Projet de calcul de break-up à 3 et 4 corps dans n-^{3}H

Jaume Carbonell

V. Karmanov (Inst. Lebedev Moscou + ESNT)

R. Lazauskas (IPHC Strasbourg)

B. Giraud (IPhT, Saclay)

Irfu - CEA Saclay
Institut de recherche sur les lois fondamentales de l'Univers

E.S.N.T., SPhN Saclay, 11 juillet, 2014

INTRODUCTION

Dans certains Jeux - plus ou moins Interdits – **de la Physique Nucléaire** il est intéressant de savoir ce qui arrive lorsque l'on bombarde des cibles avec un **n**….

- où va-t-il ?
- combien de **n** on récupère ?
- …

Avec cibles lourdes il est impossible de faire un calcul exact
Avec cibles légères c'est possible… pourvu qu'elle soient très légères

Mais il se trouve que ^{2}H et ^{3}H sont déjà assez intéressants
En 2001, nous avions signé un accord LPSC/DAM pour n+^{2}H (le top !)
Il est, depuis peu, possible de résoudre A=4 (avec break-up !)
Nous souhaitons reprendre l'aventure… avec (presque) les mêmes aventuries !
Démarrage: projet accepté à l'ESNT (V. Karmanov) -> BLC ?

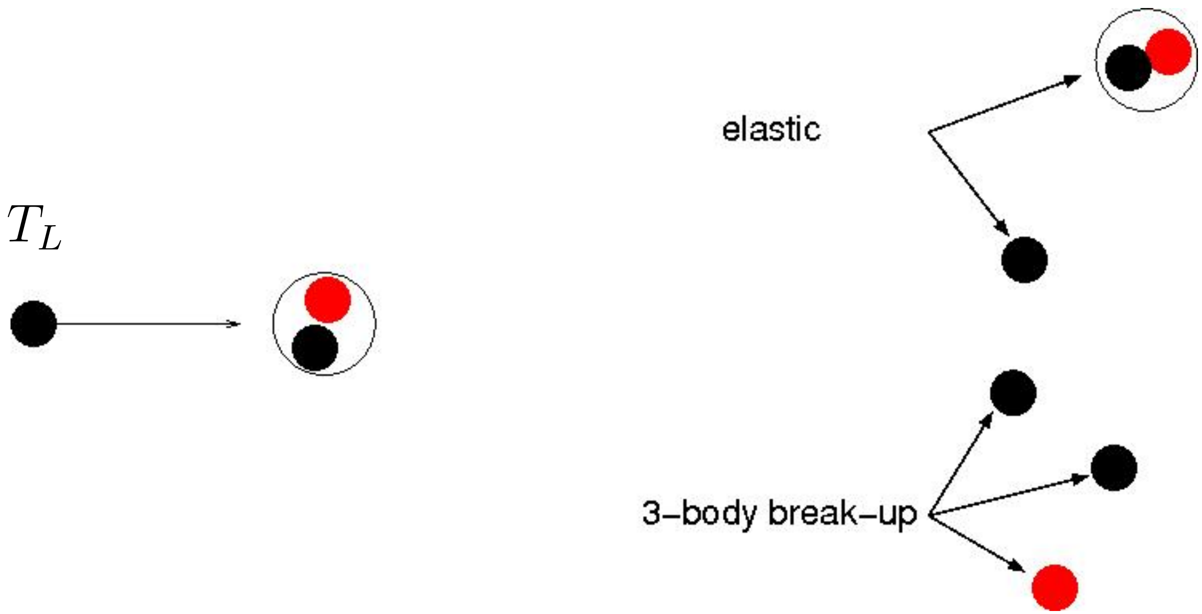
Concernant les applications, voir exposé de B. Morillon (DAM/Bruyères)

Je dois me tenir au secret….

"En quoi voudrais-tu que consistât la valeur d'un secret, *sinon dans l'environnante conviction que tu le possèdes* ?"
(Villiers de l'Isle-Adam, L'aventure de Tse-i-là)

Break-up du deuterium

$$E^* = \frac{1}{2}\,\mu\,v^2 = \frac{1}{2}\,\left(\frac{2}{3}m\right)\,v_1^2 = \frac{2}{3}\,T_L$$

