



Contraintes cosmologiques sur le modèle du Galiléon

A&A 555, A53 (2013), arXiv:1302.2786

Jérémy Neveu

2 juillet 2013

CEA/IRFU/SPP



Directeurs de thèse : Vanina Ruhlmann-Kleider (SNLS)
Marc Besançon (CMS)

1 **Cosmologie du Galiléon**

Le modèle du Galiléon
Expansion de l'Univers

2 **Contraintes expérimentales**

Comparaison aux données
Combinaison et analyse du résultat

3 **Conclusion**



Cosmologie du Galilée

1 - Cosmologie du Galilée

1 Cosmologie du Galilée

Le modèle du Galilée

Expansion de l'Univers

2 Contraintes expérimentales

3 Conclusion

Le Galiléon π : un nouvel champ scalaire pour expliquer
l'accélération de l'expansion de l'Univers.

Principes : Nicolis, Rattazzi & Trincherini, 2009

On impose (arbitrairement) à l'équation du mouvement du Galiléon de respecter une symétrie galiléenne (... d'où le nom de Galiléon !) :

$$\pi \mapsto \pi + a + b_\mu x^\mu$$

⇒ la théorie est alors fortement contrainte, seuls 5 Lagrangiens
sont possibles ⇒ 5 paramètres libres c_i

- Imposer une symétrie galiléenne vient de considérations sur des modèles invoquant des dimensions supplémentaires.

Action d'un Univers avec Galiléon :

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{M_P^2 R}{2} - L_{\text{SM}} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 c_i L_i - L_{\text{couplings}} \right)$$

- Relativité Générale
- Matière standard
- 5 termes Galiléons
- Couplages possible entre le Galiléon et la matière

Lagrangiens (avec $M^3 = M_P H_0^2$) :

$$L_1 = M^3 \pi \quad L_2 = (\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi) \quad L_3 = (\Box \pi)(\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi)/M^3$$

$$L_4 = (\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi) \left[2(\Box \pi)^2 - 2\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu} - R (\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi)/2 \right] / M^6$$

$$L_5 = (\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi) \times \left[(\Box \pi)^3 - 3(\Box \pi)\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu} + 2\pi_{;\mu}^{\nu}\pi_{;\nu}^{\rho}\pi_{;\rho}^{\mu} - 6\pi_{;\mu}\pi^{;\mu\nu}\pi^{;\rho} G_{\nu\rho} \right] / M^9$$

- π couplé au scalaire de Ricci et au tenseur d'Einstein \Rightarrow c'est un modèle de gravité modifié !
- $L_i \propto \nabla_\mu \pi^i / M^{3(i-2)}$

Lagrangiens (avec $M^3 = M_P H_0^2$) :

$$L_1 = M^3 \pi \quad L_2 = (\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi) \quad L_3 = (\Box \pi)(\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi)/M^3$$

$$L_4 = (\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi) \left[2(\Box \pi)^2 - 2\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu} - R (\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi)/2 \right] / M^6$$

$$L_5 = (\nabla_\mu \pi)(\nabla^\mu \pi) \times \left[(\Box \pi)^3 - 3(\Box \pi)\pi_{;\mu\nu}\pi^{;\mu\nu} + 2\pi_{;\mu}^{\nu}\pi_{;\nu}^{\rho}\pi_{;\rho}^{\mu} - 6\pi_{;\mu}\pi^{;\mu\nu}\pi^{;\rho} G_{\nu\rho} \right] / M^9$$

- π coupl   au scalaire de Ricci et au tenseur d'Einstein \Rightarrow c'est un mod  le de gravit   modifi   !
- $L_i \propto \nabla_\mu \pi^i / M^{3(i-2)}$

Properties

- Modèle repose sur une symétrie très restrictive : seuls 5 paramètres libres c_i suffisent à décrire le modèle.
- On peut choisir $c_1 = 0$ pour des raisons théoriques.
- Près des objets massifs : pas de fantômes ni d'instabilités dans la théorie, et la Relativité Générale est préservée grâce à un effet d'écrantage appelé effet Vainshtein.

Question

Le modèle du Galiléon est-il compatible avec les observations ?

Properties

- Modèle repose sur une symétrie très restrictive : seuls 5 paramètres libres c_i suffisent à décrire le modèle.
- On peut choisir $c_1 = 0$ pour des raisons théoriques.
- Près des objets massifs : pas de fantômes ni d'instabilités dans la théorie, et la Relativité Générale est préservée grâce à un effet d'écrantage appelé effet Vainshtein.

Question

Le modèle du Galiléon est-il compatible avec les observations ?

Properties

- Modèle repose sur une symétrie très restrictive : seuls 5 paramètres libres c_i suffisent à décrire le modèle.
- On peut choisir $c_1 = 0$ pour des raisons théoriques.
- Près des objets massifs : pas de fantômes ni d'instabilités dans la théorie, et la Relativité Générale est préservée grâce à un effet d'écrantage appelé effet Vainshtein.

Question

Le modèle du Galiléon est-il compatible avec les observations ?

Properties

- Modèle repose sur une symétrie très restrictive : seuls 5 paramètres libres c_i suffisent à décrire le modèle.
- On peut choisir $c_1 = 0$ pour des raisons théoriques.
- Près des objets massifs : pas de fantômes ni d'instabilités dans la théorie, et la Relativité Générale est préservée grâce à un effet d'écrantage appelé effet Vainshtein.

Question

Le modèle du Galiléon est-il compatible avec les observations ?

- Calcul des 2 équations d'Einstein et de l'EdM du champ π , e.g. :

Equation (00)-Einstein : $\frac{\partial S}{\partial g_{00}} = 0$

$$\Rightarrow \bar{H}^2 = \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \underbrace{\frac{c_2}{6} \bar{H}^2 x^2 - 2c_3 \bar{H}^4 x^3 + \frac{15}{2} c_4 \bar{H}^6 x^4 - 7c_5 \bar{H}^8 x^5}_{\Omega_\pi = \text{"nouveau"} \Omega_{\text{énergie noire}}}$$

$\bar{H} = H/H_0$ $x = \pi'/M_P, \quad ' = d/d \ln a$

- Deux problèmes :
 - ① condition initiale inconnue pour x
 - ② dégénérescence à lever entre les valeurs des c_i et x
- Une solution : reparamétriser avec $x_0 = x(z=0)$:

$$\bar{c}_i = c_i x_0^i, \quad \bar{x} = x/x_0$$

- Calcul des 2 équations d'Einstein et de l'EdM du champ π , e.g. :

Equation (00)-Einstein : $\frac{\partial S}{\partial g_{00}} = 0$

$$\Rightarrow \bar{H}^2 = \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \underbrace{\frac{c_2}{6} \bar{H}^2 x^2 - 2c_3 \bar{H}^4 x^3 + \frac{15}{2} c_4 \bar{H}^6 x^4 - 7c_5 \bar{H}^8 x^5}_{\Omega_\pi = \text{"nouveau"} \Omega_{\text{énergie noire}}}$$

$\bar{H} = H/H_0$ $x = \pi'/M_P, \quad ' = d/d \ln a$

- Deux problèmes :
 -  1 condition initiale inconnue pour x
 -  2 dégénérescence à lever entre les valeurs des c_i et x
- Une solution : reparamétriser avec $x_0 = x(z=0)$:

$$\bar{c}_i = c_i x_0^i, \quad \bar{x} = x/x_0$$

- Calcul des 2 équations d'Einstein et de l'EdM du champ π , e.g. :

Equation (00)-Einstein : $\frac{\partial S}{\partial g_{00}} = 0$

$$\Rightarrow \bar{H}^2 = \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \underbrace{\frac{c_2}{6} \bar{H}^2 x^2 - 2c_3 \bar{H}^4 x^3 + \frac{15}{2} c_4 \bar{H}^6 x^4 - 7c_5 \bar{H}^8 x^5}_{\Omega_\pi = \text{"nouveau"} \Omega_{\text{énergie noire}}}$$

