^2 - (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2) / c^2$$

- Modification par masse m :

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2Gm}{r}\right) dt^2$$

$$- \left(1 - \frac{2Gm}{r}\right)^{-1} (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2) / c^2$$

- Existence d'un horizon (pour observateur à l' ∞)

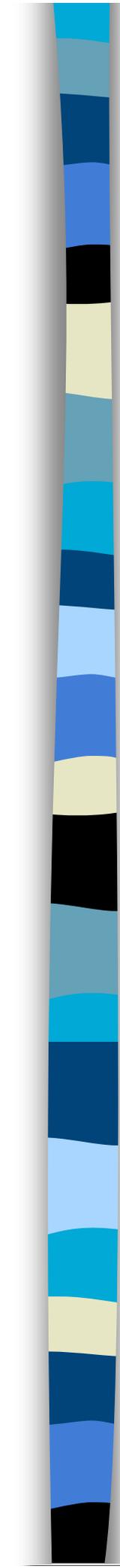
$$r_s = 2Gm / c^2$$

- Géométrie complète de Schwarzschild (Kruskal, T): > 1960 !



Schwarzschild (suite)

- Mais, la géométrie de Schwarzschild, avec sa symétrie sphérique, est exceptionnelle:
 - W. Israël
(*Phys. Rev.* **164** (1967) 1776)
 - la topologie des solutions générales \neq géométrie de Schwarzschild
- Existe-t-il des solutions plus génériques ?
- Brandon Carter: toute solution trou noir va rapidement converger vers la solution de Kerr
(Kerr-Newman si charge $e \neq 0$)
- Qu'y a-t-il de nouveau dans cette solution ?



Géométrie de Kerr (trou noir en rotation)

- Masse $m \neq 0$, moment cinétique $L/m = a \neq 0$, charge nulle
- Métrique: symétrie axiale ($r+ia \cos\theta$)
- Deux paramètres m et a :

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

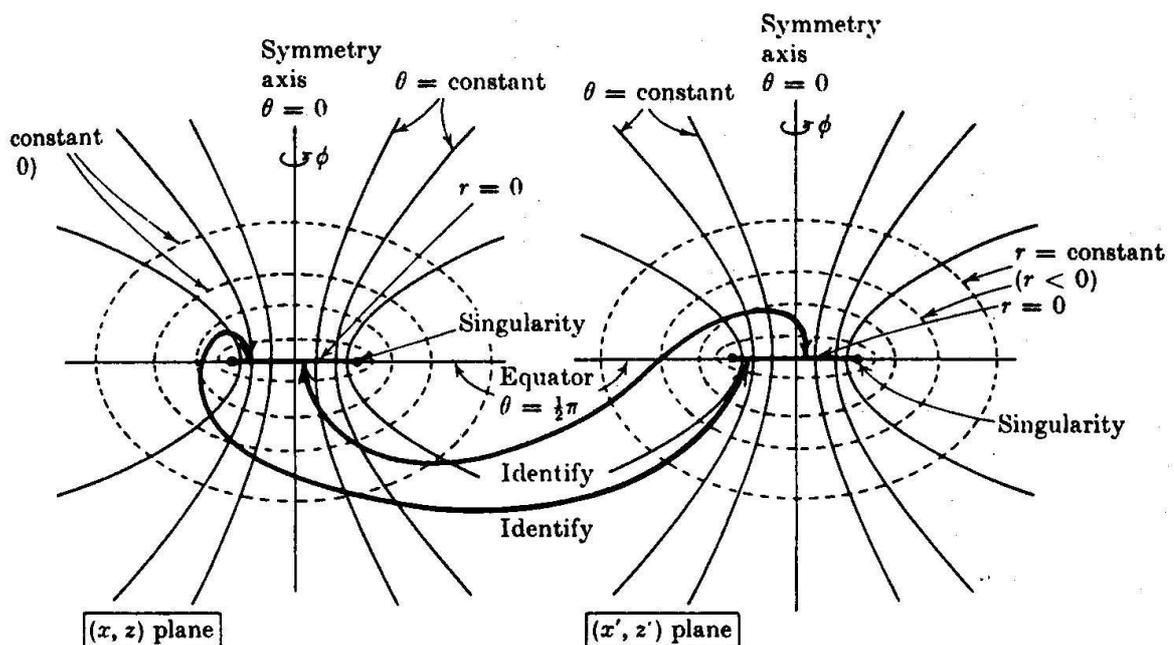
$$+ \frac{2Mr}{r^4 + a^2 z^2} \left[dt + \frac{zdz}{r} + \frac{r(xdx + ydy) - a(xdy - ydx)}{r^2 + a^2} \right]^2$$

avec

$$r^2 = \frac{(x^2 + y^2 + z^2 - a^2) \pm \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2 - a^2)^2 + 4a^2 z^2}}{2}$$

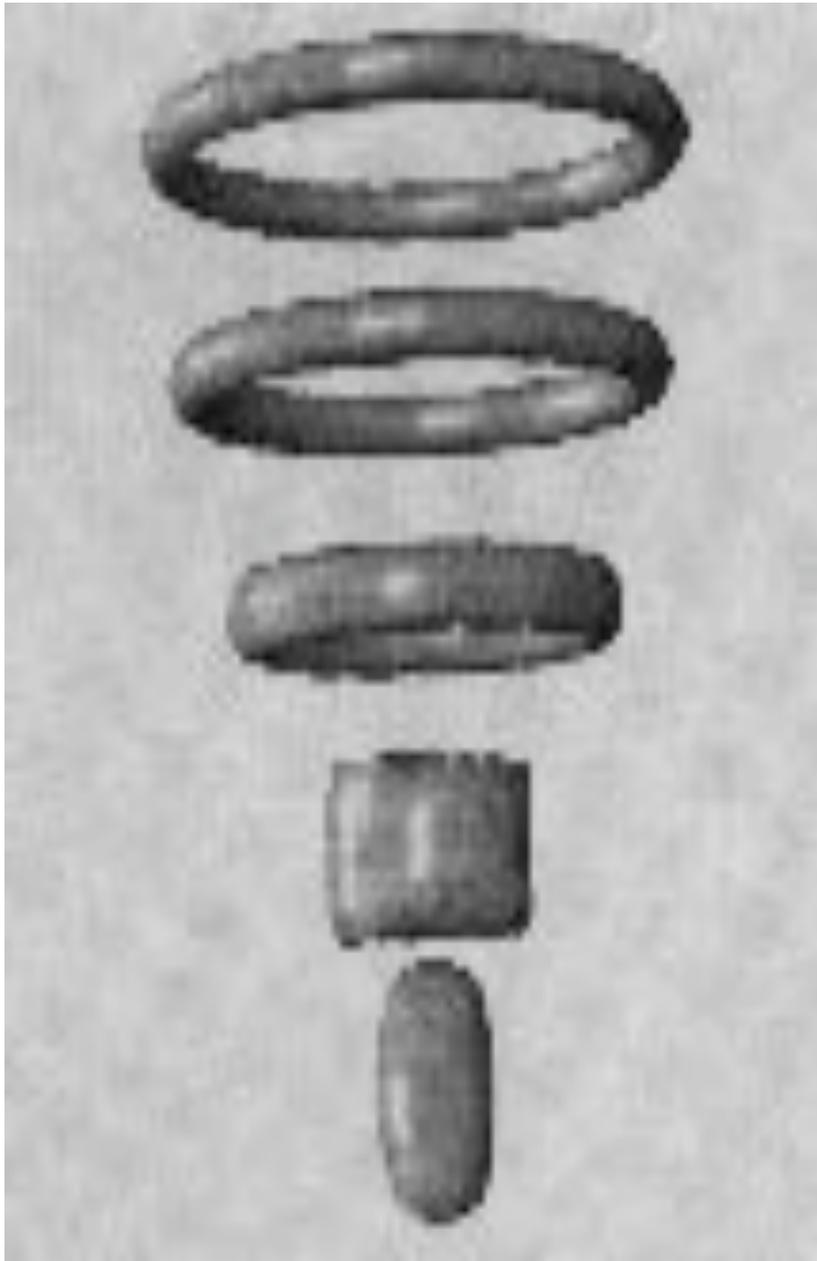
- Existence (ou pas) d'horizons dans la géométrie de Kerr:
 - cas $a > m$: pas d'horizon
 - cas $a < m$: deux horizons
- Topologie de la géométrie de Kerr : anneau reliant **2 espaces**