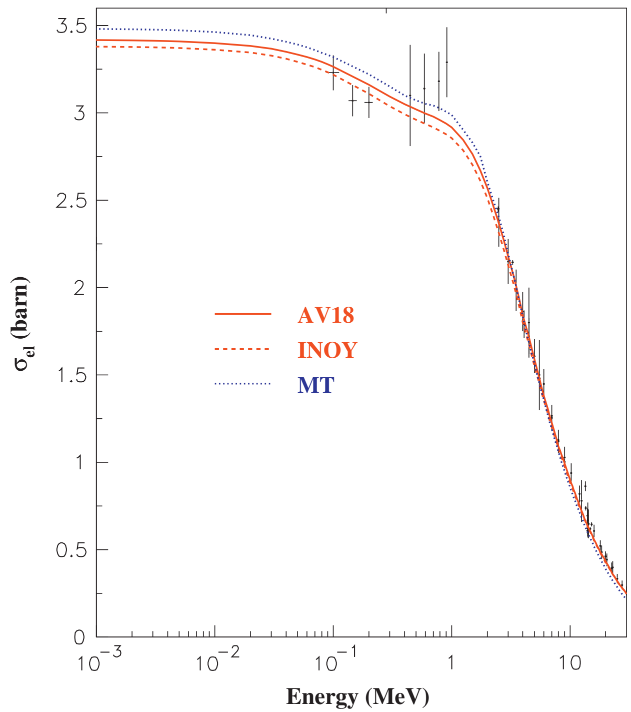


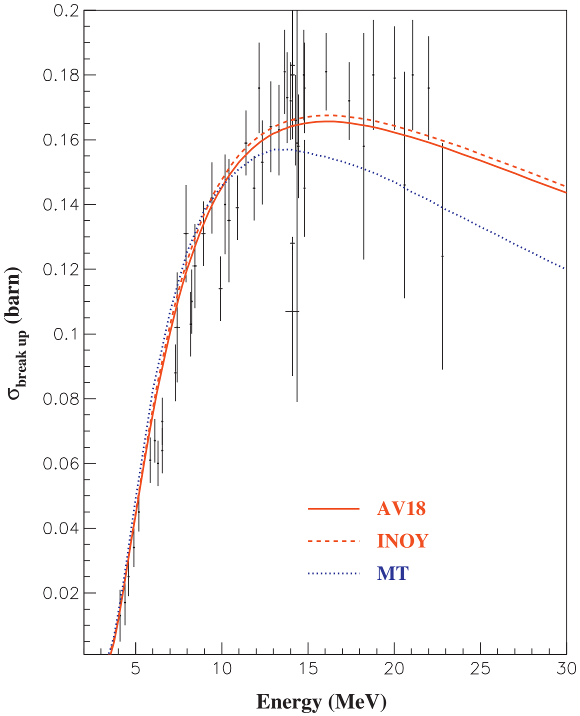
$$T_L^{b_3} = \frac{3}{2}\,B_2 = 3.33\ \mathrm{MeV}$$

Le processus dépend de 3x3-(3+1)=5 paramètres (dont T_L)

Expérience:

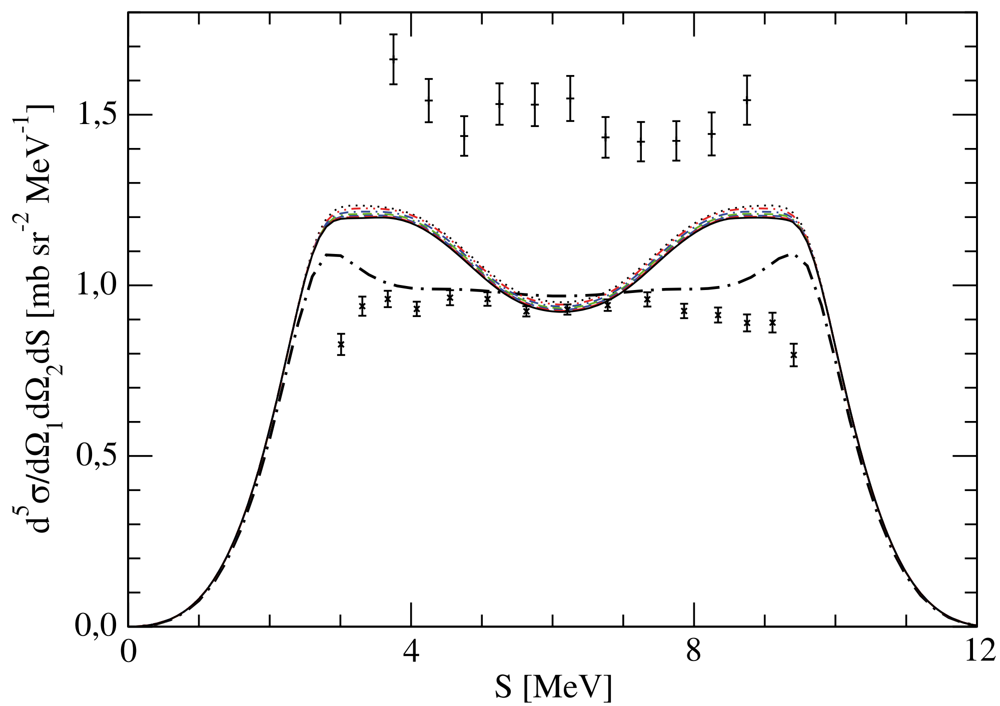
- même fragile, le deuterium a du mal à se casser: à T_L=10 MeV σ_{el}/σ_B=5





Théorie:

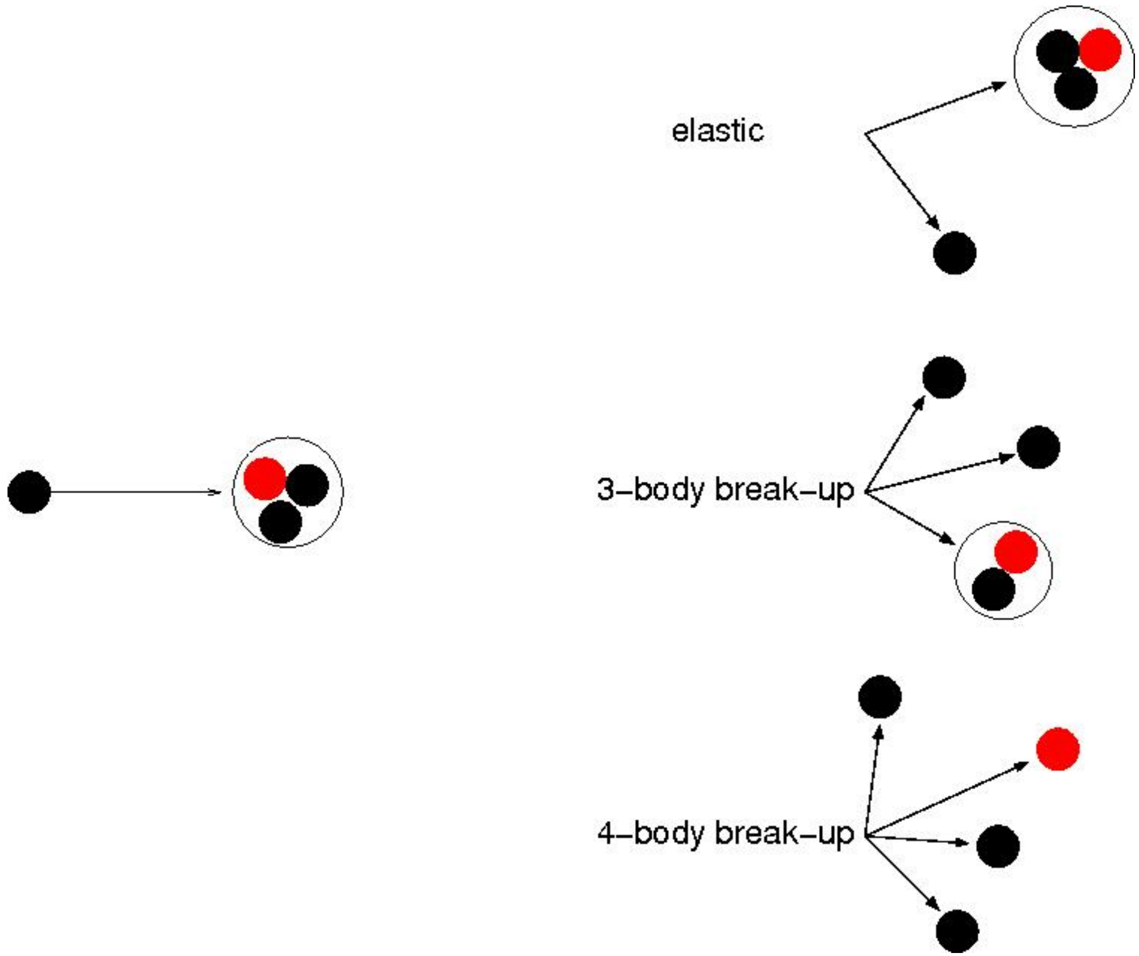
- Calculs ab-initio “exacts” (Eqs. Faddeev)
- Bon accord pour quantités intégrées (même avec V_{NN} très simples, e.g. MTI-II)
- Assez désastreux pour des choses plus rafinées (Ay, differentielles break-up,..) et ceci qqsoit V (y compris EFT !)



$d^5\sigma/d\Omega_1 d\Omega_2 dS$ [mb sr^{-2} MeV^{-1}]
0,0
0,5
1,0
1,5
0
4
8
12
S [MeV]

Break-up du trithum

$$E^* = \frac{1}{2}\,\mu\, v^2 = \frac{1}{2}\,\left(\frac{3}{4}m\right)\, v_1^2 = \frac{3}{4}\,T_{Lab}$$

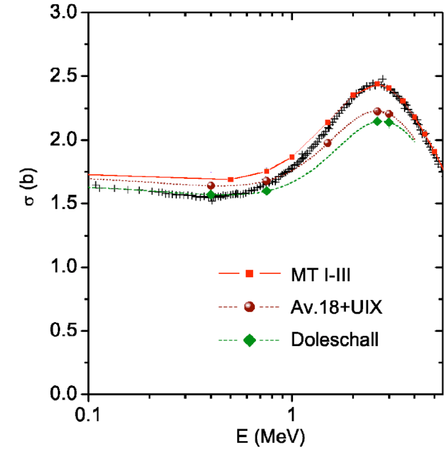


$$T_{Lab}^{b3} = \frac{4}{3}\,(B_3 - B_2) = 8.34 MeV$$

$$T_{Lab}^{b4} = \frac{4}{3}\,B_3 = 11.30 MeV$$

Le processus dépend de 4x3-(3+1)=8 paramètres (dont T_L)

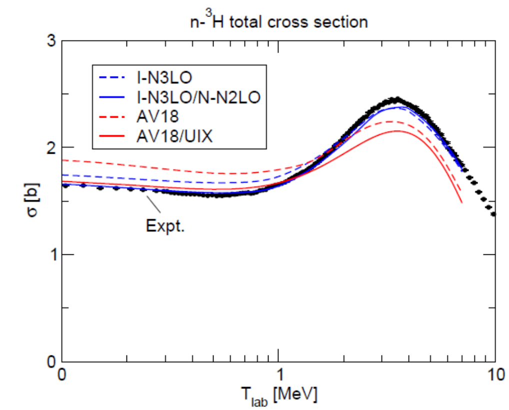
Expérience:



n-^{3}H est le plus simple des sytèmes A=4
et montre déjà la complexité de la Physique Nucléaire

Première resonance neutronique
… et premier échec des V_{NN}+V_{NNN} les plus modernes !