$\bar{H} = H/H_0$ $x = \pi'/M_P, \quad ' = d/d \ln a$

- Deux problèmes :
 - ❶ condition initiale inconnue pour x
 - ❷ dégénérescence à lever entre les valeurs des c_i et x
- Une solution : reparamétriser avec $x_0 = x(z=0)$:

$$\bar{c}_i = c_i x_0^i, \quad \bar{x} = x/x_0$$

(00)-Einstein, (ij)-Einstein, et EdM de π :

\Rightarrow 3 équations différentielles couplées à résoudre en $\bar{H}(z)$ et $\bar{\chi}(z)$

- seules 2 équations sont nécessaires, avec les 2 conditions initiales connues :

$$\bar{\chi}(z=0) = 1, \quad \bar{H}(z=0) = 1$$

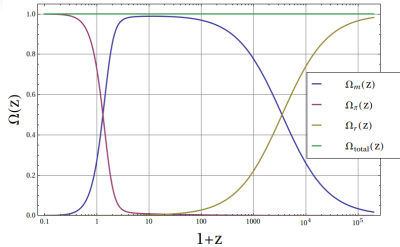
- 1  quation de contrainte ((00)-Einstein) : utilisée pour fixer \bar{c}_5 étant donnés Ω_m^0, Ω_r^0 et les autres \bar{c}_i :

$$\bar{c}_5 = \frac{1}{7}(-1 + \Omega_m^0 + \Omega_r^0 + \frac{\bar{c}_2}{6} - 2\bar{c}_3 + \frac{15}{2}\bar{c}_4)$$

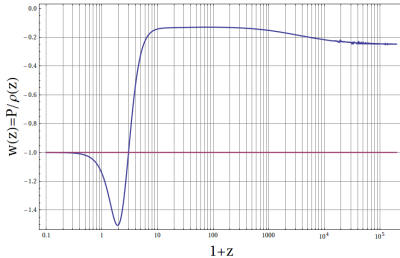
\Rightarrow 5 paramètres libres à contraindre : $\Omega_m^0, \Omega_r^0, \bar{c}_2, \bar{c}_3, \bar{c}_4$

Calculons l'évolution d'Univers Galiléon !

$$\Omega_m^0 = 0.27, c_2 = -3.7, c_3 = -0.6, c_4 = -0.1, c_5 = -0.128084, \Omega_r^0 = 0.0000766291$$



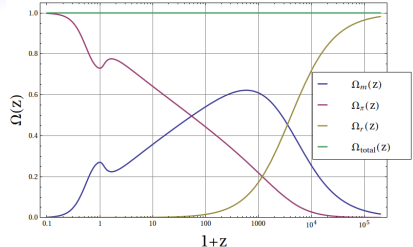
$$\Omega_m^0 = 0.27, c_2 = -3.7, c_3 = -0.6, c_4 = -0.1, c_5 = -0.128084, \Omega_r^0 = 0.0000766291$$



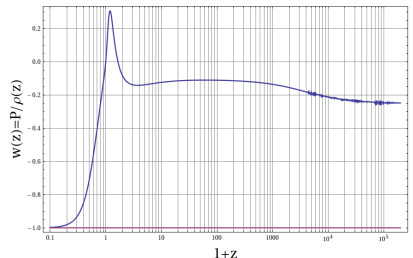
← Futur

Passé →

$$\Omega_m^0 = 0.27, c_2 = -2, c_3 = -1.5, c_4 = -0.4, c_5 = -0.151894, \Omega_r^0 = 0.0000766291$$



$$\Omega_m^0 = 0.27, c_2 = -2, c_3 = -1.5, c_4 = -0.4, c_5 = -0.151894, \Omega_r^0 = 0.0000766291$$



← Futur

Passé →

Croissance des structures dans un Univers Galiléon :

- perturbation linéaire du champ Galiléon $\delta\pi$ et de la métrique :

$$ds^2 = -(1 + 2\psi)dt^2 + a^2(1 - 2\phi)\delta_{ij}dx^i dx^j$$

- après calcul, on obtient une nouvelle équation de Poisson pour la gravité newtonienne :

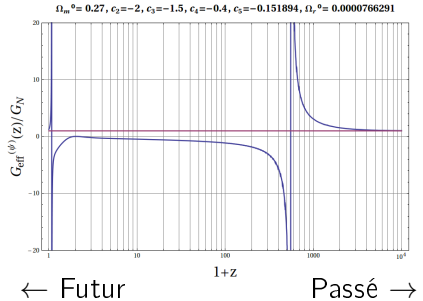
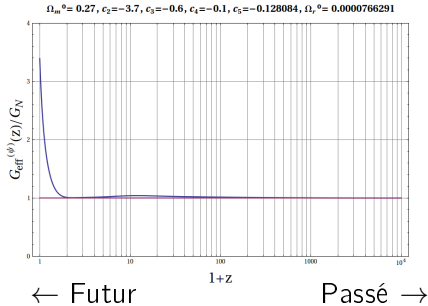
$$\nabla^2\psi = 4\pi a^2 G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z) \rho_m \delta_m$$

$$G_{\text{eff}}^{(\psi)}(z) = \frac{4(\kappa_3\kappa_6 - \kappa_1^2)}{\kappa_5(\kappa_4\kappa_1 - \kappa_5\kappa_3) - \kappa_4(\kappa_4\kappa_6 - \kappa_5\kappa_1)} G_N$$

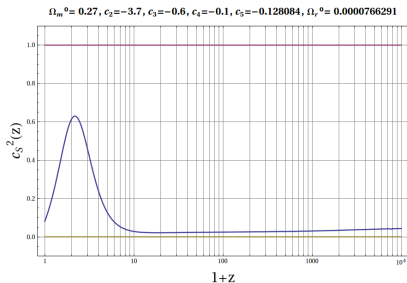
et d'autres quantités telles que :

- le facteur de normalisation du terme cinétique de $\delta\pi$
- la vitesse de propagation au carré $c_s^2(z)$ des perturbations $\delta\pi$

$$\begin{aligned}
\kappa_1 &= -6\bar{c}_4\bar{H}^3\bar{x}^3 \left(\bar{H}'\bar{x} + \bar{H}\bar{x}' + \frac{\bar{H}\bar{x}}{3} \right) \\
&\quad + \bar{c}_5\bar{H}^5\bar{x}^3(12\bar{H}\bar{x}' + 15\bar{H}'\bar{x} + 3\bar{H}\bar{x}) \\
\kappa_3 &= -1 - \frac{\bar{c}_4}{2}\bar{H}^4\bar{x}^4 - 3\bar{c}_5\bar{H}^5\bar{x}^4(\bar{H}'\bar{x} + \bar{H}\bar{x}') \\
\kappa_4 &= -2 + 3\bar{c}_4\bar{H}^4\bar{x}^4 - 6\bar{c}_5\bar{H}^6\bar{x}^5 \\
\kappa_5 &= 2\bar{c}_3\bar{H}^2\bar{x}^2 - 12\bar{c}_4\bar{H}^4\bar{x}^3 + 15\bar{c}_5\bar{H}^6\bar{x}^5 \\
\kappa_6 &= \frac{\bar{c}_2}{2} - 2\bar{c}_3(\bar{H}^2\bar{x}' + \bar{H}\bar{H}'\bar{x} + 2\bar{H}^2\bar{x}) \\
&\quad + \bar{c}_4(12\bar{H}^4\bar{x}\bar{x}' + 18\bar{H}^3\bar{x}^2\bar{H}' + 13\bar{H}^4\bar{x}^2) \\
&\quad - \bar{c}_5(18\bar{H}^6\bar{x}^2\bar{x}' + 30\bar{H}^5\bar{x}^3\bar{H}' + 12\bar{H}^6\bar{x}^3).
\end{aligned}$$



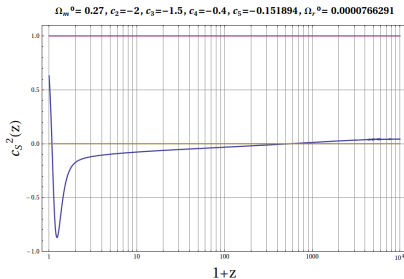
Un scénario d'Univers Galiléon valable **doit** avoir $\forall z > 0$ de **bonnes propriétés théoriques**, e.g. un facteur de normalisation du terme cinétique positif pour les perturbations $\delta\pi$ (condition de no-ghost), $c_s^2 > 0$ (pas d'instabilités)...



$$\forall z > 0, c_s^2(z) > 0$$

\Rightarrow Scénario ok !