Géométrie de Kerr (trou noir en rotation)

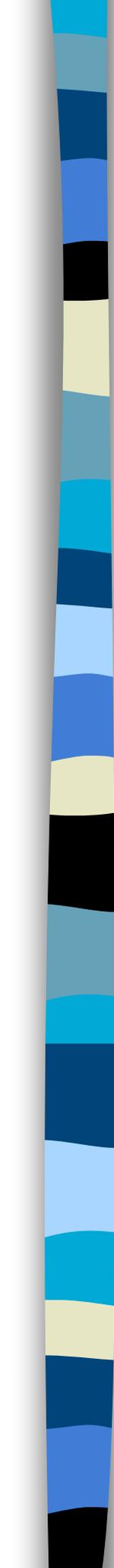


The maximal extension of the Kerr solution for $a^2 > m^2$ is obtained by identifying the top of the disc $x^2 + y^2 < a^2$, $z = 0$ in the (x, y, z) plane with the bottom of the corresponding disc in the (x', y', z') plane, and vice-versa.

On circling twice round the singularity at $x^2 + y^2 = a^2$, $z = 0$ one passes from the (x, y, z) plane to the (x', y', z') plane (where r is negative), and back to the (x, y, z) plane (where r is positive).



- Quand un objet tourne sur lui-même, il prend une forme annulaire, et non pas ponctuelle comme on pourrait naïvement le supposer.
- Que se passe-t-il **quand on passe à l'intérieur de l'anneau** ?



Géométrie de Kerr-Newman (m , rotation et charge $\neq 0$)

- Trois paramètres m , a et e

- Métrique:

$$ds^2 = (r^2 + a^2 \cos^2 \theta) d\theta^2 - 2a \times \sin^2 \theta dr d\varphi + 2dr du +$$
$$\left[(r^2 + a^2)^2 - (r^2 - 2mr + a^2 + e^2) a^2 \sin^2 \theta \right] \frac{\sin^2 \theta d\varphi^2}{(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)}$$
$$- 2a(2mr - e^2) \sin^2 \theta d\varphi du / (r^2 + a^2 \cos^2 \theta)$$
$$- \left(1 - \frac{(2mr - e^2)}{(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)} \right) du^2$$

- Comme pour la géométrie de Kerr, l'existence ou non d'horizons dépend de la condition: $e^2 + a^2 < \text{ou} > m^2$
- Trous "noirs" rapides ou non: e charge, m masse, L moment cinétique, $a = L/mc$

Géométrie de Kerr-Newman (suite)

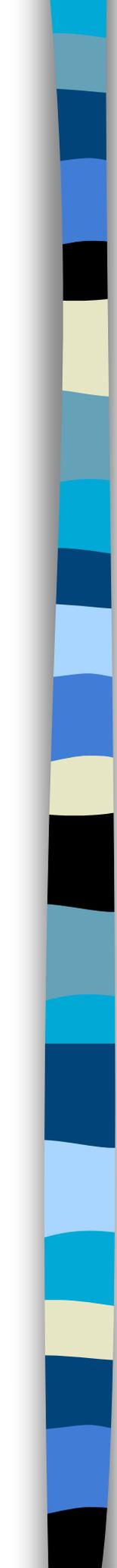
- Tenseur impulsion énergie associé à la solution de Kerr-Newman:

$$F = \frac{2e}{(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)^2} \begin{bmatrix} (r^2 + a^2 \cos^2 \theta) dr \wedge du \\ -2a^2 r \cos \theta \sin \theta d\theta \wedge du \\ -a \sin^2 \theta (r^2 - a^2 \cos^2 \theta) dr \wedge d\varphi \\ +2ar (r^2 + a^2) \cos \theta \sin \theta d\theta \wedge d\varphi \end{bmatrix}$$

- Invariance de la métrique et du tenseur impulsion-énergie sous les transformations simultanées:

$$(m, r, e) \leftrightarrow (-m, -r, -e)$$

- Même topologie que la géométrie de Kerr
- Essentiellement impossible d'atteindre la singularité (conditions initiales de mesure nulle)



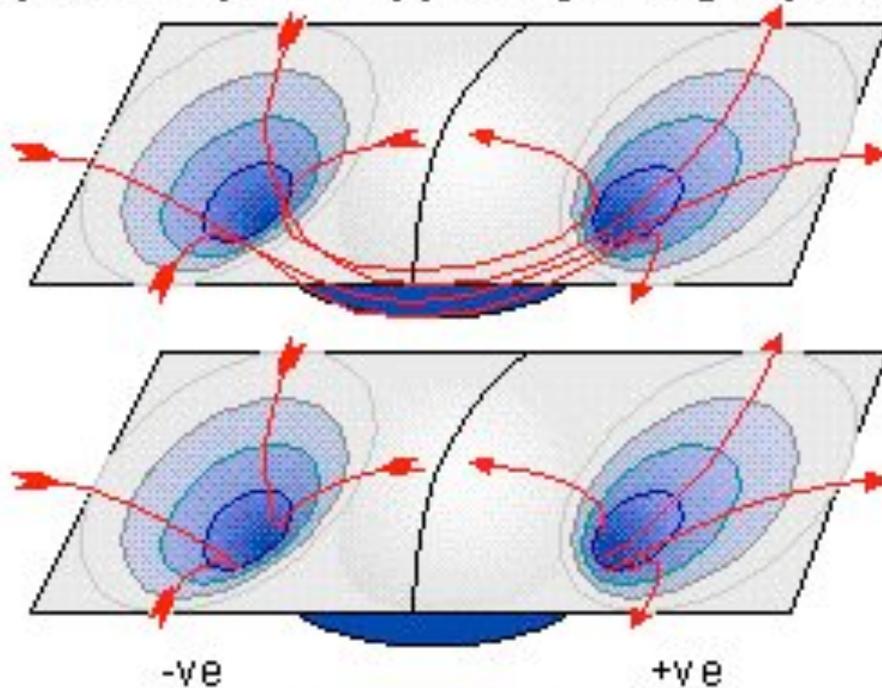
Renversement de la charge dans la métrique de Kerr-Newman

