

Distributions de Partons Généralisées

C. Mezrag

CEA Saclay - IRFU/SPhN

3 juillet 2014

En collaboration avec
H. Moutarde, C. Roberts, J. Rodriguez-Quintero, F. Sabatié

Basée sur : *Mezrag et al., arXiv 1406.7425.*

- Nom et prénom : Mezrag Cédric
- Cours (université ou école): Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- Contact : Samuel Wallon
- Motivations :
 - ▶ Physique mesurable,
 - ▶ Physique novatrice, audacieuse et ambitieuse,
 - ▶ Physique sans acte de foi,
 - ▶ Physique utilisant de puissants outils mathématiques,

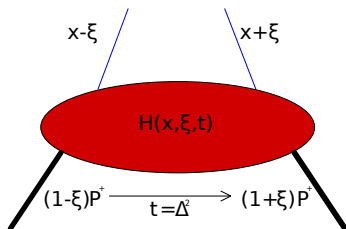
- Nom et prénom : Mezrag Cédric
- Cours (université ou école): Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- Contact : Samuel Wallon
- Motivations :
 - ▶ Physique mesurable,
 - ▶ Physique novatrice, audacieuse et ambitieuse,
 - ▶ Physique sans acte de foi,
 - ▶ Physique utilisant de puissants outils mathématiques,

La Chromodynamique Quantique (QCD) répond à tous ces critères.

- Sujet de la thèse : Distributions de Partons Généralisées.
- Explication de texte du sujet avec une ou deux images et des mots clés (glossaire).

- ▶ **Distributions** : Notion de densité de probabilité
- ▶ **Partons** : terme générique désignant les Quarks et les Gluons, degrés de liberté fondamentaux de la QCD.
- ▶ **Généralisées** : travail à $2+1$ dimensions!





- Transformées de Fourier d'éléments de matrice,
- contiennent des informations non perturbatives sur les hadrons (imagerie 3D),
- sont *universelles*, *i.e.* indépendantes du processus considéré.
- On notera H la GPD,
- qui dépend de 3 variables : x , ξ , t .

$$H(x, \xi, t) = \frac{1}{2} \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ixP^+ z^-} \langle P + \frac{\Delta}{2} | \bar{q} \left(-\frac{z}{2} \right) \gamma^+ \left[-\frac{z}{2}; \frac{z}{2} \right] q \left(\frac{z}{2} \right) | P - \frac{\Delta}{2} \rangle_{z^+=0, z_\perp=0}$$

X. Ji, 1997

D. Müller et al., 1994

A. Radyushkin, 1997

$$H(x, \xi, t) = \frac{1}{2} \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ixP^+ z^-} \langle P + \frac{\Delta}{2} | \bar{q} \left(-\frac{z}{2} \right) \gamma^+ \left[-\frac{z}{2}; \frac{z}{2} \right] q \left(\frac{z}{2} \right) | P - \frac{\Delta}{2} \rangle_{z^+=0, z_\perp=0}$$

X. Ji, 1997

D. Müller et al., 1994

A. Radyushkin, 1997

Problème

Modéliser cet élément de matrice non local reste aujourd'hui un problème ouvert.

Modèles de GPDs actuels

- Modèles de GPD les plus populaires sont construits sur les doubles distributions F et G :

$$H(x, \xi, t) = \int_{|\alpha|+|\beta|\leq 1} d\alpha d\beta (F(\beta, \alpha, t) + \xi G(\beta, \alpha, t)) \delta(x - \beta - \xi\alpha)$$

Modèles de GPDs actuels

- Modèles de GPD les plus populaires sont construits sur les doubles distributions F et G :

$$H(x, \xi, t) = \int_{|\alpha|+|\beta|\leq 1} d\alpha d\beta (F(\beta, \alpha, t) + \xi G(\beta, \alpha, t)) \delta(x - \beta - \xi\alpha)$$

- F et G reposent sur l'Ansatz de double distribution de Radyushkin.

Modèles de GPDs actuels

- Modèles de GPD les plus populaires sont construits sur les doubles distributions F et G :

$$H(x, \xi, t) = \int_{|\alpha|+|\beta|\leq 1} d\alpha d\beta (F(\beta, \alpha, t) + \xi G(\beta, \alpha, t)) \delta(x - \beta - \xi\alpha)$$

- F et G reposent sur l'Ansatz de double distribution de Radyushkin.
- Avantage : simple.

Modèles de GPDs actuels

- Modèles de GPD les plus populaires sont construits sur les doubles distributions F et G :

$$H(x, \xi, t) = \int_{|\alpha|+|\beta|\leq 1} d\alpha d\beta (F(\beta, \alpha, t) + \xi G(\beta, \alpha, t)) \delta(x - \beta - \xi\alpha)$$

- F et G reposent sur l'Ansatz de double distribution de Radyushkin.
- Avantage : simple.
- Inconvénient : rigide.

Mezrag et al, Phys. Rev. D88

Modèles de GPDs actuels

- Modèles de GPD les plus populaires sont construits sur les doubles distributions F et G :

$$H(x, \xi, t) = \int_{|\alpha|+|\beta|\leq 1} d\alpha d\beta (F(\beta, \alpha, t) + \xi G(\beta, \alpha, t)) \delta(x - \beta - \xi\alpha)$$

- F et G reposent sur l'Ansatz de double distribution de Radyushkin.
- Avantage : simple.
- Inconvénient : rigide.