\Rightarrow gardé pour l'ajustement aux données



$$\exists z > 0, c_s^2(z) < 0$$

\Rightarrow Mauvais scénario !

\Rightarrow rejeté



Contraintes expérimentales

2 - Contraintes expérimentales

1 Cosmologie du Galiléon

2 **Contraintes expérimentales**

Comparaison aux données

Combinaison et analyse du résultat

3 Conclusion

Supernovae

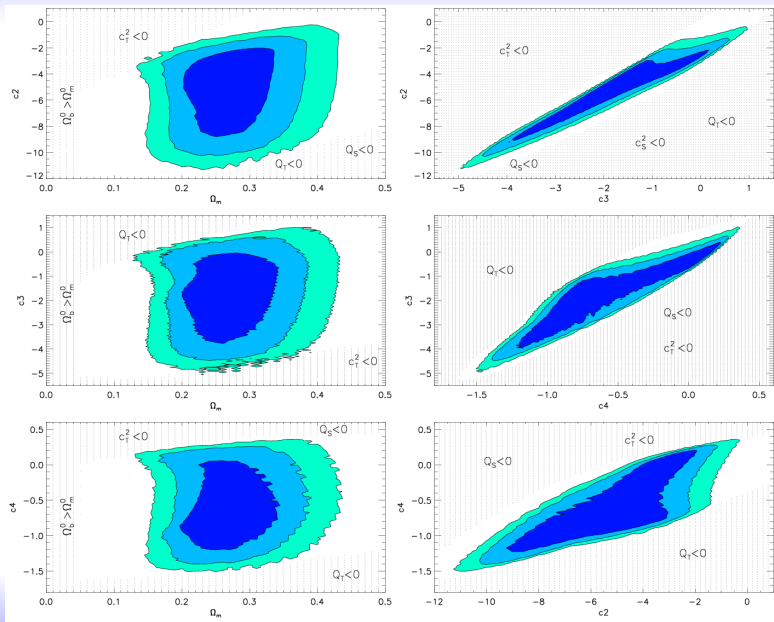
- 472 SNe Ia du catalogue SuperNovae Legacy Survey (SNLS3) avec erreurs systématiques (Conley et al. 2011)
- Prédiction de la magnitude en bande B du pic démission de la SNe Ia :

$$m_B^{mod} = 5 \log_{10} \left[(1 + z_{hel}) \int_0^{z_{CMB}} \frac{dz}{\bar{H}(z, \text{cosmo})} \right] - \alpha(s-1) + \beta.C + \mathcal{M}_B$$

  comparer aux mesures.

- Détails techniques :
 - α , β and \mathcal{M}_B : paramètres de nuisance ajustés avec les autres paramètres cosmologiques.

Figure: Contraintes **SNLS3**



Fond diffus cosmologique

- Pas de prédiction du spectre de puissance complet
 ⇒ utilisation d'un ensemble d'observables simplifiées : l_a , R , z_*

$$R = \sqrt{\Omega_m^0} \int_0^z \frac{dz'}{\bar{H}(z')}, \quad l_a = (1 + z_*) \frac{\pi D_A(z_*)}{r_s(z_*)}$$

$$D_A(z) = \frac{c}{H_0} \frac{1}{1+z} \int_0^z \frac{dz'}{\bar{H}(z')}, \quad r_s(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^{\frac{1}{1+z}} da \frac{\bar{c}_{s,m}(a)}{a^2 \bar{H}(a)}$$

- $\bar{c}_{s,m}(a)$ non modifiée par le champ Galiléon
- H_0 prior gaussien issus de la mesure directe de Riess et al. 2011 :

$$h = 0.738 \pm 0.024$$

- Détails techniques :
 - z_* obtenu à partir de l'ajustement de Hu & Sugiyama 1996
 - Minimisation sur h et $\Omega_b^0 h^2$ (recommandations de Komatsu et al. 2011).

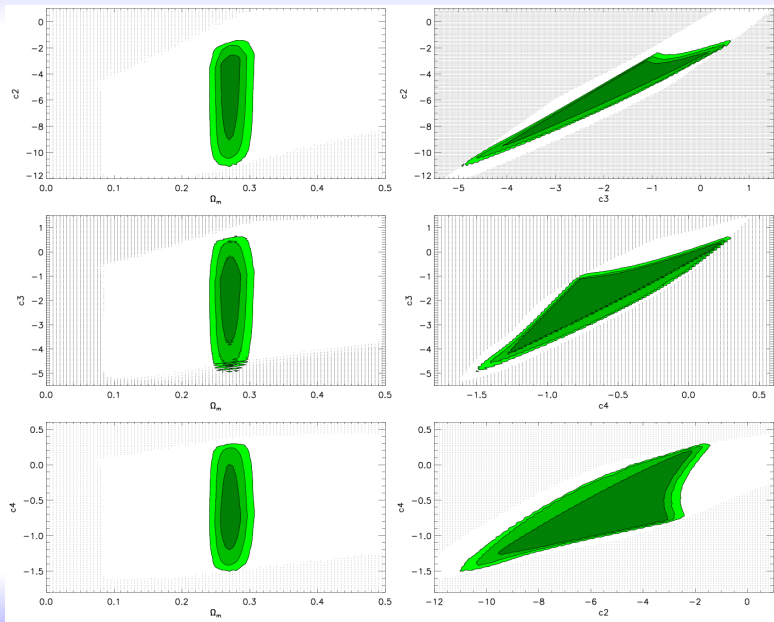
Oscillations baryoniques acoustiques

- 3 mesures BAO $y_s(z)$ venant des relevés 6dF, SDSS-II et BOSS :

$$D_V(z) = \left[(1+z)^2 D_A^2(z) \frac{cz}{H(z)} \right]^{1/3}, \quad y_s(z) = r_s(z_d)/D_V(z)$$

- Détails techniques :
 - Minimisation sur h et $\Omega_b^0 h^2$ conjointement avec les observables du CMB.