- Pour un observateur qui passe de la région “ $r > 0$ ” à la région “ $r < 0$ ”, l'invariance de la métrique sous le renversement simultané:
 - $(m, r, e) \leftrightarrow (-m, -r, -e)$
- ... a pour conséquence que **la charge qu'il voit après la traversée de l'anneau change de signe**
- Il verra également la masse gravitationnelle renversée (**gravité répulsive dans la région $r \times m < 0$**)
- Signification physique de la région $r < 0$: conjugué C, $E \leftrightarrow t$ (**antimatière**) de la région $r > 0$

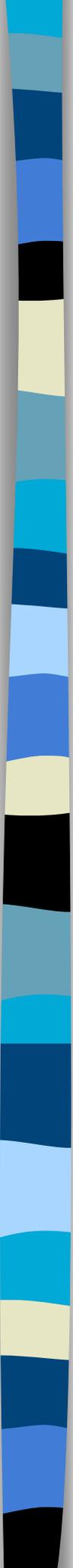
Note sur le renversement de la charge

- Dès 1957, Misner et Wheeler (avant la découverte de la géométrie de Kerr) avaient déjà réalisé qu'un wormhole, en piégeant les lignes de champ, devait apparaître comme une paire de particules de charge opposée et de même masse inertielle

A Wormhole, threaded with flux-lines, can appear as a pair of oppositely-charged particles

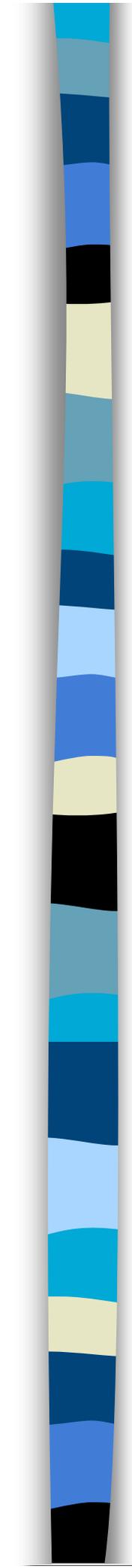


DAPNIA/SAP, 13 mai 2005



Kerr-Newman et particules élémentaires

- Les particules élémentaires peuvent-elles être décrites par des structures annulaires de Kerr-Newman ?
- Géométrie sans horizon et avec singularité "visible" pour toutes les particules élémentaires (une exception de taille: Higgs scalaire neutre)
- Les particules ont une taille d'anneau de l'ordre de leur rayon de Compton (ordre de grandeur correct des sections efficaces)
- Rapport gyromagnétique de l'électron est automatiquement égal à celui de l'électron de Dirac (Carter 1968)
- Vortons comme solutions génériques (B. Carter et al.)



Un "électron" de Kerr-Newman

- Considérons un trou noir avec les caractéristiques d'un électron: m , e , $\hbar/2$
- Anneau taille: $\hbar/2mc \approx 180$ fm
- Taille anneau pour toute particule: $1/2$ rayon Compton de la particule
- Taille correcte pour sections efficaces
- Rapport gyromagnétique anormal reproduit automatiquement par Kerr-Newman
- Comme dans l'équation de Dirac, cet **"électron"** est également **indissolublement liée à un "positron" !**
- **Deux** espaces CP-conjugués



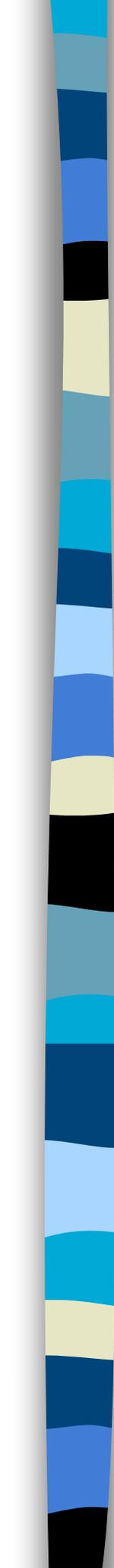
Conséquences expérimentales

- Une cosmologie symétrique matière/antimatière
- Séparation dans l'univers primordial: revenir sur mécanismes Omnès-Puget, Alfven (années 60-70)
- A notre époque, la survivance de de la matière et l'antimatière ayant survécu au Big-Bang conduit à un univers plat et “vide” (comme on l'observe dans les observations récentes de supernovae)
- Explique la coïncidence $\Omega_{\Lambda} \approx \Omega_m$
- Pas de fine tuning nécessaire...



Tests expérimentaux

- Formation des structures, weak lensing et supernovae
- Taille des clusters de matière, “nuages” d’antimatière résiduels, annihilation aux bords
- Structure fine dans la courbe distance de luminosité = $f(z)$ pour les supernovae SN1a
- Fond diffus gamma, distortions du CMB



Explication naturelle

$$\rho_{\Lambda} \text{ apparent} \approx \rho_m$$

- Dans un univers symétrique matière-antimatière, où « matière » attire tout le monde et « antimatière » repousse tout le monde, on observe à grande distance un univers « gravitationnellement vide » qui peut apparaître au 1er ordre comme une constante cosmologique de densité $\rho_{\Lambda} \approx \rho_m$ (ce qui semble bien être le cas dans les observations de supernovae SN1a)
- En effet: dans l'hypothèse $\Lambda \neq 0$, le paramètre de décélération q (où a est le facteur d'échelle) dans un univers "matter dominated", avec $p \approx 0$ (dust), s'écrit :

$$q \equiv - \frac{\ddot{a} a}{\dot{a}^2} = \frac{1}{2} \Omega_M - \Omega_{\Lambda}$$

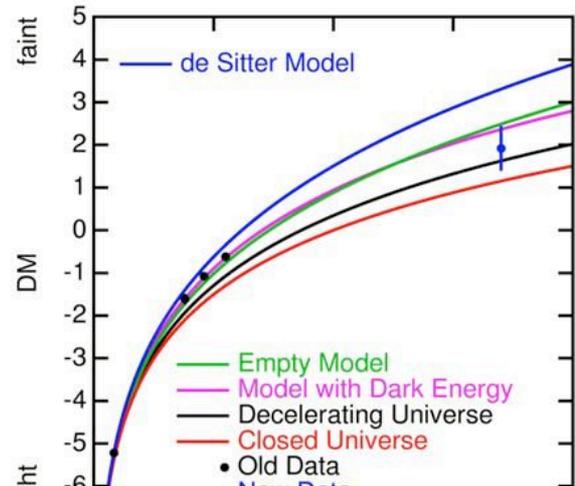
- Un univers symétrique matière-antimatière telle que défini ci-dessus vérifie en 1ère approximation $\Omega \approx 0$