Mezrag et al, Phys. Rev. D88

Cette Ansatz ne nous apprend rien sur QCD et vice versa.

Modèles de GPDs actuels

- Modèles de GPD les plus populaires sont construits sur les doubles distributions F et G :

$$H(x, \xi, t) = \int_{|\alpha|+|\beta|\leq 1} d\alpha d\beta (F(\beta, \alpha, t) + \xi G(\beta, \alpha, t)) \delta(x - \beta - \xi\alpha)$$

- F et G reposent sur l'Ansatz de double distribution de Radyushkin.
- Avantage : simple.
- Inconvénient : rigide.

Mezrag et al, Phys. Rev. D88

Cette Ansatz ne nous apprend rien sur QCD et vice versa.

Comment modéliser une GPD à partir de QCD?

1 Equations de Schwinger-Dyson

2 Modéliser une GPD de Pion

3 Resultats


4 Conclusions et perspectives

Equations de Schwinger-Dyson

- Equations reliant les différentes fonctions de Green non perturbatives entre elles, *i.e.* les vertex et les propagateurs.
- La connaissance de toutes les fonctions de Green non perturbatives permet de résoudre QCD.
- Nombre infini d'équations couplées, on ne sait pas résoudre!
- → différents schémas d'approximations.

Exemple : le propagateur

Cas perturbatif :

$$\text{---}\bullet\text{---} = \text{---} + \text{---}\text{---} + \dots$$


Exemple : le propagateur

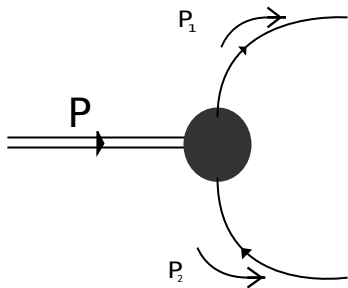
Cas perturbatif :

$$\text{---} \bullet \text{---} = \text{---} + \text{---} \text{ (loop) } + \dots$$

Cas Schwinger-Dyson :

$$(\text{---} \bullet \text{---})^{-1} = (\text{---})^{-1} - \text{---} \text{ (loop) } \text{---}$$

Pourquoi le pion?



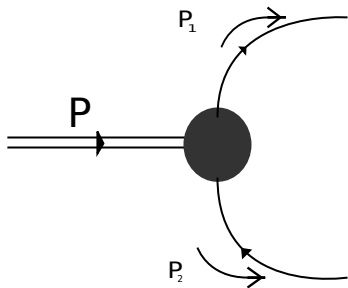
- Avantages :

- ▶ Système à deux corps.
- ▶ Méson pseudo-scalaire.
- ▶ Quark de valences u et d .
- ▶ Symétrie d'isospin.

- Inconvénients

- ▶ Peu de données expérimentales disponibles.
- ▶ Pas de données à $\xi \neq 0$
→ On ne peut comparer aux données qu'à la limite $\xi = 0$, *i.e.* à la distribution de parton (PDF) et au facteur de forme.
- ▶ *Amrath et al., Eur. Phys. J. C58 179*

Pourquoi le pion?



- Avantages :

- ▶ Système à deux corps.
- ▶ Méson pseudo-scalaire.
- ▶ Quark de valences u et d .
- ▶ Symétrie d'isospin.

- Inconvénients

- ▶ Peu de données expérimentales disponibles.
- ▶ Pas de données à $\xi \neq 0$
→ On ne peut comparer aux données qu'à la limite $\xi = 0$, *i.e.* à la distribution de parton (PDF) et au facteur de forme.
- ▶ *Amrath et al., Eur. Phys. J. C58 179*

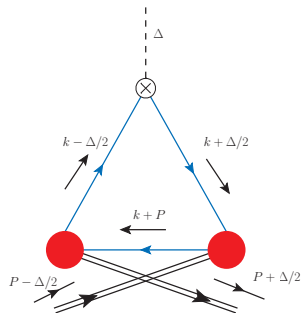
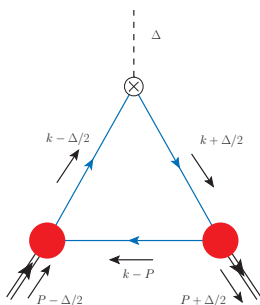
Bon point de départ avant de travailler sur des objets plus complexes.