Figure: Contraintes **CMB+BAO+ H_0**



Croissance des structures

- 9 mesures du taux de croissance des structures $f\sigma_8(z)$ 5 mesures du paramètres d'Alcock-Paczynski $F(z)$ venant des relevés 6dFGRS, 2dFGRS, WiggleZ, SDSS, et BOSS

$$\ddot{\delta}_m + 2H\dot{\delta}_m - 4\pi G_{\text{eff}}^{(\psi)}(t)\rho_m\delta_m = 0$$

$$D(a) = \delta_m(a)/\delta_m(1), \quad f(a) = \frac{d \ln D(a)}{d \ln a}, \quad F(a) = \frac{1}{c} \frac{D_A(a)H(a)}{a}$$

- Mesures indépendantes de toute cosmologie fiducielle et du cadre de la Relativité Générale
- Détails techniques :
 - Hypothèse : même valeur de σ_8 au découplage pour les deux modèles Λ CDM et Galiléon :

$$\sigma_8(a) = \sigma_8(a_{\text{initial}}) \frac{D(a)}{D(a_{\text{initial}})}, \quad \sigma_8(a_{\text{initial}}) = \sigma_8^{\text{WMAP7}}(1) \frac{D^{\Lambda\text{CDM}}(a_*)}{D^{\Lambda\text{CDM}}(1)}$$

Figure: Contraintes **CdS** (plein) et **SN+CMB+BAO+ H_0** (tirets)

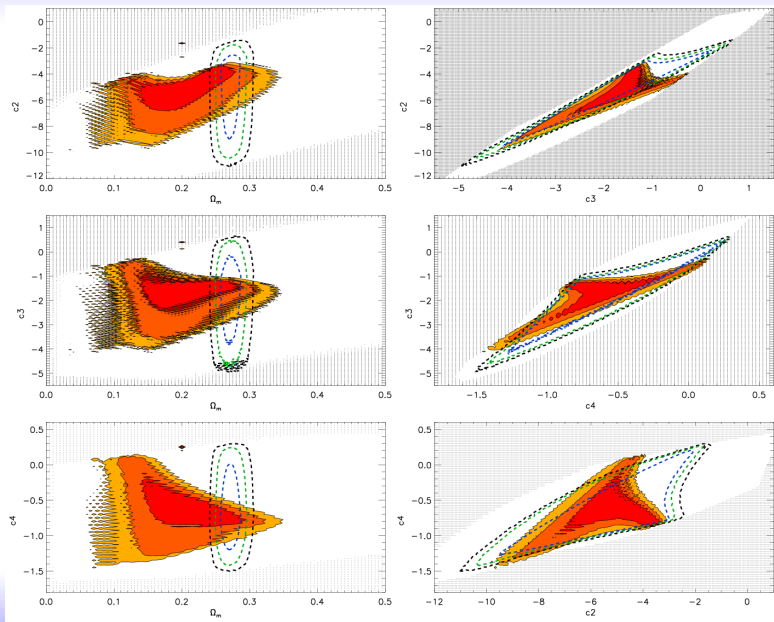


Figure: Contraintes avec **toutes les données**

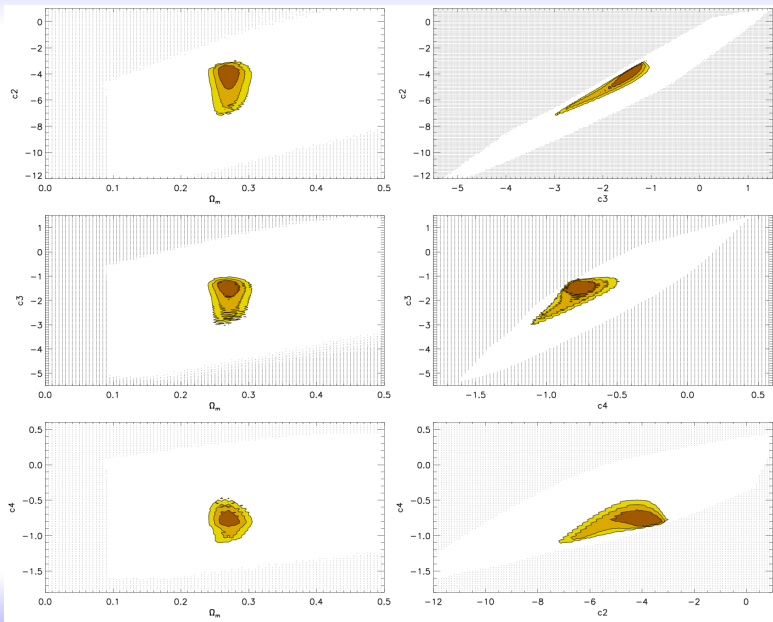
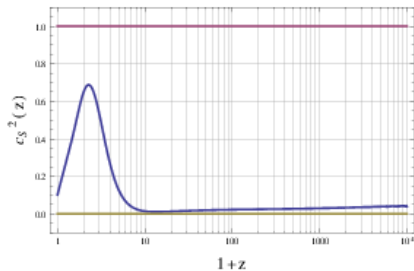
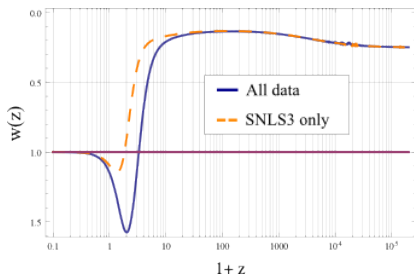
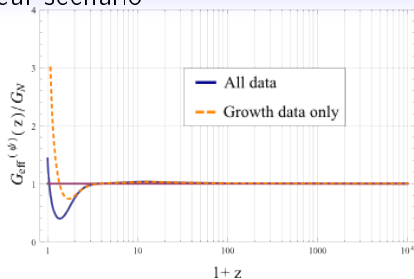
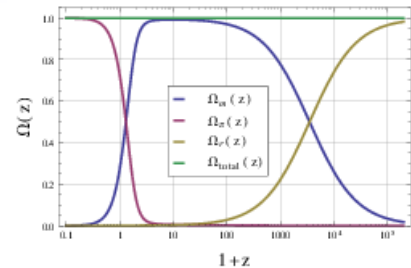


Table: Contraintes cosmologiques sur le modèle du Galiléon.

Probe	Ω_m^0	\bar{c}_2	\bar{c}_3	\bar{c}_4	χ^2
SNLS3	$0.273^{+0.054}_{-0.042}$	$-5.240^{+1.880}_{-2.802}$	$-1.781^{+1.071}_{-1.426}$	$-0.588^{+0.516}_{-0.348}$	420.1
Growth	$0.200^{+0.047}_{-0.044}$	$-5.430^{+0.850}_{-1.563}$	$-1.757^{+0.365}_{-1.251}$	$-0.635^{+0.272}_{-0.179}$	19.83
BAO+WMAP7+H0	$0.272^{+0.014}_{-0.009}$	$-5.591^{+1.973}_{-2.655}$	$-1.926^{+1.008}_{-1.407}$	$-0.619^{+0.468}_{-0.335}$	2.14
Tout	$0.271^{+0.013}_{-0.008}$	$-4.352^{+0.518}_{-1.220}$	$-1.597^{+0.203}_{-0.726}$	$-0.771^{+0.098}_{-0.061}$	450.4

- Résultat de la minimisation : $h = 0.713$ et $\Omega_b^0 h^2 = 0.0224$.
- Pour les modèles cosmologiques standards : $\chi_{\Lambda\text{CDM}}^2 = 440.2$ et $\chi_{\text{FWCDM}}^2 = 440.2$ (avec le même programme et les mêmes données)

Allure du meilleur scénario





Conclusion

3 - Conclusion

- 1 Cosmologie du Galiléon
- 2 Contraintes expérimentales
- 3 Conclusion**

- le Galiléon est un excellent candidat d'énergie noire :
 - bonnes propriétés théoriques
 - pas de modification de la gravitation locale
 - produit une expansion accélérée de l'Univers
- **Modèle du Galiléon en accord avec les données cosmologiques les plus récentes.**
- **Les modèles du Galileon, Λ CDM et FWCDM ont des χ^2 équivalents.**
- Notre résultat est en contradiction avec des travaux précédents qui trouvaient un mauvais accord entre données et modèle (principale différence dans le traitement des conditions initiales et dans l'utilisation des données de croissance des structures)...
- ... mais confirmé ensuite par un article de Barreira et al., qui utilise une prédiction complète du spectre de puissance du CMB (arXiv :1302.6241)

Merci pour votre attention !

