

EISC 2 : Probabilités

TD 3

Variables aléatoires discrètes

Exercice 1

Soit X une variable aléatoire définie sur $\chi = \{0, 1, 3, e, \pi\}$

x	0	1	3	e	π
$P_X(x)$	1/4	1/3	1/12	1/4	1/12

1. Que vaut $\text{Prob} \{ X \in \{1, e, \pi\} \}$?
2. Calculer la $\text{Prob} \{ X > 0,7, X < 3 \}$
3. Quelle est l'espérance de X ?
4. Calculer la variance de X
5. Déterminer le moment d'ordre 1, puis d'ordre 2 de X . Que constatez-vous ?

Exercice 2 : Un jeu de loto

Le joueur coche 6 numéros sur une grille qui en comporte 49. Les 6 numéros gagnants sont déterminés par tirage au sort. Soit N le nombre de numéros gagnants de la grille. Pour une mise de 2 euros, on reçoit le gain $G=g(N)$ suivant :

N numéros gagnants	Gain $g(N)$	Probabilité
6	2 132 885 E	$7,2 \cdot 10^{-8}$
5	3 575 E	$7,8 \cdot 10^{-5}$
4	94 E	$9,7 \cdot 10^{-4}$
3	11 E	$7,8 \cdot 10^{-2}$

1. Calculer l'espérance du gain. Interpréter le résultat.
2. Calculer l'écart type. Comment l'interpréter ?

Exercice 3

On dispose d'un jeu de 32 cartes. On tire une carte dans ce jeu, et on attribue à ce tirage la valeur X calculée suivant la règle suivante :

- si la carte est un Roi, X vaut 4 points,
- si la carte est une Dame, X vaut 3 points,
- si la carte est un Valet, X vaut 1 point,
- toutes les autres cartes valent 0 point.

1. Déterminer la loi de probabilité de X
2. Déterminer l'espérance de X
3. Déterminer la variance et l'écart type de X

Exercice 4

Un sauteur tente de franchir des hauteurs successives numérotées $1, \dots, n, \dots$. On suppose que les sauts sont indépendants les uns des autres, et que

$$P(\text{n-ième saut}) = 1/(n+1).$$

Soit X le dernier saut réussi.

1. Quelle est la loi de X ?
2. Calculer $E(X)$, $\text{Var}(X)$.

On rappelle que

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$$