Bonnes mesures des sections élastiques, polas
Très peu de break-up (3 ou 4) et seulement σ_t



Théorie:

Nous envisageons de décrire ce processus jusqu'à T_L=30 MeV

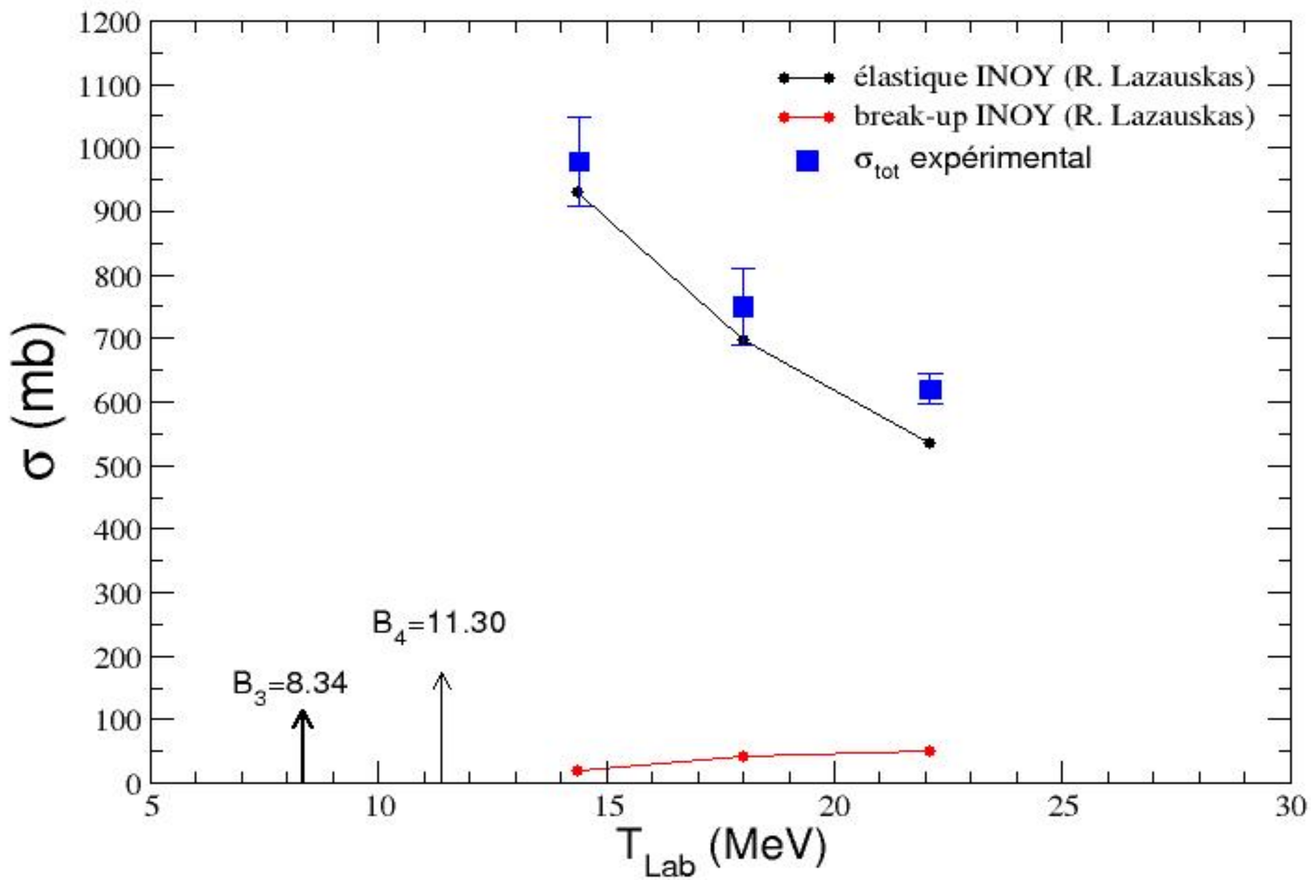
On sait résoudre la diffusion A=4 - élastique et réarrangement - depuis 2000 (*)
Le break-up seulement depuis 2 ou 3 ans …. et encore pas complètement (**)

(*) Phys. Lett. B447 (1999) 199 Phys. Rev C70 (2004) Phys. Rev. C71 (2005) 034004

(**) R. Lazauskas PRC86, 044002 (2012), FBS 54 (2013) 967, A. Deltuva, A. Fonseca PRC86 011001 (2012)

Les premiers calculs “réalistes” marchent assez bien (pour σ_{tot})

(Gentillesse de R. Lazauskas)



Le ^{3}H est encore plus resistant: élastique domine dans l'intervalle d'E consideré

σ_b/σ_e= 2% à 14 MeV, 6% à 18, 11% à 22…. on "extrapole" un 30% à 30 MeV

Manque de données expérimentales pour σ_b, encore plus séparation σ_{b3} σ_{b4}
Aucune distribution angulaire trouvée

Résultats break-up assez sensibles à l'interaction (contrairement à σ_e)

T_{Lab}	σ_e	σ_b	σ_{tot}	Exp
14.4	928	19	947	978+/-30
	922	11	933	
18.0	697	42	739	750+/-60
	690	25	715	
22.1	535	61	596	620+/-24
	512	38	550	

MT I-III Onde S central + spin-spin
INOY04 "Réaliste" (pas besoin de V_{NNN})

Il s'agirait de completer cette table en ajoutant des distributions de **n** (en E et angulaires)

COMMENT FAIRE ?

L'équation de Schrodinger, avec une seule fonction,

$$(E - H_0)\Psi = V\Psi \qquad V = V_{12} + V_{13} + V_{14} + V_{23} + V_{24} + V_{34}$$

n'est pas bien adaptée pour implementer les cc.ll. des problèmes de diffusion.