Backup slides

Possible direct couplings to matter

- Linear coupling :

$$L_0 = \frac{c_0}{M_P} \pi T_\mu^\mu$$

- Derivative coupling :

$$L_G = \frac{c_G}{M^3 M_P} T^{\mu\nu} \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi$$

\Rightarrow 2 more possible parameters c_0 and c_G

Note

Direct coupling to matter is not mandatory, but has to be weak to preserve solar tests of gravitation.

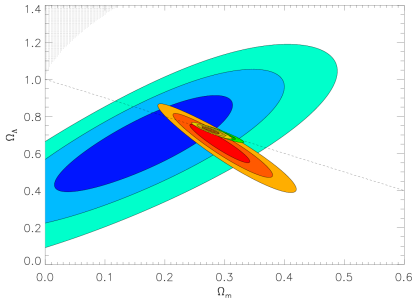
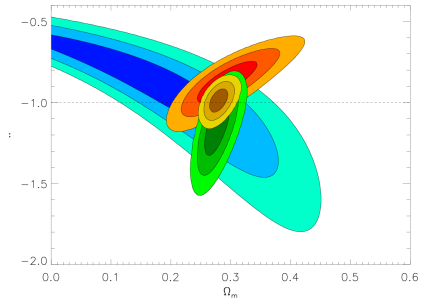
Figure: Λ CDM

Figure: FWCDM

Blue : SNLS, red : WiggleZ, green : BAO+WMAP7+H0, yellow : all data

(00)-Einstein equation : $\frac{\partial S}{\partial g_{00}} = 0$

$$\Rightarrow \bar{H}^2 = \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \underbrace{\frac{c_2}{6} \bar{H}^2 x^2 - 2c_3 \bar{H}^4 x^3 + \frac{15}{2} c_4 \bar{H}^6 x^4 - 7c_5 \bar{H}^8 x^5}_{\Omega_\pi = \text{"new"} \Omega_{DE}}$$

$$x = \pi'/M_P, \quad ' = d/d \ln a, \quad \bar{H} = H/H_0$$

Degeneracy problem !

Equation invariant under a scale factor γ :

$$x \mapsto x/\gamma, \quad c_2 \mapsto c_2 \times \gamma^2,$$

$$c_3 \mapsto c_3 \times \gamma^3, \quad c_4 \mapsto c_4 \times \gamma^4, \quad c_5 \mapsto c_5 \times \gamma^5 !$$

\Rightarrow same $\bar{H}(z)$ can be obtain from small x and high c_i 's or big x and small c_i 's

\Rightarrow degeneracy to break !

(00)-Einstein equation : $\frac{\partial S}{\partial g_{00}} = 0$

$$\Rightarrow \bar{H}^2 = \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \underbrace{\frac{c_2}{6} \bar{H}^2 x^2 - 2c_3 \bar{H}^4 x^3 + \frac{15}{2} c_4 \bar{H}^6 x^4 - 7c_5 \bar{H}^8 x^5}_{\Omega_\pi = \text{"new"} \Omega_{DE}}$$

$$x = \pi'/M_P, \quad ' = d/d \ln a, \quad \bar{H} = H/H_0$$

Degeneracy problem !

Equation invariant under a scale factor γ :

$$x \mapsto x/\gamma, \quad c_2 \mapsto c_2 \times \gamma^2,$$

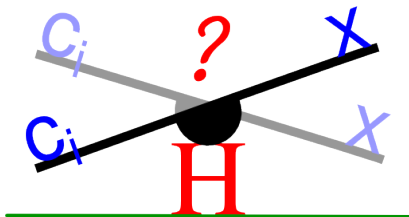
$$c_3 \mapsto c_3 \times \gamma^3, \quad c_4 \mapsto c_4 \times \gamma^4, \quad c_5 \mapsto c_5 \times \gamma^5 !$$

\Rightarrow same $\bar{H}(z)$ can be obtain from small x and high c_i 's or big x and small c_i 's

\Rightarrow degeneracy to break !

Two solutions :

- x value is known at some point of the history of the Universe : any idea ?
- or we get rid of the degeneracy by a new parametrization



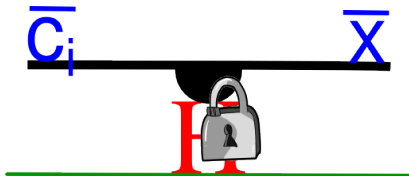
New parametrization

Set $x_0 = x(z = 0)$:

$$\bar{c}_i = c_i x_0^i, \quad \bar{x} = x/x_0$$

$$\begin{aligned} \bar{H}^2 &= \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \frac{c_2}{6} \bar{H}^2 x^2 - 2c_3 \bar{H}^4 x^3 + \frac{15}{2} c_4 \bar{H}^6 x^4 - 7c_5 \bar{H}^8 x^5 \\ &= \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \frac{\bar{c}_2}{6} \bar{H}^2 \bar{x}^2 - 2\bar{c}_3 \bar{H}^4 \bar{x}^3 + \frac{15}{2} \bar{c}_4 \bar{H}^6 \bar{x}^4 - 7\bar{c}_5 \bar{H}^8 \bar{x}^5 \end{aligned}$$

with $\bar{x}(z = 0) = 1 \Rightarrow \bar{x}$ is known at $z=0$!



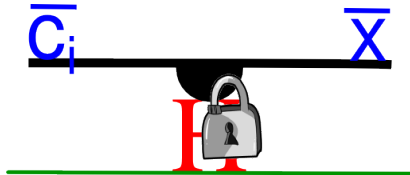
New parametrization

Set $x_0 = x(z = 0)$:

$$\bar{c}_i = c_i x_0^i, \quad \bar{x} = x/x_0$$

$$\begin{aligned} \bar{H}^2 &= \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \frac{c_2}{6} \bar{H}^2 x^2 - 2c_3 \bar{H}^4 x^3 + \frac{15}{2} c_4 \bar{H}^6 x^4 - 7c_5 \bar{H}^8 x^5 \\ &= \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \frac{\bar{c}_2}{6} \bar{H}^2 \bar{x}^2 - 2\bar{c}_3 \bar{H}^4 \bar{x}^3 + \frac{15}{2} \bar{c}_4 \bar{H}^6 \bar{x}^4 - 7\bar{c}_5 \bar{H}^8 \bar{x}^5 \end{aligned}$$

with $\bar{x}(z = 0) = 1 \Rightarrow \bar{x}$ is known at $z=0$!



(00)-Einstein equation : $\frac{\partial S}{\partial g_{00}} = 0$

$$\Rightarrow \bar{H}^2 = \frac{\Omega_m^0}{a^3} + \frac{\Omega_r^0}{a^4} + \frac{\bar{c}_2}{6} \bar{H}^2 \bar{x}^2 - 2\bar{c}_3 \bar{H}^4 \bar{x}^3 + \frac{15}{2} \bar{c}_4 \bar{H}^6 \bar{x}^4 - 7\bar{c}_5 \bar{H}^8 \bar{x}^5$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{(ij)-Einstein equation : } \frac{\partial S}{\partial g_{ij}} = 0 \\ \pi \text{ equation of motion : } \frac{\partial S}{\partial \pi} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{H}' = f(\bar{c}_i, \bar{x}, \bar{H}, \Omega_r^0) \\ \bar{x}' = g(\bar{c}_i, \bar{x}, \bar{H}, \Omega_r^0) \end{array} \right.$$

- 2 differential equations with 2 known initial conditions :

$$\bar{x}(z=0) = 1, \quad \bar{H}(z=0) = 1$$

- 1 constraint equation ((00)-Einstein) : used to fix \bar{c}_5 given Ω_m^0, Ω_r^0 and the other \bar{c}_i 's :

$$\bar{c}_5 = \frac{1}{7}(-1 + \Omega_m^0 + \Omega_r^0 + \frac{\bar{c}_2}{6} - 2\bar{c}_3 + \frac{15}{2}\bar{c}_4)$$

Let's compute some Galileon Universe !

