

TD 2

Mathématiques

Master ET 1^{ère} année

Exercice 1 : rang

Dans \mathbb{R}^3 , soit $F = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ avec $v_1(1, -1, 1)$, $v_2(-1, 1, -1)$, $v_3(0, 1, 1)$ et $v_4(1, 0, 2)$.
Déterminer le rang de F .

Exercice 2 :

Déterminer une base et la dimension du SEV F de $\mathcal{L}([-1, 1[\rightarrow \mathbb{R})$ engendré par $(f_i)_{1 \leq i \leq 4}$

$$f_1 = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \quad f_2 = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad f_3 = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad f_4 = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Exercice 3

Soient E et F deux K -EV

G un SEV de $E \times F$ tel que :

$$\forall a \in E, \exists ! b \in F, (a, b) \in G$$

On note : $f : E \rightarrow F$

$$a \rightarrow b$$

Montrer que f est linéaire

Exercice 4

Montrer que $f : R[X] \rightarrow R[X]$ est linéaire et déterminer $\text{Ker}(f)$ et $\text{Im}(f)$

$$P \rightarrow P - XP'$$

Exercice 5

Soient $T \in R_+^*$, E l'ensemble des applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , T périodique et de classe C^∞

1. Vérifier que E est un \mathbb{R} -EV pour les lois usuelles et que $\forall f \in E, f' \in E$

2. On note $\varphi : E \rightarrow E$

$$f \rightarrow f'$$

Vérifier que φ est linéaire et déterminer $\text{Ker}(\varphi)$ et $\text{Im}(\varphi)$