Explication naturelle ρ_Λ

Hi z SNe Fainter than Expected

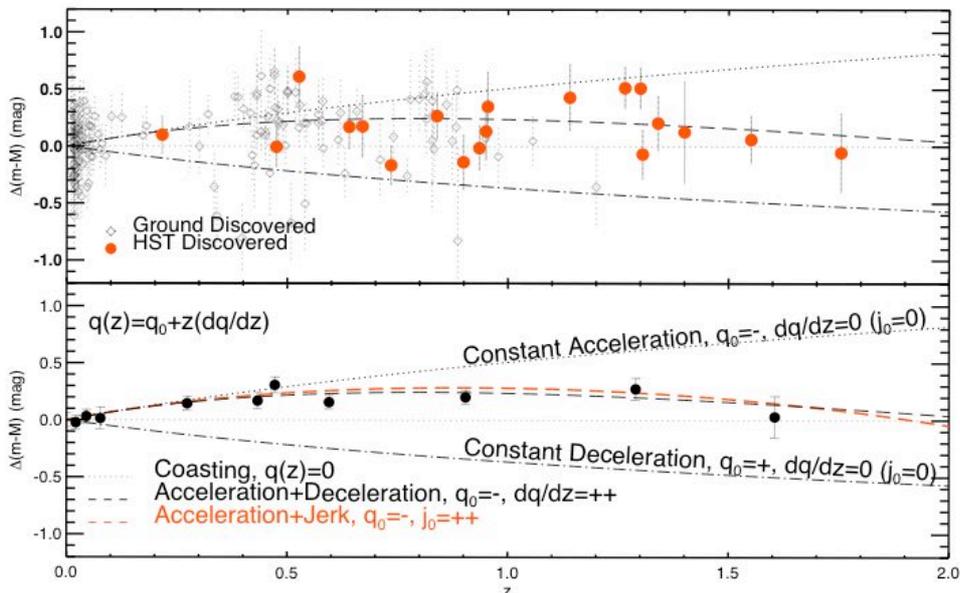
A. G. Riess et al.,
astro-ph/0402512

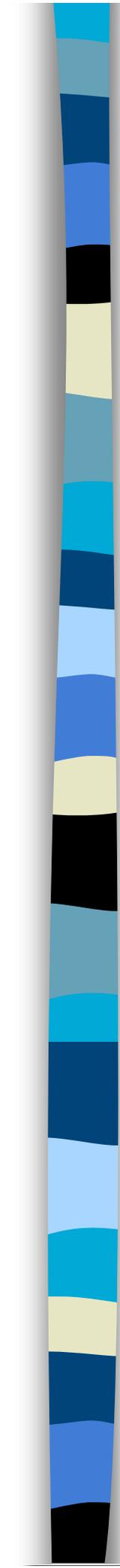
Ajustement univers
vide proche du
meilleur fit



χ^2 Comparison of Gold Set Data to Models

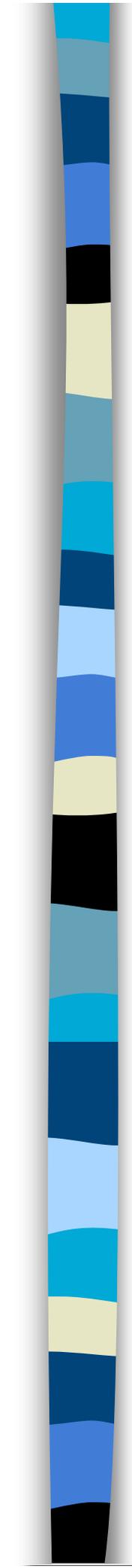
Model	χ^2 (for 157 SNe Ia)
$\Omega_M = 0.27, \Omega_\Lambda = 0.73$	178
$\Omega_M = 1.00, \Omega_\Lambda = 0.00$	325
$\Omega_M = 0.00, \Omega_\Lambda = 0.00$	192
High-redshift gray dust (with $\Omega_M = 1.00, \Omega_\Lambda = 0.00$)	307
Replenishing dust (with $\Omega_M = 1.00, \Omega_\Lambda = 0.00$)	175
Dimming $\propto z$ (with $\Omega_M = 1.00, \Omega_\Lambda = 0.00$)	253





Discussion critique : Closed Timelike Curves (CTCs) et causalité ?

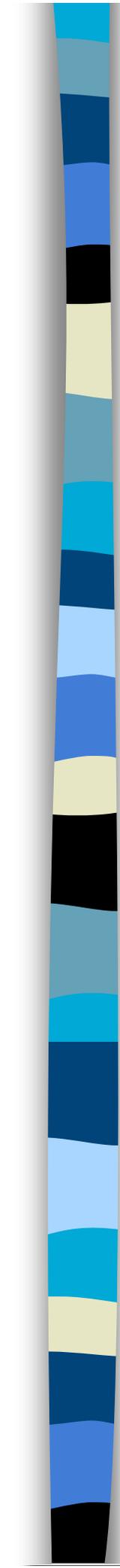
- En contradiction avec l'intuition, l'existence de CTCs ne conduit pas à des paradoxes causaux :
F. Echeverria, G. Klinkhammer et K.S. Thorne, *Phys. Rev. D* **44** (1991) 1077
- Le problème de Cauchy reste bien posé même dans des régions avec CTCs :
J. Friedman et al., *Phys. Rev. D* **42** (1990) 1915
- L'existence de CTCs semble conduire à une indétermination et une infinité de solutions (comme la Mécanique Quantique) plutôt qu'à des paradoxes et une absence de solutions



Discussion critique (f)

Stabilité des solutions

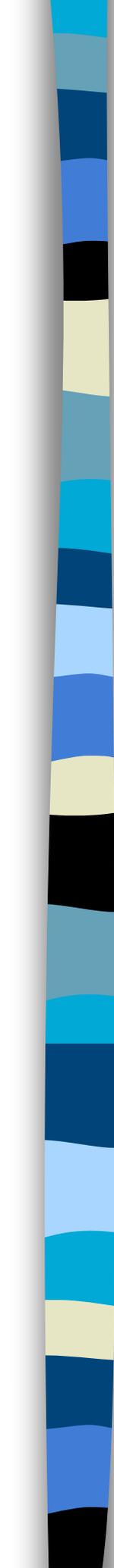
- température de Hawking $\neq 0$ (Bekenstein-Hawking) dans le cas de trou noir de Kerr lent
- cas intermédiaire Kerr extrême (cas limite d'existence d'un horizon)
 $a^2 + e^2 = m^2$: $T = 0$ stable
- Trou noir rapide ($a^2 + e^2 > m^2$), pas d'émission thermique (?), mais instabilité attendue en raison du sous-espace défini par $mr < 0$



Discussion critique (*ff*)

Masses négatives

- Masse négative et respect du principe d'équivalence:
H. Bondi, Rev. Mod. Phys. 29 (1957) 423
- Deux masses $+m$ et $-m$:
runaway solution
- Même problème dans la définition initiale de l'antimatière de Dirac
- Réinterprétation des masses négatives, quantification
- Quelle solution ici ?



Discussion critique (*ff*)

Cosmic censorship

- « Until the early 1990s, it was widely believed that general relativity hides every singularity behind an event horizon, making naked singularities impossible. This is referred to as the cosmic censorship principle. However, in 1991 Shapiro and Teukolsky performed computer simulations of a rotating plane of dust which indicated that general relativity allows for naked singularities. »
- Is this a problem anyway ?
Solutions more realistic than Schwarzschild (Kerr, Kerr-Newman) have nearly invisible singularities.

