



## Etude théorique et numérique de l'émergence des corrélations spatiales dans les systèmes branchants.

**Spécialité** Physique statistique

**Niveau d'étude** Bac+5

**Formation** Master 2

**Unité d'accueil** [DPhN/LEARN](#)

**Candidature avant le** 01/04/2022

**Durée** 6 mois

**Poursuite possible en thèse** non

**Contact** [DUMONTEIL Eric](#)  
+33 1 69 08 56 02  
[eric.dumonteil@cea.fr](mailto:eric.dumonteil@cea.fr)

### Résumé

Ce sujet de stage propose d'étudier l'apparition de structures spatiales dans les systèmes branchants, à l'aide d'une approche Lagrangienne. Les résultats théoriques seront confortés par des simulations Monte-Carlo.

### Sujet détaillé

L'étude des marches aléatoires branchantes permet de décrire de nombreux phénomènes tels que la propagation des épidémies, la transmission génétique au sein de populations, la mécanique quantique ou le transport des neutrons dans les milieux fissiles pour n'en citer que quelques-uns.

Dans ce dernier domaine par exemple, des travaux récents ont montré que des structures spatiales (phénomène de "clustering") pouvaient émerger au sein de la population de neutron présente dans un réacteur nucléaire [1], que l'on caractérise à l'aide de la fonction de corrélation spatiale (ou fonction à deux points). Des approches fondées sur l'utilisation d'outils de la théorie quantique des champs (QFT) ont permis de caractériser cette fonction de corrélation, mais montrent des limites vis à vis de l'étude de certaines grandeurs (notamment concernant le calcul de diverses observables dans la vicinity du point critique).

Ce stage propose par conséquent de mettre au point une approche Lagrangienne dans cet objectif, en calquant une technique élaborée par Doi et Peliti [2] et reprise par Garcia-Millan [3], afin de retrouver les résultats de l'approche QFT puis d'étendre ces derniers à différentes observables. Pour ce faire, il conviendra d'ajouter un opérateur de diffusion au Lagrangien, prenant ainsi en compte le phénomène de transport de l'espèce considérée (neutrons en physique des réacteurs, virus en épidémiologie, configurations en mécanique quantique). Les résultats de ces développements formels pourront alors être confirmés numériquement à l'aide d'un code Monte-Carlo simplifié d'ores et déjà développé en Python. Il conviendra par conséquent d'implémenter dans ce code le calcul de différentes grandeurs d'intérêt (corrélations temporelles, spatiales, taille et fluctuations de la population, ...), et de réaliser une analyse spectrale de la distribution obtenue (calcul des modes propres du système), pour finalement essayer d'extrapoler les résultats obtenus pour des milieux critiques ou sur/sous-critiques.

---

Le candidat recherché doit être en dernière année d'école d'ingénieur ou en master recherche de physique théorique, de physique fondamentale ou d'ingénierie nucléaire. Il doit avoir des connaissances de base en modélisation mathématique et en physique statistique (ex: probabilités, calcul stochastique, marches aléatoires, transitions de phase) et être capable de réaliser des développements informatiques en C++ ou en Python.

Ce travail sera basé sur le centre de Saclay du CEA (Orme des Merisiers) mais se fera en collaboration étroite avec l'IRSN de Fontenay-aux-Roses (contact: Benjamin Dechenaux). Il peut à ce titre nécessiter des déplacements réguliers entre ces 2 centres.

[1] E. Dumonteil et al. Nature Commun Phys 4, 151 (2021).

[2] M. Doi, J. Phys. A: Math. Gen. 9, 1465 (1976).

[3] L. Peliti, J. Phys. (Paris) 46, 1469 (1985).

[3] R. Garcia-Millan, Phys. Rev. E 98, 062107 (2018).

### **Mots clés**

### **Compétences**

### **Logiciels**

Python or C++

---

# Formal and numerical study of the emergence of spatial correlations in branching systems.

## Summary

This internship topic proposes to study the appearance of spatial structures in branching systems, using a Lagrangian approach. Theoretical results will be confirmed by Monte-Carlo simulations.

## Full description

The study of branching random walks allows to describe many phenomena such as the propagation of epidemics, genetic transmission within populations, quantum mechanics or neutron transport in fissile media, just to name a few.

In the latter field, for example, recent work has shown that spatial structures (clustering) can emerge within the neutron population present in a nuclear reactor [1], which can be characterized using the spatial correlation function (or two-point function). Approaches based on the use of quantum field theory (QFT) tools have been used to characterize this correlation function, but show limitations with respect to the study of certain quantities (in particular concerning the calculation of various observables in the vicinity of the critical point).

This internship therefore proposes to develop a Lagrangian approach for this purpose, closely following an approach developed by Doi and Peliti [2] and taken up by Garcia-Millan [3], in order to recover the results of the QFT approach and then to extend them to different observables. To do so, it will be necessary to add a diffusion operator to the Lagrangian, thus taking into account the transport phenomenon of the species considered (neutrons in reactor physics, viruses in epidemiology, configurations in quantum mechanics). The results of these formal developments can then be confirmed numerically using a simplified Monte-Carlo code already developed in Python. It will therefore be necessary to implement in this code the calculation of various quantities of interest (temporal and spatial correlations, size and fluctuations of the population, ...), and to carry out a spectral analysis of the obtained distribution (calculation of the eigenmodes of the system), to finally try to extrapolate the results obtained for critical or over/sub-critical environments.

The candidate should be in the last year of an engineering school or in a research master in theoretical physics, fundamental physics or nuclear engineering. He/she should have basic knowledge in mathematical modeling and statistical physics (e.g. probabilities, stochastic calculus, random walks, phase transitions) and be able to perform computer developments in C++ or Python.

This work will be based at the CEA's Saclay center (Orme des Merisiers) but will be done in close collaboration with the IRSN in Fontenay-aux-Roses (contact: Benjamin Dechenaux). As such, it may require regular travel between these 2 centers.

[1] E. Dumonteil et al. *Nature Commun Phys* 4, 151 (2021).

[2] M. Doi, *J. Phys. A: Math. Gen.* 9, 1465 (1976).

[3] L. Peliti, *J. Phys. (Paris)* 46, 1469 (1985).

[3] R. Garcia-Millan, *Phys. Rev. E* 98, 062107 (2018).

## Keywords

## Skills

## Softwares

---

Python or C++