Moment de Mellin

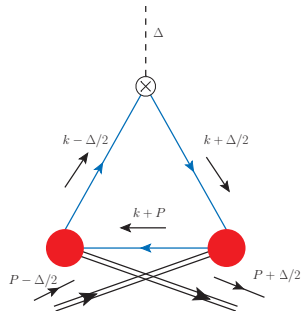
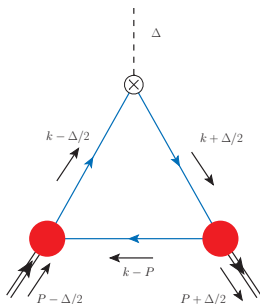
$$\begin{aligned}\mathcal{M}_m(\xi, t) &= \int_{-1}^1 dx \, x^m H(x, \xi, t) \\ &= \frac{1}{2(P \cdot n)^{m+1}} \left\langle \pi, P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{\psi}(0) \gamma \cdot n (i \overleftrightarrow{D} \cdot n)^m \psi(0) \right| \pi, P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle.\end{aligned}$$

Moment de Mellin

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_m(\xi, t) &= \int_{-1}^1 dx \, x^m H(x, \xi, t) \\ &= \frac{1}{2(P \cdot n)^{m+1}} \left\langle \pi, P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{\psi}(0) \gamma \cdot n (i \overleftrightarrow{D} \cdot n)^m \psi(0) \right| \pi, P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle.\end{aligned}$$



Moment de Mellin



$$2(P \cdot n)^{m+1} \mathcal{M}_m(\xi, t) = \text{tr}_{CFD} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k \cdot n)^m i\Gamma_\pi(k - \frac{\Delta}{2}, P - \frac{\Delta}{2}) S(k - \frac{\Delta}{2})$$

$$i\gamma \cdot n S(k + \frac{\Delta}{2}) i\bar{\Gamma}_\pi(k + \frac{\Delta}{2}, P + \frac{\Delta}{2}) S(k - P)$$

Le propagateur :

$$S(p^2) = \frac{-ip \cdot \gamma + M}{p^2 + M^2}$$

- p est l'impulsion du quark,
- M est la masse effective du quark constituant.

Le vertex :

$$\Gamma_\pi \propto i\gamma_5 \int \frac{dz M^2 \rho_\nu(z)}{(q(k, \Delta, P)^2 + M^2)^\nu}$$

- $\rho_\nu(z) \propto (1 - z^2)^\nu$ est la distribution en z .
- $q(k, \Delta, P) = k - \frac{1-z}{2} (P \pm \frac{\Delta}{2})$ décrit la fraction d'impulsion emportée par le quark.

Le propagateur :

$$S(p^2) = \frac{-ip \cdot \gamma + M}{p^2 + M^2}$$

- p est l'impulsion du quark,
- M est la masse effective du quark constituant.

Le vertex :

$$\Gamma_\pi \propto i\gamma_5 \int \frac{dz M^2 \rho_\nu(z)}{(q(k, \Delta, P)^2 + M^2)^\nu}$$

- $\rho_\nu(z) \propto (1 - z^2)^\nu$ est la distribution en z .
- $q(k, \Delta, P) = k - \frac{1-z}{2} (P \pm \frac{\Delta}{2})$ décrit la fraction d'impulsion emportée par le quark.

Ces formes fonctionnelles sont inspirées des résultats numériques obtenus par résolution des équations de Schwinger-Dyson.

Contraintes théoriques des moments de Mellin

- $\int dx \, x^m H(x, \xi, t) = \mathcal{M}_m(\xi, t)$

Contraintes théoriques des moments de Mellin

- $\int dx \, x^m H(x, \xi, t) = \mathcal{M}_m(\xi, t)$
- Invariance de Lorentz $\Rightarrow \mathcal{M}_m(\xi, t)$ est un polynôme en ξ .
Notre modèle covariant remplit bien cette propriété!

Contraintes théoriques des moments de Mellin

- $\int dx \, x^m H(x, \xi, t) = \mathcal{M}_m(\xi, t)$
- Invariance de Lorentz $\Rightarrow \mathcal{M}_m(\xi, t)$ est un polynôme en ξ .
Notre modèle covariant remplit bien cette propriété!
- Invariance par renversement temporel $\Rightarrow \mathcal{M}_m(\xi, t) = \mathcal{M}_m(-\xi, t)$.
Cette symétrie est également respectée.

Contraintes théoriques des moments de Mellin

- $\int dx \, x^m H(x, \xi, t) = \mathcal{M}_m(\xi, t)$
- Invariance de Lorentz $\Rightarrow \mathcal{M}_m(\xi, t)$ est un polynôme en ξ .
Notre modèle covariant remplit bien cette propriété!
- Invariance par renversement temporel $\Rightarrow \mathcal{M}_m(\xi, t) = \mathcal{M}_m(-\xi, t)$.
Cette symétrie est également respectée.
- La conjugaison de charge impose $H^q + H^{\bar{q}}$ impaire en x , $H^q - H^{\bar{q}}$ paire en x .
On retrouve bien cette propriété.

Contraintes théoriques des moments de Mellin

- $\int dx \, x^m H(x, \xi, t) = \mathcal{M}_m(\xi, t)$
- Invariance de Lorentz $\Rightarrow \mathcal{M}_m(\xi, t)$ est un polynôme en ξ .
Notre modèle covariant remplit bien cette propriété!
- Invariance par renversement temporel $\Rightarrow \mathcal{M}_m(\xi, t) = \mathcal{M}_m(-\xi, t)$.
Cette symétrie est également respectée.
- La conjugaison de charge impose $H^q + H^{\bar{q}}$ impaire en x , $H^q - H^{\bar{q}}$ paire en x .
On retrouve bien cette propriété.