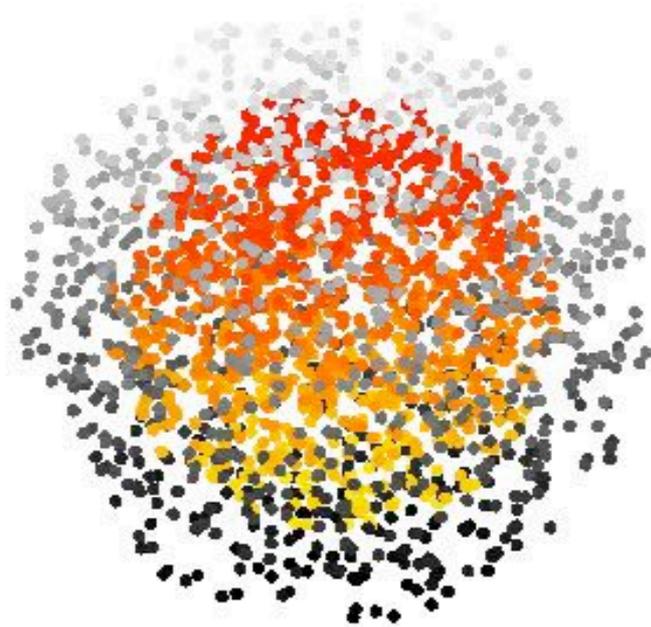
Quelques simulations (stage M2 Jeremy Andrea)

- Sphère de masse négative



Quelques simulations (stage M2 Jeremy Andrea)

- Sphère <0 dans coquille >0
 - (masse totale nulle)



Quelques simulations (stage M2 Jeremy Andrea)

- Sphère >0 dans coquille <0
– (masse totale nulle)



Quelques simulations (stage M2 Jeremy Andrea)

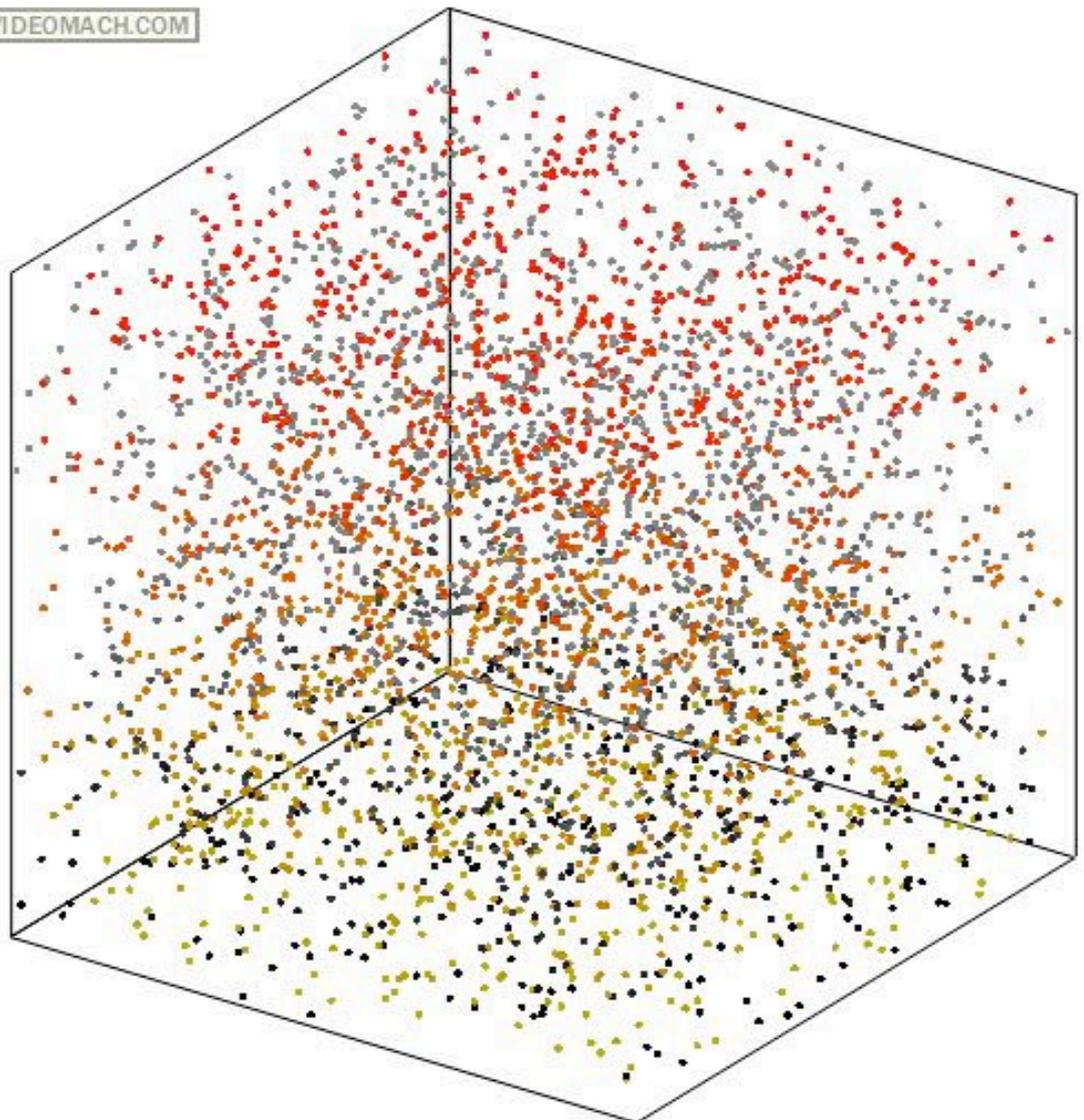
- Sphère mélange homogène masses >0 et masses <0



Quelques simulations (stage M2 Jeremy Andrea)

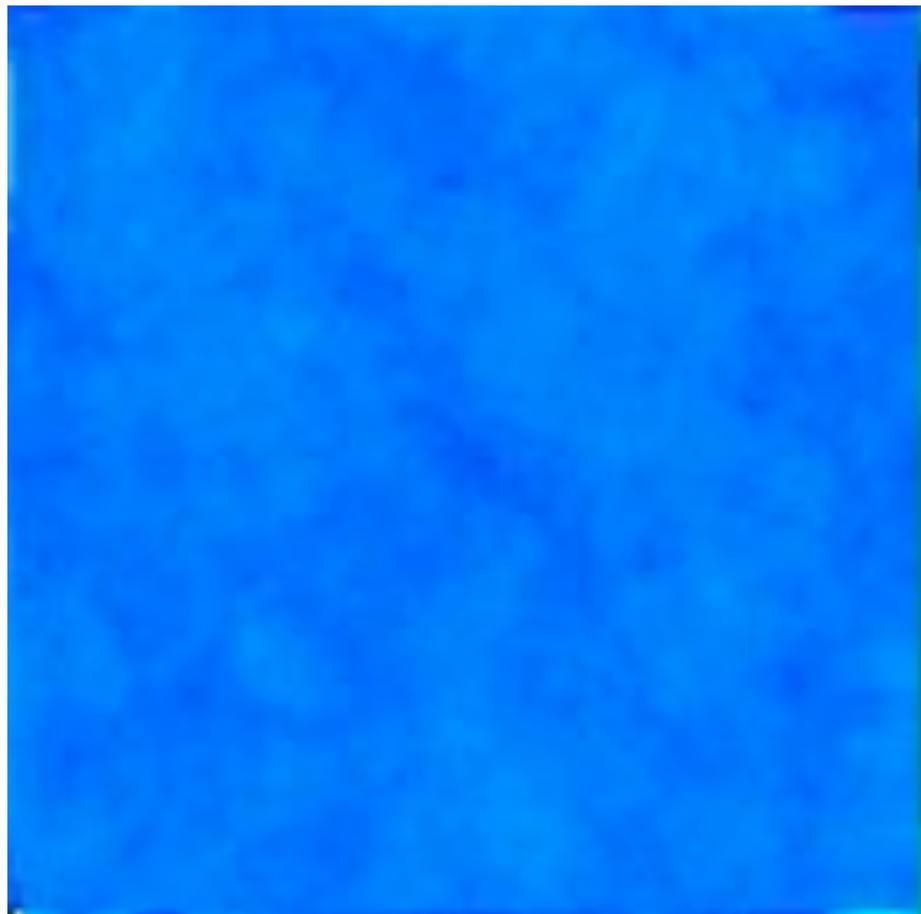
- Univers torique (cube refermé sur lui-même aux bords)
mélange $m > 0$ et < 0