Elle est remplacée par:

Step I

Ensemble de 6 eqs. couplant 6 composantes associées aux 6 V_{ij}

$$\Psi = \sum_{i<j} \Psi_{ij} = \Psi_{12} + \Psi_{13} + \Psi_{14} + \Psi_{23} + \Psi_{24} + \Psi_{34}$$

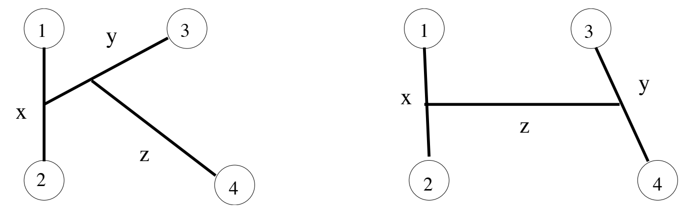
$$\begin{aligned}
(E - H_0)\Psi_{12} &= V_{12}\left(\Psi_{12} + \Psi_{13} + \Psi_{14} + \Psi_{23} + \Psi_{24} + \Psi_{34}\right) \\
(E - H_0)\Psi_{13} &= V_{13}\left(\Psi_{12} + \Psi_{13} + \Psi_{14} + \Psi_{23} + \Psi_{24} + \Psi_{34}\right) \\
(E - H_0)\Psi_{14} &= V_{14}\left(\Psi_{12} + \Psi_{13} + \Psi_{14} + \Psi_{23} + \Psi_{24} + \Psi_{34}\right) \\
(E - H_0)\Psi_{23} &= V_{23}\left(\Psi_{12} + \Psi_{13} + \Psi_{14} + \Psi_{23} + \Psi_{24} + \Psi_{34}\right) \\
(E - H_0)\Psi_{24} &= V_{24}\left(\Psi_{12} + \Psi_{13} + \Psi_{14} + \Psi_{23} + \Psi_{24} + \Psi_{34}\right) \\
(E - H_0)\Psi_{34} &= V_{34}\left(\Psi_{12} + \Psi_{13} + \Psi_{14} + \Psi_{23} + \Psi_{24} + \Psi_{34}\right)
\end{aligned}$$

Pas encore bon…

Step II

Partition de chaque Ψ_{ij} en autant d'amplitudes que voies asymptotiques incluant V_{ij}

Exemple: $\Psi_{12} = \Psi^4_{12,3} + \Psi^3_{12,4} + \Psi_{12,34}$



L'équation correspondante est à son tour "splitée" en trois

$$
\begin{aligned}
(E - H_0 - V_{12})\Psi^4_{12,3} &= V_{12}\left(\Psi_{13} + \Psi_{23}\right) \\
(E - H_0 - V_{12})\Psi^3_{12,4} &= V_{12}\left(\Psi_{14} + \Psi_{24}\right) \\
(E - H_0 - V_{12})\Psi_{12,34} &= V_{12}\left(\Psi_{34}\right)
\end{aligned}
$$

Quand on fait cela pour toutes les Ψ_{ij} on aboutit a un système de 18 équations aux derivées partielles couplées.

Chacune des $\Psi^l_{ij,k}$ $\Psi_{ij,kl}$ a un comportement asymptotique bien defini, ce qui donne les cc.ll. du système et permet donc sa solution (Faddeev-Yakubowski)

$$
\begin{aligned}
(E-H_0-V_{12})\Psi^4_{12,3} &= V_{12}\left(\Psi^2_{13,4}+\Psi^4_{13,2}+\Psi_{13,24}+\Psi^1_{23,4}+\Psi^4_{23,1}+\Psi_{23,14}\right)\\
(E-H_0-V_{12})\Psi^3_{12,4} &= V_{12}\left(\Psi^3_{14,2}+\Psi^2_{14,3}+\Psi_{14,23}+\Psi^3_{24,1}+\Psi^1_{24,3}+\Psi_{24,13}\right)\\
(E-H_0-V_{12})\Psi_{12,34} &= V_{12}\left(\Psi^2_{34,1}+\Psi^1_{34,2}+\Psi_{34,12}\right)\\
\\
(E-H_0-V_{13})\Psi^2_{13,4} &= V_{13}\left(\Psi^3_{14,2}+\Psi^2_{14,3}+\Psi_{14,23}+\Psi^2_{34,1}+\Psi^1_{34,2}+\Psi_{34,12}\right)\\
(E-H_0-V_{13})\Psi^4_{13,2} &= V_{13}\left(\Psi^4_{12,3}+\Psi^3_{12,4}+\Psi_{12,34}+\Psi^1_{23,4}+\Psi^4_{23,1}+\Psi_{23,14}\right)\\
(E-H_0-V_{13})\Psi_{13,24} &= V_{13}\left(\Psi^3_{24,1}+\Psi^1_{24,3}+\Psi_{24,13}\right)\\
\\
(E-H_0-V_{14})\Psi^3_{14,2} &= V_{14}\left(\Psi^4_{12,3}+\Psi^3_{12,4}+\Psi_{12,34}+\Psi^3_{24,1}+\Psi^1_{24,3}+\Psi_{24,13}\right)\\
(E-H_0-V_{14})\Psi^2_{14,3} &= V_{14}\left(\Psi^2_{13,4}+\Psi^4_{13,2}+\Psi_{13,24}+\Psi^2_{34,1}+\Psi^1_{34,2}+\Psi_{34,12}\right)\\
(E-H_0-V_{14})\Psi_{14,23} &= V_{14}\left(\Psi^1_{23,4}+\Psi^4_{23,1}+\Psi_{23,14}\right)\\
\\
(E-H_0-V_{23})\Psi^1_{23,4} &= V_{23}\left(\Psi^3_{24,1}+\Psi^1_{24,3}+\Psi_{24,13}+\Psi^2_{34,1}+\Psi^1_{34,2}+\Psi_{34,12}\right)\\
(E-H_0-V_{23})\Psi^4_{23,1} &= V_{23}\left(\Psi^4_{12,3}+\Psi^3_{12,4}+\Psi_{12,34}+\Psi^2_{13,4}+\Psi^4_{13,2}+\Psi_{13,24}\right)\\
(E-H_0-V_{23})\Psi_{23,14} &= V_{23}\left(\Psi^3_{14,2}+\Psi^2_{14,3}+\Psi_{14,23}\right)\\
\\
(E-H_0-V_{24})\Psi^3_{24,1} &= V_{24}\left(\Psi^4_{12,3}+\Psi^3_{12,4}+\Psi_{12,34}+\Psi^3_{14,2}+\Psi^2_{14,3}+\Psi_{14,23}\right)\\
(E-H_0-V_{24})\Psi^1_{24,3} &= V_{24}\left(\Psi^1_{23,4}+\Psi^4_{23,1}+\Psi_{23,14}+\Psi^2_{34,1}+\Psi^1_{34,2}+\Psi_{34,12}\right)\\
(E-H_0-V_{24})\Psi_{24,13} &= V_{24}\left(\Psi^4_{12,3}+\Psi^3_{12,4}+\Psi_{12,34}+\Psi^2_{13,4}+\Psi^4_{13,2}+\Psi_{13,24}\right)\\
\\
(E-H_0-V_{34})\Psi^2_{34,1} &= V_{34}\left(\Psi^2_{13,4}+\Psi^4_{13,2}+\Psi_{13,24}+\Psi^3_{14,2}+\Psi^2_{14,3}+\Psi_{14,23}\right)\\
(E-H_0-V_{34})\Psi^1_{34,2} &= V_{34}\left(\Psi^1_{23,4}+\Psi^4_{23,1}+\Psi_{23,14}+\Psi^3_{24,1}+\Psi^1_{24,3}+\Psi_{24,13}\right)\\
(E-H_0-V_{34})\Psi_{34,12} &= V_{34}\left(\Psi^4_{12,3}+\Psi^3_{12,4}+\Psi_{12,34}\right)
\end{aligned}
$$