Notre modèle respecte bien l'ensemble des propriétés de symétrie venant de la théorie quantique des champs.

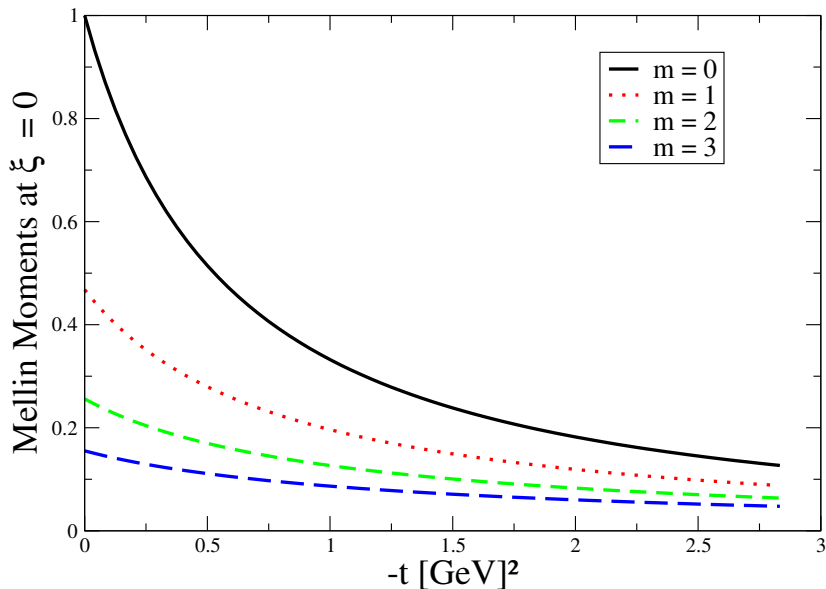
Contraintes théoriques des moments de Mellin

- $\int dx \, x^m H(x, \xi, t) = \mathcal{M}_m(\xi, t)$
- Invariance de Lorentz $\Rightarrow \mathcal{M}_m(\xi, t)$ est un polynôme en ξ .
Notre modèle covariant remplit bien cette propriété!
- Invariance par renversement temporel $\Rightarrow \mathcal{M}_m(\xi, t) = \mathcal{M}_m(-\xi, t)$.
Cette symétrie est également respectée.
- La conjugaison de charge impose $H^q + H^{\bar{q}}$ impaire en x , $H^q - H^{\bar{q}}$ paire en x .
On retrouve bien cette propriété.

Notre modèle respecte bien l'ensemble des propriétés de symétrie venant de la théorie quantique des champs.

Ces propriétés sont violées dans la plupart des modèles de quarks!

Moments de Mellin à différents t



Résultats Analytiques

$$\begin{aligned}
 F''(\beta, \alpha, t) = & \frac{48}{5} \left\{ - \frac{18M^4 t(\beta-1)(\alpha-\beta+1)(\alpha+\beta-1) \left((\alpha^2 - (\beta-1)^2) \tanh^{-1} \left(\frac{2\beta}{-\alpha^2 + \beta^2 + 1} \right) + 2\beta \right)}{(4M^2 + t((\beta-1)^2 - \alpha^2))^3} \right. \\
 & + \frac{9M^4(\alpha-\beta+1) \left(-4\beta(-\alpha^2 + \beta^2 + 1) + 2 \tanh^{-1} \left(\frac{2\beta}{-\alpha^2 + \beta^2 + 1} \right) \right)}{4(\alpha-\beta-1)(4M^2 + t((\beta-1)^2 - \alpha^2))^2} \\
 & + \frac{9M^4(\alpha-\beta+1) \left((\alpha^4 - 2\alpha^2(\beta^2 + 1) + \beta^2(\beta^2 - 2)) \log \left(\frac{(\alpha-\beta-1)(\alpha+\beta+1)}{\alpha^2 - (\beta-1)^2} \right) \right)}{4(\alpha-\beta-1)(4M^2 + t((\beta-1)^2 - \alpha^2))^2} \\
 & + \frac{9M^4(\alpha+\beta-1) \left(-4\beta(-\alpha^2 + \beta^2 + 1) + 2 \tanh^{-1} \left(\frac{2\beta}{-\alpha^2 + \beta^2 + 1} \right) \right)}{4(\alpha+\beta+1)(4M^2 + t((\beta-1)^2 - \alpha^2))^2} \\
 & + \frac{9M^4(\alpha+\beta-1) \left((\alpha^4 - 2\alpha^2(\beta^2 + 1) + \beta^4 - 2\beta^2) \log \left(\frac{(\alpha-\beta-1)(\alpha+\beta+1)}{\alpha^2 - (\beta-1)^2} \right) \right)}{4(\alpha+\beta+1)(4M^2 + t((\beta-1)^2 - \alpha^2))^2} \\
 & + \frac{9M^4\beta(\alpha-\beta+1)^2(\alpha+\beta-1)^2 \left(\frac{2(\alpha^2\beta - \beta^3 + \beta)}{\alpha^4 - 2\alpha^2(\beta^2 + 1) + (\beta^2 - 1)^2} \right)}{(4M^2 + t((\beta-1)^2 - \alpha^2))^2} \\
 & \left. + \frac{9M^4\beta(\alpha-\beta+1)^2(\alpha+\beta-1)^2 \left(-\tanh^{-1}(\alpha-\beta) + \tanh^{-1}(\alpha+\beta) \right)}{(4M^2 + t((\beta-1)^2 - \alpha^2))^2} \right\},
 \end{aligned}$$