- 2 differential equations with 2 known initial conditions :

$$\bar{\chi}(z=0) = 1, \quad \bar{H}(z=0) = 1$$

- 1 constraint equation ((00)-Einstein) : used to fix \bar{c}_5 given Ω_m^0, Ω_r^0 and the other \bar{c}_i 's :

$$\bar{c}_5 = \frac{1}{7}(-1 + \Omega_m^0 + \Omega_r^0 + \frac{\bar{c}_2}{6} - 2\bar{c}_3 + \frac{15}{2}\bar{c}_4)$$

Let's compute some Galileon Universe !

- 2 differential equations with 2 known initial conditions :

$$\bar{\chi}(z=0) = 1, \quad \bar{H}(z=0) = 1$$

- 1 constraint equation ((00)-Einstein) : used to fix \bar{c}_5 given Ω_m^0, Ω_r^0 and the other \bar{c}_i 's :

$$\bar{c}_5 = \frac{1}{7}(-1 + \Omega_m^0 + \Omega_r^0 + \frac{\bar{c}_2}{6} - 2\bar{c}_3 + \frac{15}{2}\bar{c}_4)$$

Let's compute some Galileon Universe !

Effective dark energy equation of state

$$\frac{\rho_\pi}{H_0^2 M_P^2} = 6c_0 \bar{H}^2 x + \frac{c_2}{2} \bar{H}^2 x^2 - 6c_3 \bar{H}^4 x^3$$

$$+ \frac{45}{2} c_4 \bar{H}^6 x^4 - 21c_5 \bar{H}^8 x^5 - 9c_G \bar{H}^4 x^2$$

$$\frac{P_\pi}{H_0^2 M_P^2} = -c_0 [4\bar{H}^2 x + 2\bar{H}(\bar{H}x)'] + \frac{c_2}{2} \bar{H}^2 x^2 + 2c_3 \bar{H}^3 x^2 (\bar{H}x)'$$

$$- c_4 \left[\frac{9}{2} \bar{H}^6 x^4 + 12\bar{H}^6 x^3 x' + 15\bar{H}^5 x^4 \bar{H}' \right]$$

$$+ 3c_5 \bar{H}^7 x^4 (5\bar{H}x' + 7\bar{H}'x + 2\bar{H}x) + c_G [6\bar{H}^3 x^2 \bar{H}' + 4\bar{H}^4 x x' + 3\bar{H}^4 x^2]$$

$$w_\pi \equiv P_\pi / \rho_\pi$$

Linear perturbations of Galileon field :

$$ds^2 = -(1 + 2\psi)dt^2 + a^2(1 - 2\phi)\delta_{ij}dx^i dx^j$$

$$(00) \text{ Einstein} \Rightarrow \frac{1}{2}\kappa_4 \bar{\nabla}^2 \psi - \kappa_3 \bar{\nabla}^2 \phi = \kappa_1 \bar{\nabla}^2 \delta y$$

$$(ij) \text{ Einstein} \Rightarrow \kappa_5 \bar{\nabla}^2 \delta y - \kappa_4 \bar{\nabla}^2 \phi = \frac{a^2 \rho_m}{H_0^2 M_P^2} \delta_m$$

$$\pi \text{ EoM} \Rightarrow \frac{1}{2}\kappa_5 \bar{\nabla}^2 \psi - \kappa_1 \bar{\nabla}^2 \phi = \kappa_6 \bar{\nabla}^2 \delta y$$

$$\text{matter EoS} \Rightarrow \bar{H}^2 \delta_m'' + \bar{H} \bar{H}' \delta_m' + 2\bar{H}^2 \delta_m' = \frac{1}{a^2} \bar{\nabla}^2 \psi$$

where $\delta y = \delta\pi/M_P$, $\bar{\nabla} = \nabla/H_0$, ρ_m matter density,
 $\delta_m = \delta\rho_m/\rho_m$ contrast matter density and κ_i s :

$$\begin{aligned}
\kappa_1 &= -6\bar{c}_4\bar{H}^3\bar{x}^3 \left(\bar{H}'\bar{x} + \bar{H}\bar{x}' + \frac{\bar{H}\bar{x}}{3} \right) \\
&\quad + \bar{c}_5\bar{H}^5\bar{x}^3(12\bar{H}\bar{x}' + 15\bar{H}'\bar{x} + 3\bar{H}\bar{x}) \\
\kappa_3 &= -1 - \frac{\bar{c}_4}{2}\bar{H}^4\bar{x}^4 - 3\bar{c}_5\bar{H}^5\bar{x}^4(\bar{H}'\bar{x} + \bar{H}\bar{x}') \\
\kappa_4 &= -2 + 3\bar{c}_4\bar{H}^4\bar{x}^4 - 6\bar{c}_5\bar{H}^6\bar{x}^5 \\
\kappa_5 &= 2\bar{c}_3\bar{H}^2\bar{x}^2 - 12\bar{c}_4\bar{H}^4\bar{x}^3 + 15\bar{c}_5\bar{H}^6\bar{x}^5 \\
\kappa_6 &= \frac{\bar{c}_2}{2} - 2\bar{c}_3(\bar{H}^2\bar{x}' + \bar{H}\bar{H}'\bar{x} + 2\bar{H}^2\bar{x}) \\
&\quad + \bar{c}_4(12\bar{H}^4\bar{x}\bar{x}' + 18\bar{H}^3\bar{x}^2\bar{H}' + 13\bar{H}^4\bar{x}^2) \\
&\quad - \bar{c}_5(18\bar{H}^6\bar{x}^2\bar{x}' + 30\bar{H}^5\bar{x}^3\bar{H}' + 12\bar{H}^6\bar{x}^3).
\end{aligned}$$

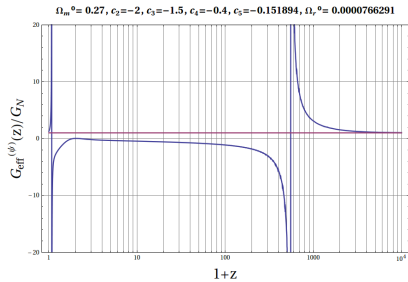
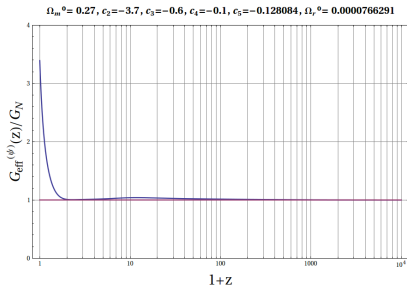
We obtain a new Poisson equation for gravity at sub-horizon scales :

$$\nabla^2 \psi = 4\pi a^2 G_{eff}^{(\psi)}(z) \rho_m \delta_m$$

$$G_{eff}^{(\psi)}(z) = \frac{4(\kappa_3 \kappa_6 - \kappa_1^2)}{\kappa_5(\kappa_4 \kappa_1 - \kappa_5 \kappa_3) - \kappa_4(\kappa_4 \kappa_6 - \kappa_5 \kappa_1)} G_N$$

and other quantities :

- $\delta\pi$ kinetic normalisation factor
- speed of propagation



A good Galileon cosmological scenario **must** have $\forall z > 0$:

- for the field perturbations $\delta\pi$:
 - 1 positive kinetic term normalization (no-ghost condition) : $Q_S^2 > 0$
 - 2 positive squared sound speed (no instabilities) : $c_S^2 > 0$
- for the metric tensorial perturbations :
 - 3 positive kinetic term normalization (no-ghost condition) : $Q_T^2 > 0$
 - 4 positive squared sound speed (no instabilities) : $c_T^2 > 0$

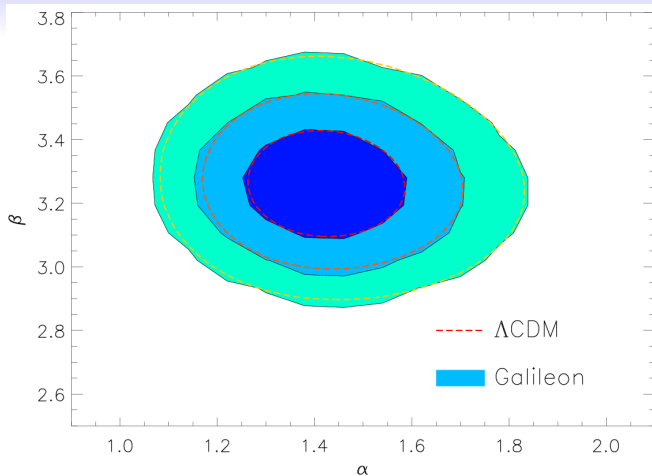


Figure: Confidence contours for the SN nuisance parameters α and β .