VIDEOMACH.COM



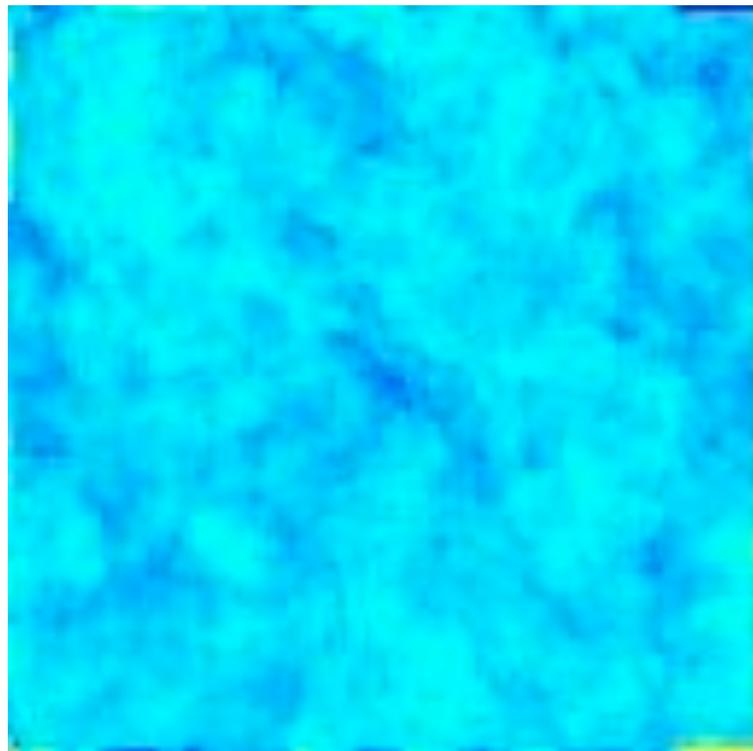
Quelques simulations (stage M2 Jeremy Andrea)

- Univers torique (cube refermé sur lui-même aux bords) mélange $m > 0$ et < 0 sans expansion, code Ramses de R. Teyssier (DAPNIA/SAP)



Quelques simulations (stage M2 Jeremy Andrea)

- Univers torique (cube refermé sur lui-même aux bords) mélange $m > 0$ et < 0 avec expansion, code Ramses de R. Teyssier (DAPNIA/SAP)





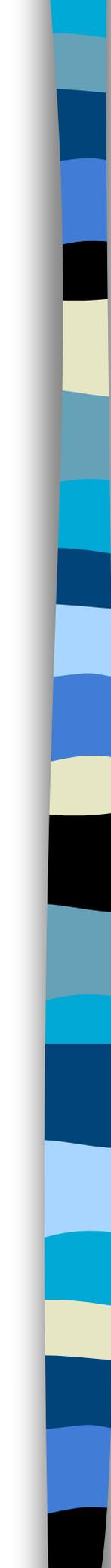
Simulations: comment aller au-delà ?

- Conditions initiales plus réalistes (domaines matière et antimatière déjà formés)
- Inclure hydrodynamique et annihilation (cf. étude de Cohen, de Rujula, Glashow (1997))
- Contraintes fond diffus gamma sans doute importantes si les domaines de masses < 0 ne sont pas très froids
- Masses inertielles négatives: comment s'en débarrasser ? (réinterprétation à la Dirac ?)
- Etude de la phase de séparation matière-antimatière: J-J. Aly, J-L. Puget, R. Omnès, A. de Rujula



Quelques références

- B. Carter, *Phys. Rev.* **141** (1966) 1242
- B. Carter, *Phys. Rev.* **174** (1968) 1559
- G. Chardin, *Hyperfine Interactions* **109** (1997) 83
- G. Chardin, *AIP Conf. Proc.* **643** (2002) 385
- H.I. Arcos and J.G. Pereira, hep-th/0210103
- A. Burinskii, *Phys. Rev. D* **52** (1995) 5826; *Phys. Rev. D* **57** (1998) 2392
- B. O'Neill, "The geometry of Kerr black holes", (A. K. Peters, Wellesley, Massachusetts, 1995)
- Matt Visser, "Lorentzian wormholes: From Einstein to Hawking", (Springer, New York, 1995), notamment chapitre 7



Tests expérimentaux: peser l'antimatière

- Peser un antiproton ou un positron : énorme problème des champs électriques résiduels
- Gravité $\approx 10^{-7}$ V/m pour antiproton, qqs 10^{-11} V/m pour un électron ...
- Expérience historique de Witteborn et Fairbank (électrons) complètement fausse
- Peut-être possible pour des antiprotons froids en utilisant l'électronique quantique (Single Electron Transistor): V. Bouchiat, G. Chardin, M.H. Devoret and D. Estève, *Hyperfine Interactions* **109** (1997) 345
- Image d'une source de positronium refroidi:
A.P. Mills, M. Leventhal, NIM B **192** (2002) 102
- Antihydrogène auprès du AD au CERN
J. Walz et T.W. Hänsch, *Gen. Relat. and Grav.* **36** (2004) 561



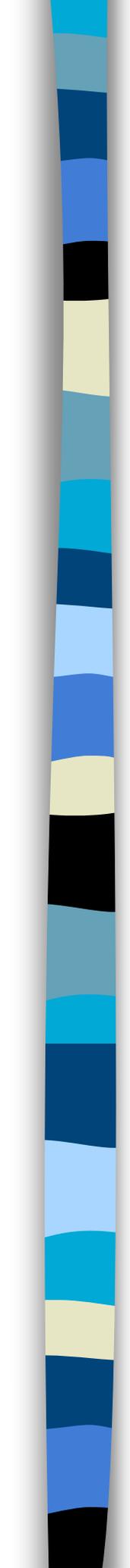
Conclusions

- La relativité générale présente des propriétés de **renversement de charge et du temps** qui évoquent très fortement la transformation **matière-antimatière**
- Un “électron” de Kerr-Newman apparaît en fait comme un ensemble électron-positron
- Permet sans doute une **explication sans paramètre libre de la valeur de la gravité répulsive** observée dans supernovae, CMB et grandes structures (ainsi probablement que de la violation de CP...)
- Tests expérimentaux possibles: formation des structures, weak lensing, supernovae, fond diffus gamma, distorsion du spectre du CMB



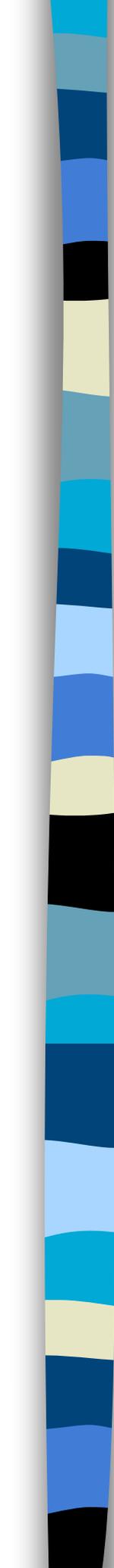
“Through the wormhole looking glass”...