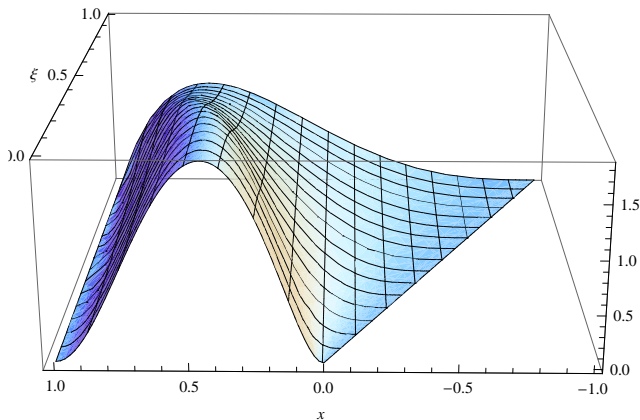
$$\begin{aligned}
 H_{x \geq \xi}^u(x, \xi, 0) = & \frac{48}{5} \left\{ \frac{3 \left(-2(x-1)^4 (2x^2 - 5\xi^2 + 3) \log(1-x) \right)}{20(\xi^2 - 1)^3} \right. \\
 & + \frac{3 \left(+4\xi \left(15x^2(x+3) + (19x+29)\xi^4 + 5(x(x(x+11)+21)+3)\xi^2 \right) \tanh^{-1} \left(\frac{(x-1)\xi}{x-\xi^2} \right) \right)}{20(\xi^2 - 1)^3} \\
 & + \frac{3 \left(x^3(x(2(x-4)x+15)-30) - 15(2x(x+5)+5)\xi^4 \right) \log(x^2 - \xi^2)}{20(\xi^2 - 1)^3} \\
 & + \frac{3 \left(-5x(x(x(x+2)+36)+18)\xi^2 - 15\xi^6 \right) \log(x^2 - \xi^2)}{20(\xi^2 - 1)^3} \\
 & + \frac{3 \left(2(x-1) \left((23x+58)\xi^4 + (x(x(x+67)+112)+6)\xi^2 + x((5-2x)x+15)+3 \right) \right)}{20(\xi^2 - 1)^3} \\
 & + \frac{3 \left(\left(15(2x(x+5)+5)\xi^4 + 10x(3x(x+5)+11)\xi^2 \right) \log(1-\xi^2) \right)}{20(\xi^2 - 1)^3} \\
 & \left. + \frac{3 \left(2x(5x(x+2)-6) + 15\xi^6 - 5\xi^2 + 3 \right) \log(1-\xi^2)}{20(\xi^2 - 1)^3} \right\},
 \end{aligned}$$

Résultats Analytiques

$$\begin{aligned}
 H_{|x| \leq \xi}^u(x, \xi, 0) = & \frac{48}{5} \left\{ \frac{6\xi(x-1)^4 \left(- (2x^2 - 5\xi^2 + 3) \right) \log(1-x)}{40\xi(\xi^2-1)^3} \right. \\
 & + \frac{6\xi \left(-4\xi \left(15x^2(x+3) + (19x+29)\xi^4 + 5(x(x(x+11)+21)+3)\xi^2 \right) \log(2\xi) \right)}{40\xi(\xi^2-1)^3} \\
 & + \frac{6\xi(\xi+1)^3 \left((38x+13)\xi^2 + 6x(5x+6)\xi + 2x(5x(x+2)-6) + 15\xi^3 - 9\xi + 3 \right) \log(\xi+1)}{40\xi(\xi^2-1)^3} \\
 & + \frac{6\xi(x-\xi)^3 \left((7x-58)\xi^2 + 6(x-4)x\xi + x(2(x-4)x+15) + 15\xi^3 + 75\xi - 30 \right) \log(\xi-x)}{40\xi(\xi^2-1)^3} \\
 & + \frac{3(\xi-1)(x+\xi) \left(4x^4\xi - 2x^3\xi(\xi+7) + x^2(\xi((119-25\xi)\xi-5)+15) \right)}{40\xi(\xi^2-1)^3} \\
 & \left. + \frac{3(\xi-1)(x+\xi) \left(x\xi(\xi(\xi(71\xi+5)+219)+9) + 2\xi(\xi(2\xi(34\xi+5)+9)+3) \right) \right\}.
 \end{aligned}$$

Ces formules illisibles permettent ce pendant de faire de jolies images!