Dans le cas de particules identiques, les 18 amplitudes se ramènent à 2: une K et une H (*)
Les 16 restantes s'en déduisent par opérateurs de permutation P_{ij}

$$\begin{aligned}
(E-H_0-V)K &= V\left[(P_{23}+P_{13})\,(\varepsilon+P_{34})\,K+\varepsilon(P_{23}+P_{13})\,H\right] \\
(E-H_0-V)H &= V\left[(P_{13}P_{24}+P_{14}P_{23})\,K+P_{13}P_{24}\,H\right]
\end{aligned} \qquad \textbf{(1)}$$

La fonction d'onde totale s'écrit en termes de K et H:

$$\begin{aligned}
|\Psi\rangle &= [1+\varepsilon(P_{23}+P_{13})][1+\varepsilon(P_{14}+P_{24}+P_{34})] \quad |K\rangle \\
&+ [1+\varepsilon(P_{13}+P_{23}+P_{14}+P_{24})+P_{13}P_{24}] \quad |H\rangle
\end{aligned}$$

Si l'on impose à:

- K la « bonne symétrie » /P_{12}
- H la « bonne symétrie » /P_{12} et P_{34}

$$(-1)^{\sigma_x+\tau_x+l_x} = (-1)^{\sigma_y+\tau_y+l_y} = \varepsilon$$

Alors la fonction d'onde totale est « convenablement » symétrisée

COMMENT RESOUDRE (1) ?

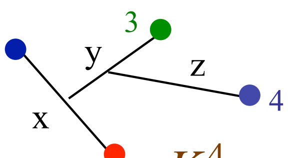
AVEC QUELLES CC.LL. ?

(*) Par exemple $K \equiv \Psi^4_{12,3}$ et $H \equiv \Psi_{12,34}$

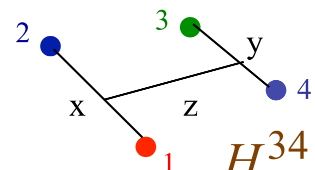
CC.LL. pour le cas n-^{3}H

$$\begin{aligned}
K(x,y) &= \phi^{(3)}(x,y)\frac{\sin q_3 z}{q_3} \\
&+ \mathbf{A}_{13}(\hat{z})\phi^{(3)}(x,y)\frac{eiq_3 z}{\mid z \mid} \\
&+ \mathbf{A}_{211}(\hat{y},\hat{z})\phi^{(2)}(x)\frac{e^{iq_2\rho_3}}{\rho_3^{5/2}} \\
&+ \mathbf{A}_{1111}(\hat{x},\hat{y},\hat{z})\frac{e^{iq_1\rho_4}}{\rho_4^4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H(x,y) &= \mathbf{A}_{22}(\hat{z})\phi^{(22)}(x,y)\frac{e^{iq_3 z}}{\mid z \mid} \\
&+ \mathbf{A}_{211}(\hat{y},\hat{z})\phi^{(2)}(x)\frac{e^{iq_2\rho_3}}{\rho_3^{5/2}} \\
&+ \mathbf{A}_{1111}(\hat{x},\hat{y},\hat{z})\frac{e^{iq_1\rho_4}}{\rho_4^4}
\end{aligned}$$



$K_{12,3}^{4}$



H_{12}^{34}

$$\rho_3 = \sqrt{y^2+z^2}$$
$$\rho_4 = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

Les **A** sont les amplitudes de diffusion – élastique et breakup – que l'on cherche et que l'on extrait de la solution dans la region asymptotique (systeme "libre")