- Idée fondamentale : les deux sous-espaces définis par $(r > 0)$ et $(r < 0)$ sont couplés l'un à l'autre à travers des points conjugués, dialoguant à temps nul
- On peut mettre en évidence l'existence de tels points conjugués dans un cas simple et soluble : la corde cosmique en rotation (traité ci-après)
- Cette notion de points conjugués se retrouve partiellement dans le phénomène de lentille gravitationnelle, et dans plusieurs autres exemples classiques de stigmatisme



Un exemple simple : la corde cosmique en rotation

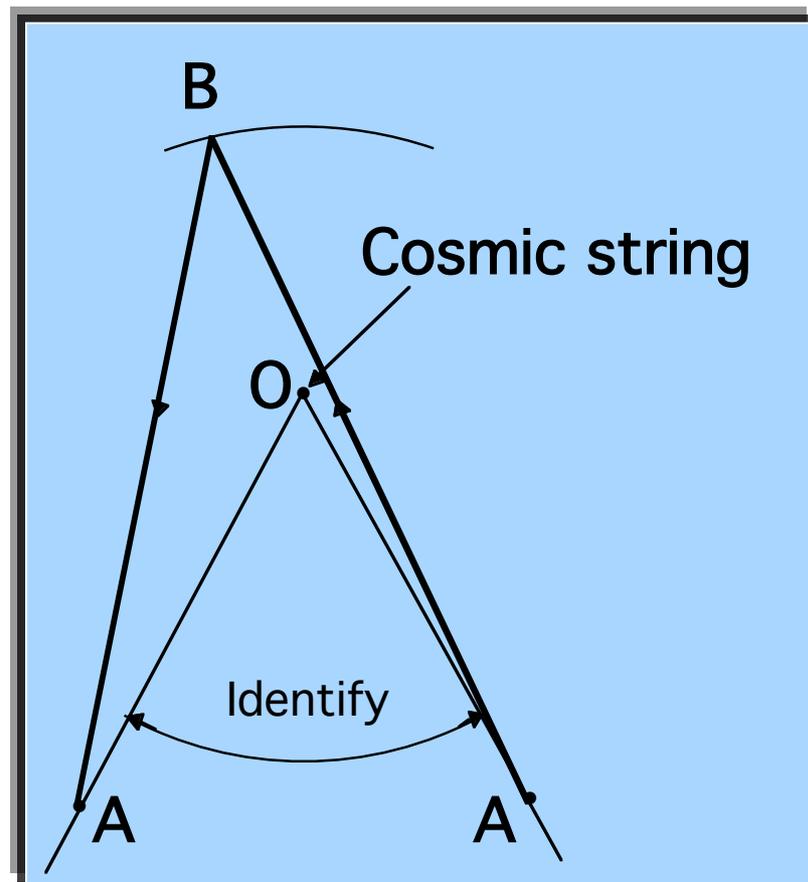
- En 2+1 dimensions, la géométrie de Kerr devient très simple (courbure là où il y a de la masse, plat ailleurs)
- Existence de la “Carter Time Machine” \Rightarrow existence de couples de points A et B tel que l’interaction “radar” $A \rightarrow B \rightarrow A$ peut s’effectuer à Δt nul vu par A
- On cherche donc à construire les points (pseudo-) conjugués A et B dans le sens précédent



Exemple simple : la corde cosmique en rotation (ff)

- De tels points conjugués, pour lesquels des signaux lumineux peuvent être échangés à temps nul, **existent dans le cas d'une corde cosmique en rotation**
- Pour un point A donné, les points B se trouvent a priori sur une portion d'**ellipsoïde**
- En effet, quand on effectue un tour autour d'une corde cosmique, on gagne (ou on perd, suivant le sens de rotation) un temps (constant) $8\pi aG$, où a est le moment angulaire par unité de masse
- Dans le cas particulier où le déficit angulaire $\Delta\theta = 8\pi\mu G$ (μ : masse linéique) créé par la corde cosmique est π , il existe un point B dont l'interaction diverge avec A : des signaux lumineux échangés entre A et B sont échangés à **temps nul** et la direction du signal ré-émis par B revient vers A **dans la même direction que le signal lumineux initialement émis**

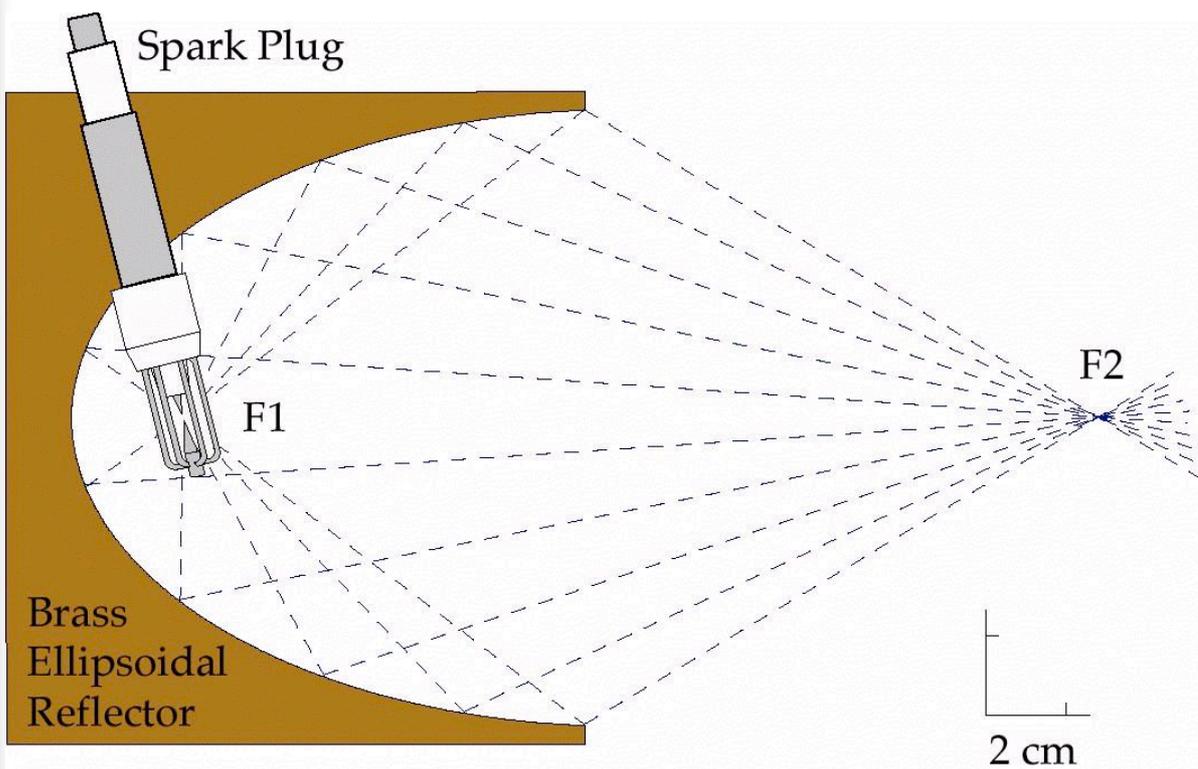
Corde cosmique en rotation (ff)