Reconstruction ($t = 0$)

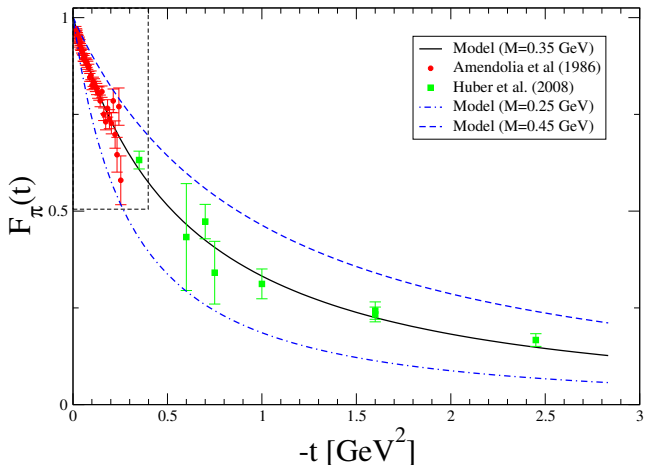


On obtient les bonnes propriétés de support et de continuité!

$$F_{\pi}^q(t) = \mathcal{M}_0(t) = \int_{-1}^1 dx \, H^q(x, \xi, t)$$

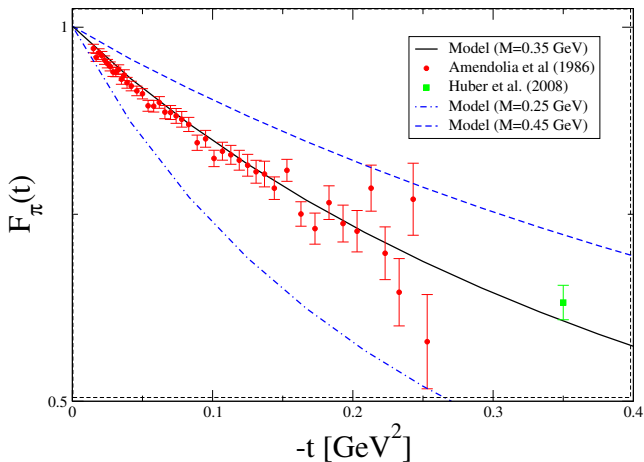
Facteur de Forme

$$F_{\pi}^q(t) = \mathcal{M}_0(t) = \int_{-1}^1 dx H^q(x, \xi, t)$$



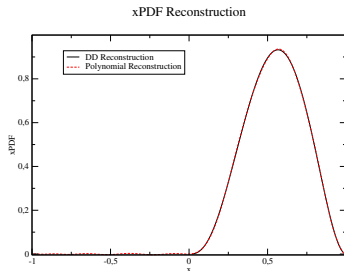
Facteur de Forme

$$F_{\pi}^q(t) = \mathcal{M}_0(t) = \int_{-1}^1 dx H^q(x, \xi, t)$$



Distribution de Partons

- Expression analytique de la PDF.
- Problème : PDF est très légèrement asymétrique.
- Discussions ont mené à un papier additionnel :
L. Chang et al., arXiv 1406.5450

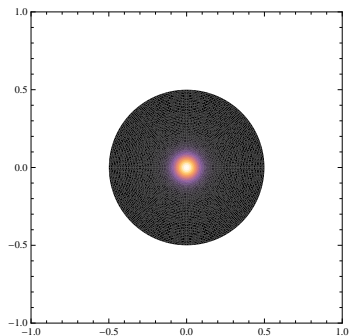
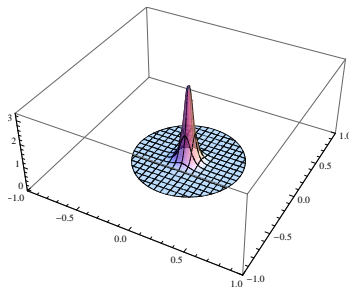


$$\rho^q(x, b_\perp) = \int_0^\infty \frac{d|\Delta_\perp|}{2\pi} |\Delta_\perp| J_0(|b_\perp| \cdot |\Delta_\perp|) H^q(x, 0, -\Delta_\perp^2),$$

- b_\perp est la variable conjuguée de Fourier à Δ_\perp .
- b_\perp représente la position dans le plan transverse à la direction du pion.
- J_0 est la fonction de Bessel de première espèce.
- $\rho^q(x, b_\perp)$ représente la densité de probabilité de trouver un quark q à une position b_\perp donnée dans le plan transverse et à une fraction d'impulsion longitudinale x donnée.

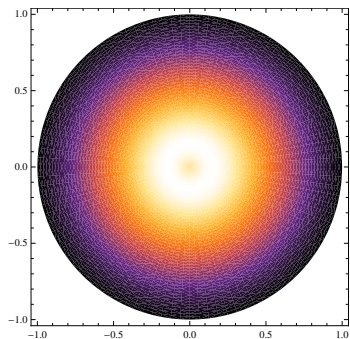
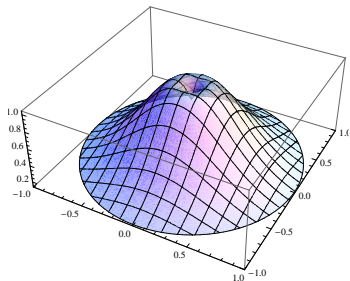
$$\rho^q(x, b_{\perp}) = \int_0^{\infty} \frac{d|\Delta_{\perp}|}{2\pi} |\Delta_{\perp}| J_0(|b_{\perp}| \cdot |\Delta_{\perp}|) H^q(x, 0, -\Delta_{\perp}^2),$$