Table: Cosmological constraints on the Galileon model from the SNLS3 sample

Method	Ω_m^0	\bar{c}_2	\bar{c}_3	\bar{c}_4	α	β	\mathcal{M}_B^1	\mathcal{M}_B^2	χ^2
Stat+sys+ $\alpha\beta$	$0.273^{+0.057}_{-0.042}$	$-5.235^{+1.875}_{-2.767}$	$-1.779^{+1.073}_{-1.416}$	$-0.587^{+0.515}_{-0.349}$	$1.428^{+0.121}_{-0.098}$	$3.263^{+0.121}_{-0.103}$	23.997	23.950	415.4
Stat+sys	$0.273^{+0.054}_{-0.042}$	$-5.240^{+1.880}_{-2.802}$	$-1.781^{+1.071}_{-1.426}$	$-0.588^{+0.516}_{-0.348}$	1.428	3.263	23.997	23.950	420.1
Stat only	$0.294^{+0.045}_{-0.039}$	$-4.765^{+1.725}_{-2.921}$	$-1.586^{+0.987}_{-1.474}$	$-0.541^{+0.502}_{-0.338}$	1.451	3.165	24.022	23.951	441.8

Table: WMAP7 measurements

I_a	302.09 ± 0.76
R	1.725 ± 0.018
z_*	1091.3 ± 0.91

+ covariances

Table: BAO measurements used in this work.

z	$y_s^{mes}(z)$	Surveys
0.106	0.336 ± 0.015	6dF
0.35	0.1126 ± 0.0022	SDSS-II
0.57	0.0732 ± 0.0012	BOSS

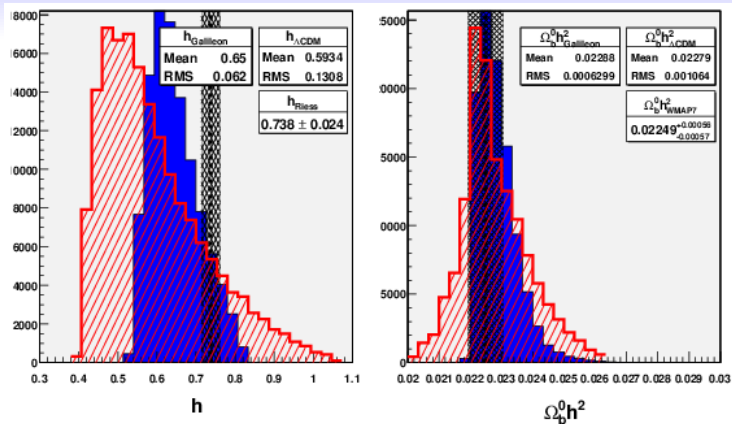
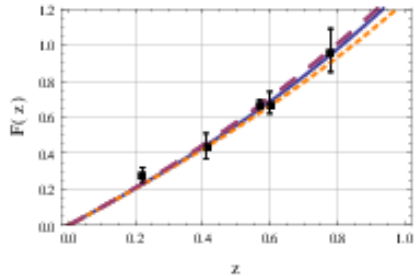
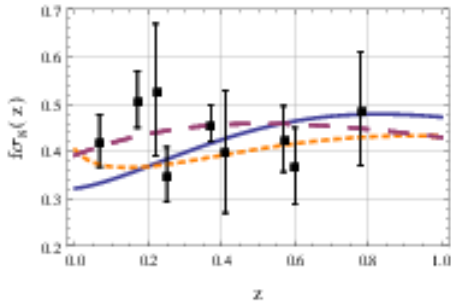


Figure: Minimized values of h and $\Omega_b^0 h^2$ for a large subset of tested scenarios, in Λ CDM (red dashed histogram) and in the Galileon cosmology (blue filled histogram).

Table: Growth data

z	$f\sigma_8(z)$	$F(z)$	r	Survey
0.067	0.423 ± 0.055	-	-	6dFGRS (a)
0.17	0.51 ± 0.06	-	-	2dFGRS (a)
0.22	0.53 ± 0.14	0.28 ± 0.04	0.83	WiggleZ
0.25	0.351 ± 0.058	-	-	SDSS LRG (b)
0.37	0.460 ± 0.038	-	-	SDSS LRG (b)
0.41	0.40 ± 0.13	0.44 ± 0.07	0.94	WiggleZ
0.57	0.430 ± 0.067	0.677 ± 0.042	0.871	BOSS CMASS
0.6	0.37 ± 0.08	0.68 ± 0.06	0.89	WiggleZ
0.78	0.49 ± 0.12	0.49 ± 0.12	0.84	WiggleZ

r is the cross-correlation in $(F, f\sigma_8)$. (a) Alcock-Paczynski effect is negligible at low redshift. (b) Values of $f\sigma_8$ are corrected for the Alcock-Paczynski effect but no $F(z)$ values are provided.



Dashed purple : Λ CDM best fit

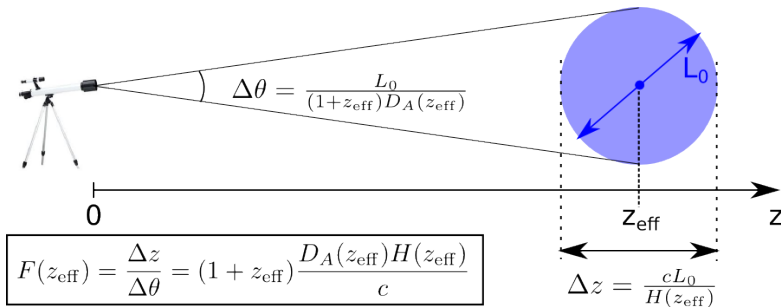
Solid blue : Galiléon best fit

Dashed orange : Galiléon best fit using only growth data

Alcock-Paczynski effect

See Blake et al. 2011 (arXiv :1108.2637)

"The Alcock-Paczynski test (Alcock & Paczynski 1979) is a geometric probe of the cosmological model based on the comparison of the observed tangential and radial dimensions of objects which are assumed to be isotropic in the correct choice of model."