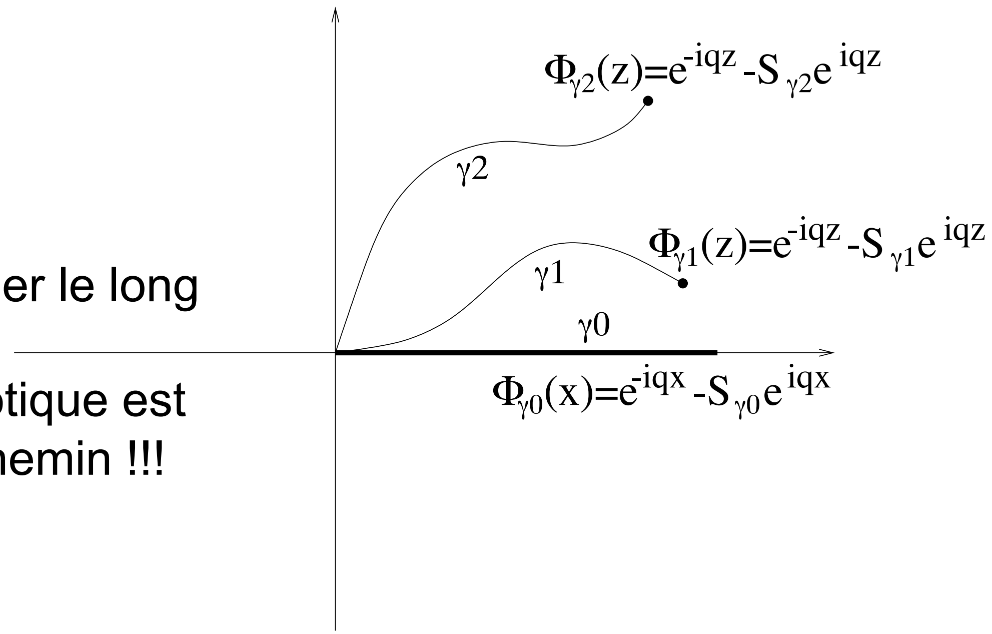
Cette approche (utilisée pour A=3, et A=4 élastique) n'est pas envisageable

Il faut trouver autre chose…..

Complex scaling approach to scattering problems R.Lazauskas, J.C PRC84 2011

Le meilleur moyen pour se débarrasser des cc.ll. dans un problème de diffusion est …. d'empêcher la diffusion !

Ex: Illustration pour A=2



Remarque:

On intègre l'équation de Schrodinger le long d'un chemin arbitraire γ_i sur **C**
Une fois le comportement asymptotique est atteint, **Sγ_i**(q) ne dépend pas du chemin !!!

"Pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué ?

Parce que "si l'on est sur le bon chemin" on peut se débarrser des exponentielles croissantes et confiner le sytème dans un boite … tout en extrayant S !!!

Soit à résoudre (eq. radiale reduite onde S)

$$\left[\partial_x^2 + q^2 - v(x)\right]\Psi(x) = 0$$

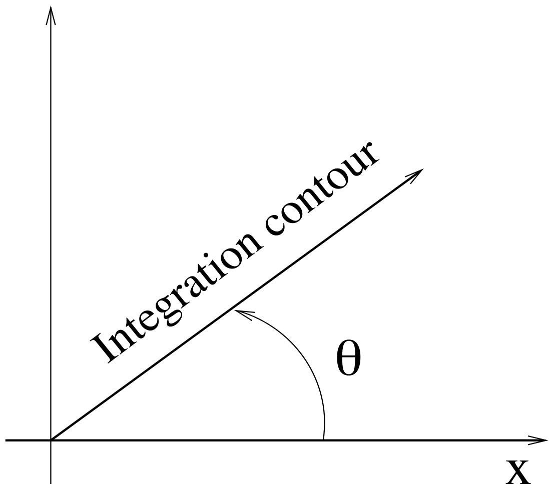
On sépare “onde incident” et “onde diffusée”

$$\Psi(x) = \sin qx + \chi(x)$$

L’onde diffusée obéit une eq. inhomogène

$$\left[\partial_x^2 + q^2 - v(x)\right]\chi(x) = V(x)\sin qx$$

que l’on résout “sur le bon chemin” $x \longrightarrow z = xe^{i\theta}$



En prennant certaines precautions sur V et θ la solution a un comportement exponentiellement décroissant $\chi(z) = A(q)e^{-cqz}$

On peut extraire A

- soit en etudiant le comportement asymptotique de χ
- soit (plus astucieux et stable) en utilisant des expressions intégrales (Th. Green)

$$A(q) = \int_0^\infty \sin(qx)V(x)\chi(x)$$

Dans R.Lazauskas et J.C PRC84 2011 nous avons géneralisé cette méthode pour résoudre la diffusion A=3,4,… avec des cc.ll. d’etat lié !

- Méthode testée sur A=2 et A=3 (n-d,…)
- Premier calcul pour A=4 (n-^{3}H) R. Lazauskas PRC86, 044002 (2012)

Exemple: formule intégrale pour amplitude élastique 1+3

$$A_{13}(\vec{k}) = m \int\int\int dxdydz\; 6\Pi_K^\dagger (H_0 - E)(K^{out} + K^{in}) + 3\Pi_H^\dagger (H_0 - E)(H^{out} + H^{in})$$

$$\begin{aligned} \Pi_K &= (P^+ + P^-)Q(1 + P^+ + P^-)K^{in} \\ \Pi_H &= \bar{P}^+(1 + P^+ + P^-)K^{in} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2P^+ = (P^-)^{-1} &= P_{23}P_{12} \\ \bar{P}^+ &= P_{13}P_{24} \\ Q &= -P_{34} \end{aligned}$$

Des expressions equivalents existent pour A_{211} et A_{1111}

Elles nécessitent :
- le calcul de K et H ("sur le bon chemin")
- le calcul d'une intégrale triple (en fait quintuple…)

CONCLUSION DE LA PREMIERE PARTIE

Nous avons developpé une méthode pour calculer le break-up à 3 et 4 corps

Son ambition est plus large: résoudre la diffusion à N corps
(1) Sans s'encombrer des cc.ll.
(2) avec des techniques d'etat lié (*)

Des incroyables progrès "ab initio" ont été faits dans les derniers 20 ans pour calculer "exactement" les états liés (NCSM,…)

Comment faire pour que les "réactions" bénéficient de ces progrès ?