Cas $x = 0.95$



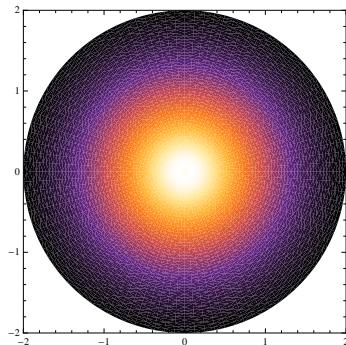
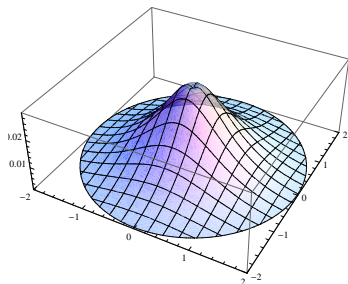
$$\rho^q(x, b_{\perp}) = \int_0^{\infty} \frac{d|\Delta_{\perp}|}{2\pi} |\Delta_{\perp}| J_0(|b_{\perp}| \cdot |\Delta_{\perp}|) H^q(x, 0, -\Delta_{\perp}^2),$$

Cas $x = 0.5$



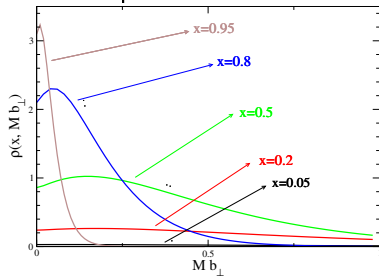
$$\rho^q(x, b_{\perp}) = \int_0^{\infty} \frac{d|\Delta_{\perp}|}{2\pi} |\Delta_{\perp}| J_0(|b_{\perp}| \cdot |\Delta_{\perp}|) H^q(x, 0, -\Delta_{\perp}^2),$$

Cas $x = 0.05$

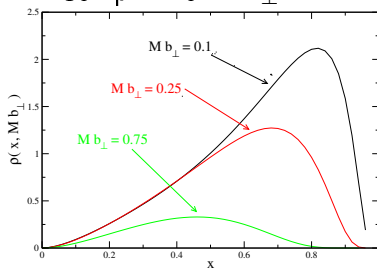


Coupes à 2D

Comparaison à x fixé.



Comparaison à b_{\perp} fixé



- Résumé : construire un nouveau modèle de GPD à partir de QCD.
 - ▶ Equations de Schwinger-Dyson.
 - ▶ Cas du Pion.
 - ▶ Moments de Mellin.
 - ▶ Diagramme triangle, et quarks de valence.
 - ▶ Modèle analytique.
 - ▶ Imagerie 3D.
- Conclusion
 - ▶ Développement de nouveaux outils de modélisation.
 - ▶ Calcul analytique → accord modèle/données.
 - ▶ Encourageant pour la suite.

Perspectives 1

- Calculer les GPDs de transversités:
→ Travail de stage de Pierre Fromholtz.
- Au delà du modèle analytique :
 - ▶ Utiliser les troncations des équations de Schwinger Dyson.
 - ▶ Construire un modèle numérique.
 - ▶ Comprendre la structure 3D du pion en terme de brisure de la symétrie chirale.
 - ▶ Lien entre spectroscopie et la structure partonique.

Perspective 2 : le cas du proton

- Cas du proton : beaucoup plus de données!
- Difficultés,
 - ▶ Système à 3 corps.
 - ▶ Spin
 - ▶ ...

Merci!

- Model de double distributions : basés sur l'Ansatz de Radyushkin.
A.Radyushkin, Phys. Rev. D59 014030

Modèles de GPDs actuels

- Model de double distributions : basés sur l'Ansatz de Radyushkin.
A.Radyushkin, Phys. Rev. D59 014030
- Approche Mellin-Barnes : ajustement des moments de Mellin sur les données puis resommation via transformation de Mellin inverse.
D. Müller and A.Schäfer, Nucl. Phys. B 739 1

Modèles de GPDs actuels

- Model de double distributions : basés sur l'Ansatz de Radyushkin.
A.Radyushkin, Phys. Rev. D59 014030
- Approche Mellin-Barnes : ajustement des moments de Mellin sur les données puis resommation via transformation de Mellin inverse.
D. Müller and A.Schäfer, Nucl. Phys. B 739 1
- Model dual: ajustement des moments conformes sur les données, et resommation partielle sur des polynômes.
M. V. Polyakov, Nucl. Phys. B 555 231

Modèles de GPDs actuels

- Model de double distributions : basés sur l'Ansatz de Radyushkin.
A.Radyushkin, Phys. Rev. D59 014030
- Approche Mellin-Barnes : ajustement des moments de Mellin sur les données puis resommation via transformation de Mellin inverse.
D. Müller and A.Schäfer, Nucl. Phys. B 739 1
- Model dual: ajustement des moments conformes sur les données, et resommation partielle sur des polynômes.
M. V. Polyakov, Nucl. Phys. B 555 231

Toutes ces paramétrisations sont *phénoménologiques*

Modèles de GPDs actuels

- Model de double distributions : basés sur l'Ansatz de Radyushkin.
A.Radyushkin, Phys. Rev. D59 014030
- Approche Mellin-Barnes : ajustement des moments de Mellin sur les données puis resommation via transformation de Mellin inverse.
D. Müller and A.Schäfer, Nucl. Phys. B 739 1
- Model dual: ajustement des moments conformes sur les données, et resommation partielle sur des polynômes.
M. V. Polyakov, Nucl. Phys. B 555 231

Toutes ces paramétrisations sont *phénoménologiques*

Comment modéliser une GPD à partir de QCD?