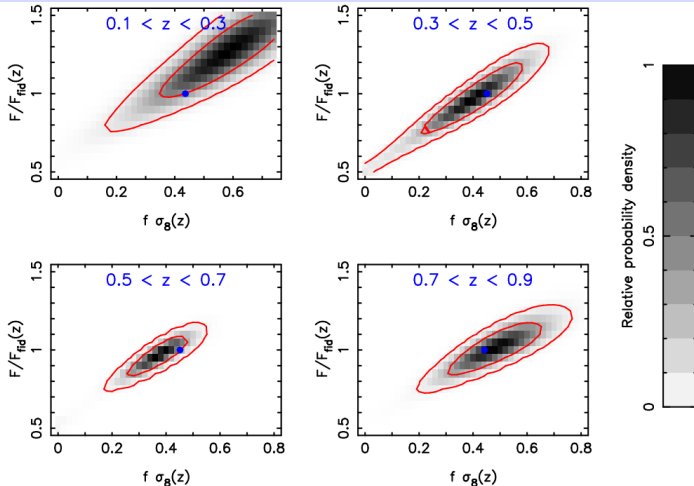


Figure 2. This Figure displays the joint likelihood of the Alcock-Paczynski scale distortion parameter $F(z)$ relative to the fiducial value F_{fid} , and the growth rate quantified by $f \sigma_8(z)$, obtained from fits to the 2D galaxy power spectra of the WiggleZ Dark Energy Survey in four redshift slices. In order to produce this Figure we marginalized over the linear galaxy bias b^2 and the pairwise velocity dispersion σ_v . There is some degeneracy between F and $f \sigma_8$ but their characteristic dependence on the angle to the line-of-sight is sufficiently different that both parameters may be successfully extracted. The probability density is plotted as both greyscale and contours enclosing 68% and 95% of the total likelihood. The solid circles indicate the parameter values in our fiducial cosmological model.

- Finding x_0 thanks to (00) Einstein equation :

$$1 - \Omega_m^0 - \Omega_r^0 - \frac{1}{6} c_2 x_0^2 + 2 c_3 x_0^3 - \frac{15}{2} c_4 x_0^4 + 7 c_5 x_0^5 = 0$$

- At most 5 solutions to consider
- To a small x_0 corresponds high c_i 's and vice versa.
- Leads to unstable contours.

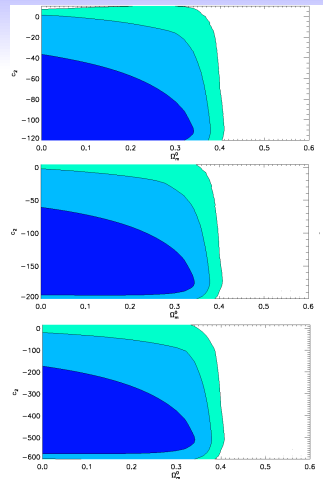


Figure: SNLS3 data.

Protecting local gravity with Vainshtein screening effect

Important remark

If the Galiléon is not coupled to matter, there is no effect on local gravitation. Only direct coupling is studied.

Equation of motion :

$$\frac{\delta L}{\delta \pi} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^5 c_i E_i + \frac{c_0}{M_P} T^\mu_\mu = 0 \quad , \quad E_i = \frac{\delta L_i}{\delta \pi}$$

To study the Galiléon effect near a massive object :

- background solution in de Sitter Universe (negligible matter, $\dot{H} = 0$, $w \approx -1$) : π_{dS}
- study of Galiléon perturbation with the eom due to the presence of a point-like massive object :

$$\pi \rightarrow \pi_{dS} + \pi$$

Important remark

If the Galiléon is not coupled to matter, there is no effect on local gravitation. Only direct coupling is studied.

Equation of motion :

$$\frac{\delta L}{\delta \pi} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^5 c_i E_i + \frac{c_0}{M_P} T^\mu_\mu = 0 \quad , \quad E_i = \frac{\delta L_i}{\delta \pi}$$

To study the Galiléon effect near a massive object :

- background solution in de Sitter Universe (negligible matter, $\dot{H} = 0$, $w \approx -1$) : π_{dS}
- study of Galiléon perturbation with the eom due to the presence of a point-like massive object :

$$\pi \rightarrow \pi_{dS} + \pi$$

$$\text{eom of the perturbation} \Leftrightarrow \sum_{i=2}^5 d_i E_i = -\frac{c_0}{M_P} T^\mu_\mu$$

with d_i linear combinations of the c_i .

Spherical solution around an object of mass m :

$$\sum_{i=2}^5 d_i E_i = \frac{c_0}{M_P} m \delta(\vec{r})$$

$$\Rightarrow d_2 \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right) + 2 \frac{d_3}{M^3} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^2 + 2 \frac{d_4}{M^6} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^3 = \frac{c_0}{M_P} \frac{m}{4\pi r^3}$$

$$\text{eom of the perturbation} \Leftrightarrow \sum_{i=2}^5 d_i E_i = -\frac{c_0}{M_P} T^\mu_\mu$$

with d_i linear combinations of the c_i .

Spherical solution around an object of mass m :

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^5 d_i E_i &= \frac{c_0}{M_P} m \delta(\vec{r}) \\ \Rightarrow d_2 \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right) + 2 \frac{d_3}{M^3} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^2 + 2 \frac{d_4}{M^6} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^3 &= \frac{c_0}{M_P} \frac{m}{4\pi r^3} \end{aligned}$$

Force created by the perturbation of the Galileon field around m :

$$F_{\pi} = \frac{1}{M_P} \frac{d\pi}{dr}$$

Newtonian gravitational field created by the mass m :

$$F_N = \frac{m}{M_P^2 r^2}$$

At small distances :

$$2 \frac{d_4}{M^6} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^3 = \frac{c_0}{M_P} \frac{m}{4\pi r^3} \Leftrightarrow F_{\pi} = \left(\frac{c_0 m M^6}{8\pi d_4 M_P} \right)^{1/3}$$

Force created by the perturbation of the Galileon field around m :

$$F_{\pi} = \frac{1}{M_P} \frac{d\pi}{dr}$$

Newtonian gravitational field created by the mass m :

$$F_N = \frac{m}{M_P^2 r^2}$$

At small distances :

$$2 \frac{d_4}{M^6} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^3 = \frac{c_0}{M_P} \frac{m}{4\pi r^3} \Leftrightarrow F_{\pi} = \left(\frac{c_0 m M^6}{8\pi d_4 M_P} \right)^{1/3}$$

Force created by the perturbation of the Galileon field around m :

$$F_{\pi} = \frac{1}{M_P} \frac{d\pi}{dr}$$

Newtonian gravitational field created by the mass m :

$$F_N = \frac{m}{M_P^2 r^2}$$

At small distances :

$$2 \frac{d_4}{M^6} \left(\frac{1}{r} \frac{d\pi}{dr} \right)^3 = \frac{c_0}{M_P} \frac{m}{4\pi r^3} \Leftrightarrow F_{\pi} = \left(\frac{c_0 m M^6}{8\pi d_4 M_P} \right)^{1/3}$$

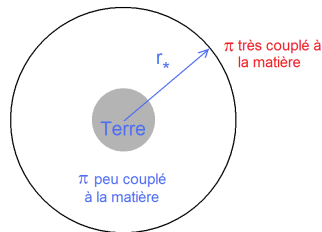
We introduce Vainshtein radius r_v :

$$\frac{F_\pi}{F_N} = \left(\frac{c_0 H_0^4 M_P^4}{8\pi d_4 m^2} \right)^{1/3} r^2 = \left(\frac{r}{r_v} \right)^2 \Rightarrow r_v = \left(\frac{8\pi d_4 m^2}{c_0 H_0^4 M_P^4} \right)^{1/6}$$

So, for distances $r \ll r_v$, the Galileon field has no effect on gravity.

Numerical application for $d_4 \approx c_0 \approx 1$:

- Sun : $r_v \approx 2650$ pc » solar system
- Earth : $r_v \approx 25$ pc » solar system



We introduce Vainshtein radius r_v :

$$\frac{F_\pi}{F_N} = \left(\frac{c_0 H_0^4 M_P^4}{8\pi d_4 m^2} \right)^{1/3} r^2 = \left(\frac{r}{r_v} \right)^2 \Rightarrow r_v = \left(\frac{8\pi d_4 m^2}{c_0 H_0^4 M_P^4} \right)^{1/6}$$

So, for distances $r \ll r_v$, the Galileon field has no effect on gravity.

Numerical application for $d_4 \approx c_0 \approx 1$:

- Sun : $r_v \approx 2650$ pc » solar system
- Earth : $r_v \approx 25$ pc » solar system