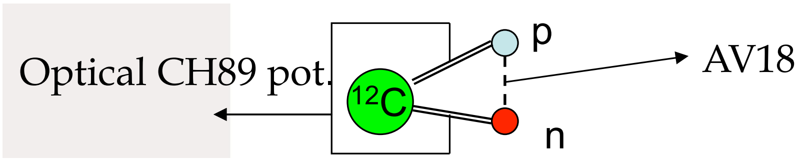
La ramener à des "états liés" semble une piste prometeuse

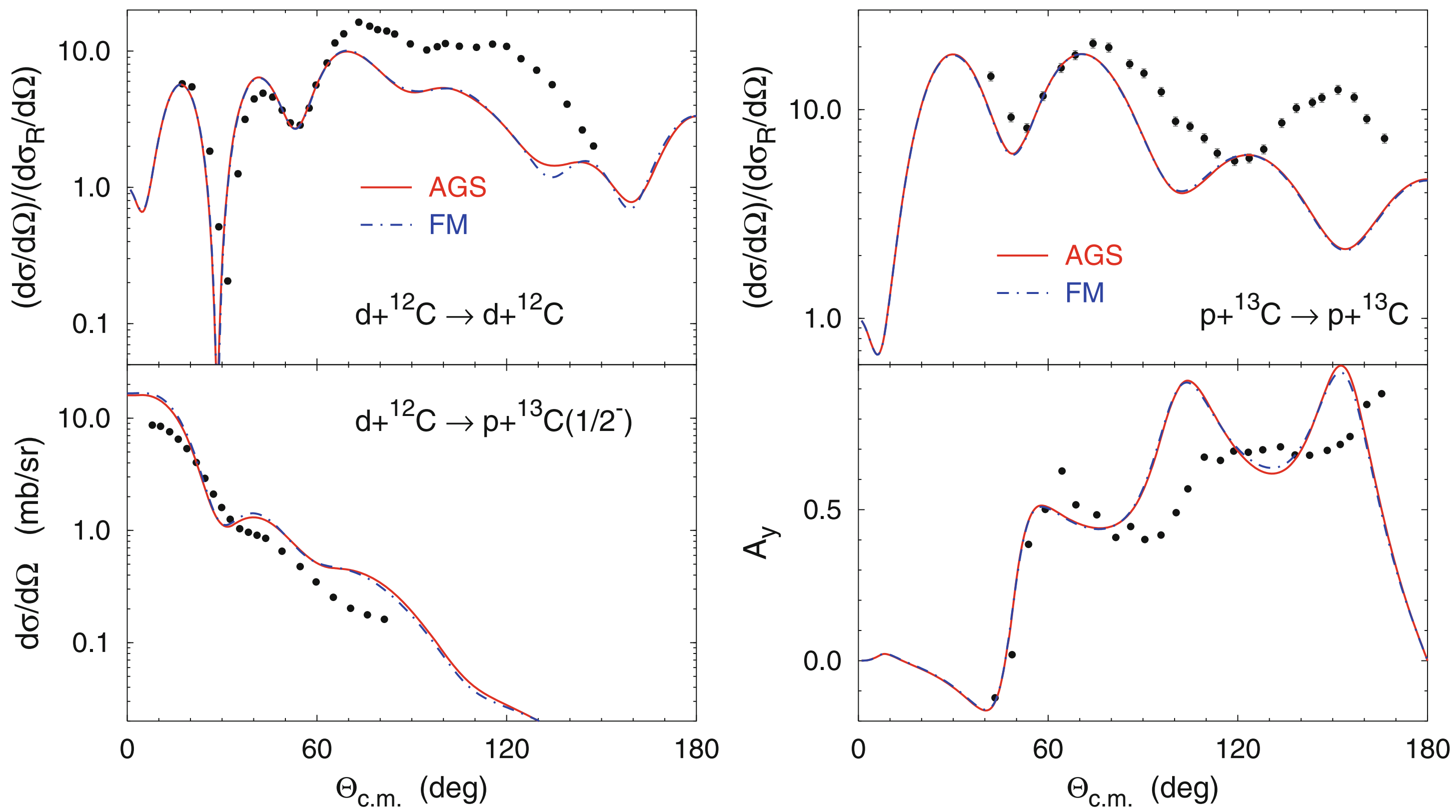
NB. Cela restera toujours "intrinsèquement complexe"
A_{1111} dépend de 8 parametres, A_{11111} de 11,…. E un seul parametre qqsoit A
Donc très limité dans ses applications
Sauf si on remplace un cluster par une particule…

(*) JC, A. Deltuva, A. Fonseca, R. Lazauskas "Bound state techniques to solve multiparticle scattering problems" Progress in Particle and Nuclear Physics 74 (2014) 55

Si l'on introduit des interactions N-Cluster (…et on ferme un peu les yeux)

$$^{13}C + p \Leftrightarrow \begin{cases} ^{12}C + d \\ ^{13}C + p \\ ^{12}C + n + p \end{cases}$$





On ouvre la voie à la description des très nombreux processus

Les V seront discutables mais le traitement asymptotique exact