GPD

- $H(x, \xi, t)$
- Objet non local.
- Ligne de Wilson.
- Difficultés de modélisation selon la cinématique.

Moments de Mellin

- $\int dx x^m H(x, \xi, t)$
- Objets locaux.
- Dérivée covariante.
- Difficulté : resommation.

GPD

- $H(x, \xi, t)$
- Objet non local.
- Ligne de Wilson.
- Difficultés de modélisation selon la cinématique.

Moments de Mellin

- $\int dx x^m H(x, \xi, t)$
- Objets locaux.
- Dérivée covariante.
- Difficulté : resommation.

On choisit de modéliser les moments de Mellin plutôt que la GPD.

$$\begin{aligned}
 \langle x^m \rangle^q &= \lambda(\nu) \int dx dy du dv dw dz dz' \left(\frac{M^2}{M'^2} \right)^{2\nu} \\
 &\delta(1-x-y-u-v-w) x^{\nu-1} y^{\nu-1} \rho_\nu(z) \rho_\nu(z') \\
 &\left[(g-2\xi f)^m (g+1-2\xi f) \right. \\
 &+ \frac{1}{2} (-2\xi f + g - 1) (g-2\xi f)^m \\
 &+ \frac{m}{2} ((g-2\xi f)^{m-1} ((g-2\xi f)^2 - \xi^2)) \\
 &+ \frac{\Gamma(2\nu+1)}{2M'^2 \Gamma(2\nu)} (g-2\xi f)^m \\
 &\left. \times \left((g-2\xi f)(tf^2 + P^2(g^2 - 2g) + \frac{t}{4} + M^2) \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$f = \frac{1}{2} \left(-\frac{1+z'}{2} y + \frac{1+z}{2} x + v - w \right)$$

$$g = \frac{1-z'}{2} y + x \frac{1-z}{2} + u$$

$$\begin{aligned} M'^2 = & M^2 + \frac{t}{4} \left(-4f^2 + y \left(\frac{1+z'}{2} \right)^2 + x \left(\frac{1+z}{2} \right)^2 + v + w \right) \\ & + P^2 \left(-g^2 + \left(\frac{1-z'}{2} \right)^2 y + \left(\frac{1-z}{2} \right)^2 x + u \right). \end{aligned}$$

Le cas de la distribution de parton

- Facteur de Forme
 - ▶ Très bon accord avec les données.
 - ▶ Validation de la dépendance en t du model.
 - ▶ Dépendance en x et ξ ?
- Distribution de Partons (PDF)
 - ▶ Dépendance explicite en x .
 - ▶ $\xi = 0$.
 - ▶ Comparaison moment à moment.

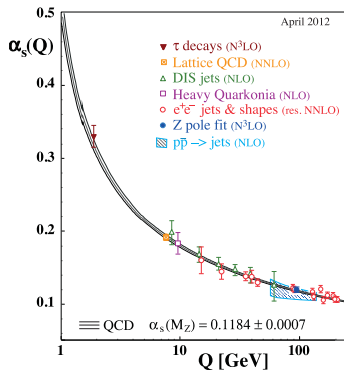
Le cas de la distribution de parton

- Facteur de Forme

- ▶ Très bon accord avec les données.
- ▶ Validation de la dépendance en t du model.
- ▶ Dépendance en x et ξ ?

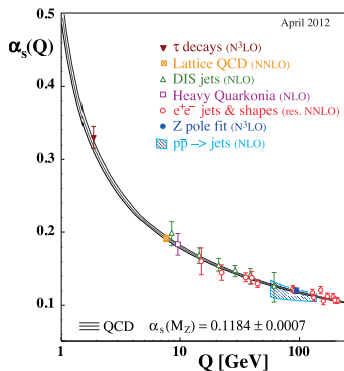
- Distribution de Partons (PDF)

- ▶ Dépendance explicite en x .
- ▶ $\xi = 0$.
- ▶ Comparaison moment à moment.



Le cas de la distribution de parton

- Facteur de Forme
 - ▶ Très bon accord avec les données.
 - ▶ Validation de la dépendance en t du model.
 - ▶ Dépendance en x et ξ ?
- Distribution de Partons (PDF)
 - ▶ Dépendance explicite en x .
 - ▶ $\xi = 0$.
 - ▶ Comparaison moment à moment.



Problème d'échelle

La PDF dépend de l'échelle de factorisation et de renormalisation. Dans notre modèle, ces échelles sont cachées dans M et ν . On ne connaît pas *a priori* l'échelle du modèle.

Moments de Mellin de la PDF