- Ensemble des points B tel qu'un signal lumineux émis par A et réfléchi par B revienne en A au moment même où il a été émis :
 - vérifier $ABA = 8\pi aG = \text{Cte}$
→ portion d'ellipsoïde

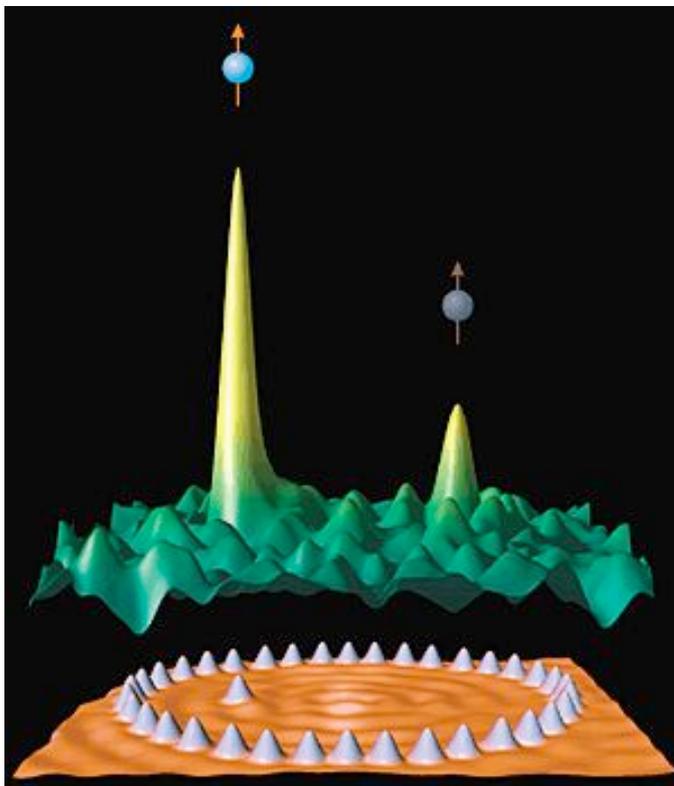
Exemples classiques de stigmatisme

- Situations où un objet donnera l'impression très réaliste qu'il est situé à une position différente de sa position réelle :
 - Points (approx. si sphère) conjugués sous un dôme sphérique ou ellipsoïdal
 - Destruction par ultrasons des calculs rénaux sans intervention chirurgicale



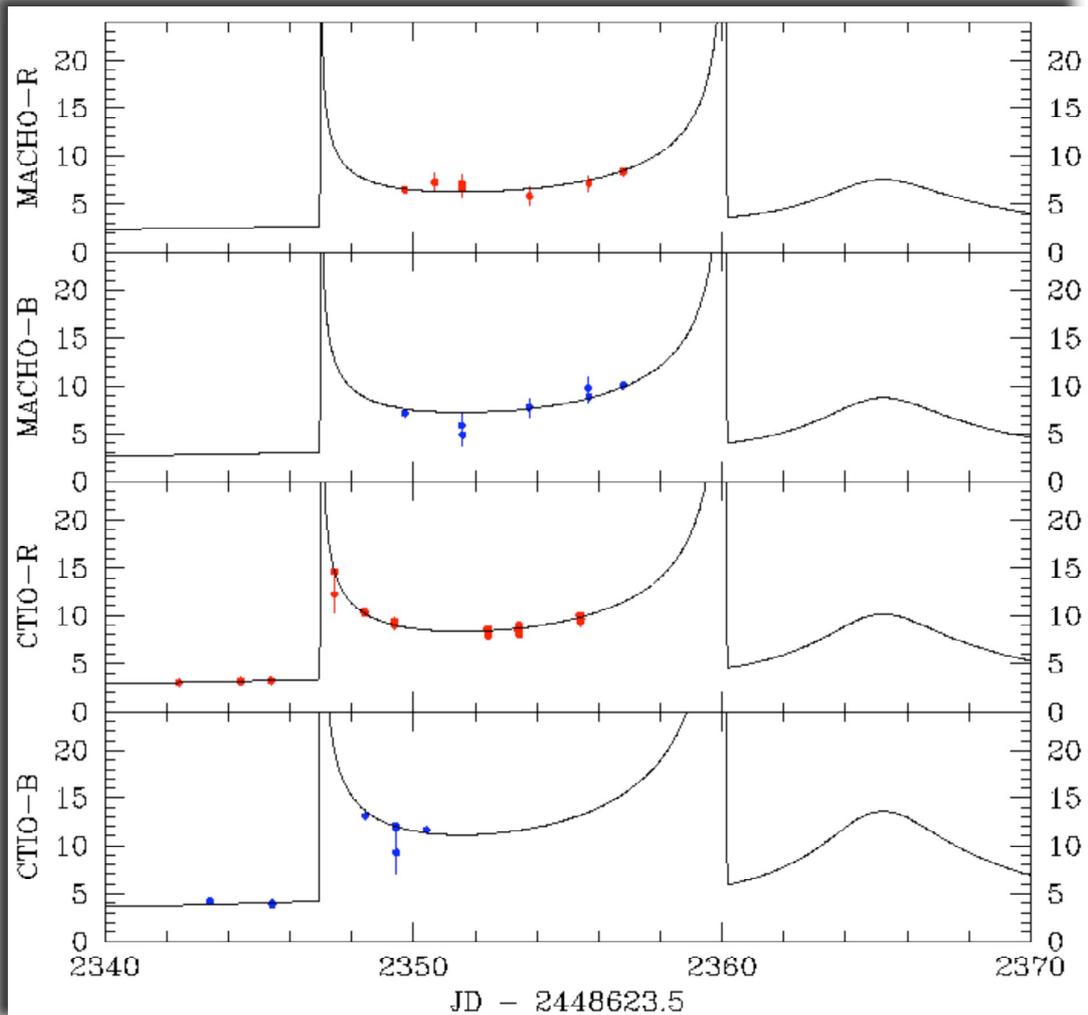
Exemples classiques de stigmatisme

- Autre situation où un objet donnera l'impression très réaliste qu'il est situé à une position différente de sa position réelle :
 - IBM Phantom atoms



« When a single cobalt atom is placed at one of the focus points of the ellipse, (...) a phantom atom (appears) at the other focus, even though that position is vacant. »

En gravitation, les effets
d'amplification infinie sont
génériques ($m > 0$ et $m < 0$)



*Quand on traverse une caustique,
l'amplification est infinie. L'étoile apparaît
infiniment plus proche que sa position réelle*